A NATUREZA DA TAREFA E OS DESAFIOS DA GESTÃO CURRICULAR

Cecília Felício e Margarida Rodrigues
EB 2,3 de Luísa Todi e ESE de Lisboa
cecilia.felicio@sapo.pt, margaridar@eselx.ipl.pt

Resumo

Propomo-nos reflectir em torno da forma como a natureza da tarefa pode marcar significativamente o trabalho desenvolvido na sala de aula, quer no que respeita ao nível cognitivo envolvido, quer no que toca ao desenvolvimento nos alunos das capacidades transversais valorizadas no Programa de Matemática do Ensino Básico. Iremos também equacionar a gestão curricular enquanto responsabilidade do professor, centrando a nossa atenção no modo como uma tarefa pode constituir um ponto de partida de descoberta de conceitos matemáticos, e como o seu encadeamento com outras pode conduzir à conexão entre vários conteúdos e a uma abordagem curricular integrada. Será dada visibilidade a estas questões através da partilha de uma situação de aprendizagem desenvolvida em sala de aula, no âmbito do Programa de Formação Contínua de Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos, na qual serão apresentadas e analisadas as produções dos alunos.

Introdução

Uma tarefa que se proponha aos alunos pode assumir diferentes naturezas e, por esse motivo, apelar a diferentes níveis cognitivos. Embora possamos considerar que todos os tipos de tarefas têm o seu lugar na aula de Matemática, importa assegurar que tarefas mais abertas e desafiantes tenham um espaço significativo no trabalho quotidiano dos alunos. São estas que, potencialmente, elevam o seu pensamento matemático para níveis de maior complexidade. São estas que, potencialmente, conduzem os alunos a conjecturar, a testar as suas conjecturas, a procurar soluções por intermédio de múltiplas estratégias. E dada a diversidade de processos usados, de formas de raciocínio mobilizadas, são também estas que, potencialmente, favorecem a comunicação matemática, pela necessidade de explicitar, ao professor e aos colegas, por escrito e oralmente, o respectivo modo de resolução. Quando afirmamos que, potencialmente, a natureza da tarefa pode fazer a diferença na qualidade do trabalho desenvolvido pelos alunos, bem como nas suas aprendizagens, não ignoramos o papel essencial do professor nessa marca diferenciadora: não existem tarefas à prova de professor. Uma mesma tarefa pode levar a um trabalho limitado e empobrecido se o professor que a propuser adiantar, ele próprio, um modo de resolução, encarado como único e uniforme, não dando espaço nem tempo para os alunos a explorarem, ou pode conduzir a um trabalho rico e diversificado se aos alunos for concedido tempo, o feedback adequado (que não coarcte os seus modos específicos de pensar mas que simultaneamente ajude a prosseguir e a desbloquear) e se o professor conseguir gerir a discussão no seio da turma, de modo a torná-la produtiva do ponto de vista matemático, não só procurando a efectiva participação dos alunos mas também colocando questões que focalizem para o objectivo matemático visado e que provoquem o desenvolvimento do seu pensamento.

Propomo-nos ilustrar o atrás referido com o relato da forma como decorreu a aula em que foi explorada uma dada tarefa — *Os carrinhos do Luís* — e como foi encadeada no percurso didáctico efectuado. Esta foi uma das tarefas propostas no âmbito do PFCM, nos anos lectivos de 2007/08 e 2008/09, em que trabalhámos em conjunto, a Margarida, na qualidade de formadora da equipa da ESE de Setúbal, e a Cecília, na qualidade de formanda. O relato reflexivo que se segue diz respeito a aulas da Cecília do último ano lectivo e assume a pessoalidade da sua própria voz, embora tenhamos feito uma análise conjunta das produções dos alunos.

A tarefa na introdução de conceitos

A actividade, que aqui se relata, visa a apresentação e exploração do subtópico *divisores de um número*. Porque os divisores não se podem dissociar dos múltiplos, e do meu ponto de vista são de grande importância as conexões que os alunos podem estabelecer entre ambos, foi minha preocupação escolher uma tarefa motivadora onde esta relação pudesse ser trabalhada. Considero a tarefa *Os carrinhos do Luís* muito abrangente, pois permite trabalhar quase todos os assuntos que, no novo programa, se enquadram no tópico *Números naturais*. Passo a apresentá-la:

> O Luís gosta muito de brincar com carrinhos pequeninos. Quando acompanha os pais nas compras do supermercado, de vez em quando, pede para lhe comprarem mais um. Neste momento, o Luís tem 36 carrinhos.
> Como tem muitas caixas, num certo dia o Luís entreteve-se a arrumar de modo diferente os carrinhos pelas diferentes caixas.
> Supondo que cada caixa tem que ter sempre o mesmo número de carrinhos e que não fica nenhum carrinho de fora, **de quantas maneiras diferentes pode o Luís arrumar os carrinhos?**

Esta tarefa reveste-se de forte carácter exploratório e investigativo, pois permite estabelecer conexões, descobrir regularidades, bem como fazer conjecturas a partir da interpretação da informação, como se poderá verificar no desenrolar da sua aplicação, e na análise dos trabalhos realizados pelos alunos.

Na aula de exploração da tarefa, após distribuídas as folhas com o respectivo enunciado, pedi aos alunos que a realizassem em trabalho de pares. Optei pelo trabalho de pares, pois considero-o facilitador da resolução da tarefa e das aprendizagens dos alunos; não desmotiva os que apresentam mais dificuldades, facilita a entreajuda, e desenvolve o raciocínio e argumentação matemática, pois têm de explicar mutuamente os seus raciocínios e as suas ideias.

Quando iniciaram a resolução da tarefa, de uma forma ou de outra, todos foram procurando a solução para o problema que lhes foi colocado. Porque alguns tiveram como reacção imediata apresentar uma única maneira de arrumar os carrinhos, foram questionados sobre se para aquele problema existiria apenas uma maneira, ou se existiriam várias… Questionados sobre o que iam encontrando, rapidamente perceberam que havia várias maneiras de arrumar os carrinhos. E lá iam eles, com o colega de carteira, procurando essa diversidade de modos de arrumação.

As estratégias utilizadas foram diversificadas, como se pode constatar da análise das produções dos alunos. Apesar de terem trabalhado a pares, a análise que se segue reporta-se ao trabalho que cada um dos alunos apresentou.

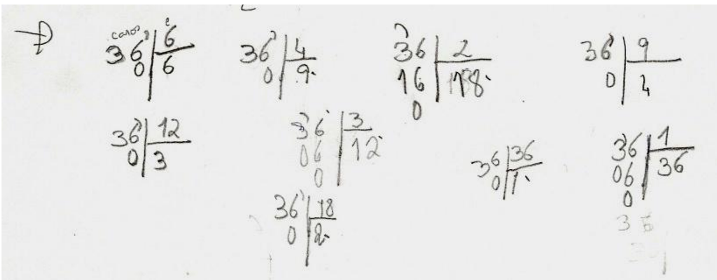


Figura 1. Resolução com base na divisão

Este aluno encontra o número máximo de maneiras de arrumar os carros. Recorre unicamente ao algoritmo da divisão, o que mostra que já se apropriou completamente dele e já o interiorizou, revelando uma capacidade de abstracção mais desenvolvida. É de assinalar o termo “carros” que escreve por cima do dividendo do primeiro algoritmo, mostrando atribuir significado ao que faz.

Na Figura 2, apesar de efectuar as multiplicações e as operações inversas, as divisões, o aluno necessita do apoio da representação gráfica para três das possibilidades (9, 1 e 12 caixas). O aluno não apresenta as possibilidades referentes a 2 e 18 caixas. No entanto, responde terem descoberto “10 diferentes maneiras de arrumar os 36 carrinhos”. Será que uma destas possibilidades teria sido feita pelo seu colega de grupo? E neste caso, ter-se-iam apercebido que a comutatividade da multiplicação, neste contexto, corresponde a duas possibilidades diferentes? A resposta incidente em 10 parece indicar que o par de alunos teria chegado a 5 produtos (6x6; 3x12; 4x9; 1x 36; 2x18) concluindo que o número de maneiras diferentes de arrumar os carrinhos seria o dobro. Se foi o caso, não teriam reparado que o produto 6x6 contempla uma única possibilidade, a de 6 caixas com 6 carros, cada uma.

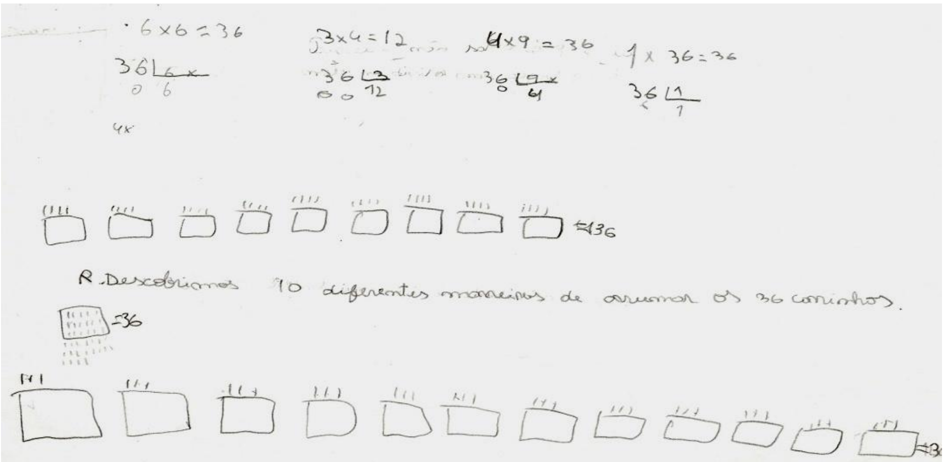


Figura 2. Abordagem mista

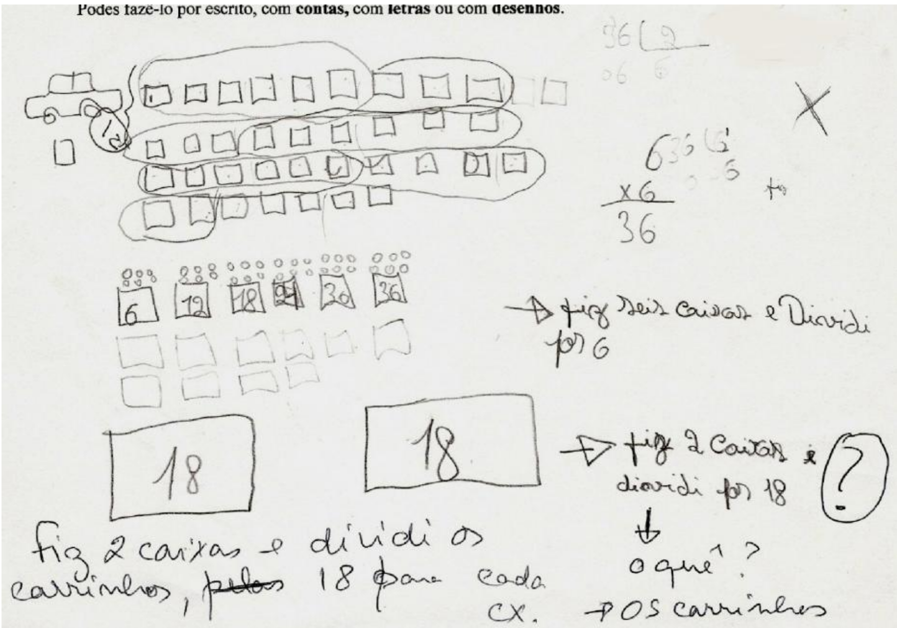
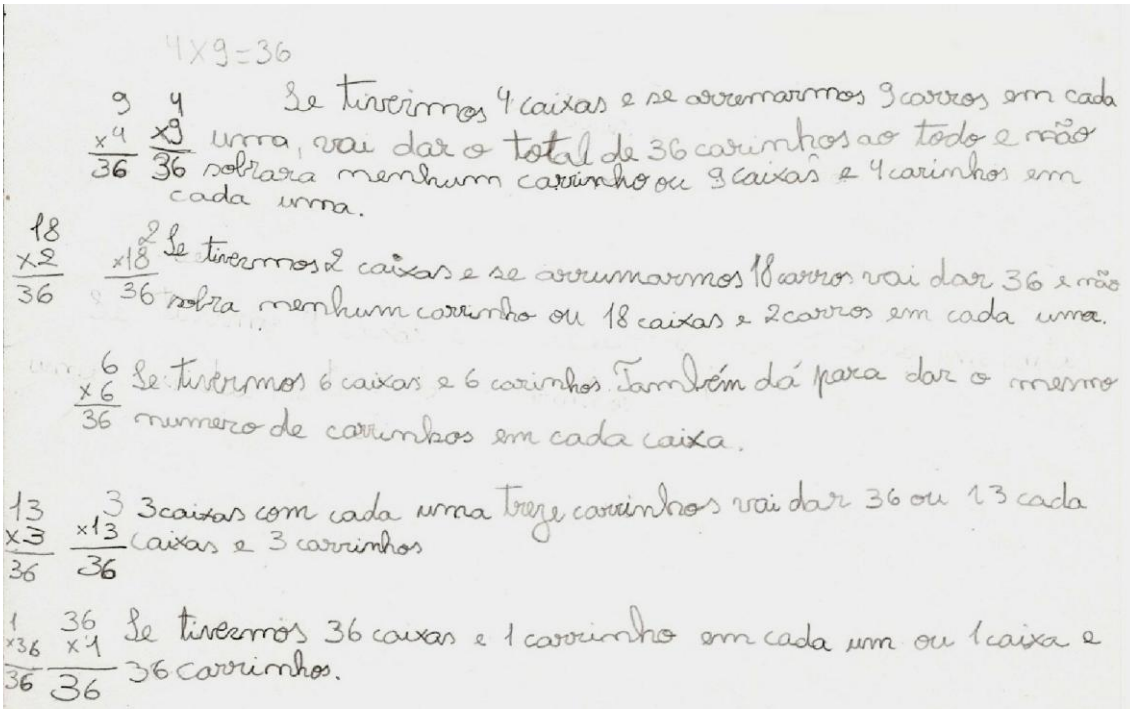


Figura 3. Recurso à representação gráfica

Este aluno não utiliza o algoritmo da divisão. Usa a multiplicação para uma das possibilidades, recorrendo essencialmente à representação gráfica para resolver o problema. Numa fase inicial, o aluno parece não saber muito bem o que divide, se os carrinhos ou as caixas. Repare-se que o seu primeiro desenho corresponde a 35 quadrados, agrupados em grupos de seis. Possivelmente, teria querido desenhar 36 quadrados. Representarão estes quadrados os carrinhos do Luís? Será esta a representação gráfica de 6 caixas com 6 carros, cada uma? Suponho que não, pois nos seus dois desenhos seguintes, cada quadrado representa uma caixa. Julgo que ele estaria ainda numa fase de procura de compreensão do próprio problema, sendo esta a sua primeira tentativa. O segundo desenho corresponde à segunda tentativa. Repare-se que ele desenhou 16 caixas, e depois concretiza, fazendo corresponder 6 carrinhos a cada caixa. Apresenta aqui uma sequência numérica — 6…12…18…24…30…36 — evidenciando ter usado um raciocínio aditivo na multiplicação envolvida. E só depois de ter obtido o 36, correspondente ao número total de carrinhos, é que teria apagado as 10 caixas sobrantes. A sua afirmação "fiz seis caixas e dividi por 6" sintetiza a conclusão alcançada com o seu processo aditivo. A operação multiplicação que apresenta — 6x6=36 — corresponde à representação simbólica do processo gráfico usado anteriormente. Quando a seguir desenha as duas caixas e já não desenha os carros (que anteriormente tinha representado com as bolinhas), escrevendo os números (18), ele afirma: "fiz 2 caixas e dividi por 18" (expressão análoga a "fiz seis caixas e dividi por 6", o que mostra que o aluno usaria a expressão "dividi por" para indicar o número de carrinhos em cada caixa). Reparando nesta expressão, perguntei-lhe o que é que ele tinha dividido. O aluno hesitou e respondeu – as caixas. Perguntei-lhe qual era a tarefa do Luís, o que é que ele tinha que fazer, ao que o aluno respondeu: arrumar os carrinhos nas caixas. Voltei a perguntar: então o que é que ele tinha que dividir? O aluno olhou para mim, sorriu e disse: os carrinhos… Então construímos a frase: " Fiz duas caixas e dividi os carrinhos, 18 para cada caixa."

A aluna, cuja produção se encontra na Figura 4, utiliza a multiplicação para resolver o problema e encontra todas as hipóteses possíveis. Percebe que 9x4 dá o mesmo resultado que 4x9 (comutativa), e que este facto lhe permite arrumar os carrinhos de duas maneiras diferentes, sem sobrar nenhum, explicitando-o narrativamente. E compreende que assim é para as outras hipóteses: embora o resultado da multiplicação seja idêntico, as situações que ele representa no contexto do nosso problema são diferentes, correspondendo a duas possibilidades distintas. A aluna engana-se na multiplicação correspondente à situação de 3 caixas ou 3 carrinhos.



4×9=36

9 ×4 = 36 · 4 ×9 = 36 Se tivermos 4 caixas e se arrumarmos 9 carros em cada uma, vai dar o total de 36 carinhos ao todo e não sobrara nenhum carrinho ou 9 caixas e 4 carinhos em cada uma.

18 ×2 = 36 · 2 ×18 = 36 Se tivermos 2 caixas e se arrumarmos 18 carros vai dar 36 e não sobra nenhum carrinho ou 18 caixas e 2 carros em cada uma.

6 ×6 = 36 Se tivermos 6 caixas e 6 carinhos Também dá para dar o mesmo numero de carrinhos em cada caixa.

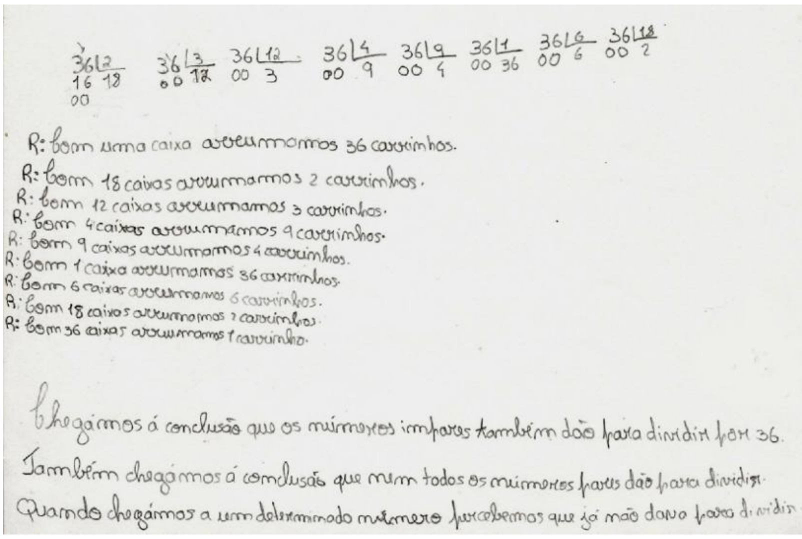
13 ×3 = 36 · 3 ×13 = 36 3 caixas com cada uma treze carrinhos vai dar 36 ou 13 cada caixas e 3 carrinhos

1 ×36 = 36 · 36 ×1 = 36 Se tivermos 36 caixas e 1 carrinho em cada um ou 1 caixa e 36 carrinhos.

Figura 4. Adequação da comutatividade ao contexto

Ao longo da resolução da tarefa, e enquanto encontravam hipóteses para o problema, os alunos eram incentivados a fazer descobertas e a registá-las. O trabalho da Figura 5 é exemplo disso. De notar a forma organizada e clara como a maioria dos alunos expõe as suas ideias.

A afirmação “quando chegámos a um determinado número percebemos que já não dava para dividir”, revela nitidamente que este par de alunos já percebeu que o conjunto dos divisores de um número é um conjunto finito e que o maior divisor de um número é o próprio número. Este aspecto foi discutido e esclarecido com eles, em pequeno grupo.



36 | 2 → 18, resto 00 · 36 | 3 → 12, resto 00 · 36 | 12 → 3, resto 00 · 36 | 4 → 9, resto 00 · 36 | 9 → 4, resto 00 · 36 | 1 → 36, resto 00 · 36 | 6 → 6, resto 00 · 36 | 18 → 2, resto 00

R: bom uma caixa arrumamos 36 carrinhos.
R: bom 18 caixas arrumamos 2 carrinhos.
R: bom 12 caixas arrumamos 3 carrinhos.
R: bom 4 caixas arrumamos 9 carrinhos.
R: bom 9 caixas arrumamos 4 carrinhos.
R: bom 1 caixa arrumamos 36 carrinhos.
R: bom 6 caixas arrumamos 6 carrinhos.
R: bom 18 caixas arrumamos 2 carrinhos.
R: bom 36 caixas arrumamos 1 carrinho.

Chegámos á conclusão que os números impares também dão para dividir por 36.
Também chegámos á conclusão que nem todos os números pares dão para dividir.
Quando chegámos a um determinado número percebemos que já não dava para dividir.

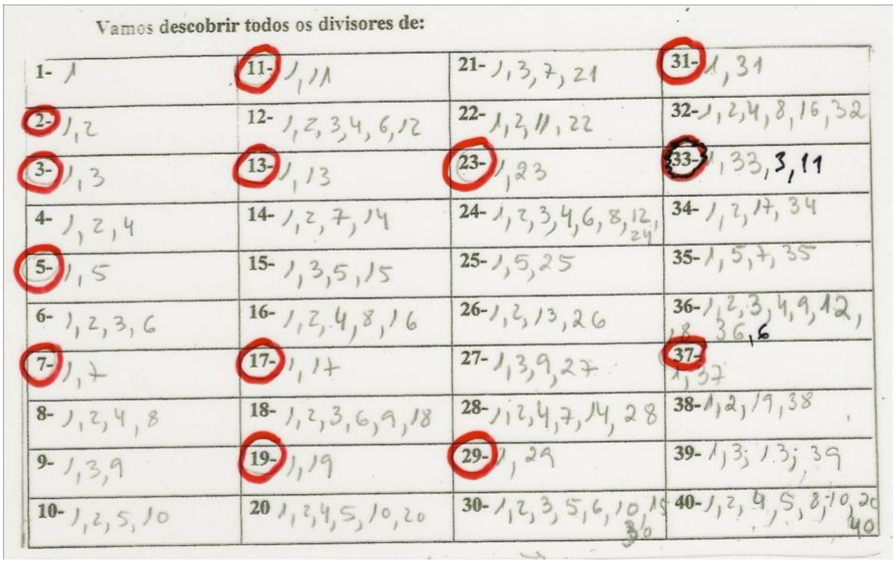
Figura 5. Registo de descobertas

Todas as formas de resolver o problema e todas as descobertas que os alunos fizeram foram apresentadas a toda a turma e debatidas em conjunto, tendo sido estabelecidas conexões entre as diferentes matérias que iam sendo abordadas.

Conexões no encadeamento de tarefas

Associadas à tarefa motivadora, foram desenvolvidas outras daí decorrentes, como sejam a construção e análise de tabelas, cuja exploração possibilitou a apresentação e exploração de conteúdos didácticos relacionados, cumprindo desta forma as orientações do novo programa, que visa estabelecer conexões entre os diferentes conteúdos. Assim, em aulas posteriores à realização da tarefa motivadora, os alunos completaram duas tabelas. A primeira tinha como objectivo levar os alunos a sistematizar e consolidar as hipóteses encontradas, e a segunda (Figura 6) visava a descoberta dos divisores dos números naturais inferiores a 41. Da sua análise foram trabalhados vários subtópicos, como sejam: múltiplos e divisores de um número natural; menor múltiplo comum de dois ou mais números; máximo divisor comum de dois números; critérios de divisibilidade por 2, por 5 e por 3; números primos e compostos; decomposição em factores primos; potências de base e expoente naturais.

Todos estes assuntos foram trabalhados individualmente ou em pares, quando se realizavam as tarefas e posteriormente no grupo turma. Os alunos registaram conclusões claras e precisas no caderno diário, que se revelaram fundamentais para o seu estudo, pois não tinham manual de Matemática. Para sistematização dos conteúdos, realizavam fichas de trabalho, que realizavam na sala de aula ou como trabalho de casa.


Vamos descobrir todos os divisores de:

1- 1	11- 1, 11	21- 1, 3, 7, 21	31- 1, 31
2- 1, 2	12- 1, 2, 3, 4, 6, 12	22- 1, 2, 11, 22	32- 1, 2, 4, 8, 16, 32
3- 1, 3	13- 1, 13	23- 1, 23	33- 1, 33, 3, 11
4- 1, 2, 4	14- 1, 2, 7, 14	24- 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24	34- 1, 2, 17, 34
5- 1, 5	15- 1, 3, 5, 15	25- 1, 5, 25	35- 1, 5, 7, 35
6- 1, 2, 3, 6	16- 1, 2, 4, 8, 16	26- 1, 2, 13, 26	36- 1, 2, 3, 4, 9, 12, 18, 36, 6
7- 1, 7	17- 1, 17	27- 1, 3, 9, 27	37- 1, 37
8- 1, 2, 4, 8	18- 1, 2, 3, 6, 9, 18	28- 1, 2, 4, 7, 14, 28	38- 1, 2, 19, 38
9- 1, 3, 9	19- 1, 19	29- 1, 29	39- 1, 3; 13; 39
10- 1, 2, 5, 10	20 1, 2, 4, 5, 10, 20	30- 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30	40- 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40

Figura 6. Descoberta de divisores e identificação dos números primos

Os procedimentos, utilizados para resolver a tarefa dos carrinhos do Luís, foram variados, como se viu na análise das produções dos alunos e as abordagens aos subtópicos em estudo foram feitas com base na análise dessas produções. A grande diversidade de situações permitiu encontrar regularidades e estabelecer conexões.

Relativamente ao que se poderia considerar o objectivo inicial, que era distinguir e identificar divisores e múltiplos de um número, a primeira tarefa *Os carrinhos do Luís* trouxe uma noção clara destes conceitos à grande maioria dos alunos da turma. Nos alunos com mais dificuldades, a aprendizagem destes conceitos verificava-se pouco consistente, mas o entusiasmo e o empenho dos alunos permanecia.

A realização e exploração da tarefa *Vamos descobrir todos os divisores de*, revelou-se também muito rica e abrangente, permitindo trabalhar novamente o conceito de divisor. Sistematizou o conhecimento dos alunos que já tinham percebido e permitiu trabalhar novamente o conceito com os alunos que ainda não o tinham interiorizado.

O facto de ser uma tarefa diferente, mas relacionada, permite, por um lado, a sistematização sem o carácter enfadonho da repetição (pois sendo uma nova actividade constitui um novo desafio); por outro lado, o trabalho diferente sobre o mesmo conceito permite aos alunos com mais dificuldades usufruírem de diferentes formas de abordagem para o mesmo conceito. Relativamente à primeira tarefa, esta apresentava um maior grau de abstracção, sem contexto que desse significado ao conceito de divisor.

Sendo duas tarefas relacionadas que permitem diferentes abordagens de um mesmo tópico, constituem o que as metodologias aplicadas ao novo programa designam por cadeia de tarefas, cuja utilização considero bastante vantajosa. Nesse encadeamento, é importante que as tarefas posteriores apresentem um maior grau de complexidade, com vista ao desenvolvimento matemático dos alunos.

Resta aqui mencionar a forma activa, entusiástica e colaborativa como os alunos participaram em todas estas actividades, tanto na análise das situações, como na descoberta, elaboração e registo de conclusões. Esta é para mim uma nova forma de ensinar Matemática, que julgo mais eficaz. No entanto, penso que será necessário um reajustamento dos tempos lectivos atribuídos a esta disciplina, bem como do número de alunos por turma e da regulação dos comportamentos dos alunos. Estes aspectos foram talvez as maiores dificuldades que senti na aplicação destas actividades e na utilização destas metodologias de trabalho.

A concluir

Tal como apontado por Stein e Smith (1998), as diferentes tarefas usadas na sala de aula constituem a base para a aprendizagem dos alunos pois representam tipos diferentes de oportunidade para os alunos pensarem, podendo variar no respectivo nível de exigência conceptual. As autoras chamam a atenção para o facto de a natureza das tarefas poder mudar radicalmente quando passam da fase de *apresentação* (nos manuais ou outros materiais auxiliares) para a fase de *implementação.* Isto é, tarefas com um nível elevado de exigência cognitiva tanto podem manter esse nível elevado, como não, quando os alunos as exploram efectivamente.

A identificação das fases da evolução da natureza das tarefas remete-nos para as várias fases do currículo, que integram o modelo proposto por Sacristán (1991/2000), particularmente adequado para uma estrutura de gestão centralizada, e para o papel do professor enquanto gestor e decisor curricular. Esse modelo apresenta as seguintes fases explicativas do currículo: *prescrição*, *apresentação*, *interpretação*, *implementação*, *realização* (efeitos da prática) e *avaliação*. Os diferentes papéis que o professor poderá assumir na gestão das fases curriculares situam-se numa linha contínua, desde o papel passivo de mero executor de directrizes curriculares até ao papel criativo de um profissional crítico que utiliza a sua autonomia, no que respeita à participação nas decisões curriculares. E, tal como é sublinhado por Rodrigues (2008), um "professor criativo não é apenas aquele que procura novas tarefas ou as realiza de modo pessoal, é também o que possui os fundamentos das tarefas que concretiza" (p. 178). Será a consciência reflexiva dos fundamentos das tarefas propostas nas aulas de Matemática que dotará o professor da capacidade de manter o nível elevado de exigência conceptual numa tarefa concebida com esse fim.

Um outro aspecto importante a atender na gestão curricular efectuada pelo professor é a sua capacidade de estabelecer conexões entre os vários conteúdos matemáticos na forma como explora, com os seus alunos, uma dada tarefa e a encadeia com outras tarefas. A capacidade de estabelecer conexões dentro e fora da Matemática é uma das capacidades a desenvolver nos alunos, e que o PMEB refere valorizar, além das três grandes capacidades transversais a toda a aprendizagem da Matemática destacadas, nomeadamente a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática. Pensamos que o estabelecimento de conexões pode ser uma das chaves para a resolução do problema, sentido actualmente pela generalidade dos professores, da falta de tempo para um efectivo desenvolvimento destas capacidades transversais, por um lado, e para a promoção de melhores e maiores aprendizagens dos alunos em Matemática, por outro lado.

> Uma gestão curricular envolvendo conexões matemáticas dotará os alunos de uma competência matemática qualitativamente superior, pois o saber que é fecundo é inter-relacional e conectado, e simultaneamente libertará tempo para uma integração continuada e não pontual das várias capacidades transversais. Esta nova gestão curricular é a única forma, penso eu, de transformar a escola numa instituição capaz de oferecer um currículo enquanto lugar produtor de um "saber em uso, activo e actuante" (Roldão, 2003, p. 45), ou seja, enquanto lugar das competências. (Rodrigues, 2009)

Referências bibliográficas

Rodrigues, M. (2008). *A demonstração na prática social da aula de Matemática.* Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Lisboa.

Rodrigues, M. (2009). As capacidades transversais no novo programa do ensino básico: Desafios da sua integração. *Educação e Matemática, 105,* 38-40.

Roldão, M. C. (2003). O lugar das competências no currículo – ou o currículo enquanto lugar das competências? In Associação de Professores de Matemática (Ed.), *Actas do ProfMat 2003* (pp. 41-48). Lisboa, Portugal: APM.

Sacristán, J. (2000). *O currículo: Uma reflexão sobre a prática* (3ª ed.). Porto Alegre: Artmed. (Obra original em espanhol publicada em 1991)

Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School, 3*(4), 268-275.