



ISEL

INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA
Departamento de Engenharia Mecânica



Conceção e Construção de um Simulador de Controlo de Vibrações

João Alberto Roque Pereira
(Licenciado em Engenharia Mecânica)

Trabalho Final de Mestrado para obtenção do grau de Mestre
em Engenharia Mecânica

Orientadores:

Doutor Rui Pedro Chedas Sampaio
Doutora Inês de Carvalho Jerónimo Barbosa

Júri:

Presidente: Doutor Jorge Filipe de Oliveira Mendonça e Costa
Vogais: Doutor Rui Pedro Chedas Sampaio
Doutor Miguel Ângelo Pereira Bento Moreira

Setembro de 2013

Aos meus pais,

Agradecimentos

Agradeço ao Professor Chedas Sampaio e Professora Inês Barbosa, orientadores desta tese, pela disponibilidade, ajuda, aconselhamento e formação ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço aos meus pais, pela ajuda e apoio que sempre me deram ao longo de todo o curso.

Agradeço a todos os meus amigos, que sempre me deram ânimo, me apoiaram e aconselharam durante todo o curso.

Agradeço ao rapaz dos aquários, Ricardo, ao Senhor João Cabanas, ao Senhor Manuel Canhoto e o Senhor Paulo Vieira que me ajudaram na construção da máquina numa altura em que é difícil fazerem “biscates”.

A todos, o meu Obrigado!

Resumo

O presente trabalho tem como principal objetivo a construção de um simulador de vibrações que permita o estudo de diferentes técnicas de isolamento e absorção de vibrações, seja no contexto de 1 ou mais graus de liberdade, enquadrando-se no estudo de transmissibilidade.

Foram realizados diversos cálculos em MathCad para uma análise inicial das possibilidades do simulador, tais como qual o esforço que o motor consegue suportar para determinadas frequências, as forças de atrito, as forças das molas. Calculou-se também possíveis combinações de massas e amortecimentos e suas respectivas frequências naturais e modos, estabelecendo que todas as frequências naturais sejam possíveis de ser simuladas.

Foram desenvolvidas simulações virtuais do projeto similares em aparência e modo de funcionamento, em diversos softwares como Algodoo, SolidWorks e Working Model onde se verificou se o comportamento de tais simulações estava correto.

Realizou-se a construção do simulador, em materiais não corrosivos para uma maior longevidade, o processo de construção abrangeu corte de metal e acrílico, soldadura, torneamento, polimento, perfuração, quinagem, seleção de molas e parafusos, entre outros.

Desenvolveu-se um analisador simples em LabVIEW para processar e apresentar as vibrações e relações de transmissibilidade, que são adquiridas através de transdutores de aceleração do tipo MEMS conectados via USB a um computador comum.

Elaborou-se fichas de exercícios capazes de explorar ao máximo as possibilidades do simulador que se possam dispor aos alunos como instrumento didático onde possam empregar conhecimentos adquiridos nas aulas.

Palavras-chave: Transmissibilidade; Análise de vibrações; Amortecimento; Absorção; *LabVIEW*; SolidWorks; Algodoo; Working Model; Frequências Naturais; Modos de Vibração.

Abstract

The current work has as main goal the construction of a vibration simulator that allows the study of different techniques of isolation and vibration absorption and damping, whether in the context of one or more degrees of freedom, it fits into the study of transmissibility.

Several calculations were performed in MathCad for an initial analysis of the possibilities of the simulator, such as the effort which the engine can withstand for certain frequencies, the frictional forces, spring forces. It was also calculated possible combinations of damping and masses and the respective natural frequencies and modes, establishing that all natural frequencies are possible to be simulated.

Virtual simulations of the project were developed similar in appearance and operation in various softwares such as Algodo, SolidWorks and Working Model where verifications were made for the behavior of such simulations was correct.

The construction of the simulator was carried out, in non-corrosive materials for a longer longevity, the building process covered metal and acrylic cutting, welding, turning, polishing, drilling, bending, selection of springs and screws, among others.

It was developed a simple parser in LabVIEW to process and present the vibration and transmissibility ratios, which are acquired through acceleration transducers of the type MEMS connected via USB to a common computer.

Exercise sheets were elaborated to be able to fully exploit the possibilities of the simulator that may be at the disposal of students as a didactic tool which can employ knowledge acquired in class.

Key-words: Transmissibility; Vibration Analysis; Damping; Absorption; *LabVIEW*; SolidWorks; Algodo; Working Model; Natural Frequencies; Vibration Modes.

Índice

Agradecimentos	1
Resumo	3
Abstract	5
1.Introdução	1
2.Estado da Arte	3
3.Simulador de Controlo de Vibrações	7
4.Projeto	13
4.1.Cálculos	13
Motor	13
Peso	14
Forças de atrito	15
Sistema de 3 Graus de Liberdade	19
Método de Resolução	21
Modelo Correspondente aos Cálculos das Molas	25
Cálculo das Frequências Naturais	25
Modos de Vibração	28
Resultados Obtidos	30
Modelo Correspondente ao Construído	30
Cálculo das Frequências Naturais para o Modelo Construído	31
Mola	34
Fórmulas de Cálculo em Unidades Métricas para Molas	34
Cálculos e Esboço de Possível Mola para o Projeto	37
Processo de Seleção da Mola	43
Confirmação Experimental	45
4.2.Simulação Dinâmica	47
Algodoo	47
Construção do Modelo	47
Estudo Realizado em Algodoo	58
Working Model	62
Construção do modelo	63
Estudo Realizado em Working Model	67
Solidworks	71
5.Construção do Simulador de Controlo de Vibração	77
5.1.Construção e Montagem da Máquina	77
5.2.Aquisição e Processamento de Dados	89
Sensores	89
Desenvolvimento da aplicação	92
Analisador de Vibrações	93
6.Testes	103
7.Fichas Pedagógicas para Aulas Práticas	109
8.Conclusões	111
8.Bibliografia	113

Lista de Figuras

Figura 1- Machinery Fault Simulator, FONTE: Spectra Quest, Inc.....	5
Figura 2 – Vibration Training System, FONTE: Spectra Quest, Inc.....	6
Figura 3 - Ideia Inicial do Projeto.	7
Figura 4 - Ideia Inicial do sistema de transmissão de vibração.....	8
Figura 5 - Prateleira Inicial do Projecto.	8
Figura 6 – Posicionamento Inicial dos Pesos e Molas.....	9
Figura 7 – Método de adição de pesos com Íman.	9
Figura 8 – Método de aprisionamento das molas com sistema de encaixe.....	10
Figura 9 – Demonstração das prateleiras com método de encaixe.....	10
Figura 10 – Sistema de prateleiras atual.....	11
Figura 11-Modelo final completo.	11
Figura 12 – Representação da força do binário.....	15
Figura 13 – Triângulo Trigonométrico que o tirante forma.....	16
Figura 14 – Triângulo retângulo que representa um dos triângulos do tirante.....	16
Figura 15 – Representação de forças para cálculo de forças de atrito.....	17
Figura 16 – Coeficientes de atrito estático e cinético. FONTE: eMACHINESHOP.....	17
Figura 17 – Exemplo de um sistema de n graus de liberdade.....	19
Figura 18 – Sistema teórico de 3 graus de liberdade sem amortecimento.....	21
Figura 19 – Sistema de 3 graus de liberdade que foi considerado para a aquisição das molas.....	25
Figura 20- Frequências naturais e modos de vibração para $m=0.12$ e $k=3469$	29
Figura 21- Frequências naturais e modos de vibração para $m=0.2$ e $k=3469$	30
Figura 22 – Sistema de 3 graus de liberdade que corresponde ao que é construído.....	30
Figura 23-Forças atuantes na massa 1.....	31
Figura 24- Forças atuantes na massa 2.....	32
Figura 25- Forças atuantes na massa 3.....	32
Figura 26-Frequências naturais e modos de vibração calculados em Mathcad.....	33
Figura 27 – Exemplo de mola.....	36
Figura 28 – Introdução de dados no calculador automático do PlanetSpring.....	39
Figura 29 - Avisos de defeitos no esboço da mola do calculador automático.....	40
Figura 30- Valores de esforço a que a mola pode ser sujeita.....	40
Figura 31 - Desenho técnico da mola do fabricante.....	41
Figura 32 – Tabela das características da mola da PlanetSpring.....	42
Figura 33-Mola S-140 do catálogo da Fanamol.....	43
Figura 34-Teste para descobrir a rigidez da mola realizado.....	46
Figura 35 – Funções de grelha do Algodoo.....	47
Figura 36 – Desenho de um círculo básico em Algodoo.....	48
Figura 37 – Simulação de um motor em Algodoo.....	48
Figura 38 – Definição das propriedades do disco.....	49
Figura 39 – Esboço de uma prateleira em Algodoo.....	49
Figura 40 – Definição das propriedades físicas da prateleira.....	50
Figura 41 – Réplicas da prateleira.....	50
Figura 42 – Base e guias no Algodoo.....	51
Figura 43 – Método de aprisionamento em Algodoo.....	51
Figura 44 – Alinhamento e colocação das prateleiras no local correto.....	52
Figura 45 – Sistema de pré-tensionamento em Algodoo.....	52
Figura 46 – Adição do sistema de pré-tensionamento ao resto do projeto.....	53
Figura 47 – Definição das propriedades da mola em Algodoo.....	54
Figura 48 – Máquina completa em Algodoo.....	54
Figura 49 – Coeficientes de atrito estático e cinético FONTE: eMachineShop.....	55
Figura 50 – Construção de Gráficos em Algodoo.....	56
Figura 51 – Propriedades de gráficos em Algodoo.....	56
Figura 52 – Velocidade de Simulação.....	56
Figura 53 – Gráfico da velocidade angular do disco em função do tempo.....	57
Figura 54 – Comparação de velocidades angulares para discos com massas diferentes.....	57
Figura 55 – Velocidade angular para disco com massa de 1 quilograma.....	58
Figura 56-Modelo onde foi realizado o estudo para identificar as frequências naturais.....	58
Figura 57-Gráfico da velocidade para uma das prateleiras centrais em função do tempo.....	60
Figura 58-Gráfico da velocidade obtido no Algodoo importado no Mathcad.....	60
Figura 59-Espectro de frequências na folha de cálculo no Mathcad.....	61
Figura 60 – Workspace no Working Model.....	63

Figura 61 – Unidades no Working Model	63
Figura 62 – Menu Interativo.....	64
Figura 63 – Definição do Motor no Working Model.	64
Figura 64 – Modelo Parcial do Projeto em Working Model.....	65
Figura 65 – Funcionalidade de colisão no Working Model.....	65
Figura 66 – Esboço completo de uma prateleira em Working Model.	65
Figura 67 – Definição das propriedades da mola em Working Model.	66
Figura 68 – Modelo parcial do projeto em Working Model.....	66
Figura 69 – Modelo completo do projeto em Working Model.	67
Figura 70 – Definição da precisão de simulação em Working Model.....	67
Figura 71 – Força para teste de impacto.....	68
Figura 72-Modelo simplificado onde se identificou as frequências naturais.	68
Figura 73 – Representação gráfica da aceleração de uma prateleira durante teste de impacto no Working Model.	69
Figura 74 – Exportação de dados no Working Model.....	69
Figura 75 – Representação gráfica de teste de impacto realizado no Working Model em MathCad.	70
Figura 76 – Espectro de Frequências de teste de impacto realizado no Working Model.	70
Figura 77 – Montagem da máquina completa em SolidWorks.	71
Figura 78 – Simulação de motor em SolidWorks.	72
Figura 79 – Força gravítica no SolidWorks.....	72
Figura 80 – Simulação no SolidWorks.....	73
Figura 81 – Adição de molas em SolidWorks.	73
Figura 82-Modelo simplificado para o estudo das frequências naturais.....	74
Figura 83-Aceleração medida numa prateleira durante o teste de impacto em SolidWorks.....	74
Figura 84-Gráfico de aceleração e espectro de frequências na folha de cálculo no Mathcad.	75
Figura 85-Base metálica da máquina.	77
Figura 86- amortecedores GB650-1.....	78
Figura 87-Vista de cima da placa metálica com os amortecedores montados.	78
Figura 88- Vista lateral da placa metálica com os amortecedores montados.....	78
Figura 89-Motor com disco e tirante montados.	79
Figura 90-Sistema de parafuso e porcas que constituem os apoios para o motor.	79
Figura 91-Motor com controlador de frequência ao seu lado.	80
Figura 92-Motor montado na base.	80
Figura 93-Viga metálica que orienta o sistema no eixo vertical.	80
Figura 94-Montagem de uma das vigas que orientam o sistema.....	81
Figura 95-Base metálica com as 4 vigas montadas.....	81
Figura 96-Chapa Metálica que está ligada á prateleira que simula a base do sistema.	82
Figura 97-Parafuso e tubos metálicos que estarão ligados ao tirante e á base do sistema.	82
Figura 98-Tirante já montado á prateleira de baixo.	83
Figura 99-Prateleira pronta a montar com a viga que provoca a pré tensão nas molas.	83
Figura 100-Prateleira de baixo completamente montada.	84
Figura 101-Prateleiras centrais com uma chapa para a adição de pesos prestes a montar.	84
Figura 102-Molas S140.....	85
Figura 103-Sistema de 3 graus de liberdade completamente montado.....	85
Figura 104-Armação metálica.	86
Figura 105-Montagem da armação metálica na base.	86
Figura 106-Topo da armação metálica.....	87
Figura 107-Sensor com estrutura protetora montada.	87
Figura 108-Sensor colocado na máquina.	88
Figura 109-Máquina completamente montada.	88
Figura 110- Constituição física do Analisador de Vibrações.....	90
Figura 111- Acelerómetro Phidgets 1056 (Fonte Phidgets).....	90
Figura 112- Acelerómetro Phidgets 1049 com cabo USB (Fonte Phidgets).....	91
Figura 113-Phidget Control Panel.	92
Figura 114-Menu de calibração do sensor Phidgets 1049.	93
Figura 115- Menu de calibração do sensor Phidgets 1056.	93
Figura 116- Exemplo Spatial Event.	94
Figura 117- Interface para a leitura de acelerações de ambos os acelerómetros no painel frontal.95	95
Figura 118– Diagrama de blocos para a leitura das acelerações de ambos os acelerómetros.	96
Figura 119- Configuração do “Spectral Measurements Express VI”.	97
Figura 120- Diagrama de blocos para a leitura das acelerações e espectro de frequências.	98
Figura 121- Diagrama de blocos do analisador de vibrações final.....	98

Figura 122- Painel de controlo e painel frontal do Analisador de vibrações finalizado.	99
Figura 123-Código inalterado.....	100
Figura 124-Código com as modificações descritas no texto.....	100
Figura 125- Método de deteção de anomalias através de sondas no “onSpatialData2”.....	101
Figura 126-Deteção da anomalia no código.	101
Figura 127-“Loop” que contém o código que calcula a transmissibilidade.....	102
Figura 128-Painel de controlo para o analisador idêntico ao anterior.	102
Figura 129-Espectro de frequências no DATS que identifica a primeira frequência.	103
Figura 130- Espectro de frequências no DATS que identifica a terceira frequência.....	104
Figura 131-Espectro de frequências com a primeira e terceira frequência.	104
Figura 132-Teste de impacto na horizontal.	105
Figura 133- Espectro de frequências para o teste de impacto na horizontal.	105
Figura 134-Analisador com sinal simulado.....	106
Figura 135-Identificação da primeira frequência natural no espectro de frequências no analisador.	106
Figura 136- Identificação da primeira frequência natural no espectro de frequências no analisador.	107
Figura 137-Espectro de frequências para o teste de impacto na horizontal no analisador.....	107
Figura 138- Frequência 16Hz para o teste de impacto na horizontal no analisador.	107
Figura 139- Frequência 35Hz para o teste de impacto na horizontal no analisador.	108

Lista de Tabelas

Tabela 1- Pesos das unidades do projeto.....	18
Tabela 2 - Frequências Naturais e Modos de Vibração.....	30
Tabela 3-Caraterísticas do sensor Phidgets 1056.....	90
Tabela 4- Caraterísticas do sensor Phidgets 1049.....	91

1.Introdução

Nos dias de hoje, o estudo da vibração é um tópico de relevante interesse e importância. Os seres humanos estão rodeados de aplicações que exigem um controlo da vibração, como edifícios, meios de transporte, aparelhos eletrónicos, etc... Como tal a análise da vibração deve ser considerado em qualquer projeto de engenharia. Especialmente no mundo atual, que com o desenvolvimento da tecnologia surgem dispositivos mais pequenos e mais potentes, tornando-os também mais suscetíveis às condições adversas da vibração.

A vibração pode acelerar o desgaste e danificar os equipamentos. A vibração pode também provocar ruído, causar problemas de segurança e levar à degradação das condições de trabalho numa fábrica ou de conforto em casa. Pode aumentar o consumo de energia e comprometer a qualidade dos produtos. Devido a tudo isto são muito correntes as aplicações em que se pretende evitar a transmissão de vibrações ou, pelo menos, reduzi-las a níveis toleráveis controlando os níveis de vibração, seja por amortecimento, absorção ou controlo da frequência de vibração.

A presente tese de Mestrado de Engenharia Mecânica no Ramo de Manutenção e Produção insere-se no âmbito do ensino de vibrações no contexto do ensino superior no tema do controlo de condição.

O objetivo deste projeto de Mestrado é a conceção e construção de um simulador de vibrações que permita o estudo de diferentes técnicas de isolamento e absorção de vibrações, no contexto de 1 ou mais graus de liberdade. O simulador deverá ter integrado o sistema de aquisição de vibrações (sensores, placa de aquisição e software de análise).

Pretende-se que o simulador de vibrações construído tenha um propósito didático, e que possa ser utilizado pelos futuros alunos do ISEL, do Mestrado em Engenharia Mecânica, em disciplinas como Ruído e Vibrações e Controlo da Condição.

Em resumo, podem referir-se os principais objetivos deste trabalho da seguinte forma:

- Conceber e analisar em software de simulação uma máquina que permita o estudo de técnicas de controlo da condição.
- Construir uma máquina que permita a variação da massa, do amortecimento, da rigidez, da frequência de excitação e do número de graus de liberdade (entre 1 a 3).
- Desenvolver um analisador de vibrações que permita a visualização das amplitudes de excitação e de resposta e suas relações.
- Comparar e estudar os valores reais obtidos com os valores calculados e simulados previamente.
- Desenvolver fichas de estudo capazes de serem utilizadas como instrumento didático nas aulas de Controlo da Condição e Ruído e Vibrações, de modo a aprofundar os conhecimentos adquiridos.

No Capítulo 2 realizou-se uma pesquisa de projetos existentes, não só para obter inspiração, propostas e sugestões para a concepção do presente projeto, mas também para evitar a construção de algo que não seja inovador, pretende-se algo que seja diferente do que já se encontra no mercado ou elaborado por alunos universitários.

No Capítulo 3 é mencionado o processo evolutivo e diversas transformações que o conceito da máquina sofreu até ao conceito final, as possibilidades que a máquina oferece e suas especificações.

No Capítulo 4 são realizados todos os cálculos necessários para o projeto, como as forças que o motor tem que vencer para o correto funcionamento da máquina, é explicado o método de resolução para os cálculos para o sistema de 3 graus de liberdade, os cálculos para as massas e rigidez das molas. Neste Capítulo também se realizou simulações dinâmicas, em Working Model, Algodoo e SolidWorks, de toda a estrutura e para o sistema de 3 graus de liberdade para validação dos cálculos realizados.

No Capítulo 5 descreve-se a montagem da máquina e da construção de todas as suas peças. Também se descreve a aquisição e processamento de sinal, a programação na linguagem LabVIEW para o analisador de vibrações.

No Capítulo 6 realizaram-se vários testes não só na estrutura como no analisador através de sinais simulados. Realizaram-se vários testes de impacto para identificar as frequências naturais da máquina e se estas correspondem às calculadas e simuladas.

O Capítulo 7 contém 2 fichas de estudo com exercícios específicos para a máquina realizada no projeto, que podem ser utilizadas nas aulas como instrumentos didáticos.

O Capítulo 8 refere-se às conclusões sobre o projeto, menciona-se algumas das dificuldades encontradas ao longo do projeto e aspetos positivos e negativos da máquina.

2.Estado da Arte

Com um aumento na produção de alta velocidade e automação, a utilização da teoria da vibração para a criação e manutenção das máquinas é fulcral nos dias de hoje. Os conceitos teóricos da vibração são ainda mais importantes na monitorização e diagnóstico de avarias. Considerando a importância e complexidade dos princípios de vibração, um currículo profissional usufrui substancialmente se incluir demonstrações de laboratório e experiência prática que demonstre a compreensão de conceitos abstratos de vibração. Até hoje, a maioria das instituições académicas incluem apenas aulas teóricas, sem exercícios de laboratório, devido a falta de aparelhos combinados com uma configuração de instrumentação.

Neste capítulo recolheu-se informações através de pesquisa sobre máquinas pedagógicas existentes que foram inseridas no âmbito escolar no domínio da área de Ruído e Vibrações e Controlo de Condição, de modo a recolher algumas ideias base para o presente projeto e ir de encontro a algo inovador.

Verificou-se que não existe muita quantidade nem diversidade neste tipo de máquinas, alguns exemplos encontrados são mencionados no presente texto, alguns realizados por alunos universitários, outros pelos próprios educadores e ainda por fabricantes dedicados a este tipo de produtos.

- Earthquake 3-Degree-of-Freedom Building Model in Prof. R.L. Lowery's Mechanical Vibrations Lab at Oklahoma State University, Stillwater.

Este projeto simula um prédio de 3 andares prestes a ser excitado por um terramoto, com massas que representam os andares ligados por vigas finas de ferro, tal como as armações existentes em prédios atuais. Excitando a base deslocando-a em várias direções, é simulado um terramoto, abanando o modelo que representa um prédio. Dependendo das frequências do “terramoto”, um ou mais modos de vibração podem ser excitados, este exemplo tem 3 distintos modos de vibração correspondentes às frequências naturais, que podem ser visualizados a olho nu devido ao movimento exercido nas massas.

- Double Pendulum in Prof. R.L. Lowery's Mechanical Vibrations Lab at Oklahoma State University, Stillwater.

Este modelo representa 2 pêndulos livres acoplados por uma mola. Este modelo tem duas frequências distintas e dois modos de vibração correspondentes a essas frequências, em que o primeiro modo de vibração será quando as massas se movimentam ao mesmo tempo na mesma direção, e o segundo modo quando elas se deslocam em direções opostas. Os pêndulos podem ter comprimentos diferentes e permitem a excitação de ambos os modos simultaneamente, neste caso é possível ver um efeito de batimento entre frequências causando um movimento irregular, em que aparenta que as massas param alternadamente retomando após um curto espaço de tempo a movimentar-se, este fenómeno acontece devido ao somatório de dois movimentos sinusoidais que periodicamente se anulam, isto é, a sua soma resulta em zero, porque o sistema tem duas ondas sinusoidais que não são múltiplas e não são aproximadas em frequência. Este modelo foi feito com massas de ferro ligados a uma estrutura em “T” como numa balança comercial antiga, apenas com 2 pêndulos, porém

existem variações com maior número de pêndulos que permitem a visualização de um maior número de frequências, ou com pêndulos modificados com um eixo no centro em que se pode ver um maior número de modos de vibração.

- Vibrational Properties of Beams, Heat-Exchanger Tubes, and musical Claves, a Demonstration in Prof. R.L. Lowery's Mechanical Vibrations Lab at Oklahoma State University, Stillwater.

Os métodos para medir frequências naturais em tubos, vigas e instrumentos musicais, por vezes tornam-se mais difíceis do que aparentam, este projeto demonstra e estuda este problema. Uma barra de ferro com aproximadamente 2,5 centímetros de espessura e cerca de 15 centímetros de comprimento, tem como base 2 apoios móveis tipo calços de borracha nas extremidades, com excitação na barra com uma pancada de um martelo realiza-se um teste de impacto é possível medir o deslocamento através de sensores e retirar as frequências naturais correspondentes, no entanto a barra por vezes não coopera, e tem uma vibração muito pobre em amplitude e tempo. No entanto com uma recolocação dos apoios mais para o centro e colocando-os nos nós a barra quando entra em vibração livre envia um sinal muito maior e de maior duração que pode ser medido com muito mais facilidade, e no caso deste projeto ouvido devido á reprodução de fenómenos acústicos.

- Demonstration of Vibration Isolation in Prof. R.L. Lowery's Lab at Oklahoma State University, Stillwater.

Este modelo demonstra o efeito de usar apoios próprios e impróprios para amortecimento e isolamento de vibração em maquinaria, usou-se um motor desequilibrado para criar maior vibração que ficou montado em cima de um bloco de ferro, verifica-se que o uso de isoladores indevidos não resolvem o problema e a vibração continua a ser transmitida do motor para a superfície, para visualizar isto são usados diversos tipos de isoladores ou amortecedores feitos de vários materiais como borracha ou molas. Foram selecionadas umas molas particulares que foram feitas para a massa e frequência do sistema, onde se verificou que o sistema deixa de transmitir vibração para a superfície. Este sistema tem 6 graus de liberdade e 6 modos de vibração correspondentes, e o modelo permite verificar que mesmo com o isolamento da vibração no sentido vertical ainda se tem problemas de oscilação nos sentidos laterais, isto é um problema que se verifica por exemplo em terremotos, sejam fracos ou potentes, que podem abanar a máquina para fora da sua base e assim destruir a máquina. Para resolver este problema usou-se um apoio que pode ser encontrado atualmente no comércio, que contém uma manga cilíndrica com sistema de amortecimento de borracha, estes isolam a vibração na vertical e impede o movimento lateral e protege a máquina. Existem muitas variações destes apoios que podem ser comprados em diversos fabricantes.

A Spectra Quest, Inc é uma empresa líder no desenvolvimento e fabricação de sistemas completos de para a formação e diagnóstico em Análise de Vibração de máquinas, e equilibragem de rotores e eixos. Os seus produtos contêm simuladores, software e hardware de aquisição de dados e até programas interativos de treino e aprendizagem.

➤ Machine Fault Simulator, Spectra Quest, Inc.

Para obter uma compreensão aprofundada dos conceitos de vibração, são necessárias experiências controladas num dispositivo que simula máquinas do mundo real. Enquanto as análises de uma única falha de maquinaria podem ser benéficas, há muitas ocasiões em que a análise da interação entre a rigidez dinâmica, ressonância e a velocidade é essencial, a fim de obter uma compreensão do mundo real. Com a Machine Fault Simulator, os conhecimentos necessários para diagnosticar problemas de máquinas industriais em ambientes controlados podem ser desenvolvidos e melhorados. O Machine Fault Simulator está equipado com um kit de ressonância, uma ferramenta para ganhar experiência prática no estudo de ressonância em máquinas rotativas e aprender métodos para mitigação de ressonância. Com um número diferente de discos do rotor instalados em vários locais no eixo principal, podem ser excitadas ressonâncias até o terceiro modo. Este simulador tem métodos simples para a introdução de falhas controladas, permite o estudo de espectros de frequência de falhas comuns, aprender assinaturas ou características de falhas e validar regras fornecidas nos cursos de formação. Tem uma bancada que permite o treino prático e aperfeiçoar a destreza de operação. Permite a aprendizagem no controlo da condição de máquina e manutenção preditiva, aprendizagem em ressonância e diagnósticos para velocidades variáveis, aprendizagem em causas de falha e transmissão de vibração. Vem com um manual com exercícios para estudos individuais e permite validar procedimentos de equilibragem acima e abaixo da primeira ressonância crítica.

A Machine Fault Simulator vem em 4 pacotes diferentes desde a versão leve até á *magnum*.



Figura 1- Machinery Fault Simulator, FONTE: Spectra Quest, Inc

➤ Vibration Fundamentals Training System, Spectra Quest, Inc.

O Vibration Fundamentals Training System é um pacote educativo integrado para o ensino e aprendizagem dos princípios fundamentais da vibração mecânica, bem como de engenharia mecânica. O pacote fornece uma abrangente máquina para experiências manuais e um pacote de instrumentos para a realização de exercícios de laboratório para melhorar a compreensão do aluno na teoria da

vibração. O VFT dá vida à teoria clássica, fornecendo um meio conveniente para validar previsões e demonstrar visualmente a influência das mudanças de parâmetros na resposta do sistema. Os alunos podem realizar experiências virtuais utilizando o software de simulação de vibração e, em seguida, verificar os resultados com experiências reais reforçando assim a aprendizagem de princípios mais difíceis. É uma ferramenta ideal para os cursos de vibração mecânica, tanto em níveis de graduação e pós-graduação.

A bancada tem um design modular espaçoso, versátil, simples e robusto. Cada componente foi construído para tolerâncias elevadas para que possa ser operado sem vibração conflitante num ambiente totalmente controlado. O pacote de instrumentação inclui acelerômetros e transdutores de deslocamento, tacômetro, e oito canais de hardware de aquisição de dados, condicionadores de sinal, e software de análise no domínio da frequência e do tempo. Também estão incluídos simulações da teoria e um programa experimental bem definido para experiências de vibração livre e forçada em sistemas de massa e mola com ou sem amortecimento. Os alunos podem realizar experiências práticas e virtuais para otimizar a aprendizagem. O VFT é projetado para realizar experimentos vibrações livres e forçadas com e sem amortecimento.

Vibration Fundamentals Training System



Figura 2 – Vibration Training System, FONTE: Spectra Quest, Inc

3. Simulador de Controlo de Vibrações

É pretendido um sistema de 3 graus de liberdade que possa ser transformado noutros sistemas de um número menor de graus de liberdade que são excitados através do que foi decidido como um motor elétrico já existente que transmite vibração a uma suposta base, e esta transmite vibração ao resto do sistema. Com o conhecimento da rotação máxima recomendada de 50 Hertz pelo fabricante do motor, optou-se por um sistema constituído por massas e molas com a possibilidade de alteração para diversas configurações que excitem frequências naturais inferiores à especificada pelo motor, os 50 Hertz, isto é, como o sistema terá 3 graus de liberdade é pretendida uma configuração que tenha 3 frequências naturais abaixo de 50 Hertz de modo a ser possível a sua excitação através do motor, para isto decidiu-se que seriam criados blocos que simulem algo do género como prateleiras onde se possa adicionar pesos e ter uma gama de molas que possam ser trocadas com facilidade. Em cada prateleira seria colocado um acelerómetro e através de monitorização é possível verificar estas vibrações, analisá-las e estudá-las. A conceção deste projeto passou por várias modificações, desde uma ideia inicial semelhante à imagem abaixo:

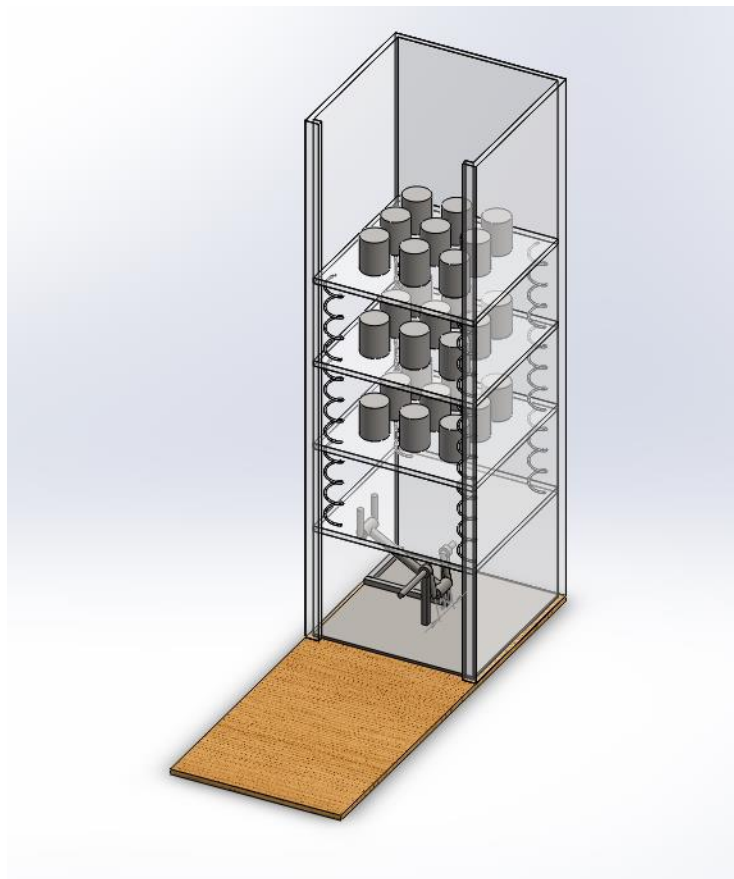


Figura 3 - Ideia Inicial do Projeto.

Porém este conceito inicial continha vários problemas. Devido a uma maior escala de dimensões, em que as prateleiras tinham medidas de 30 por 30 cm, causando um valor de massa superior ao pretendido, os pesos adicionais também eram excessivos e com o enorme defeito de não estarem fixos gerando uma maior vibração visto estes “saltarem” na prateleira, o que é extremamente defeituoso. A máquina iria estar contida em três paredes em acrílico para se ter visibilidade dos acontecimentos no interior. À frente também se encontrariam

umas mini-paredes ou uma parede parcial para impossibilitar que as prateleiras se deslocassem para a frente saindo da posição correta, assim existiria espaço para um operador ter acesso com facilidade ao colocar as mãos para a troca de pesos e molas. Algo muito parecido a um armário normal usado no dia-a-dia. Cada prateleira seria suportada por 4 molas em baixo, uma em cada canto dando assim também uma maior estabilidade. O mesmo motor estaria colocado do lado aberto do “armário” na mesma superfície que suporta o resto da máquina transmitindo assim vibração harmónica à restante máquina através de um sistema parecido a uma biela representado na figura 4 que estaria ligado ao motor e á prateleira em baixo que simula uma base para o sistema, a rotação do motor ligado ao tirante transforma o movimento rotacional em movimento translacional.

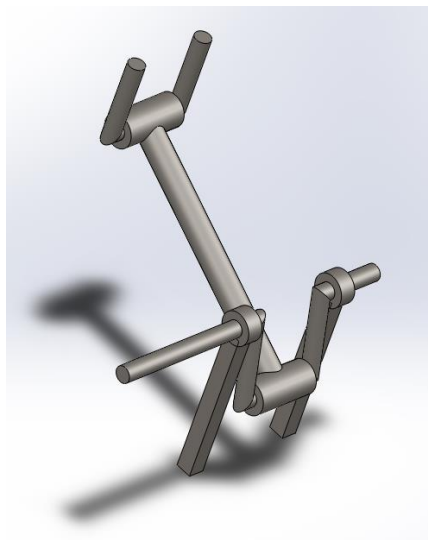


Figura 4 - Ideia Inicial do sistema de transmissão de vibração.

Para resolver o problema dos pesos estarem soltos, foi decidido posteriormente fazer um furo no centro de cada prateleira, onde passaria um parafuso, e em vez de pesos, se optaria por discos tipo anilhas com um furo no centro, onde passaria o mesmo parafuso, e no topo se prenderia a quantidade pretendida de anilhas com uma porca. Deste modo os pesos estariam no centro do prateleira não deslocando o centro de gravidade desta mantendo a estabilidade e principalmente não existiria vibração adicional devido ao salto de peças móveis na máquina.

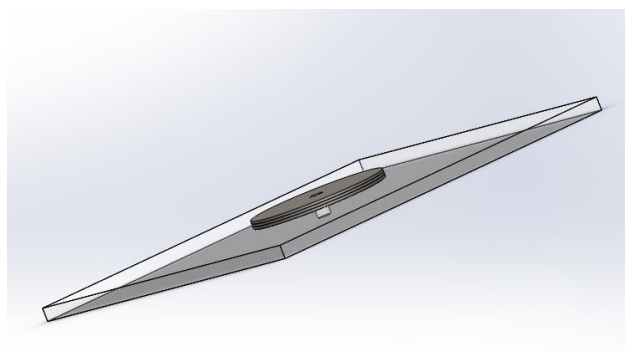


Figura 5 - Prateleira Inicial do Projecto.

Posteriormente decidiu-se optar apenas por 1 mola por cada prateleira para facilitar a troca de molas e diminuir o tempo necessário para o acto,

prejudicando assim a ideia de ter os pesos no centro, assim se pensou noutro modo que seria dividir os pesos para ambos os lados da mola sendo esta colocada no centro, originando assim 2 furos (1 em cada lado), 2 parafusos, o dobro do nº de anilhas mas em menores tamanhos, ou seja, duplicar o método de adição de pesos anterior pondo um em cada lado da mola, mantendo assim o centro de gravidade da prateleira e a sua estabilidade.

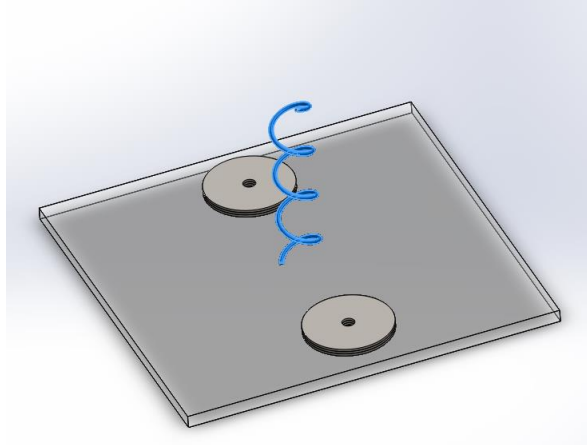


Figura 6 – Posicionamento Inicial dos Pesos e Molas.

Uma outra hipótese para a adição de pesos seria colocá-los nas faces laterais das prateleiras, deste modo seria mais simples combater a deflexão causada nas molas evitando o perigo de a compressão destas ser tal que existisse o problema de choque dos pesos com a parteleira de cima, foram discutidos 2 diferentes modos, um com uma fita magnética colocada em todo o perímetro da parteleira, isto é, em todas as faces laterais das prateleiras e o uso de ímãs, sendo estes os pesos, porém conseguir um sistema deste tipo com a potência magnética necessária para segurar os pesos durante a operação seria demasiado caro e pensou-se num outro modo mais simples, como a colocação de um parafuso nas faces laterais em vez da fita magnética e sendo os pesos adicionais simples porcas ou anilhas que enroscam no parafuso, sendo este método muito menos dispendioso e relativamente mais simples de construir.

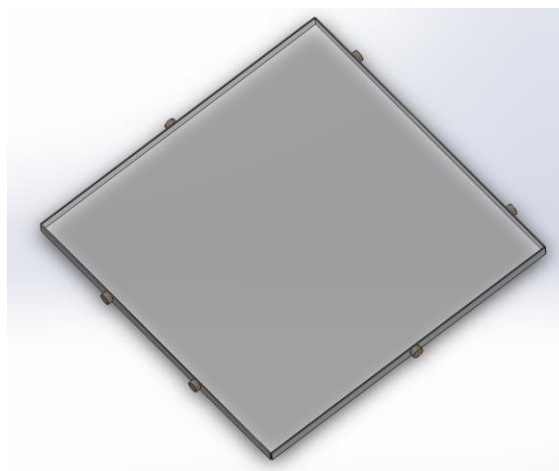


Figura 7 – Método de adição de pesos com Íman.

Outro problema que ainda persistia na máquina era as molas ainda se encontrarem soltas, para isto foram considerados alguns métodos diferentes, inicialmente pensou-se em prender as molas com parafusos nas parteleiras, sendo as molas soldadas a 2 placas, uma em cada extremidade, e cada placa teria 4

furos para 4 parafusos, porém esta hipótese continha o problema de ser relativamente trabalhoso e dispendioso em tempo para realizar a troca de molas para além da dificuldade da própria soldadura que teria de ser bastante rigorosa. Posteriormente supôs-se um método similar ao dos brinquedos, que consistiria nas molas estarem novamente soldadas a placas com a particularidade de que estas placas tinham a adição de um sistema de encaixe, que consistiria em mais 2 placas de dimensões diferentes como exemplificado na figura em baixo, através de rotação da mola ficariam presas na prateleira que também seria modificada com cavidades no próprio material acrílico que seriam cobertas com outra placa metálica presa com parafusos que no entanto não seria necessário trocar.

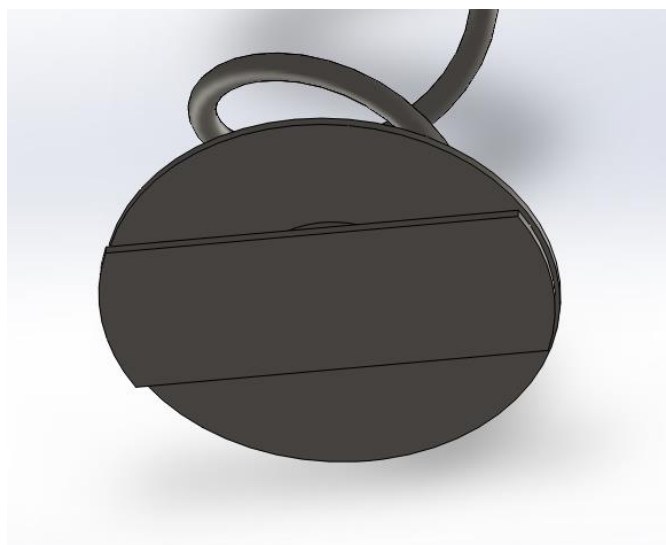


Figura 8 – Método de aprisionamento das molas com sistema de encaixe.

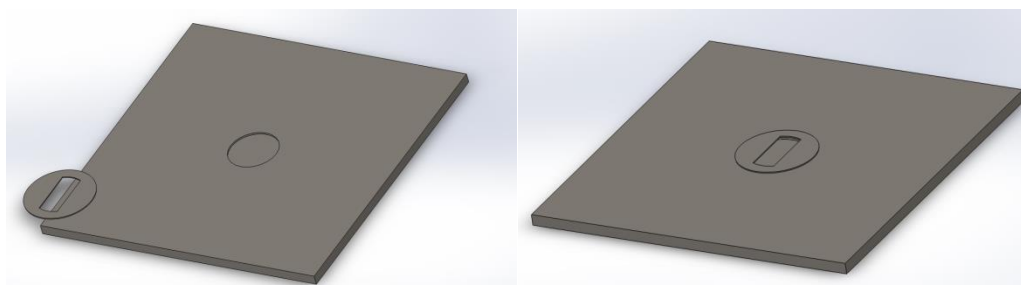


Figura 9 – Demonstração das prateleiras com método de encaixe.

Mas pela dificuldade de construção e provável folga originada pelo tempo e uso da máquina esta ideia foi abandonada, indo posteriormente a um sistema de pré tensão que consiste na adição de uma viga metálica que atravessa todas as prateleiras e molas que se encontram no centro das prateleiras, esta viga encontra-se ligada á prateleira inferior que simula a base, e na outra extremidade da viga encontrar-se-ia uma chapa metálica que iria comprimir uma nova mola, ou uma quarta mola adicional, comprimindo assim todo o sistema e fornecendo uma pré-tensão. As prateleiras contêm as cavidades referidas anteriormente para impossibilitar a deslocação horizontal das molas e com a pré-tensão asseguramos que as molas não se afastem de tal modo que se separem das prateleiras ou que saiam das cavidades.

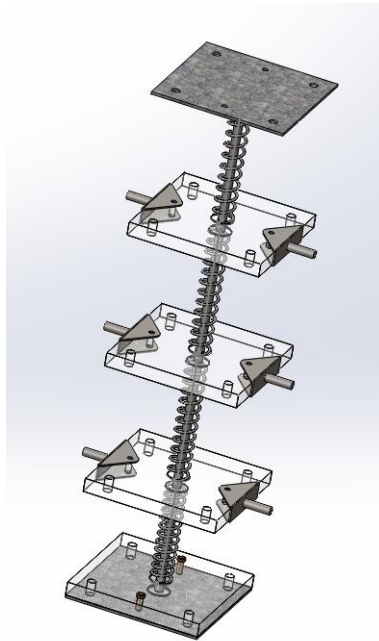


Figura 10 – Sistema de prateleiras atual.

Finalmente abandonou-se a ideia das paredes laterais translúcidas em acrílico que possibilitavam a visibilidade para a zona de interesse, ou seja o interior da máquina, e optou-se por 4 vigas, uma em cada canto da prateleira, originando furos adicionais, atravessando todo o sistema, criando assim a restrição para o deslocamento ser apenas no eixo vertical.

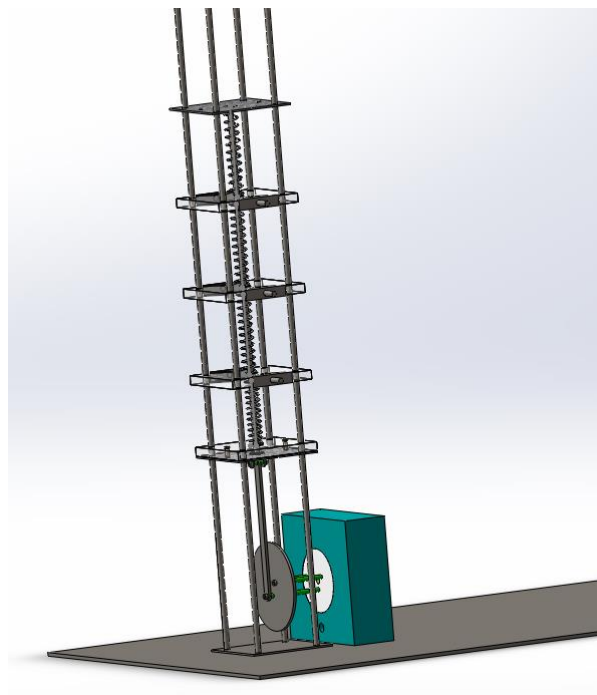


Figura 11-Modelo final completo.

Todo este processo e transformação veio de uma iteração e troca de ideias com diversas pessoas, foi um processo trabalhoso e demorado, apelando á imaginação e criatividade.

4. Projeto

De todas as peças necessárias para a máquina a construir já existia um motor de fácil desmontagem contido num outro projeto, pelo que se decidiu utilizar este motor e deste modo as suas características técnicas, que assim ficaram estabelecidos e serviram de ponto de partida para o desenvolvimento da máquina a construir.

4.1. Cálculos

Motor

Do manual do fabricante do motor retiraram-se os valores necessários para iniciar o projeto:

- Potência: 0.18kW
- Binário de Saída: 1.26 Nm
- Rotação correspondente a esse binário: 1360 rpm

Com estes dados consegue-se calcular a força do motor, pelo que se construiu uma folha de cálculo em MathCad, que se encontra em anexo, que também serviu para verificar se os valores dados pelo fabricante realmente correspondiam à realidade.

A potência fornecida por um motor (P) pode ser obtida a partir do seu binário (T) e da sua rotação ou velocidade angular (n):

$$P(\text{kW}) = \frac{2 \times \pi \times n(\text{rpm}) \times \tau(\text{N. m})}{60 \times 1000}$$

Simplificando com o cálculo das unidades que permanecem sempre constantes, fica:

$$P(\text{kW}) = \frac{n(\text{rpm}) \times \tau(\text{N. m})}{9549,3}$$

Passando de watt para quilowatt e de rotações por segundo para minuto:

$$P(\text{kW}) = \frac{\tau(\text{N. m}) \times 2 \times \pi \times n(\text{rpm})}{60000}$$

Sabendo os valores retirados do manual do fabricante, a potência do motor é de 0,18 kW e tem um binário de saída de 1,26 N.m correspondente a 1360 rpm, é possível validar as equações através dos dados do fabricante para o motor:

$$P(\text{kW}) = \frac{1,26(\text{N.m}) \times 1360(\text{rpm})}{9549,3} \Leftrightarrow P(\text{kW}) = 0,179 \approx 0,18 \text{ kW}$$

Peso

De acordo com a prática e conhecimento de anteriores operadores deste motor é conhecida uma rotação máxima do motor superior à do manual, que atinge valores de 3000 rpm, isto porque o fabricante nunca fornece a rotação máxima, fornece o valor do binário máximo, que é obtido numa rotação menor que a máxima alcançada pelo motor.

Admitindo para o projeto uma rotação máxima de 3000 rpm, pode-se calcular também o binário correspondente a essa rotação:

$$\tau(\text{N.m}) = \frac{0,18(\text{kW}) \times 9549,3}{3000(\text{rpm})} = 0,573 \text{ N.m}$$

Assim é possível calcular a força realizada para este binário, que reflete a força exercida sobre o tirante da nossa máquina, o valor de binário é determinado pelo produto escalar da força (F) com a distância da força ao centro (r):

$$\vec{\tau} = \vec{r} \cdot \vec{F}$$

Como o tirante roda sobre um eixo irá perder força conforme o ângulo a que estará sujeito:

$$\vec{\tau} = \|\vec{r}\| \cdot \|\vec{F}\| \cdot \sin(\vec{r} \wedge \vec{F})$$

$$\vec{\tau} = \|\vec{r}\| \cdot \|\vec{F}\| \cdot \sin(\theta)$$

Sendo θ o ângulo entre os vetores raio e força.

Com este conhecimento progrediu-se para o cálculo da força exercida pelo binário, e assim o peso máximo que o motor teoricamente suporta quando não se encontra estabelecida a conexão ao resto da máquina, ignorando forças contrárias existentes como forças de atrito e forças contrárias provocada pelas molas, e definindo o ângulo igual a 90°. Definiu-se a distância de 1cm ao centro do eixo do motor onde estará ligado o tirante (r).

$$0,573(\text{N.m}) = 0,01(\text{m}) \times F(\text{N}) \times \sin(90^\circ)$$

$$F(N) = \frac{0,573(N.m)}{0,01(m)} = 57,3N$$

$$F(kg) = \frac{F(N)}{g} = 5,84 \text{ kg}$$

Ou seja nestas condições teóricas a máquina suporta aproximadamente 6 quilogramas.

Nota: O posicionamento do tirante no disco foi modificado de um valor superior para apenas 1 cm, embora não seja necessário uma distância tão curta para suportar o peso total da máquina. Posteriormente na simulação virtual verificou-se que quanto menor for a distância melhor era o comportamento da máquina tendo menores variações na velocidade de rotação, o que é expectável devido ao aumento da força provocado.

Forças de atrito

Considerando o caso simples do binário de forças, como ilustrado na figura 12. Onde F_b é o mesmo que a Força do binário.



Figura 12 – Representação da força do binário.

Quando o tirante, na figura 13 representado a azul, se encontrar devidamente ligado ao resto da máquina este não estará numa posição completamente vertical (90°), este fará um ângulo inferior, na figura 13 foi colocado na situação mais crítica, isto é, na posição onde originará mais atrito, quando o ângulo é menor. O tirante irá ter um comprimento de 15 centímetros entre eixos e estará a 1 centímetro de distância do centro do disco, ou do centro de rotação, pode-se fazer um estudo das relações entre os comprimentos dos lados e ângulos de um triângulo retângulo (triângulo onde um dos ângulos mede 90 graus) com simples trigonometria. Os triângulos a verde são idênticos e o tirante é o eixo simétrico entre eles.

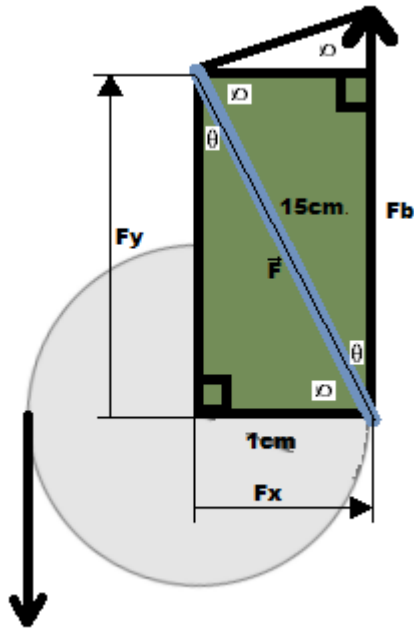


Figura 13 – Triângulo Trigonométrico que o tirante forma.

Visualizando apenas um dos triângulos simétricos, sendo o r o raio onde se colocou o tirante, isto é, o lado de 1 centímetro e o h representa uma altura desconhecida, ou o lado desconhecido do triângulo, é possível calcular os ângulos e a altura do triângulo:

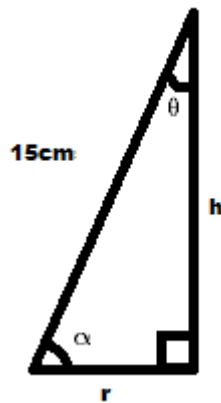


Figura 14 – Triângulo retângulo que representa um dos triângulos do tirante.

Sabendo que a hipotenusa ao quadrado é igual á soma dos catetos ao quadrado tem-se:

$$15^2 = r^2 + h^2$$

$$h = \sqrt{15^2 - 1^2} = 14,97 \text{ cms}$$

Com básicas funções trigonométricas e com o conhecimento das medidas de todos os lados é possível saber os ângulos:

$$\sin \alpha = \frac{h}{15}$$

$$\sin \theta = \frac{1}{15}$$

Resultando num α igual a $86,18^\circ$ e o θ igual a $3,82^\circ$, em que a soma destes é obviamente 90° .

Sabendo o valor da força do binário à rotação máxima é igual a $57,3$ Newtons, é possível descobrir o valor da Força F :

$$F = Fb \times \cos \theta$$
$$F = 57,3 \times \cos (3,82) = 57,17 \text{ N}$$

Tendo o valor da força F é possível calcular as forças de atrito e a força que a máquina terá de vencer para funcionar corretamente. Para isto, a força em y terá de ser superior à soma das forças de atrito originadas pela força em x e do peso da máquina.

$$F \sin \alpha \geq \mu \times F \times \cos \alpha + m \times g$$

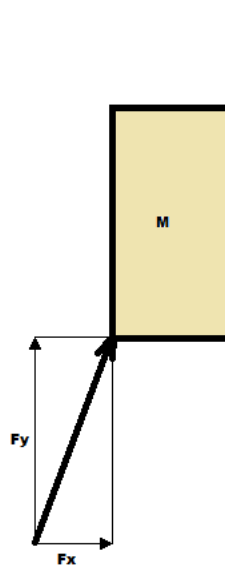


Figura 15 – Representação de forças para cálculo de forças de atrito.

Onde o coeficiente de atrito pode ser retirado da figura 16, retirada do fabricante de máquinas e materiais eMachineShop:

The charts below gives the static coefficient of friction for several combinations of materials in a dry and clean state:

For [steel](#) against:

- [PTFE](#) - 0.04
- Graphite - 0.1
- Phosphor-[bronze](#) - 0.35
- Cast iron - 0.4
- [Acrylic](#) - 0.4 - 0.5
- [Copper](#) - 0.53
- [Brass](#) - 0.51
- Tungsten carbide - 0.4 - 0.6
- [Aluminum](#) - 0.61

Figura 16 – Coeficientes de atrito estático e cinético. FONTE: eMACHINESHOP

Os valores das respectivas massas da máquina encontram-se na seguinte tabela:

Tabela 1- Pesos das unidades do projeto.

Peça	Quantidade	Peso Por Unidade	Total (gramas)
Prateleiras	4	120	480
Pesos	24	10	240
Molas	4	10	40
Chapa Metálica	1	158	158
Disco	1	180	180
Tirante	1	90	90
Viga Central	1	52	52
Suporte para pesos	6	15	90
		Total	1330

Sabendo que o coeficiente de atrito estático (μ) entre os guias de aço inox e as prateleiras de acrílico é igual a 0,5 com a massa total de 1,330 quilogramas:

$$F \sin \alpha \geq \mu \times F \times \cos \alpha + m \times g$$

$$57,17 \sin(86,18) \geq 0,5 \times 57,3 \times \cos(86,18) + 1,33 \times 9.81$$

$$57,04 \text{ N} \geq 14,96 \text{ N}$$

Conclui-se que a força do motor é suficiente para suportar os esforços de atrito e peso total da máquina.

Nota: Todos os cálculos encontram-se realizados em folhas de cálculo MathCad em anexo.

Sistema de 3 Graus de Liberdade

O número de graus de liberdade de um sistema é determinado pelo número de partes móveis e pelo número de direções em que cada parte se pode mover.

Mais de 1 grau de liberdade significa mais de uma frequência natural, o que faz aumentar a probabilidade de ocorrência de ressonância. Também significa mais direções (modos) de vibração segundo as quais o sistema é suscetível de ser excitado.

O conhecimento destas frequências naturais e correspondentes modos de vibração permite-nos decidir como alterar o sistema para obter o comportamento desejado.

É então necessário discretizar o sistema em N graus de liberdade:

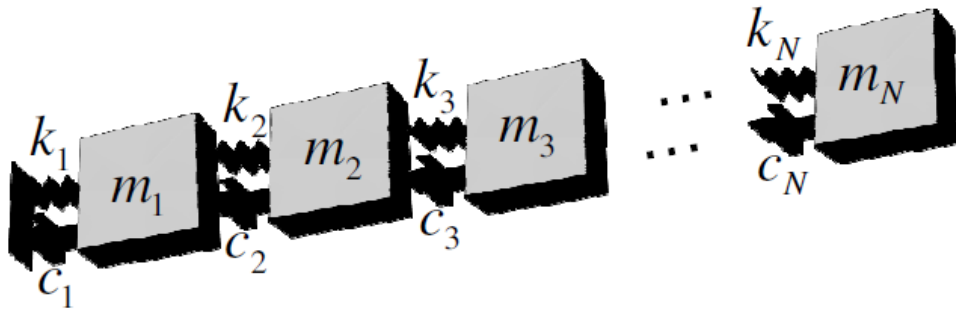


Figura 17 – Exemplo de um sistema de n graus de liberdade.

A equação de equilíbrio dinâmico de um sistema de N GDL com amortecimento viscoso é:

$$[M] \times \{\ddot{\vec{x}}(t)\} + [C] \times \{\dot{\vec{x}}(t)\} + [K] \times \{\vec{x}(t)\} = \{\vec{f}(t)\}$$

Onde:

- $\vec{f}(t)$ - Vetor de forças aplicadas.
- $\ddot{\vec{x}}(t)$ - Vetor de acelerações.
- $\dot{\vec{x}}(t)$ - Vetor de velocidades.
- $\vec{x}(t)$ - Vetor de deslocamentos.
- K - Matriz rigidez.
- C - Matriz amortecimento.
- M - Matriz massa.

A rigidez é a resistência de um corpo elástico à deflexão ou deformação por uma força aplicada. É uma qualidade inerente ao material.

A matriz de rigidez inclui as propriedades de cada elemento estrutural, incluindo as dimensões, o 2º momento de área e as constantes elásticas. Esta matriz permite definir as forças de restituição elástica em cada grau de liberdade e é determinada a partir da formulação da energia de deformação:

$$U = \frac{1}{2} \vec{X}^T K \vec{X}$$

Com \vec{X} sendo o vetor de amplitudes de deslocamento à frequência considerada.

A matriz de massas inclui a propriedade massa específica para além das dimensões da secção. Esta matriz permite definir as forças de inércia que atuam em cada grau de liberdade. É determinada a partir da formulação da energia cinética:

$$T = \frac{1}{2} \vec{X}^T M \vec{X}$$

Em que \vec{X} - Vetor de amplitudes de velocidade à frequência considerada.

A matriz de amortecimento permite definir as forças dissipadoras que atuam em cada grau de liberdade. Como não existe nenhum método que defina rigorosamente o amortecimento de cada elemento estrutural, esta é muitas vezes assumida, mais por razões de análise teórica, como proporcional á matriz de rigidez e/ou a matriz de massa. Neste caso vamos considerar sem amortecimento em que este é desprezável.

Estas três matrizes constituem o modelo espacial. As suas dimensões são NxN e são simétricas. Os vetores de deslocamentos, de velocidades, de acelerações e de forças são invariáveis no tempo e contêm os termos respetivos de translação segundo as direções ux , uy e uz e de rotação segundo θ_x , θ_y e θ_z .

Método de Resolução

Através de uma representação simples abaixo de um sistema de 3 graus de liberdade em estado livre, Sendo os retângulos azuis as massas e a cinza o chão inamovível, entre as massas a verde encontram-se as 3 molas:

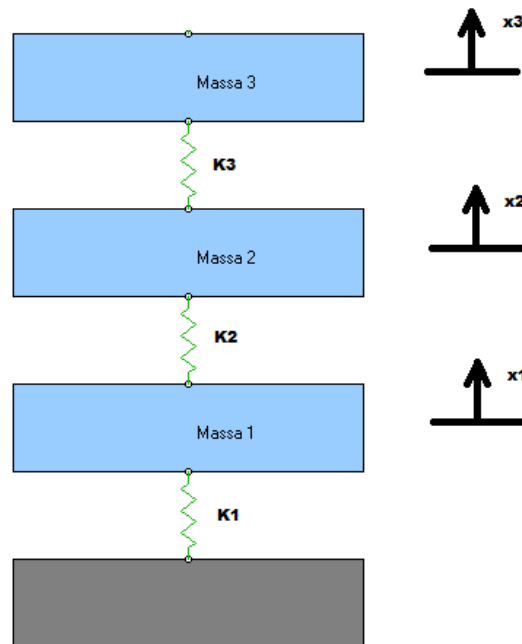


Figura 18 – Sistema teórico de 3 graus de liberdade sem amortecimento.

Tendo o sistema de 3 graus de liberdade modulado, segue-se uma explicação de como os cálculos são efetuados para um sistema de 3 graus de liberdade.

Aplicando a 2ª Lei de Newton a este sistema obtêm-se o sistema de equações:

$$\begin{aligned}m_1 \times \ddot{x}_1 &= -k_1 \times x_1 + k_2 \times (x_2 - x_1) \\m_2 \times \ddot{x}_2 &= -k_2 \times (x_2 - x_1) + k_3 \times (x_3 - x_2) \\m_3 \times \ddot{x}_3 &= -k_3 \times (x_3 - x_2)\end{aligned}$$

Ou

$$\begin{aligned}m_1 \times \ddot{x}_1 &= -k_1 \times x_1 + k_2 \times x_2 - k_2 \times x_1 \\m_2 \times \ddot{x}_2 &= -k_2 \times x_2 - k_3 \times x_2 + k_3 \times x_3 + k_2 \times x_1 \\m_3 \times \ddot{x}_3 &= -k_3 \times x_3 + k_3 \times x_2\end{aligned}$$

Passando para a Equação Matricial:

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \times \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_2 & k_3 \end{pmatrix} \times \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Que representa:

$$\begin{aligned} m_1 \times \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2) \times x_1 - k_2 \times x_2 &= 0 \\ m_2 \times \ddot{x}_2 + (-k_2) \times x_1 + (k_2 + k_3) \times x_2 + (-k_3) \times x_3 &= 0 \\ m_3 \times \ddot{x}_3 + (-k_2) \times x_2 + k_3 \times x_3 &= 0 \end{aligned}$$

Cuja solução é conhecida como sendo:

$$\begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_1 e^{j\omega t} \\ X_2 e^{j\omega t} \\ X_3 e^{j\omega t} \end{Bmatrix}$$

Derivando duas vezes para $\ddot{x}(t)$:

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \\ \ddot{x}_3(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\omega^2 X_1 e^{j\omega t} \\ -\omega^2 X_2 e^{j\omega t} \\ -\omega^2 X_3 e^{j\omega t} \end{Bmatrix}$$

Substituindo na equação matricial fica:

$$-\omega^2 \times \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \times \begin{Bmatrix} X_1 e^{j\omega t} \\ X_2 e^{j\omega t} \\ X_3 e^{j\omega t} \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_2 & k_3 \end{pmatrix} \times \begin{Bmatrix} X_1 e^{j\omega t} \\ X_2 e^{j\omega t} \\ X_3 e^{j\omega t} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Evidenciando o vetor deslocamento $\{\vec{X}\}$:

$$\left[-\omega^2 \times \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_2 & k_3 \end{pmatrix} \right] \times \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} \times e^{j\omega t} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

E como $e^{j\omega t}$ nunca é zero [1], a igualdade verifica-se:

$$\left[-\omega^2 \times \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_2 & k_3 \end{pmatrix} \right] \times \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Ou seja é possível eliminar $e^{j\omega t}$.

Para que o vetor \vec{X} , que representa os deslocamentos máximos de cada uma das massas, seja diferente de zero (solução trivial), pois é a solução em que há vibração, a matriz quadrada $(-\omega^2 \times M + K)$ não pode ter inversa.

Para uma matriz não ter inversa é necessário que o seu determinante seja nulo, logo:

$$\det \left[-\omega^2 \times \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_2 & k_3 \end{pmatrix} \right] = 0$$

Resolvendo o determinante, obtém-se uma equação Polinomial, cuja solução pode ser calculada automaticamente pelo software MathCad e obtemos três frequências naturais (e seis soluções): $\pm \omega_1, \pm \omega_2, \pm \omega_3$;

Logo:

$$\begin{aligned} (-\omega_1^2 \times M + K) \times \vec{X}^{(1)} &= \vec{0} \\ (-\omega_2^2 \times M + K) \times \vec{X}^{(2)} &= \vec{0} \\ (-\omega_3^2 \times M + K) \times \vec{X}^{(3)} &= \vec{0} \end{aligned}$$

Substituindo:

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} -\omega_1^2 \times m_1 + k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & -\omega_1^2 \times m_2 + k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_2 & -\omega_1^2 \times m_3 + k_3 \end{pmatrix} \times \begin{Bmatrix} X_1^{(1)} \\ X_2^{(1)} \\ X_3^{(1)} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

Em que $X_a^{(b)}$:

- a – Identifica a massa onde existe o deslocamento.
- b – Representa a frequência natural.

Surge, então, a equação que resolve os modos de vibração para a primeira frequência natural ω_1 .

Repetindo para as outras frequências:

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} -\omega_2^2 \times m_1 + k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & -\omega_2^2 \times m_2 + k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_2 & -\omega_2^2 \times m_3 + k_3 \end{pmatrix} \times \begin{Bmatrix} X_1^{(2)} \\ X_2^{(2)} \\ X_3^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ &\begin{pmatrix} -\omega_3^2 \times m_1 + k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & -\omega_3^2 \times m_2 + k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_2 & -\omega_3^2 \times m_3 + k_3 \end{pmatrix} \times \begin{Bmatrix} X_1^{(3)} \\ X_2^{(3)} \\ X_3^{(3)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

Estas equações fornecem os valores de X_1, X_2, X_3 para cada frequência, ou seja o deslocamento em termos de sentido e amplitude, isto é, o modo de vibração. Como as equações do sistema anterior não são linearmente independentes, só é possível obter a relação de deslocamentos, ou seja, obtêm-se para a primeira frequência natural, ω_1 :

$$\frac{X_1^{(1)}}{X_2^{(1)}} = \alpha_1^{(1)}$$

$$\frac{X_1^{(1)}}{X_3^{(1)}} = \alpha_2^{(1)}$$

Admitindo valores aleatórios para a relação de deslocamentos:

$$\frac{X_1^{(1)}}{X_2^{(1)}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{X_1^{(1)}}{X_3^{(1)}} = \frac{1}{5}$$

Isto significa que a relação entre $X_1^{(1)}$ e $X_2^{(1)}$ é de um terço, isto é o deslocamento $X_2^{(1)}$ é três vezes superior que $X_1^{(1)}$ no mesmo sentido. Se a relação desse um valor negativo seria no sentido inverso. A relação entre $X_1^{(1)}$ e $X_3^{(1)}$ é de um quinto, logo o deslocamento $X_3^{(1)}$ é cinco vezes superior que $X_1^{(1)}$.

Admitindo para a segunda frequência natural, ω_2 :

$$\frac{X_1^{(2)}}{X_2^{(2)}} = -\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\frac{X_1^{(2)}}{X_3^{(2)}} = -\left(\frac{1}{5}\right)$$

Admitindo para a terceira frequência natural, ω_3 :

$$\frac{X_1^{(3)}}{X_2^{(3)}} = 4$$

$$\frac{X_1^{(3)}}{X_3^{(3)}} = -8$$

Estes modos de vibração podem ser representados pela matriz:

$$\begin{pmatrix} X_1^{(1)} & X_1^{(2)} & X_1^{(3)} \\ X_2^{(1)} & X_2^{(2)} & X_2^{(3)} \\ X_3^{(1)} & X_3^{(2)} & X_3^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & \frac{1}{4} \\ 5 & -5 & -\frac{1}{8} \end{pmatrix}$$

Esta Matriz é intitulada Matriz Modal onde foi normalizado á unidade os deslocamentos da massa 1.

Modelo Correspondente aos Cálculos das Molas

Agora vendo uma representação próxima da construída na figura 19, tem-se um sistema de 3 graus de liberdade em estado livre, sendo os retângulos azuis as massas e a cinza o chão e um teto inamovíveis, tendo 4 molas em vez das habituais 3 a verde, porque o sistema irá ter as molas pré tensionadas daí a quarta mola.

Para saber a rigidez das molas que permitam excitar as três frequências naturais do sistema através da rotação do motor, segue-se a metodologia e cálculos realizados.

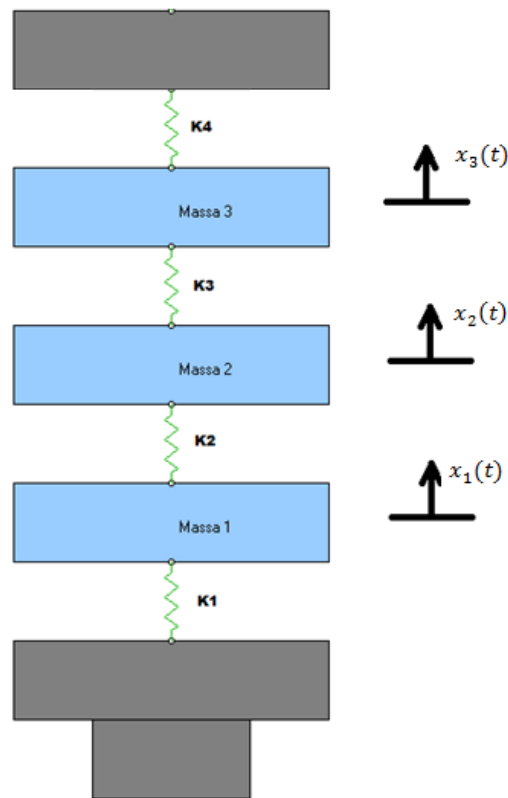


Figura 19 – Sistema de 3 graus de liberdade que foi considerado para a aquisição das molas.

Cálculo das Frequências Naturais

Sabendo a densidade do acrílico e suas medidas, é possível calcular o volume de cada prateleira e a sua massa correspondente:

$$A = l^2$$
$$V = A \times h$$

Em que:

- A – Área
- V – Volume
- l – Lado da prateleira
- h – Altura da prateleira

$$A = 0,1(m) \times 0,1(m) = 0,01 m^2$$

$$V = 0,01(m^2) \times 0,01(m) = 1 \times 10^{-4} m^3$$

Multiplicando o volume com a densidade é calculada a massa:

$$m = V \times \rho$$

$$m = 0,0001(m^3) \times 1200 \left(\frac{kg}{m^3} \right) = 0,12 kg$$

Como todas as prateleiras são idênticas pode-se admitir que terão todas a mesma massa, e do mesmo modo o peso adicional que se lhes adicionará será igual, assim pode-se admitir que todas as massas quer mínimas, quer máximas serão iguais, o que facilitará os cálculos posteriores:

$$m_1 = m_2 = m_3 = m$$

Tal como as massas, as molas serão idênticas em cada simulação. Porém visto que o nosso sistema é pré tensionado com uma mola adicional ligada à parte superior da massa 3, tem-se que alterar corretamente as fórmulas de maneira a ter em conta esta modificação:

$$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k$$

Primeiro é necessário converter a frequência natural para radiano por segundo, visto o motor conseguir alcançar os 3000 rpm como rotação máxima, ou 50 rps (rotações por segundo), é o mesmo que uma frequência de 50 Hz, a frequência máxima do motor:

$$fn = 50 Hz$$

$$\omega = fn \times 2 \times \pi$$

$$\omega = 50(Hz) \times 2 \times \pi = 314,159 rad/s$$

Para simplificar, é favorável pegar logo na equação do determinante e resolver de modo inverso, isto é, entrando logo com os valores de massa conhecidos e a frequência natural máxima pretendida, ou seja os 314,159 rad/s, e daqui calcular os valores de rigidez das molas, repare-se na adição de k_4 de modo a corresponder com o modelo que irá ser construído. Começando com os valores de massa mínimas, sem o peso que se pode adicionar, ou seja, a massa é de 120 gramas:

$$\det \left[-\omega^2 \times \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_2 & k_3 + k_4 \end{pmatrix} \right] = 0$$

Simplificando:

$$\det \left[-\omega^2 \times \begin{pmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2k & -k & 0 \\ -k & 2k & -k \\ 0 & -k & 2k \end{pmatrix} \right] = 0$$

Com $m = 0,12 kg$ e $\omega = 314,159 rad/s$.

Resolvendo teremos três hipóteses de k que excitarão a frequência máxima do motor:

- $k = 3468,88 \text{ N/m}$
- $k = 5921,76 \text{ N/m}$
- $k = 20218,16 \text{ N/m}$

A razão para a ocorrência de três valores de rigidez diferentes para as molas deve-se ao facto de cada mola conseguir excitar três frequências naturais diferentes visto o sistema ter 3 graus de liberdade, ou seja cada mola conseguirá excitar a frequência natural de 314,159 rad/s mais duas de valor diferente que podem ser calculadas, por exemplo usando o valor de $k=5921,76 \text{ N/m}$, e com a mesma fórmula:

$$\det \left[-\omega^2 \times \begin{pmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2k & -k & 0 \\ -k & 2k & -k \\ 0 & -k & 2k \end{pmatrix} \right] = 0$$

Com $k = 5921,76 \text{ N/m}$ e $m = 0,12 \text{ kg}$.

Resolvendo o determinante, as 3 frequências naturais correspondentes são:

- $\omega = \pm 170.022 \text{ rad/s}$
- $\omega = \pm 314.159 \text{ rad/s}$
- $\omega = \pm 410.469 \text{ rad/s}$

Daqui é possível notar que esta frequência excita a frequência natural máxima do motor, uma inferior a esta e outra de valor superior, e fazendo os cálculos para as outras duas molas verificou-se que a mola com a rigidez menor excita a frequência máxima do motor e outras duas de valores inferiores, e de maneira lógica a mola com a maior rigidez excita a frequência máxima do motor e duas de valor superior. Uma vez que é pretendido que qualquer simulação realizada na máquina excite sempre frequências naturais que sejam possíveis de excitar com o motor que vai ser utilizado, a única mola que respeita estas condições será uma com uma rigidez inferior ou igual a 3468,88 N/m, se for igual as frequências naturais serão:

- $\omega = \pm 20,71 \text{ Hz}$
- $\omega = \pm 38,27 \text{ Hz}$
- $\omega = \pm 50 \text{ Hz}$

Sendo a última exatamente os 50 Hz obtidos pelo motor.

Realizando os mesmos cálculos para quando o peso for máximo, 200 gramas invés de 120 gramas:

$$\det \left[-\omega^2 \times \begin{pmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2k & -k & 0 \\ -k & 2k & -k \\ 0 & -k & 2k \end{pmatrix} \right] = 0$$

Com $m = 0,2 \text{ kg}$ e $\omega = 314,159 \text{ rad/s}$.

Resolvendo o determinante:

- $k = 5781,48 \text{ N/m}$
- $k = 9869,60 \text{ N/m}$
- $k = 33696,94 \text{ N/m}$

Com o aumento de massa, os valores de rigidez das molas sofrem um aumento para conseguir excitar a frequência de 50 Hz. É fácil perceber que o aumento da massa irá provocar um decréscimo no valor das frequências naturais.

Assim pode-se admitir que as molas com que se irá realizar a máquina terão um valor máximo absoluto de 3468,88 N/m e que qualquer uma que se encontre abaixo destes valores também cumprirá as condições necessárias de excitar três frequências naturais abaixo dos 314.159 rad/s como é pretendido, com o cuidado de não comprimir demasiado devido ao valor de deflexão estática, que é calculado na secção da mola.

Calculando agora para as condições de peso máximo e para molas de rigidez de 3468,88 N/m, as frequências naturais são:

$$\det \left[-\omega^2 \times \begin{pmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2k & -k & 0 \\ -k & 2k & -k \\ 0 & -k & 2k \end{pmatrix} \right] = 0$$

Com $k = 3468,88 \text{ N/m}$ e $m = 0,2 \text{ kg}$.

- $\omega = \pm 16,04 \text{ Hz}$
- $\omega = \pm 29,64 \text{ Hz}$
- $\omega = \pm 38,73 \text{ Hz}$

Todas abaixo da rotação máxima do motor (50 Hz) como desejado.

Modos de Vibração

Pegando nas equações já explicadas anteriormente:

$$\begin{aligned} (-\omega_1^2 \times M + K) \times \vec{X}^{(1)} &= \vec{0} \\ (-\omega_2^2 \times M + K) \times \vec{X}^{(2)} &= \vec{0} \\ (-\omega_3^2 \times M + K) \times \vec{X}^{(3)} &= \vec{0} \end{aligned}$$

Substituindo:

$$\begin{pmatrix} -\omega_1^2 \times m_1 + k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & -\omega_1^2 \times m_2 + k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_2 & -\omega_1^2 \times m_3 + k_3 + k_4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} X_1^{(1)} \\ X_2^{(1)} \\ X_3^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -\omega_2^2 \times m_1 + k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & -\omega_2^2 \times m_2 + k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_2 & -\omega_2^2 \times m_3 + k_3 + k_4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} X_1^{(2)} \\ X_2^{(2)} \\ X_3^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -\omega_3^2 \times m_1 + k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & -\omega_3^2 \times m_2 + k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_2 & -\omega_3^2 \times m_3 + k_3 + k_4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} X_1^{(3)} \\ X_2^{(3)} \\ X_3^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Em que $X_a^{(b)}$:

- a – Identifica a massa onde existe o deslocamento.
- b – Representa a frequência natural.

Realizando os cálculos tem-se os modos de vibração para as configurações que serão utilizadas na máquina, que curiosamente serão iguais para quando as configurações de massas e molas contêm todas as massas iguais e todas as molas iguais, só existiria variação na matriz modal se por exemplo $k_1 \neq k_2$ ou k_3 , o mesmo para as massas.

$$\begin{pmatrix} X_1^{(1)} & X_1^{(2)} & X_1^{(3)} \\ X_2^{(1)} & X_2^{(2)} & X_2^{(3)} \\ X_3^{(1)} & X_3^{(2)} & X_3^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,707 & -1 & -0,707 \\ -1 & 0 & 1 \\ -0,707 & 1 & -0,707 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} X_1^{(1)} & X_1^{(2)} & X_1^{(3)} \\ X_2^{(1)} & X_2^{(2)} & X_2^{(3)} \\ X_3^{(1)} & X_3^{(2)} & X_3^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & -1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -1 & 0 & 1 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 1 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$$

Nota: Todos os cálculos foram realizados em folhas de cálculo MathCad que podem ser encontrados em anexo.

Frequências Naturais

$$f_n = \begin{pmatrix} 20.711 \\ 38.269 \\ 50.001 \end{pmatrix}$$

Modos de Vibração

$$m_d = \begin{pmatrix} -0.707 & -1 & -0.707 \\ -1 & 0 & 1 \\ -0.707 & 1 & -0.707 \end{pmatrix}$$

Figura 20- Frequências naturais e modos de vibração para $m=0.12$ e $k=3469$.

Frequências Naturais

$$f_n = \begin{pmatrix} 16.043 \\ 29.643 \\ 38.73 \end{pmatrix}$$

Modos de Vibração

$$m_d = \begin{pmatrix} -0.707 & -1 & -0.707 \\ -1 & 0 & 1 \\ -0.707 & 1 & -0.707 \end{pmatrix}$$

Figura 21- Frequências naturais e modos de vibração para m=0.2 e k=3469.

Resultados Obtidos

Na tabela podem-se visualizar os valores obtidos para ambas as configurações:

Tabela 2 - Frequências Naturais e Modos de Vibração.

					Modo1			Modo2			Modo3		
k(N/m)	m(kg)	ω_1	ω_2	ω_3	X_1	X_2	X_3	X_1	X_2	X_3	X_1	X_2	X_3
3468,88	0,12	20,71	38,27	50	-0,707	-1	-0,707	-1	0	1	-0,707	1	-0,707
3468,88	0,20	16,04	29,64	38,73	-0,707	-1	-0,707	-1	0	1	-0,707	1	-0,707

Modelo Correspondente ao Construído

Agora vendo a representação correspondente ao que é realmente pretendido e correto, tem-se um sistema de 3 graus de liberdade em estado livre, sendo os retângulos azuis as massas e a cinza a base e o topo inamovíveis, tendo 4 molas porque o sistema irá ter as molas em pré tensão, motivo da existência da quarta mola.

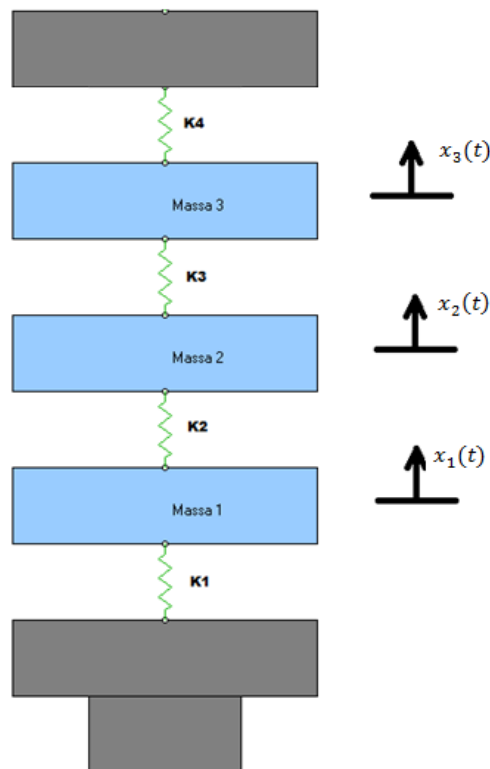


Figura 22 – Sistema de 3 graus de liberdade que corresponde ao que é construído.

Cálculo das Frequências Naturais para o Modelo Construído

No modelo real as massas centrais terão partes de aço inox que também têm de ser consideradas, após pesagem numa balança verificou-se que teriam mais 30 gramas, o que dá um peso total de 150 gramas sem pesos adicionais.

Como todas as prateleiras centrais são idênticas pode-se admitir que terão todas a mesma massa, e do mesmo modo o peso adicional que se lhes adicionará será igual, assim pode-se admitir que todas as massas quer mínimas, quer máximas serão iguais nestas prateleiras, o que facilitará os cálculos posteriores.

$$m_1 = m_2 = m_3 = m = 0,150 \text{ Kgs}$$

Tal como as massas centrais, as molas serão idênticas em cada simulação. No capítulo seguinte, em que se estuda a mola, concluiu-se que cada mola terá uma rigidez entre 2700 e 2800 N/m.

$$k_1 = k_2 = k_3 = k = 2800 \text{ N/m}$$

Decompondo o sistema de 3 graus de liberdade de modo a que seja possível a visualização do comportamento de cada massa individual, tem-se para a massa 1:

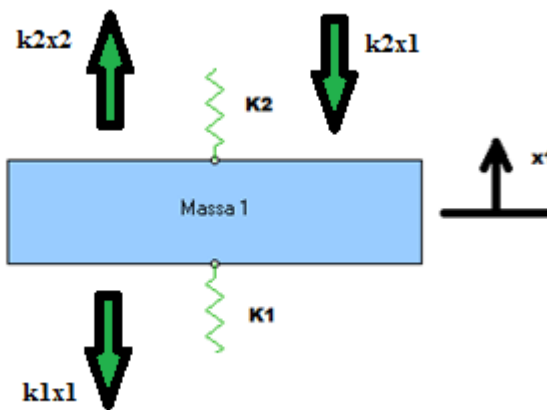


Figura 23-Forças atuantes na massa 1.

Que com o deslocamento x_1 para cima sofre uma força contrária k_1x_1 devido á mola 1, e o mesmo ocorre devido á mola 2 que contraria o deslocamento com k_2x_1 . Com o deslocamento x_2 da massa 2 tem-se uma força no mesmo sentido do deslocamento da massa 1 denominada k_2x_2 . Assim com a segunda Lei de Newton:

$$m_1 \times \ddot{x}_1 = -k_1 \times x_1 + k_2 \times x_2 - k_2 \times x_1$$

Fazendo o mesmo para a massa 2:

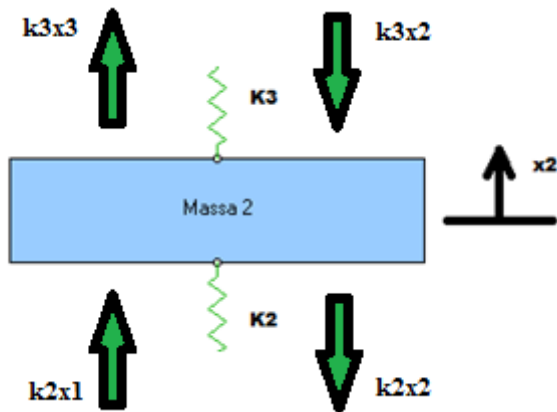


Figura 24- Forças atuantes na massa 2.

Com o deslocamento x_2 da massa 2 para cima, irão surgir forças contrárias k_2x_2 e k_3x_2 devido às molas 2 e 3. Mas com o deslocamento das massas 1 e 3 para cima surgem forças positivas como a k_2x_1 e k_3x_3 . Exatamente o mesmo caso para o exemplo explicado no Método de Resolução, devido a isto através da segunda Lei de Newton a equação para a massa 2 é idêntica à do método de resolução.

$$m_2 \times \ddot{x}_2 = -k_2 \times x_2 + k_3 \times x_3 - k_3 \times x_2 + k_2 \times x_1$$

Decompondo para a massa 3:

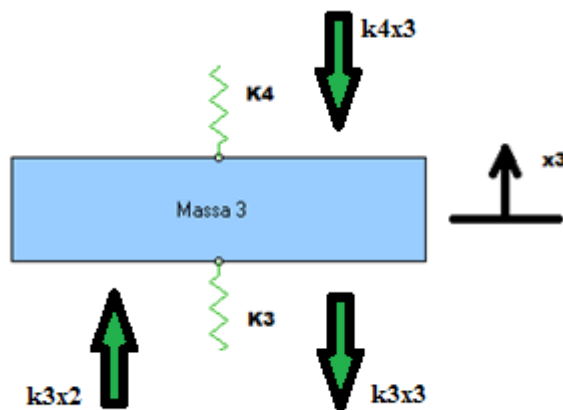


Figura 25- Forças atuantes na massa 3.

Devido ao deslocamento x_3 surgem forças contrárias ao movimento k_3x_3 e k_4x_3 devido a ambas as molas. Devido ao deslocamento x_2 surge a força k_3x_2 no mesmo sentido do deslocamento x_3 . Assim para a massa 3 a equação fica:

$$m_3 \times \ddot{x}_3 = -k_4 \times x_3 - k_3 \times x_3 + k_3 \times x_2$$

Assim as 3 equações necessárias são:

$$m_1 \times \ddot{x}_1 = -k_1 \times x_1 + k_2 \times x_2 - k_2 \times x_1$$

$$m_2 \times \ddot{x}_2 = -k_2 \times x_2 + k_3 \times x_3 - k_3 \times x_2 + k_2 \times x_1$$

$$m_3 \times \ddot{x}_3 = -k_4 \times x_3 - k_3 \times x_3 + k_3 \times x_2$$

Desenvolvendo:

$$m_1 \times \ddot{x}_1 + k_1 \times x_1 - k_2 \times x_2 + k_2 \times x_1 = 0$$

$$m_2 \times \ddot{x}_2 + k_2 \times x_2 - k_3 \times x_3 + k_3 \times x_2 - k_2 \times x_1 = 0$$

$$m_3 \times \ddot{x}_3 + k_4 \times x_3 + k_3 \times x_3 - k_3 \times x_2 = 0$$

$$m_1 \times \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2) \times x_1 - k_2 \times x_2 = 0$$

$$m_2 \times \ddot{x}_2 + (k_2 + k_3) \times x_2 - k_3 \times x_3 - k_2 \times x_1 = 0$$

$$m_3 \times \ddot{x}_3 + (k_3 + k_4) \times x_3 - k_3 \times x_2 = 0$$

Transformando para a equação matricial fica:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{x}_4 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & -k_1 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 \\ -k_1 & 0 & -k_4 & k_1 + k_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Com estas informações é possível calcular as frequências naturais e modos de vibração, através de uma folha de cálculo em Mathcad tem-se os respetivos valores:

Frequências Naturais

$$fn = \begin{pmatrix} 16.643 \\ 30.752 \\ 40.179 \end{pmatrix}$$

Modos de Vibração

$$md = \begin{pmatrix} 0.707 & 1 & -0.707 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0.707 & -1 & -0.707 \end{pmatrix}$$

Figura 26-Frequências naturais e modos de vibração calculados em Mathcad.

Verifica-se que todas as frequências naturais se encontram abaixo da frequência de 50 Hz no pior caso, quando as massas são mínimas sem pesos adicionais.

Mola

Sabendo o valor máximo da rigidez das molas pretendidas, foi necessário desenhar e conceber uma mola com uma rigidez inferior à calculada mas aproximada, para verificar se o fabricante tem molas parecidas em armazém ou fabricar umas novas. Infelizmente ao contrário do que era esperado nenhum dos fabricantes de molas que foram contactados tinham conhecimento dos valores de constante elástica dos seus produtos, sendo essa a razão de ser necessário realizar os cálculos.

Após a informação dos materiais disponíveis pelo fabricante optou-se pelo mais comum e mais utilizado em molas, o Arame de Piano ASTM A228, que tem um módulo de elasticidade transversal equivalente a aproximadamente 79240 N/mm^2 e uma densidade (ρ) de 7.86 g/cm^3 .

O módulo de elasticidade transversal (G) de um material, pode ser definido em função do módulo de elasticidade (E) e do coeficiente de Poisson (ν).

$$G = \frac{E}{2 \times (1 + \nu)} \quad (\text{Gpa})$$

$G = 80\text{GPa}$ é um valor típico para um aço.

Fórmulas de Cálculo em Unidades Métricas para Molas

Diâmetro externo da mola

$$D_e = D + d \quad (\text{mm})$$

Onde:

- D – Diâmetro médio da mola (mm).
- d – Diâmetro do arame (mm).

Diâmetro interior da mola

$$D_i = D - d \quad (\text{mm})$$

Índice da mola

$$c = \frac{D}{d}$$

Fator de correção de Wahl

$$K_w = \frac{4 \times c - 1}{4 \times c - 4} + \frac{0,651}{c}$$

Força geral exercida pela mola

$$F = \frac{\pi \times d^3 \times \tau}{8 \times D \times K_w} = \frac{G \times s \times d^4}{8 \times D^3 \times n} + F_0 \quad (N)$$

Onde:

- τ – Tensão de torção do material da mola em geral (MPa).
- G – Módulo de elasticidade do material da mola (MPa).
- s – Deflexão da mola em geral (mm).
- n – Número de espiras ativas.
- F_0 - Tensão inicial da mola (N).

Constante da mola

$$k = \frac{G \times d^4}{8 \times D^3 \times n} \quad \left(\frac{N}{mm}\right)$$

Diâmetro médio da mola

$$D = \sqrt[3]{\frac{G \times d^4}{8 \times k \times n}} \quad (mm)$$

Deflexão da mola em geral

$$s = \frac{F}{k} \quad (mm)$$

Onde:

- F – Força geral exercida pela mola (N).

Comprimento do arame esticado

$$l = 3,2 \times D \times (n + n_z) \quad (mm)$$

Onde:

- n – Número de espiras ativas.
- n_z - Número de espiras de acabamento ou finais.

Massa da mola

$$m = \frac{\pi \times l \times d^2 \times \rho}{4 \times 10^9} \quad (kg)$$

Frequência natural de oscilação da mola

$$f = \frac{d}{2 \times \pi \times n \times D^2} \times \sqrt{\frac{G}{2 \times \rho}} \times 10^6 \text{ (Hz)}$$

A figura 27 oferece uma melhor visualização de algumas das variáveis que se encontram na formulação das molas:

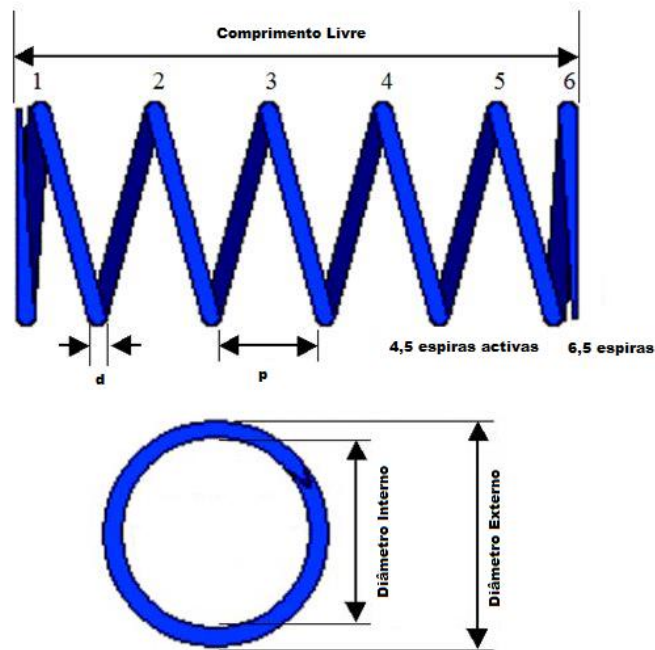


Figura 27 – Exemplo de mola.

Onde:

- p – Passo.
- d – Diâmetro do arame.

É muito importante saber como realizar a contagem de espiras em molas de compressão, devemos começar na segunda espira, porque não será uma espira completa até realizar uma volta completa de 360°, tal como está representado na figura 27 a primeira contagem, o número 1, não se encontra na extremidade da mola, está quando a primeira espira realizou uma volta completa. Como no final apenas faz meia volta, isto é, as extremidades acabam a 180° uma da outra faz-se apenas uma contagem de meia espira no final, de acordo com a imagem tem-se um total de 6,5 espiras.

As espiras ativas serão aquelas espiras que farão o esforço de compressão, ou aquelas que realmente comprimem e estendem, normalmente nas molas de compressão as espiras na extremidade estão sempre assentes em superfícies que lhes fornecem as tensões, e por isto, usualmente as espiras ativas são sempre uma contagem das espiras totais menos duas (as da extremidade):

$$n = n_t - n_z$$

Onde:

- n_t - Número total de espiras
- n_z - Número de espiras no acabamento, habitualmente são 2.

Cálculos e Esboço de Possível Mola para o Projeto

A rigidez da mola pretendida tem um valor igual ou inferior 3469 N/m, a mola deve ter medidas que satisfaçam a restrição imposta pelo tamanho das prateleiras em que as suas superfícies são quadradas com 10 centímetros de lado, por isso pode-se admitir um diâmetro externo da mola máximo de 10 centímetros, porém foi admitido um diâmetro muito inferior ao diâmetro máximo para ter uma maior tolerância visto que as prateleiras não estarão completamente vazias, estas terão os guias a atravessá-las, mais uma viga central para fornecer pré tensão às molas, e umas chapas quinadas adicionais na face lateral onde será colocado o peso adicional, admitindo um diâmetro médio de 4,6 centímetros para a mola evita a colisão desta com os restantes componentes.

Admitindo que as molas terão 8 espiras ativas ou um total de espiras igual a 10, e lembrando que o módulo de elasticidade transversal é de 79240 N/mm² é possível calcular o diâmetro do arame com a constante da mola:

$$k = \frac{G \times d^4}{8 \times D^3 \times n} \quad \left(\frac{N}{mm}\right)$$

Transformando a equação da constante da mola para o cálculo do diâmetro do arame fica:

$$d = \sqrt[4]{8 \times n \times k \times \frac{D^3}{G}}$$

$$d = \sqrt[4]{8 \times 8 \times 3,469 \times \frac{46^3}{79240}} = 4,064 \text{ mm}$$

Como é mais fácil para o fabricante ter um valor inteiro no diâmetro do arame, modificou-se a mola para ter um d igual a 4 milímetros, isto provocará um decréscimo na constante elástica praticamente desprezável, como se pode verificar quando se realiza o cálculo:

$$k = \frac{79240 \times 4^4}{8 \times 46^3 \times 8} = 3,256 \quad \left(\frac{N}{mm}\right)$$

É possível calcular também os diâmetros externos e internos graças ao conhecimento do diâmetro médio e de arame:

$$D_e = D + d \text{ (mm)}$$

$$D_e = 46 + 4 = 50 \text{ mm}$$

$$D_i = D - d \text{ (mm)}$$

$$D_i = 46 - 4 = 42 \text{ mm}$$

É importante saber qual será a deflexão da mola, para saber quanto a mola comprime foi admitida uma força de 100 N (10kgs), bastante superior ao que a máquina irá estar submetida e com a fórmula da deflexão geral da mola:

$$s = \frac{F}{k} \text{ (mm)}$$

$$s = \frac{100}{3,256} = 30,71 \text{ mm}$$

Visto a mola ter um diâmetro de arame de 4 milímetros e 10 espiras totais pode-se afirmar que a mola deixará de fazer trabalho quando estiver completamente comprimida, isto é, quando todas as espiras estiverem em contacto, esta ocorrência também pode ser calculada, bastando multiplicar o número de espiras pelo diâmetro destas, ou seja o diâmetro de arame, intitulando de L_c como o comprimento em que tal acontece:

$$L_c = n_t \times d \text{ (mm)}$$

$$L_c = 10 \times 4 = 40 \text{ mm}$$

Ou seja a mola está completamente comprimida quando o seu comprimento for de 40 milímetros, visto que tem uma deflexão de aproximadamente 31 milímetros, podemos afirmar que a mola terá de ter um comprimento livre superior á soma destes 2 valores, ou seja superior a 71 milímetros:

$$L_0 > s + L_c \text{ (mm)}$$

$$L_0 > 30,71 + 40 = 70,71 \text{ mm}$$

Admitindo o dobro por exemplo, um comprimento livre de 140 milímetros, a mola terá medidas satisfatórias para as condições a que estará sujeita. É possível também calcular a massa de cada mola calculando primeiro o comprimento do arame esticado:

$$l = 3,2 \times D \times (n + n_z) \text{ (mm)}$$

$$l = 3,2 \times 46 \times (8 + 2) = 1442,56 \text{ mm}$$

Com um arame com 1442,56 milímetros quando esticado a massa será:

$$m = \frac{\pi \times l \times d^2 \times \rho}{4 \times 10^9} \text{ (kg)}$$

$$m = \frac{\pi \times 1442,56 \times 4^2 \times 7860}{4 \times 10^9} = 0,1427 \text{ kg}$$

O peso de cada mola é muito reduzido, o que é satisfatório visto que este peso terá uma influência baixa no comportamento da máquina.

Posteriormente através de um fabricante de molas conceituado com a página de internet <http://www.planetspring.com> confirmou-se os resultados obtidos através do seu calculador automático, exemplificado na figura 28, onde é importante referir que nos dados de entrada se alterou para o sistema métrico, o tipo de acabamento escolhido foi o fechado e plano para a mola assentar corretamente na prateleira e foi selecionado uma mola do tipo de compressão:

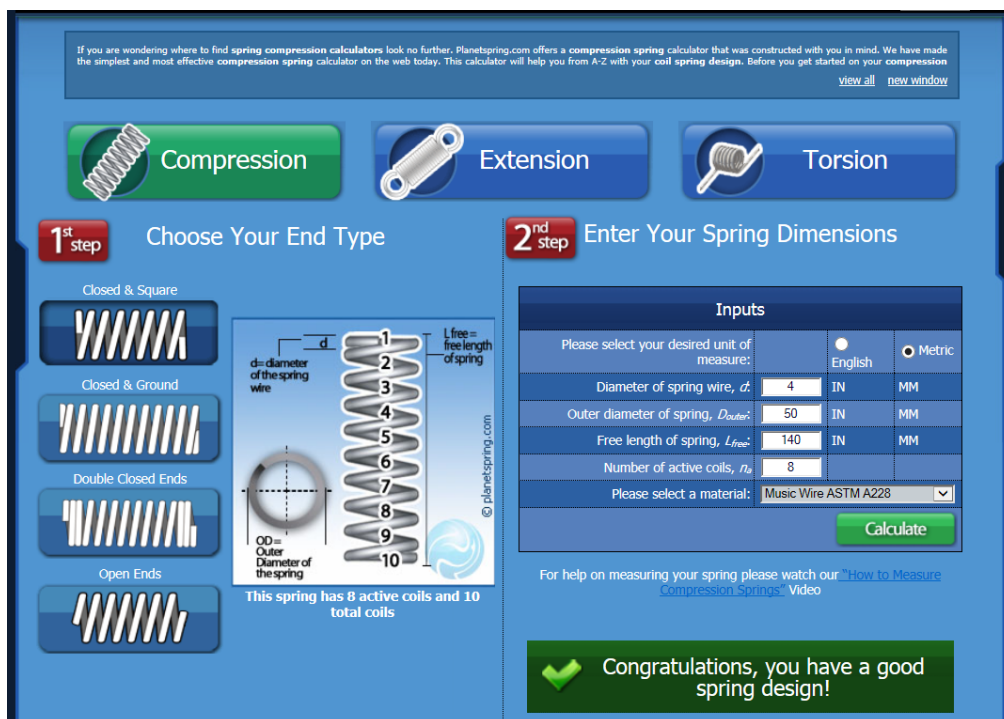


Figura 28 – Introdução de dados no calculador automático do PlanetSpring,

O calculador automático envia felicitações afirmando que o esboço da mola é satisfatório, com a ausência de qualquer tipo de aviso de adversidades que pudessem existir.

3rd step Enter Your Working Loads

Choose a load that is within the limits of the minimum and maximum possible loads below. Once you choose a load or loaded height the unknown value will be calculated for you when you hit tab or click on calculate button.

Load Inputs (Optional but recommended)	
Load One = L1	Load Two = L2
L1 <input type="text"/> N	L2 <input type="text"/> N
@ <input type="text"/> Loaded Height	@ <input type="text"/> Loaded Height
Achievable?: <input type="checkbox"/>	Achievable?: <input type="checkbox"/>
<input type="button" value="Calculate"/>	<input type="button" value="Calculate"/>

Values in **RED** are loads that cannot be met safely in this design. If you need to meet this load please adjust you inputs.

4th step Warnings And Helpful Tips

Warning Messages	Helpful Tips
Your design has no warnings.	

The Force Chart	
More Force (MF)	Less Force (LF)
Smaller OD = MF	Larger OD = LF
Less Coils = MF	More Coils = LF
Thicker Wire = MF	Thinner Wire = LF
More Travel = MF	Less Travel = LF

Figura 29 - Avisos de defeitos no esboço da mola do calculador automático.

Não foram introduzidos valores de força existentes nas molas para o calculador admitir todos os cenários possíveis. Mostrando na figura 30 os resultados também satisfatórios em todas as situações, e mostrando que a mola suporta um peso máximo de 312,614 N, ou aproximadamente 31 quilogramas.

Values in **RED** are loads that cannot be met safely in this design. If you need to meet this load please adjust you inputs.

Possible Loads	
0.000 N @ 140.000 Loaded Height	✓
31.261 N @ 130.400 Loaded Height	✓
62.523 N @ 120.800 Loaded Height	✓
93.784 N @ 111.200 Loaded Height	✓
125.046 N @ 101.600 Loaded Height	✓
156.307 N @ 92.000 Loaded Height	✓
187.569 N @ 82.400 Loaded Height	✓
218.830 N @ 72.800 Loaded Height	✓
250.092 N @ 63.200 Loaded Height	✓
281.353 N @ 53.600 Loaded Height	✓
312.614 N @ 44.000 Loaded Height	✓
Max Load For This Spring:	312.614

Figura 30- Valores de esforço a que a mola pode ser sujeita.

Finalmente gerou-se um desenho técnico da mola também realizado pelo fabricante:

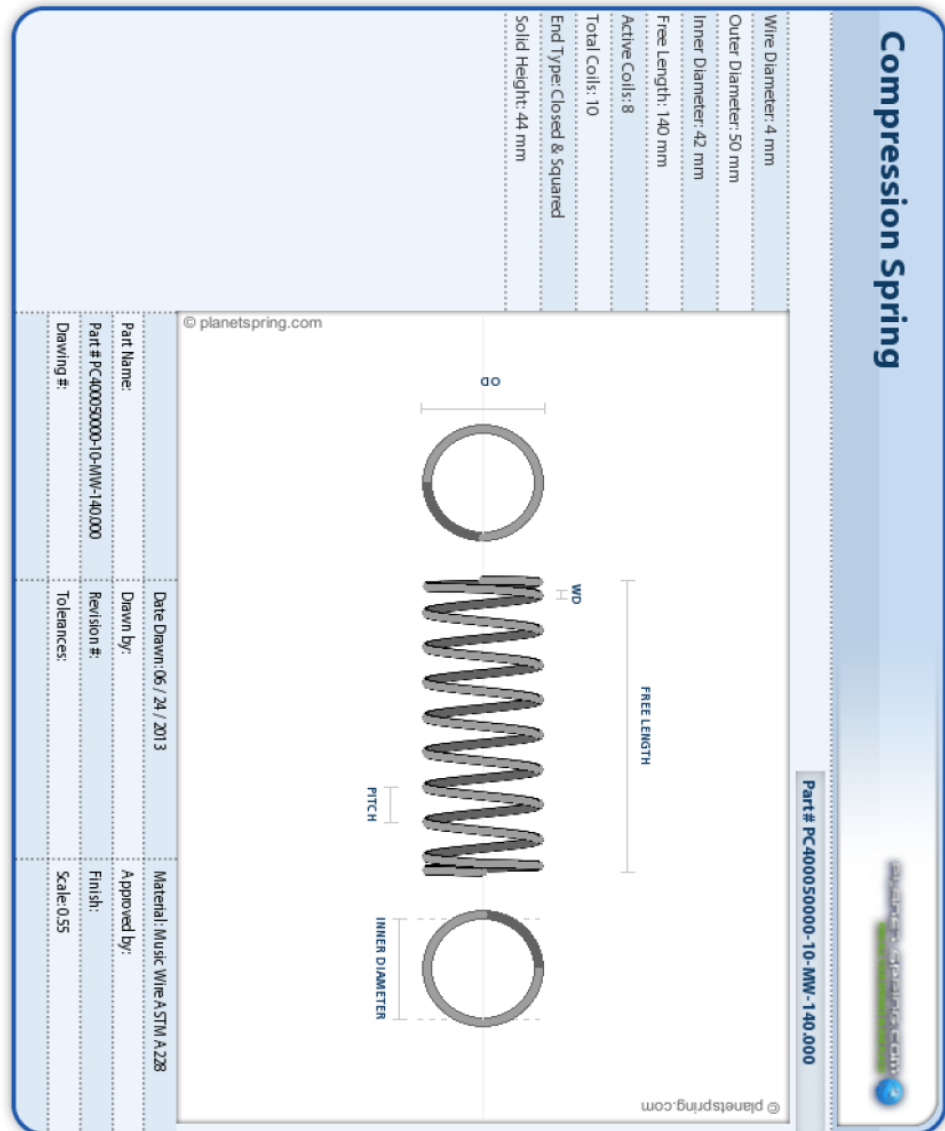


Figura 31 - Desenho técnico da mola do fabricante.

Na tabela da figura 32 pode-se comparar os resultados do fabricante com os calculados e verificar que são de facto idênticos:

Spring Creator PC400050000-10-MW-140.000 06/24/2013

Answers			
Loads & Rates		0.000 N @ 140.000 Loaded Height	✔
True Maximum Load, True Fmax:	398.20144848812 N	31.261 N @ 130.400 Loaded Height	✔
Maximum Load Considering Solid Height, Solid Height Fmax:	312.61442973099 N	62.523 N @ 120.800 Loaded Height	✔
Spring constant (or Spring rate), k:	3.2564003096978 N/mm	93.784 N @ 111.200 Loaded Height	✔
Safe Travel		125.046 N @ 101.600 Loaded Height	✔
True Maximum Travel, True Travelmax:	122.2827080879 mm	156.307 N @ 92.000 Loaded Height	✔
Maximum Travel Considering Solid Height, Solid Height Travelmax:	96 mm	187.569 N @ 82.400 Loaded Height	✔
Physical Dimensions		218.830 N @ 72.800 Loaded Height	✔
Diameter of spring wire, d:	4 mm	250.092 N @ 63.200 Loaded Height	✔
Outer diameter of spring, Douter:	50 mm	281.353 N @ 53.600 Loaded Height	✔
Inner diameter of spring, Dinner:	42 mm	312.614 N @ 44.000 Loaded Height	✔
Mean diameter of spring, Dmean:	46 mm	Max Load For This Spring:	312.61442973099 N
Free length of spring, Lfree:	140 mm		
Number of active coils, na:	8		
Number of total coils, nT:	10		
Solid height, Lsolid:	44 mm		
Type of ends:	closed & squared		
Spring index, C:	11.5		
Distance between coils, Coilpitch:	16 mm		
Rise angle of coils:	6.3178559444236 mm		
Material Type			
Material type:	Music Wire ASTM A228		
Weights & Measures			
Weight of one spring, M:	0.1428289670508 Kg		
Weight per one thousand springs, M:	142.8289670508 Kg		
Length of wire required to make one spring, Lwire:	1445.1326206513 mm		
Stress Factors			
Material shear modulus, G:	79241245136.187 Pa		
Maximum shear stress possible, tmax:	819855589.73084		
Wahl correction factor, W:	1.1249068322981		
Suggested Part Number			
Suggested Part Number:	PC400050000-10-MW-140.000		

Figura 32 – Tabela das características da mola da PlanetSpring,

Processo de Seleção da Mola

Infelizmente encomendar uma mola em armazém e pedir para fabricar uma mola em específico tem uma enorme diferença no preço, embora esta mola fosse ideal para o projeto foi necessário selecionar através de catálogos. Como já foi mencionado anteriormente os fabricantes portugueses escasseiam na informação das constantes elásticas das molas, além disto também não têm a informação dos números de espiras o que dificultou exponencialmente a seleção.

Novamente o que é esperado das molas pretendidas para o projeto pode ser listado pelas seguintes condições:

- Uma constante elástica inferior a 3,469 N/mm;
- Diâmetro interior superior a 6 mm para não colidir com a viga central;
- Diâmetro exterior inferior a 60 mm para não colidir com os guias e as chapas quinadas que irão suportar o peso adicional;
- Comprimento livre superior á deflexão mais o comprimento da mola totalmente comprimida;

Através de uma folha de cálculo em MathCad realizou-se os mesmos cálculos para diversas molas incluídas no catálogo, até se encontrar uma mola que conseguiu satisfazer todas estas condições. A mola S140 que tem as seguintes características fornecidas pelo catálogo:

S-140

Lo-91xDe-16xP-8Xd-1.651



Figura 33-Mola S-140 do catálogo da Fanamol.

- Diâmetro exterior igual a 16 mm;
- 8 mm de passo;
- Arame com diâmetro de 1,651 mm;
- Material aço DIN 17224 AISI 302;
- 91 mm de comprimento livre;

Com estas informações sabe-se que a mola terá um módulo de elasticidade transversal equivalente a 79300 N/mm^2 , com os valores do diâmetro do arame e do exterior pode-se saber o diâmetro médio e interior:

$$D_e = D + d \text{ (mm)}$$

$$D = D_e - d \text{ (mm)}$$

$$D = 16 - 1,651 = 14,349 \text{ mm}$$

$$D_i = D - d \text{ (mm)}$$

$$D_i = 14,349 - 1,651 = 12,698 \text{ mm}$$

Logo, os diâmetros respeitam as condições necessárias para o projeto.

Sabendo o passo e o comprimento livre é possível fazer o cálculo de um número de espiras ativas aproximado, dividindo o comprimento pelo passo teremos:

$$n = \frac{L_0}{p}$$

$$n = \frac{91}{8} = 11,375$$

Este valor de espiras ativas porém é apenas uma aproximação, admitiu-se que o número de espiras seria o valor inteiro imediatamente acima do calculado, isto é, admitiu-se que a mola teria um número ativo de espiras igual a 12. Com estes valores já é possível calcular o valor aproximado da constante elástica da mola:

$$k = \frac{G \times d^4}{8 \times D^3 \times n} \left(\frac{N}{mm} \right)$$

$$k = \frac{79300 \times 1,651^4}{8 \times 14,349^3 \times 12} = 2,077 \frac{N}{mm}$$

Logo esta constante elástica também respeita as condições pretendidas. Falta saber se a deflexão não irá comprometer o nosso projeto, novamente o comprimento livre tem de ser superior á deflexão mais o comprimento da mola totalmente comprimida, novamente com a carga de 100 N que excede substancialmente a do projeto:

$$s = \frac{F}{k} \text{ (mm)}$$

$$s = \frac{100}{2,077} = 48,146 \text{ mm}$$

$$L_c = n_t \times d \text{ (mm)}$$

$$L_c = (12 + 2) \times 1,651 = 23,114 \text{ (mm)}$$

$$L_0 > s + L_c \text{ (mm)}$$

$$L_0 > 48,146 + 23,114 = 71,26 \text{ mm}$$

$$91\text{mm} > 71,26 \text{ mm}$$

Logo o comprimento livre é o suficiente para combater esta deflexão que por si já irá ser superior ao que realmente irá comprimir. Assim todas as condições são satisfeitas e esta mola pode ser utilizada para o projeto.

Porém quando se efetuou a aquisição das molas, as suas medidas não eram exatamente iguais às do catálogo, as molas têm apenas 74 milímetros de comprimento livre e 15 de diâmetro externo, isto é preocupante visto que irá alterar os valores, e á primeira vista o comprimento livre bate por pouco o comprimento mínimo que deve ter. Por outro lado foi agradável constatar que as molas têm exatamente as 14 espiras totais. Repetindo todos os cálculos chegou-se aos seguintes resultados:

- Diâmetro externo = 15 mm;
- Diâmetro interno = 11,698 mm;
- Diâmetro médio = 13,349 mm;
- Número ativo de espiras = 12;
- Constante elástica = 2,580 N/mm;
- Deflexão estática = 38,76 mm;
- Comprimento mínimo = 61,87 mm;
- Comprimento livre = 73 mm.

Logo esta mola continua a satisfazer todas as condições para o projeto, com um aumento da constante elástica 2,077N/mm para 2,580 N/mm.

Nota: Todos os cálculos foram realizados em folhas de MathCad que podem ser encontradas em anexo.

Confirmação Experimental

Para além dos cálculos realizados verificou-se experimentalmente os correspondentes valores da constante elástica das molas, usando uma balança digital com precisão á grama por baixo da mola, colocadas numa bancada de perfuração, ou suporte para berbequim, onde se removeu a broca, alinhando o eixo onde se encontrava a broca com o topo da mola. Comprimindo a mola com este sistema, a balança fornece o valor da força a que a mola está sujeita, com a mesma craveira que fez as medições da mola, mediu-se o quanto a mola comprimia.

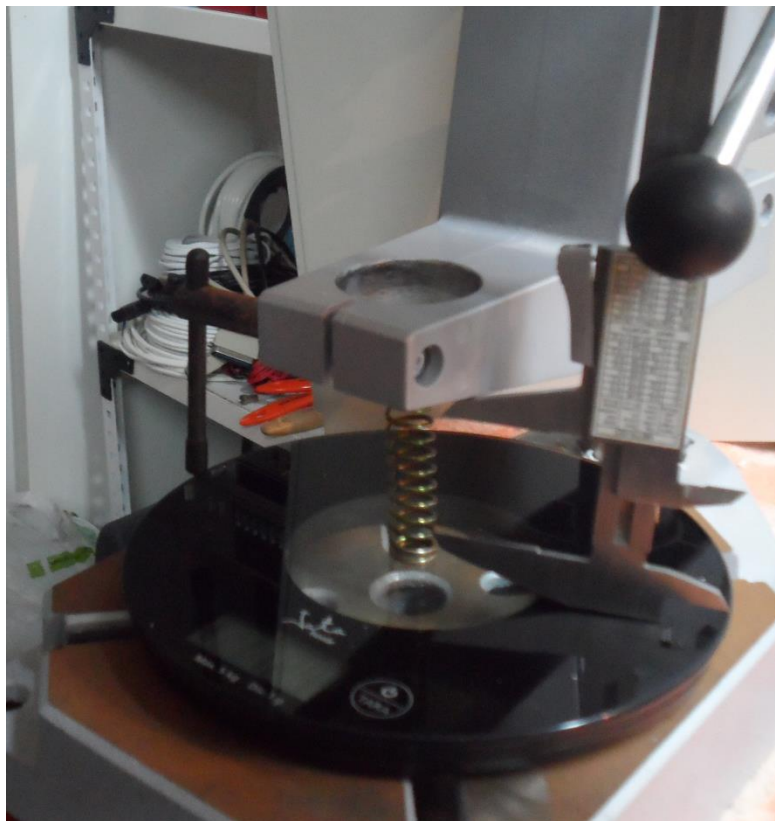


Figura 34-Teste para descobrir a rigidez da mola realizado.

Pela lei de Hooke que é a lei da física relacionada à elasticidade de corpos, que serve para calcular a deformação causada pela força exercida sobre um corpo, tal que a força é igual ao deslocamento da massa a partir do seu ponto de equilíbrio a multiplicar pela constante elástica da mola ou do corpo que sofrerá deformação, isto é o mesmo que a deflexão geral da mola:

$$F = k \times \Delta l$$

A força produzida pela mola é diretamente proporcional ao seu deslocamento do estado inicial (equilíbrio). O equilíbrio na mola ocorre quando ela está em seu estado natural, ou seja, sem estar comprimida ou esticada. Após estar comprimida ou esticada, a mola faz sempre uma força contrária ao movimento, calculada pela expressão acima.

Os resultados retirados por este método experimental foram aproximados aos calculados teoricamente, confirmando mais uma vez que as molas selecionadas são aceitáveis.

4.2.Simulação Dinâmica

Algodoos

Para visualizar o comportamento da máquina e confirmar o seu adequado funcionamento, se não tem qualquer tipo de encravamentos seja devido ao peso, às forças de atrito e confirmar se as frequências naturais correspondem às calculadas, foi utilizado o software Algodoos para uma simulação em 2D.

O Algodoos neste momento encontra-se grátis, este software oferece a oportunidade de jogar com a física. O seu manuseamento é fácil, desenhando e construindo peças e sistemas e testá-los de acordo com a realidade.

O Algodoos cria uma nova sinergia entre a ciência e arte, é um software único na simulação 2D dos criadores Algoryx Simulation AB. O Algodoos foi criado com um ambiente tipo desenho animado e amigável, tornando-o na ferramenta perfeita para a criação de cenários interativos. É possível explorar físicas, construir, experimentar e testar cientificamente diversas hipóteses. Pode-se criar cenários de simulação usando simples desenhos como cubos, círculos, polígonos, embraiagens, arbustos, planos, cordas, correntes entre outros. De fácil interação com os objetos apenas com cliques e arrastamentos. Podemos editar e fazer alterações dando movimento rotacional, linear, cortes ou duplicar objetos.

É possível adicionar elementos físicos á simulação como fluidos, molas, motores, raios luz, lasers e lentes, podemos ter diferentes parâmetros como gravidade, fricção ou forças de atrito sendo estes os mais relevantes para a nossa simulação.

Para análises mais profundas é possível a construção de gráficos para visualização de forças, de velocidades e de momentos, com diversas opções para otimizar a sua visualização.

O Algodoos é baseado nas últimas tecnologias computacionais, para simulações físicas interativas, incluindo métodos numéricos de grande performance. Corre no Windows e Mac.

Construção do Modelo

Começou-se por abrir um ficheiro Algodoos novo em ambiente padrão, e definiu-se a grelha para 1000 em “Grid Base” e deu-se um certo a “Show Grid” para mostrar a grelha no fundo, isto para se ter uma visualização milimétrica do ambiente, cada pequeno quadrado terá $1mm^2$ de área. O “Snap to grid” obriga que os desenhos criados fiquem coincidentes com essa mesma grelha:

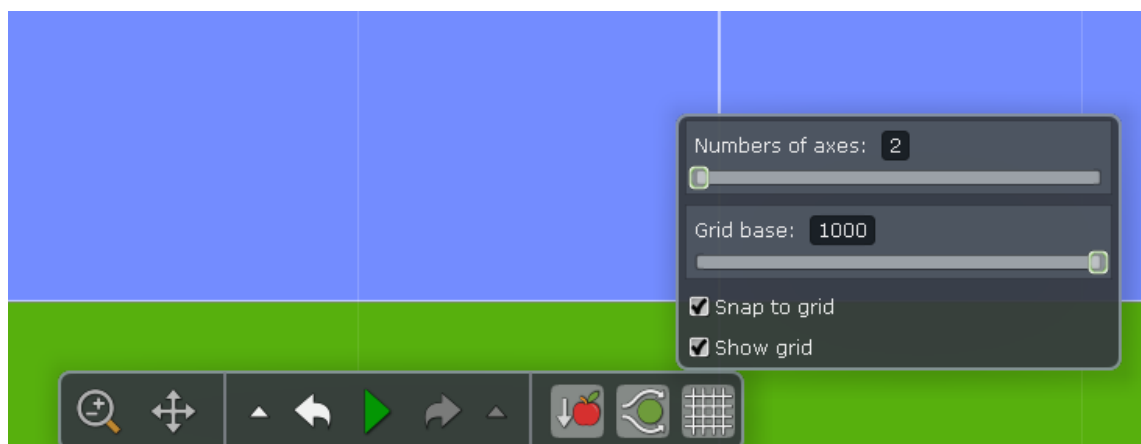


Figura 35 – Funções de grelha do Algodoos.

Ao lado esquerdo onde se encontram as ferramentas de desenhos selecionou-se a ferramenta para criar círculos, com o atalho da tecla c, para representar o disco que ficará ligado ao motor, com um simples arrastamento com o botão esquerdo do rato pressionado desenhou-se um círculo com 4 centímetros de raio:

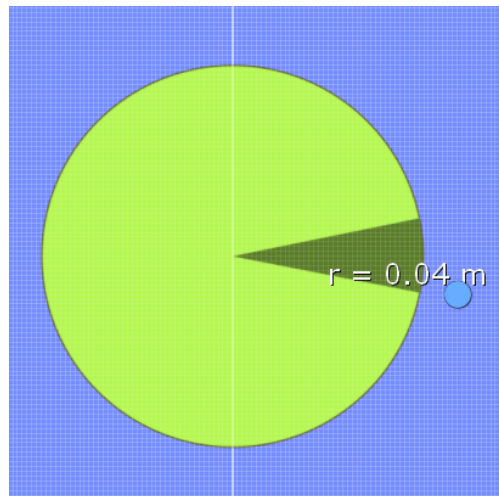


Figura 36 – Desenho de um círculo básico em Algodoo.

Com a “Axle Tool”, que permite criar um eixo, clicando duas vezes em cima do círculo que representa o disco surge a opção de transformar esse eixo num motor:

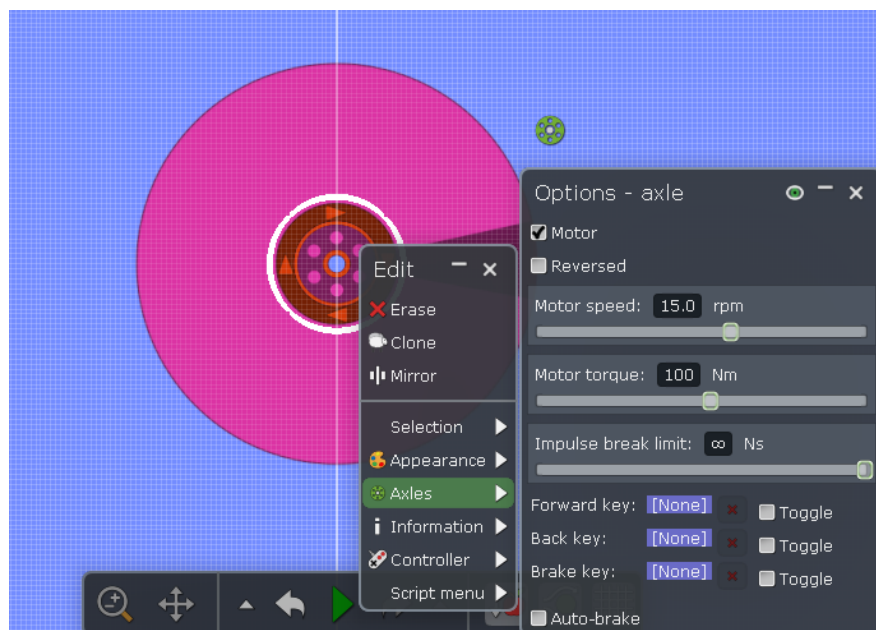


Figura 37 – Simulação de um motor em Algodoo.

De acordo com os dados fornecidos pelo fabricante do motor podemos alterar o binário e a sua velocidade, segundo os cálculos realizados anteriormente sabe-se que para uma rotação de 3000 rpm o nosso motor terá um binário de 0.573 Nm. Este eixo também prende o motor no local de modo a que não se desloque com a força gravítica. Para finalizar a definição do disco é necessário alterar a sua massa para 180 gramas, com um simples duplo clique no círculo surge um menu de opções em que foi selecionado a funcionalidade “Material” na qual foi alterada a sua massa para 0.180 kg e por motivos de estética apenas se alterou o

seu material para Aço (Steel). Existe ainda a opção de alterar o coeficiente de atrito em “Friction” que irá ser revisto posteriormente:

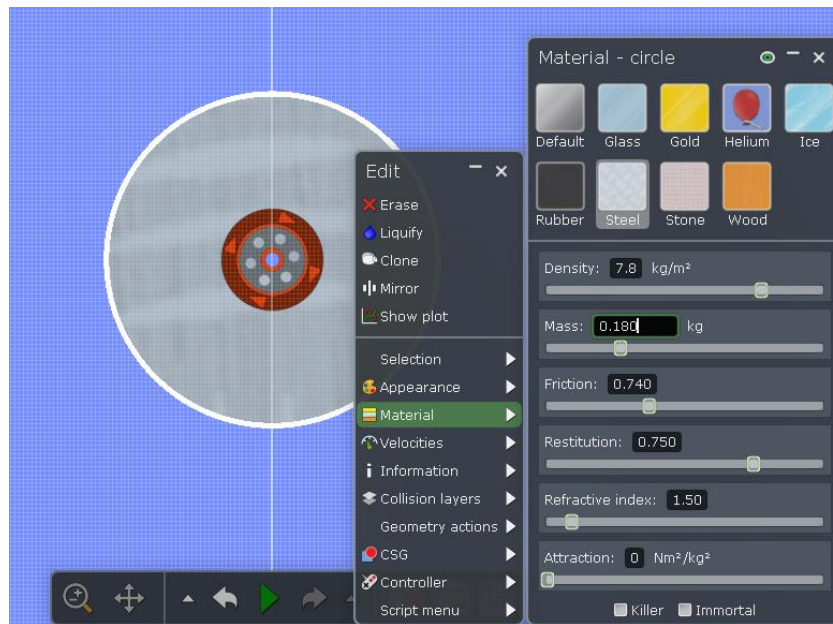


Figura 38 – Definição das propriedades do disco.

Foram desenhadas as prateleiras, novamente com um arrastamento do rato pressionado no botão esquerdo, até se encontrarem as medidas corretas de 1 centímetro de altura e 10 centímetros de lado, o software constrói uma prateleira:

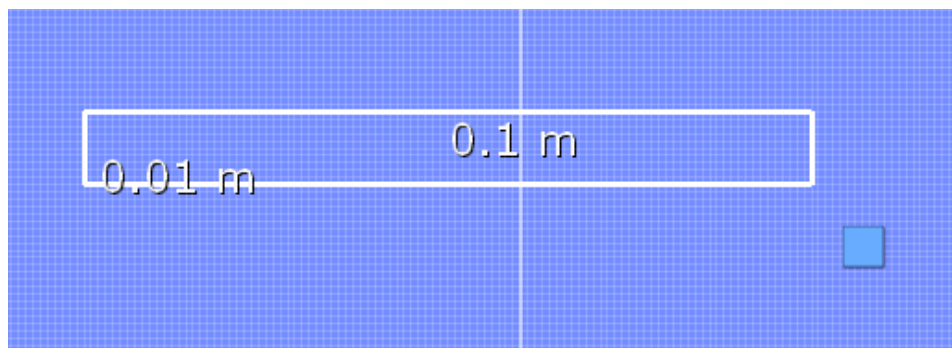


Figura 39 – Esboço de uma prateleira em Algodoo.

De modo similar ao disco na funcionalidade de Material alterou-se os valores pré definidos da massa e do material para 200 gramas (peso máximo contendo todo o peso adicional) e vidro para aperfeiçoar a representação destas:

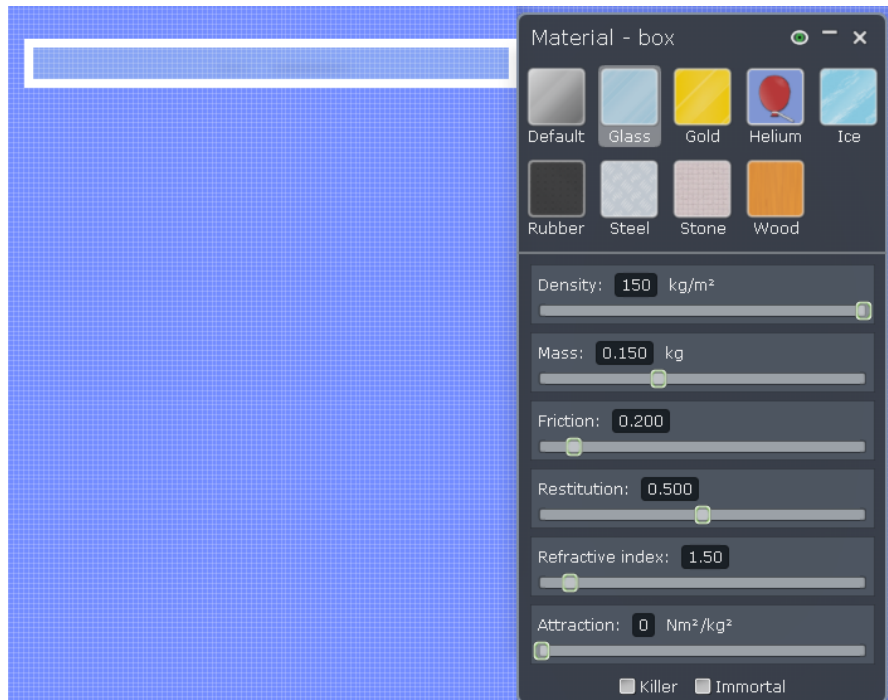


Figura 40 – Definição das propriedades físicas da prateleira.

Selecionando a prateleira é possível fazer réplicas desta com um simples “copy paste”, com 3 cópias se encontram as 4 prateleiras completamente definidas:

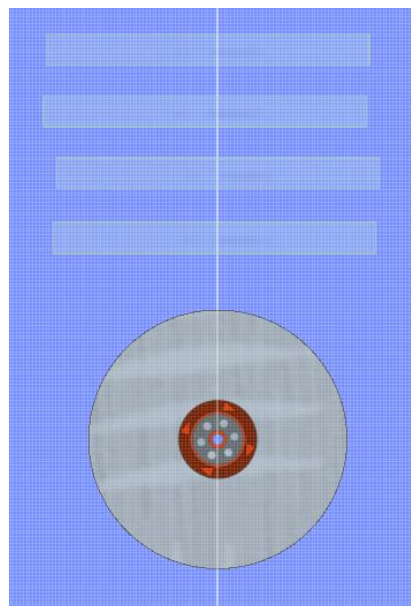


Figura 41 – Réplicas da prateleira.

De igual modo às prateleiras fez-se a base e as vigas metálicas que servirão para a orientação das prateleiras no eixo vertical com as medidas corretas, as medidas da base são irrelevantes para a correta simulação do sistema, apenas terá de ligada às vigas, visto isto a base terá as mesmas medidas que uma prateleira, e os as vigas têm uma largura de 6mms e uma altura suficiente para conter sempre o movimento de todas as prateleiras. Visto o peso destes ser irrelevante para a simulação, porque não têm influência no sistema de 3 graus de liberdade além de orientar o sentido das prateleiras, não se alterou a massa e optou-se pelo material

ferro por motivos de apresentação. A “Scale Tool” permite a modificação das medidas de qualquer desenho sendo útil para acertar altura das vigas posteriormente:

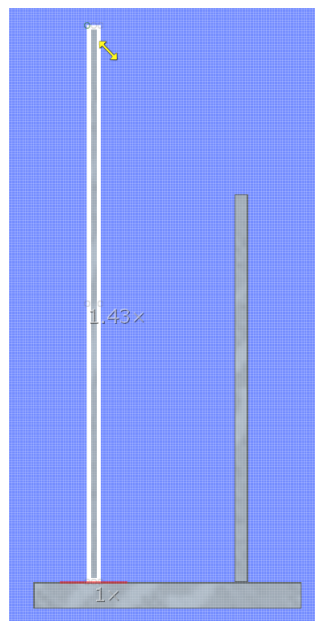


Figura 42 – Base e guias no Algodoo.

Selecionando todas as vigas e a base ao mesmo tempo mantendo a tecla “CTRL” pressionada, é possível com um clique no botão direito aceder a ações geométricas e unir todas estas peças como se fossem uma só:

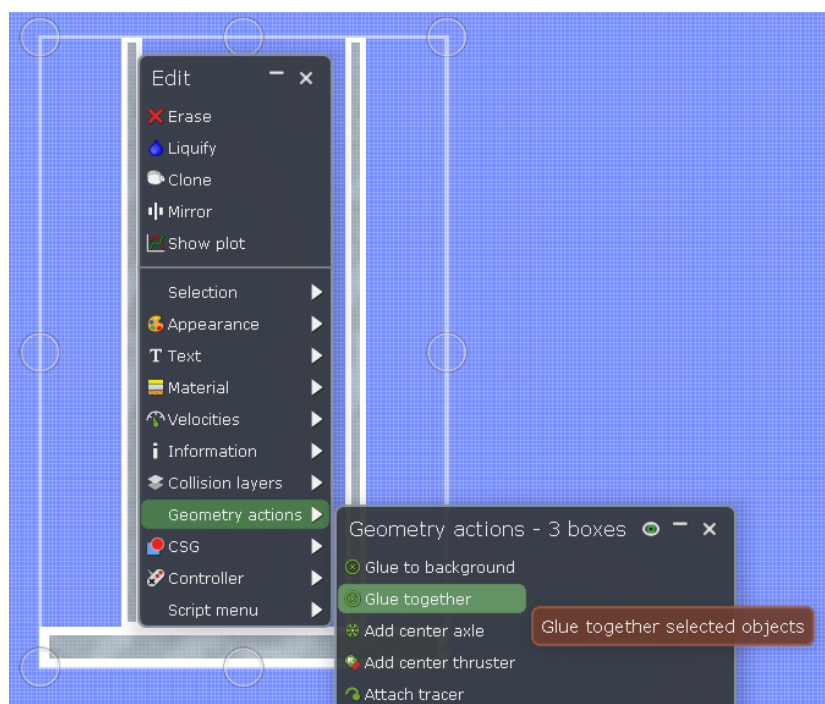


Figura 43 – Método de aprisionamento em Algodoo.

Alinhou-se as prateleiras com o resto do sistema e foram alteradas para simularem corretamente os furos que estas conterão, adicionando uns blocos de massa nula que irão ter contacto com as vigas, colando estas massas nas prateleiras com a funcionalidade “Glue Together”. Adicionalmente na base juntou-se uma nova propriedade com o “Glue to Background”, prendendo assim

a base ao fundo para quando se correr a simulação esta não se deslocar devido à gravidade ficando firme no mesmo local:

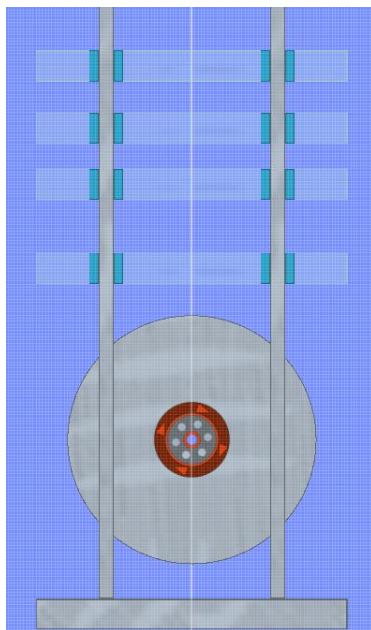


Figura 44 – Alinhamento e colocação das prateleiras no local correto.

De igual modo ao conjunto da base e vigas metálicas construiu-se a viga central com a prateleira de cima com as medidas e massas corretas de acordo com a realidade, unindo-se o conjunto todo com a funcionalidade “Glue Together”:

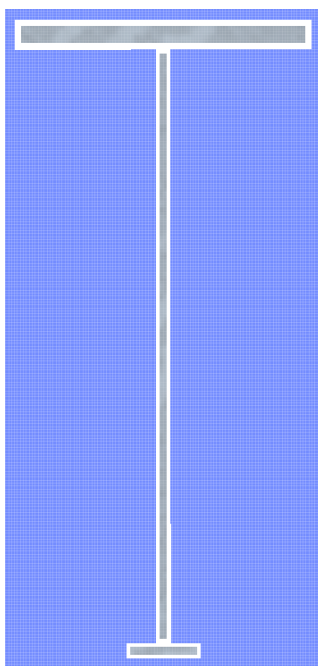


Figura 45 – Sistema de pré-tensionamento em Algodoo.

Alinhou-se este conjunto ao já existente no local correto e uniu-se á prateleira inferior com um “Glue Together”, adicionou-se ainda outros furos no topo deste conjunto procedendo da mesma maneira explicada anteriormente:

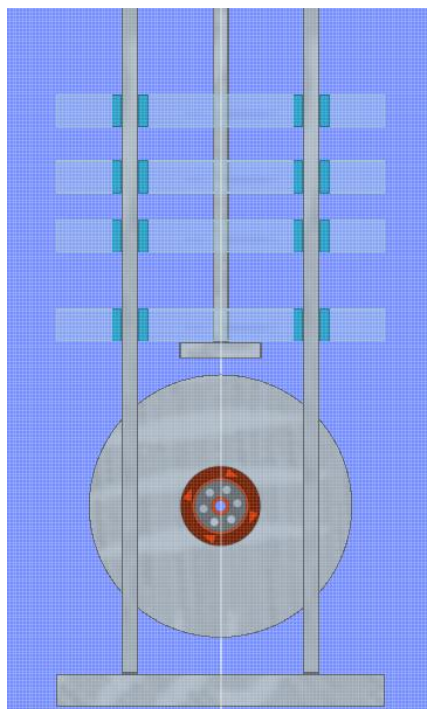


Figura 46 – Adição do sistema de pré-tensionamento ao resto do projeto.

Existe o problema de as prateleiras colidirem com as vigas, estando todas as peças definidas para a camada de colisão A (collision layer A), por isso é importante modificar algumas partes para outras camadas de colisão não coincidentes com outras peças, por exemplo os blocos que simulam os furos podem estar na mesma camada que as prateleiras visto que se deslocam com estas e devem estar na mesma camada que as vigas pois devem ter contacto com estas para que as prateleiras se encontrem com um deslocamento sempre no mesmo eixo, porém as vigas e as prateleiras não podem estar na mesma camada de colisão, a maneira de corrigir este problema será definir os blocos com 2 camadas de colisão, como a A e B, e as prateleiras e as vigas estarão em camadas diferentes, as prateleiras na camada A e os guias na camada B.

O mesmo problema ocorre para a viga que pré tensiona as molas, assim é necessário adicionar outra camada de colisão C extra para os blocos que simulam os furos e alterar a camada de colisão do conjunto da viga que causa a pré tensão para apenas a camada C. Para o disco do motor e as vigas não é necessário qualquer alteração visto as vigas já se encontrarem na camada B e o disco está na camada pré definida A.

Para o tirante foi desenhado um simples retângulo com as medidas de 1cm de lado e 17 centímetros de comprimento, alterou-se a sua massa para a calculada igual a 90g e o material para o aço, depois o tirante foi alinhado com o resto do sistema. Com a possibilidade de movimentar para cima ou para baixo a última prateleira de modo a que coincida com a posição acertada para o tirante, uma extremidade do tirante foi colocada a 1 centímetro de distância do centro do disco e a outra foi colocada aproximadamente no centro da base metálica inferior da viga que irá pré tensionar as molas. Agora é possível colocar 2 eixos com a “Axle tool” em cada extremidade a distância de 1 centímetro desta, ditando a distância entre eixos de 15 centímetros. Para facilitar este processo é aconselhável alterar a grelha para 100 unidades, visto não continuar a haver a necessidade de ter uma precisão milimétrica.

Restando agora apenas as molas, começou-se por afastar as prateleiras todas umas das outras até ficarem todas a mesma distância, depois com a “Spring tool”

de atalho “S” colocou-se as molas unidas com as peças correspondentes, com um duplo clique acedeu-se às propriedades das molas, não alterando o amortecimento destas modificou-se o coeficiente elástico das molas para o valor de 2700 N/m e o comprimento do objeto para um valor inferior mas aproximado do existente, isto fornece á mola uma pré tensão, visto que está definida com um comprimento inferior ao seu comprimento livre:

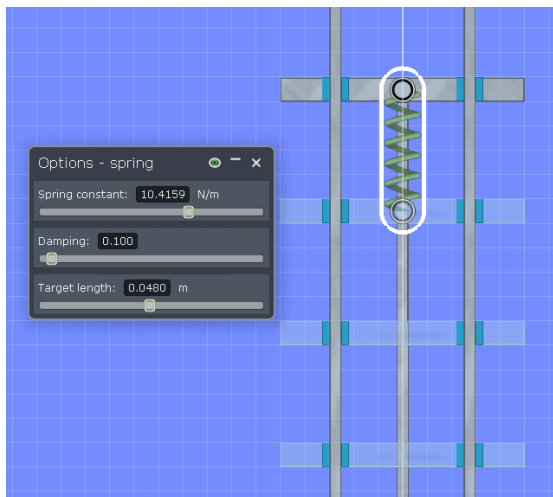


Figura 47 – Definição das propriedades da mola em Algodoo.

E assim a máquina está completamente construída no software de simulação Algodoo:

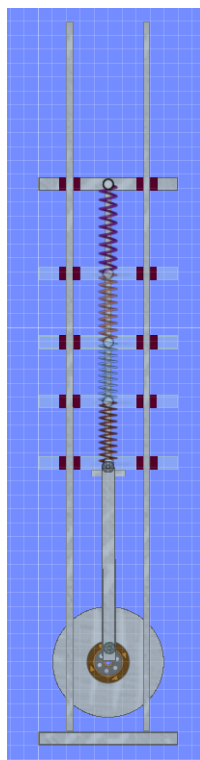


Figura 48 – Máquina completa em Algodoo.

A opção mais correta seria indicar ao software o coeficiente de atrito entre o material aço e o acrílico nas piores condições, não lubrificado e estático, que varia entre 0.4 a 0.5, de onde seria eleito o valor de 0.5 visto ser a pior situação. Estes valores foram descobertos experimentalmente, causando fricção entre os 2

materiais em máquinas específicas para a tarefa operadas por especialistas, resultados que podem ser encontrados com uma pesquisa cujos resultados se encontram na figura abaixo. Retirado de um fabricante e vendedor de materiais que também faz montagem de máquinas no ramo da engenharia, com o nome de eMachineShop:

The charts below gives the static coefficient of friction for several combinations of materials in a dry and clean state:

For [steel](#) against:

- [PTFE](#) - 0.04
- Graphite - 0.1
- Phosphor-[bronze](#) - 0.35
- Cast iron - 0.4
- [Acrylic](#) - 0.4 - 0.5
- [Copper](#) - 0.53
- [Brass](#) - 0.51
- Tungsten carbide - 0.4 - 0.6
- [Aluminum](#) - 0.61

For other pairs of materials:

- Zinc - Cast iron - 0.85
- [Copper](#) - Cast iron - 1.05
- [Copper](#) - Glass - 0.68
- Glass - metal - 0.5 - 0.7
- Diamond - metal - 0.1 - 0.15
- Wood - metal - 0.2 - 0.6

For material to same material:

- [Steel](#) - 0.80
- [PTFE](#) - 0.04
- Glass - 0.94
- [Aluminum](#) - 1.35
- [Copper](#) - 1.0
- Iron - 1.0
- Silver - 1.4
- Zinc - 0.6
- Glass - 0.9 - 1.0
- Diamond - 0.1
- [Polystyrene](#) - 0.5
- [Nylon](#) - 0.15 - 0.25
- Wood - 0.25 - 0.5
- BAM (made of boron, aluminum and magnesium) - 0.02

Figura 49 – Coeficientes de atrito estático e cinético FONTE: eMachineShop

Onde é possível verificar que ” Steel against Acrylic” (aço de encontro com acrílico) tem fator de atrito entre 0.4-0.5.

Porém o Algodoo não tem a hipótese de indicar o atrito entre materiais, é possível apenas indicar o coeficiente de atrito para cada material em separado, onde se manteve os valores padrão fornecidos pelo software de atrito para o aço de 0.740 e para o vidro, material mais similar ao acrílico de fator de atrito de 0.2 aumentou-se para 0.3. Com estes valores a simulação corre com condições de atrito piores que a realidade.

É interessante verificar a velocidade a que o disco se encontra com a variação do tempo quando temos a máquina completamente definida, pois existem vários fatores que contrariam o movimento do disco, podendo provocar um abrandamento na velocidade ou até mesmo uma paragem, tais como a força da gravidade ou o peso que o motor terá de vencer, as forças de atrito e as forças exercidas pelas molas para contrariar o movimento que sofrem. Para isto efetuou-se um clique no botão direito sobre o disco criado, e selecionou-se a funcionalidade “Show Plot”:

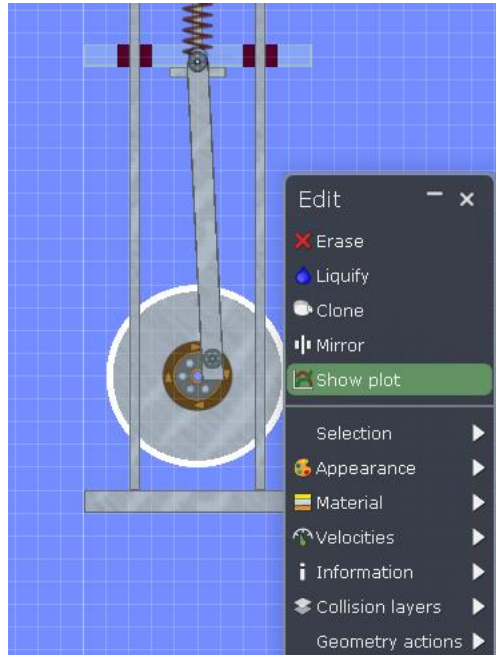


Figura 50 – Construção de Gráficos em Algodoo.

Surge assim um gráfico onde é possível fazer uma personalização de acordo com o que se pretende, no gráfico alterou-se o seu eixo Y de Speed (velocidade) para “Angular Velocity” (velocidade angular), o eixo X ficou na escolha padrão pré definida Time (tempo):

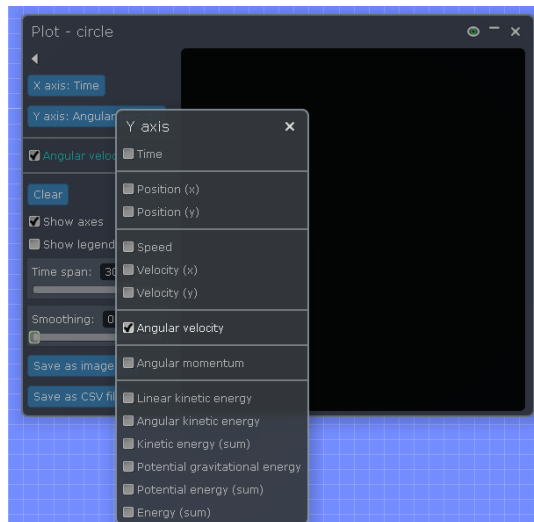


Figura 51 – Propriedades de gráficos em Algodoo.

Foi colocado um certo em “Show Legends”, para tornar visível a legenda do que se visualiza no gráfico, e clicou-se no play reduzindo a sua velocidade de reprodução para 0.2, isto é, 5 vezes mais lento que o normal para se visualizar melhor os valores e os movimentos da máquina:

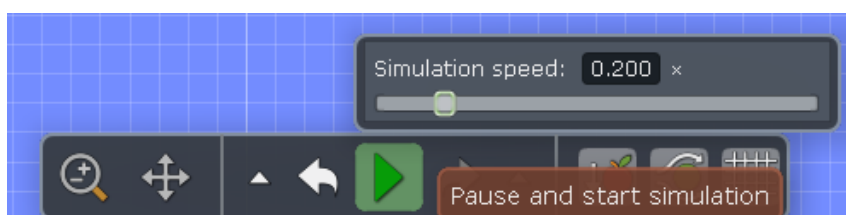


Figura 52 – Velocidade de Simulação.

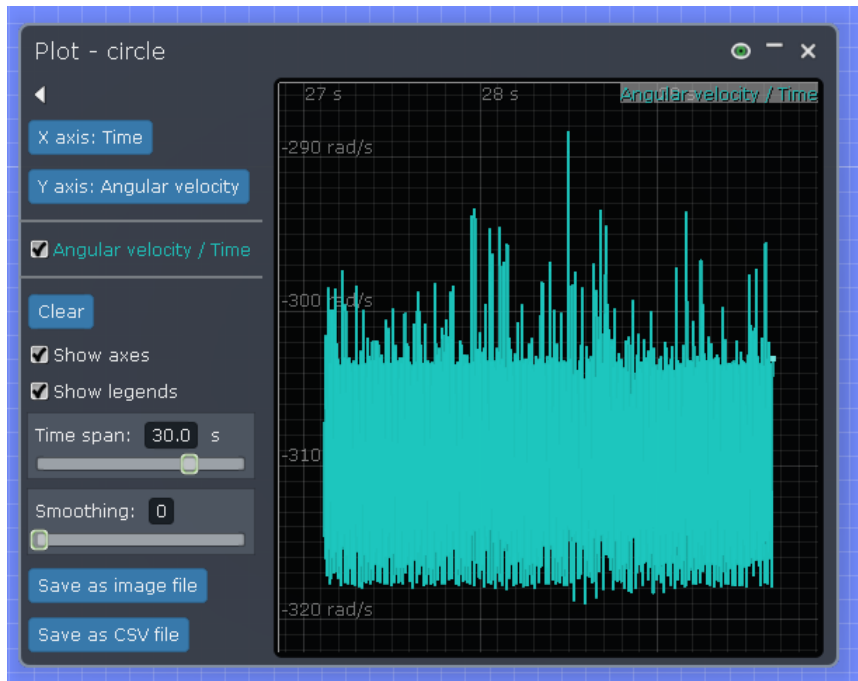


Figura 53 – Gráfico da velocidade angular do disco em função do tempo.

Verificou-se que a máquina tem um comportamento correto quando animada, e que a velocidade do disco e do motor se mantém sempre próxima do valor pretendido de 314 rad/s, atingindo periodicamente um valor mínimo de 288 rad/s e uns picos de 318 rad/s, havendo uma variação de 30 rad/s, aproximadamente 5Hz.

Esta variação na velocidade angular era ainda superior para um modelo inicial quando o disco tinha apenas metade da espessura, tendo assim metade da massa, apenas 90 gramas. É possível comparar as velocidades para ambas as situações no gráfico abaixo, no lado esquerdo encontra-se a velocidade para 180 gramas e do lado direito para 90 gramas:

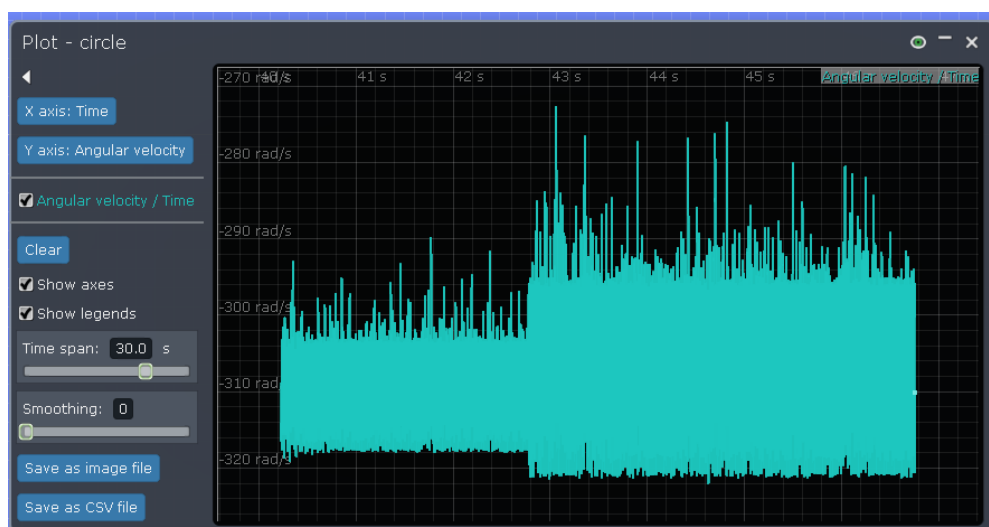


Figura 54 – Comparação de velocidades angulares para discos com massas diferentes.

Quanto maior for a massa do disco maior é a massa de inércia reduzindo a variação da velocidade, na imagem seguinte o disco tem uma massa de 1 quilograma, situação extrema em que se pode verificar a reduzida flutuação na velocidade angular de apenas 6 rad/s:

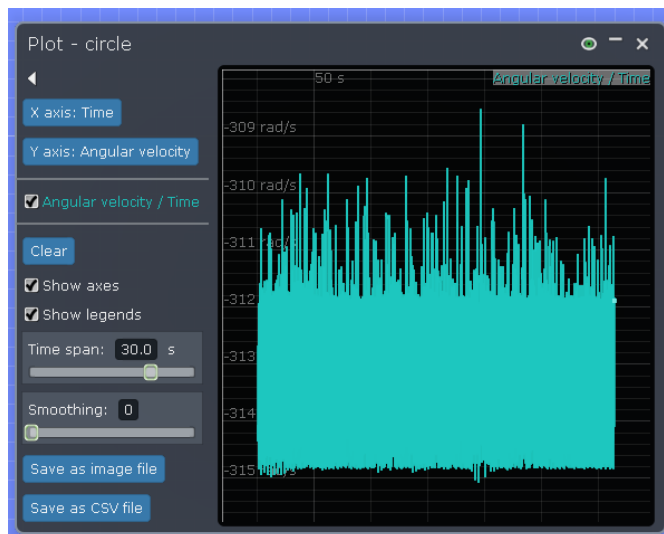


Figura 55 – Velocidade angular para disco com massa de 1 quilograma.

Estudo Realizado em Algodoo

Para o estudo das frequências naturais é necessário isolar o sistema de 3 graus de liberdade, ou com a adição da função “Fixate” no tirante que o irá fixar e torná-lo inamovível, ou eliminando completamente o motor e o tirante fixando a prateleira inferior ao plano de fundo:

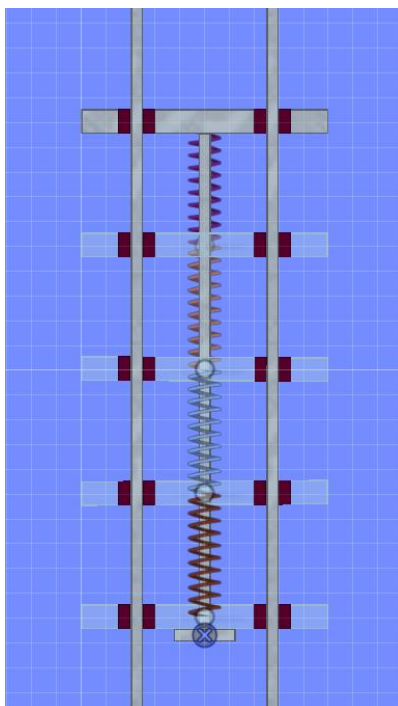


Figura 56-Modelo onde foi realizado o estudo para identificar as frequências naturais.

Para realizar um teste de impacto neste caso não é necessário a adição de qualquer força instantânea, removeu-se a força de gravidade, a resistência do ar, as forças de atrito, e o amortecimento nas molas, assim quando se corre a

simulação o sistema irá ficar excitado sistema á sua frequência natural, visto que o sistema não se encontra em equilíbrio estático.

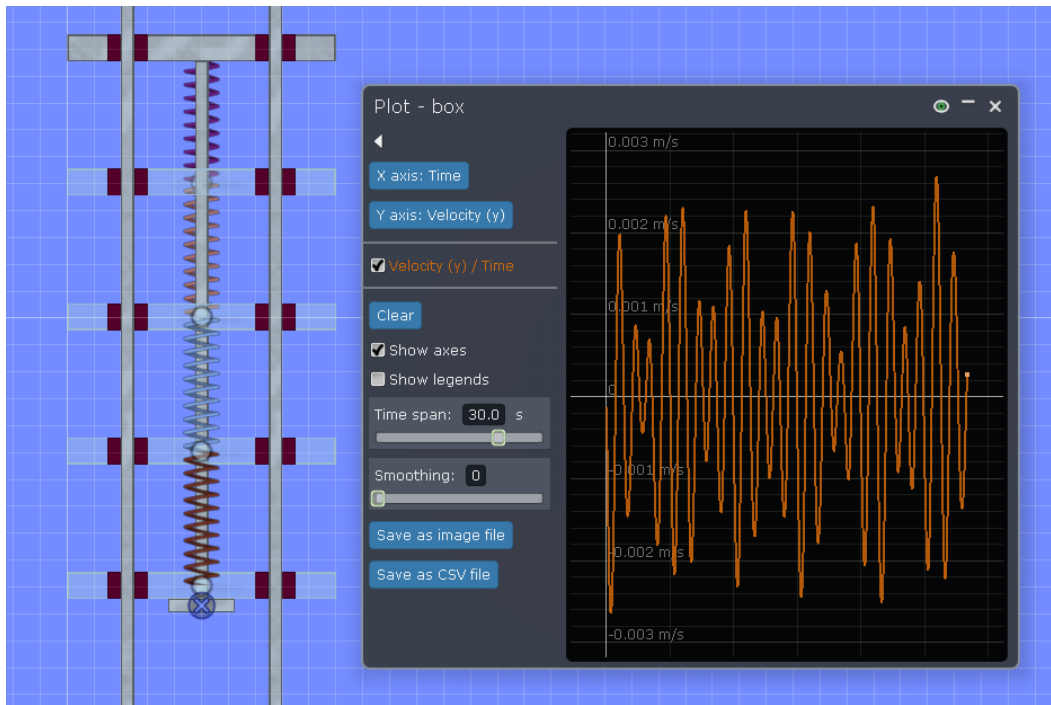


Figura 57-Gráfico da velocidade para uma das prateleiras centrais em função do tempo.

Criando um gráfico que pode ser visualizado na figura 57, que mede a velocidade no eixo vertical (Y) em qualquer uma das prateleiras centrais, e importando os resultados para uma folha de cálculo em MathCad, definindo o número de amostras um potencial de 2, neste caso 2048, e o tempo de amostragem correspondente, criou-se o gráfico de velocidade da prateleira no MathCad:

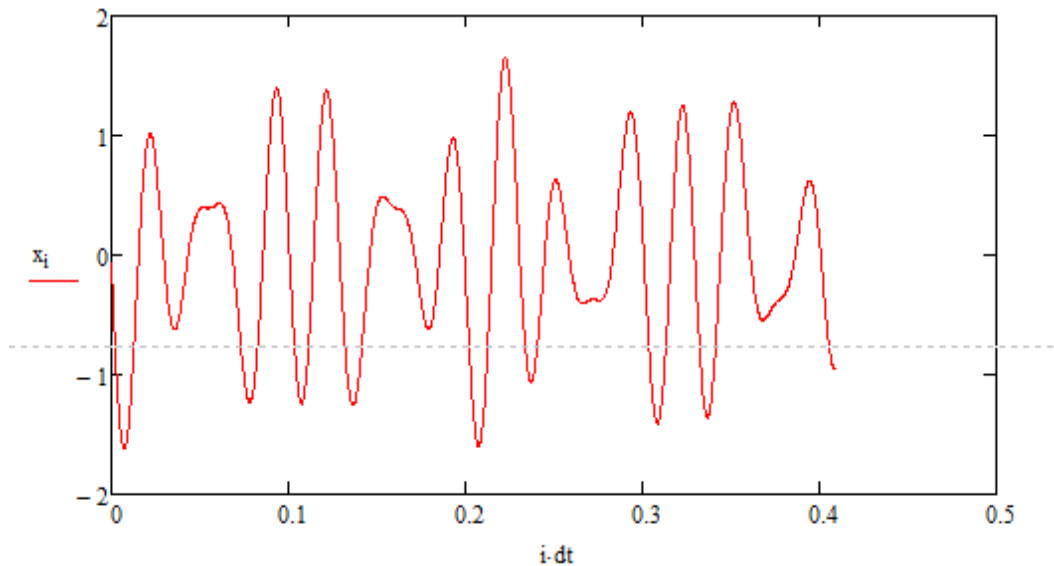


Figura 58-Gráfico da velocidade obtido no Algodoo importado no Mathcad.

Com a Transformada Rápida de Fourier (FFT), criou-se o espectro de frequências:

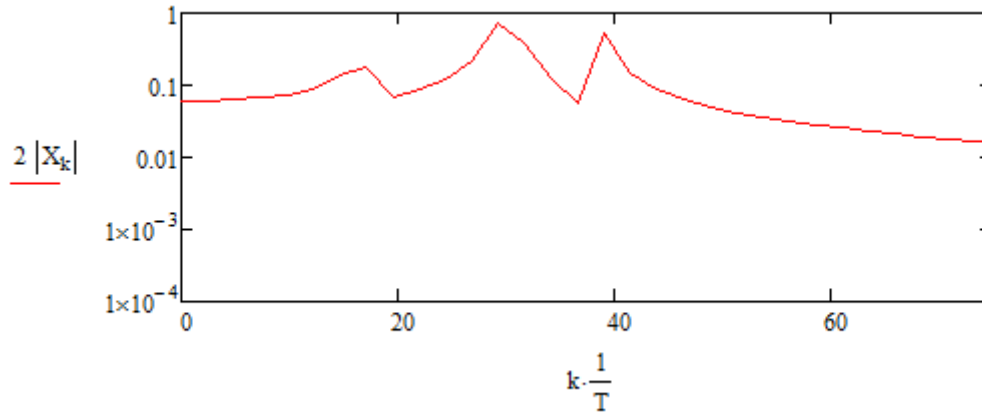


Figura 59-Espectro de frequências na folha de cálculo no Mathcad.

Com a funcionalidade “Trace” pode-se ver os valores correspondentes às frequências naturais, sendo 17,098, 29,311 e 39,082 Hz, valores muito aproximados aos calculados.

Working Model

O Working Model é um software de simulação para engenharia. Componentes mecânicos virtuais, como molas, cordas e motores são combinados com objetos num espaço de trabalho a 2D. O programa simula a interação das partes do modelo construído e também indica em gráficos movimentos e forças de qualquer elemento no projeto. É um software bastante útil em simulações físicas básicas, e pode ser uma ferramenta poderosa em análise de geometrias dinâmicas.

O Working Model foi introduzido no início dos anos 90 como um produto da Knowledge Revolution em São Francisco, para a Macintosh, foi adquirido pela MSC Software em Santa Ana e revendido para a Design Simulation Technologies, Inc, uma empresa que desenvolve, comercializa e oferece suporte a produtos de software usados por alunos, educadores e profissionais que desejem aprender e testar princípios da física construindo modelos virtuais de projetos mecânicos.

O Working Model é a ferramenta CAE mais popular no mundo, que permite a criação de simulações que substituem cálculos vagos, que consomem tempo, e por vezes pouco precisos. Foi adotado por milhares de engenheiros profissionais para criar e analisar protótipos de projetos mecânicos avaliando os seus comportamentos. Alunos usam o programa para terem uma melhor perceção de como os sistemas mecânicos funcionam e se comportam sem terem de construir o modelo físico, para investigar e experimentar os conceitos da física.

O que antes costumava durar dias ficou reduzido a horas, oferecendo mais tempo para realizar outros trabalhos enquanto se poupa dinheiro na empresa. De facto, muitos clientes que utilizaram o Working Model dizem que o programa pagou-se a si próprio a primeira vez que o usaram.

Pode-se afirmar que o Working Model é muito similar ao Algodoó porém é um pouco mais preciso, daí o uso deste software para um estudo adicional.

Construção do modelo

Começou-se pela alteração da grelha para uma precisão milimétrica, indo ao “Workspace” onde se adicionou as coordenadas, régua de medição, as linhas de grelha e os eixos X,Y.

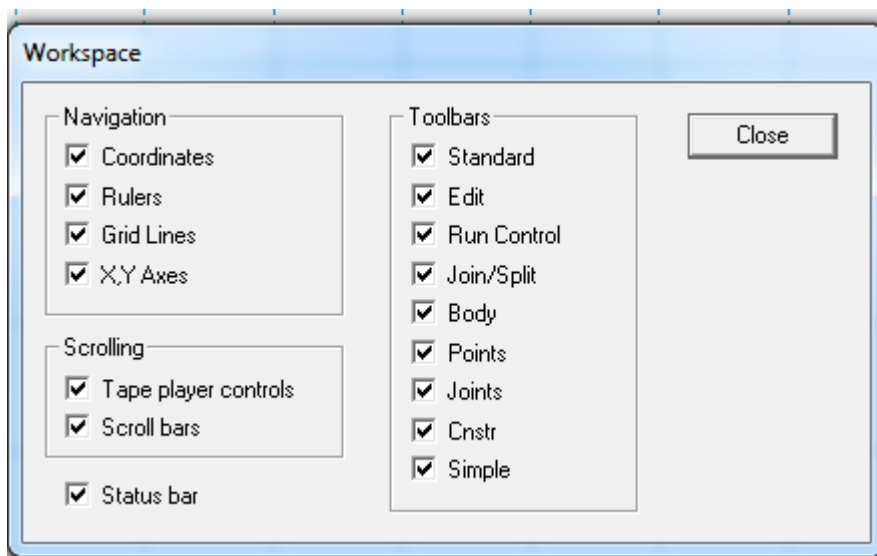


Figura 60 – Workspace no Working Model.

Depois em “Numbers and Units” costumizou-se as unidades de distância para milímetros e da massa para quilogramas, deixando as outras opções com os valores pré-definidos visto estarem de acordo com o projeto:

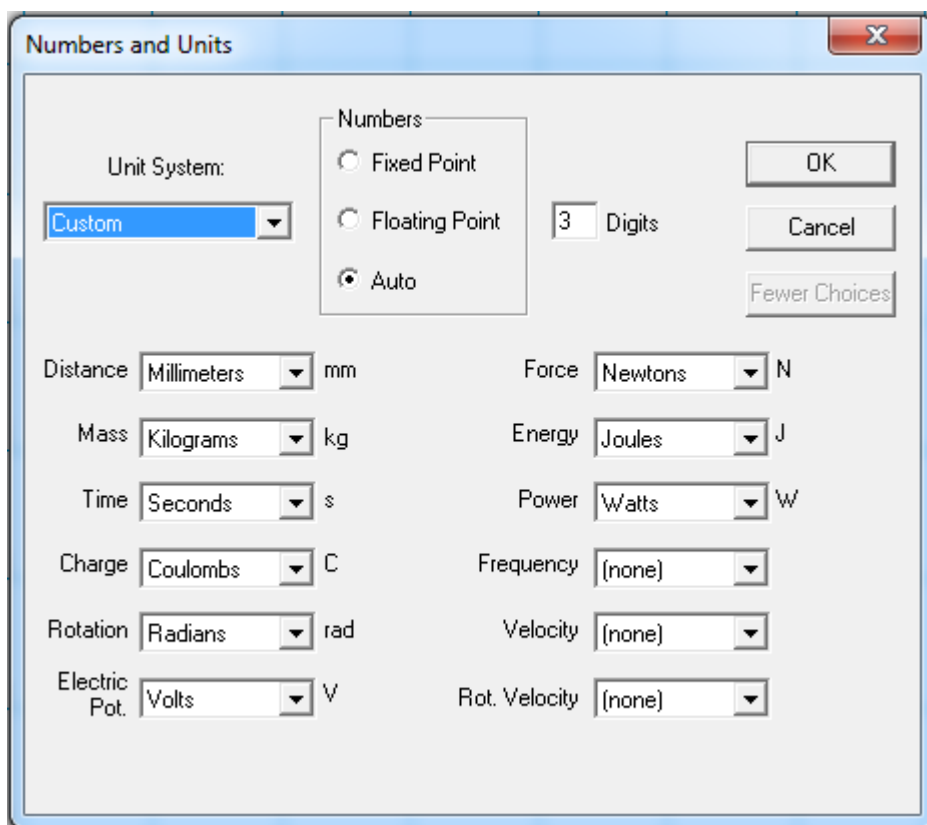


Figura 61 – Unidades no Working Model.

Após termos o nosso ambiente de trabalho definido, começou-se por fazer um esboço da base e das vigas metálicas que estarão encastradas na base da máquina

de modo muito similar ao Algodoo selecionou-se no lado esquerdo no menu interativo com um simples clique a opção de desenhar retângulos.



Figura 62 – Menu Interativo

Assim foi possível desenhar os três retângulos necessários para a estrutura base da máquina que se fixaram no ambiente de trabalho com a opção “Rigid joint” para que quando se correr a simulação não sofrerem movimentos para baixo devido á força de gravidade.

Seguindo para a criação do disco com o esboço de um círculo com as medidas exatas no local correto adicionou-se o motor no seu centro com “Motor” em que se definiu as suas propriedades em termos de velocidade para um valor de 314 rad/s, que corresponde á velocidade do motor real para 3000 rpm.

Infelizmente o Working Model apenas permite definir o binário e a velocidade de rotação em separado, o que impossibilita um estudo perfeito das condições do motor.

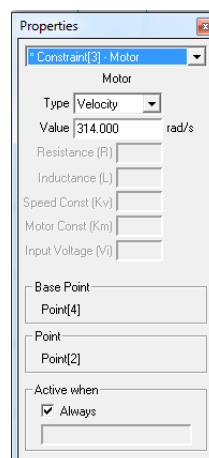


Figura 63 – Definição do Motor no Working Model.

Na figura 64 é possível visualizar o modelo até agora realizado:

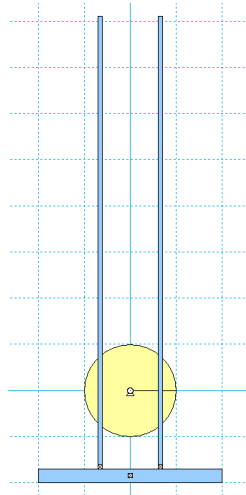


Figura 64 – Modelo Parcial do Projeto em Working Model.

Definiu-se que o círculo não colide com as vigas, seleccionando-os e indo a “Object” onde se clicou em “Do Not Collide”:

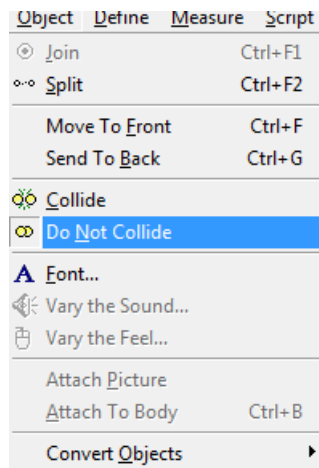


Figura 65 – Funcionalidade de colisão no Working Model.

Para as prateleiras fez-se o esboço de um retângulo exterior, onde se definiu o seu material como plástico para o programa simular correctamente os coeficientes de atrito e o seu peso em 0,150 gramas que corresponde ao peso de cada prateleira sem a adição dos pesos. Dentro deste rectângulo maior desenhou-se mais 4 que irão simular os furos nas prateleiras e foram presos com a opção “Rigid joint” e se definiu o seu material como plástico e o seu peso como sendo nulo. Definiu-se o rectângulo exterior de modo a não colidir com as vigas de orientação deixando os rectângulos menores interiores a colidir com as vigas. Após a criação de uma prateleira completamente definida com um simples “copy paste” é possível fazer réplicas, e assim se esboçou todas as prateleiras necessárias para o projecto.

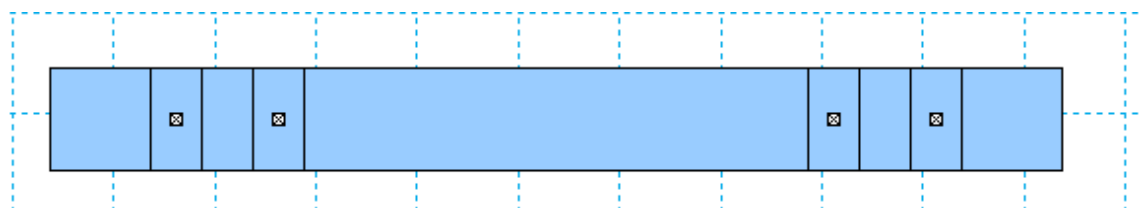


Figura 66 – Esboço completo de uma prateleira em Working Model.

Alinhando as prateleiras na posição correspondente e colocando todas á mesma distância foram colocadas as molas nos respectivos lugares entre prateleiras, indo ao menu interativo à esquerda em “Spring”. Depois de colocadas com um simples duplo clique é possível definir as propriedades da mola, o seu coeficiente elástico igual a 2700 N/mm e o seu comprimento foi reduzido para 1 milímetro inferior ao comprimento livre para simular uma pré tensão.

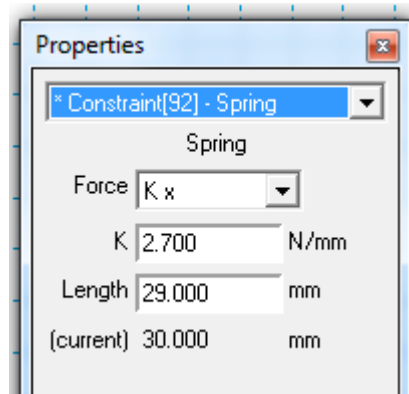


Figura 67 – Definição das propriedades da mola em Working Model.

A estrutura central que irá causar a pré tensão nas molas também foi criada com os métodos já explicados, e foi presa á prateleira de baixo e em cima com a funcionalidade “Rigid Joint”, e á viga central retirou-se a colisão com as prateleiras. O modelo realizado até este ponto pode ser visualizado na figura 53:

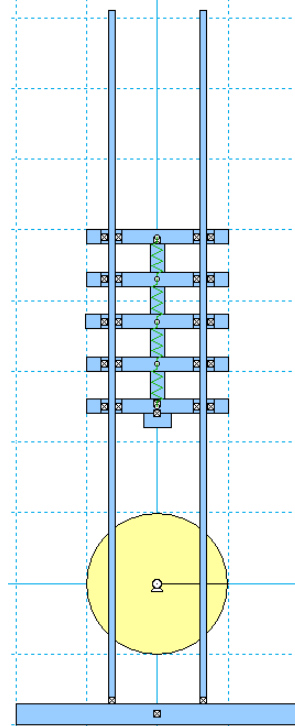


Figura 68 – Modelo parcial do projeto em Working Model.

Restando agora apenas o tirante, que será um simples retângulo colocado na posição correta entre o disco e a prateleira inferior, mas desta vez ligado a estes com a funcionalidade “Pin joint” ao invés de “Rigid joint”, que permite o movimento rotacional no eixo da junta colocada. O tirante tem 15 centímetros entre eixos e ficou colocado a 1 centímetro do centro do disco e na parte inferior da estrutura central. Retirou-se a colisão entre o tirante e as restantes partes. Para uma melhor visualização em “Object” com as partes de interesse selecionadas é

possível colocar estas por trás do resto do sistema em “Send to Back”, como por exemplo a viga central. Assim se concluiu a construção da máquina no Working Model.

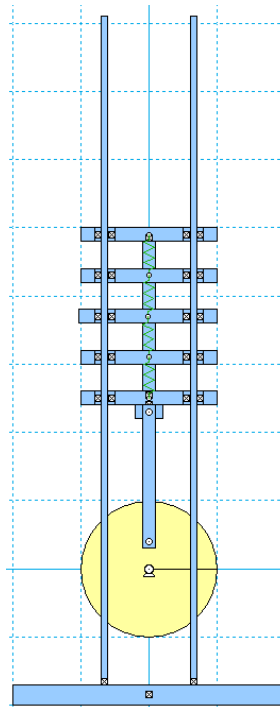


Figura 69 – Modelo completo do projeto em Working Model.

Estudo Realizado em Working Model

Para visualizar o comportamento da máquina correu-se a simulação em “Run” porém devido á complexidade do modelo, sua elevada rotação e dos cálculos realizados é importante alterar a precisão destes em “World”, “Accuracy” aumentou-se o intervalo de *frames* ou passos de animação para o valor de 20000, deste modo cada *frame* calculado representa apenas um reduzido espaço de tempo.

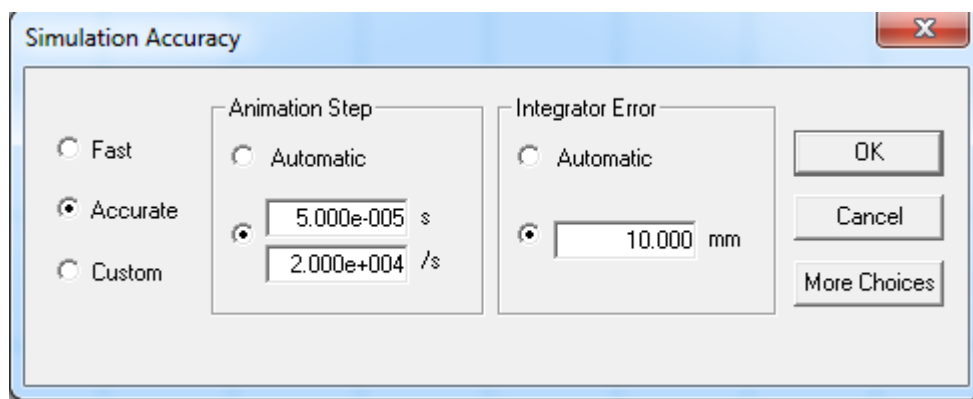


Figura 70 – Definição da precisão de simulação em Working Model.

Ainda em “World” podemos adicionar e alterar outras propriedades físicas como a força de gravidade, a resistência do ar, campos de forças e electrostáticas. Correndo a simulação verificou-se que a máquina não tem problemas de encravamento devido a forças de atrito, não existe colisões inesperadas entre prateleiras e tudo se comporta corretamente.

Para realizar um teste de impacto para verificar se a máquina realmente tem as frequências naturais nesta simulação iguais às calculadas, pode-se prender o

tirante ao plano de fundo com a opção de “Rigid Joint” e no menu interativo adicionar uma força no topo da estrutura e em “Active When” removendo o “Always” e se definindo o intervalo da força para o segundo 0, deste modo tem-se apenas uma pancada instantânea, o necessário para o teste de impacto.

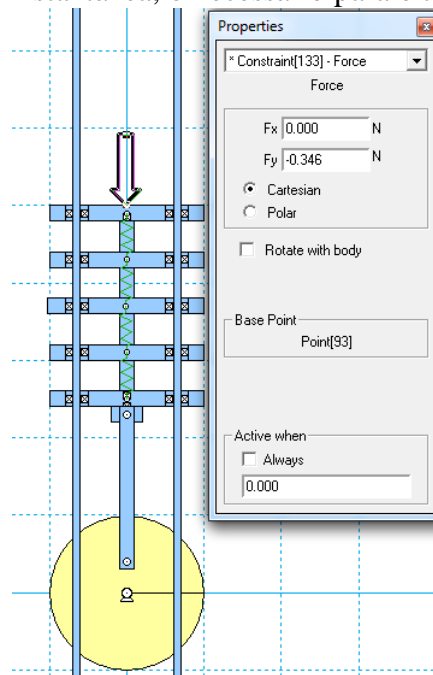


Figura 71 – Força para teste de impacto.

No entanto devido á complexidade do modelo e dos seus cálculos, a simulação demorava imenso tempo. Realizou-se assim um modelo mais simplificado apenas para medir as frequências naturais, um modelo que contém apenas o sistema de 3 graus de liberdade, isto é, as prateleiras, a viga que provoca a pré tensão, as molas, a base e topo:

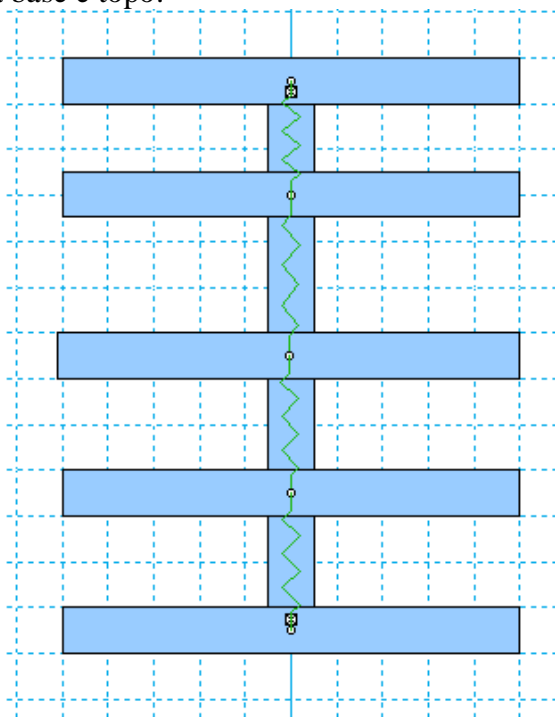


Figura 72-Modelo simplificado onde se identificou as frequências naturais.

Em vez de se adicionar uma força de impacto, alterou-se a posição inicial de uma prateleira, removeu-se a gravidade, resistência do ar e o amortecimento. Assim quando se corre a simulação o sistema vibrará à sua frequência natural, o que é o

mesmo que um teste de impacto. Na base adicionou-se uma âncora para aprisionar base, e deste modo a viga central e o topo, ao plano de fundo.

Em “Measure” é possível aceder às opções de gráficos de deslocamento, velocidade e aceleração, selecionando por exemplo a prateleira central podemos visualizar a sua aceleração, que das três grandezas será a que terá maiores amplitudes e permite uma melhor visualização:

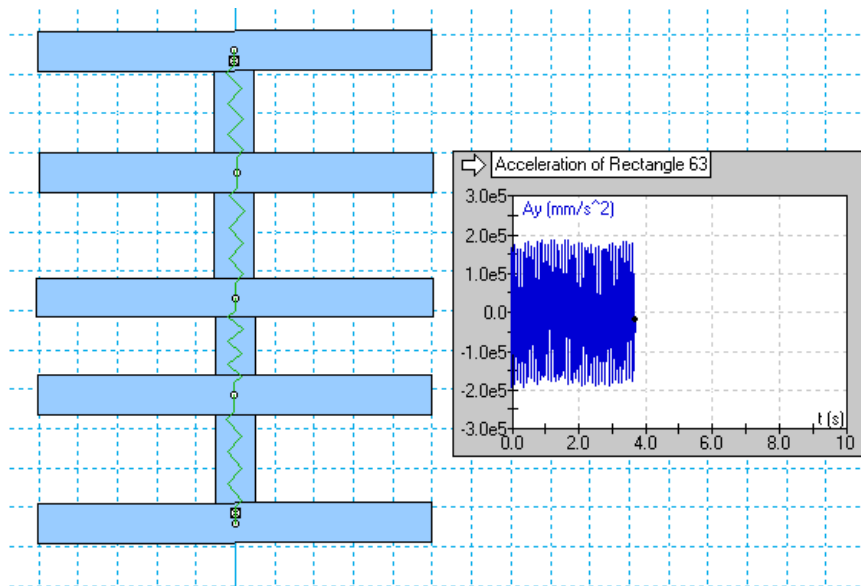


Figura 73 – Representação gráfica da aceleração de uma prateleira durante teste de impacto no Working Model.

É possível exportar os resultados num ficheiro .dta que pode ser lido em aplicações como o Word, Excel, Notepad do Windows e o MathCad, onde se pode aprofundar os estudos. Para isto em “File”, “Export” definiu-se o número de *frames* para 2048, visto ser um potencial de 2, isto é importante para o estudo em MathCad, isto é, do *frame* 0 ao *frame* 2047:

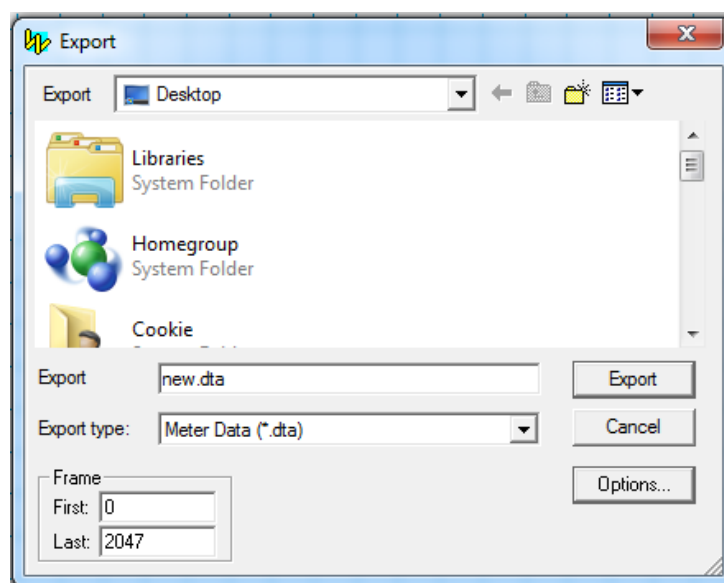


Figura 74 – Exportação de dados no Working Model.

Após concluir a folha de cálculo em MathCad que pode ser encontrada em anexo, podemos visualizar um gráfico semelhante para a aceleração:

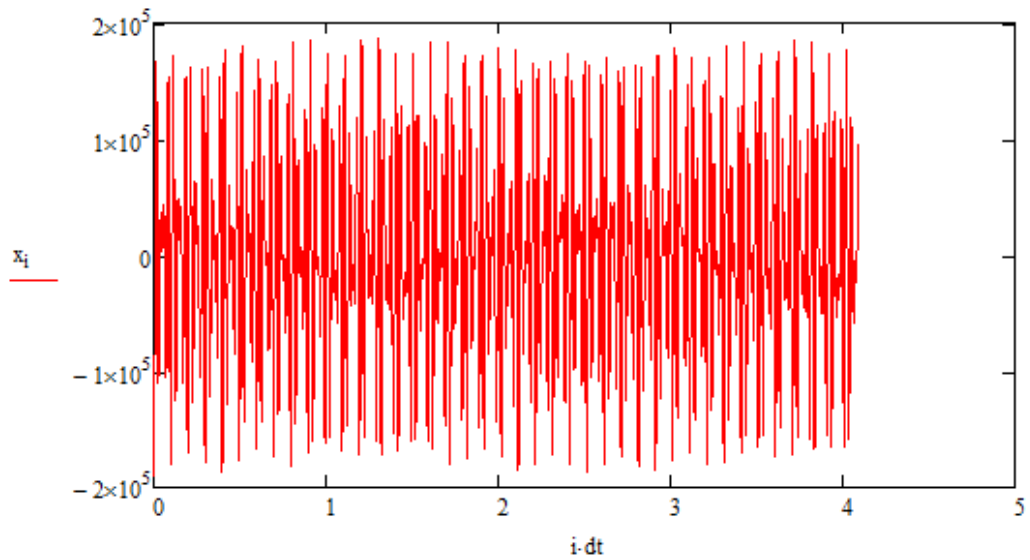


Figura 75 – Representação gráfica de teste de impacto realizado no Working Model em MathCad.

Realizando os cálculos da FFT, Transformada rápida de Fourier, podemos visualizar o espectro de frequências:

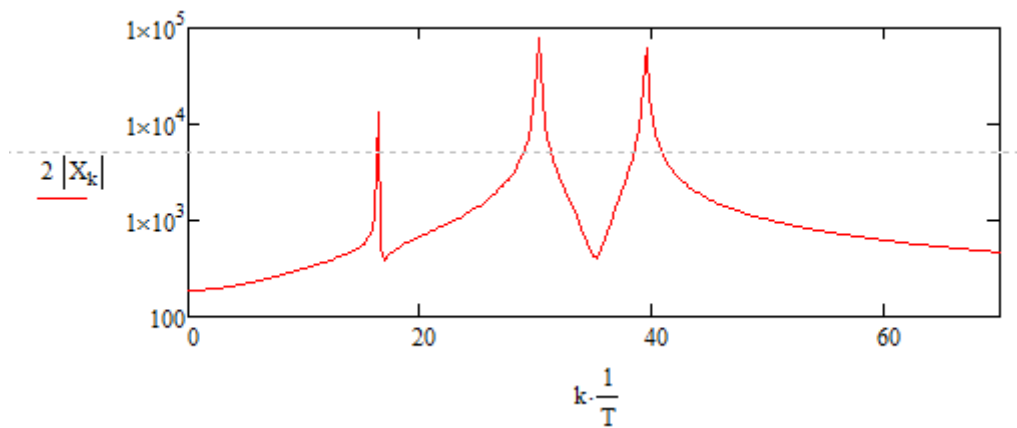


Figura 76 – Espectro de Frequências de teste de impacto realizado no Working Model.

Com a funcionalidade “Trace” pode-se ver os valores correspondentes às frequências naturais, sendo 16,365, 30,288 e 39,570 Hz, valores aproximados aos calculados.

Solidworks

SolidWorks é um software de CAD (computer-aided design), desenvolvida pela SolidWorks Corporation, adquirida em 1997 pela Dassault Systèmes S.A., e que funciona nos sistemas operacionais Windows. A sua estreia foi em 1993, mostrando-se um concorrente do PRO-Engineer, AutoCAD, Inventor e SolidEdge.

O SolidWorks baseia-se em computação paramétrica, criando formas tridimensionais a partir de formas geométricas elementares. No ambiente do programa, a criação de um sólido ou superfície tipicamente começa com a definição de topologia em um esboço 2D ou 3D. A topologia define a conectividade e certos relacionamentos geométricos entre vértices e curvas, no esboço e externos ao esboço.

Após realizar a criação de todas as partes e sua devida montagem em “assembly” concluiu-se a construção completa da máquina no software.

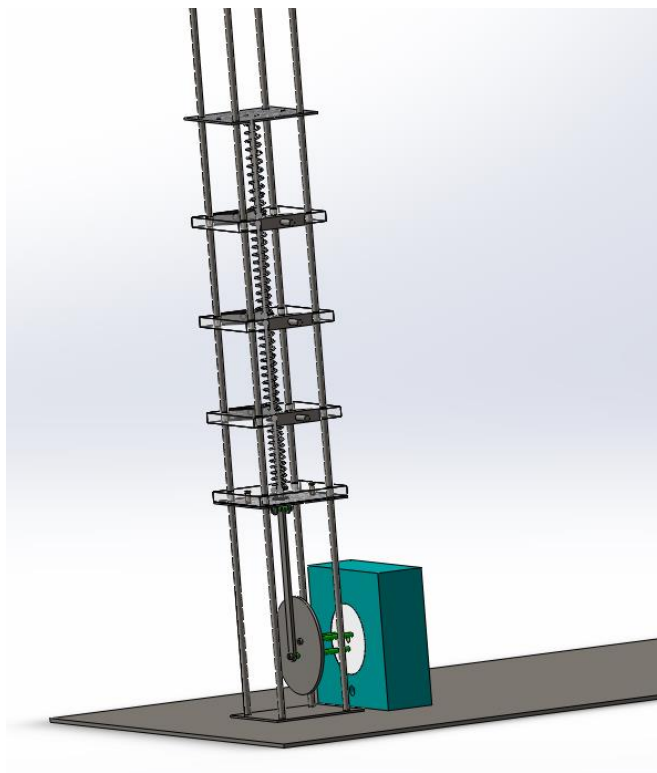


Figura 77 – Montagem da máquina completa em SolidWorks.

Para a simulação do comportamento da máquina no canto inferior esquerdo da montagem encontra-se uma parcela com o nome de motion study (estudo de movimento), neste local encontram-se várias opções para fornecer movimento á máquina, primeiramente é desejado o movimento rotacional do motor, para isto é selecionada a funcionalidade “Motor” de acordo com a figura, de seguida escolheu-se a parte da máquina em que é desejado que este motor actue, ou seja a parte branca de plástico do motor que foi desenhada de acordo com a realidade, o motor no seu eixo de rotação faz uma ligação a esta peça de plástico, e tem-se a opção de definir o sentido de rotação que neste caso é irrelevante, e a velocidade a que roda:

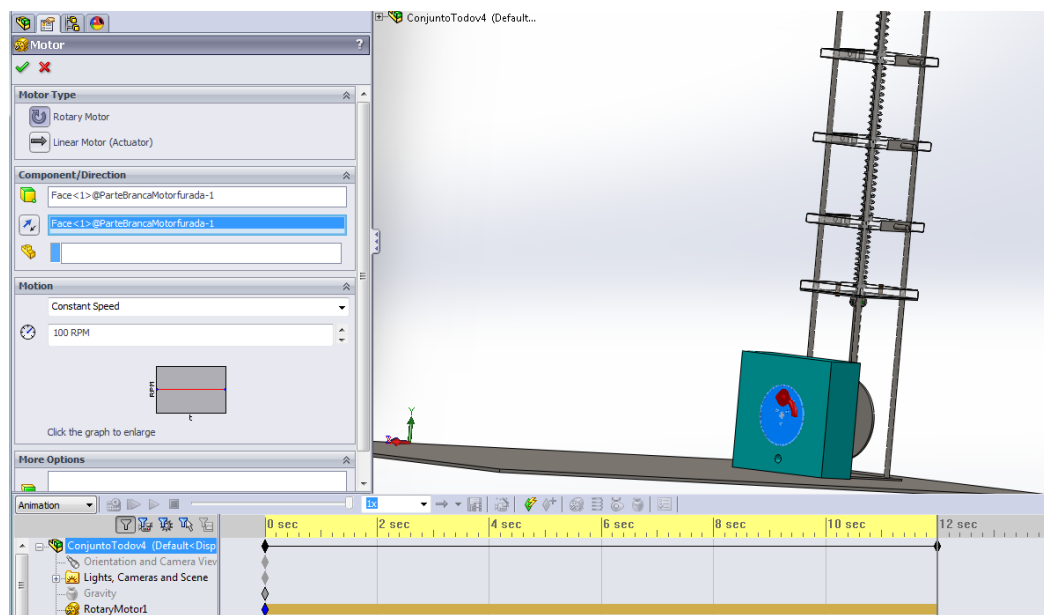


Figura 78 – Simulação de motor em SolidWorks.

Adicionou-se a força da gravidade á simulação, para isto foi alterado o modo de animação (animation) para movimento básico (basic motion) e clicou-se na opção representada por uma maçã verde que representa a força de gravidade (Gravity) e definiu-se o sentido desta força de acordo com a realidade, neste caso no sentido $-Y$ e a sua amplitude da força como sendo a padrão pré definida pelo software igual a 9806.65mm/s^2 :

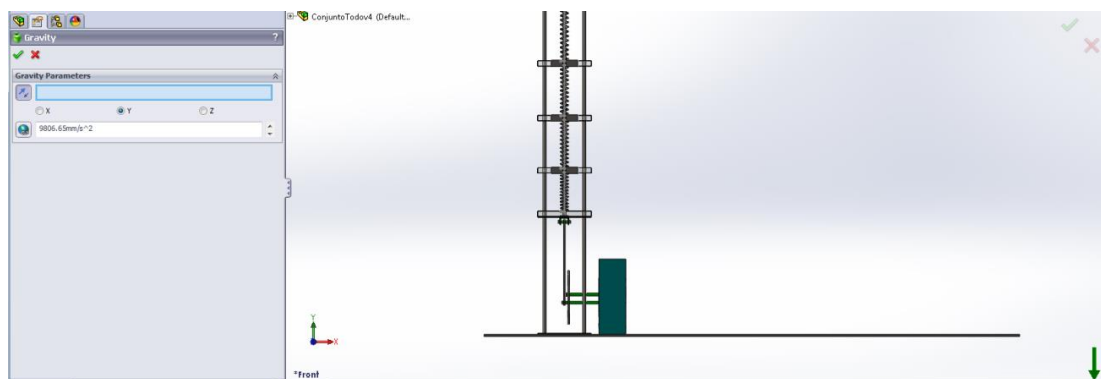


Figura 79 – Força gravítica no SolidWorks.

Agora é possível fazer os cálculos para o estudo do movimento e visualizar o comportamento da máquina clicando em “calculate” de acordo com a figura para o software realizar todos os cálculos necessários e definiu-se o tempo que é

desejado que a simulação tenha com um simples arrastamento, é um processo algo demorado devido á complexidade da máquina e dos cálculos realizados:

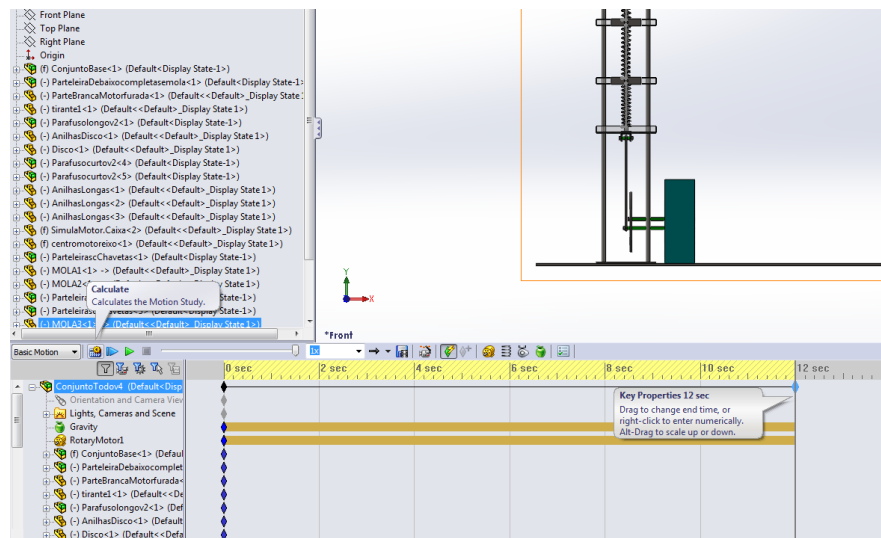


Figura 80 – Simulação no SolidWorks.

As molas desenhadas serão diferentes das que se devem usar no estudo de movimentos da máquina. Para simular as molas existe a hipótese de adicionar molas no “motion study”, para tal clica-se no símbolo que representa a mola onde existe a opção de definir a mola de acordo com o que é pretendido, primeiro definiu-se o local onde a mola estará colocada selecionando as 2 faces que coincidem com as extremidades da mola, em baixo pode-se definir o coeficiente elástico da mola, de acordo com a mola pretendida admitiu-se o valor aproximado de 3 N/mm o comprimento livre da mola selecionou-se os 91 mms, seu comprimento livre, depois de selecionar a opção de actualizar de acordo com as alterações do modelo fica a cinza e calcula o comprimento a que esta se encontra de momento tendo assim uma pré tensão visto ficar comprimida, definiu-se o diâmetro médio, o número de espiras e o diâmetro da espira de acordo com a mola real:

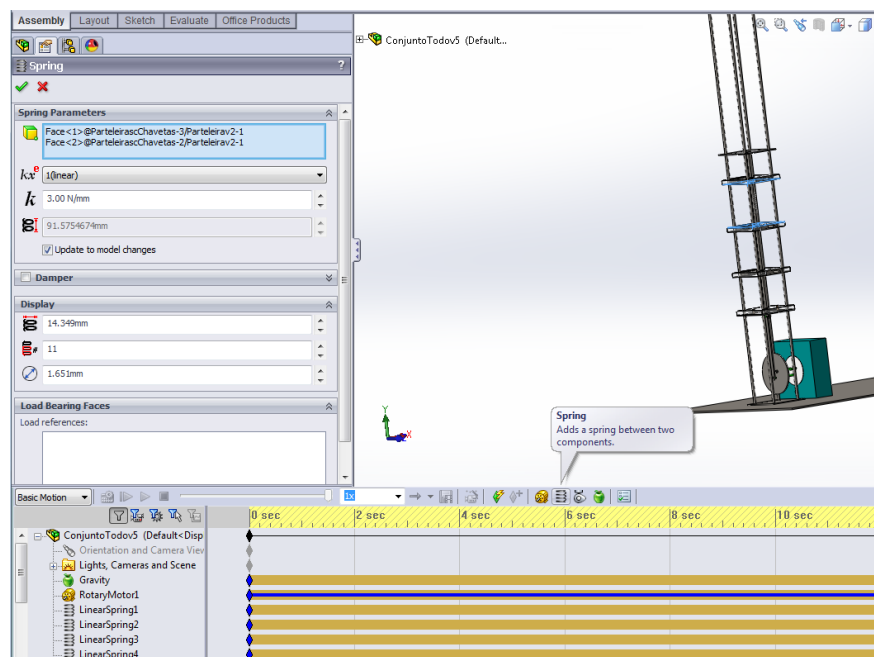


Figura 81 – Adição de molas em SolidWorks.

Após isto apenas se tem de fazer o Estudo do Basic Motion e tem-se o comportamento da máquina de acordo com a realidade e de maneira igual ao esperado. O SolidWorks ainda fornece a opção de gravar o estudo em modo vídeo para se visualizar em qualquer tipo de software que leia ficheiros .avi.

Para medir as frequências naturais criou-se um novo estudo em Motion Analysis para o sistema de 3 graus de liberdade apenas, eliminando as restantes partes da máquina:

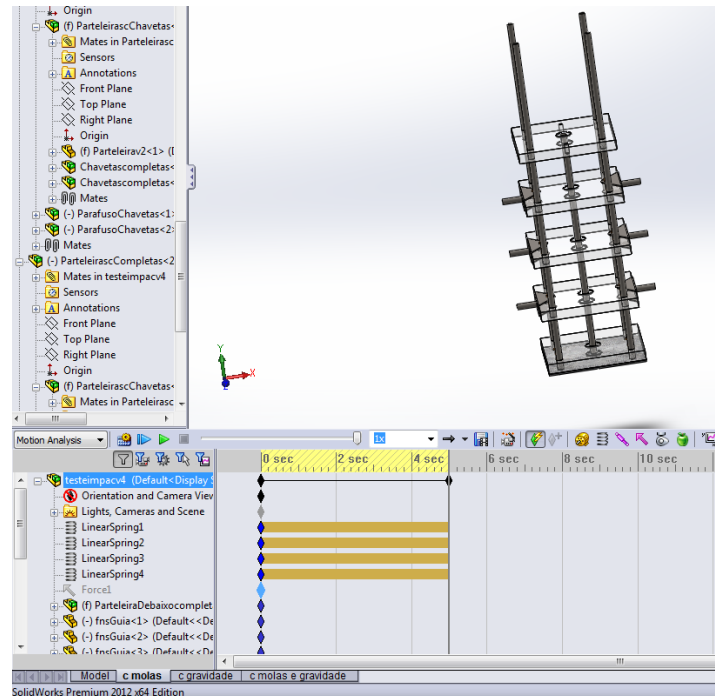


Figura 82-Modelo simplificado para o estudo das frequências naturais.

Adicionou-se no novo estudo as molas novamente e uma força de 2 Newtons constante no intervalo entre 0 e 0,008 segundos, isto porque se definiu que o estudo terá 125 frames por segundo, deste modo logo após o primeiro frame a força deixará de existir simulando um teste de impacto, e também define a frequência de amostragem como 125 pontos por segundo, permitindo a visualização de uma frequência máxima no espectro de frequências de 62,5 Hz:

$$f_{m\acute{a}x} = \frac{N}{2} \times \frac{1}{T} = \frac{125}{2} \times \frac{1}{1} = 62,5 \text{ Hz}$$

No estudo mediu-se a aceleração linear numa prateleira no eixo vertical Y:

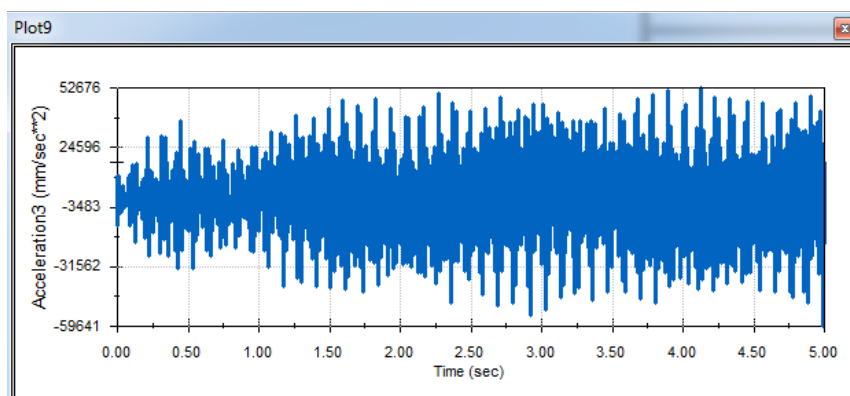


Figura 83-Aceleração medida numa prateleira durante o teste de impacto em SolidWorks.

Importou-se estes dados para uma folha de cálculo em MathCad para executar a transformada rápida de Fourier (FFT):

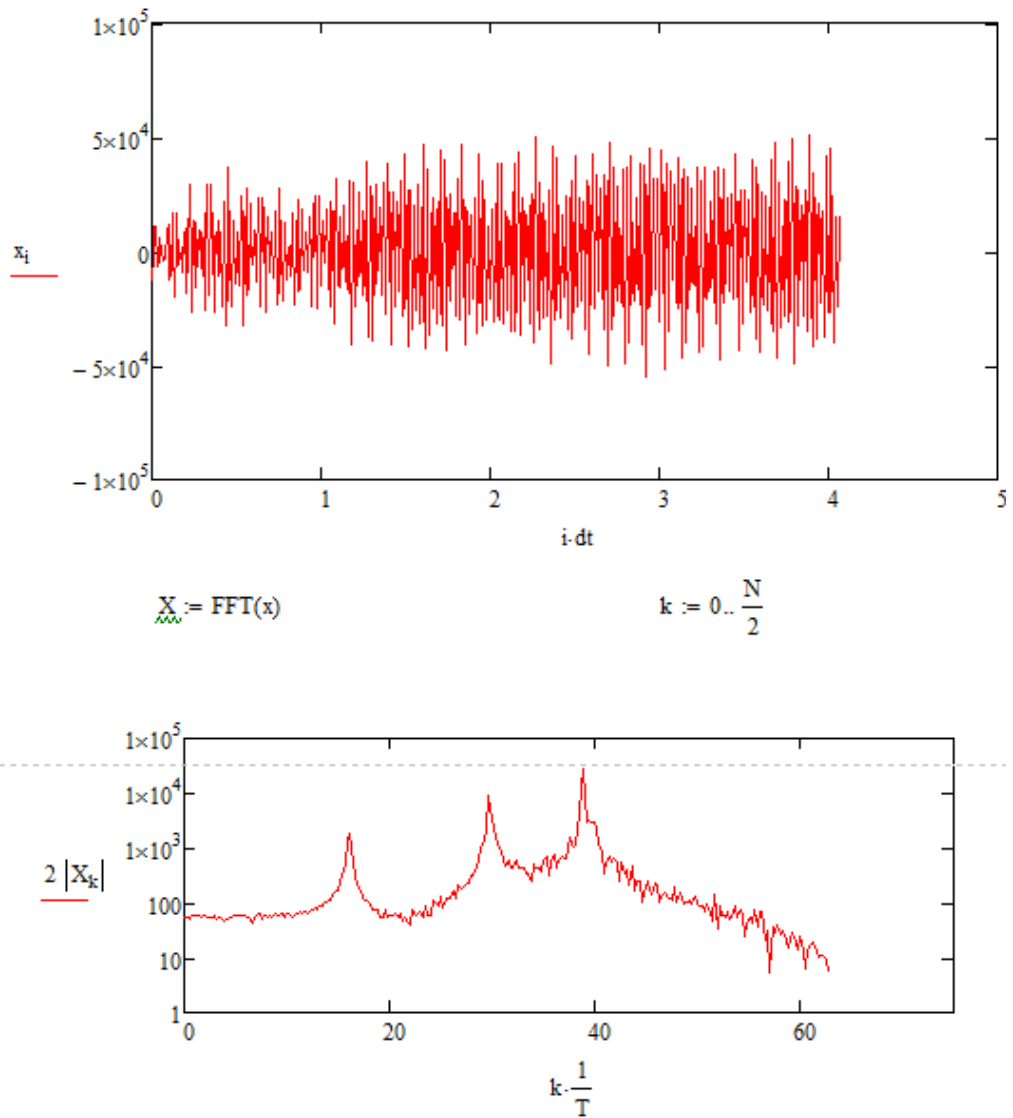


Figura 84-Gráfico de aceleração e espectro de frequências na folha de cálculo no Mathcad.

E com trace retirou-se os valores das frequências naturais para o sistema no SolidWorks, que são 16,176, 29,657 e 38,971 Hz. Estes resultados são próximos aos calculados.

5. Construção do Simulador de Controlo de Vibração

5.1. Construção e Montagem da Máquina

Neste capítulo descreve-se o processo de fabrico de todas as peças da máquina e a sua montagem.

A base onde todas as restantes peças são suportadas tem 35 cms de lado, 60cms de comprimento e 0,5cm de altura, o seu material é o aço inoxidável para uma maior longevidade evitando a corrosão. Tem vários furos para permitir o encastramento do motor, das vigas que limitam o movimento das prateleiras na vertical, dos amortecedores e da estrutura metálica que reduz vibração indesejada.



Figura 85-Base metálica da máquina.

Os amortecedores GB650-1 do fabricante Barry Controls são pequenos e de baixo perfil, suportes elastómericos para protecção de choques e vibração que foram projectados como sistema de isolamento para equipamentos electrónicos de pesos baixos ou médios. Estes amortecedores reduzem a vibração transmitida pela máquina para a superfície onde está assente.

Em cada amortecedor foi colada uma esponja preta para aumentar a aderência da máquina com a superfície onde está colocada, aumentar um pouco mais o isolamento da vibração e principalmente evitar danos à superfície devido ao contacto do metal do amortecedor com qualquer outro material.



Figura 86- amortecedores GB650-1.

Os amortecedores foram encastrados à base através de parafusos M6 que atravessam a base e são roscados directamente nos amortecedores.



Figura 87-Vista de cima da placa metálica com os amortecedores montados.



Figura 88- Vista lateral da placa metálica com os amortecedores montados.

O motor utilizado foi modificado, para o motor não colidir com os guias foi-lhe adicionado uma extensão em plástico feita em torno mecânico por especialistas em jantes de automóveis para evitar desequilibragens. Através de parafusos longos acrescentou-se o disco e o tirante feitos por corte a laser através de programação CNC para um trabalho mais preciso de modo a evitar imperfeições que poderiam causar desequilíbrios.



Figura 89-Motor com disco e tirante montados.

Os apoios colocados no motor no projecto onde estava inserido foram removidos e substituídos por uns mais simples e com melhor aspecto:



Figura 90-Sistema de parafuso e porcas que constituem os apoios para o motor.

Através do passo de rosca pode-se controlar a altura a que o motor está e o seu alinhamento com a base.

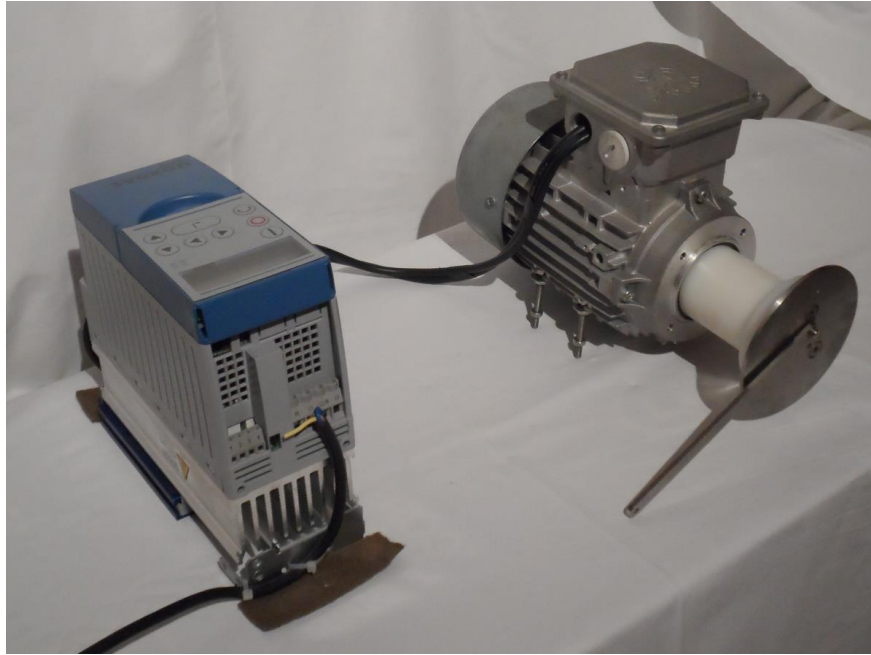


Figura 91-Motor com controlador de frequência ao seu lado.

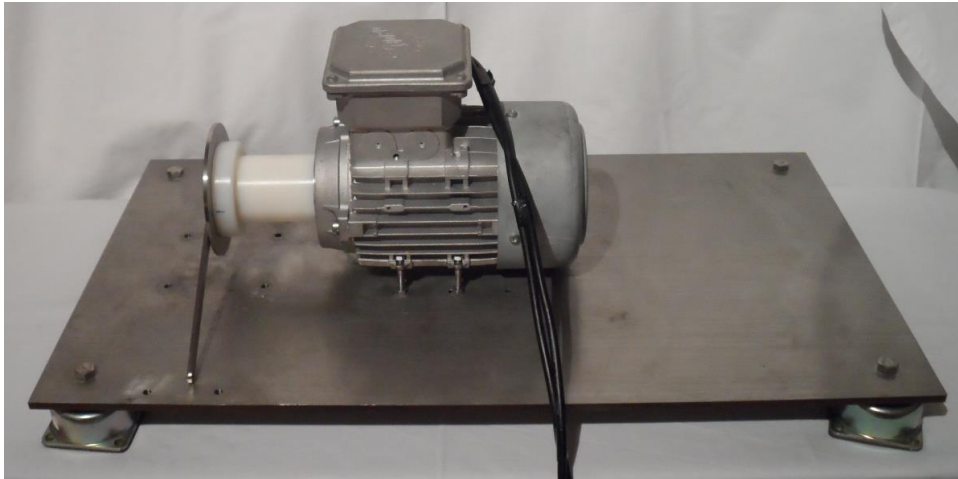


Figura 92-Motor montado na base.

As vigas que orientam o sistema de 3 graus de liberdade são roscadas na base e tem a adição de porcas que irão melhorar o encastramento quando roscadas contra a base:



Figura 93-Viga metálica que orienta o sistema no eixo vertical.

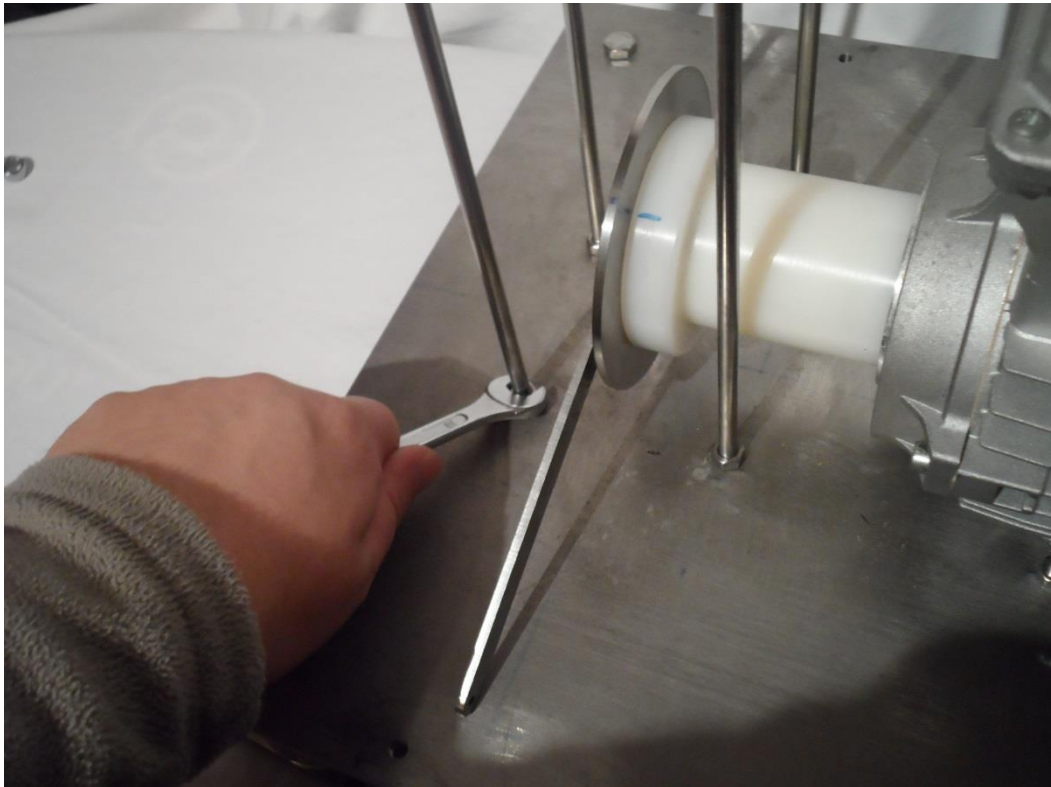


Figura 94-Montagem de uma das vigas que orientam o sistema.

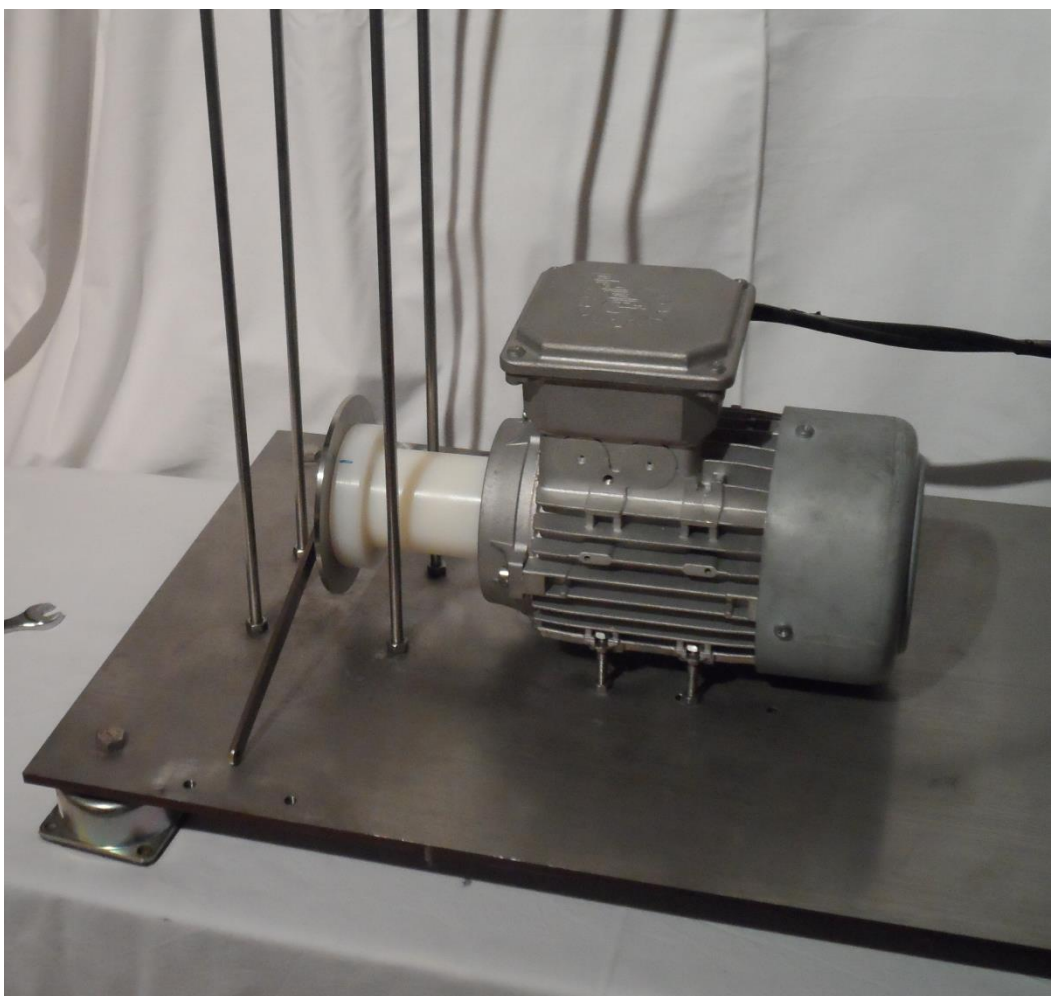


Figura 95-Base metálica com as 4 vigas montadas.

A prateleira de baixo que será a base que irá transmitir a vibração ao sistema de 3 graus de liberdade devido á rotação do motor, terá uma chapa metálica furada para a passagem das vigas que orientam o sistema, para a colocação dos sensores e para o aparafusamento a uma prateleira de acrílico. Soldada á chapa está uma outra peça que foi quinada e furada para a ligação ao tirante:

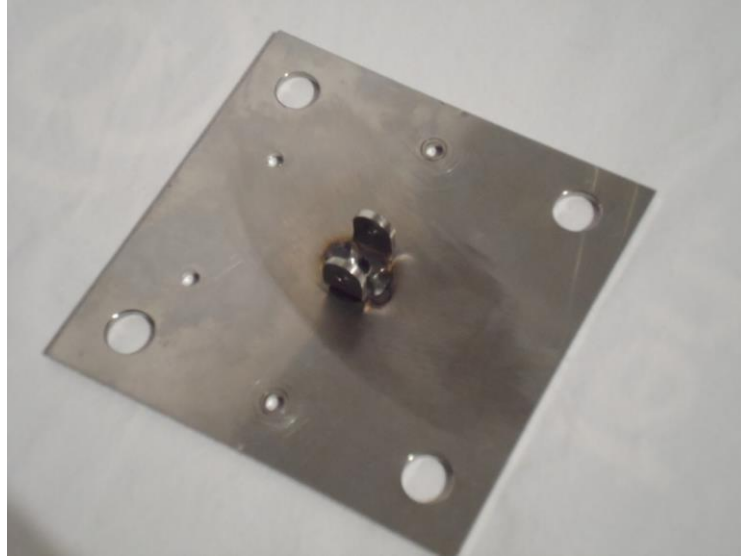


Figura 96-Chapa Metálica que está ligada á prateleira que simula a base do sistema.

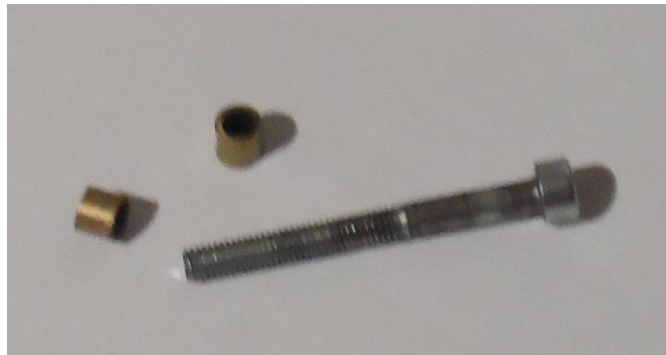


Figura 97-Parafuso e tubos metálicos que estarão ligados ao tirante e á base do sistema.

Através de um parafuso e de uns tubos metálicos para impedir o deslocamento do tirante ao longo do parafuso fez-se a conexão com o tirante do motor para a prateleira de baixo:

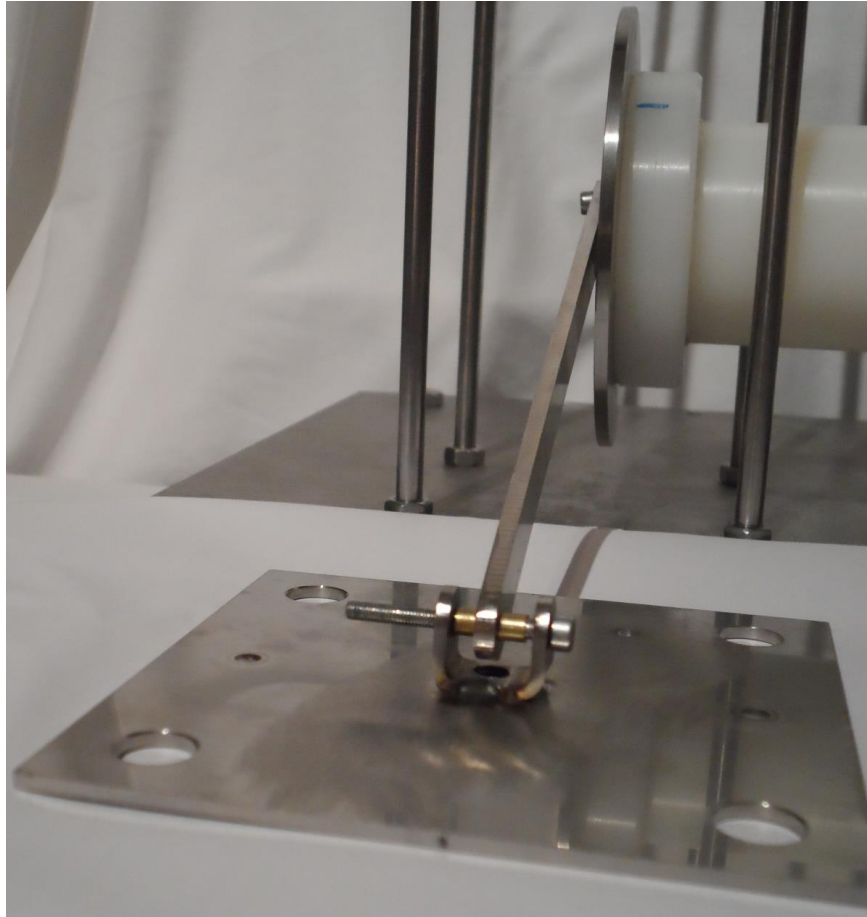


Figura 98-Tirante já montado á prateleira de baixo.

Na prateleira de baixo acrescentou-se um novo furo no seu centro para a colocação de uma viga que irá provocar a pré tensão nas molas. Do mesmo modo que nas vigas que orientam o sistema, enroscou-se esta vida na base com a adição de uma porca. Após a colocação da viga encastrou-se a prateleira de acrílico com 2 parafusos à chapa metálica:



Figura 99-Prateleira pronta a montar com a viga que provoca a pré tensão nas molas.

As prateleiras sofreram a adição de uns tubinhos de teflon para a redução do atrito e reduzir possíveis inclinações devido à altura reduzida das prateleiras.

Colocou-se a prateleira no sítio correcto na máquina, sendo atravessado pelas vigas que orientam o sistema:

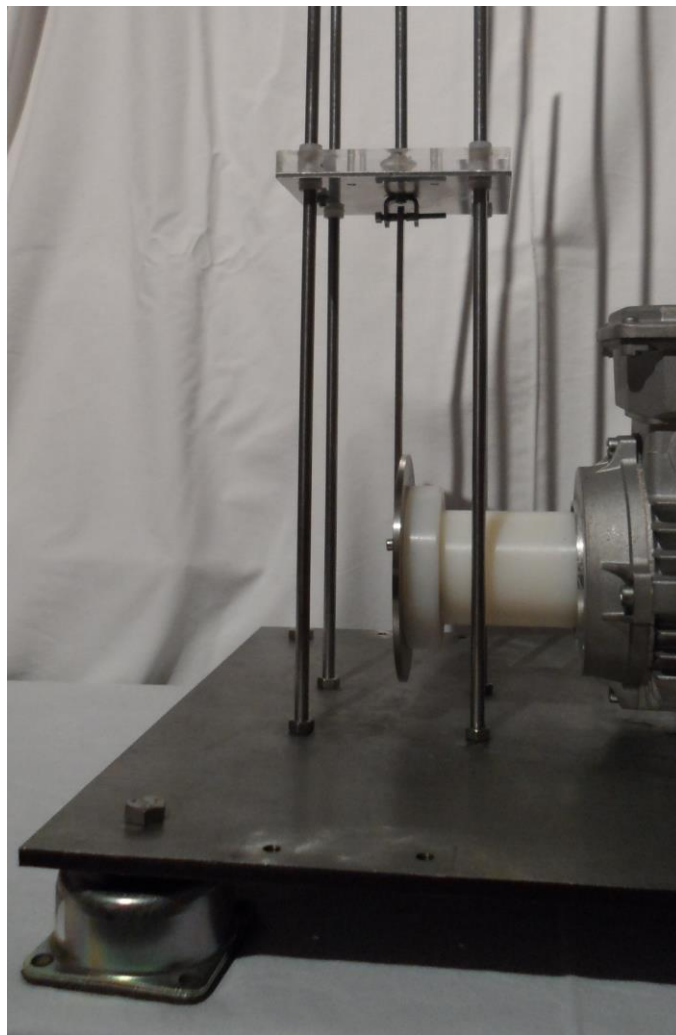


Figura 100-Prateleira de baixo completamente montada.

Às prateleiras centrais foram montadas chapas quinadas, onde roscas de 3mm foram soldadas para a adição de pesos em cada prateleira. Esta montagem foi realizada através de parafusos que atravessam as peças e porcas:

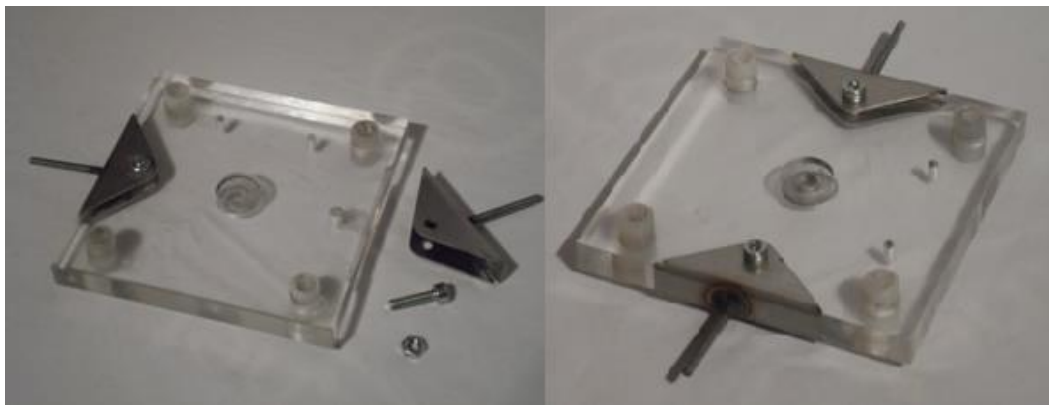


Figura 101-Prateleiras centrais com uma chapa para a adição de pesos prestes a montar.

Colocou-se as prateleiras e as molas que constituem o sistema de 3 graus de liberdade e uma prateleira adicional para a pré tensão, esta prateleira que estará no topo do sistema só tem os tubos em teflon para reduzir o atrito.



Figura 102-Molas S140.

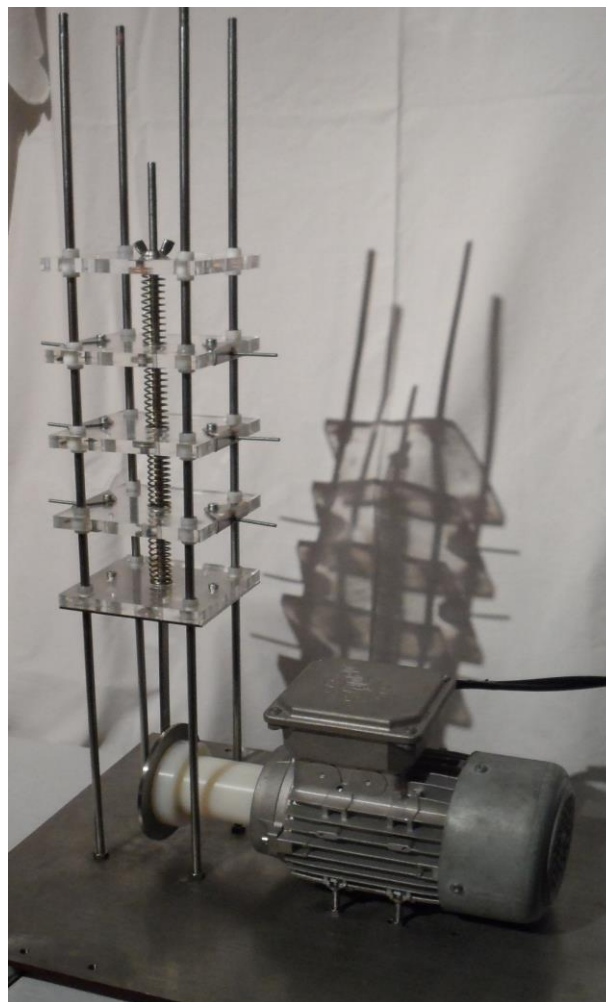


Figura 103-Sistema de 3 graus de liberdade completamente montado.

A máquina encontra-se com o sistema de 3 graus de liberdade completamente montado e funciona, porém devido á grande vibração que o motor transmite as guias que orientam o sistema deslocam-se lateralmente.

Para melhorar o comportamento da máquina face á vibração foi-lhe adicionada uma armação metálica que lhe oferece maior robustez impedindo o movimento das vigas que orientam o sistema devido à elevada vibração:



Figura 104-Armação metálica.



Figura 105-Montagem da armação metálica na base.

O topo desta estrutura metálica tem uma chapa soldada com 4 furos para as vigas onde serão colocadas porcas de orelhas para facilitar a sua colocação e remoção para prender as vigas á estrutura.

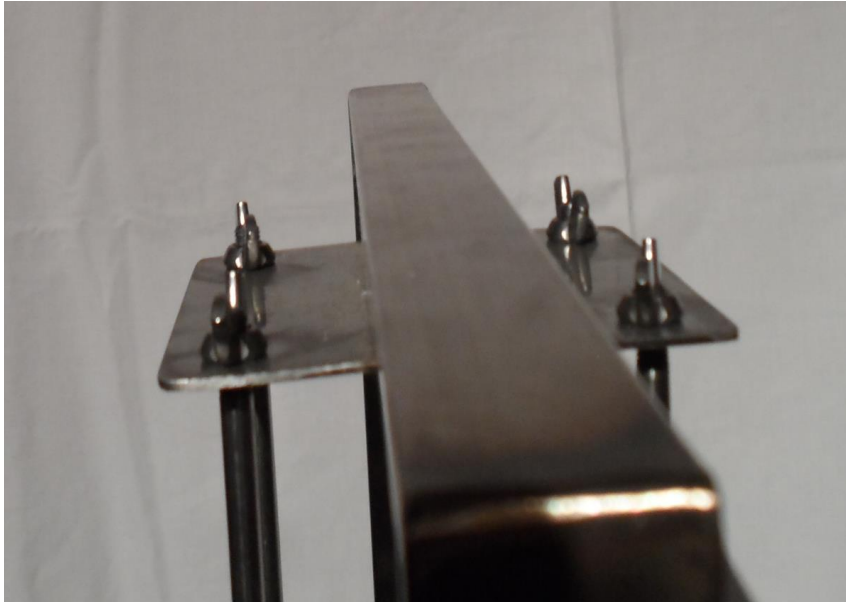


Figura 106-Topo da armação metálica.

Para proteção dos sensores construiu-se com 2 placas de plástico e parafusos uma estrutura que facilite a sua montagem e desmontagem nas prateleiras, para evitar o contacto dos sensores com a restante estrutura nos parafusos que atravessam as placas e os sensores colocaram-se várias anilhas de modo a dar espaçamento entre as partes:

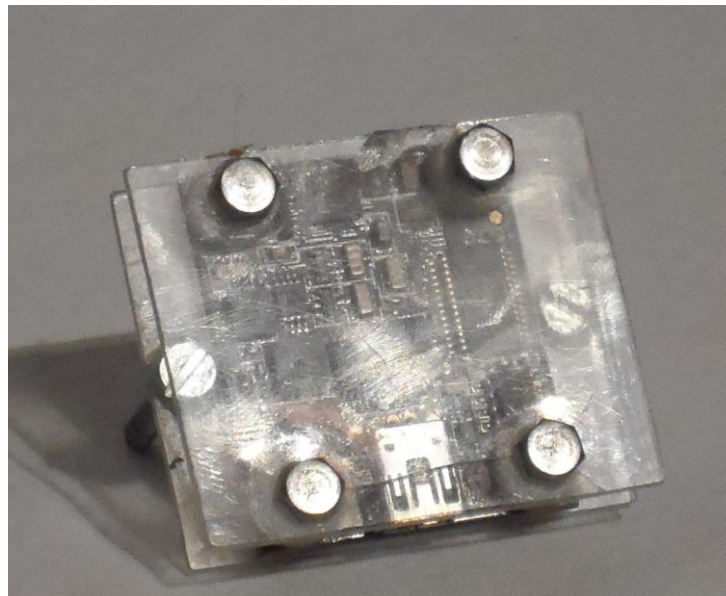


Figura 107-Sensor com estrutura protetora montada.

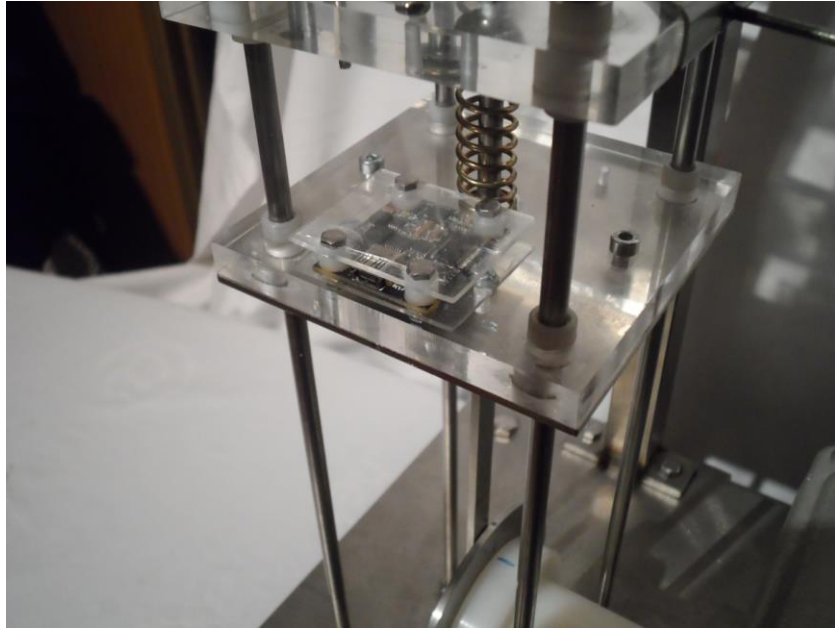


Figura 108-Sensor colocado na máquina.

A máquina está completamente contruída e pode ser visualizada na fugura 109:

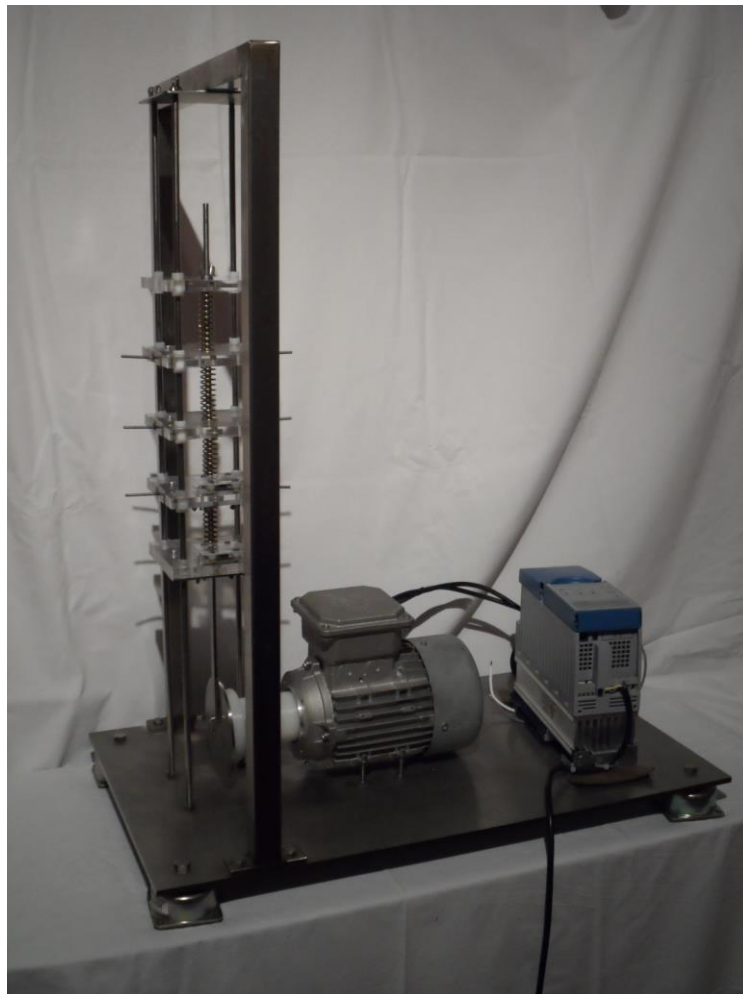


Figura 109-Máquina completamente montada.

5.2. Aquisição e Processamento de Dados

Para o processamento de sinais foi desenvolvida a aplicação de um analisador de vibrações na plataforma de programação LabVIEW (*Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench*), cuja programação será descrita ao longo deste capítulo, o programa irá fazer a aquisição de sinais e apresentar os resultados em forma de gráficos e indicadores numéricos.

O LabVIEW é uma linguagem de programação gráfica originária da National Instruments. Os principais campos de aplicação do LabVIEW são a realização de medições e automações. A programação é feita de acordo com o modelo de fluxo de dados, o que oferece a esta linguagem vantagens para a aquisição de dados e para a sua manipulação. O LabVIEW ajuda engenheiros de projeto em testes de sistemas de pequeno e grande porte e é ideal para o desenvolvimento de qualquer sistema de medição ou controle. Integrando todas as ferramentas de que os engenheiros e cientistas precisam para desenvolver uma ampla gama de aplicações em um tempo significativamente menor, o LabVIEW é um ambiente de desenvolvimento voltado à resolução de problemas, produtividade acelerada e inovação contínua.

Os programas em LabVIEW são chamados de instrumentos virtuais ou, simplesmente, IVs. São compostos pelo painel frontal, que contém a interface, e pelo diagrama de blocos, que contém o código gráfico do programa, sendo que a sua programação é feita através de linhas, representativas do fluxo de informação, e blocos, representativos de operações matemáticas ou outras funções. O programa não é processado por um interpretador, mas sim compilado. Deste modo a sua eficácia é comparável à exibida pelas linguagens de programação de alto nível.

No presente trabalho será utilizada a versão LabVIEW 2012, que corre sobre o sistema operativo Microsoft Windows.

Sensores

Em termos de composição física, os analisadores baseados em computadores são geralmente constituídos por três componentes principais, os sensores, uma placa de aquisição de dados, e o computador.

No presente trabalho foram utilizados dois sensores do tipo MEMS (Micro-electro-mechanical Systems) que fazem a conversão de uma grandeza física, neste caso a aceleração para milivolt (mV). Os acelerómetros utilizados dispensam a utilização de uma placa de aquisição de dados, uma vez que já vêm montados numa.

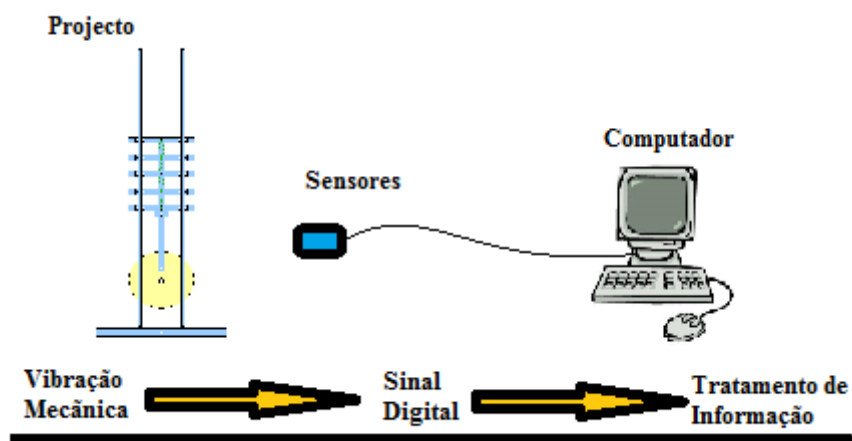


Figura 110- Constituição física do Analisador de Vibrações.

Os acelerómetros são da Phidgets e foram utilizados os modelos 1049 e 1056, são sensores de baixo custo e têm ligação direta ao computador via USB. O sensor 1056 - PhidgetSpatial 3/3/3 mede aceleração estática e dinâmica em 3 eixos, até 5g (permitindo-o servir de giroscópio através da integração numérica da aceleração angular), também mede o campo magnético em três eixos até ± 4 Gauss (permite o uso como bússola) e a rotação angular em 3 eixos, até $\pm 400^\circ$ por segundo.



Figura 111- Acelerómetro Phidgets 1056 (Fonte Phidgets).

Tabela 3- Caraterísticas do sensor Phidgets 1056.

Bússola

Resolução da Bússola	400 μ G
Offset do Norte	2°

Giroscópio

Velocidade Máxima	400°/s
Resolução	0.02°/s
Desvio	4°/min

Acelerómetro

Resolução	228 μ g
Banda	110 Hz
Medição Máxima	± 5 g (49 m/s ²)

Nível de ruído do eixo 0 (eixo X)	300 μg
Nível de ruído do eixo 1 (eixo Y)	300 μg
Nível de ruído do eixo 2 (eixo Z)	500 μg
Erro através de rotação	2 mg

Placa

Nome API	Spatial
Consumo máximo de corrente	45 mA
Frequência de amostragem mínima	1 s/amostra
Frequência de amostragem máxima	4 ms/amostra
Frequência de amostragem mínima (Webservice)	1 s/amostra
Frequência de amostragem máxima (Webservice)	16 ms/amostra
Resolução de conversão Analógico para Digital	16 bit
Voltagem USB mínima	4.8 V DC
Voltagem USB máxima	5.3 V DC
Velocidade USB	Velocidade Máxima
Temperatura mínima de operação	0 °C
Temperatura máxima de operação	70 °C

O sensor 1049 - PhidgetSpatial 0/0/3 mede aceleração estática e dinâmica em 3 eixos, até 5g, e fornece uma frequência de amostragem de 1000 Hz. A sua produção foi descontinuada e já não se encontra no mercado.



Figura 112- Acelerómetro Phidgets 1049 com cabo USB (Fonte Phidgets).

Tabela 4- Características do sensor Phidgets 1049.

Acelerómetro

Resolução	3.7 mg
Banda	110 Hz
Medição Máxima	$\pm 5 \text{ g}$ (49 m/s^2)
Nível de ruído do eixo 0 (eixo X)	2 mg
Nível de ruído do eixo 1 (eixo Y)	2 mg
Nível de ruído do eixo 2 (eixo Z)	2 mg

Placa

Nome API	Spatial
Frequência de amostragem mínima	1 s/amostra

Frequência de amostragem máxima	1 ms/amostra
Frequência de amostragem mínima (Webservice)	1 s/amostra
Frequência de amostragem máxima (Webservice)	16 ms/amostra
Voltagem USB mínima	4.4 V DC
Voltagem USB máxima	5.3 V DC
Consumo máximo de corrente	22 mA
Velocidade USB	Full Speed
Temperatura mínima de operação	0 °C
Temperatura máxima de operação	70 °C

Desenvolvimento da aplicação

São necessários os drivers disponíveis para os sensores transmitirem os dados via USB ao computador, disponíveis no site da Phidgets. O instalador da Phidgets requer que o sistema já tenha o .NET framework 2.0 ou uma versão mais recente que pode ser adquirida através da Microsoft.

Após instalação dos drivers, através de uma aplicação que os acompanha é possível verificar se os sensores estão atualmente conectados ao computador.

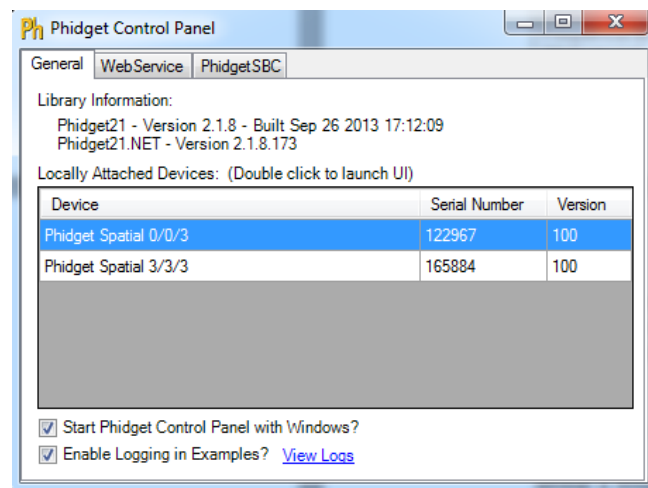


Figura 113-Phidget Control Panel.

Selecionando cada sensor individualmente no painel de controlo de Phidgets com um duplo clique, abre um menu intitulado pelo fabricante como “Spatial-full” onde é possível ajustar e calibrar os sensores:

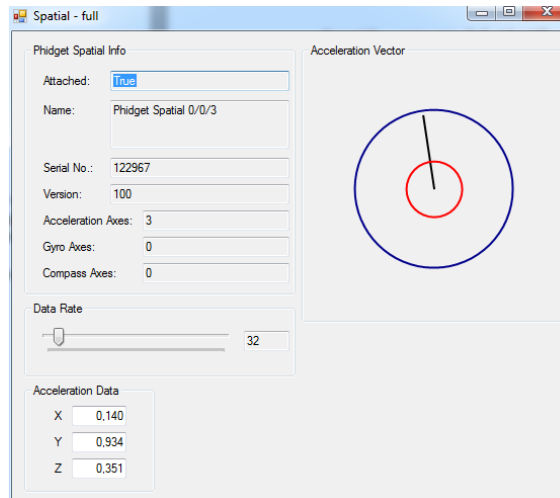


Figura 114-Menu de calibração do sensor Phidgets 1049.

O modelo mais recente Spatial 1056, modelo mais recente, também faz medições do campo magnético e da rotação angular como se vê na figura 115:

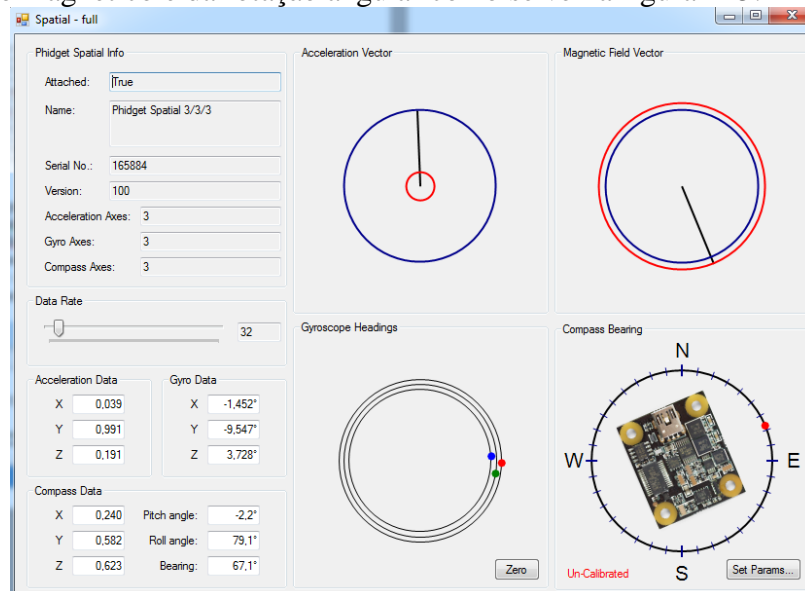


Figura 115- Menu de calibração do sensor Phidgets 1056.

Analizador de Vibrações

A Phidget fornece suporte a várias linguagens de programação e cada linguagem tem as suas próprias bibliotecas e exemplos de códigos. Este suporte foi essencial ao desenvolvimento do programa, visto que sem a parte do código fornecida pelo fabricante seria muito mais trabalhoso a conclusão da parte de aquisição de dados no LabVIEW. A Phidget proporciona subVI's que darão início ao analisador de vibrações e um manual em PDF para cada linguagem onde explicam estes sub-instrumentos virtuais.

O exemplo intitulado "Spatial event example" foi a base para o começo do analisador, onde o código para LabVIEW já se encontra completamente definido para a leitura de um acelerómetro. No exemplo é possível obter todas as leituras que o acelerómetro permite através de um bloco Output, como a aceleração, o campo magnético e ângulo nos três eixos. Também é possível visualizar o tempo

decorrido, com um led identifica que o acelerómetro está conectado ao computador e devolve o seu número de série.

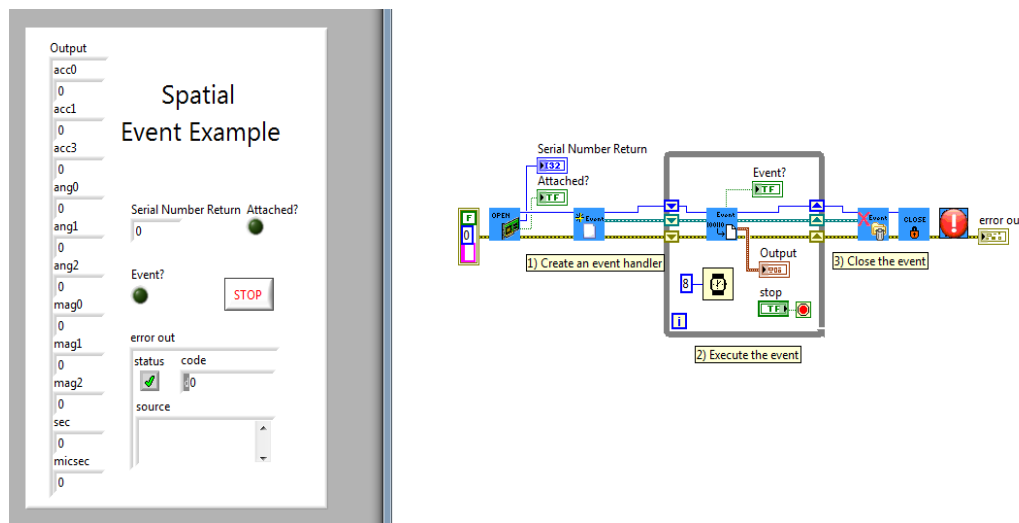


Figura 116- Exemplo Spatial Event.

O bloco “SpatialOpen” tem várias entradas, como a identificação do dispositivo, o número de série, o tempo de espera que se encontra definido por padrão em 5000 milissegundos, e entrada de erros anteriormente encontrados. Como saída tem de novo a identificação do dispositivo, o número de série já identificado, o estado do dispositivo (se está conectado ou não), e a saída de erros encontrados no bloco.

Ao exemplo foi adicionado um novo bloco para se poder definir a frequência de amostragem intitulado “SpatialSetDataRate”, este instrumento virtual permite alterar a frequência de amostragem dos 8 ms (1 leitura por cada 8 milissegundos ou 1000 pontos por cada 8 segundos) definidos por padrão para outro valor desejado pelo utilizador.

O bloco “SpatialEventCreate” configura e identifica as alterações de dados no evento. Este contém entradas e saída para a identificação do dispositivo e uma outra saída para a identificação do evento.

Estes blocos constituem o processador de eventos.

O “SpatialEventExe” é chamado quando os dados chegam, e é o bloco que fornece as leituras como saída, para além das entradas e saídas comuns nos blocos anteriores tem uma entrada e saída adicional que identifica o evento. Através da criação de indicadores as leituras do sensor podem ser visualizadas no painel frontal no LabVIEW. Inseriu-se esta parte do código num “While Loop” que é uma estrutura que executa continuamente as funções dentro dela até as condições para esta parar sejam alcançadas, neste caso tem-se um botão de “Stop” para parar. Este conjunto executa o evento.

Os blocos “SpatialEventClose” e “PhidgetClose”, terminam o processamento do Phidget Spatial. E o “ErrorHandler” processa eventuais erros que possam ocorrer e identifica-os. O conjunto destes blocos fecha o evento.

Maior descrição de cada bloco pode ser encontrada no manual da Phidget para LabVIEW que pode ser adquirido através do site da marca.

Uma vez que dois sensores irão ser utilizados em paralelo, duplicou-se o exemplo com umas ligeiras alterações, para isto houve a necessidade pouco usual de criar cada bloco de novo com outro nome, pois sem esta modificação o software LabVIEW processava incorretamente os dados. Definiu-se os números de série dos sensores (os números de série podem ser encontrados nos sensores) que cada bloco irá processar para o programa diferenciar os dados obtidos e removeu-se os indicadores numéricos para as leituras irrelevantes para o projeto deixando apenas para a aceleração no eixo Z adicionando-lhe ainda um novo indicador gráfico.

Uma vez realizada esta parte do código tem-se a leitura da aceleração que pode ser visualizada tanto numericamente como graficamente (amplitude e tempo) e o conhecimento que o gráfico mostra os dados num intervalo de 8 segundos, visto a frequência de amostragem estar definida como 1000 leituras em cada 8 segundos. Agora a restante parte do código será o processamento destes dados de maneira a nos fornecerem as frequências através de um espectro de frequências e a transmissibilidade, através de blocos já contidos na instalação normal de LabVIEW e suas funções matemáticas.



Figura 117- Interface para a leitura de acelerações de ambos os acelerómetros no painel frontal.

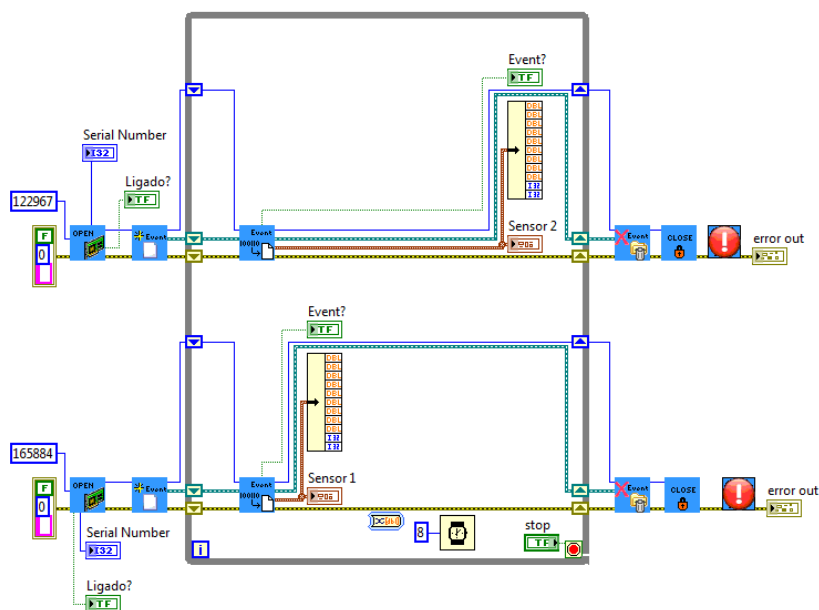


Figura 118– Diagrama de blocos para a leitura das acelerações de ambos os acelerómetros.

Para visualizar o espectro de frequências tem-se que trabalhar os dados de aceleração com a Transformada rápida de Fourier (FFT, fast Fourier transform) que é um algoritmo eficiente para se calcular a Transformada discreta de Fourier (DFT, discrete Fourier transform) e a sua inversa e permite o cálculo do espectro de frequência a partir do sinal do tempo ou a reconstituição do sinal do tempo a partir do espectro. As Transformadas rápidas de Fourier são de grande importância no processamento digital de sinais. Hoje todos os analisadores de vibrações implementam esta técnica.

O objetivo da Análise em Frequência é a determinação das harmónicas (amplitude, frequência e fase) que compõem o sinal. Desta forma é possível saber quais as frequências mais importantes (maiores amplitudes) presentes no sinal em análise.

No LabVIEW adicionou-se um novo bloco que recolhe sinais de entrada e retorna os dados mais recentes, até o número máximo especificado de amostras por canal, por defeito está definido 1000 amostras. Quando se chama o bloco e este atinge o número máximo de amostras por canal, descartará os dados mais antigos e adiciona os dados mais recentes para as amostras recolhidas. Este bloco tem o nome de “Collector” e pode ser encontrado nas funções de “Signal Manipulation”, foi conectado à saída “acc3” do “Output” (aceleração no eixo Z). Fez-se a adição de um botão de reinício no bloco, que quando executado causa o reinício das leituras eliminando as leituras anteriores, nos gráficos inclusive.

Depois da adição do bloco coletor, os dados recolhidos serão enviados a um novo bloco que irá fazer a transição de dados para o espectro de frequência e pode ser encontrado na paleta em “Signal Analysis” com o nome de “Spectral Measurements”. O bloco realiza medições baseadas na FFT e permite a introdução de janelas para corrigir alguns erros comuns no estudo de vibrações. Uma das janelas mais usadas na medição de vibrações periódicas é a janela Hanning. O objetivo desta janela é conseguir que as amplitudes do espectro sejam mais próximas dos seus valores verdadeiros e reduzir o número de componentes falsas do espectro.

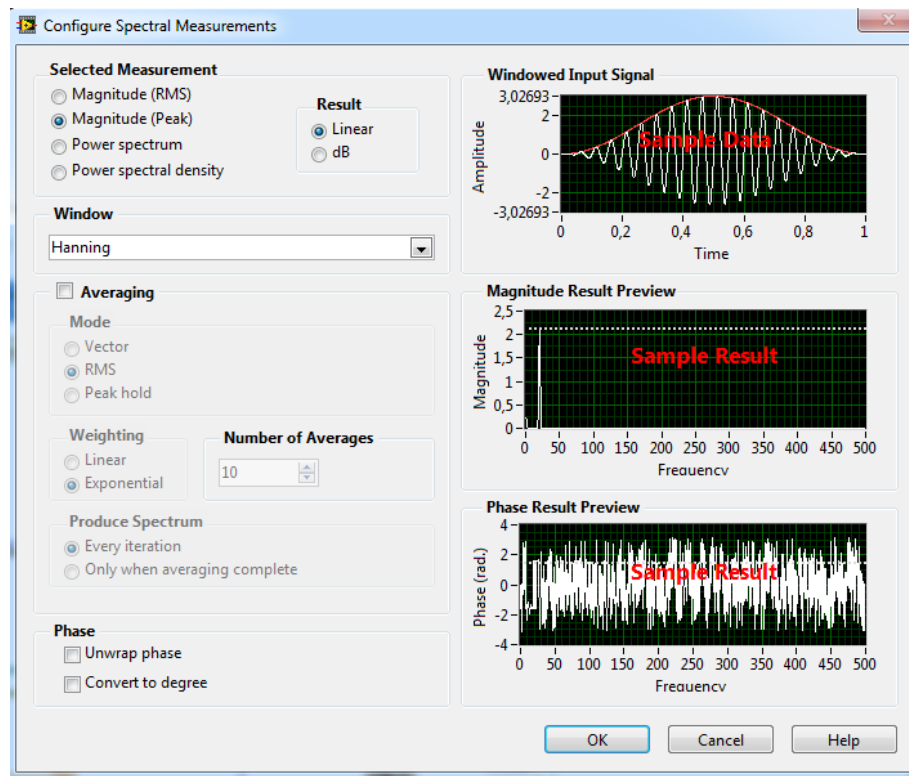


Figura 119- Configuração do “Spectral Measurements Express VI”.

Depois de configurado deve-se criar o gráfico para visualizar o espectro de frequência, para isto na saída “FFT – (Peak)” com um simples clique de botão direito pode-se verificar que é possível a criação de um indicador gráfico em “Create, Graph Indicator”.

Como é desejado o conhecimento da frequência natural, que será a de maior amplitude no espectro de frequências, é necessário a criação de uma função que identifica os valores máximo e mínimo e o índice (coordenada no eixo x no espectro) para estes valores.

Sabendo o tempo de aquisição de sinal, T e o número de amostras, N . Com estes dois parâmetros definidos fica-se logo a saber que o nosso espectro terá $N/2+1$ frequências, que a 1ª, diferente de zero, é $1/T$ Hz, a última é $(N/2) \times (1/T)$ e todas serão espaçadas de $1/T$ Hz.

Como $T=8$ segundos e $N=1000$ amostras, o espectro de frequência terá $N/2=125$ frequências, espaçadas de $df=1/T=0.125$ Hz e a primeira frequência será $1/T=0.125$ Hz. Para saber a frequência natural como o índice para a frequência máxima é conhecido basta dividir este índice por T , 8 segundos ou multiplicar por df , 0,125 Hz. Criou-se indicadores numéricos tanto para a amplitude e a frequência.

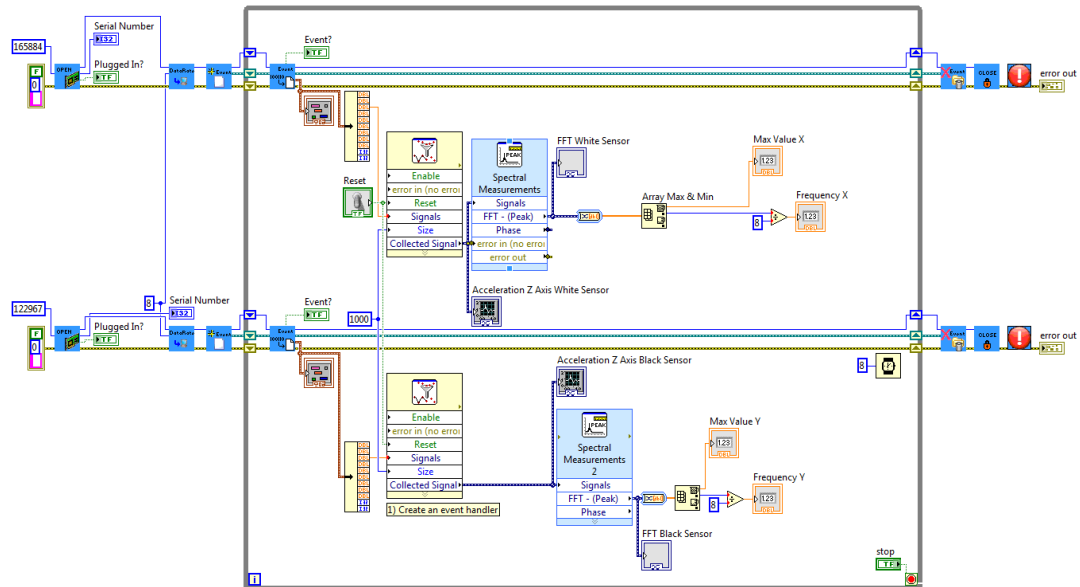


Figura 120- Diagrama de blocos para a leitura das acelerações e espectro de frequências.

Tendo os valores das amplitudes máximas de ambos sensores é possível obter o valor da transmissibilidade, que será a divisão da amplitude máxima obtida pelo sensor que estará colocado numa prateleira que receberá a vibração transmitida pela base pela amplitude máxima obtida pelo sensor colocado na base que transmite a vibração ao sistema.

Para observar o gráfico da transmissibilidade além de ter o valor da transmissibilidade que consistirá no eixo das ordenadas (y), é necessário obter o valor da relação da frequência de excitação pela frequência natural do sistema que estará no eixo das abcissas (x). A frequência de excitação já é medida e obtida pelo programa em si, a frequência natural pode ser obtida através de

medição no programa com um teste de impacto ou por cálculo de $\sqrt{\frac{k}{m}}$ quando se opera com um grau de liberdade. O analisador foi feito de modo a que estes valores sejam introduzidos pelo utilizador em vez da obtenção automática de valores. Através de normais funções matemáticas obtém-se todos os valores restantes necessários para o gráfico da transmissibilidade.

O programa agora encontra-se finalizado após a adição de um “delay” para reduzir o esforço no processador do computador.

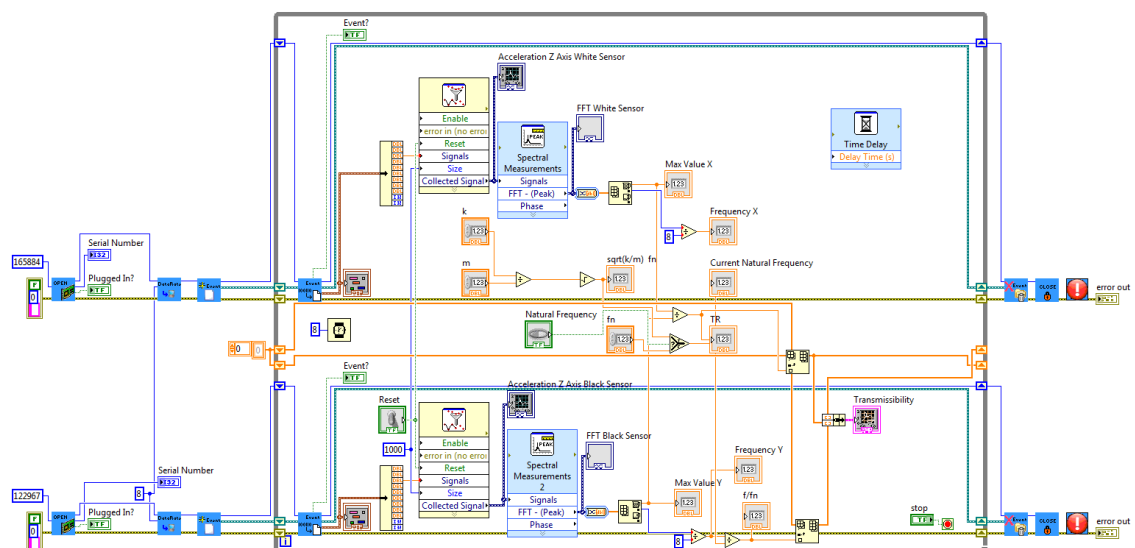


Figura 121- Diagrama de blocos do analisador de vibrações final.

Após a conclusão do código de LabVIEW para o analisador, fez-se uma limpeza e ordenou-se e colocou-se em determinadas posições todos os controladores e indicadores e corrigiu-se os rótulos para cada um com o intuito de melhorar a eficiência do painel de controlo e alterou-se o aspeto visual com a introdução de imagens representativas do ISEL, e alteração de cores de acordo com o gosto do autor e para melhorar a visualização dos dados.

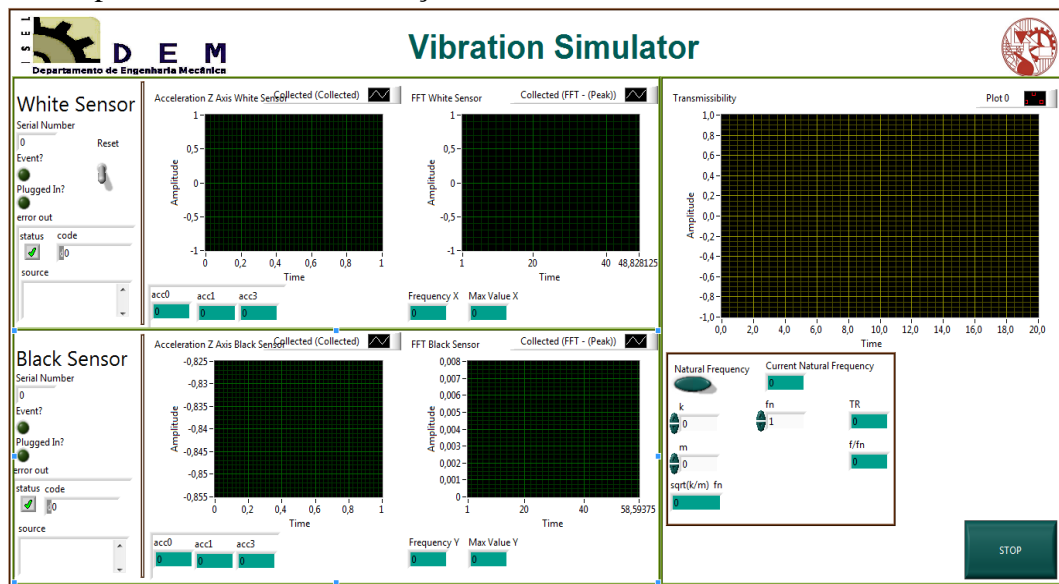


Figura 122- Painel de controlo e painel frontal do Analisador de vibrações finalizado.

A realização deste analisador foi de encontro a várias dificuldades inesperadas, que provocaram um acréscimo no tempo de conclusão do programa, como alguns problemas de drivers, a necessidade inesperada da alteração do nome de cada bloco que foi duplicado no código e um inexplicável atraso nas leituras dos dados, este último, após vários testes chegou-se á conclusão que foi o próprio código enviado pelo fabricante que continha algum erro que provocava o atraso de leituras, num teste em que se correu o programa com o código original não modificado, depois de um período aproximado a 1 hora verificou-se um atraso de quase 40 segundos.

Decidiu-se abandonar o código do fabricante e após uma vasta pesquisa encontrou-se um código antigo e desatualizado para a versão de LabVIEW 8.6, em que a fonte original é desconhecida, foi encontrada no fórum da LabVIEW carregado por um entusiasta ativo no mesmo fórum. Este código no seu estado inicial estava preparado para o uso de apenas 1 sensor, com a possibilidade de medições de aceleração e rotação angular nos 3 eixos:

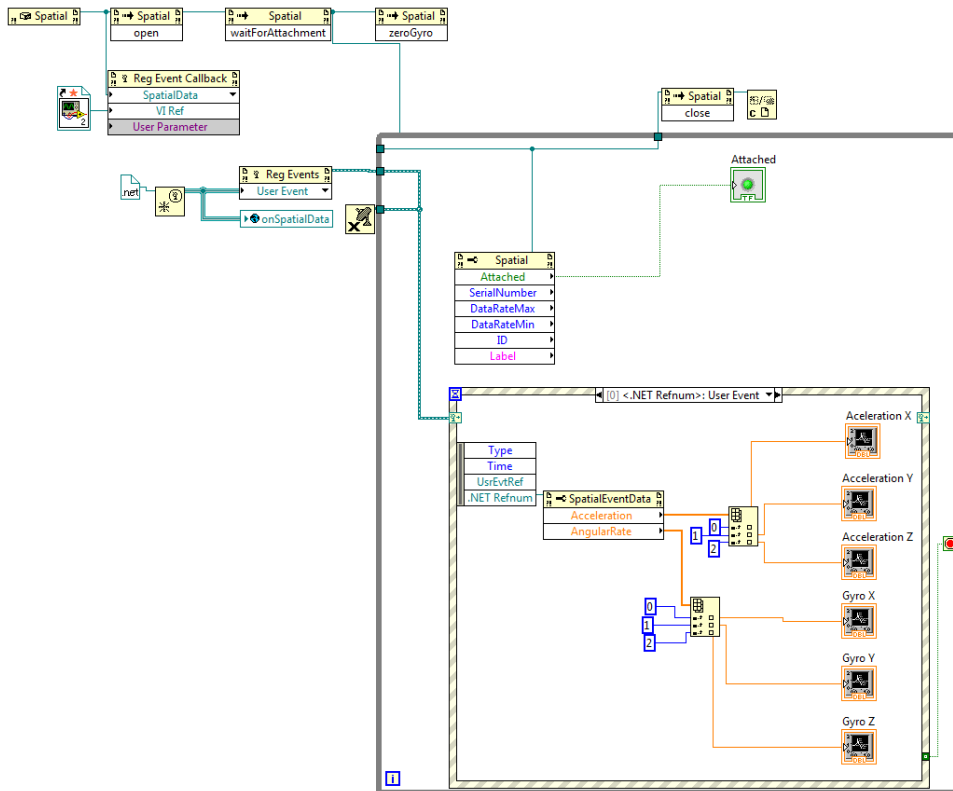


Figura 123-Código inalterado.

Eliminou-se as leituras desnecessárias para o analisador pretendido, ou seja, todas menos a de aceleração no eixo Z, no Property Node com o nome “SpatialEventData”, removeu-se o elemento da rotação angular e os blocos da aceleração nos eixos X e Y.

No Invoke Node com o nome “Spatial” adicionou-se uma nova entrada para o número de série, em que se criou uma constante igual ao número de série do sensor a ser utilizado. No Property Node “Spatial” eliminou-se as entradas e saídas desnecessárias, como o “ID” que identifica o que está a ser adquirido, a “DataRateMax” e “DataRateMin” que foram substituídas por “DataRate”, em que se criou a constante de 8, isto é, a frequência de amostragem será 1 leitura por cada 8 milissegundos ou 1000 leituras por cada 8 segundos. Criou-se um indicador numérico para a saída do número de série, de modo a identificar o sensor que está a ser utilizado, mas uma vez que já foi definido o número de série a ser utilizado este indicador mostrará sempre o mesmo número de série. Depois de uma limpeza e melhor organização do código original após estas alterações, o código atual encontra-se na figura 124:

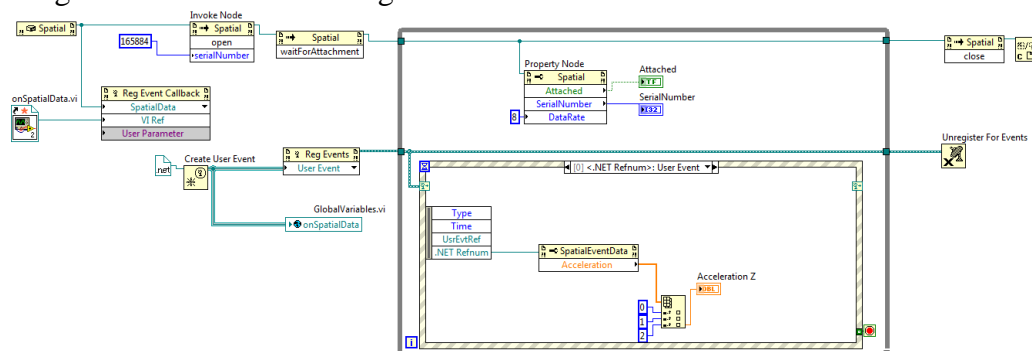


Figura 124-Código com as modificações descritas no texto.

Devido á necessidade do uso em paralelo dos 2 sensores duplicou-se o código e modificou-se os números de série de modo a que cada “Loop” trate de um sensor diferente individualmente. Porém o programa misturava as leituras do 2 sensores e representava as leituras juntas num só gráfico, para evitar isto foi necessário novamente a criação e alteração dos nomes dos subVI’s que podem ser encontrados no código, depois adicionou-se várias sondas no VI principal e nos SubVI’s nas diversas linhas que representam o fluxo de informação para ver como o programa estava a obter as leituras e que leituras estava a obter para tentar descobrir o erro, quando uma sonda obtem o mesmo valor que outra sonda encontrou-se o problema. Na figura 125 encontra-se um exemplo deste método de detecção de anomalias para o subVI “onSpatialData2”:

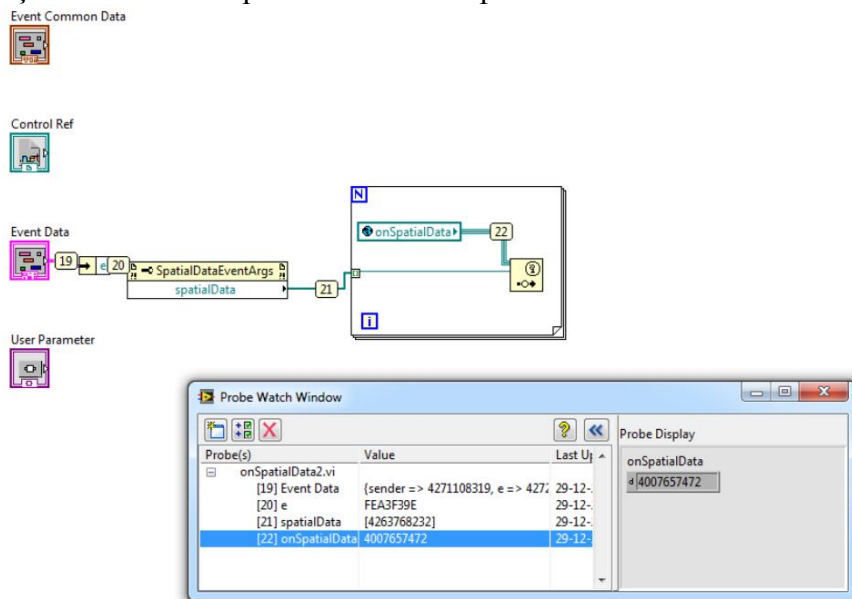


Figura 125- Método de detecção de anomalias através de sondas no “onSpatialData2”.

Na figura 126 verificou-se que os SubVI’s “onSpatialData” e a sua cópia com o nome de “onSpatialData2” continham o mesmo valor:

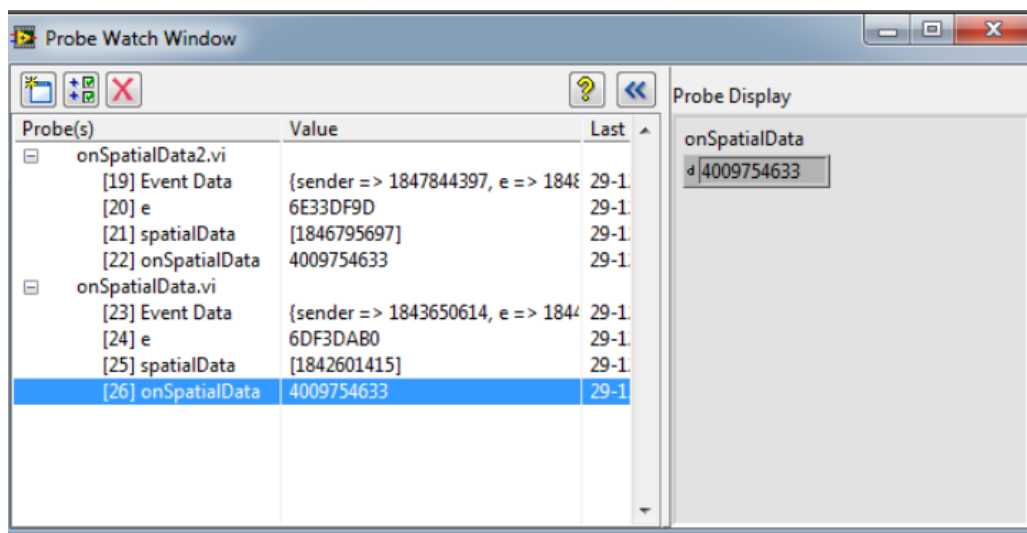


Figura 126-Deteção da anomalia no código.

Após a detecção desta anomalia a solução foi bastante simples, foi necessário mudar o subVI “onSpatialData2” para chamar o outro subVI “GlobalVariables2” ao invés de “GlobalVariables”.

Com o problema resolvido a restante codificação foi apenas juntar o que já tinha sido feito para o código anterior. Criou-se um novo “Loop” para calcular a transmissibilidade que invocava as leituras obtidas pelos outros “Loops” através da função “Local Variables” e alterando estas variáveis do modo de escrita para o modo de leitura e modificou-se o programa de modo a que apenas um botão de “STOP” pare os “Loops” todos simultaneamente:

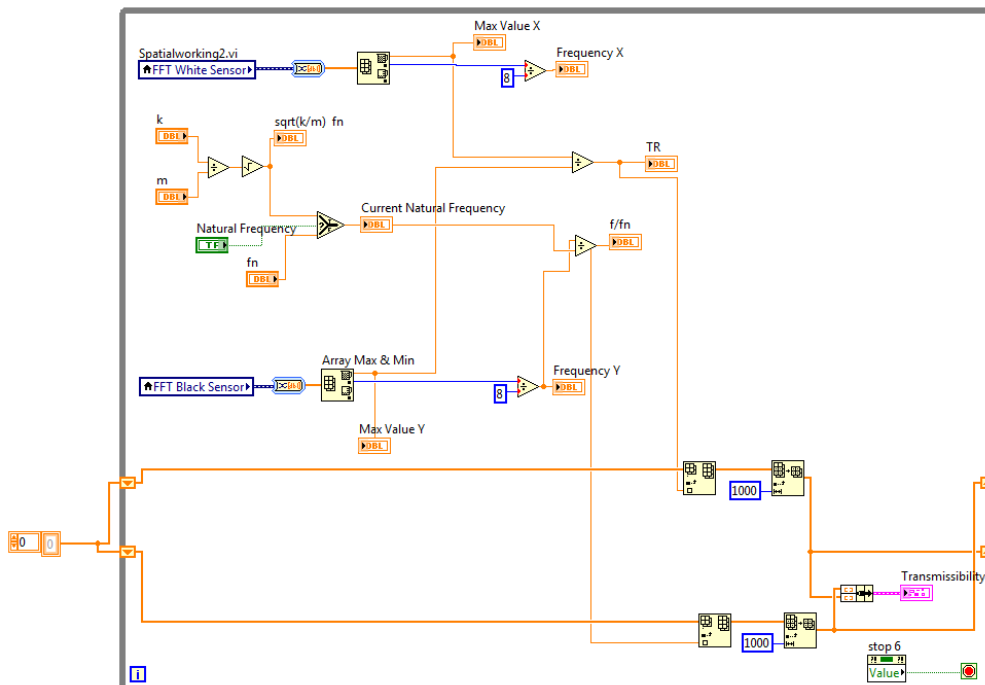


Figura 127-“Loop” que contém o código que calcula a transmissibilidade.

Para o painel de controlo optou-se pelo mesmo aspecto visual, estando similar ao painel de controlo para o código anterior:

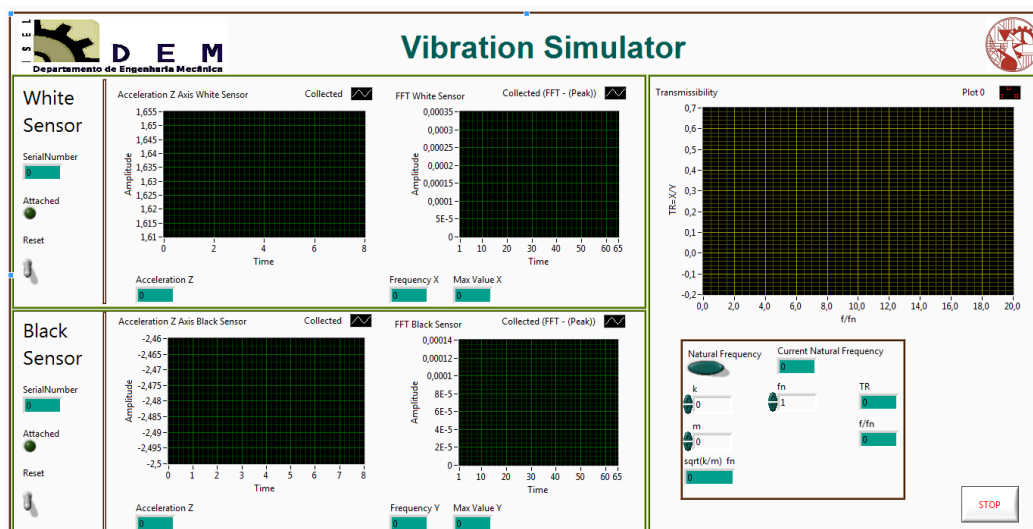


Figura 128-Painel de controlo para o analisador idêntico ao anterior.

A codificação para ambos os programas pode ser encontrada em anexo, e ambos os programas encontram-se na versão digital no CD.

6. Testes

Após conclusão da construção do simulador de vibrações e da programação do analisador, realizaram-se alguns testes simples em laboratório e no analisador.

Realizaram-se vários testes de impacto na máquina para determinar as frequências naturais da estrutura. Foram usados 2 softwares para se observar o espectro de frequências, o DATS existente no computador no laboratório e o analisador realizado para o projecto em LabVIEW.

A figura 129 mostra o espectro de frequências obtido pelo software DATS para um teste de impacto vertical para todo o conjunto:

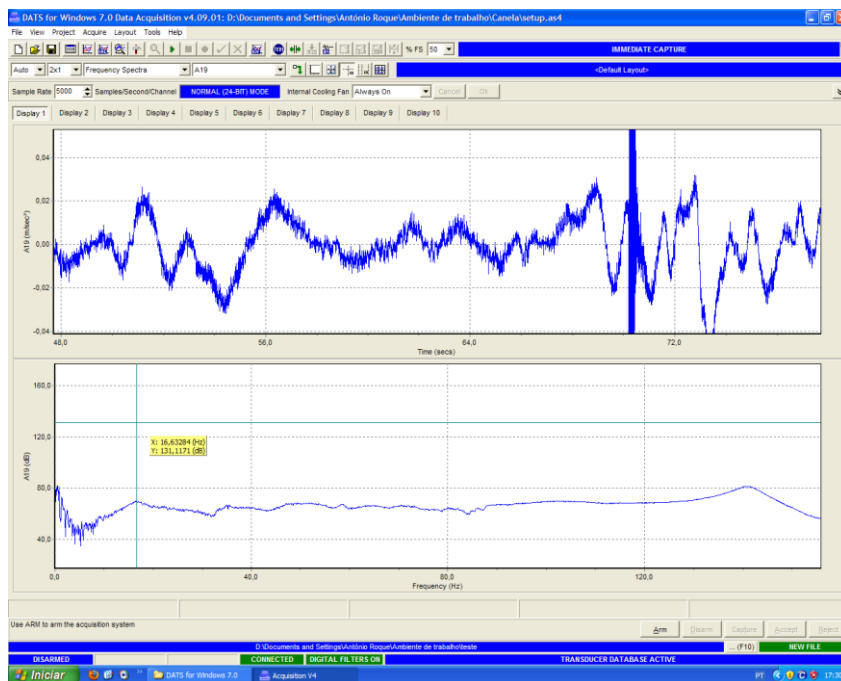


Figura 129-Espectro de frequências no DATS que identifica a primeira frequência.

Devido ao grande amortecimento das molas foi difícil a visualização precisa das frequências naturais no espectro de frequências, na figura 129 mediu-se a primeira frequência natural para o sistema de 3 graus de liberdade que tem o valor de 16,63 Hz, valor aproximado aos calculados e simulados.

Na figura 130 obteve-se outra frequência natural com o valor de 35,28 Hz, valor mais aproximado da 3ª frequência natural mas com um desvio de 4 Hz:

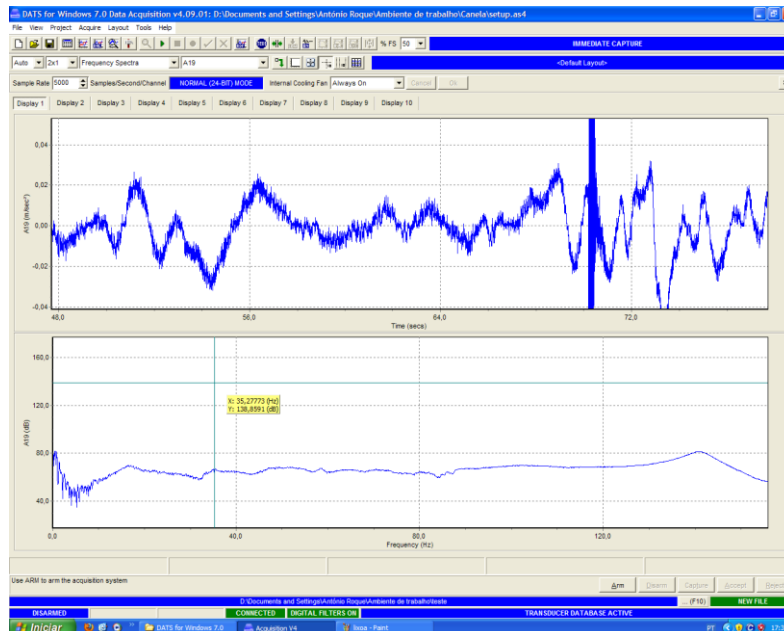


Figura 130- Espectro de frequências no DATS que identifica a terceira frequência.

Foram realizadas vários testes para obter a segunda frequência natural bem visível, mas devido ao elevado amortecimento das molas nenhum ensaio obteve um resultado claro onde esta pudesse estar bem definida no espectro. Durante os vários testes realizados obteve-se sempre valores aproximados para a primeira e terceira frequência de 16 Hz e 35 Hz.

Na figura 131 obteve-se a primeira e terceira frequências naturais no espectro, onde se vê o cursor na primeira frequência com o valor de 15,96 Hz.

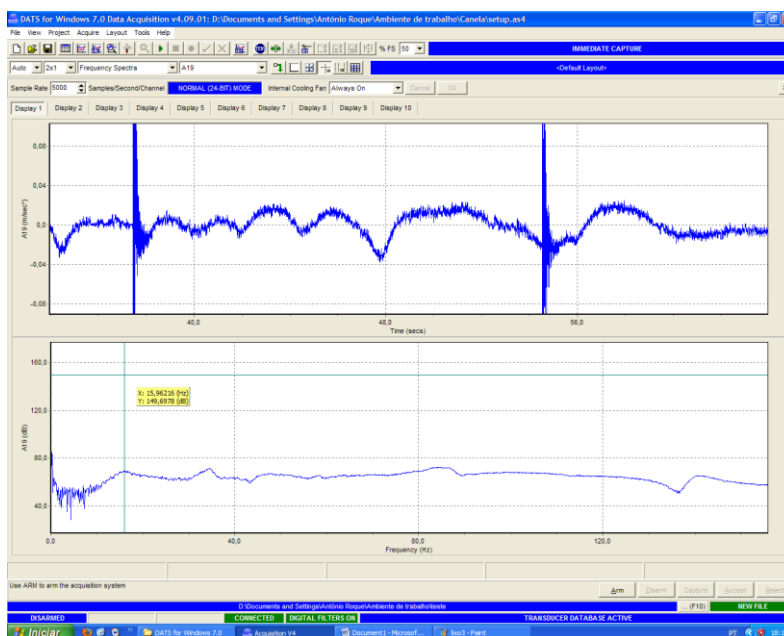


Figura 131-Espectro de frequências com a primeira e terceira frequência.

Por curiosidade realizou-se um teste de impacto na horizontal em vez de na vertical para verificar as frequências naturais nesse sentido:

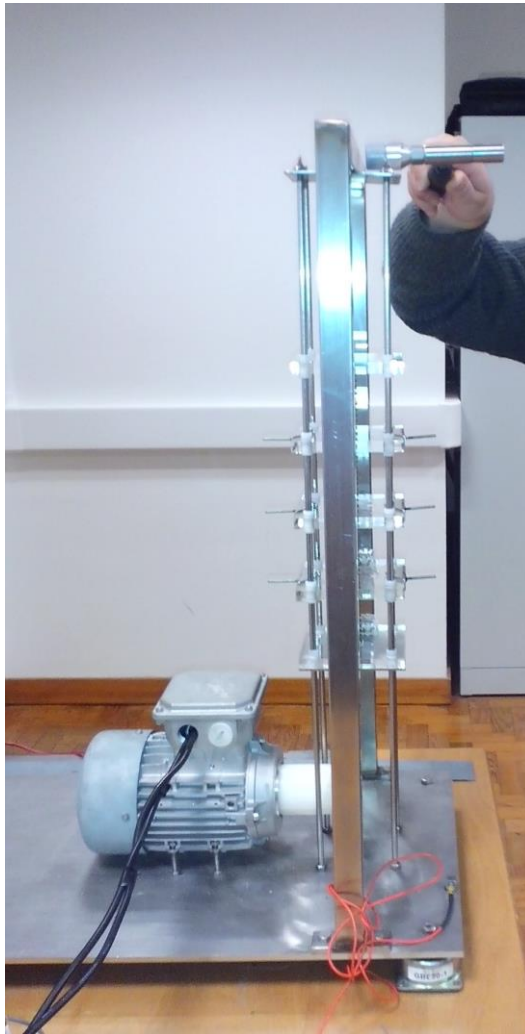


Figura 132-Teste de impacto na horizontal.

Obeve-se uma frequência 11.40 Hz bem definida no espectro, e duas outras muito amortecidas provocando dificuldades em obter o seu valor exato. O espectro de frequências para o teste de impacto na horizontal pode ser visualizado na figura 133:

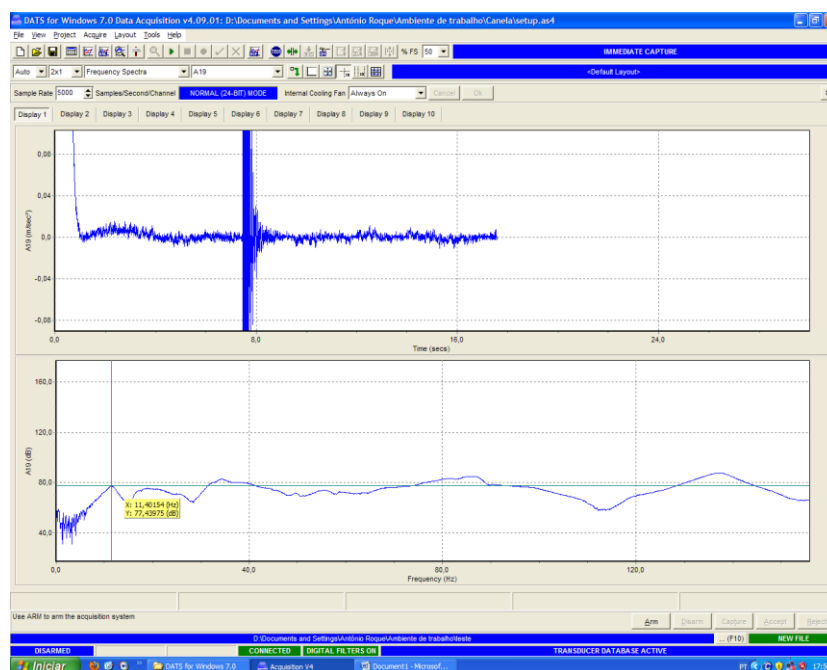


Figura 133- Espectro de frequências para o teste de impacto na horizontal.

Realizou-se um teste para o analisador, em vez de se obter as leituras através dos sensores foram simulados os sinais para verificar se o analisador realizava os cálculos corretamente, na figura 134 verifica-se o correto funcionamento do analisador:

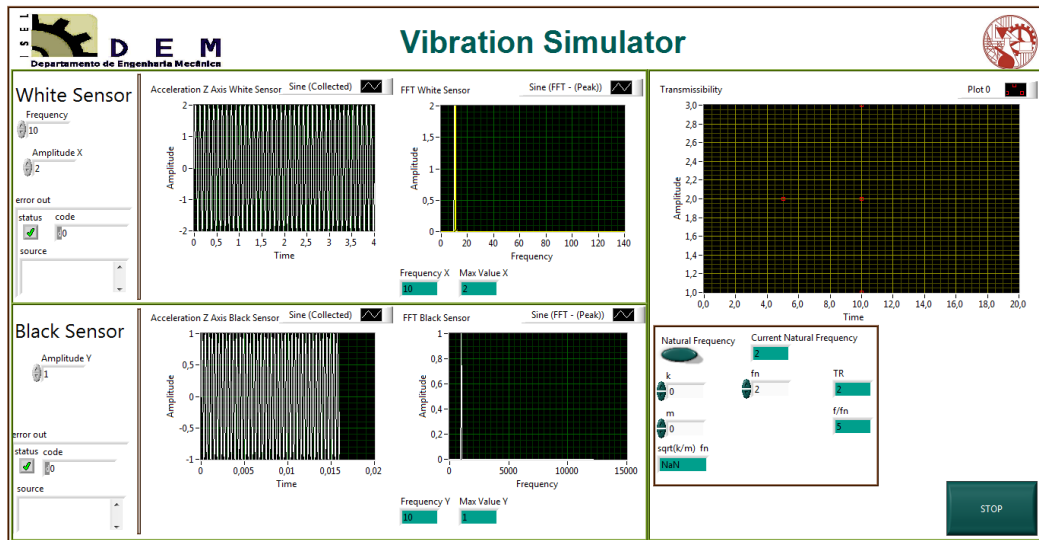


Figura 134-Analisador com sinal simulado.

No analisador simulado definiu-se uma frequência de 10 Hz para os 2 sinais e a amplitude do sinal para o sensor branco tem o dobro da amplitude para o sensor preto. Nos espectros de frequências verifica-se a correta medição da frequência de 10 Hz, no gráfico da transmissibilidade calculou-se primeiro o resultado para a frequência natural de 1 Hz dando o valor correto de transmissibilidade de 2 para o valor de $f/f_n=10/1=10$ na abcissa. Depois alterou-se o valor da frequência natural para 2 alterando o valor na abcissa para 5. Com este simples teste verificou-se que o programa está a realizar os cálculos corretamente.

Realizaram-se mais testes de impacto com o analisador programado em LabVIEW do mesmo modo que se realizou em DATS, nas figuras 135 e 136 o analisador obteve as frequências naturais de 15,8 Hz e 35,56

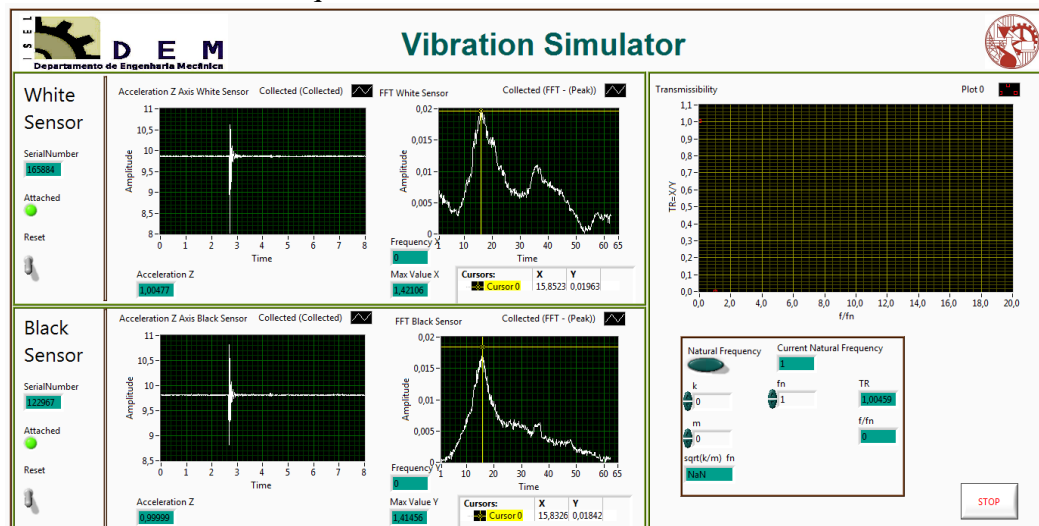


Figura 135-Identificação da primeira frequência natural no espectro de frequências no analisador.

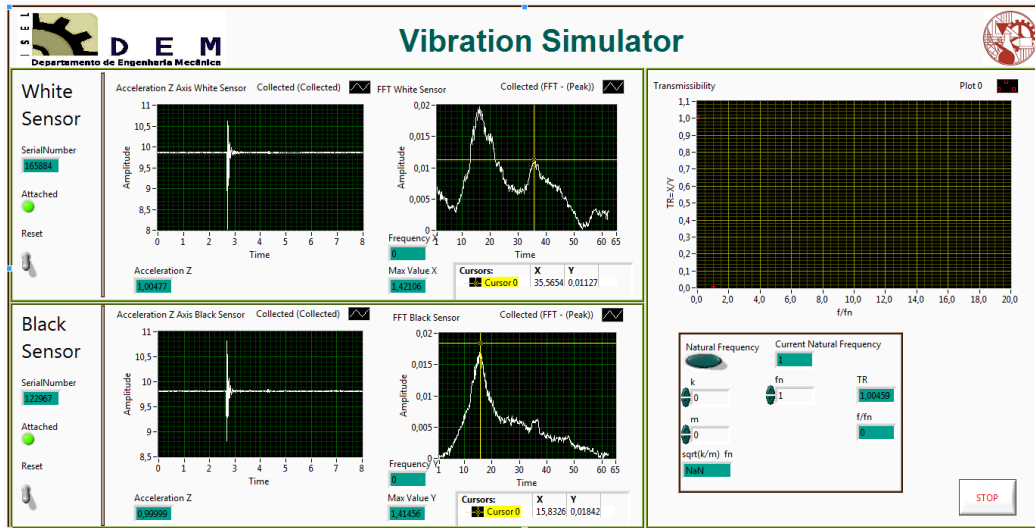


Figura 136- Identificação da primeira frequência natural no espectro de frequências no analisador.

Também se realizou um teste de impacto com a pancada no sentido horizontal para medir as respectivas frequências naturais, na figura 137 o analisador obteve a mesma primeira frequência natural obtida pelo software DATS de 11Hz:

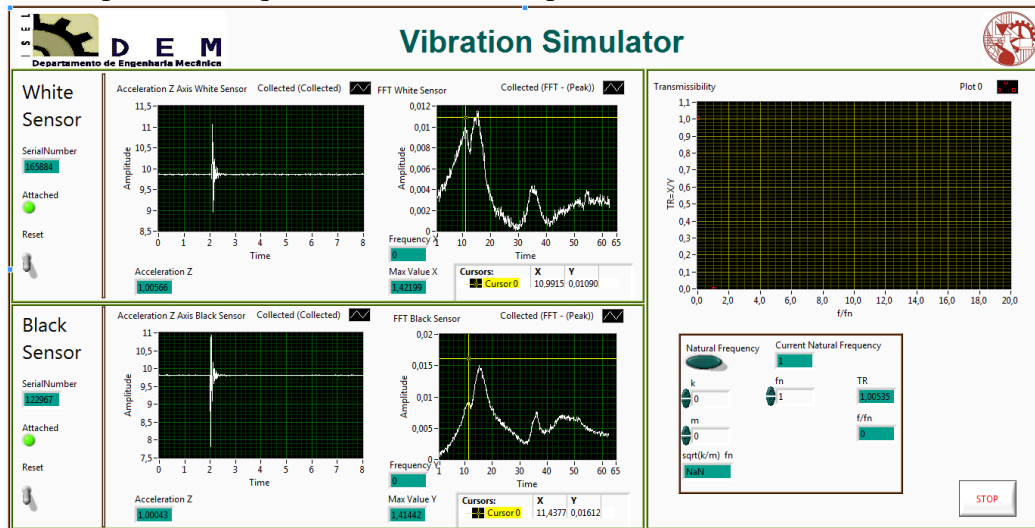


Figura 137-Espectro de frequências para o teste de impacto na horizontal no analisador.

E o analisador também obteve as frequências de 16 e 35 Hz durante este ensaio:

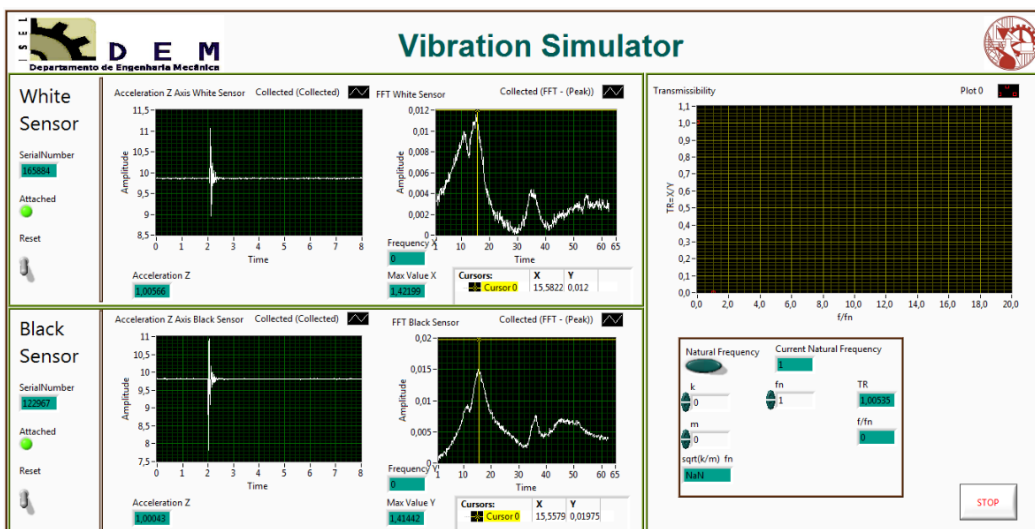


Figura 138- Frequência 16Hz para o teste de impacto na horizontal no analisador.

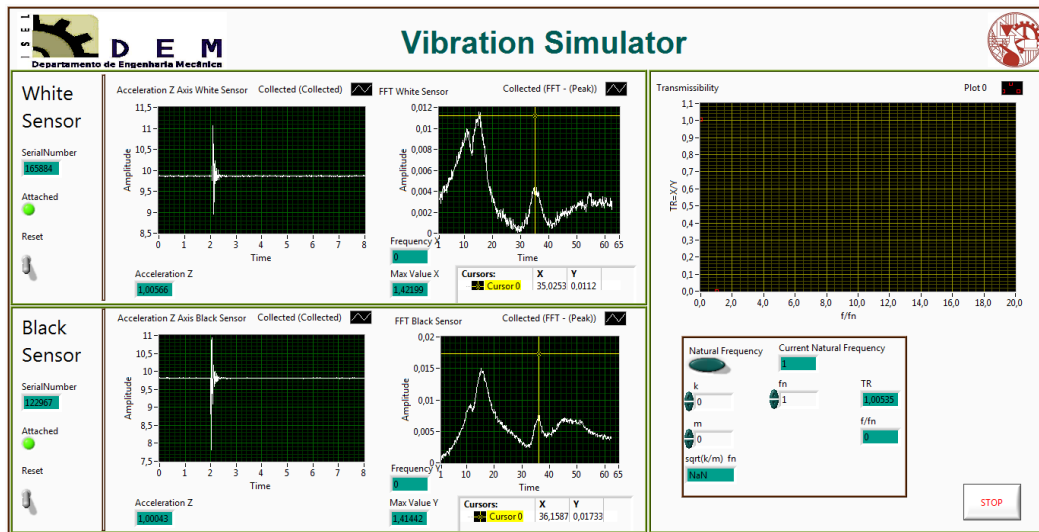


Figura 139- Frequência 35Hz para o teste de impacto na horizontal no analisador.

Em ambos os softwares obteve-se as mesmas leituras para as frequências naturais, sendo estas 16 Hz e 35 Hz aproximadamente, visto a máquina ter molas bastantes amortecidas a segunda frequência natural foi muito difícil de detetar. Com todos os testes realizados não há dúvidas que o analisador programado em LabVIEW funciona corretamente.

7.Fichas Pedagógicas para Aulas Práticas



Mestrado em Engenharia Mecânica

Ruído e Vibrações

Ficha de Estudo

Tema: N GDL

1. Projecte em Working Model 2D uma estrutura de 3 graus de liberdade com 3 massas a variar entre os 150 e os 250 gramas, em vez de 3 molas o sistema deverá ter uma quarta para pré tensionar o sistema.

2. Numa folha de cálculo de Mathcad calcule os valores de rigidez que deverão ter as molas para que o sistema tenha todas as frequências naturais inferiores a 50 Hz? Quais são as frequências naturais?

3. No modelo realizado em Working Model altere os valores da rigidez das molas com os que foram calculados e faça um teste de impacto para colocar o sistema de 3 graus de liberdade em vibração livre. Faça a medição do deslocamento, velocidade ou aceleração no eixo vertical para qualquer uma das massas e exporte os valores do gráfico para um ficheiro de texto. Tenha atenção que o número de pontos deve ser um potencial de 2, assim o último frame deve ser um número potencial de 2 menos 1 visto o software exportar de 0 a N frames.

4. Na mesma folha de Mathcad onde realizou os cálculos para as frequências naturais importe o ficheiro de texto e através do cálculo da FFT (Fast Fourier Transform) crie um espectro de frequências, com a função Trace identifique os valores das frequências naturais no espectro de frequências. Que valores de frequências naturais identificou? Correspondem aos calculados?

5. Projecte em SolidWorks e Algodoo a mesma estrutura que fez em Working Model 2D, e do mesmo modo exporte os valores de aceleração, velocidade ou deslocamento num ficheiro de texto para a mesma folha de cálculo de Mathcad e realize os passos necessários para identificar as frequências naturais no espectro de frequências.

6. No laboratório teste o seu projecto com a estrutura contruída, alterando os valores de massa e rigidez de acordo com as que usou nos seus cálculos, através de um teste de impacto e do analisador realizado em LabVIEW verifique se os seus resultados estão de acordo com os obtidos no modelo real.

Mestrado em Engenharia Mecânica

Ruído e Vibrações

Ficha de Estudo

Tema: 1 GDL

- 1.No laboratório configure a estrutura construída para um grau de liberdade, adicione pesos na prateleira central e realize um teste de impacto e retire a frequência natural através do analisador em LabVIEW.
- 2.Com o analisador em funcionamento, ligue o motor e altere a sua velocidade de rotação a uma aceleração constante de 0 Hz até 50 Hz, exporte as leituras do analisador para os 2 sensores para ficheiros de texto. Faça uma captura de tela para obter o gráfico de transmissibilidade obtido pelo analisador.
- 3.Numa folha de cálculo de Mathcad, sabendo os valores da massa e de rigidez das molas, calcule a frequência natural para o seu sistema de um grau de liberdade. A frequência natural calculada é a mesma que identificou com o teste de impacto?
- 4.Na mesma folha de cálculo de Mathcad importe os ficheiros de texto, e construa o gráfico de transmissibilidade do seu sistema. Sabendo que o analisador mede 1000 pontos por cada 8 segundos é possível calcular a frequência para cada ponto (frequência de amostragem). Com uma simples divisão das amplitudes obtidas pelos sensores tem-se a transmissibilidade.
- 5.Compare o gráfico de transmissibilidade obtido pela captura de tela com o contruído. São idênticos?

8. Conclusões

Este projeto será uma ferramenta didática inovadora para o estudo de técnicas de controlo de vibração, permitindo várias configurações diferentes graus de liberdade, de massa, de amortecimento e rigidez das molas, permitindo também a variação das frequências naturais e modos de vibração.

Os softwares de simulação utilizados ao longo do projeto, Algodoo, Working Model e SolidWorks, provaram ser ótimas ferramentas de estudo, todas as simulações confirmaram os resultados calculados e oferecem uma melhor percepção de como os sistemas mecânicos funcionam e se comportam, são ótimas ferramentas para o uso didático.

Os sensores utilizados têm uma banda de frequência baixa quando comparados com os sensores normalmente utilizados para a recolha de dados de vibração, no entanto esta limitação não provoca impacto neste projeto visto que apenas se pretende a medição de frequências até 50Hz (3000rpm), a máxima permitida pelo motor. O custo bastante reduzido destes sensores faz com que estes sejam uma opção muito atrativa como ferramenta didática.

O analisador desenvolvido na linguagem de programação LabVIEW revelou ser uma ferramenta também bastante acessível e eficaz, sendo uma ótima plataforma de aprendizagem sem ser altamente dispendiosa. A escolha do LabVIEW como linguagem de programação para o analisador revelou ser bastante adequada, a sua aprendizagem foi rápida e intuitiva. O LabVIEW tem módulos especialmente dedicados ao processamento de sinais de som e vibração facilitando a programação do analisador.

O elevado amortecimento das molas, provoca dificuldades em obter certas frequências naturais, no entanto uma aquisição de molas mais flexíveis resolverá este problema de leituras no espectro de frequências. Devido a falta de informação do fabricante das molas e o método experimental para a obtenção da rigidez das molas ser pouco rigoroso, existe a possibilidade de as molas terem valores de rigidez diferentes dos calculados e medidos. Embora as molas sejam todas do mesmo modelo (S-140) quando se fez a medição experimental verificou-se que estas tinham valores de rigidez bastante diferentes, alcançando variações de rigidez até 500 N/m entre elas. Por estes motivos é aconselhável uma nova aquisição de molas diferentes e o uso de aparelhos apropriados para a medição de rigidez.

8. Bibliografia

- Chedas Sampaio, R. – *Análise em frequência*, Departamento de Engenharia Mecânica, ISEL (2012).
- Chedas Sampaio, R. – *Fundamentos de Vibrações*, Departamento de Engenharia Mecânica, ISEL (2012).
- [1] Chedas Sampaio, R. – *1 Grau de Liberdade*, Departamento de Engenharia Mecânica, ISEL (2012).
- Chedas Sampaio, R. – *N Graus de Liberdade*, Departamento de Engenharia Mecânica, ISEL (2012).
- Singiresu S. Rao, Addison-Wesley – *Mechanical Vibrations*, 3rd ed. (1995)
- Singiresu S. Rao – *Mechanical Vibrations*, 5th ed. (2010)
- Prentice Hall, Daniel Inman - *Engineering Vibration*, 2nd ed. (2001)
- McGraw-Hill, Cyril M. Harris - *Shock and Vibration Handbook*, 4th ed. (1995)

9. Páginas na Internet

National Instruments, www.ni.com, último acesso: 12/08/2013

Phidgets Inc., www.phidgets.com, último acesso: 12/08/2013

National Programme on Technology Enhanced Learning, <http://nptel.iitm.ac.in>, último acesso: 12/08/2012

Planet Spring, www.planetspring.com, último acesso: 12/08/2013

Fanamol, www.fanamol.pt, último acesso: 12/08/2013

eMachineShop, www.emachineshop.com, último acesso: 12/08/2013

Anexos

Anexo A – Cálculos relativos ao Motor

Sabendo que a potência do motor é de 0.18 kW e que o motor consegue alcançar a rotação máxima de 3000 rpm, Binário de saída de 1.26Nm correspondente a 1360rpm.

$$P := 0.18 \text{ kW} \quad \text{rotação} := 1360 \text{ rpm}$$

$$CV := \frac{P}{0.7355} = 0.245$$

$$\text{Binário} := CV \cdot \frac{716.2}{\text{rotação}} = 0.129 \text{ kgf}\cdot\text{m}$$

$$\text{Binário} \cdot 9.80665 = 1.264 \text{ Nm}$$

Outro modo de calcular:

$$\tau := 1.26 \text{ Nm}$$

$$\text{Potência} := \tau \cdot \frac{\text{rotação}}{9549} = 0.179 \text{ kW}$$

Sabendo que ele consegue alcançar a velocidade máxima de 3000 rpm fica:

$$\text{Binário}_{3000} := CV \cdot \frac{716.2}{3000} = 0.058 \text{ kgf}\cdot\text{m}$$

$$\text{Binário}_{3000} \cdot 9.80665 = 0.573 \text{ Nm}$$

Se o tirante estiver a 1 centímetro do centro, a força será:

$$r := 0.01 \text{ m} \quad \tau = 1.26 \text{ Nm}$$

$$g = 9.807 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F := \frac{\tau}{r} = 126 \text{ N}$$

$$\frac{F}{g} = 12.848 \frac{\text{s}^2}{\text{m}} \text{ Kg} \quad 12,85 \text{ kg é o peso máximo que o motor suporta a 1360 rpm.}$$

Para 3000 rpm, o binário correspondente é 0,573 Nm, logo a força será:

$$F := \frac{0.573}{r} = 57.3 \text{ N}$$

$$\frac{F}{g} = 5.843 \frac{\text{s}^2}{\text{m}} \text{ Kg} \quad \text{A 3000 rpm o motor suporta um peso máximo de 5,84 kg.}$$

Anexo B-Pesos e Atritos.

Pesos das Peças:

Peça	Quantidade	Peso Por Unidade	Total (gramas)
Prateleiras	4	120	480
Pesos	24	10	240
Molas	4	10	40
Chapa Metálica	1	158	158
Disco	1	180	180
Tirante	1	90	90
Viga Central	1	52	52
Suporte para pesos	6	15	90
Total			1330

Força do peso:

$$F_p := 1.33 \cdot 9.81 = 13.047 \text{ N}$$

O tirante terá de ter uma medida mínima de 1cm (peça debaixo da prateleira onde é ligado o tirante) + 10cms (diâmetro da chapa que simula uma cambota, neste caso 1 disco) + 1cm tolerancia= 12cms.

Foi considerado uma biela de 15cms de comprimento.

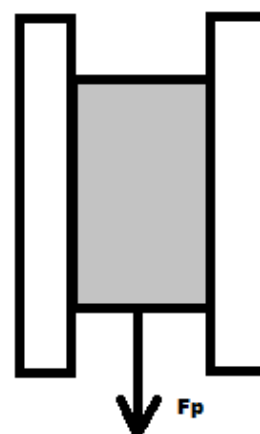
Força originada pelo binário:

$$\tau := 0.573 \text{ Nm} \quad r := 0.01$$

$$F_b := \frac{\tau}{r} = 57.3 \text{ N} \quad \text{Força na biela/binário}$$



$$F_p = 13.047 \text{ N} \quad \text{Peso da máquina}$$



Uma vez que defini o raio de 1cms para o eixo no disco e o comprimento de 15cms do tirante:

$$r1 := r \cdot 100 = 1$$

$$h := \sqrt{15^2 - r1^2} = 14.967 \text{ cms}$$

$$\sin(\alpha) := \frac{h}{15}$$

$$\alpha := 86.18^\circ$$

$$\sin(\theta) := \frac{r1}{15}$$

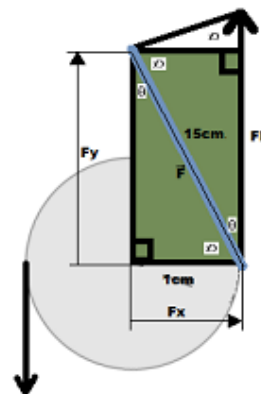
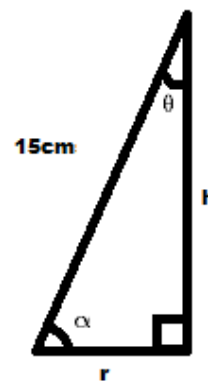
$$\theta := 3.82^\circ$$

$$\alpha + \theta = 1.571$$

$$F := Fb \cdot \cos(\theta) = 57.173$$

$$Fy := F \cdot \cos(\theta) = 57.046$$

$$Fx := F \cdot \cos(\alpha) = 3.809$$



$\mu := 0.5$ coeficiente de atrito para acrilico contra aço

$$Fy := F \cdot \cos(\theta) = 57.046$$

$$Fx := F \cdot \cos(\alpha) = 3.809$$

$$Fa := F \cdot \cos(\alpha) \cdot \mu = 1.904$$

$$Fp = 13.047 \quad \text{N}$$

$$Fa = 1.904 \quad \text{N}$$

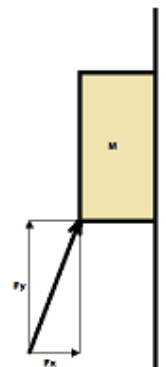
Os esforços contrários ao motor serão:

$$Fc := Fp + Fa = 14.952 \quad \text{N}$$

E o motor:

$$F = 57.173 \quad \text{N}$$

$F > Fc$ Logo funciona correctamente!



Anexo C – Cálculos para Mola

Cálculos para a mola S140

Reference: F:\TESE\Mathcad\finais\Mola.xmcd

$$k1 = 3.469 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad \text{k de cada mola} \quad k1_{\text{mm}} := \frac{k1}{1000} = 3.469 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$G1 := 79300 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{Módulo de Rigidez}$$

$$D_{\text{out}} := 15 \text{ mm} \quad \text{Diâmetro Exterior} \quad d_a := 1.651 \quad \text{diâmetro espira/arame}$$

$$D := D_{\text{out}} - d_a = 13.349 \text{ mm} \quad \text{Diâmetro médio}$$

$$n_t := 14 \quad \text{número de espiras}$$

$$n := n_t - 2 = 12$$

$$n = 12 \quad \text{nº de espiras activas}$$

$$d1 := \sqrt[4]{n \cdot 8 \cdot k1_{\text{mm}} \cdot \frac{D^3}{G1}} = 1.7778173334 \text{ mm} \quad \begin{array}{l} \text{Diâmetro do arame} \\ \text{para ter} \\ \text{exactamente} \\ \text{k}=3469 \text{ N/m} \end{array}$$

$$d_a := 1.651 \quad \text{diâmetro real do arame}$$

$$K_{\text{mola}} := G1 \cdot \frac{d_a^4}{8 \cdot n \cdot D^3} = 2.58014 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad \begin{array}{l} \text{Coeficiente de elasticidade real} \\ \text{para a mola do fabricante} \end{array}$$

$$L_0 := 72 \text{ mm} \quad \text{Comprimento Livre da mola}$$

$$L_1 := 60 \text{ mm} \quad \text{Comprimento quando a mola está comprimida experimentalmente}$$

$$s1 := L_0 - L_1$$

$$s1 = 12 \text{ mm}$$

$$F_{\text{medida}} := 3355 \text{ g} \quad \frac{F_{\text{medida}}}{1000} = 3.355 \text{ Kg} \quad \text{Valor do peso retirado da balança digital em quilogramas}$$

$$F_{\text{Newtons}} := \frac{F_{\text{medida}} \cdot g}{1000} = 32.901 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ N} \quad \text{Valor da força retirado da balança digital em Newtons}$$

$$k_{\text{mola}} := \frac{F_{\text{Newtons}}}{s1} = 2.742 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad \text{Valor de coeficiente de elasticidade da mola retirado experimentalmente}$$

Anexo D – Cálculos para Frequências Naturais e Modos

Considerando uma densidade de 1200kg/m³ para o acrílico e que cada parteira terá 1/2cm de altura, e é um quadrado com 10cms de lado, calculou-se assim a massa de cada parteira individualmente, depois considera-se que cada parteira leva um máximo de 10 pesos de 10g cada para calcular o peso máximo de cada parteira ou de cada massa do sistema.

$$d := 1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad c := 0.1 \text{ m} \quad l := 0.1 \text{ m} \quad h := 0.01 \text{ m}$$

$$V := c \cdot l \cdot h = 1 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$m := V \cdot d = 0.12 \text{ kg}$$

$$m1 := m = 0.12$$

$$m2 := m1 = 0.12$$

$$m3 := m = 0.12$$

Sabendo que a frequência mais alta do motor é de 50 Hz, como já foram admitidas as massas mínimas e máximas pode-se calcular os valores de rigidez partindo da segunda Lei de Newton, através do determinante na equação matricial.

Given

$$fn := 50 \text{ Hz} \quad \omega := fn \cdot 2 \cdot \pi = 314.159 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$0 = \left| -\omega^2 \cdot \begin{pmatrix} m1 & 0 & 0 \\ 0 & m2 & 0 \\ 0 & 0 & m3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k1 + k1 & -k1 & 0 \\ -k1 & k1 + k1 & -k1 \\ 0 & -k1 & 2k1 \end{pmatrix} \right|$$

$$\text{Find}(k1) \rightarrow (20218.162320873889943 \quad 5921.7626406536163911 \quad 3468.8882417405756156)$$

Com o peso adicional teremos 0.2 kg de massa máxima

$$m := 0.2 \text{ kg}$$

$$m1 := m = 0.2$$

$$m2 := m1 = 0.2$$

$$m3 := m = 0.2$$

Given

$$fn := 50 \text{ Hz} \quad \omega := fn \cdot 2 \cdot \pi = 314.159 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$0 = \left| -\omega^2 \cdot \begin{pmatrix} m1 & 0 & 0 \\ 0 & m2 & 0 \\ 0 & 0 & m3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k1 + k1 & -k1 & 0 \\ -k1 & k1 + k1 & -k1 \\ 0 & -k1 & 2k1 \end{pmatrix} \right|$$

$$\text{Find}(k1) \rightarrow (33696.937201456477625 \quad 9869.6044010893590071 \quad 5781.4804029009583951)$$

Nota : Esta mola é a mola teórica considerada inicialmente e não a que foi comprada

Procedeu-se então aos cálculos das frequências naturais respectivas para os valores de K e M admitidos e suas combinações:

$$k := 3468.8882417405756156$$

massa varia entre os valores:

$$m_{\min} := 0.12$$

$$m_{\max} := 0.2$$

Cálculos das Freq. naturais para massa mínima:

+

$$m := m_{\min}$$

$$m := m_{\min}$$

$$M := \begin{pmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{pmatrix} \quad K := \begin{pmatrix} 2k & -k & 0 \\ -k & 2k & -k \\ 0 & -k & 2k \end{pmatrix}$$

Frequências Naturais

$$fn := \frac{\sqrt{\text{genvals}(K, M)}}{2\pi} = \begin{pmatrix} 20.711 \\ 38.268 \\ 50 \end{pmatrix} \quad fn = \begin{pmatrix} 20.711 \\ 38.268 \\ 50 \end{pmatrix}$$

Modos de Vibração:

$$md := \text{genvecs}(K, M) = \begin{pmatrix} -0.707 & -1 & -0.707 \\ -1 & 0 & 1 \\ -0.707 & 1 & -0.707 \end{pmatrix}$$

Para 3 parteiras vazias tem-se 3 frequências naturais, 20,711; 38,268; 50 Hz.

Cálculos das Freq. naturais para massa máxima:

$$m := m_{\max}$$

$$m := m_{\max}$$

$$M := \begin{pmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{pmatrix} \quad K := \begin{pmatrix} 2k & -k & 0 \\ -k & 2k & -k \\ 0 & -k & 2k \end{pmatrix}$$

Frequências Naturais

$$fn := \frac{\sqrt{\text{genvals}(K, M)}}{2\pi} = \begin{pmatrix} 16.042 \\ 29.643 \\ 38.73 \end{pmatrix} \quad fn = \begin{pmatrix} 16.042 \\ 29.643 \\ 38.73 \end{pmatrix}$$

$$md := \text{genvecs}(K, M) = \begin{pmatrix} -0.707 & -1 & -0.707 \\ -1 & 0 & 1 \\ -0.707 & 1 & -0.707 \end{pmatrix}$$

Para 3 parteiras com peso adicional tem-se 3 frequências naturais, 16,042; 29,643; 38,73 Hz.

Anexo E – Simulações.

Cálculos

$$m1 := 0.150 \quad m2 := 0.150 \quad m3 := 0.150$$

$$k := 2800$$

$$M := \begin{pmatrix} m1 & 0 & 0 \\ 0 & m2 & 0 \\ 0 & 0 & m3 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{K}} := \begin{pmatrix} 2k & -k & 0 \\ -k & 2k & -k \\ 0 & -k & 2k \end{pmatrix}$$

$$fn := \left(\frac{\sqrt{\text{genvals}(K, M)}}{2\pi} \right) = \begin{pmatrix} 16.643 \\ 30.752 \\ 40.179 \end{pmatrix}$$

$$md := \text{genvecs}(K, M) = \begin{pmatrix} 0.707 & 1 & -0.707 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0.707 & -1 & -0.707 \end{pmatrix}$$

Frequências Naturais

Modos de Vibração

$$fn = \begin{pmatrix} 16.643 \\ 30.752 \\ 40.179 \end{pmatrix}$$

$$md = \begin{pmatrix} 0.707 & 1 & -0.707 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0.707 & -1 & -0.707 \end{pmatrix}$$

Working Model

x :=



..\workingModelsSim.dta

	0
0	-1.892·10 ⁵
1	-1.724·10 ⁵
2	-1.255·10 ⁵
3	-5.769·10 ⁴
4	1.79·10 ⁴
5	8.681·10 ⁴
6	1.364·10 ⁵
7	1.583·10 ⁵
8	1.499·10 ⁵
9	1.149·10 ⁵
10	...

T := 4.094

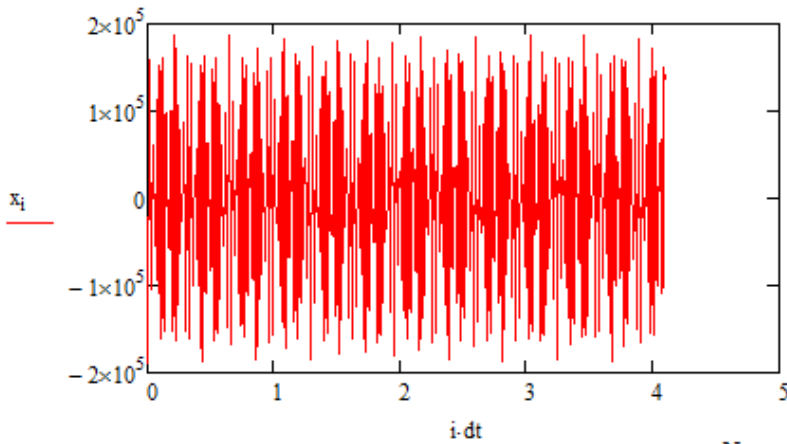
$$fa := \frac{N}{T}$$

x =

N := 2048

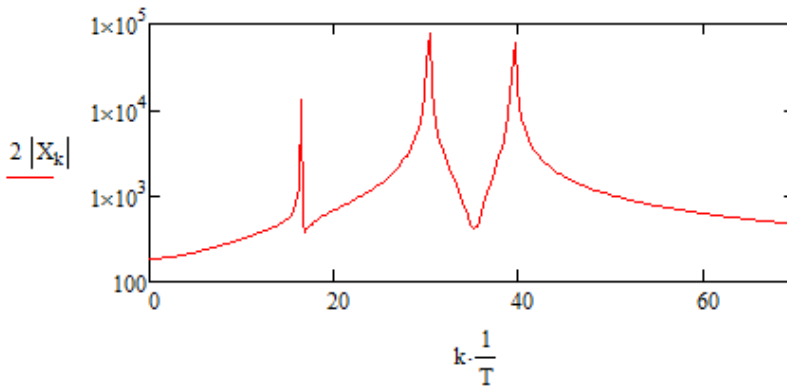
$$dt := \frac{T}{N} = 1.999 \times 10^{-3}$$

i := 0..N - 1



X := FFT(x)

$$k := 0.. \frac{N}{2}$$



Com trace: 16,365 30,288 39,57

Algodoo

x :=



..\AlgodooSIM.csv

$T := 0.4094$ $f_a := \frac{N}{T}$

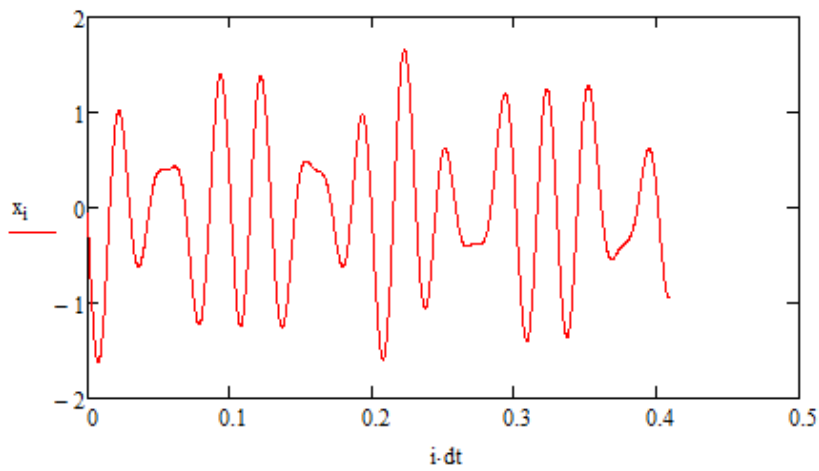
$N := 2048$

$dt := \frac{T}{N} = 1.999 \times 10^{-4}$

i := 0..N - 1

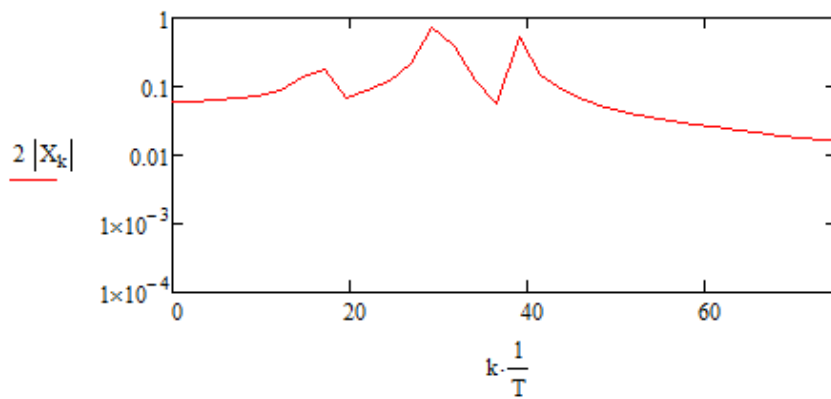
x =

	0
0	-0.07
1	-0.138
2	-0.206
3	-0.273
4	-0.34
5	-0.407
6	-0.473
7	-0.537
8	-0.601
9	-0.664
10	...



$X_k := \text{FFT}(x)$

k := 0.. $\frac{N}{2}$



Com trace: 17,098 29,311 39,082

SolidWorks

x :=



..\SolidworksSIM.csv

$$T := 4.08 \quad f_a := \frac{N}{T}$$

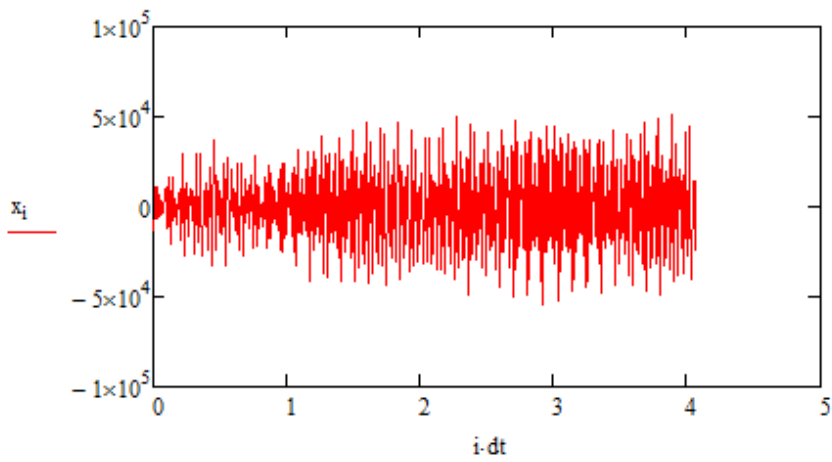
$$N := 512$$

$$dt := \frac{T}{N} = 7.969 \times 10^{-3}$$

$$i := 0..N - 1$$

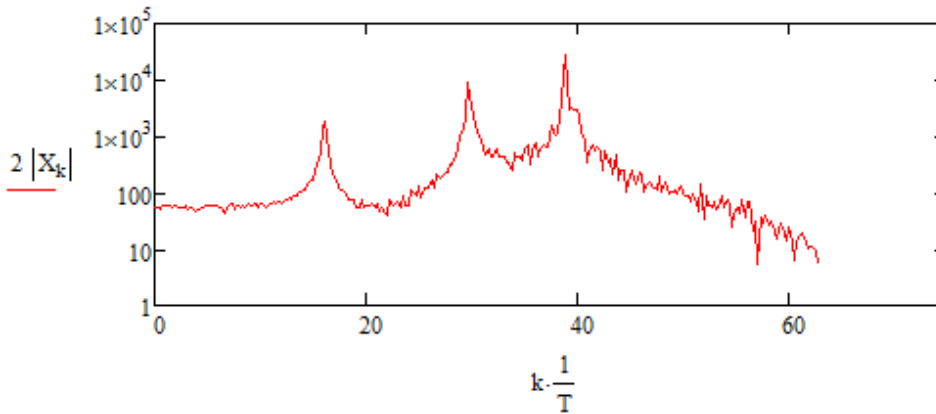
x =

	0
0	$-1.28 \cdot 10^4$
1	$-1.967 \cdot 10^3$
2	$1.083 \cdot 10^4$
3	$1.08 \cdot 10^4$
4	$-7.019 \cdot 10^3$
5	$-5.412 \cdot 10^3$
6	$6.206 \cdot 10^3$
7	589.919
8	$-4.346 \cdot 10^3$
9	$-3.154 \cdot 10^3$
10	...



$$X_k := \text{FFT}(x)$$

$$k := 0.. \frac{N}{2}$$



Com trace: 16,176 29,657 38,971

Instituto Superior Engenharia Lisboa

Team ISEL



João Pereira is a student at the university taking his Mechanical Engineer Master's degree.

Vibration Simulator ISEL

This project allows the study of different techniques of isolation, vibration absorption and damping, whether in the context of one or more degrees of freedom. It falls within the vibrations context in the subjects of transmissibility and conditioning control and was made for educational purposes.



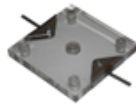
Compression Springs



Acceleration Transducers



Frequency Inverter SK 500E



Acrylic Shelves



High-Deflection Elastomeric Shock & Vibration Isolators



Single Phase Gear Motor



A simple parser was developed in Labview to process and present the vibration and transmissibility ratios, which are acquired through acceleration transducers of the type MEMS connected via USB to a common computer.



2013 공학 교육 페스티벌
Engineering Education Festival 2013



TEAM
ISEL
PRESENTS

Nov28&29
Engineering Education Festa 2013
Hall5, 3F, Exhibition Hall 2, BEXCO, Busan



INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA