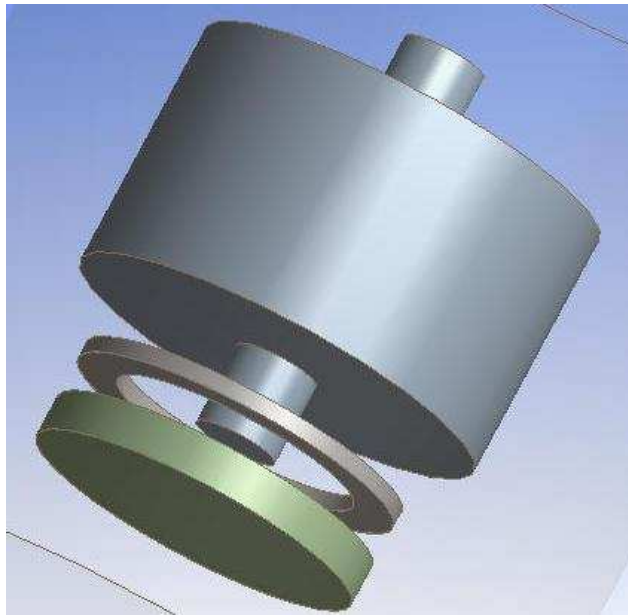




INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Área Departamental de Engenharia de Sistemas de Potência e Automação



## **Modelização de um mecanismo de levitação supercondutor para um sistema de volante de inércia comercial**

**VÍTOR HUGO MACHADO PATRÍCIO**  
(Licenciado)

Trabalho Final para a obtenção do grau de Mestre em  
Engenharia Electrotécnica – ramo de Energia

Orientador:

Professor Doutor António Manuel Carreiras Casaca

Júri:

Presidente: Professor Doutor Jorge Alberto Mendes de Sousa (ISEL)

Vogais:

Professor Doutor António Manuel Carreiras Casaca (ISEL)

Professor Doutor Grégoire Marie Jean Bonfait (FCT/UNL)

**Setembro de 2011**

*Aos meus pais.*

*À minha esposa.*

## Resumo

Este trabalho teve como objectivo o estudo de um sistema de levitação magnética com chumaceiras supercondutoras, para utilização numa fonte de alimentação de energia eléctrica ininterrupta, que usa um volante de inércia como sistema de armazenamento de energia.

Partindo de um modelo comercial existente, foi modelizada a substituição do sistema de levitação por um sistema com chumaceiras supercondutoras. Foi feito o dimensionamento do ímã permanente e do supercondutor de forma a atingir-se a força de levitação magnética necessária para elevar o rotor da máquina, garantindo simultaneamente a máxima estabilidade do sistema.

Os perfis de distribuição do campo magnético no volante de inércia foram modelizados recorrendo ao método dos elementos finitos, através da utilização do software Ansys. O cálculo da força de levitação foi efectuado recorrendo ao software MATHEMATICA.

Palavras – chave

Fonte de alimentação ininterrupta

Volante de inércia

Levitação magnética

Supercondutor

Chumaceira magnética

Método dos elementos finitos

## Abstract

This work aimed to the study of a magnetic levitating system using superconducting bearings, to be used in an uninterruptable power supply, which uses a flywheel energy storage system.

Starting from a commercial existing system, it was modelled the substitution of its magnetic bearings by superconducting ones. The permanent magnet and the superconductor were designed to achieve the necessary levitation force needed to elevate the rotor of the machine, ensuring at the same time the maximum stability of the system.

The magnetic field distribution profile in the flywheel was modelled using finite element method with the Ansys software. The levitation force was computed with the MATHEMATICA software.

### Keywords

Uninterruptable power supply

Flywheel

Magnetic levitation

Superconductor

Magnetic bearing

Finite element method

## **Agradecimentos**

Em primeiro lugar quero agradecer ao Prof. Doutor António Manuel Carreiras Casaca, orientador deste trabalho, por todo o apoio prestado ao longo da sua elaboração, pela sua disponibilidade, empenho, compreensão e rigor. Os excelentes conhecimentos que possui na área dos supercondutores, foram determinantes na escolha do tema deste trabalho e na sua elaboração.

Ao Departamento de Física do ISEL pelo apoio prestado.

Ao meus colegas de trabalho, pela paciência e compreensão demonstradas durante a elaboração deste trabalho e ao Doutor João Miguel Lourenço Paiva, pela disponibilização de dados.

Ao Engenheiro Miguel Campaste, pelo fornecimento dos manuais técnicos relativos ao equipamento Socomec.

À minha esposa e ao Engenheiro Bruno Serôdio, pelas sugestões dadas após revisão deste trabalho.

À minha família e aos meus amigos, por todo o apoio prestado nos momentos de maior desânimo.

## Índice de Conteúdos

Resumo .....	iii
Abstract .....	iv
Agradecimentos .....	v
Índice de Conteúdos .....	vi
Índice de Figuras .....	viii
Índice de Tabelas .....	x
<b>CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>11</b>
1.1 Enquadramento .....	12
1.2 Organização do texto .....	12
<b>CAPÍTULO 2 FONTE DE ALIMENTAÇÃO ININTERRUPTA .....</b>	<b>14</b>
2.1 Enquadramento .....	15
2.2 Equipamento em estudo .....	15
<b>CAPÍTULO 3 VOLANTE DE INÉRCIA .....</b>	<b>22</b>
3.1 Introdução.....	23
3.2 Energia em função da alteração da velocidade .....	24
3.3 Transferência de energia entre a rede e a máquina .....	26
<b>CAPÍTULO 4 CHUMACEIRAS .....</b>	<b>28</b>
4.1 Introdução.....	29
4.2 Chumaceiras magnéticas .....	30
<b>CAPÍTULO 5 SUPERCONDUTORES .....</b>	<b>33</b>
5.1 Introdução.....	34
5.2 O efeito Meissner-Ochsenfeld.....	35
5.3 O diamagnete perfeito .....	35
5.4 Resistividade nula – condutividade infinita .....	35
5.5 A explicação do fenómeno da corrente eléctrica – O Modelo de Drude.....	36
5.6 As Equações de London .....	39
5.7 Supercondutores tipo I e tipo II .....	40
5.8 O Modelo dos Dois Fluidos .....	42
5.9 O Modelo BCS.....	43

5.10	O modelo de Bean para o estado crítico e forças de ancoragem.....	44
<b>CAPÍTULO 6 MODELIZAÇÃO DO VOLANTE DE INÉRCIA COM O PROGRAMA ANSYS 47</b>		
6.1	Definição da geometria da peça.....	48
6.2	Elaboração da simulação .....	51
<b>CAPÍTULO 7 CÁLCULO DA FORÇA DE LEVITAÇÃO ..... 54</b>		
7.1	Cálculo.....	55
7.2	Rigidez magnética.....	63
<b>CONCLUSÕES ..... 70</b>		
<b>Apêndice I - Campo Desmagnetizante ..... 72</b>		
<b>Apêndice II - Cálculo da Magnetização do Supercondutor..... 75</b>		
<b>Apêndice III – Exemplo de programa elaborado no software Mathematica..... 78</b>		
<b>Referências bibliográficas..... 81</b>		

## Índice de Figuras

FIGURA 1 – VISTA EXTERIOR DO SISTEMA DE ARMAZENAMENTO DINÂMICO VSS <sup>+</sup> DC DA SOCOMEC. [1].....	16
FIGURA 2 – VISTA INTERIOR DO VSS <sup>+</sup> DC. [1].....	16
FIGURA 3 – CORTE DO CONJUNTO DO VOLANTE DE INÉRCIA. [1].....	17
FIGURA 4 – ESQUEMA DO MÓDULO DE CONVERSÃO DE ENERGIA. [1].....	18
FIGURA 5 – PERFORMANCE DO SISTEMA VSS <sup>+</sup> DC. [1].....	19
FIGURA 6 – ESQUEMA DO SISTEMA DE CONTROLO DE LEVITAÇÃO. [1] .....	20
FIGURA 7 – CONJUNTO ROTATIVO. [1] .....	20
FIGURA 8 – RÉPLICA DE VOLANTE DE INÉRCIA IDEALIZADO POR LEONARDO DA VINCI [].....	23
FIGURA 9 – FUNCIONAMENTO DA MÁQUINA COM A PRESENÇA DA REDE ELÉCTRICA.	26
FIGURA 10 – FUNCIONAMENTO DA MÁQUINA SEM A PRESENÇA DA REDE ELÉCTRICA. ....	27
FIGURA 11 – ESQUEMA DE PRINCÍPIO DE UMA CHUMACEIRA MAGNÉTICA DE MAGNETES PERMANENTES. ....	31
FIGURA 12 – EXEMPLO DE UMA CHUMACEIRA MAGNÉTICA ACTIVA [] .....	31
FIGURA 13 – CURVA RESISTIVIDADE - TEMPERATURA DE UM METAL. ....	34
FIGURA 14 – CRIAÇÃO DE CORRENTES PERSISTENTES NUM SUPERCONDUTOR. ....	36
FIGURA 15 – CURVA DE MAGNETIZAÇÃO DE UM SUPERCONDUTOR TIPO I.....	41
FIGURA 16 – EXEMPLO DE SUPERCONDUTOR TIPO II COM AS LINHAS DE FLUXO MAGNÉTICO A PENETRAR NO SEU INTERIOR. [] .....	41
FIGURA 17 – MOVIMENTO DE UM ELECTRÃO PELA ESTRUTURA DO MATERIAL. ....	43
FIGURA 18 – INÍCIO DA CONSTITUIÇÃO DE UM “PAR DE COOPER”. ....	44
FIGURA 19 – “PAR DE COOPER” EM CIRCULAÇÃO. ....	44
FIGURA 20 – REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO EFEITO DE ANCORAGEM PARA UM DESVIO LATERAL DO MAGNETE PERMANENTE. ....	46
FIGURA 21 - ALÇADO FRONTAL DO CONJUNTO ROTOR + SUPERCONDUTOR.....	48
FIGURA 22 - VISTA DE BASE DO CONJUNTO ROTOR + SUPERCONDUTOR. ....	49
FIGURA 23 - VISTA DE TOPO DO CONJUNTO ROTOR + SUPERCONDUTOR.....	49
FIGURA 24 – VISTA EM PERSPECTIVA DO CONJUNTO ROTOR + SUPERCONDUTOR. ..	50
FIGURA 25 - CAMPO MAGNÉTICO CRIADO PELO MAGNETE PERMANENTE – ALÇADO LATERAL.....	51
FIGURA 26 - CAMPO MAGNÉTICO CRIADO PELO MAGNETE PERMANENTE – VISTA DE TOPO. ....	52
FIGURA 27 - CAMPO MAGNÉTICO CRIADO PELO MAGNETE PERMANENTE – PORMENOR DO ALÇADO LATERAL. ....	52
FIGURA 28 - CAMPO MAGNÉTICO CRIADO PELO MAGNETE PERMANENTE – VISTA EM PERSPECTIVA. ....	53

FIGURA 29 – DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DO CONJUNTO SUPERCONDUTOR - MAGNETE PERMANENTE.....	55
FIGURA 30 - FORÇA DE LEVITAÇÃO EM FUNÇÃO DA DISTÂNCIA ENTRE O MAGNETE PERMANENTE E O SUPERCONDUTOR.....	59
FIGURA 31 – FORÇA DE LEVITAÇÃO PARA $R=20$ CM E L VARIÁVEL. ....	60
FIGURA 32 – FORÇA DE LEVITAÇÃO PARA $Z>0$ , $R=20$ CM E L VARIÁVEL. ....	60
FIGURA 33 - FORÇA DE LEVITAÇÃO PARA $L=1$ CM E R VARIÁVEL .....	61
FIGURA 34 – VARIAÇÃO DA FORÇA DE LEVITAÇÃO MÁXIMA EM FUNÇÃO DO VALOR DE L.....	62
FIGURA 35 – VARIAÇÃO DA FORÇA DE LEVITAÇÃO MÁXIMA EM FUNÇÃO DO VALOR DE R.....	63
FIGURA 36 - VARIAÇÃO DA RIGIDEZ MAGNÉTICA VERTICAL COM A VARIAÇÃO DA DISTÂNCIA ENTRE O SUPERCONDUTOR E O MAGNETE PERMANENTE.....	65
FIGURA 37 – REPRESENTAÇÃO DA FORÇA DE LEVITAÇÃO .....	66
FIGURA 38 - RIGIDEZ MAGNÉTICA VERTICAL EM FUNÇÃO DE L.....	66
FIGURA 39 - VARIAÇÃO DA RIGIDEZ MAGNÉTICA MÁXIMA EM FUNÇÃO DE L.....	67
FIGURA 40 – RIGIDEZ MAGNÉTICA VERTICAL EM FUNÇÃO DE R.....	67
FIGURA 41 - VARIAÇÃO DA RIGIDEZ MAGNÉTICA MÁXIMA EM FUNÇÃO DE R. ....	68
FIGURA 42 – CAMPO DESMAGNETIZANTE NUM MAGNETE.....	73
FIGURA 43 – DEFINIÇÃO DE VECTORES NO SUPERCONDUTOR CILÍNDRICO. ....	76

## **Índice de Tabelas**

TABELA 1 – FORÇA DE LEVITAÇÃO MÁXIMA PARA VÁRIOS VALORES DE L.....	62
TABELA 2 - FORÇA DE LEVITAÇÃO MÁXIMA PARA VÁRIOS VALORES DE R.....	62
TABELA 3 – RIGIDEZ MAGNÉTICA MÁXIMA PARA VÁRIOS VALORES DE L. ....	67
TABELA 4 - RIGIDEZ MAGNÉTICA MÁXIMA PARA VÁRIOS VALORES DE R.....	68
TABELA 5 – TABELA PARA ESCOLHA DA ESPESSURA DO SUPERCONDUTOR.....	69

# Capítulo 1    Introdução

## 1.1 Enquadramento

As fontes de alimentação de energia ininterruptas, que permitem alimentar as cargas eléctricas em caso de corte no fornecimento de energia pela rede principal, assumem uma importância crescente no panorama actual dos sistemas energéticos. Os sistemas de armazenamento de energia com recurso a volantes de inércia (*flywheel energy storage systems*) levitados magneticamente são já disponibilizados comercialmente, sendo a energia armazenada sob a forma de energia cinética de rotação do volante.

A maioria destes sistemas recorre a magnetes convencionais para obter a levitação magnética do volante de inércia, o que se traduz em perdas de energia devido a histerese magnética e à necessidade da utilização de sistemas de controlo de posicionamento de modo a garantir a estabilidade do sistema. As perdas referidas anteriormente podem ser significativamente reduzidas pela utilização de materiais supercondutores para a levitação magnética do volante de inércia. Devido às características de um processo de levitação com materiais diamagnéticos, a dinâmica destes sistemas é complexa e os problemas de estabilidade do volante devem ser cuidadosamente estudados e optimizados.

O objectivo deste trabalho consistiu em, modelizar e optimizar um mecanismo de levitação superconductor para substituir o mecanismo de levitação convencional num sistema de armazenamento de energia disponível comercialmente. Os perfis de distribuição do campo magnético no volante de inércia foram modelizados recorrendo ao método dos elementos finitos, através da utilização do software Ansys.

## 1.2 Organização do texto

O texto deste trabalho está organizado em sete capítulos e três apêndices.

No capítulo 2 é analisado o funcionamento de uma fonte de alimentação de energia ininterrupta e o respectivo mecanismo de levitação magnética.

No capítulo 3 é analisado o funcionamento do volante de inércia e são apresentadas algumas aplicações para o mesmo.

No capítulo 4 são estudados vários tipos de chumaceiras e apresentadas as suas vantagens e desvantagens.

No capítulo 5 é feito um estudo dos supercondutores e da sua aplicação à levitação magnética.

No capítulo 6 é feita a modelização do rotor da máquina com o programa ANSYS, onde se insere o ímã permanente que interage com o supercondutor. São apresentadas simulações do campo magnético criado pelo ímã permanente.

No capítulo 7 é feito o cálculo da força de levitação para o rotor dimensionado, com o software Mathematica. É apresentada uma análise da variação da força de levitação com a alteração dos parâmetros dimensionais do supercondutor e é estudada a sensibilidade do sistema à alteração desses parâmetros.

Seguidamente são apresentadas as conclusões do trabalho.

No apêndice 1 é explicado o conceito de campo desmagnetizante.

No apêndice 2 é feita a dedução da expressão da magnetização do supercondutor utilizada no capítulo 7.

No apêndice 3, é apresentado um dos programas efectuados com o software Mathematica para a obtenção das curvas da força de levitação e da rigidez magnética.

## Capítulo 2 Fonte de alimentação ininterrupta

*Neste capítulo é apresentado o conceito de fonte de alimentação de energia ininterrupta, fazendo um enquadramento da suas aplicações mais comuns. Seguidamente é apresentado um equipamento comercial, da marca Socomec, sendo descritos os seus componentes mais importantes, com especial enfoque no sistema de chumaceiras magnéticas que utiliza.*

## 2.1 Enquadramento

A fonte de alimentação ininterrupta ou UPS<sup>1</sup> é uma máquina cujo objectivo é fornecer energia a uma carga, de forma contínua, mesmo que existam cortes de energia da fonte principal ou algum tipo de falha na mesma (sobretensões, cavas de tensão ou alterações de frequência). As UPS existem em gamas de potência que variam entre as centenas de watt, para alimentação de um computador de secretária até às centenas de quilowatt, para alimentação de edifícios industriais ou unidades hospitalares.

A alimentação ininterrupta de energia à carga implica a existência de uma fonte de energia auxiliar que está pronta a entrar em serviço aquando da falha da fonte principal. As UPS mais comuns, utilizam as baterias como meio de armazenamento de energia enquanto que o tipo de UPS utilizada neste estudo usa, como meio de armazenamento de energia, um volante de inércia<sup>2</sup>.

Com o aparecimento deste tipo de UPS, os bancos de baterias podem ser totalmente suprimidos, surgindo a vantagem da poupança do espaço ocupado por estas (que pode ser inferior, igual ou até superior ao volume ocupado pelo equipamento electrónico) e a ausência de manutenção que as mesmas necessitam. Uma UPS com recurso a um volante de inércia convenientemente dimensionado poderá fornecer energia à carga durante um tempo suficiente para que um gerador de emergência entre em serviço, garantindo assim o restabelecimento de energia.

## 2.2 Equipamento em estudo

### 2.2.1 Introdução

Para o desenvolvimento deste trabalho, utilizou-se como referência o equipamento da marca Socomec, modelo VSS<sup>+</sup>DC [1], que é um sistema de armazenamento dinâmico de energia para integrar uma UPS. O VSS<sup>+</sup>DC utiliza um volante de inércia como meio de armazenamento de energia, em substituição do normal conjunto de baterias recarregáveis.

---

<sup>1</sup> Do inglês, “*uninterruptable power supply*”

<sup>2</sup> Em inglês, “*flywheel*”.



Figura 1 – Vista exterior do sistema de armazenamento dinâmico VSS<sup>+</sup>DC da Socomec.

[1]

De acordo com a Figura 2, no interior deste conjunto estão instalados o volante de inércia, o conjunto motor-gerador, o módulo de electrónica de potência para conversão de energia, o módulo de levitação magnética, bem como outros componentes de comunicação, armazenamento de dados e de ventilação.

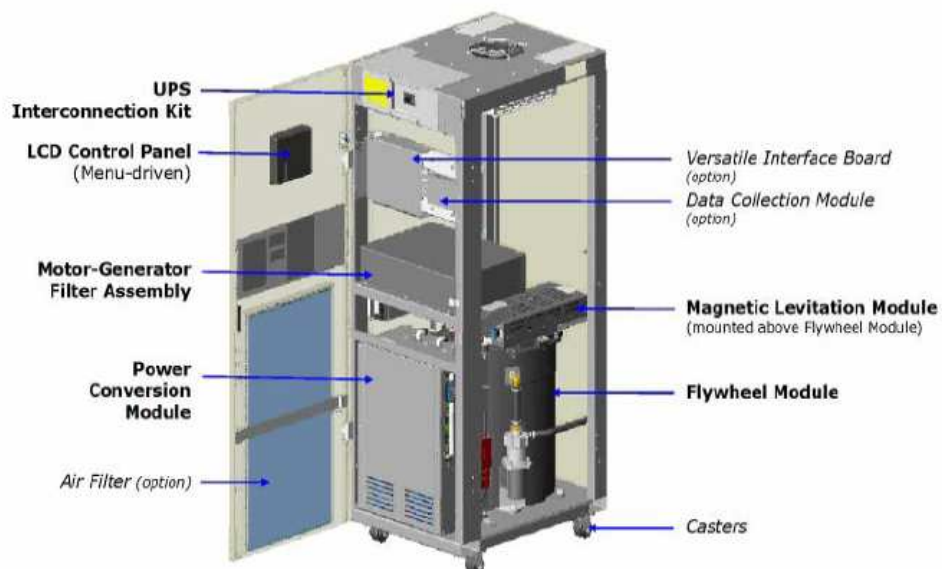
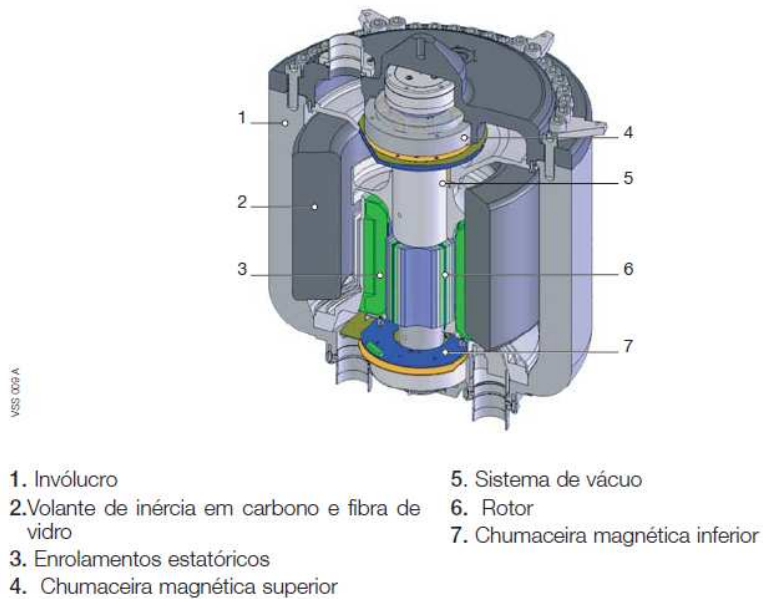


Figura 2 – Vista interior do VSS<sup>+</sup>DC. [1]

No VSS<sup>+</sup>DC, o volante de inércia, quando em rotação, levita, para garantir o mínimo de perdas por atrito que se encontra nas chumaceiras vulgares, melhorando desta

forma o rendimento do sistema. Podemos observar na Figura 3 os elementos constituintes do interior do invólucro do volante de inércia.



**Figura 3 – Corte do conjunto do volante de inércia. [1]**

### 2.2.2 Módulo de conversão de energia – sistema de potência

O módulo de conversão de energia inclui um controlador e um conjunto de componentes semicondutores, IGBT's (*Insulated Gate Bipolar Transistor*). O controlador tem como objectivo o controlo dos impulsos gerados para comando dos IGBT's bem como a monitorização do sistema de levitação magnética. O módulo de conversão de energia é bidireccional, na medida em que permite o trânsito de energia da rede para o grupo motor/gerador ou, na ausência da rede, do grupo motor/gerador para a UPS e por sua vez para a carga a alimentar. Os IGBT's funcionam como onduladores no primeiro caso e rectificadores no segundo caso (ver Figura 4).

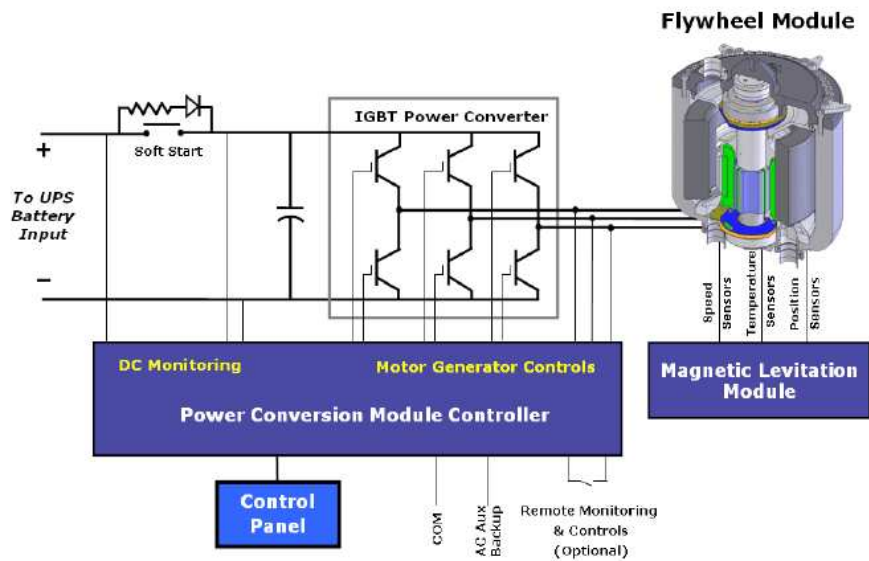
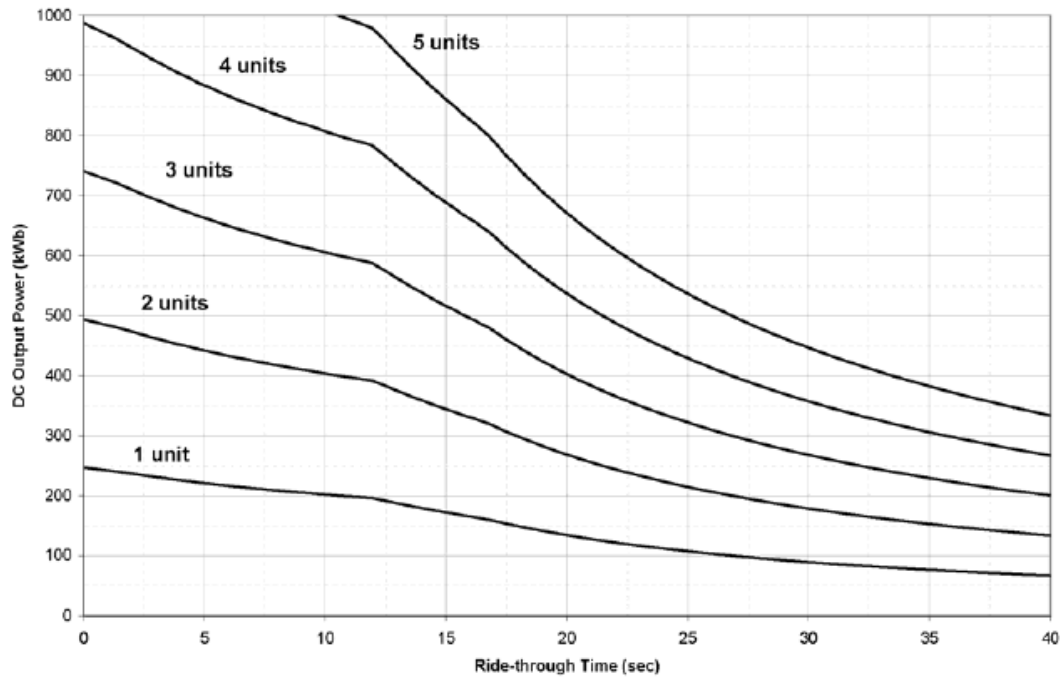


Figura 4 – Esquema do módulo de conversão de energia. [1]

### 2.2.3 Desempenho do sistema

O desempenho do sistema está relacionado com a carga aplicada. Quanto maior for a carga a alimentar, mais rapidamente o volante de inércia perde velocidade e, conseqüentemente, energia. Para uma mesma carga, para aumentar o tempo de alimentação de energia, poderemos adicionar unidades em paralelo, à semelhança do que acontece com as baterias convencionais.

Os dados do fabricante para o equipamento em estudo são apresentados na Figura 5



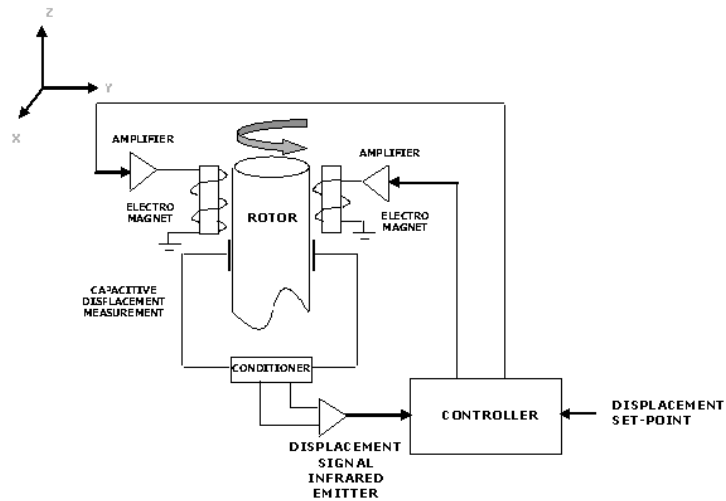
**Figura 5 – Performance do sistema VSS<sup>+</sup>DC. [1]**

Tomando como exemplo uma carga de 200kW, com uma unidade VSS<sup>+</sup>DC, teríamos energia disponível durante cerca de 12 segundos.

#### **2.2.4 Módulo de levitação magnética**

O módulo de levitação magnética tem como objectivo controlar todo o equipamento de levitação, permitindo que o movimento de rotação efectuado pelo volante de inércia e grupo motor/gerador se faça sem contacto físico entre peças móveis. Esta característica tem a vantagens de não existirem perdas por atrito ou a necessidade de manutenção que ocorre nas chumaceiras vulgares, aumentando a fiabilidade do sistema.

O módulo de levitação magnética opera com cinco circuitos distintos e independentes, nomeadamente: quatro circuitos radiais nos eixos x e y, posições inferior e superior e, um último, axial, que efectua o controlo no eixo z. Apresenta-se na Figura 6 um diagrama exemplificativo de um circuito radial.

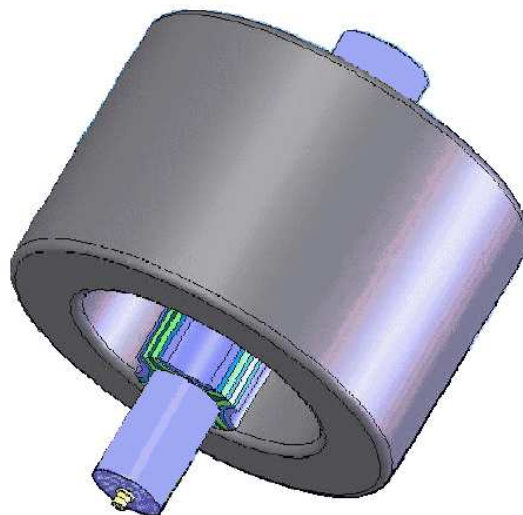


**Figura 6 – Esquema do sistema de controlo de levitação. [1]**

A envolver o conjunto rotativo existem electroímãs que actuam em função do deslocamento do rotor, que é posteriormente analisado por sensores capacitivos. As entradas do controlador são o *set-point* de posição e o sinal de retroacção proveniente dos sensores de posição. A saída são os sinais enviados aos dois electroímãs para corrigir a posição do conjunto rotativo.

### **2.2.5 Conjunto rotativo – volante de inércia e motor/gerador**

O conjunto rotativo (ver Figura 7) é formado pelo volante de inércia, fabricado num composto de carbono e vidro que se encontra montado num veio metálico e pelo rotor do motor/gerador, que está integrado no mesmo veio.



**Figura 7 – Conjunto rotativo. [1]**

O estator do grupo motor gerador é refrigerado com recurso a um líquido e o conjunto rotor/estator opera no vácuo, diminuindo as perdas causadas pelo atrito do ar.

O estator e o rotor formam um conjunto motor/gerador síncrono, que fornece a energia ao barramento DC da UPS, bem como produz toda a energia necessária ao funcionamento da própria unidade VSS+DC.

#### **2.2.6 Análise do funcionamento do VSS+DC**

Conforme descrito ao longo do ponto 2.2, o VSS+DC utiliza electroímans para fazer levitar o conjunto motor/gerador de modo a este poder rodar sem peças móveis em contacto, armazenando ou fornecendo energia. Este electroíman, que opera axialmente, é depois auxiliado por quatro electroímans que controlam os deslocamentos radiais do conjunto, respectivamente, dois por cada eixo X e Y. A energia consumida por estes electroímans, é fornecida pela própria máquina.

## Capítulo 3      Volante de Inércia

*Neste capítulo é apresentado o conceito de volante de inércia, sendo feita uma análise temporal da sua utilização e dos avanços tecnológicos que comportou. Seguidamente é explicado como é feito o armazenamento da energia fornecida pelo volante de inércia e como se efectua a transferência de energia entre o volante de inércia e a carga que está a alimentar. É apresentada uma análise das vantagens e desvantagens deste sistema de armazenamento de energia por comparação com as baterias convencionais.*

### 3.1 Introdução

Quando se pretende uma máquina para a qual é transferida energia e que posteriormente ela a pode fornecer de volta, podemos associar-lhe um volante de inércia. Em meados de 1497, Leonardo da Vinci, construiu a máquina apresentada na Figura 8, com a convicção de que, quanto mais se roda, menos dificuldade se terá em rodar. Dito por outras palavras, há medida que as esferas ganham velocidade e consequentemente energia, mais fácil se torna a o seu movimento.



**Figura 8 – Réplica de volante de inércia idealizado por Leonardo da Vinci [2]**

O propósito dos volantes de inércia é o de regularizar e equilibrar as transferências de energia e o trabalho produzido. Para isso, a velocidade de rotação de um volante de inércia pode variar abruptamente, dentro de certos valores, também dependendo do tipo de sistema em análise, facto este que é importante no desenho deste dispositivo.

No caso estudado neste trabalho, o volante de inércia tem como objectivo fornecer à carga eléctrica a quantidade de energia suficiente para o seu funcionamento durante um tempo determinado, fornecendo energia ao veio de um gerador eléctrico que transforma a energia cinética em energia eléctrica, caso este que será explicado com maior pormenor no ponto 3.3.

Os volantes de inércia podem ter várias formas dependendo da sua dimensão, podendo ser maciços ou moldados por secções. As suas dimensões (raio) podem variar de poucas dezenas de centímetros até à dezena de metros.

A aplicação deste dispositivo é descrita em artigos científicos do início do século XX, por exemplo na indústria mineira, conforme descrito por A. P. Wood [3]. Neste artigo, o autor descreve a aplicação de um volante de inércia para auxiliar um motor de elevação de cargas nos picos de consumo. Em [4], igualmente numa aplicação na

industria mineira e também para compensação de picos de corrente de curta duração, é feita uma análise económica e em termos de rendimento, do uso do volante de inércia comparativamente a outros sistemas de fornecimento de energia, como sendo as baterias, ou um conjunto motor gerador. O autor, neste caso conclui que a solução com o volante de inércia é a mais viável, quer em termos de investimento quer em termos de rendimento, apresentando as menores perdas.

Um dos acontecimentos marcantes na aplicação do volante de inércia, foi a introdução das chumaceiras magnéticas em meados da década de setenta do século passado [5]. O papel da chumaceira magnética é bastante importante na medida em que permite diminuir as perdas do sistema, pois a energia utilizada para vencer o atrito das peças móveis da chumaceira tradicional já não é utilizada. O ruído causado pelo movimento e consequente fricção das peças em contacto também é bastante diminuído.

Actualmente, graças ao avanço da tecnologia, as chumaceiras magnéticas mais desenvolvidas utilizam supercondutores de alta temperatura (*High Temperature Superconductor - HTSC*). Com a aplicação desta tecnologia obtém-se a levitação pela interacção entre o supercondutor e um ímã permanente, tirando partido das características diamagnéticas do supercondutor.

Nas últimas duas décadas os estudos centraram-se em pesquisas da dinâmica do movimento destes sistemas, nomeadamente no que respeita à grande velocidade que o rotor tem de suportar e ao seu comportamento quando sujeito à levitação magnética, mais propriamente o deslocamento do eixo de rotação do rotor [6]. Outro problema encontrado nestes sistemas, também devido à alta velocidade de rotação exigida ao rotor, bem como ao baixo amortecimento providenciado pelo sistema de levitação, tem a ver com a vibração que ocorre no veio que vai originar alguma perda de energia cinética e possivelmente instabilidade. Para colmatar este problema, sistemas de controlo foram desenvolvidos que permitem analisar a ocorrência das vibrações quando o sistema passa pela velocidade crítica em fase de aceleração ou desaceleração [7].

### **3.2 Energia em função da alteração da velocidade**

O volante de inércia, ao ser actuado por uma força, como por exemplo uma máquina a vapor, um motor eléctrico ou um motor de combustão interna, receberá energia e a sua velocidade aumentará. Quando a energia acumulada se liberta, a sua velocidade diminui.

A energia total que um volante de inércia em movimento entregaria, se levado a cessar o seu movimento é dada pela fórmula seguinte:

$$\Delta E = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

[1]

Sendo  $\Delta E$ , a energia libertada, em joule,  $I$ , o momento de inércia do volante, em kilogramas metro quadrado e  $\omega$ , a velocidade de rotação, em radianos por segundo.

A mudança de velocidade num volante de inércia, implica uma absorção ou fornecimento de energia do exterior ou para o exterior. O valor da energia recebida ou fornecida é proporcional à diferença dos quadrados das velocidades final ( $\omega_f$ ) e inicial ( $\omega_i$ ), ou seja:

$$E = \frac{1}{2} \cdot I \cdot (\omega_f^2 - \omega_i^2)$$

[2]

As principais vantagens deste sistema são:

- i. Longo período de vida que comporta centenas de milhares de ciclos de carga/descarga completos;
- ii. Eficiência do sistema da ordem dos 90-95% com materiais convencionais;
- iii. Comparando com baterias convencionais:
  - o Sistema de armazenamento não afectado por alterações de temperatura;
  - o Não está sujeito ao efeito de “memória”<sup>1</sup>;
  - o Mais amigo do ambiente porque não utiliza substâncias corrosivas;
- iv. Tem a vantagem de se poder saber a energia armazenada/disponível recorrendo apenas a uma medição de velocidade com recurso, por exemplo, a um *encoder*.

A principal desvantagem deste sistema é:

- i. Sistema perigoso se entrar em sobrecarga (p. ex. falha do controlo de velocidade).

---

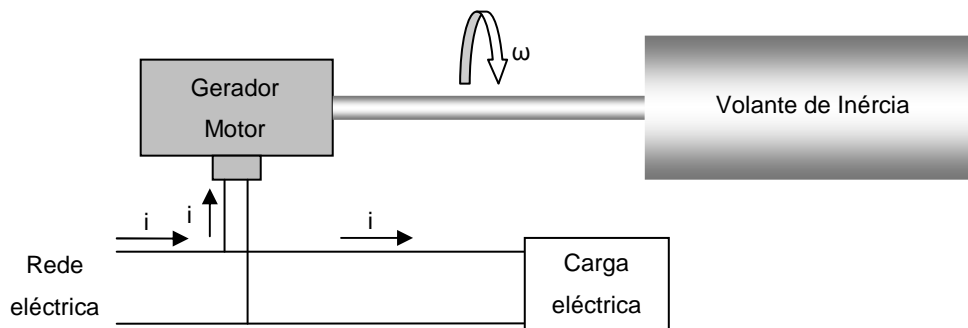
<sup>1</sup> O efeito de memória verifica-se nas baterias de níquel-cádmio quando, devido ao facto de não se carregar a bateria ao máximo e deixá-la descarregar ao mínimo, a sua capacidade de carga diminui com o tempo.

Um dos condicionalismos de um sistema de armazenamento de energia por volante de inércia prende-se com o facto da existência do perigo de explosão do rotor devido a sobrecargas. O valor de tensão suportado pelo material constituinte do rotor condiciona a energia que o sistema armazena. Isto porque quanto maior for a tensão suportada pelo material, mais rotação se pode aplicar no rotor, gerando mais energia. Quando a tensão de ruptura do material do rotor é excedida e este se estilhaça, toda a energia acumulada é libertada para o exterior através dos estilhaços, cuja energia cinética se pode comparar à de uma bala. Isto implica que, no desenho do sistema, se considere uma estrutura para confinar estes perigos, pelo que a estrutura total do sistema pode ser volumosa.

### 3.3 Transferência de energia entre a rede e a máquina

Acoplada ao volante de inércia está uma máquina eléctrica cujo funcionamento tem dois objectivos:

- i. Funcionamento como motor – neste regime, a máquina eléctrica recebe energia da rede e transforma-a em energia mecânica (sob a forma de energia cinética), fazendo acelerar o volante de inércia até à sua velocidade nominal. A carga é alimentada pela rede principal;



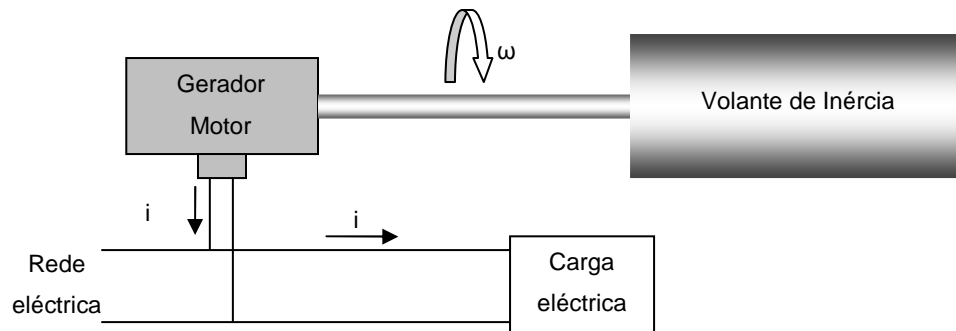
**Figura 9 – Funcionamento da máquina com a presença da rede eléctrica.**

- ii. Funcionamento como gerador – em situações de falha de energia da rede, o volante de inércia pode fornecer a energia acumulada à carga que está a alimentar. Deste modo, a energia cinética contida no volante de inércia, é transferida para a máquina eléctrica. O rotor da máquina, sendo constituído por magnetes permanentes e estando estes em movimento (rotação), vai sujeitar as espiras do estator a um fluxo magnético variável no tempo, induzindo uma força electromotriz que originará a corrente que vai alimentar a carga, de acordo com a Lei de Faraday:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

[3]

Sendo  $\varepsilon$  a força electromotriz induzida e  $\Phi$  o fluxo magnético.



**Figura 10 – Funcionamento da máquina sem a presença da rede eléctrica.**

## Capítulo 4 Chumaceiras

*Neste capítulo é apresentado o conceito de chumaceira e qual o objectivo da sua utilização, comentando alguns aspectos deste equipamento que podem ser melhorados. Seguidamente são apresentados e analisados três tipos de chumaceiras magnéticas – com magnetes permanente, activas e supercondutoras – e são apresentadas as vantagens das chumaceiras magnéticas supercondutoras.*

## 4.1 Introdução

Quando se considera uma máquina com partes móveis temos de pensar em movimento relativo por deslizamento ou movimento por rotação. Por exemplo, um motor eléctrico, sendo uma máquina com partes móveis, alberga um veio cujo movimento se processa por rotação. A grande maioria das chumaceiras é usada para suportar veios rotativos em máquinas.

A fricção de dois corpos que estão a ser actuados por uma força exterior com direcção normal ao movimento provoca perdas de energia por atrito e desgaste. A construção apropriada das chumaceiras pode diminuir estas perdas.

O principal objectivo na construção de chumaceiras é o de aumentar a sua vida útil, como já foi referido diminuir as perdas por atrito e desgaste, bem como diminuir os custos de manutenção destes equipamentos e o tempo de paragem das máquinas a que estão associados. A falha de uma chumaceira pode implicar, em certos ramos da indústria como é o caso da aviação, perdas na produção ou questões graves relacionadas com a segurança de pessoas e bens.

O interesse crescente na pesquisa em áreas como o atrito e desgaste de vários tipos de chumaceiras aumentou consideravelmente no século passado, bem como a pesquisa nas áreas dos lubrificantes e dos materiais usados na sua construção.<sup>1</sup>

Este interesse convergiu principalmente para a introdução das chumaceiras de elementos rolantes<sup>2</sup>, ou rolamentos e nas chumaceiras suportadas por películas lubrificantes.

O tipo de chumaceira a utilizar deve ter em linha de conta a aplicação a que se destina. No entanto e, de acordo com o referido por Harnoy [8], a tradição na industria é a de associar diferentes tipos de chumaceiras para determinados tipos de máquinas, o que não é correcto, pois as inovações apresentadas ao longo do tempo podem trazer melhorias de rendimento e diminuição de falhas no funcionamento. A selecção da chumaceira apropriada para os diversos tipos de aplicação deve ser feita tendo em conta a variedade existente, que inclui os rolamentos, as chumaceiras secas e com película lubrificante, bem como chumaceiras de lubrificação hidrodinâmica e

---

<sup>1</sup> A área da ciência que estuda o atrito, a lubrificação e o desgaste de superfícies em contacto com movimento relativo designa-se por Tribologia;

<sup>2</sup> Do inglês "*rolling element bearing*";

hidrostática. Mais recentemente, a chumaceira electromagnética foi também introduzida no leque já existente.

Harnoy [8] refere que é possível diminuir o tamanho de uma máquina, aumentando-lhe a velocidade, como nos motores dos veículos, pelo que existe um aumento na procura de máquinas mais rápidas e isso significa a escolha de chumaceiras que suportem maiores velocidades. O aumento da velocidade de funcionamento da chumaceira trás dois problemas que estão relacionados entre si. O primeiro prende-se com o facto da energia dissipada com o atrito (sob a forma de calor) ser proporcional ao produto da força de atrito com a velocidade angular e o segundo prende-se com o facto de podermos atingir dissipações de energia de tal ordem, que implique o aproximar da temperatura de fusão da chumaceira e a sua conseqüente destruição.

## **4.2 Chumaceiras magnéticas**

Analisando o estudo feito por Rubens de Andrade et al, [9] o uso de chumaceiras magnéticas apresenta algumas particularidades. De acordo com os autores existem três tipos de chumaceiras magnéticas: chumaceiras com ímãs permanentes – PMB<sup>1</sup>, chumaceiras magnéticas activas – AMB<sup>2</sup> e chumaceiras magnéticas supercondutoras – SMB<sup>3</sup>.

### **4.2.1 Chumaceiras com ímãs permanentes - PMB**

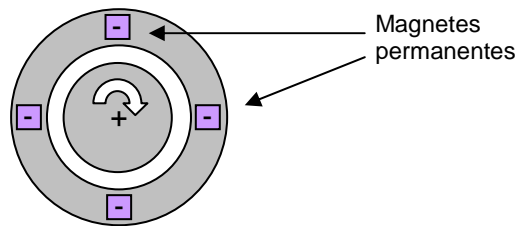
Também conhecidas como chumaceiras magnéticas passivas, são as chumaceiras magnéticas mais elementares em termos de construção, sendo constituídas por ímãs permanentes dispostos de forma radial ao longo do estator, funcionando em modo de repulsão. A PMB oferece uma rigidez e um amortecimento baixos, o que implica não conseguir garantir estabilidade na rotação do sistema. Neste tipo de chumaceira magnética, dada a natureza dos seus materiais constituintes, os ímãs permanentes, o controlo de posição não pode ser efectuado.

---

<sup>1</sup> *Permanent Magnet Bearing.*

<sup>2</sup> *Active Magnetic Bearing*

<sup>3</sup> *Superconducting Magnetic Bearing*



**Figura 11 – Esquema de princípio de uma chumaceira magnética de ímãs permanentes.**

#### **4.2.2 Chumaceiras magnéticas activas - AMB**

Uma chumaceira magnética activa é constituída por vários electroímãs, respectivo sistema para fornecimento de energia e um sistema de controlo composto por sensores de proximidade. Este sistema de controlo tem como objectivo corrigir qualquer desvio do rotor da sua posição ideal, o centro do seu eixo de rotação. O controlo é feito através da actuação dos electroímãs, que funcionam atraindo o rotor, ao contrário das PMB. Na Figura 12 são visíveis os electroímãs que funcionam atraindo e repelindo o rotor da chumaceira



**Figura 12 – Exemplo de uma chumaceira magnética activa [10]**

#### **4.2.3 Chumaceiras magnéticas supercondutoras - SMB**

Este tipo de chumaceira magnética, alvo do nosso estudo, usa como elemento principal um material supercondutor, que assegura a levitação de um ímã permanente. A utilização de supercondutores tem como consequência, a necessidade da existência de um sistema criogénico, que mantenha a temperatura necessária para que o supercondutor se encontre no estado desejado de resistência nula. Como

complemento ao posicionamento e para alívio da carga na SMB, pode-se utilizar, uma PMB [9].

Não existindo contacto entre peças móveis, eliminam-se as perdas por atrito, o desgaste e, conseqüentemente, a manutenção. Tal como a chumaceira magnética, não está sujeita a nenhum lubrificante, podendo trabalhar numa gama mais vasta de temperaturas e ambientes. Numa primeira análise, dado não haver peças em contacto, a chumaceira magnética poderá atingir rotações mais elevadas que a chumaceira convencional. Considerando a chumaceira magnética e, ultrapassada a questão do atrito entre peças móveis, apenas a resistência do ar se opõe ao movimento da chumaceira. A resistência do ar pode ser ultrapassada colocando a parte em rotação numa câmara sob vácuo.

Sumariamente podemos indicar as seguintes vantagens de uma chumaceira magnética supercondutora [11]:

- O sistema é estável sem necessidade de controlo electrónico.
- Ausência de manutenção, lubrificação e desgaste das peças móveis.
- A especificação da chumaceira magnética (carga suportada e rigidez magnética) é determinada apenas pelo desenho das peças e pela sua interacção magnética.
- Possibilidade de funcionar no vácuo, eliminando a resistência do ar.
- Suporte de grandes cargas.

A principal desvantagem desta chumaceira é o sistema necessário ao arrefecimento dos supercondutores que vai encarecer o valor do produto final.

## Capítulo 5 Supercondutores

*Este capítulo tem como objectivo o estudo da supercondutividade, apresentando alguns conceitos necessários à sua compreensão. É feita a ligação entre os supercondutores e a levitação magnética, nomeadamente no que respeita ao efeito de ancoragem das linhas de fluxo magnético, que são de extrema importância para o sistema estudado.*

## 5.1 Introdução

Um parâmetro característico de um material é a sua resistividade eléctrica, a qual pode ser calculada pela expressão:

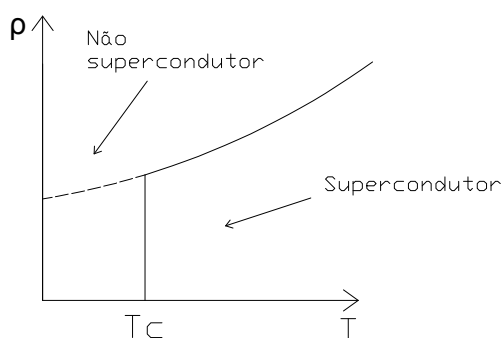
$$\rho = R \cdot \frac{A}{L}$$

[4]

Sendo  $\rho$  a resistividade do material em Ohm metro, R a resistência em Ohm, A a secção, em metros quadrados e L o comprimento, em metros.

No ano de 1911, enquanto procedia a experiências de liquefacção de Hélio, H. Kammerling Onnes, descobriu o primeiro elemento supercondutor, o mercúrio (Hg).

Para alcançar este estado da matéria, tem de se baixar a temperatura do material para valores da ordem de 4.2K (exemplo para o mercúrio). Na figura seguinte podemos observar a curva da resistividade de um metal típico e de um supercondutor em função da temperatura:



**Figura 13 – Curva resistividade - temperatura de um metal.**

Com a diminuição da temperatura, a resistividade de determinados materiais apresenta o comportamento descrito na Figura 13. Para um valor de temperatura inferior à temperatura crítica,  $T_c$ , a sua resistividade desaparece por completo, na medida em que pode ser testada, exactamente igual a zero [12]. No entanto, nem todos os metais apresentam características supercondutoras; por exemplo o cobre, a prata ou o ouro não são supercondutores.

As baixas temperaturas, necessárias para atingir o estado de supercondutividade, representam uma dificuldade e limitam as suas aplicações práticas. Tem existido, por isso, uma busca para descobrir materiais ou compostos que possam alcançar a

supercondutividade a temperaturas mais elevadas. Em 1987, Bednorz & Muller, receberam o Prémio Nobel, atribuído pela Academia Sueca das Ciências por terem descoberto um material composto por lantânio, bário, cobre e oxigénio cuja temperatura crítica é de 38K [12]. No mesmo ano, uma substância cerâmica, não metálica, composta por ítrio, bário, cobre e oxigénio ( $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ ) foi descoberta como tendo uma temperatura crítica de 92K. Estas descobertas marcaram a entrada na era dos supercondutores de alta temperatura - HTSC.

## 5.2 O efeito Meissner-Ochsenfeld

O efeito Meissner-Ochsenfeld é característico dos supercondutores. De facto, para um material ser considerado como um verdadeiro supercondutor tem obrigatoriamente de apresentar esta característica. Este efeito consiste na inexistência de linhas de força do campo magnético dentro de um material no estado supercondutor, ou seja, ao sujeitarmos um supercondutor a um campo magnético e, reduzindo a temperatura para valores inferiores a  $T_c$ , as linhas de fluxo magnético são expulsas do seu interior.

## 5.3 O diamagnete perfeito

Para se observar o efeito Meissner-Ochsenfeld, é necessário que se anule o campo magnético original, ou seja, o supercondutor cria no seu interior um campo, de valor igual ao campo exterior que lhe deu origem, mas de sentido inverso, de que resulta um campo nulo no seu interior. Os supercondutores são portanto, diamagnetes perfeitos. Este fenómeno pode ser demonstrado através das equações de London, explicadas no ponto 5.6

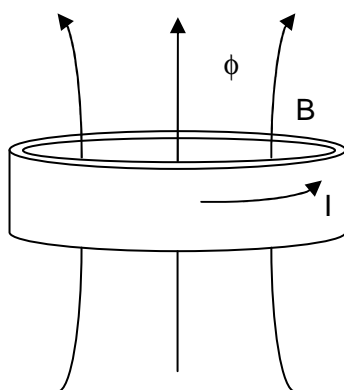
Este efeito resulta da existência de correntes supercondutoras à superfície do material, que penetram no mesmo até uma profundidade  $\lambda$ , dita profundidade de penetração.

## 5.4 Resistividade nula – condutividade infinita

A resistividade e a condutividade relacionam-se como sendo grandezas inversas uma da outra. Por isso, ao afirmarmos que um elemento no estado supercondutor tem resistividade nula, podemos assumir que a sua condutividade é infinita.

Como é que podemos assegurar que um material no estado supercondutor, apresenta na realidade uma resistividade nula e não uma resistividade muito pequena? Um exemplo muito interessante é apresentado por James F. Annet [12], designado por “correntes persistentes”. Consideremos um toro de material supercondutor, conforme o apresentado na Figura 14, a uma temperatura acima de  $T_c$ . Ao sujeitarmos o material ao fluxo  $\phi$  de um campo magnético  $B$  alternado no tempo, pela lei da indução magnética, vai-se criar uma corrente  $I$  que circulará no toro. Baixando agora a

temperatura abaixo de  $T_c$ , sabe-se que o fluxo se manterá constante, o que implica que o supercondutor tem de gerar o seu próprio campo magnético. Isto significa que tem de haver uma corrente  $I$  que se mantém em circulação dentro do anel supercondutor, para criar um fluxo de valor igual ao que lhe deu origem. Se existisse algum registo de resistência no material, existiria dissipação de energia, o que faria com que a corrente desaparecesse. Experiências mostraram que estas “correntes persistentes” se mantiveram em circulação durante anos, pelo que a resistência tem de ser nula.



**Figura 14 – Criação de correntes persistentes num supercondutor.**

### **5.5 A explicação do fenómeno da corrente eléctrica – O Modelo de Drude**

Drude desenvolveu uma teoria acerca do comportamento dos electrões num metal, quando sujeitos a uma diferença de potencial [13], assumindo que os metais eram constituídos por iões estacionários e por electrões de valência, que se podem movimentar livremente. Ao fazerem-no, os electrões, movem-se aleatoriamente pela estrutura do metal, colidindo com iões, com electrões e com defeitos existentes no material. Na ausência de uma diferença de potencial aplicada, as colisões originam a dispersão dos electrões em direcções completamente aleatórias. Caso exista uma diferença de potencial aplicada, o movimento dos electrões continua a ser aleatório, no entanto, a média dos seus deslocamentos é toda na mesma direcção, originando uma corrente eléctrica.

Com a aplicação de uma diferença de potencial no metal e considerando o valor do campo eléctrico,  $E$ , a força que actua num electrão é dada por  $E_e$ .

À equação de Newton

$$m \cdot \frac{d\vec{v}_s}{dt} = -e \cdot \vec{E}$$

[5]

tem de se acrescentar o termo  $m \cdot \frac{\vec{v}_s}{\tau}$  num metal normal, representando  $\tau$ , o tempo de relaxação, ou seja, o tempo médio entre colisões. A equação toma o seguinte aspecto:

$$m \cdot \frac{d\vec{v}_s}{dt} + m \cdot \frac{\vec{v}_s}{\tau} = -e \cdot \vec{E}$$

[6]

Resolvendo esta equação a velocidade média de um electrão é:

$$v = at = \frac{e E \tau}{m_e}$$

[7]

Considerando valores típicos ( $e=1,602 \times 10^{-16}$  C,  $E=10$  V/m,  $\tau=1 \times 10^{-14}$  e  $m_e=9,109 \times 10^{-31}$  kg) e substituindo-os na expressão anterior, iremos obter um valor para  $\Delta v$  de aproximadamente 0,02 m/s.

A razão desta velocidade ser tão baixa prende-se com o facto dos electrões, apesar de sob o efeito de um campo eléctrico e, por conseguinte, com uma direcção definida, apresentarem uma trajectória que continua aleatória, colidindo com os iões aquando do seu movimento ao longo do metal.

O Modelo de Drude clarifica a existência da resistência eléctrica e, como veremos mais adiante neste estudo, num superconductor, dado não existir tempo de relaxação, não ocorrerão colisões entre os electrões em movimento.

O Modelo de Drude, permite-nos também chegar à fórmula da Lei de Ohm, na sua forma microscópica, através de um conceito que será importante mais à frente no neste estudo.

Consideremos a grandeza  $\mu$ , como sendo uma medida da facilidade com que um electrão se move através da uma malha de iões, ou seja, a mobilidade. Se definirmos:

$$v = \mu E$$

[8]

Então, comparando as expressões [7] e [8], podemos concluir que:

$$\mu = \frac{e\tau}{m_e}$$

[9]

Se considerarmos que o tempo de relaxação,  $\tau$ , é constante (independente da temperatura e do valor do campo eléctrico), a mobilidade  $\mu$  terá também um valor constante (na prática isto não se verifica pois é um facto que  $\tau$  e, por conseguinte  $\mu$ , variam com a temperatura e com o valor do campo eléctrico aplicado).

Sendo a corrente eléctrica um fluxo de electrões (com carga  $e$ ) por unidade de tempo, podemos definir uma expressão para a corrente eléctrica:

$$I = n\Delta v A e$$

[10]

A partir de da expressão [10] podemos definir o conceito de densidade de corrente eléctrica, substituindo em seguida pela expressão [8]:

$$J = \frac{I}{A} = n\Delta v e = n\mu E e$$

[11]

A grandeza  $\mu$  foi assumida como sendo constante e os termos  $n$  e  $e$  também o são. Vamos designar o produto destas três constantes por  $\sigma$ :

$$\sigma = n\mu e$$

[12]

Sendo,  $\sigma$  a condutividade. Podemos definir agora a resistividade como sendo o inverso da condutividade:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{n\mu e}$$

[13]

Podemos rescrever [11] da seguinte forma:

$$J = \sigma E = \frac{E}{\rho}$$

[14]

Tendo por base a expressão [11] e substituindo as expressões [14], [15] e [16] já conhecidas:

$$V = \frac{E}{L} \quad [15]$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad [16]$$

Podemos então definir a Lei de Ohm:

$$J = \frac{E}{\rho} \Leftrightarrow \frac{I}{A} = \frac{V L}{R A} \Leftrightarrow I = \frac{V}{R} \quad [17]$$

## 5.6 As Equações de London

Os fenómenos verificados nos supercondutores relativos a correntes persistentes e diamagnetismo são explicados pelas Equações de London. A primeira equação de London é obtida da equação [6] eliminando-se o termo de relaxação.

### 5.6.1 Primeira Equação de London – Correntes persistentes

$$\begin{cases} m \cdot \frac{d\vec{v}_s}{dt} = -e \cdot \vec{E} \\ \vec{J}_s = -n_s \cdot e \cdot \vec{v}_s \end{cases} \Rightarrow -\frac{m}{n_s \cdot e} \cdot \frac{d\vec{J}_s}{dt} = -e \cdot \vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \frac{m}{n_s \cdot e^2} \cdot \frac{d\vec{J}_s}{dt} \quad [18]$$

O valor do campo eléctrico depende da variação do vector densidade de corrente  $\vec{J}_s$ . Tendo  $\vec{J}_s$  um valor constante, podemos concluir que o vector campo eléctrico é nulo no interior de um supercondutor. Como  $\vec{E} = \rho \cdot \vec{J}$ , concluí-se que  $\rho = 0$ , isto é, a resistividade eléctrica é nula e a condutividade infinita.

### 5.6.2 Segunda Equação de London – Diamagnetismo

O fenómeno do diamagnetismo pode ser explicado pela segunda equação de London, através da conjugação da Lei de Faraday, da Lei de Ampère e da expressão [18]:

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_s \\ \vec{E} = \frac{m}{n_s \cdot e^2} \cdot \frac{d\vec{J}_s}{dt} \end{cases} \Leftrightarrow \text{rot } \vec{E} = \text{rot} \left( \frac{m}{n_s e^2} \cdot \frac{d\vec{J}_s}{dt} \right) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Leftrightarrow$$

$$\operatorname{rot}\left[\frac{m}{n_s e^2} \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{\operatorname{rot} \vec{B}}{\mu_0}\right)\right] = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{m}{n_s e^2 \mu_0} \cdot \operatorname{rot} \vec{B}\right] = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Leftrightarrow$$

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{B}) = -\frac{n_s e^2 \mu_0}{m} \vec{B}$$

[19]

Para um supercondutor semi-infinito (de  $x=0$  a  $x=+\infty$ ) colocado sob a acção de um campo uniforme dirigido segundo o eixo Oz, a equação[19], conduz à solução:

$$B_z(x) = B_z(0)e^{-x/\lambda}$$

[20]

Esta equação mostra que o campo se anula muito rapidamente no interior do material, sendo

$$\lambda = \sqrt{\frac{m}{n_s e^2 \mu_0}}$$

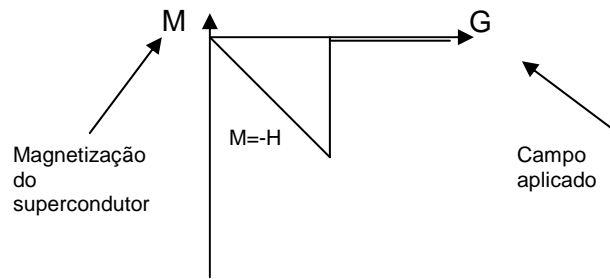
[21]

a profundidade de penetração do supercondutor, ou seja, a espessura aproximada da zona no interior do material onde circulam as supercorrentes que escudam o campo exterior, responsáveis pelo efeito Meissner-Ochsenfeld.

## 5.7 Supercondutores tipo I e tipo II

Os supercondutores subdividem-se em dois tipos principais: I e II

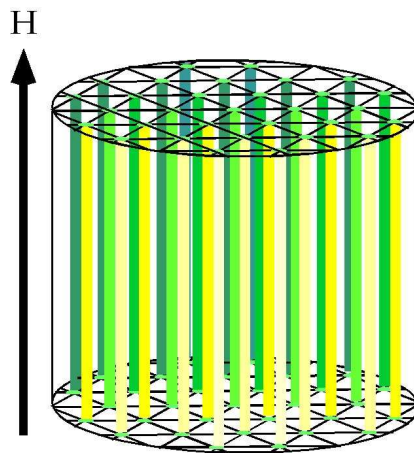
Considerando um supercondutor tipo I, este, ao ser submetido a um campo magnético de intensidade crescente, a supercondutividade é destruída acima de um campo designado de campo crítico,  $H_c$ .



**Figura 15 – Curva de magnetização de um supercondutor tipo I.**

Num supercondutor tipo II, existem dois campos críticos,  $H_{c1}$  (campo crítico inferior) e  $H_{c2}$  (campo crítico superior). Num supercondutor tipo II, quando o campo excede  $H_{c1}$ , as linhas de fluxo começam a penetrar no material sob a forma de uma rede de linhas de fluxo quantificado (ver Figura 16), designada Rede de Abrikosov, logo,  $B \neq 0$  (deixa de existir diamagnetismo perfeito)<sup>1</sup>. Cada linha de fluxo corresponde a um *quantum* de fluxo:

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} \cong 2.07 \times 10^{-15} \text{ Wb}$$



**Figura 16 – Exemplo de supercondutor tipo II com as linhas de fluxo magnético a penetrar no seu interior. [14]**

À medida que se vai aumentando o campo, a densidade de fluxo magnético vai aumentando, até que, quando se exceder o valor de  $H_{c2}$  a supercondutividade é destruída. O estado existente entre  $H_{c1}$  e  $H_{c2}$  designa-se por estado misto.

---

<sup>1</sup> A este estado atribui-se a designação de estado misto.

## 5.8 O Modelo dos Dois Fluidos

O fluxo de electrões dentro de um supercondutor pode ser comparado a dois fluidos, sendo um deles normal, resistivo, composto por electrões livres no estado normal, cujo vector densidade de corrente designaremos por  $\vec{J}_n$  e um fluido supercondutor, indutivo, composto por electrões supercondutores, cujo vector densidade de corrente designaremos por  $\vec{J}_s$ .

O movimento dos electrões “normais” dá-se pela acção de um campo eléctrico cuja expressão se apresenta a seguir:

$$\vec{E} = \frac{\vec{J}_n}{\sigma_n}$$

[22]

O movimento dos electrões “indutivos” dá-se pelo efeito do campo eléctrico cujo valor é dado por [18].

Podemos então concluir que num supercondutor, a condutividade total é dada por um número complexo composto pelas duas condutividades do fluxo “normal”,  $n$ , e “indutivo”,  $s$ .

No domínio da frequência a condutividade do supercondutor será dada pela expressão

$$\sigma(\omega) = \sigma_1(\omega) - i\sigma_2(\omega)$$

[23]

Sendo

$$\sigma_1 = \frac{n_n \cdot e^2 \cdot \tau_n}{m}$$

[24]

e

$$\sigma_2 = \frac{n_s \cdot e^2}{m \cdot \omega}$$

[25]

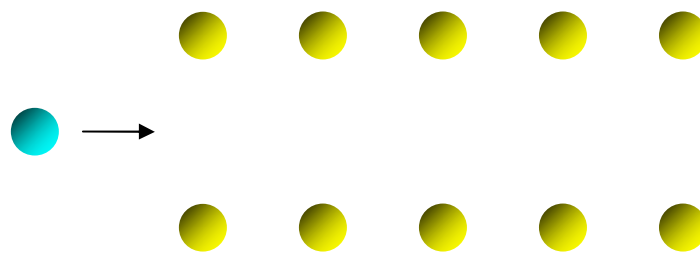
Analisando a expressão [25], podemos concluir que quando  $\omega=0$ , a condutividade  $\sigma_2$  assume um valor infinito e toda a corrente é transportada no canal “Supercondutor”, o que não acontece para valores de  $\omega$  diferentes de zero. Neste caso a condutividade tem um valor finito o que implica a existência de perdas.

## 5.9 O Modelo BCS

Como já foi referido anteriormente, num material condutor no seu estado normal, o movimento dos electrões que transportam a corrente eléctrica é feito de forma desordenada, havendo choques permanentes entre electrões, entre estes e as impurezas do material e entre estes e a rede cristalina de iões, originando a sua dispersão pelo material e impedindo que estes se movimentem numa trajectória constante. Este fenómeno é causado pela vibração da estrutura do material em causa, que pode ser influenciada por factores externos ao mesmo, como por exemplo, a temperatura. O facto do transporte da corrente eléctrica, num material normal, ser feito nestas condições implica uma perda de energia, originando a resistência eléctrica.

O movimento dos electrões num supercondutor pode ser explicado pela teoria BCS<sup>1</sup>. A temperaturas inferiores à temperatura crítica ( $T_C$ ), não existem desvios na trajectória dos electrões e estes estão sujeitos a uma vibração mínima, ou seja, o mecanismo que origina o dispersar dos electrões pela estrutura do material encontra-se impedido de actuar. Deste modo os electrões circulam pelo material sem estarem sujeitos aos desvios de trajectória, o que significa que não existirão perdas de energia, ou seja, não existirá resistência.

A teoria BCS relata ainda outro fenómeno interessante conhecido como, “Pares de Cooper”. De acordo com a teoria BCS, o movimento dos electrões ao longo de um material no seu estado supercondutor é feito com pares de electrões. Imaginemos um corredor, dentro da estrutura de um material constituída por iões positivos, onde circula um electrão, conforme ilustrado na Figura 17.

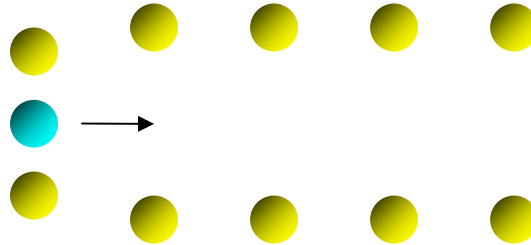


**Figura 17 – Movimento de um electrão pela estrutura do material.**

---

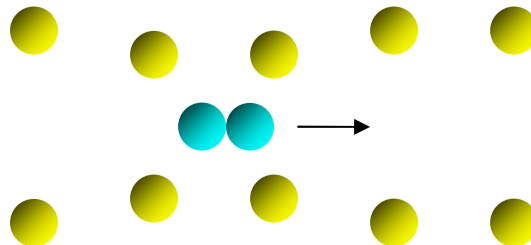
<sup>1</sup> John Bardeen, Leon Cooper, and John Schrieffer, três físicos norte-americanos que em 1957, construíram a primeira teoria aceite acerca da supercondutividade.

Este electrão, com carga negativa, ao aproximar-se dos iões positivos, fará com que estes se movimentem para perto dele. Isto irá criar, próximo do electrão, uma zona com excesso de carga positiva, como podemos ver na Figura 18.



**Figura 18 – Início da constituição de um “Par de Cooper”.**

Um outro electrão, “sentindo” um excesso de carga positiva, será atraído para a posição do primeiro, originando um Par de Cooper, conforme representado na Figura 19.



**Figura 19 – “Par de Cooper” em circulação.**

### 5.10 O modelo de Bean para o estado crítico e forças de ancoragem

Quando uma corrente eléctrica, de densidade  $\vec{J}$  flui no interior de um supercondutor de tipo II que se encontra no estado misto, cada linha de fluxo ( $\vec{u}_z$ ) no interior do material fica submetida a uma força de Lorentz dada por [15]:

$$\vec{F}_L = \Phi_0 \vec{J} \times \vec{u}_z$$

[26]

Em primeira aproximação, as linhas de fluxo irão mover-se por acção e paralelamente a esta força, com velocidade  $\vec{v}$ . De acordo com as equações de Maxwell, o movimento das linhas de fluxo no interior do supercondutor dará origem à existência de um campo eléctrico:

$$\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$$

[27]

paralelo a  $\vec{J}$ , com o consequente aparecimento de uma resistividade finita. O movimento das linhas de força é, no entanto, contrariado pelo fenómeno da *ancoragem* (do inglês “pinning”) das linhas de fluxo pelos defeitos do material. Os defeitos (lacunas, impurezas, maclas, etc.) no interior de um material supercondutor correspondem a regiões onde o estado supercondutor está enfraquecido pelo que, quando as linhas de fluxo se alojam nesses defeitos, é minimizada a energia perdida devido à existência desses defeitos.

Este efeito traduz-se na existência de uma força atractiva entre as linhas de fluxo e os defeitos, a que se dá o nome de força de ancoragem,  $\vec{F}_p$ .

No modelo de Bean [16] para o denominado *estado crítico*, a existência de uma corrente no interior do supercondutor pode coexistir com um estado de resistividade nula desde que não exista movimento das linhas de fluxo, isto é, desde que a força de Lorentz não supere as forças de ancoragem,  $\vec{F}_L \leq \vec{F}_p$ , o que se traduz pela existência de uma *corrente crítica*  $J_c$ , determinada pela condição:

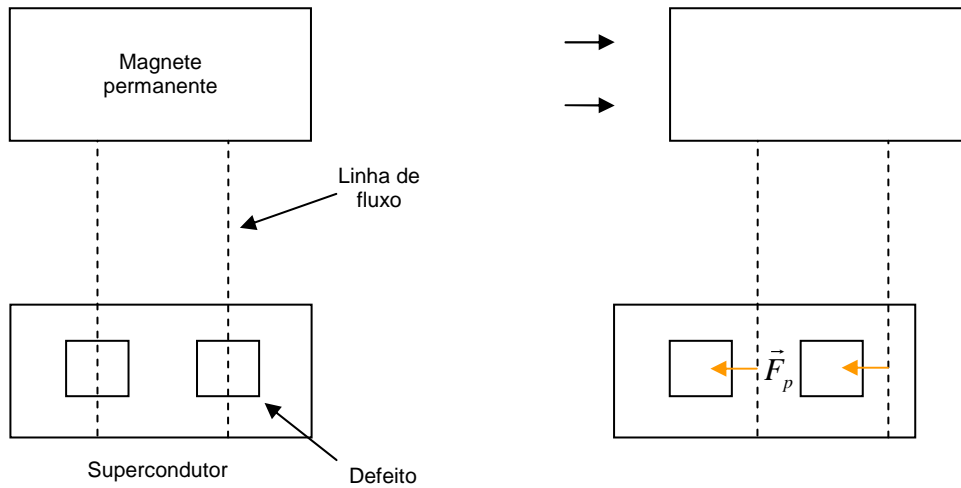
$$J_c \leq \frac{F_p}{B}$$

[28]

A corrente crítica depende do valor do campo aplicado e das características morfológicas do material supercondutor, ou seja, da densidade de defeitos existente no seu interior.

A existência das forças de ancoragem entre as linhas de fluxo e os defeitos de um material supercondutor contribui igualmente para uma grande estabilidade lateral num sistema de levitação magnete permanente - supercondutor, uma vez que a ancoragem

pelos defeitos das linhas de força que atravessam o supercondutor, contraria a ocorrência de eventuais desvios laterais entre o magnete e o supercondutor.



**Figura 20 – Representação esquemática do efeito de ancoragem para um desvio lateral do magnete permanente.**

## **Capítulo 6      Modelização do volante de inércia com o programa ANSYS**

*Neste capítulo é apresentada a simulação feita com o software Ansys, que consistiu na modelização e parametrização do rotor, calculando-se o campo magnético criado pelo magnete permanente.*

O programa ANSYS foi utilizado para construir um modelo do conjunto rotor + supercondutor, sendo o rotor da máquina constituído pelo volante de inércia e pelo magnete permanente.

O objectivo principal da utilização deste programa foi o de analisar o campo magnético ao qual o supercondutor irá estar sujeito.

### 6.1 Definição da geometria da peça

A peça desenhada encontra-se representada nas figuras seguintes.

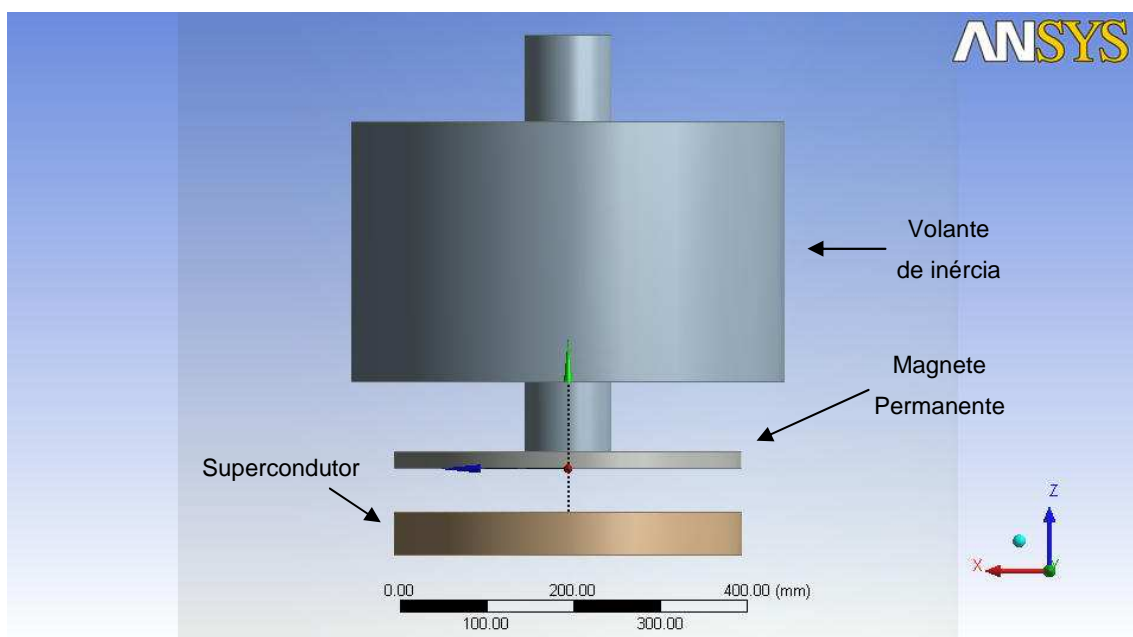
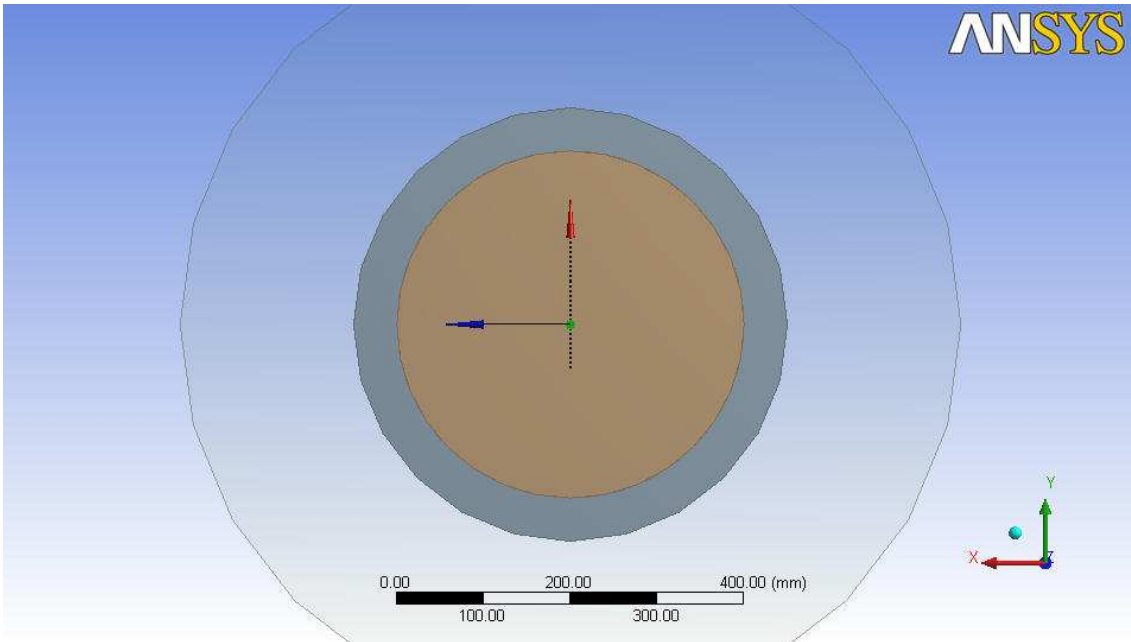
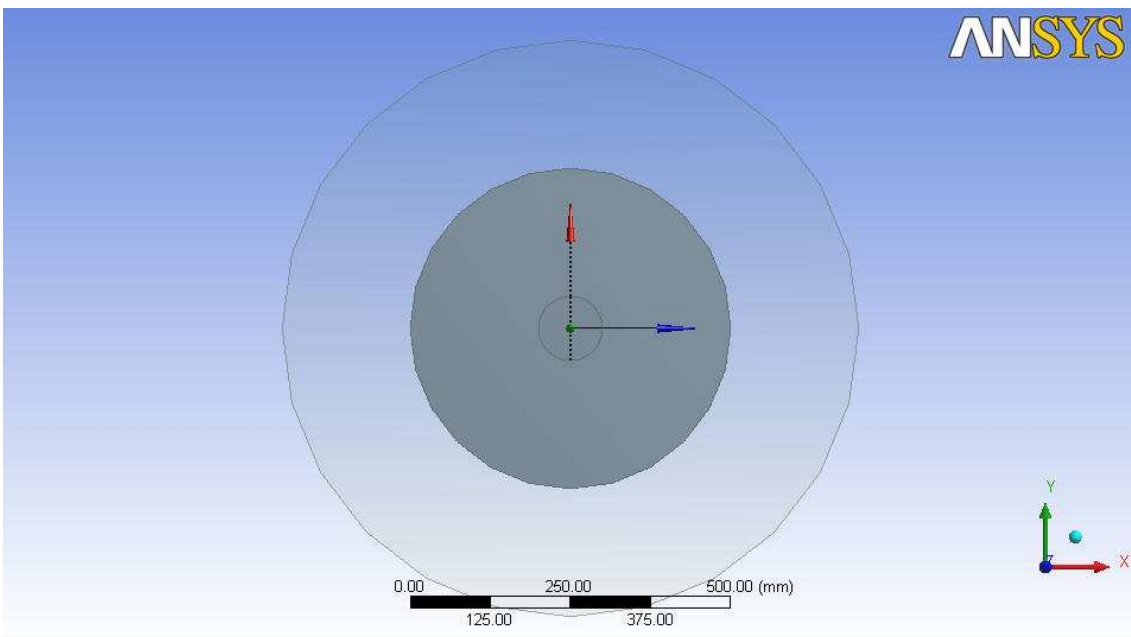


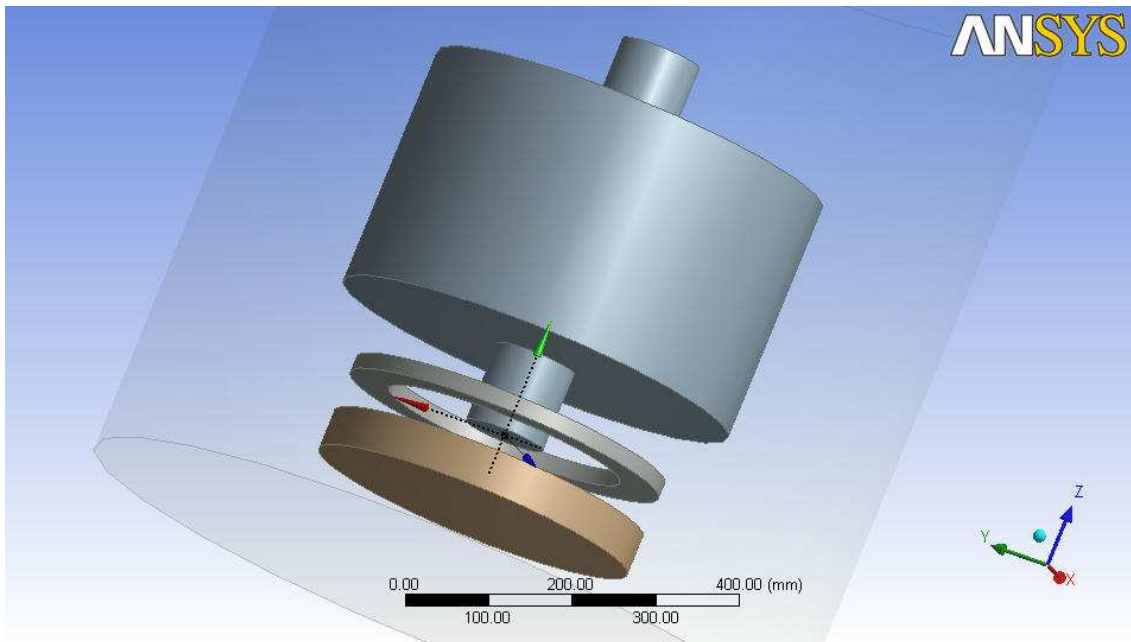
Figura 21 - Alçado frontal do conjunto rotor + supercondutor.



**Figura 22 - Vista de base do conjunto rotor + supercondutor.**



**Figura 23 - Vista de topo do conjunto rotor + supercondutor.**



**Figura 24 – Vista em perspectiva do conjunto rotor + supercondutor.**

As dimensões da máquina são as seguintes, em centímetros:

- ✕ Magnete permanente
  - Raio interior: 15
  - Raio exterior: 20
  - Espessura: 2
- ✕ Supercondutor
  - Raio: 20
  - Espessura: 5

Não foi tida especial atenção às dimensões do rotor, pois estas não influenciam os campos magnéticos criados pelo magnete e pelo supercondutor. As dimensões são as seguintes:

- ✕ Volante de inércia
  - Raio: 25
  - Espessura: 30
- ✕ Veio
  - Raio: 5

- o Espessura: 50

## 6.2 Elaboração da simulação

O passo seguinte consistiu em definir os materiais que compõem a peça. O ANSYS possui uma biblioteca de materiais que podem ser associados às peças construídas.

Criou-se um material novo para simular o efeito do magnete permanente que teve como parâmetros um campo coercivo de  $1,2 \times 10^6$  A/m e uma indução magnética remanescente de 1,5 T. Os valores apresentados têm como base um magnete permanente de Neodímio-Ferro-Boro (NdFeB) [17]

O rotor foi considerado como sendo em aço inoxidável.

Apresenta-se nas figuras seguintes a intensidade de campo magnético em torno do magnete permanente.

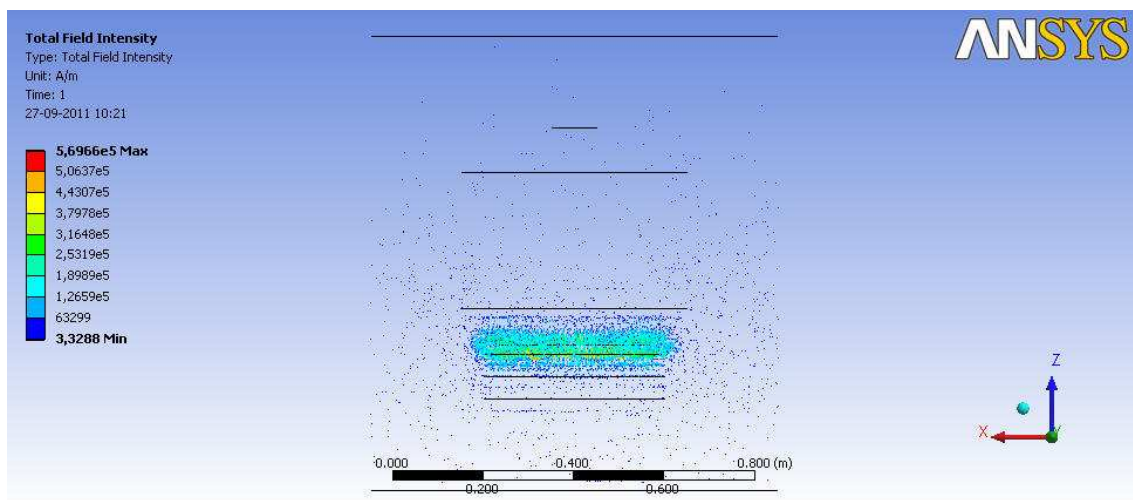


Figura 25 - Campo magnético criado pelo magnete permanente – alçado lateral.

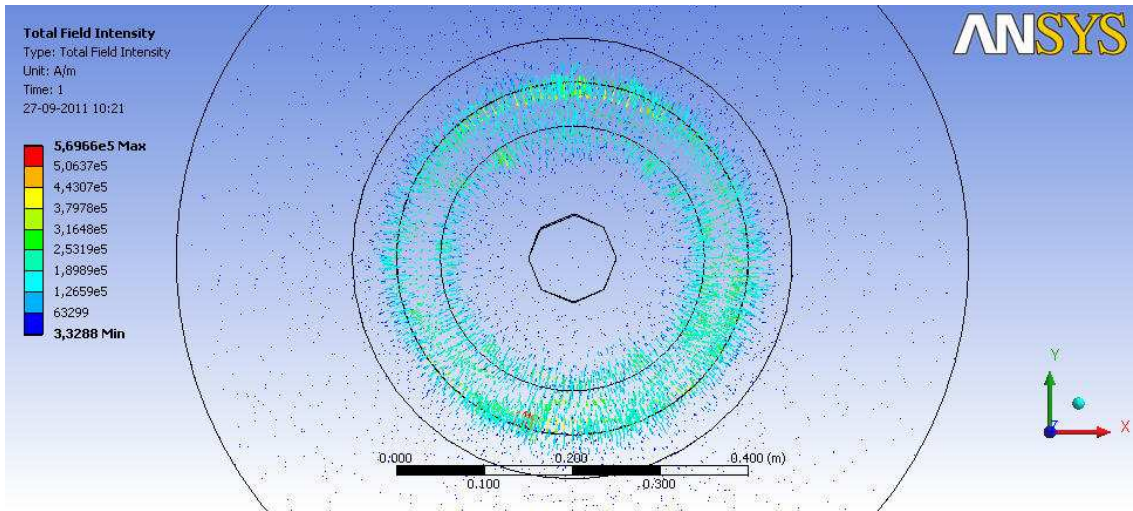


Figura 26 - Campo magnético criado pelo magnete permanente – vista de topo.

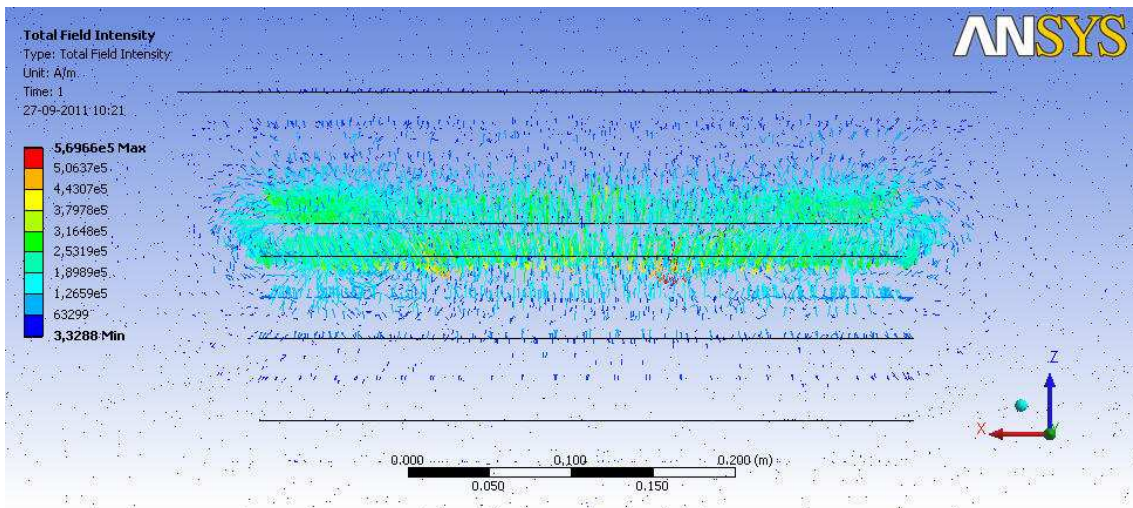
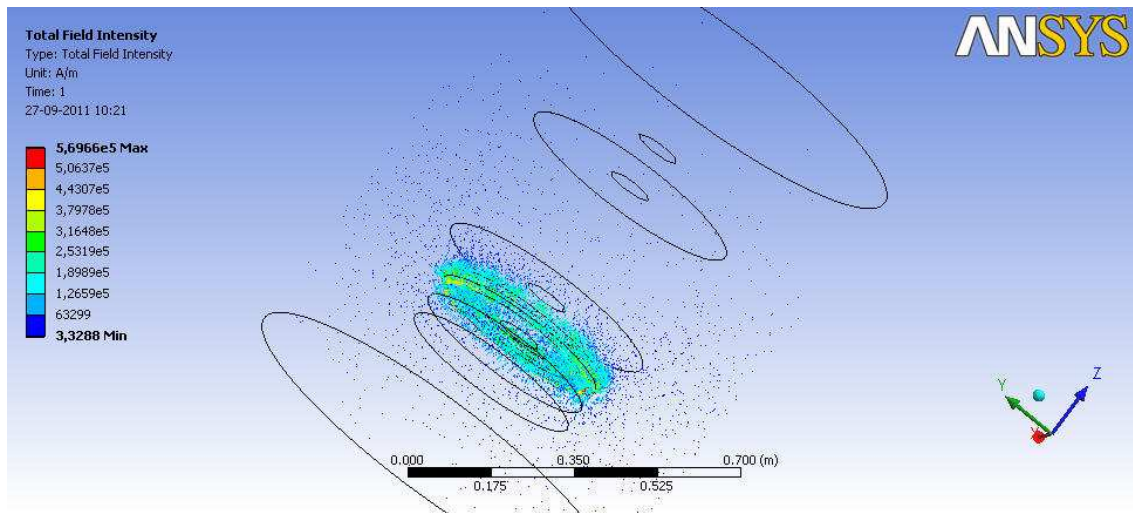


Figura 27 - Campo magnético criado pelo magnete permanente – pormenor do alçado lateral.



**Figura 28 - Campo magnético criado pelo magnete permanente – vista em perspectiva.**

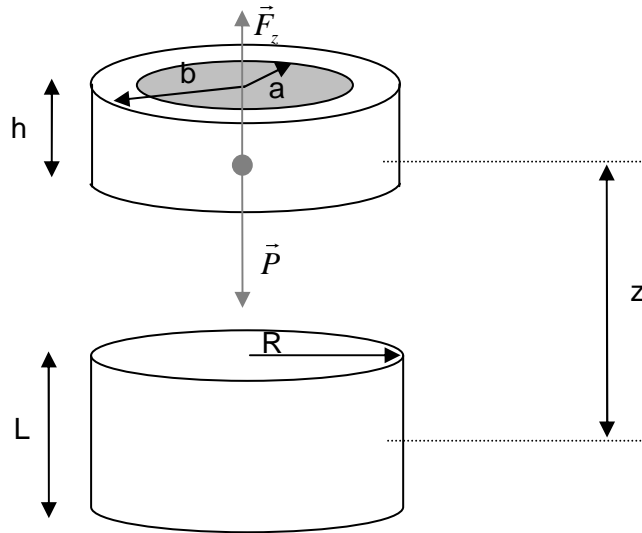
A simulação efectuada permite concluir que o campo magnético criado pelo magnete permanente tem intensidade máxima na vizinhança imediata do magnete, como seria de esperar, decrescendo rapidamente à medida que a distância a este cresce. O campo magnético faz-se sentir, na direcção axial (eixo z) até distâncias da ordem de 15 cm das faces do magnete, sendo este o limite para a colocação do material supercondutor. No capítulo seguinte, o campo magnético utilizado para o cálculo da força de levitação será descrito por termos dipolares.

## Capítulo 7 Cálculo da Força de Levitação

*O presente capítulo tem como objectivo determinar a força de levitação a que ficará submetido o magnete permanente, o que permitirá parametrizar o supercondutor necessário para levantar um rotor com uma massa de 30 kg.*

## 7.1 Cálculo

Para a obtenção da expressão da força de levitação considerou-se um supercondutor do tipo II, cilíndrico, de raio  $R$  e espessura  $L$ , acima do qual levita a uma distância  $z$ , um ímã permanente em forma de anel, com raio interior  $a$ , raio exterior  $b$  e espessura  $h$  (ver Figura 29).



**Figura 29 – Diagrama esquemático do conjunto supercondutor - ímã permanente**

A condição de equilíbrio do sistema é

$$\vec{F}_z + \vec{P} = 0$$

[29]

com  $|z| > \frac{L}{2} + \frac{h}{2}$ . A condição para  $z$  garante que a base do ímã está a uma cota superior ao topo do supercondutor.

Considera-se que o supercondutor está no estado crítico.

A distribuição de corrente no supercondutor, com densidade de corrente  $\vec{J}$  possui um momento magnético dipolar [18]:

$$\vec{m} = \frac{1}{2} \cdot \iiint_V \vec{r} \times \vec{J} d^3\vec{r}$$

[30]

A magnetização é dada pela expressão:

$$\vec{M}_{SC} = \frac{\vec{m}}{V}$$

[31]

Sendo  $\vec{m}$  o momento magnético do supercondutor e  $V$  o seu volume (neste caso  $\pi R^2 L$ ).

Devido à simetria axial do conjunto supercondutor - magnete permanente, a densidade de corrente crítica tem uma direcção angular e o valor da indução magnética assumido ao longo de  $z$  e é dado pela expressão:

$$\vec{M}_{SC} = \left( \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot L} \int \vec{r} \times \vec{J} d^3\vec{r} \right)_z$$

[32]

A força entre o magnete permanente e o supercondutor é dada pela expressão:

$$\vec{F} = \mu_0 \int (\vec{M}_{SC} \cdot \vec{\nabla}) \vec{H}_e dV$$

[33]

Onde  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética no vácuo,  $\vec{H}_e$  é o campo magnético efectivo no interior do supercondutor (considerando o campo magnético criado pelo magnete permanente e o campo desmagnetizante  $\vec{H}_a$ <sup>1</sup>) e  $V$  é o volume do supercondutor.

O campo magnético efectivo pode ser relacionado com o campo criado pelo magnete permanente  $\vec{H}_a$ , recorrendo ao factor de desmagnetização aproximado,  $N$ :

$$\vec{H}_e = \frac{\vec{H}_a}{1 + \chi_m \cdot N}$$

[34]

Para o campo magnético  $\vec{H}_a$ , utilizam-se apenas os termos dipolares:

$$\vec{H}_a = \frac{M_{PM}}{4\pi} \int \left( \frac{3\vec{r} \cdot d^3\vec{r}_{PM}}{r^5} - \frac{d^3\vec{r}_{PM}}{r^3} \right)$$

[35]

---

<sup>1</sup> Ver apêndice I.

O factor desmagnetizante  $N$ , é função do tamanho e forma do supercondutor. No presente trabalho os valores de  $N$  adoptados nas simulações efectuadas tiveram como base o estudo efectuado por Du-Xing Chen e James A. Brug [19], no qual se obtém o valor do factor de desmagnetização para um elipsóide aproximado, assumindo que o supercondutor se comporta como um diamagnete perfeito, em função da relação entre a espessura e o raio do supercondutor ( $L/R$ ). Foram utilizados os valores de  $N$  correspondentes a uma susceptibilidade magnética  $\chi = -1$ , que é uma boa aproximação para campos magnéticos muito inferiores ao campo crítico  $H_{c2}$ , como no caso em estudo.

A força de levitação corresponde à sua componente vertical [20]:

$$F_z = \mu_0 \int M_z \frac{\partial H_z}{\partial z} dV \quad [36]$$

O valor da magnetização é obtido a partir da expressão [32] e considerando que a densidade de corrente crítica  $J_c$  é constante em todo o volume do supercondutor.

O cálculo da magnetização encontra-se detalhado no apêndice II, sendo o seu valor:

$$M_{sc} = \frac{1}{2\pi R^2 L} \iiint \vec{r} \times \vec{J} d^3\vec{r} = \frac{1}{2\pi \cdot R^2 \cdot L} \cdot \frac{2\pi \cdot R^3 \cdot J \cdot L}{3} \vec{e}_z = \frac{1}{3} \cdot J \cdot R \vec{e}_z \quad [37]$$

Com o cálculo do integral da expressão [32], no volume  $V$  do supercondutor, obtém-se a expressão para a força de levitação:

$$F_z = f\left(z + \frac{L}{2}\right) - f\left(z - \frac{L}{2}\right) \quad [38]$$

Onde:

$$f_z = \frac{\mu_0}{6 \cdot (1-N)} \cdot J_c \cdot M_{PM} \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \left( \begin{aligned} & \frac{2 \cdot z - h}{\sqrt{4 \cdot a^2 + (h - 2 \cdot z)^2}} - \frac{2 \cdot z + h}{\sqrt{4 \cdot a^2 + (h + 2 \cdot z)^2}} + \\ & + \frac{h - 2 \cdot z}{\sqrt{4 \cdot b^2 + (h - 2 \cdot z)^2}} + \frac{h + 2 \cdot z}{\sqrt{4 \cdot b^2 + (h + 2 \cdot z)^2}} \end{aligned} \right)$$

[39]

Os parâmetros físicos considerados para o magnete permanente e para o supercondutor, no sistema em estudo, foram os seguintes (em centímetros):

a= 15; b=20; h=2;

R= 20; L=5

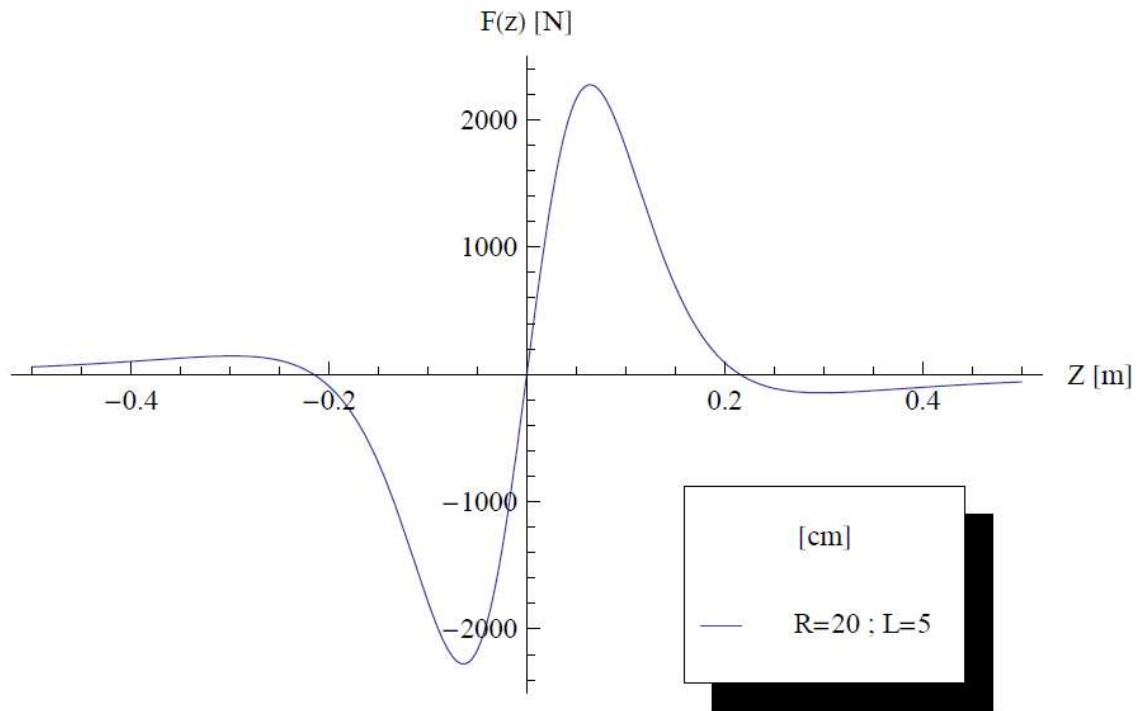
Estes valores foram definidos como sendo valores de arranque apenas para se traçar uma primeira curva referente à força de levitação.

Os valores da magnetização do magnete permanente,  $M_{PM}$ , e densidade de corrente crítica do supercondutor,  $J_c$ , considerados, foram respectivamente,  $1.6 \times 10^6$  A/m [17] e  $3 \times 10^6$  A/m<sup>2</sup>. Este valor de corrente crítica é consistente com os valores obtidos em amostras prensadas de YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-δ</sub>, a 77K e campos inferiores a  $B=100$  G (0,01 T) ou  $H=8000$  A/m [21].

Estes valores estão também de acordo com os campos criados na região onde se encontra o supercondutor, de acordo com a simulação do campo criado pelo magnete permanente, efectuada com o software Ansys (ver Figura 25).

Da relação  $L/R$ , retirou-se o valor do factor de desmagnetização aproximado,  $N$ , de 0.66.

Para o cálculo da força de levitação utilizou-se o software Mathematica. A Figura 30, mostra a força de levitação em função da distância entre o magnete permanente e o supercondutor:



**Figura 30 - Força de levitação em função da distância entre o ímã permanente e o supercondutor**

Podemos observar que a força de levitação é nula quando a distância entre o ímã e o supercondutor é nula. À medida que os dois se afastam, a força aumenta, atingindo um máximo de 2274 N num valor de  $z$  de aproximadamente 6 cm, começando depois a diminuir. No gráfico anterior só tem significado físico a região com  $|z| > \frac{L}{2} + \frac{h}{2}$ , sendo esta a posição a partir da qual o supercondutor e o ímã já se afastaram e não se tocam mutuamente.

Neste trabalho considerou-se um massa total de 30 kg para o rotor, o que implica a geração de uma força de levitação de aproximadamente 300 N.

A força de levitação máxima obtida é bastante superior aquela necessária para levantar o rotor em estudo com um peso de 300 N. Isto significa que o raio e a espessura do supercondutor têm valores demasiado elevados, também implicando um custo de investimento maior do que aquele estritamente necessário. Assim, iremos otimizar as dimensões do supercondutor, alterando o valor da sua espessura ( $L$ )<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Note-se que para cada combinação de  $L/R$  se deve obter um novo valor para  $N$ , efectuando-se uma extrapolação linear a partir dos valores contidos em [19].

A Figura 31 e a Figura 32 – representam as curvas obtidas para a força de levitação, fixando o valor de R em 20 cm e variando L entre 1 mm e 0,1 mm.

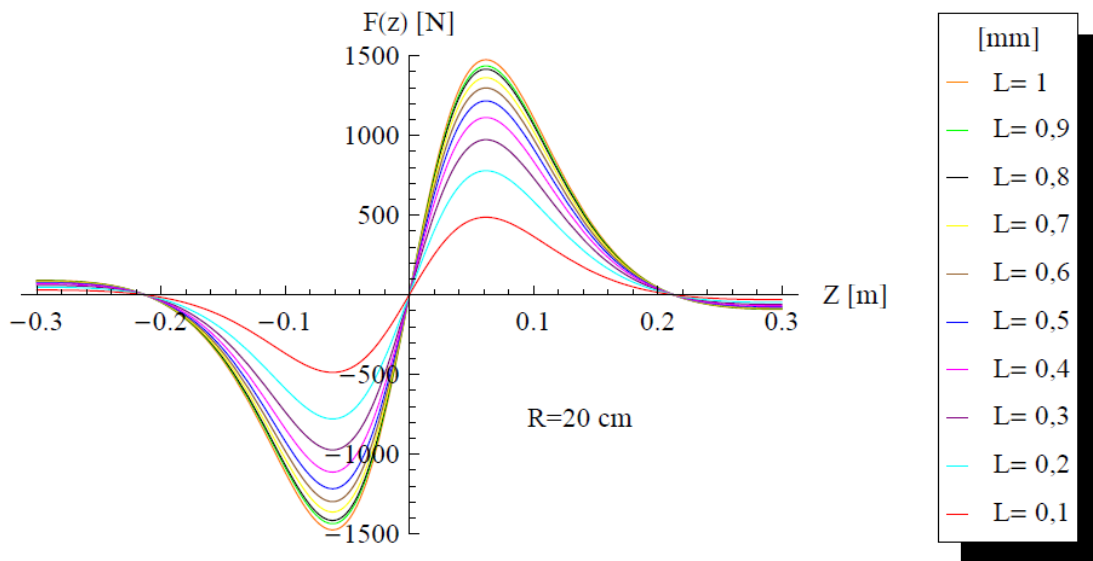


Figura 31 – Força de levitação para  $R=20$  cm e  $L$  variável.

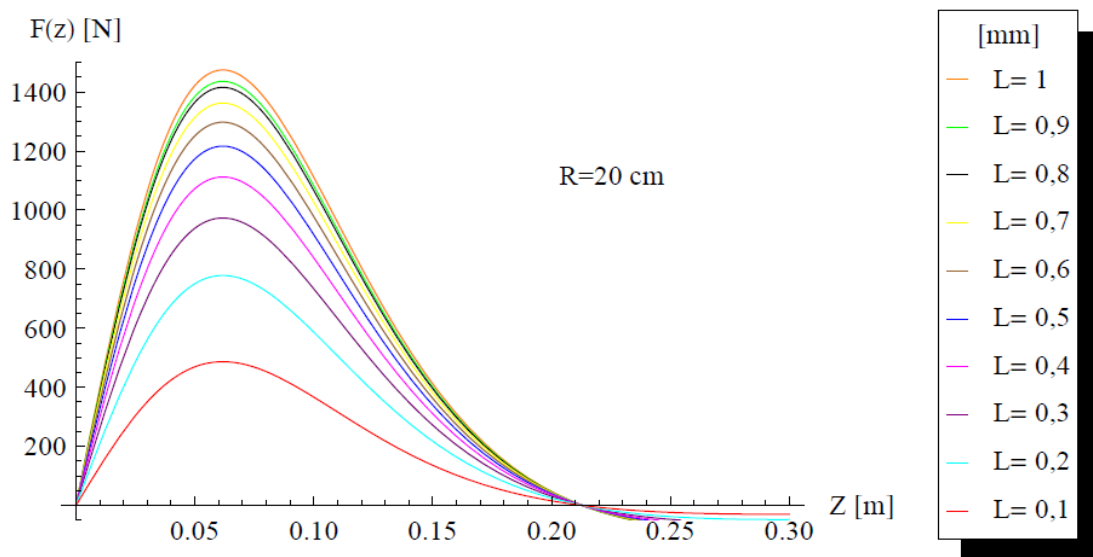
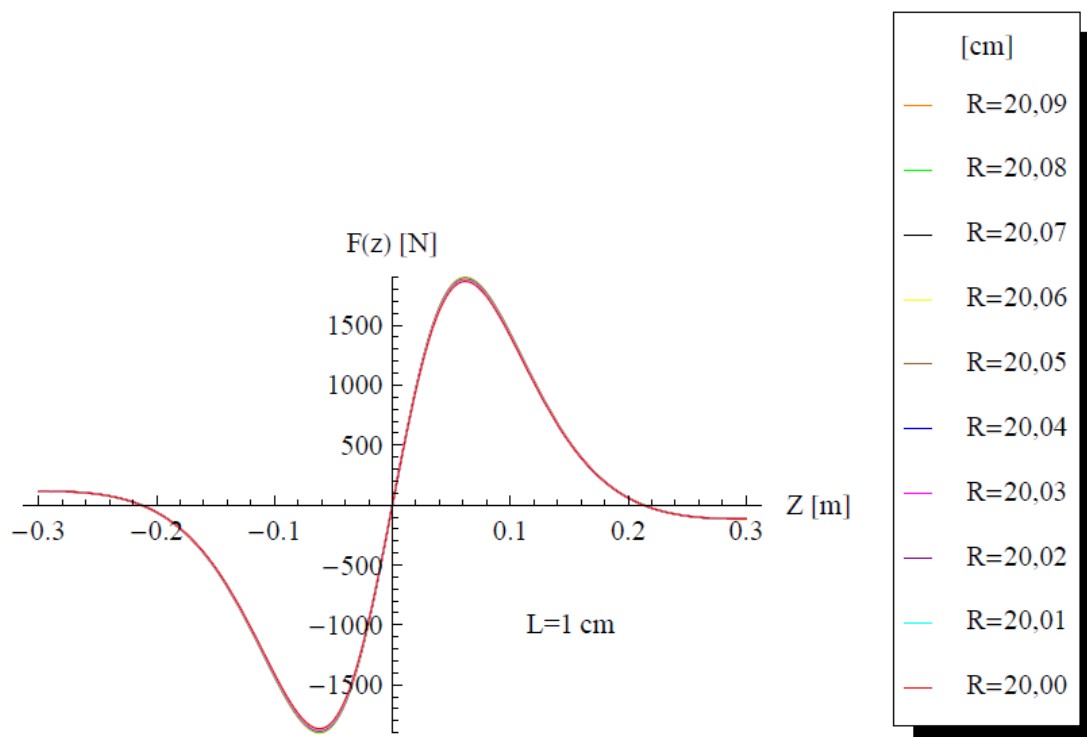


Figura 32 – Força de levitação para  $z > 0$ ,  $R=20$  cm e  $L$  variável.

Da observação das figuras anteriores podemos concluir que um supercondutor com 0,1 mm de espessura é suficiente para produzir uma força de levitação máxima de aproximadamente 500N, suficiente para levantar o rotor. Optou-se por não alterar o valor de R, mantendo-o com o mesmo valor do raio exterior do magnete permanente de modo a garantir o aproveitamento da região onde o campo por este produzido é mais intenso.

No entanto, para análise da sensibilidade do sistema à variação dos valores de  $R$  e de  $L$ , elaboraram-se as simulações seguintes: fixando o valor de  $L$  em 0,1 mm e variando  $R$  entre 20 cm e 20,09 cm com incrementos de 0,1 mm, semelhantes aos usados para a variação de  $L$

Na Figura 33 pode-se constatar que, para esta ordem de grandeza, a variação de  $R$  praticamente não afecta o valor da força de levitação.



**Figura 33 - Força de levitação para  $L=1$  cm e  $R$  variável**

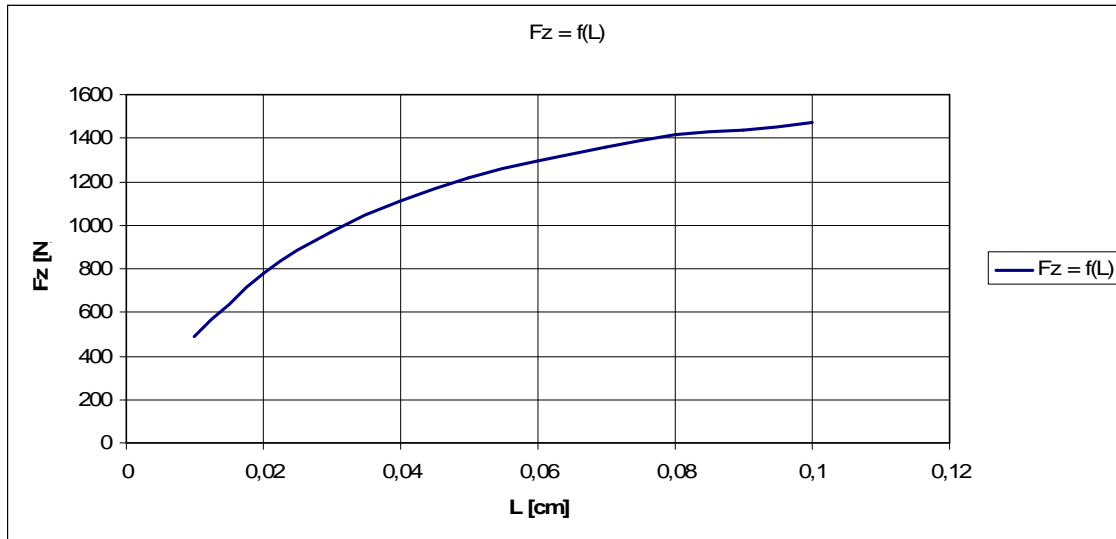
Da análise da Figura 31, Figura 32 – e Figura 33 podemos concluir que o sistema é muito mais sensível à variação de  $L$  do que à variação de  $R$ , originando grandes variações no valor máximo da força de levitação produzida quando  $L$  varia.

Na Figura 34 e Figura 35 traçou-se a variação da força de levitação máxima em função de  $L$  e de  $R$ , respectivamente, tendo como base os valores obtidos com o software Mathematica.

Os valores máximos da força de levitação em função de  $L$  obtidos apresentam-se na Tabela 1:

**Tabela 1 – Força de levitação máxima para vários valores de L**

L [mm]	0,010	0,020	0,030	0,040	0,050	0,060	0,070	0,080	0,090	0,100
$F_z^{\max}$ [N]	486,6	778,6	973,3	1112,4	1216,6	1297,8	1362,7	1415,7	1436	1474,7

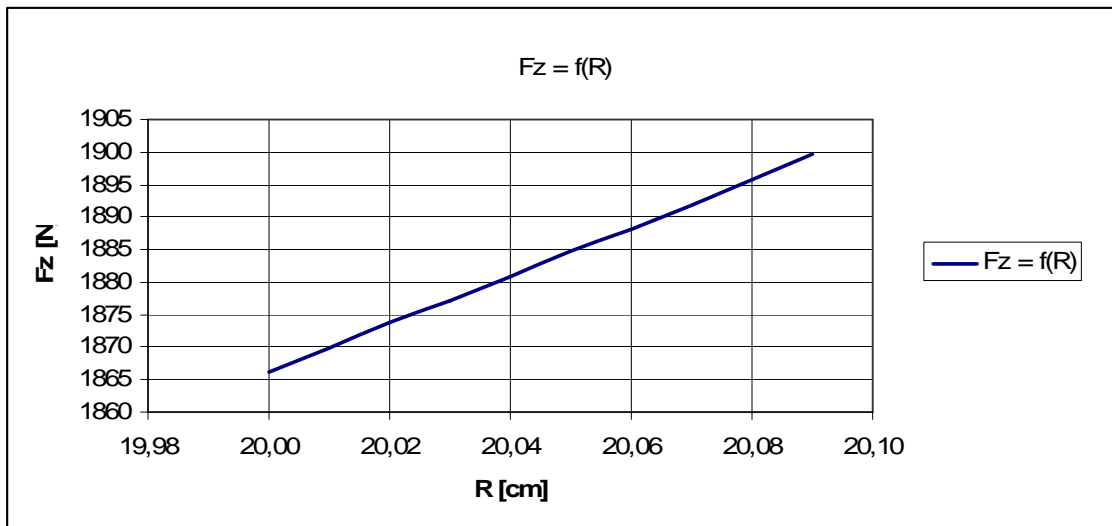


**Figura 34 – Variação da força de levitação máxima em função do valor de L**

Os valores máximos da força de levitação em função de L obtidos apresentam-se na Tabela 2:

**Tabela 2 - Força de levitação máxima para vários valores de R**

R [cm]	20,00	20,01	20,02	20,03	20,04	20,05	20,06	20,07	20,08	20,09
$F_z^{\max}$ [N]	1866	1869	1873	1877	1880	1884	1888	1891	1895	1899



**Figura 35 – Variação da força de levitação máxima em função do valor de R**

Conforme se pode observar, a curva da variação da força de levitação máxima em função de R apresenta um comportamento linear enquanto que a curva da variação da força de levitação máxima em função de L apresenta uma concavidade negativa.

Note-se que para incrementos semelhantes, a variação de  $F_z^{\max}$  com L é muito mais importante do que com R:

$$\frac{\Delta F_z^{\max}(L = 0,1)}{F_z^{\max}(L = 0,1)} = 988$$

[40]

$$\frac{\Delta F_z^{\max}(R = 20,09)}{F_z^{\max}(R = 20,09)} = 0,02$$

[41]

Esta análise pode ajudar a concluir que na concepção de um sistema desta natureza e, na obtenção da força de levitação requerida, o parâmetro L pode ser utilizado para um ajuste grosso e o parâmetro R para um ajuste fino.

## 7.2 Rigidez magnética

A outra grandeza fundamental a considerar é a rigidez magnética<sup>1</sup>. A rigidez magnética entre o supercondutor e o ímã permanente é equivalente a uma

<sup>1</sup> Do inglês "magnetic stiffness".

constante elástica, pois representa a capacidade que o sistema tem de reagir ou de se opor a alterações na posição relativa entre eles, quando em levitação. A rigidez magnética existe tanto axialmente como radialmente.

A rigidez magnética vertical (ou axial) [20] é dada pela expressão:

$$K_z = -\frac{dF_z}{dz} \quad [42]$$

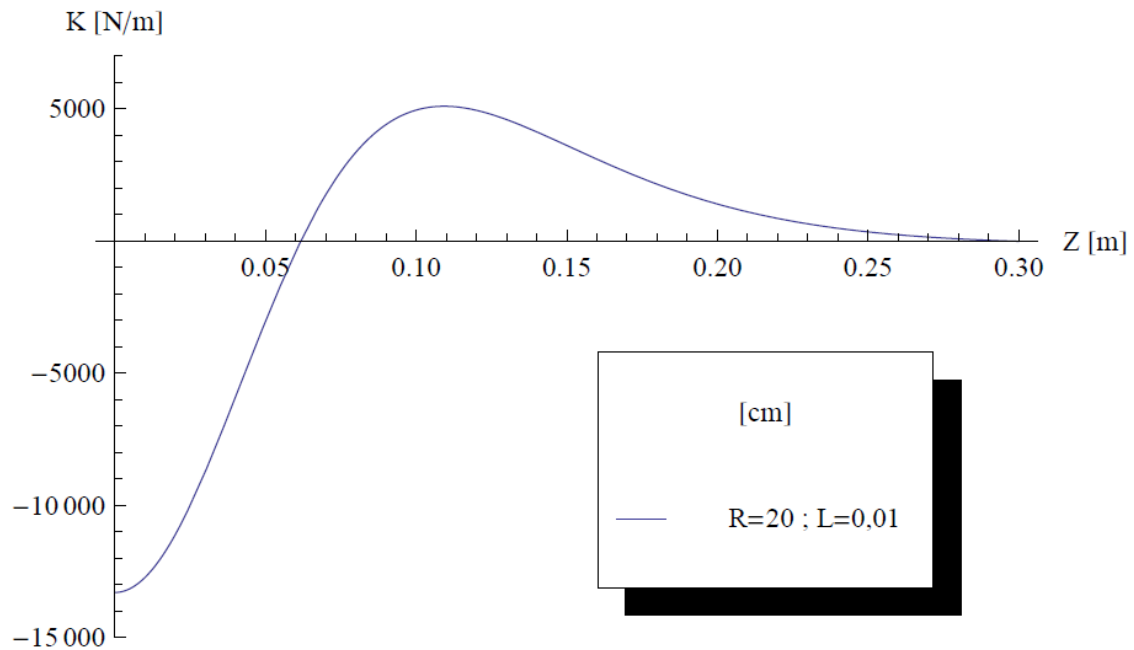
Rescrevendo a equação [42] em ordem a  $dF_z$ , obtemos a seguinte expressão:

$$dF_z = -K_z \cdot dZ \quad [43]$$

Para valores de  $K_z$  positivos, se a altura aumenta (o magnete permanente sobe),  $dZ$  aumenta ( $dZ > 0$ ), implicando uma diminuição da força ( $dF_z < 0$ ) o que leva a que o magnete desça para a sua posição original. Se a altura diminui (o magnete permanente desce),  $dZ$  diminui ( $dZ < 0$ ), implicando um aumento da força ( $dF_z > 0$ ), levando a magnete a subir

De acordo com Alqadi et al. [20], para valores muito negativos o sistema apresenta-se instável e para o valor máximo positivo, o sistema encontra-se no ponto de máxima estabilidade.

A Figura 36 representa a variação da rigidez magnética vertical com a distância entre o supercondutor e o magnete permanente, para os parâmetros que se adoptaram anteriormente ( $R=20$  cm e  $L=0,01$  cm).

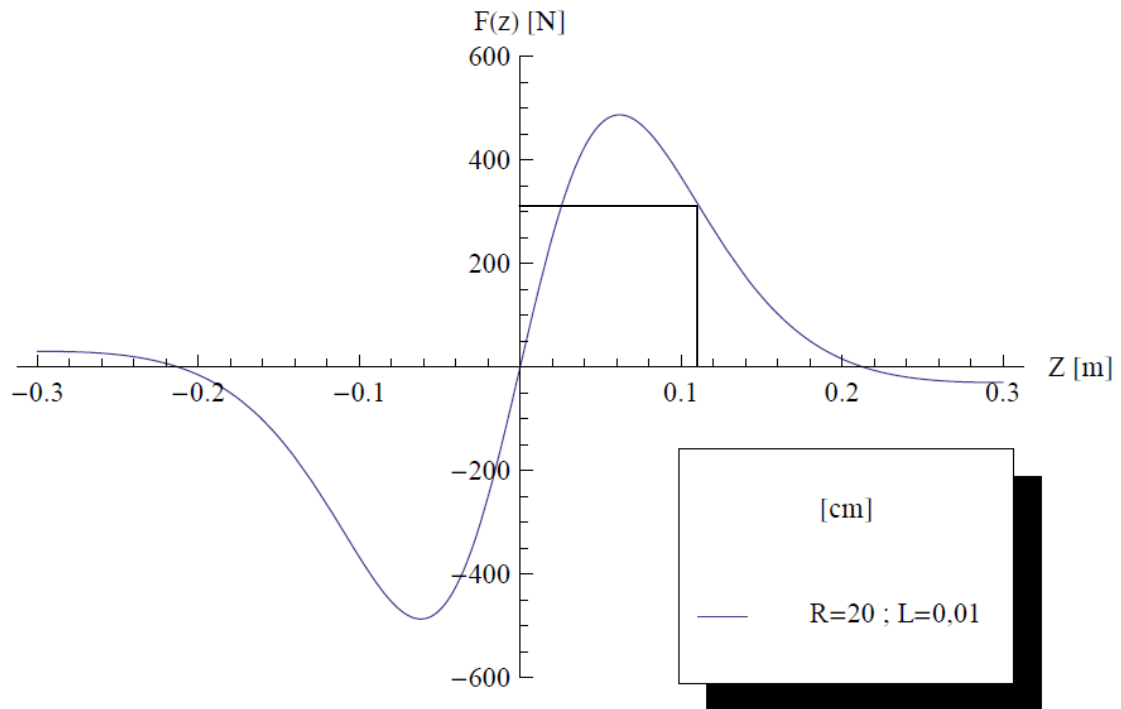


**Figura 36 - Variação da rigidez magnética vertical com a variação da distância entre o supercondutor e o ímã permanente.**

À medida que o ímã permanente e o supercondutor se afastam, a rigidez evolui de um valor negativo, passa por zero, atinge o seu valor máximo e volta a decrescer até se anular.

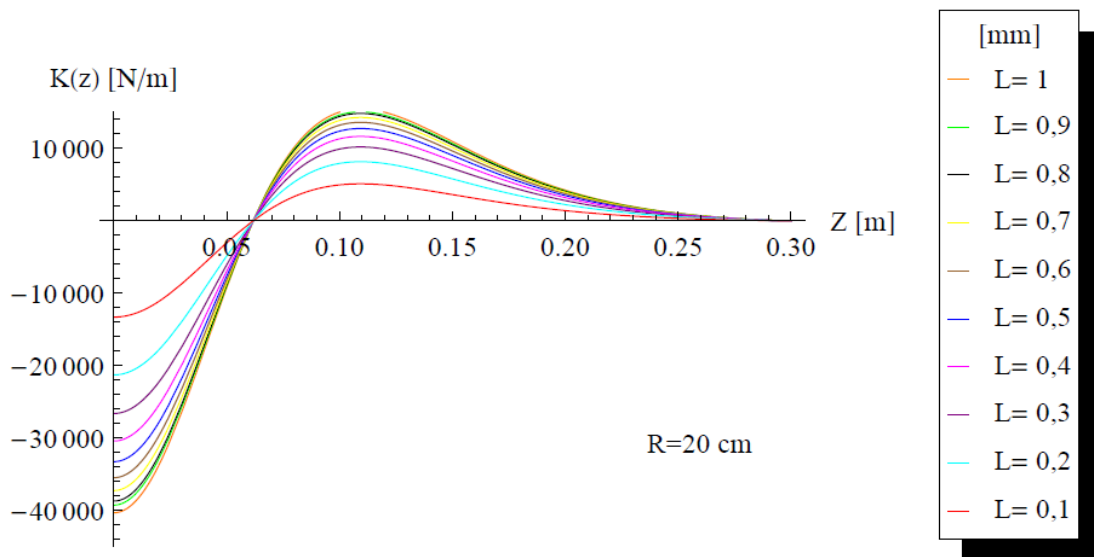
Assim, a escolha do ponto de funcionamento do sistema tem de considerar tanto a força disponível como o ponto referente à máxima rigidez magnética. Neste caso, através da Figura 36 sabemos que o valor máximo da rigidez magnética é 5093 N/m, valor obtido para  $z=10,9$  cm. Se analisarmos a Figura 37 concluímos que para  $z=10,9$  cm a força de levitação existente é de aproximadamente 320 N. Dado ser necessária uma força de 300N para levantar o rotor, o mesmo levitaria a uma distância ligeiramente superior, não estando no ponto de máxima rigidez magnética, mas não se afastando muito, o que conferiria bastante estabilidade ao sistema.

Outra forma de resolver o problema passaria por aumentar o peso do rotor de modo a ir ao encontro do valor obtido para  $F_z$  para o ponto de máxima rigidez magnética.



**Figura 37 – Representação da força de levitação**

À semelhança do efectuado para a força de levitação, obtiveram-se as curvas de rigidez magnética e de rigidez magnética máxima em função de L e de R.

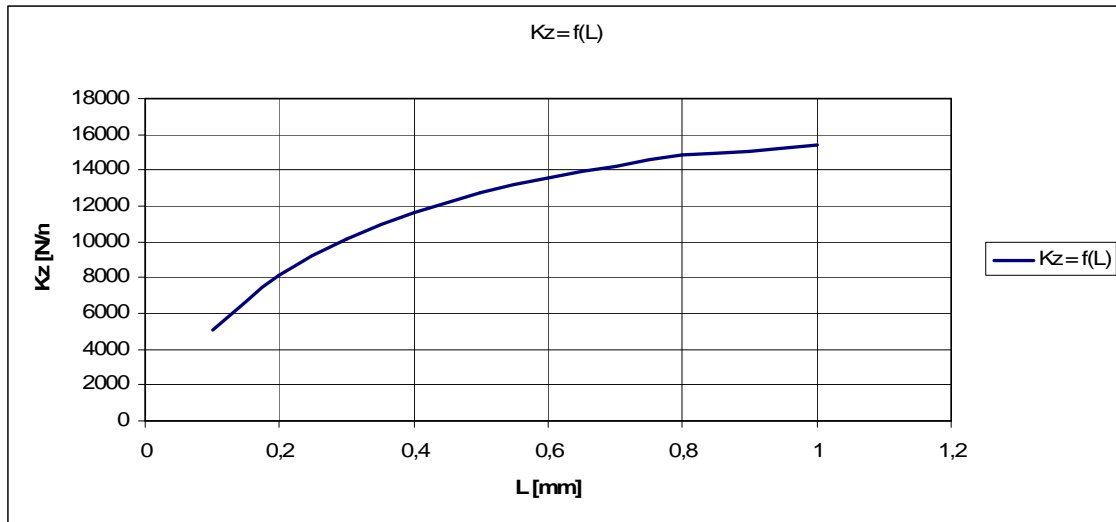


**Figura 38 - Rigidez magnética vertical em função de L.**

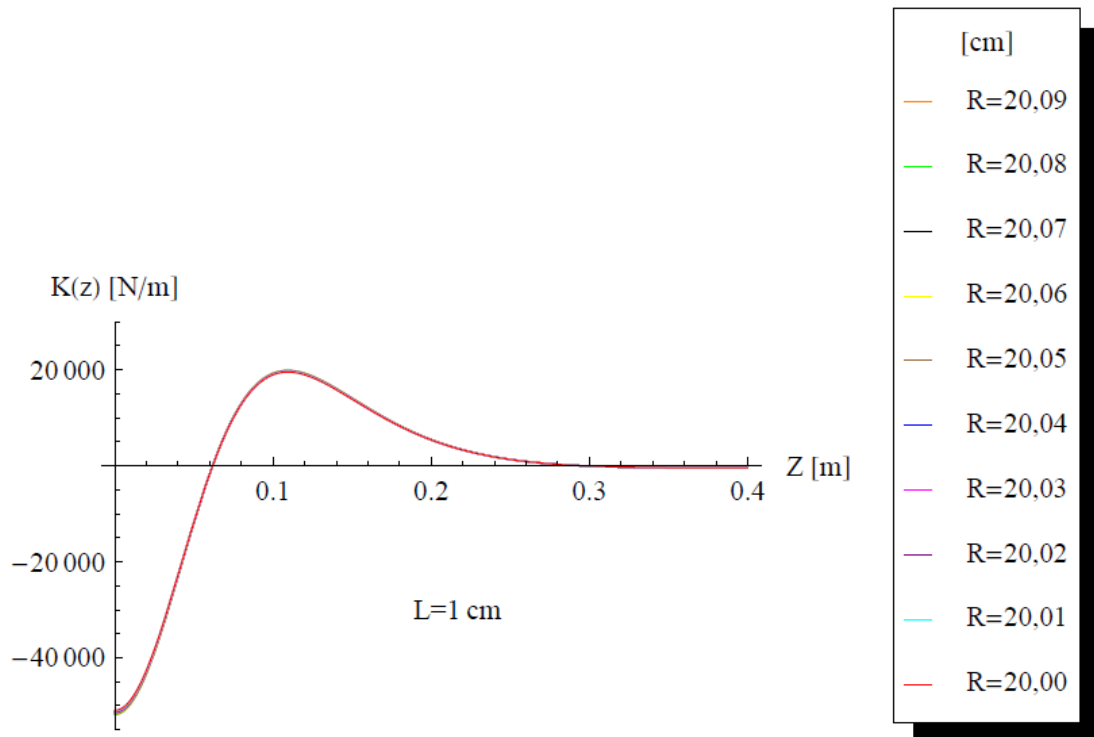
Os valores máximos obtidos para a rigidez magnética, em função de L, apresentam-se na Tabela 3:

**Tabela 3 – Rigidez magnética máxima para vários valores de L.**

L [mm]	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$K_z^{\max}(L)$ [N/m]	5093	8149	10186	11641	12733	13582	14261	14816	15029	15433



**Figura 39 - Variação da rigidez magnética máxima em função de L.**

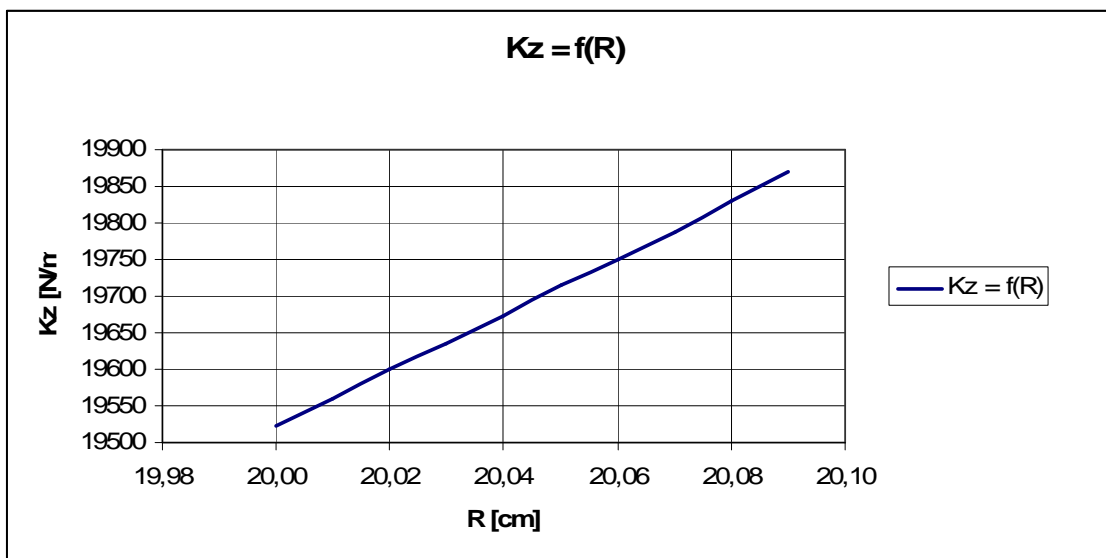


**Figura 40 – Rigidez magnética vertical em função de R.**

Os valores máximos obtidos para a rigidez magnética, em função de R, apresentam-se na Tabela 4:

**Tabela 4 - Rigidez magnética máxima para vários valores de R.**

R [cm]	20,00	20,01	20,02	20,03	20,04	20,05	20,06	20,07	20,08	20,09
$K_z^{\max}(R)$ [N/m]	19522	19559	19599	19636	19673	19714	19751	19788	19829	19871



**Figura 41 - Variação da rigidez magnética máxima em função de R.**

No que respeita à rigidez magnética vertical e máxima o comportamento é semelhante ao encontrado para a força de levitação, isto é, verifica-se uma muito maior sensibilidade à variação de  $L$ .

A Tabela 5 poderia ser usada para a escolha da espessura  $L$  do supercondutor em função do peso do rotor. Assim, tem-se na primeira coluna a espessura do supercondutor, na segunda coluna o valor de  $K_z^{\max}$ , na terceira coluna o valor de  $z$  correspondente ao ponto de máxima rigidez magnética e por fim o valor da força de levitação também correspondente ao ponto de máxima rigidez magnética (que é diferente do ponto de força de levitação máxima).

**Tabela 5 – Tabela para escolha da espessura do supercondutor**

L [mm]	$K_z^{\max}$ [N/m]	z [cm]	$F_z$ [N]
0,08	4706	11	296
0,09	4706	11	308
0,10	5093	11	320
0,20	8149	11	512
0,30	10186	11	640
0,40	11641	11	731
0,50	12733	11	900
0,60	13582	11	853
0,70	14261	11	896
0,80	14816	11	931
0,90	15029	11	944
1,00	15433	11	970

Concluindo, para  $F_z = P = 300N$  obtivemos uma rigidez máxima para  $z = 10,9$  [cm], o que corresponde a um hiato magnético de

$$\Delta = z - \left( \frac{L}{2} + \frac{h}{2} \right) = 10,9 - \left( \frac{0,01}{2} + \frac{2}{2} \right) = 9,9 \text{ cm}$$

[44]

O valor obtido para o hiato magnético torna possível a separação do supercondutor e do magnete permanente por um material paramagnético (que não perturbe as linhas de campo magnético,  $\mu \cong \mu_0$ ) com uma espessura que pode atingir vários centímetros; tal permitirá a construção de uma câmara criogénica que mantenha o supercondutor à temperatura de 77 K por recurso a um banho de azoto líquido, permitindo igualmente a manutenção do rotor numa câmara sob vácuo, eliminando a resistência do ar.

## Conclusões

Com a elaboração deste trabalho apresentou-se uma fonte de alimentação de energia ininterrupta existente no mercado, que utiliza chumaceiras magnética activas para levantar o rotor, constituído pelo volante de inércia e pelo rotor da máquina que faz a conversão da energia mecânica em eléctrica e vice-versa.

Efectuou-se um estudo comparativo dos diferentes tipos de chumaceiras, com especial enfoque nas chumaceiras magnéticas. Foram estudados os três tipos de chumaceiras magnéticas existentes – magnetes permanente, activas e supercondutoras.

Efectuou-se o estudo do volante de inércia, apresentando-se o seu principio de funcionamento como dispositivo de armazenamento de energia e as suas vantagens, comparativamente com um banco de baterias.

Fez-se uma análise da supercondutividade, explicitando os fenómenos que estão associados à sua existência. Estudou-se, nomeadamente, o conceito de supercondutor no estado misto, essencial para a existência da força de ancoragem das linhas de fluxo. A força de ancoragem é de extrema importância para a estabilidade destes sistemas, garantindo que qualquer movimento radial do rotor é atenuado, sendo este contrariado pela força ligação que se cria entre a linha de fluxo magnético e o defeito existente no material.

Com o software Ansys, modelizou-se e parametrizou-se o rotor, calculando-se o campo magnético criado pelo magnete permanente.

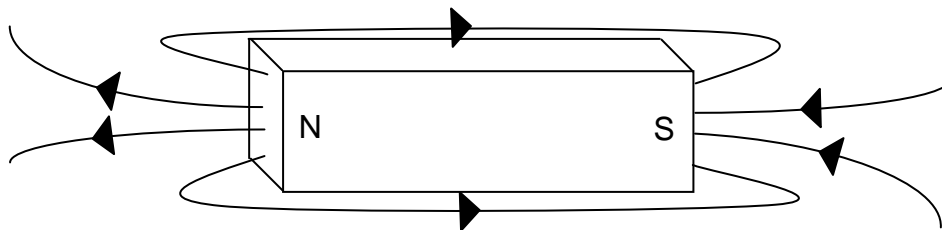
Com o software Mathematica foi determinada a força de levitação necessária para elevar o rotor de uma fonte de alimentação de energia ininterrupta (cuja massa foi definida em 30kg); o cálculo foi efectuado em função da distância entre o magnete permanente e o supercondutor. Estudou-se a variação desta força com os parâmetros  $L$  (espessura) e  $R$  (raio) do supercondutor. Concluiu-se que a força de levitação e a rigidez magnética vertical são mais sensíveis à variação da espessura do que ao seu raio. Concluiu-se que, para garantir um sistema estável, a altura de levitação, deverá ser seleccionada para o valor correspondente ao ponto de máxima rigidez magnética.

De salientar que se obteve o valor pretendido para a força de levitação do rotor, com um supercondutor de apenas 0,1 mm de espessura e 20 cm de raio. Esta espessura, significa que o custo do material supercondutor não atingirá valores que tornem inoportável a substituição da chumaceira existente no modelo comercial por uma chumaceira supercondutora.

## **Apêndice I - Campo Desmagnetizante**

Consideremos a Figura 42, que representa um ímã permanente e as linhas de fluxo magnético. O ímã apresenta dois pólos, norte e sul e, segundo a definição, as linhas de fluxo partem do pólo norte e regressam ao ímã pelo pólo sul.

As linhas de fluxo mais próximas do ímã, devido à sua trajetória, podem ser consideradas como tendo um sentido contrário às linhas de fluxo “normais”. O campo criado por estas linhas de fluxo contrárias tende a desmagnetizar o ímã, reduzindo o efeito do campo magnético original.



**Figura 42 – Campo desmagnetizante num ímã.**

Num material magnético:

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot (\vec{H}_i + \vec{M})$$

[45]

Onde:

$\vec{B}$  representa o vector indução magnética,  $\vec{H}_i$  o campo magnético no interior do material,  $\vec{M}$  o vector magnetização e  $\mu_0$  a permeabilidade magnética no vácuo com o valor de  $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} [H/m]$ .

A magnetização pode ser relacionada com o campo magnético no interior do material através da susceptibilidade magnética:

$$\vec{M} = \chi_m \cdot \vec{H}_i$$

[46]

O campo desmagnetizante, tem sentido contrário à magnetização:

$$\vec{H}_d = -N \cdot \vec{M}$$

[47]

O campo magnético no interior do material será então:

$$\vec{H}_i = \vec{H}_a - N \cdot \vec{M}$$

[48]

Onde  $\vec{H}_a$  é o campo magnético exterior aplicado.

Desenvolvendo a equação [48] e substituindo a equação [46] obtém-se a seguinte expressão para o campo magnético no interior do material:

$$\vec{H}_i = \frac{1}{1 + N \cdot \chi_m} \cdot \vec{H}_a$$

[49]

Podemos agora definir o vector indução magnética no interior de um material (no caso presente num supercondutor), substituindo as equações [46] e [49] na equação [45]:

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \frac{1 + \chi_m}{1 + N \cdot \chi_m} \cdot \vec{H}_a$$

[50]

## **Apêndice II - Cálculo da Magnetização do Supercondutor**

Considerando o supercondutor cilíndrico:

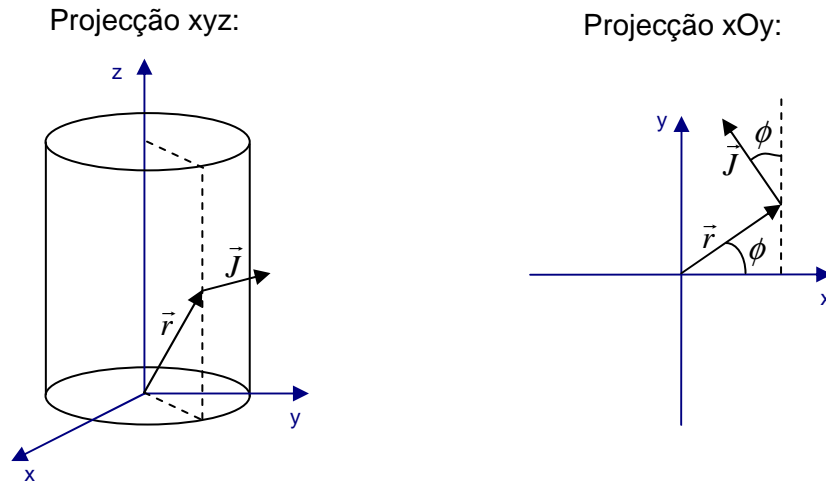


Figura 43 – Definição de vectores no supercondutor cilíndrico.

Podemos definir os vectores  $\vec{r}$

$$\vec{r} = \rho \cos(\phi) \vec{e}_x + \rho \sin(\phi) \vec{e}_y + z \vec{e}_z$$

[51]

e  $\vec{J}$  (em coordenadas cilíndricas)

$$\vec{J} = J \vec{e}_\phi$$

[52]

Cálculo do produto externo entre os vectores  $\vec{r}$  e  $\vec{J}$ :

$$\begin{aligned} \vec{r} \times \vec{J} &= (\rho \cos \phi \vec{e}_x + \rho \sin \phi \vec{e}_y + z \vec{e}_z) \times J(-\sin \phi \vec{e}_x + \cos \phi \vec{e}_y) = \\ &= (\rho \sin \phi \cdot 0 - z \cdot J \cos \phi) \vec{e}_x + (z(-J \sin \phi) - \rho \cos \phi \cdot 0) \vec{e}_y + (\rho \cos \phi \cdot J \cos \phi - \rho \sin \phi \cdot (-J \sin \phi)) \vec{e}_z = \\ &= -z \cdot J \cdot \cos \phi \vec{e}_x - z \cdot J \cdot \sin \phi \vec{e}_y + J \cdot \rho (\cos^2 \phi + \sin^2 \phi) \vec{e}_z = \\ &= -z \cdot J (\cos \phi \vec{e}_x + \sin \phi \vec{e}_y) + J \cdot \rho \vec{e}_z \end{aligned}$$

[53]

Para o cálculo do integral triplô, definiram-se os seguintes limites de integração:

$$0 < \rho < R \qquad 0 < \phi < 2\pi \qquad 0 < z < L$$

Apresenta-se a seguir o cálculo da magnetização do supercondutor:

$$\begin{aligned}
M_{sc} &= \frac{1}{2\pi R^2 L} \iiint \vec{r} \times \vec{J} d^3 \vec{r} = \frac{1}{2\pi R^2 L} \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^L (-z \cdot J(\cos\phi \vec{e}_x + \sin\phi \vec{e}_y) + J \cdot \rho \vec{e}_z) \cdot \rho dz d\phi d\rho = \\
&= \frac{1}{2\pi R^2 L} \left[ \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^L -\rho \cdot z \cdot J \cdot \cos\phi \vec{e}_x dz d\phi d\rho + \right. \\
&\quad \left. + \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^L -\rho \cdot z \cdot J \cdot \sin\phi \vec{e}_y dz d\phi d\rho + \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^L \rho^2 \cdot J \vec{e}_z dz d\phi d\rho \right]
\end{aligned}$$

[54]

Cálculo do primeiro integral:

$$\begin{aligned}
\int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^L -\rho \cdot z \cdot J \cdot \cos\phi \vec{e}_x dz d\phi d\rho &= \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{-\rho \cdot J \cdot \cos\phi}{2} \cdot [z^2]_0^L d\phi d\rho = \\
\int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{-\rho \cdot J \cdot \cos\phi \cdot L^2}{2} d\phi d\rho &= \int_0^R \frac{-\rho \cdot J \cdot L^2}{2} [\sin\phi]_0^{2\pi} = 0
\end{aligned}$$

[55]

Cálculo do segundo integral:

$$\begin{aligned}
\int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^L -\rho \cdot z \cdot J \cdot \sin\phi \vec{e}_y dz d\phi d\rho &= \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{-\rho \cdot J \cdot \sin\phi}{2} \cdot [z^2]_0^L d\phi d\rho = \\
\int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{-\rho \cdot J \cdot \sin\phi \cdot L^2}{2} d\phi d\rho &= \int_0^R \frac{\rho \cdot J \cdot L^2}{2} [\cos\phi]_0^{2\pi} d\rho = \int_0^R \frac{\rho \cdot J \cdot L^2}{2} (1-1) d\rho = 0
\end{aligned}$$

[56]

Cálculo do terceiro integral:

$$\begin{aligned}
\int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^L \rho^2 \cdot J \vec{e}_z dz d\phi d\rho &= \int_0^R \int_0^{2\pi} \rho^2 \cdot J \cdot [z]_0^L \vec{e}_z d\phi d\rho = \int_0^R \int_0^{2\pi} \rho^2 \cdot J \cdot L \vec{e}_z d\phi d\rho = \\
\int_0^R \rho^2 \cdot J \cdot L \cdot [\phi]_0^{2\pi} \vec{e}_z d\rho &= \int_0^R \rho^2 \cdot J \cdot L \cdot 2\pi \vec{e}_z d\rho = \frac{J \cdot L \cdot 2\pi}{3} [\rho^3]_0^R \vec{e}_z = \frac{2\pi \cdot R^3 \cdot J \cdot L}{3} \vec{e}_z
\end{aligned}$$

[57]

Com o cálculo dos três integrais, podemos agora calcular o valor da magnetização:

$$M_{sc} = \frac{1}{2\pi R^2 L} \iiint \vec{r} \times \vec{J} d^3 \vec{r} = \frac{1}{2\pi \cdot R^2 \cdot L} \cdot \frac{2\pi \cdot R^3 \cdot J \cdot L}{3} \vec{e}_z = \frac{1}{3} \cdot J \cdot R \vec{e}_z$$

[58]

## **Apêndice III – Exemplo de programa elaborado no software Mathematica**

O programa apresentado deu origem à Figura 36 e Figura 37:

(\*Definição dos parâmetros da função \*\*)

$u0=4*\mu_0*\mu_0*$   
 $N1=0.9980;$   
 $jphi=3.12*10^6;$

(\*Magnetização do ímã permanente\*)

$Mpm=1.6*10^6;$

(\*Parâmetros dimensionais do ímã\*)

$a=0.15;$   
 $b=0.20;$   
 $h=0.02;$

(\*Raio do supercondutor\*)

$R1=0.2;$

(\*Espessura do supercondutor\*)

$L1=0.0001;$

(\*Expressão da força de levitação\*)

$fz[z\_]=((u0/(6*(1-N1))) * jphi * Mpm * \mu_0 * R1^3 * (((2*(z+(L1/2))-h)/\sqrt{4*a^2+(h-2*(z+(L1/2)))^2}) - ((2*(z+(L1/2))+h)/\sqrt{4*a^2+(h+2*(z+(L1/2)))^2}) + ((h-2*(z+(L1/2)))/\sqrt{4*b^2+(h-2*(z+(L1/2)))^2}) + ((h+2*(z+(L1/2)))/\sqrt{4*b^2+(h+2*(z+(L1/2)))^2}))) - ((u0/(6*(1-N1))) * jphi * Mpm * \mu_0 * R1^3 * (((2*(z-(L1/2))-h)/\sqrt{4*a^2+(h-2*(z-(L1/2)))^2}) - ((2*(z-(L1/2))+h)/\sqrt{4*a^2+(h+2*(z-(L1/2)))^2}) + ((h-2*(z-(L1/2)))/\sqrt{4*b^2+(h-2*(z-(L1/2)))^2}) + ((h+2*(z-(L1/2)))/\sqrt{4*b^2+(h+2*(z-(L1/2)))^2}))))$

Needs["PlotLegends`"]

Plot[fz[z], {z, -0.3, 0.3}, PlotRange -> {-600, 600}, AxesLabel -> {"Z [m]", "F(z) [N]"}, PlotLegend -> {"R=20 ; L=0,01"}, LegendPosition -> {0.2, -0.6}, LegendSize -> {0.6}, LegendLabel -> {"[cm]"}]

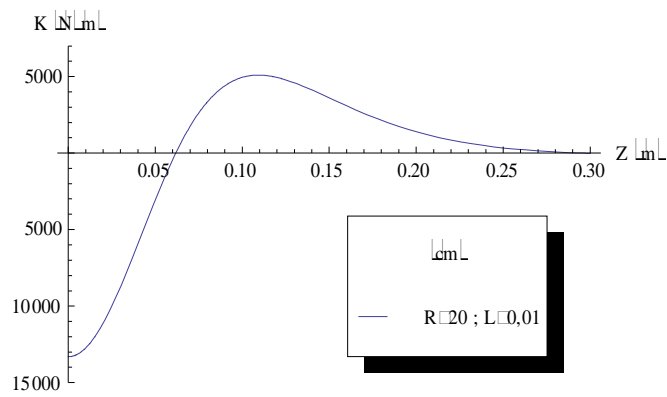
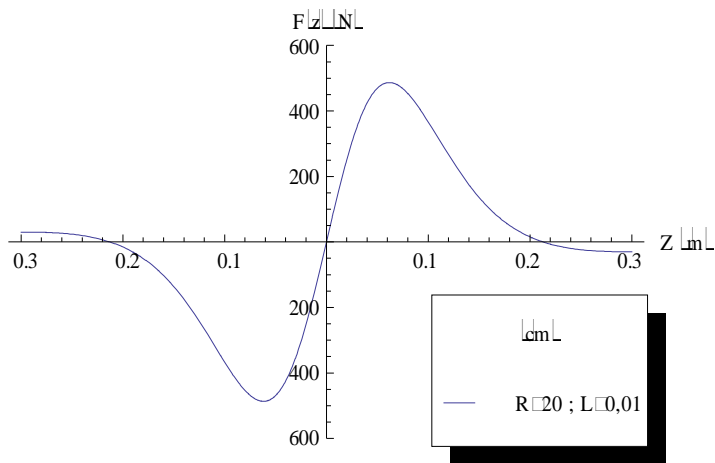
(\*Expressão da rigidez vertical\*)

$Kz[z\_]=-fz'[z];$

Plot[Kz[z], {z, 0, 0.3}, PlotRange -> {-15000, 7000}, AxesLabel -> {"Z [m]", "K [N/m]"}, PlotLegend -> {"R=20 ; L=0,01"}, LegendPosition -> {0.05, -0.5}, LegendSize -> {0.6}, LegendLabel -> {"[cm]"}]

FindMaximum[fz[z], {z, 0}]

FindMaximum[Kz[z], {z, 0.1}]



{486.664, {z=0.0617572}}

{5093.32, {z=0.109281}}

## Referências bibliográficas

---

- [1] SOCOMEC, “SOCOMEC - Flywheel Energy Storage Systems – Operating Manual”, 2007
- [2] <http://www.philosophyblog.com.au/the-machines-of-leonardo-da-vinci/> - em 24 de Março de 2011
- [3] A. P. Wood, “Some new flywheel technology”, Manchester Local Section, 414 (1907)
- [4] W. N. Motter and L. L. Tatum, “Flywheel load equalizer”, American Institute of Electrical Engineers, Milwaukee, Wis., 729 (1911)
- [5] Philip A. Struder, “A practical Magnetic Bearing”, IEEE **5**, 1155 (1977)
- [6] Takashi Hikiyara, Hitoshi Adachi, Francis C. Moon and Yoshisuke Ueda, “Dynamical Behavior of flywheel rotor suspended by hysteretic force of HTSC magnetic bearing”, Journal of Sound and Vibration **228**, 871 (1999)
- [7] Kosuke Nagaya, Kouichi Kanno and Nobuyuki Hayashi, “Control of flywheel system with high-Tc superconducting bearings”, Int. J. of Applied Electromagnetics and Mechanics **10**, 237 (1998)
- [8] HARNOY, Avraham. “Bearing Design in Machinery”. Marcel Dekker, Inc. 2003
- [9] Rubens de Andrade, Jr., Guilherme G. Sotelo, A. C. Ferreira, L. G. B. Rolim, José L. Da Silva Neto, Richard M. Stephan, Walter I. Suemitsu and Roberto Nicolisky “Flywheel Energy Storage System Description and Tests”, IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY **17**, 2154 (2007)
- [10] <http://evolution.skf.com/zino.aspx?articleID=500> – em 25 de Março de 2011
- [11] Frank N. Werfel, Uta Floegel – Delor, Thomas Riedel, Rolf Rothfeld, Dieter Wippich, Bernd Goebel, “HTS Magnetic Bearings in Prototype Application”, IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY **20**, 874 (2010)
- [12] James F. Annet, *Superconductivity, superfluids and condensates*, Oxford University Press, 2004
- [13] Richard Turton, *The Physics of Solids*, Oxford University Press, 2000
- [14] <http://www.st-andrews.ac.uk/physics/supermag/vortex.html> - em 24 de Março de 2011
- [15] Casaca, A. “Magneto-resistência e Efeito de Hall sob Campos Magnéticos Intensos de Filmes Finos – Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Física”, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 1996.
- [16] C.P. Bean, “Magnetization of Hard Superconductors”, Phys. Rev. Lett. **8**, 250 (1962).

---

[17] <http://www.ndfebagnets.de/CurveNdFeB.htm> em 20 de Setembro de 2011.

[18] P. Lorrain, D. Corson e F. Lorrain, "*Campos e Ondas Electromagnéticas*", 3ª Ed., F. C. Gulbenkian, Lisboa 2000.

[19] Du-Xing Chen, James A. Brug., "*Demagnetizing Factors for Cylinders*", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS **27**, 3061 (1991)

[20] M.K. Alqadi, F.Y. Alzoubi, H.M. Al-khateeb, N.Y. Ayoub, "*Calculation of Levitation Force between Small Superconducting Cylinder and Magnetic Ring in the Critical State*", J Supercond Nov Magn **21**, 415 (2008)

[21] D. J. Kim and D. M. Kroeger, "*Optimization of critical current density of bulk YBCO superconductor prepared by coprecipitation in oxalic acid*", J. Mat. Science **28**, 4744 (1993)