Instituto Politécnico de Lisboa

Escola Superior de Educação

SE NÃO SABE, POR QUE PERGUNTA?

as perguntas dos alunos e a interpretação de problemas

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Educação Matemática na Educação Pré-Escolar e nos 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico

Orientadora: Professora Doutora Cecília Monteiro

Pedro da Cruz Almeida

2011

Resumo

Com este estudo procurou-se investigar como reagiam os alunos de uma turma do 3º ano de escolaridade colocados perante a tarefa de formularem perguntas no sentido de transformarem contextos em problemas. Os contextos fornecidos como estímulo consistiam em situações, apresentadas sob a forma de texto, com informação suficiente para constituírem problemas matemáticos através de uma ou várias perguntas. Os dados das situações envolviam relações multiplicativas. Os alunos foram convidados a responder a perguntas formuladas por si mesmos num ambiente de avaliação.

Através de uma metodologia qualitativa procurou-se observar a adequação da pergunta do aluno ao contexto da situação apresentada e, por outro lado, observar a sua compreensão da situação através da relação entre a pergunta formulada e a resposta dada. Dado o ambiente de avaliação em que os alunos se encontravam, a discussão do estudo incide na maior ou menor adequação das perguntas dos alunos ao contexto da situação fornecida ou às suas competências para as resolver.

Palavras-Chave: educação matemática, educação básica, ensino/aprendizagem da matemática, formulação de problemas, resolução de problemas.

Abstract

This study investigates the reactions of a class in their 3rd school year, faced with the task of formulating questions with the view of transforming contextual information into problems.

The contexts offered as stimulants consisted of situations, presented in text form, with sufficient information to be formed into mathematical problems through one or more questions. The data of the situations had involved multiplicative relations. Students were asked to answer questions put by themselves in an environment of assessment.

Through a qualitative methodology we sought to observe the adequacy of the student's question to the context of the situation presented and on the other hand, look at their understanding of the situation through the relationship between the question asked and the answer given. Due to the environment of evaluation in which students were, the discussion of the study focuses on the level of adequacy of student's questions concerning the context of the situation or concerning their skills to solve them.

Keywords: mathematical education, basic education, mathematical teaching /learning, problem posing, problem solving.

À Cecília

que deu impulso a este trabalho

e a ti

pelos momentos em que estiveste presente

pelas conversas in/formais

Índice Geral

Índice de Quadros

Índice de Figuras

Introdução

O facto de ter trabalhado como formador no Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1ºCiclo (PFCM), possibilitou-me o contacto com inúmeros professores do distrito de Lisboa e as suas práticas de sala de aula. No início deste programa de formação, em Outubro de 2005, cerca de 715 professores inscritos na formação desenvolvida pela Escola Superior de Educação de Lisboa indicaram, num questionário, os tópicos ou temas da educação matemática onde encontravam as maiores dificuldades manifestadas pelos alunos. A Resolução de Problemas surgia destacada de entre variados tópicos. As razões mais invocadas, pelos cerca de 40 professores por mim contactados pessoalmente durante esse ano do programa de formação, para explicar as dificuldades dos seus alunos na resolução de problemas foram a dificuldade de interpretação e de concentração, embora muitas vezes se referissem a esta última especificando que os alunos não consideravam toda a informação dada no enunciado. Uma frase muito comum entre estes professores para caracterizar estas dificuldades era "eles não lêem".

“Eles não lêem” era uma afirmação muito limitada ao domínio da Resolução de Problemas, porque se confrontados com esta afirmação na área da Língua materna, já não colocariam de modo nenhum essa afirmação de um modo tão peremptório, se não mesmo afirmassem o contrário.

A problemática da leitura e da interpretação de textos sempre foi para mim um ponto bastante sensível na prática profissional. Vivi experiências e deixei-me sensibilizar por elas, no que respeita a uma certa dicotomia entre o trabalho de leitura e de interpretação que se faz na área da Língua e na área da Matemática. A maior visibilidade dada às Capacidades transversais no Programa de Matemática do Ensino Básico, nomeadamente a da Resolução de problemas e da Comunicação matemática, na qual se especifica a interpretação, aguçou o meu interesse neste ponto.

Este trabalho assenta pois numa motivação muito pessoal e a sua apresentação reflecte um pouco esse espírito, não só pelo conteúdo, mas principalmente pela forma como está desenvolvido.

Começo por apresentar a problemática do estudo, a interpretação na resolução de problemas, e defino o objectivo e as questões da investigação. Faço posteriormente um enquadramento teórico da resolução de problemas, da sua importância no currículo e da formulação de problemas como aspecto relevante para um desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas. Caracterizo a metodologia referindo também como foi feita a recolha de dados, o local onde decorreu o estudo e participantes no mesmo, com o cuidado de não os identificar completamente por questões éticas. No capitulo seguinte mostro como procedi na análise dos dados recolhidos apresentando-os organizados pela forma como foi realizada a análise de conteúdo. Por fim dedico um capítulo aos resultados do estudo onde respondo às questões propostas no início e outro onde discuto aspectos do objectivo da investigação com algumas recomendações da literatura e outras que me pareceram relevantes com os resultados do estudo. Nesse capítulo final refiro as limitações que considero relevantes ter em conta nos resultados e conclusões apresentadas e faço uma reflexão pessoal sobre este trabalho.

Capítulo 1

A PROBLEMÁTICA EM ESTUDO

A relevância

O relatório nacional das provas de aferição de 2000 (DEB, 2000) afirma que “O raciocínio e a resolução de problemas não rotineiros são aspectos da Matemática menos trabalhados e menos valorizados em relação ao domínio de procedimentos;” (p.18) e sugere que “uma maior atenção deve ser dada a estratégias de resolução de problemas não rotineiros, a processos de argumentação, de explicitação do raciocínio e de comunicação matemática,(...)” (p.19). No relatório nacional das provas de aferição de 2004 (DGIDC, 2004) volta-se a confirmar que “os melhores resultados dizem respeito ao conhecimento de conceitos e procedimentos, e os mais fracos à comunicação,(...)” (p.48) continuando a ser muito baixo o nível de desempenho na resolução de problemas. As conclusões do relatório nacional referente às provas de 2010 (GAVE, 2010) não difere muito:

> Os itens em que os alunos obtêm melhor desempenho são os itens 4.1 e 12, de conceitos e procedimentos, das áreas temáticas de Números e Cálculo e de Geometria, respectivamente, ambos itens de escolha múltipla e com uma taxa de sucesso de 98%. O item em que os alunos obtêm pior desempenho é o item 13, de resolução de problemas, da área de Números e Cálculo, em que apenas 17% das respostas foram classificadas com código máximo. (p.33)

As conclusões destes relatórios dão sentido a toda a investigação que procure despistar os “porquê” e os “como” dos baixos níveis de desempenho dos alunos portugueses na resolução de problemas, tanto mais que os mesmos relatórios concluem que relativamente ao raciocínio matemático o desempenho é significativamente melhor. Colocando as três capacidades por ordem decrescente do nível de desempenho, em primeiro lugar e com médias acima dos 50% está o raciocínio matemático e depois, já com médias abaixo dos 50% surge a resolução de problemas e a comunicação matemática.

Um dos aspectos que ainda posso observar na prática de resolução de problemas nas salas de aula tem sido o papel preponderante assumido pelo professor. Na maioria das vezes, quando é proposto um problema, é o professor que faz a leitura em voz alta. Quer seja implicitamente através da entoação, ou explicitamente sublinhando aspectos que considera importantes, acaba por explicar o sentido do texto ou mesmo a forma como deve ser resolvido. Ainda que seja dado a um ou vários alunos o papel de ler o enunciado, o professor acaba por interferir, ou seleccionando os alunos que vão ler, ou rematando o que estes leram. Esta prática sistemática, só interrompida em momentos formais de testes de avaliação, priva os alunos da possibilidade de assumirem a responsabilidade pela leitura e interpretação do enunciado, de se confrontarem com os seus próprios raciocínios, pelo menos com a frequência suficiente para desenvolverem as necessárias capacidades.

Num sistema escolar, como o do nosso país, que ainda atribui um enorme peso à avaliação através de testes individuais escritos, este domínio da utilização da linguagem oral e escrita para comunicar – matematicamente – não pode ser descurado, nem remetido exclusivamente para a área específica da aprendizagem da leitura e da escrita.

A resolução de problemas apresentados sob a forma de texto exige capacidades de leitura e interpretação da linguagem comum, mas também a capacidade de compreender o sentido específico que expressões comuns assumem na linguagem matemática. Edward Silver (1987) afirma que "There is considerable evidence suggesting that failure to solve problems can often be attributed to failure to understand the problem adequately." (p.45)

A investigação realizada em Portugal sobre os aspectos da comunicação matemática tem apostado sobretudo na oralidade e no papel do professor nesse discurso ou, no que aos alunos se refere, em questões de representação de processos ou estratégias de resolução.

Ponte et al. (2007) afirmam que a dificuldade de comunicação manifestada pelos alunos é reconhecida por grande parte dos professores em Portugal. No entanto, são poucos os que referem a "necessidade de que o discurso dos alunos seja valorizado como discurso legítimo para produzir e ouvir na turma" (p.69).

Parece haver então um campo de trabalho a desenvolver no sentido de compreender também o modo como os estudantes mais novos interpretam os textos dos problemas que lhes são propostos.

Objectivo e questões do estudo

O objectivo deste estudo é descrever e procurar interpretar o que acontece na resolução de problemas quando estes são formulados pelos alunos, a partir de situações problemáticas.

Considero, daqui em diante, que situações problemáticas são situações apresentadas sob forma de texto, imagem, fotografia, ou qualquer outra linguagem, mas desprovidas de perguntas claramente explicitadas, e que podem ser problematizadas mediante uma pergunta formulada dentro do contexto apresentado (Matos, 1994). O meu interesse está, neste caso, nas situações problemáticas apresentadas sob a forma de texto escrito. Pretendo assim descrever e procurar compreender, através das perguntas formuladas pelos alunos, aspectos críticos referentes à interpretação dos dados implicados na resolução do problema. Umas vezes utilizarei a expressão situação problemática, outras vezes texto ou contexto apresentado.

Com o estudo procuro responder às questões colocadas mas também procuro chegar à identificação e problematização de aspectos relacionados com a didáctica da resolução de problemas, especificamente no que respeita à interpretação e compreensão dos dados de um problema. De facto, e de acordo com as orientações curriculares do Programa de Matemática do Ensino Básico (2007), quando se identifica como um objectivo específico da resolução de problemas “Identificar o objectivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema”, sinto-me obrigado a entender que identificar informação relevante se prende naturalmente com o acto de ler, isto é, interpretar, e não apenas reproduzir sons grafados sob uma forma simbólica.

Do que acima foi dito se partiu para a formulação das questões que orientaram esta investigação:

1. Como são vistas pelos alunos as perguntas formuladas nos problemas?
2. Manifestam, os alunos, dificuldades de compreensão dos dados ou do contexto na resposta a perguntas por si formuladas?
3. As perguntas dos alunos exigem novos conceitos ou procedimentos matemáticos, ou implicam uma simples aplicação dos procedimentos ou conceitos já ensinados?

No sentido de recolher dados para responder a estas questões e procurando restringir o campo de trabalho decidi apresentar contextos favoráveis à problematização de situações multiplicativas (multiplicação e divisão), um conteúdo programático que tradicionalmente se inicia no 3º ano escolaridade. Na altura em que iniciei o trabalho de campo, os alunos envolvidos tinham já iniciado o trabalho sobre o conceito e procedimentos básicos da multiplicação, as tabuadas multiplicativas, a relação entre metade e dobro, o triplo e a terça parte, mas não os de divisão que, de acordo com a planificação da professora iriam ainda iniciar até ao final do ano lectivo. A escolha de contextos de multiplicação e divisão tinha exactamente a ver com o facto de pretender escrutinar a capacidade dos alunos formularem e reponderam apenas com conhecimentos já veiculados explicitamente na sala de aula ou se conseguiriam manifestar outros conhecimentos próprios relativos ao tema em estudo.

Na base da estruturação do trabalho de campo estavam algumas expectativas relativas ao que os alunos poderiam fazer. Esperava que os alunos, sabendo que têm de responder à pergunta que formulam, fizessem perguntas sobre o que compreendiam e às quais saberiam responder. Lakatos (1976, p. 70) citado por Kilpatrick (1987, p. 131) afirma que “A problem never comes out of the blue. It is always related to our background knowledge”. Nessa medida, contava que as suas perguntas fossem reveladoras do modo como interpretam os dados presentes no problema. Por outro lado, esperava também que fossem capazes de colocar perguntas cuja resolução envolvesse procedimentos e conceitos ainda não explorados na sala de aula, mas que fossem reveladoras da emergência dessa capacidade para as abordar, contrariando, por assim dizer, um princípio ainda muito comum no ensino da Matemática nos primeiros anos, segundo o qual os alunos não conseguem resolver problemas e muito menos formulá-los, sem que primeiro tenham aprendido formalmente os conceitos em causa. De facto, aprender a resolver problemas implica tornar-se questionador, algo intrínseco à capacidade de pensar matematicamente (Kilpatrick, 1987 p.133) e tal não se compraz com a mera aplicação de procedimentos já conhecidos na resolução de questões facilmente reconhecidas.

Capítulo 2

ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Neste capítulo proponho-me fazer um enquadramento teórico da formulação de problemas, sem deixar de fazer referência à resolução de problemas.

A formulação de problemas na resolução de problemas

A resolução de problemas na educação matemática tem sido um alvo da investigação desde o final dos anos sessenta. O número de trabalhos empíricos realizados e a sua relevância neste campo é enorme e tem contribuído para o desenvolvimento do currículo escolar e para a compreensão do trabalho a desenvolver com os alunos no sentido de promover uma melhor aprendizagem da matemática.

Grande parte da pesquisa foi realizada por psicólogos cognitivistas, que procuram desenvolver e validar as teorias da aprendizagem humana e resolução de problemas, e educadores matemáticos, que procuram compreender a natureza da interacção cognitiva entre os alunos e o assunto matemático que estudam e os problemas que resolvem (Silver 1987).

Incidindo sobre as vantagens de um ensino *baseado na* resolução de problemas – ao invés do ensino *para* a resolução de problemas –, na identificação e caracterização dos melhores tipos de problemas para o ensino, nos processos de resolução usados por alunos, na matematização e modelação de situações, na formação de professores para o ensino da matemática pela resolução de problemas, na caracterização do ambiente de sala de aula e comunicação matemática adequados, a lista é demasiado longa para a pretensão de a expor neste capítulo.

A formulação de problemas nem sempre foi um domínio do vasto campo de trabalho em resolução de problemas como lembra Kilpatrick (1987) o qual, após a citação de Getzels (1979), "although there are dozens of theoretical statements, hundreds of psychometric instruments, and literally thousands of empirical studies of problem solving, there is hardly any systematic work on problem finding" (p.123), afirma que, apesar da ciência da cognição apresentar, já nessa altura, algumas ideias sobre a formulação de problemas, a principal incidência dos estudos é na reformulação de problemas mal estruturados (*ill-problems*) ou na formulação – identificação – de problemas dentro de problemas (*subproblems*). De facto, este artigo de Kilpatrick faz uma análise bastante completa de vários aspectos relacionados com a ideia da *problem formulating* na educação matemática. Considera, por exemplo, que a formulação de problemas mais do que um *objectivo* da educação é, sobretudo, um *meio* de educação. Outro aspecto que sublinha é o facto de que

> The research may help us understand some problem-formulating processes, but it cannot give a complete picture until more researchers look at the formulation of problems in situations where a problem has not yet been posed.(p.123).

Com o crescente número de estudos empíricos e teóricos, a pesquisa sobre a formulação de problemas entrou actualmente na fase em que a pesquisa sobre resolução de problemas e raciocínio matemático estava há cerca de duas décadas atrás (Kontorovich e Koichu, 2009). Do ponto de vista do interesse principal da pesquisa realizada as tendências podem ser agrupadas em *i)* relação entre formulação e resolução de problemas; *ii)* habilidades de formulação de problemas e processos envolvidos na formulação dos mesmos; *iii)* classificação de tarefas de formulação de problemas e *iv)* formulação de problemas e criatividade (Pelczer e Gamboa, 2009).

A formulação de problemas, juntamente com a resolução de problemas, são fundamentais para a disciplina de matemática e para a natureza do pensamento matemático (Silver, 1997).

A afirmação de que os bons solucionadores de problemas são os que naturalmente questionam os dados, merece uma reflexão sobre o significado de "tendência natural para (…) formular problemas" (NCTM, 2000). Seria deveras desanimador que se entendesse "tendência natural" como algo hereditário ou geneticamente determinado e, portanto, fora do alcance da educação (Silver, 1997). Considerando que tal “tendência natural para formular problemas” pode significar um hábito de pensamento passível de ser aprendido, crucial para a capacidade de resolução de problemas, terá então de se entender que, num contexto educativo de iniciação, não se trata de aprender a inventar problemas mas de desenvolver a formulação de perguntas pertinentes sobre os dados, as condições, as relações e as incógnitas do problema proposto, que ajudem na compreensão do problema e na descoberta do processo de resolução.

A famosa "*our list*" do How to Solve It de G. Pólya (1957) estabelecia como primeira fase da resolução de um problema a sua compreensão. É curioso como *a lista* de Pólya é constituída quase exclusivamente por perguntas que um solucionador de problemas deve colocar para encontrar o caminho para a solução. Esta lista, como ele próprio diz,

> are equally useful to the problem-solver who works by himself. If the reader is sufficiently acquainted with the list and can see, behind the suggestion, the action suggested, he may realize that the list enumerates, indirectly, *mental operations typically useful for the solution of problems*[1].(p.2)

Quando aborda, logo a seguir, a forma como o professor pode ajudar o aluno, deixa entender que há perguntas certas a fazer no momento certo e que um aluno, conhecedor da lista e habituado a colocar as questões, pode acabar por aprender a colocar a pergunta adequada no momento necessário para a resolução do problema. No entanto Pólya deixa também transparecer que esta aprendizagem se faz, de um certo modo, por imitação do professor, das perguntas que o professor coloca, não deixando de chamar a atenção para o domínio que este tem de possuir sobre as perguntas realmente importantes e sobre a forma como as deve colocar.

É de facto importante considerar a questão da comunicação no discurso veiculado na aula. Neste campo muitos estudos incidem sobre questões do papel do professor e do aluno, do modo como o professor questiona ou interpela os alunos (e.g.,

1 Em itálico no original.

Menezes, 1995; Ponte et.al. 2007) e sobre o domínio da língua materna do estudante, tanto na oralidade como na escrita (Correia, 2004), bem como a relação da linguagem natural com a linguagem matemática (e.g., Brown, 1997; Ellerton e Clarkson, 1996).

No entanto, a formulação de problemas incide essencialmente sobre a intervenção do aluno, particularmente em situação de resolução e formulação de problemas. Por outro lado torna-se importante considerar o que é um problema, quem o formula e para quem é formulado.

Ao contrário do que se passa na escola, na actividade matemática genuína os problemas podem ocasionalmente ser apresentados por uma fonte externa, mas é mais comum que eles surjam de tentativas de generalizar um resultado, ou de conjecturar sobre hipóteses, ou como subproblemas de outros maiores (Silver, 1997).

Muitos dos que investigaram a resolução de problemas e se confrontaram com a necessidade de definir o que é um problema acabaram por reconhecer que não existem problemas sem que alguém os tenha formulado (Singer at al., 2011). De facto, esta é uma perspectiva desconcertante para um estudante que se confronta todos os dias com problemas propostos pelos seus professores ou pelos livros de exercícios, como se os problemas existissem por si. Schün (1979, p. 261), citado por Kilpatrick, (1987, p.125) afirma que "Problems are not given. They are constructed by human beings in their attempts to make sense of complex and troubling situations". (p.125) No seguimento desta afirmação Kilpatrick (1987) recorda a perspectiva da psicologia segundo a qual, para uma dada pessoa, um problema só é problema se essa pessoa o aceitar e o interpretar como seu. De facto, no quotidiano, temos de resolver muitos problemas, mas sobretudo aqueles que assumimos como nossos, recusando a resolução de muitos outros com a habitual frase “esse problema já não é meu”. Os problemas que assumimos como nossos nem sempre são “inventados” por nós mas somos nós que os identificamos a partir de situações, acontecimentos ou do que outros nos dizem. Neste processo de identificação, associado ao interesse de resolução está o modo como o formulamos, o qual, muitas vezes, influencia o sucesso na resolução. Ainda Kilpatrick, citando Duncker (1945), reconhece que seja qual for a fonte ou origem do problema, o solucionador tem sempre de reformular o problema como se, no fundo, um problema para resolver fosse já uma reformulação de um problema original.

A resolução e formulação de problemas no currículo

Parece relevante, pelo que já foi dito acima, fazer uma revisão da literatura procurando discernir como tem vindo a ser encarada nos primeiros anos de escolaridade a resolução e formulação de problemas.

A resolução de problemas, como actividade fundamental para a aprendizagem da matemática, é reconhecida desde há muitos anos. A primeira recomendação de *An Agenda for Action* da National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1980) para a década de oitenta era centrar a matemática escolar na resolução de problemas no sentido em que esta actividade poderia ser a base de aprendizagem das capacidades, conceitos e procedimentos. Defendia que os programas de matemática deveriam proporcionar aos alunos experiência em lidar com aplicações da matemática em contexto, no sentido de desenvolverem a capacidade de seleccionar e encontrar estratégias para resolverem a situação. Nessa medida, discriminava uma lista de capacidades básicas que os alunos deveriam aprender: formular questões-chave, analisar e conceber problemas, definir o problema e o objectivo, descobrir regularidades, seleccionar dados adequados, experimentar, transferir estratégias para situações novas, basear-se no conhecimento de fundo para aplicar a matemática.

NCTM (1989) volta a insistir na resolução de problemas como *o foco central do currículo de Matemática*. Esta recomendação (Norma 1), no que se refere aos anos de escolaridade do pré escolar ao 4º ano, afirma que não se trata de um novo tópico ou conteúdo de ensino, mas do principal objectivo do ensino da matemática e parte integrante de toda a actividade matemática, enquanto meio no qual se aprende e se desenvolve conceitos e procedimentos. Afirma também explicitamente que é essencial no desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas colocar os alunos na situação de formularem eles próprios problemas a partir de contextos do quotidiano, de problemas já explorados, de expressões matemáticas, gráficos, imagens ou campanhas publicitárias. Esclarece ainda a vantagem em promover um ambiente de sala de aula assente na resolução de problemas no qual as crianças possam, pelo sucesso que experimentam, ganhar confiança em "fazer matemática", desenvolver a perseverança e acuidade inquiridora.

A afirmação de que o aluno tem um papel activo a desenvolver no discurso da sala de aula, o qual deve "*incidir no significado a dar às ideias matemáticas e em usar com bom senso as ideias matemáticas na formulação e resolução de problemas*" é sublinhada pela NCTM (1991). Dá ainda maior ênfase quando, a propósito da avaliação, perspectiva o ensino da Matemática, como algo que está para além do que uma sucessão de actividades de resolução de problemas não rotineiros, afirmando depois que, aos alunos, deve ser dada a oportunidade de criarem problemas originais ou, pela modificação das condições de um dado problema formularem novos problemas. Esta recomendação compreende-se quando o objectivo do ensino é que os alunos compreendam a matemática que usam ou que reconheçam o significado da matemática que aprendem e usam. A propósito do modo como a avaliação contribui para a aprendizagem dos alunos, NCTM (1995) reforça a ideia de que a participação e o discurso do aluno são indicadores importantes da sua aprendizagem. Uma avaliação contínua da actividade matemática, integrada no ensino, além de facilitar a aprendizagem aumenta a confiança dos alunos no que conseguem compreender e comunicar.

A reforma curricular portuguesa de 1990 (DEB, 1998, 2ª Ed) reflecte, de certo modo, as linhas orientadoras dos documentos já referidos, na medida em que coloca, de facto, no centro do currículo de matemática, (Figura 1) a resolução de problemas como actividade de base para a aprendizagem de conceitos e procedimentos dos diferentes temas: "A resolução de problemas, quer na fase de exploração e descoberta, quer na fase de aplicação, deverá constituir a actividade fundamental desta disciplina e estar presente no desenvolvimento de todos os seus capítulos."

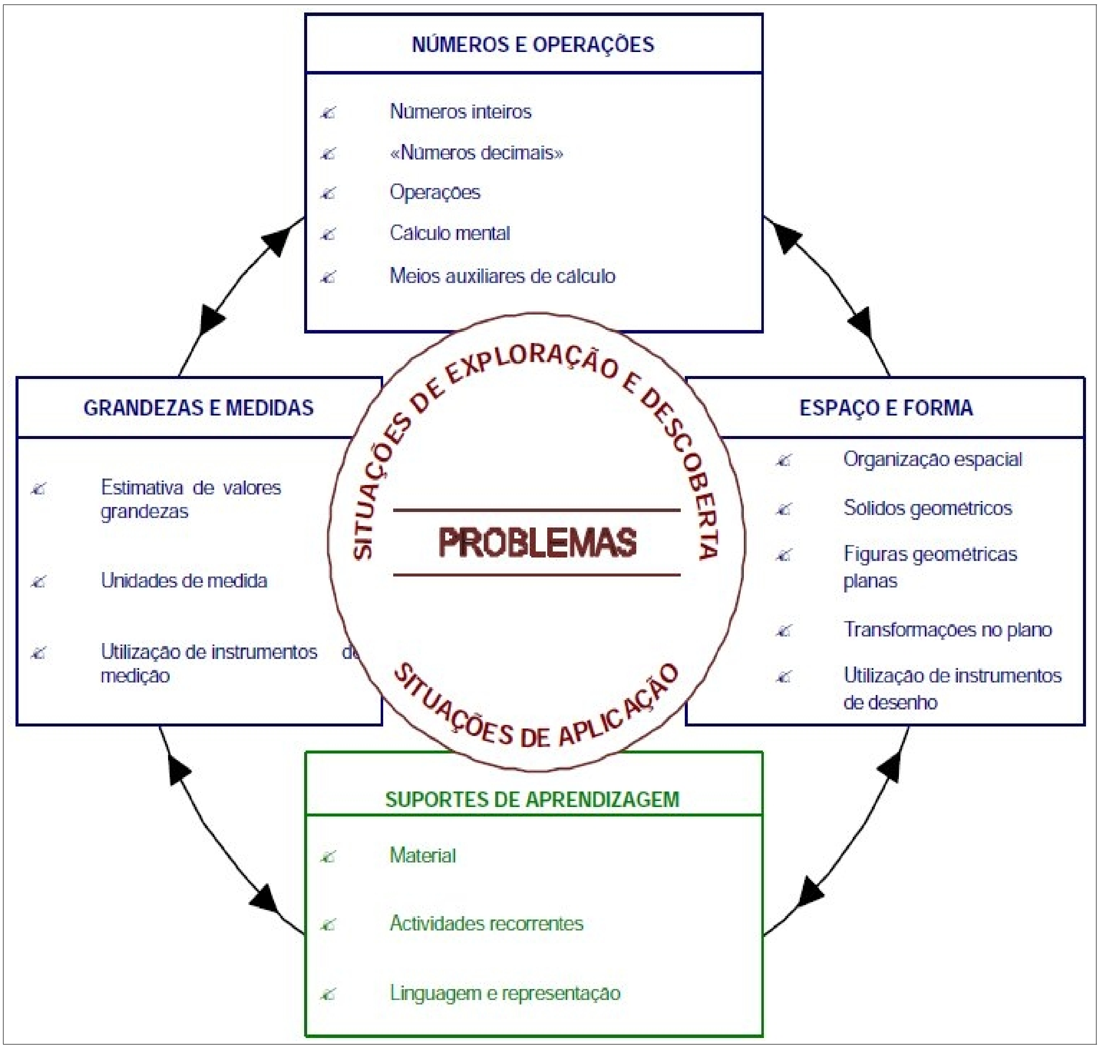


Figura 1: Organograma curricular do Programa de 1990.

Fornece também orientações metodológicas gerais semelhantes, embora não tão abundantes ou redundantes.

> A resolução de um problema deve constituir um momento especial de interacção e de diálogo. O professor, como moderador, acolhe as respostas, pergunta «porquê», lança pistas, aproveita o erro para formular novas perguntas e pede estimativas antes de ser encontrada a solução. Competirá ainda ao professor estimular a partilha das diversas estratégias para a obtenção de um resultado se na sua busca foram percorridos caminhos diferentes. (p.174)

A recente reformulação do programa do ensino básico (DGIDC, 2007) dá um maior destaque à resolução de problemas pela forma como a apresenta, em cada um dos três principais ciclos de aprendizagem, dentro de um quadro próprio, Capacidades transversais, a par de outra duas capacidades, o raciocínio e a comunicação matemática. Apresenta a resolução de problemas como uma actividade “privilegiada para os alunos consolidarem, ampliarem e aprofundarem o seu conhecimento matemático”, na qual “os alunos devem compreender que um problema (…) pode ser resolvido através de diferentes estratégias e dar atenção à análise retrospectiva da sua resolução e apreciação das soluções que obtêm.” (p.6) A propósito da comunicação matemática é referido que o “aluno deve ser capaz de expressar as suas ideias, mas também de interpretar e compreender as ideias que lhe são apresentadas e de participar de forma construtiva em discussões sobre ideias, processos e resultados matemáticos” (p.8). Esta orientação sublinha o papel do aluno no discurso, num ambiente de sala de aula estimulante, onde deve ser dada especial atenção ao raciocínio dos alunos, promovendo situações em que estes possam expressar-se e reagir às ideias expressas por outros. No fundo, um ambiente em que a avaliação integrada no ensino é crucial para o sucesso das aprendizagens.

Ainda no Programa Nacional do Ensino Básico (DGIDC, 2007), embora se afirme que a resolução de problemas “é vista neste programa como uma capacidade matemática fundamental” que se traduz em “ser capaz de resolver e de formular problemas” (p.8), a formulação de problemas não é mencionada, no 1º ciclo, dentro do quadro dos tópicos e objectivos específicos das capacidades transversais. Aparece apenas no âmbito da recolha, organização e tratamento de dados.

Em documentos mais recentes como os *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000), a formulação aparece associada à resolução de problemas, como um meio de promover o desenvolvimento desta capacidade. Neste documento chama-se a atenção para o facto de que os “*indivíduos que são bons a resolver problemas têm uma tendência natural para analisar cuidadosamente as situações em termos matemáticos e para formular problemas baseados nas situações com que se deparam*” e que a “*formulação de problemas surge, naturalmente, às crianças...*” (pp.58-59) sugerindo que educadores e encarregados de educação alimentem esta sua tendência. No capítulo destinado à faixa etária do pré-escolar ao 2º ano afirma que "*a colocação de problemas, isto é, a criação de novas questões no contexto de um problema, constitui uma disposição matemática que os professores devem fomentar e desenvolver*" (p.135) e ainda, referente aos alunos do 2º ao 5º ano "*é necessário que os alunos aprendam também a colocar questões que permitam alargar o problema*" (p.215) de modo a desenvolverem o gosto por satisfazer a sua própria curiosidade sobre ideias matemáticas.

Ao longo deste enquadramento da resolução de problemas no currículo, pretendi mostrar como esta capacidade tem estado intimamente associada à formulação de problemas, de tal modo que em muitos documentos de língua inglesa mais recentes, uma não aparece sem a outra – *problem-solving and problem-posing* – constituindo uma unidade em que a segunda proposição cumpre uma função de complemento pela contribuição no desenvolvimento da primeira, tanto numa dimensão cognitiva como afectiva ou motivadora.

Capítulo 3

METODOLOGIA

Proponho-me, neste capítulo, apresentar a metodologia no que se refere aos seus aspectos gerais, ao processo de recolha de dados, ao local onde se realizou o estudo e aos respectivos participantes.

Antes de começar por expor a metodologia utilizada relembro que o objectivo da investigação foi descrever e procurar interpretar o que acontece na resolução de problemas quando estes são formulados pelos alunos a partir de situações problemáticas. Relembro também que esta investigação foi conduzida pelas seguintes questões:

1. Como são vistas pelos alunos as perguntas formuladas nos problemas?
2. Manifestam, os alunos, dificuldades de compreensão dos dados ou do contexto na resposta a perguntas por si formuladas?
3. As perguntas dos alunos exigem novos conceitos ou procedimentos matemáticos, ou implicam uma simples aplicação dos procedimentos ou conceitos já ensinados?

Este objectivo e as questões do estudo, levaram-me a optar por uma investigação qualitativa que me permitisse fazer uma interpretação das produções dos alunos.

Bogden e Biklen (1994) apresentam uma lista de características para definir uma investigação qualitativa, mas precedem essa lista com a afirmação de que “Nem todos os estudos que consideraríamos qualitativos patenteiam estas características com igual eloquência. Alguns deles são, inclusivamente, totalmente desprovidos de uma ou mais das características.” (p.47). De acordo com essa lista de características definidas por estes autores considero que esta é uma investigação qualitativa porque faço uma análise do conteúdo de dados não quantitativos e porque analiso os meus dados de uma forma indutiva.

Denzin e Lincoln (2000) apresentam a pesquisa qualitativa relevando a sua complexidade de termos, conceitos, práticas e pressupostos, pela sua transversalidade a diferentes disciplinas, desde as ciências sociais às ciências físicas e ainda pela forma que foi assumindo ao longo da sua história. Definem pois, de um modo genérico, como a actividade em que o investigador se insere no meio onde decorre o fenómeno que estuda procurando interpretá-lo e dar-lhe visibilidade.

Erickson (1986) usa a expressão *investigação interpretativa*, nas quais engloba uma série de abordagens metodológicas entre as quais a qualitativa, distinguindo-as por centrarem o seu interesse no significado que os participantes dão às suas acções.

Nunca esteve presente qualquer intenção de estabelecer variáveis e proceder ao seu tratamento estatístico. Antes pelo contrário, o meu interesse foi obter uma colecção variada de produtos dos alunos de uma turma que me possibilitasse efectuar um tratamento interpretativo dos dados de campo para, deste modo, poder responder às questões da investigação.

Nas análises que fiz dos produtos dos alunos, usei categorias *a priori* e categorias emergentes definidas por Fiorentini e Lorenzato (2006).

As categorias definidas *a priori* são as estabelecidas pela literatura, pelo conhecimento construído. De entre estas, para classificar os dados obtidos através das perguntas e respostas dos alunos às situações problemáticas, utilizei os tópicos definidos pelo PNEB, os conceitos de representação icónica e simbólica e a correcção das respostas. Algumas destas categorias definidas *a priori* podem estar claramente impressas nos próprios dados, de acordo com a metáfora do ginásio cheio de brinquedos variados de Bogdan e Biklen (1994).

As categorias emergentes são as que resultam do trabalho de interpretação do investigador sobre os dados de campo. Este género de categorização foi a que utilizei para classificar as justificações que os alunos deram às perguntas das duas primeiras tarefas. Com a classificação destas justificações pretendia perceber como são vistas pelos alunos as perguntas formuladas nos problemas.

Em todas as tarefas o meu interesse foi analisar as produções dos alunos realizadas em contexto formal de resolução individual de uma prova escrita. Este contexto formal de prestação de um prova de avaliação era fundamental, do meu ponto de vista, para colocar os alunos numa tensão que os levasse a procurar a obtenção de bons resultados. Deste modo, a minha interacção com os participantes limitou-se, em colaboração com a professora titular da turma, a apresentar os objectivos da tarefa e a garantir a formalidade do ambiente.

A recolha de dados

De acordo com as minhas expectativas que se podem resumir à afirmação de Lakatos (1976, p.70) citado por Kilpatrick (1987, 131) que "A problem never comes out of the blue. It is always related to our background knowledge", isto é, que os alunos só fariam perguntas às quais soubessem responder, as tarefas que foram pensadas inicialmente para a recolha de dados consistiam apenas em apresentar uma situação problemática e pedir aos alunos para formularem uma pergunta e resolverem o problema.

A primeira tarefa (pág. 26), no entanto, consistia apenas em justificar o porquê ou o para quê de uma pergunta formulada pelos próprios alunos. Com esta tarefa pretendia responder à primeira questão da investigação: perceber como são vistas pelos alunos as perguntas formuladas nos problemas. Assim foi apresentado um texto e pedido que formulassem uma ou mais perguntas mas, em vez de responder, deveriam justificar o porquê ou para quê dessa pergunta. Na análise procedeu-se à constituição de grupos de justificações que apresentassem características semelhantes que vieram a definir as categorias emergentes. Classificaram-se ainda as perguntas quanto à sua incidência matemática, usando-se os tópicos do Programa de Matemática do Ensino Básico como categorias definidas *a priori*.

A segunda tarefa (pág. 32) continha duas partes, além da primeira, igual em todas as tarefas, a que correspondiam dois objectivos diferentes:

1. verificar se os alunos mantinham o modo como viam as perguntas dos problemas (cf. primeira tarefa), mas desta vez justificando perguntas escolhidas de um conjunto de quatro que apareciam já formuladas para o

mesmo contexto. Estas justificações foram classificadas procedendo-se de modo semelhante ao que se obteve na primeira tarefa, mas tendo em conta as categorias já obtidas.

2. verificar se escolhiam uma pergunta adequada para responderem, também de um conjunto de quatro perguntas já formuladas, no sentido de obter dados para responder, em parte, à segunda pergunta da investigação. Estes dados foram classificados por categorias definidas *a priori*: representação utilizada na resposta e respectiva correcção.

Na terceira (pág. 39) e na quarta (pág. 45) tarefa foi pedido aos alunos para responderem às questões por si formuladas perante determinados contextos ou situações problemáticas. Estas tarefas corresponderam ao que inicialmente foi pensado, com o objectivo de recolher dados para a segunda e terceira questões da investigação, ou seja, *se os alunos manifestam dificuldades de compreensão dos dados ou do contexto na resposta a perguntas por si formuladas* e se *exigem novos conceitos ou procedimentos matemáticos, ou implicam uma simples aplicação dos procedimentos ou conceitos já ensinados*. Estes dados foram classificados pelas categorias acima referidas, nomeadamente quanto à incidência matemática da questão formulada e quanto à representação icónica ou simbólica usada na resposta, e respectiva correcção.

Como já foi dito acima, algo comum a todas estas tarefas era a obrigatoriedade de serem lidas apenas pelos alunos, no que dizia respeito à parte do enunciado das situações problemáticas.

O quadro seguinte resume a sequência das tarefas realizadas, ordenadas pela data da sua realização e o tempo de que os alunos dispuseram para a sua realização. As datas de realização das tarefas não foram premeditadas, antes aconteceram por conveniência e disponibilidade minha.

N.º	Data	t (min)	Tarefa	Sinopse do contexto
1	2010-02-03	20	Formular uma pergunta e justificar a sua razão ou objectivo.	Compra de leite a 3€ cada conjunto de 6 pacotes de litro.
2	2010-02-18	40	a) Seleccionar uma de 4 perguntas e justificar a escolha. b) Seleccionar uma de 4 perguntas e responder.	
3	2010-04-22	30	Formular uma pergunta e responder.	Viagem de uma turma no teleférico do Zoo de Lisboa.
4	2010-05-06	30		Número de passos entre postes de iluminação no passeio de uma rua.

Quadro 1: Organização da recolha de dados.

Local do estudo

Dado que é comum a referência à influência de aspectos sócio-económicos e culturais nos resultados escolares, parece-me pertinente caracterizar minimamente o meio onde foi efectuado o trabalho de campo, sobretudo no sentido de se perceber que não se trata de um meio elitista ou muito favorecido, nem de um meio muito carenciado ou degradado. Por questões éticas e para preservar o anonimato dos participantes esta caracterização é necessariamente superficial.

O trabalho de recolha de dados ocorreu numa escola pública da periferia de Lisboa. Trata-se de um edifício novo situado numa zona dominada por bairros habitacionais cuja construção remonta à década de 70, intercalado por novas construções, mostrando algum crescimento demográfico. Este crescimento revela-se também na actividade económica que a par de algum comércio e serviços de pequenas e médias empresas sofre já a pressão do aparecimento de grandes superfícies comerciais. O tecido social, não sendo dos mais diversificados em termos étnicos, quando comparado com outras zonas da periferia de Lisboa, é bastante heterogéneo no que diz respeito ao nível económico da população.

A escola tem um corpo docente jovem, que tem conseguido manter-se com alguma estabilidade. Isto reflecte-se na dinâmica activa do envolvimento da comunidade educativa, com alguma tradição no desenvolvimento de projectos.

Os participantes no estudo

A escolha da turma e da professora foi por minha conveniência enquanto investigador. Conhecia a turma e a professora pela sua frequência no Programa de Formação de Matemática para professores do 1º ciclo (PFCM). Na altura da participação nesse programa, a turma estava no seu 1º ano de escolaridade. A professora acompanhou a mesma turma até o 3º ano, no qual foi alvo deste estudo. Por conhecimento da escola sabia, à partida, que me seria facilitado o acesso. Era portanto alguém com quem havia facilidade de comunicação. A turma, no início do seu 3º ano lectivo contava com dezanove alunos e, já depois de iniciada a aplicação das tarefas, veio a integrar mais um aluno. Uma vez que este aluno não realizou as primeiras tarefas e a professora não o conhecia de anos anteriores, as suas produções não integram o conjunto das produções analisadas. Outros dois alunos não participaram no estudo, uma vez que usufruíam de um plano pedagógico especial e exigiam um apoio muito particular na realização de actividades próprias. Foram então dezassete os alunos participantes no estudo, todos com oito anos de idade completados até 31 de Dezembro de 2009 (ano lectivo 2009/2010). Alguns dos alunos ainda se lembravam de mim por ter colaborado na dinamização de cinco sessões de aula, no âmbito do PFCM, quando frequentavam o 1º ano de escolaridade. Por evidentes questões éticas mantive o anonimato, optando por substituir os seus nomes por nomes próprios fictícios e correspondentes abreviaturas.

Na medida em que podia haver necessidade de proceder a uma verificação do por quê de uma determinada pergunta ou resposta estar integrada numa determinada categoria, essa identificação da pergunta foi feita através da abreviatura do nome fictício de cada participante, seguida de um número, para o caso deste ter feito mais do que uma pergunta.

Participantes por ordem alfabética dos nomes fictícios e abreviatura					
Alice	Ali	Edgar	Edg	Marco	Mar
Artur	Art	Filipe	Fil	Nicolau	Nic
Bela	Bel	Frederico	Fre	Ricardo	Ric
Bianca	Bia	Laura	Lau	Roberto	Rob
Carla	Car	Leonor	Leo	Tiago	Tia
Celestino	Cel	Madalena	Mad		

Quadro 2: Participantes por ordem alfabética e respectiva abreviatura.

Daqui em diante, sempre que me referir aos alunos, estarei a referir-me especificamente aos alunos que elaboraram as perguntas e ou respostas neste estudo, salvo se o explicitar de outra forma.

Capítulo 4

ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo vou mostrar os processos de análise realizados em cada uma das tarefas, nomeadamente às perguntas formuladas pelos alunos, às justificações para terem formulado ou seleccionado essas perguntas e às resoluções dos problemas por eles formulados sempre a partir de situações problemáticas que lhes foram propostas.

A análise foi precedida pela transcrição de todas as produções dos alunos. Optei por transcrevê-las para uma folha de cálculo, o que me permitiu proceder mais facilmente à ordenação dos dados de acordo com as codificações que foram surgindo.

Nas análises de conteúdo que fiz usei categorias estabelecidas *a priori* e categorias emergentes, Fiorentini e Lorenzato (2006). As categorias definidas *a priori* são as estabelecidas pela literatura, pelo conhecimento construído, como por exemplo, os tópicos do programa ou currículo que utilizei para categorizar alguns dados e que podem estar impressos nos próprios dados, de acordo com a metáfora do ginásio cheio de brinquedos variados (Bogdan e Biklen, 1994). As categorias emergentes são as que resultam do trabalho de interpretação do investigador sobre os dados de campo.

Em primeiro lugar, na Tarefa 1 (pág. 26), fiz uma análise às justificações dos alunos para as perguntas por si formuladas utilizando categorias emergentes. Em segundo lugar fiz uma análise quanto à incidência matemática de cada uma das perguntas formuladas utilizando as categorias definidas *a priori* pelo Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB, 2007). Na segunda tarefa (pág. 32), as justificações dos alunos foram feitas a perguntas escolhidas de entre as que já estavam formuladas e analisei-as com as categorias emergentes encontradas na primeira tarefa, mas de forma aberta, isto é, de modo a poder descobrir e integrar novas categorias. Entretanto, na última parte da segunda tarefa, que consistia em responder a uma pergunta seleccionada de entre um conjunto de perguntas já formulas, a análise incidiu sobre a correcção das respostas e representações exibidas pelos alunos nas respectivas resoluções. Na análise às representações utilizei como categorias *a priori* as representações icónicas (e/ou esquemas) e as representações simbólicas. Quanto à correcção das respostas considerei *a priori* as categorias correcto e incorrecto, uma vez que não dependem da minha interpretação, mas fazem parte da própria cultura profissional.

Na terceira (pág. 39) e na quarta tarefa (pág. 45) foram feitas análises às perguntas, quanto à incidência matemática e às respostas, quanto à correcção e representações exibidas. Tanto uma como outra nos mesmos moldes das que já expliquei acima.

No sentido de permitir ao leitor um acesso mais rápido e cómodo à forma como os dados foram analisados optei por incluir os quadros com os dados organizados de acordo com cada análise efectuada, em vez de os remeter para anexos.

No decurso da análise efectuada às produções dos alunos em cada tarefa explico o processo utilizado. Eventuais avanços na interpretação ou discussão dos resultados limitam-se a esclarecer opções tomadas no decurso da análise das produções dos alunos, remetendo a discussão mais aprofundada para o capítulo seguinte.

Alguns dos problemas de análise obrigaram-me a um processo de ponderação e à tomada de opções que se baseiam, evidentemente, na subjectividade da minha interpretação. No entanto, sempre que tal ocorrer, terei o cuidado de o assinalar e indicar o sentido que lhes dei.

Tarefa 1

I. Lê com atenção este texto.

O pai pediu ao João que fosse comprar leite ao supermercado. O leite estava embalado em conjuntos de seis pacotes de litro. Cada conjunto de seis pacotes de leite custava três euros.

II. Se fosses professor, que perguntas fazias para dares um problema, com este texto, aos teus alunos? Explica por que fizeste essa(s) pergunta(s).

Figura 2: Tarefa 1

Todos os 17 alunos realizaram esta tarefa. Das 29 perguntas formuladas, pelo menos 19 foram justificadas. O Nicolau, por exemplo, faz 5 perguntas e escreve apenas uma justificação depois da segunda. Também a Leonor justifica apenas a sua quarta pergunta. O Marco, o Roberto e o Tiago não justificam a pergunta que formularam.

Análise das justificações às perguntas formuladas

A primeira análise que realizei a estes dados é um exemplo da análise de conteúdo a partir de categorias emergentes (Fiorentini e Lorenzato, 2006). Tratou-se da análise das justificações que os alunos deram às suas perguntas. Comecei por perceber, na lista das justificações, que o eixo vertical que orientaria o processo seria o "*porque*" ou o "*para que*" (~ *fiz esta pergunta*) que aparecia na sua maioria. Constituindo grupos de justificações com expressões semelhantes e analisando cuidadosamente a sua relação com as perguntas, fui constituindo categorias atribuindo-lhes designações como, por exemplo, justificações dadas como adequadas, como destinadas à avaliação..., até obter um número mínimo de categorias disjuntas que englobassem todos os dados disponíveis ou passíveis de serem interpretados.

O quadro apresentado a seguir resulta dessa categorização das justificações.

N	Pergunta	Justificação	Categorias
Car	Se um conjunto de seis pacotes custava 6€ e o João trouxesse seis conjuntos, quantos euros ele gastou?	Porque é apropriado a eles.	Adequação
Fre.2	Se fosse 6 leites qual era o triplo?	Porque são seis leites.	
Ali.1	Se houvesse o triplo de embalagens, quantas teria? É 18.	Eu escolhi esta pergunta para saber se os meus alunos sabiam calcular o triplo.	Avaliação
Art	Quanto custava os pacotes de leite?	Porque queria saber se os meus meninos sabem quanto custa os pacotes de leite.	
Leo.4	Quantos pacotes de leite estavam numa embalagem?	Eu fazia esta pergunta para ver se estavam com atenção.	
Cel.1	Se juntasses o triplo, quanto dava?	Achei que esta pergunta era boa porque juntasse mais contas e é mais difícil.	Desafio
Cel.2	Se eu tivesse 10 em cada uma?	Escolhi esta pergunta porque é ainda mais difícil.	Desafio
Cel.3	Se tivesse 20 embalagens quantas eram?	Escolhi esta pergunta é contar mais.	
Mad	Se o João comprasse sete pacotes, quanto custava?	Eu acho que é uma pergunta boa porque é fácil e difícil.	
Ali.2	Quantos grupos de 2 conseguia fazer com o dobro desta embalagens? É 36.	Eu faria esta pergunta para tirar as dúvidas aos meus alunos.	Ensino
Bel.2	Quantos pares de pacotes de leite?	Porque podem contar de 2 em 2.	
Edg	Se o pai comprasse 7 conjuntos de seis pacotes de leite, quantos seriam?	Eu fiz esta pergunta para que os meninos que têm dificuldade nas tabuadas a saberem um bocadinho melhor.	
Fil	Se o João fosse comprar cinco pacotes de leite, quantos pacote de leite teria? 5X6=30	Escolhi esta pergunta porque ajudas os meninos a fazer a tabuada e quase toda a gente gosta de fazer as tabuadas.	
Nic.2	Se fossem 4 embalagens, quanto era o total?	Explicação: Porque que eles aprendem a multiplicação.	
Bia	Quantos ao todo são?	Porque é importante saber quantos são de leites.	Necessidade
Fre.1	Quantos leites existem no total?	Eu achei que esta pergunta era boa porque acho-a boa.	
Lau	Quantos euros tinha que pagar o João?	Fazia esta pergunta porque acho que era a pergunta mais adequada para fazer.	
Ric.	Quanto dinheiro gastei ao todo?	Porque eu quero saber quanto dinheiro pago ao todo.	
Bel.1	Quantos pacotes de leite são?	Porque é mais difícil.	
Leo.1	Se fosse o dobro dos pacotes de leite, quantos seriam?		Sem justificação
Leo.2	Se precisasse de pacotes de leite para uma turma de 24 alunos, quantos pacotes tinha de comprar?		
Leo.3	Se uma embalagem de seis leites custa três euros, quanto precisava para o triplo?		

(Continua na página seguinte)

(continuação)

N	Pergunta	Justificação	Categorias
Mar	Cada pacote custava três euros. Quanto custava 12 pacotes de leite?		Sem justificação
Nic.1	Quantos são os pares?		
Nic.3	Se forem 7 pares quantos leites eram?		
Nic.4	São 7 embalagens, quantos eram os leites?		
Nic.5	São 8 embalagens e cada uma tem 1 litro, quantos litros são?		
Rob	Quantos leites o João comprou ao todo?		
Tia	Se cada conjunto de 6 pacotes custava três euros, quanto custava um conjunto de 10 pacotes?		

Quadro 3: Justificações da Tarefa 1 ordenadas pela categoria atribuída.

O quadro dos dados acima apresentado organiza as justificações pelas categorias em que foram incluídas, e que constituem categorias obtidas a partir dos dados.

Na categoria Adequação englobei as justificações que expressam a oportunidade da pergunta. No entanto, esta oportunidade pode não ter exactamente o mesmo sentido. A Carla justifica a sua pergunta com a expressão "apropriada a eles" como sendo adequada aos alunos. Já o Frederico justifica a sua pergunta com a expressão "porque são seis leites" referindo-se à sua própria pergunta "se fosse 6 leites qual era o triplo?". Também as perguntas da Laura e primeira do Frederico, que pela justificação só por si, parecem pertencer à categoria Adequação, uma vez que usam expressões como "era a mais adequada", olhadas pelo prisma da pergunta são remetidas para a categoria Necessidade, pois são, do meu ponto de vista, perguntas que parecem pertencer a um imperativo que advirá de falhas no contexto apresentado: "é importante saber quantos são" ou do que alguns alunos perguntam "Quantos ao todo são?", exactamente pelo imperativo de se saber, primeiro que tudo, quantos pacotes de leite o João comprou ou quanto pagou pelo que comprou.

A categoria Necessidade exprime exactamente este imperativo acima referido.

A categoria Avaliação engloba as justificações em que os alunos referem explicitamente que o objectivo da pergunta é avaliar.

A categoria Ensino contém todas as justificações que indicam preocupações de ordem da aprendizagem ou da actividade relacionada com o aprender, como a justificação da Bela à sua segunda pergunta “Porque podem contar de 2 em 2”.

A categoria Desafio envolve todas as expressões onde é feita qualquer referência à facilidade ou dificuldade da pergunta, excepto quando se relaciona com a falta de dados no texto, que remete para a categoria necessidade, tal como a justificação da Bela à sua primeira pergunta.

Análise das perguntas quanto à incidência matemática

Ainda na Tarefa 1 faço outra análise, agora com categorias definidas *a priori* sendo constituídas pelos conteúdos programáticos identificados como tópicos no PMEB (2007).

As perguntas cujo tópico do programa não é evidente, aparecem descritas como não descortináveis (ND) ou seja, de difícil interpretação.

Uma das categorias que aparece nesta categorização e que não é exactamente um tópico é a localização de dados, que tem a ver com o objectivo específico do PMEB (2007) “Identificar o objectivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema.” (pág. 30), isto é, tem a ver com a capacidade de identificar informação relevante num dado problema.

Esta análise permitiu-me observar os conteúdos que os alunos estavam a trabalhar e para os quais estavam mais despertos.

O código ND corresponde a perguntas cuja incidência matemática não é descortinável. Por exemplo, a pergunta do Ricardo “Quanto dinheiro gastei ao todo?” não especifica em quantos pacotes de leite tornando difícil interpretar o objecto da pergunta.

Tal como aconteceu na análise das justificações, foi necessário olhar para ambos os dados simultaneamente: a pergunta e a justificação, mas esta solução só funcionou quando a justificação esclarecia o sentido da pergunta.

N	Pergunta	Categoria
Bel.1	Quantos pacotes de leite são?	*ND
Bia	Quantos ao todo são?	*ND
Fre.1	Quantos leites existem no total?	*ND
Lau	Quantos euros tinha que pagar o João?	*ND
Ric.	Quanto dinheiro gastei ao todo?	*ND
Rob	Quantos leites o João comprou ao todo?	*ND
Art	Quanto custava os pacotes de leite?	Localização de dados
Leo.4	Quantos pacotes de leite estavam numa embalagem?	Localização de dados
Ali.1	Se houvesse o triplo de embalagens, quantas teria? É 18.	Multiplicação
Car	Se um conjunto de seis pacotes custava 6€ e o João trouxesse seis conjuntos, quantos euros ele gastou?	Multiplicação
Cel.1	Se juntasses o triplo, quanto dava?	Multiplicação
Cel.2	Se eu tivesse 10 em cada uma?	Multiplicação
Cel.3	Se tivesse 20 embalagens quantas eram?	Multiplicação
Edg	Se o pai comprasse 7 conjuntos de seis pacotes de leite, quantos seriam?	Multiplicação
Fil	Se o João fosse comprar cinco pacotes de leite, quantos pacote de leite teria? 5X6=30	Multiplicação
Fre.2	Se fosse 6 leites qual era o triplo?	Multiplicação
Leo.1	Se fosse o dobro dos pacotes de leite, quantos seriam?	Multiplicação
Leo.2	Se precisasse de pacotes de leite para uma turma de 24 alunos, quantos pacotes tinha de comprar?	Multiplicação
Leo.3	Se uma embalagem de seis leites custa três euros, quanto precisava para o triplo?	Multiplicação
Mad	Se o João comprasse sete pacotes, quanto custava?	Multiplicação
Mar	Cada pacote custava três euros. Quanto custava 12 pacotes de leite?	Multiplicação
Nic.2	Se fossem 4 embalagens, quanto era o total?	Multiplicação
Nic.4	São 7 embalagens, quantos eram os leites?	Multiplicação
Nic.5	São 8 embalagens e cada uma tem 1 litro, quantos litros são?	Multiplicação
Tia	Se cada conjunto de 6 pacotes custava três euros, quanto custava um conjunto de 10 pacotes?	Multiplicação
Ali.2	Quantos grupos de 2 conseguia fazer com o dobro desta embalagens? É 36.	Multiplicação Relações numéricas
Bel.2	Quantos pares de pacotes de leite?	Relações numéricas
Nic.1	Quantos são os pares?	Relações numéricas
Nic.3	Se forem 7 pares quantos leites eram?	Relações numéricas
*ND – Não descortinável, de difícil interpretação.		

Quadro 4: Perguntas da Tarefa 1 ordenadas pela categoria de incidência matemática.

A primeira pergunta da Alice “Se houvesse o triplo de embalagens, quantas teria?" parece uma pergunta de simples identificação uma vez que a resposta lógica seria três embalagens. No entanto o facto de responder que são dezoito e justificar que queria saber se os alunos sabiam calcular o triplo levou-me a incluir esta pergunta dentro da categoria da Multiplicação. Também a segunda pergunta da Alice revela uma extrema dificuldade de interpretação. Ter em conta que a resposta – 36 – é correcta, leva-nos a considerar um raciocínio elaborado. No texto da pergunta podemos considerar várias omissões de palavras e, ainda mais, de conteúdo não evidente. Por exemplo, podíamos considerar que a aluna estaria a perguntar quantos grupos de dois pacotes se conseguia fazer com o dobro de seis embalagens de seis pacotes, única formulação que me pareceu possível resultar 36 grupos de 2. Apesar de toda esta dificuldade de interpretação decidi considerar a categoria da Multiplicação porque, seja como for, é esse o objectivo da pergunta.

A pergunta da Madalena "Se o João comprasse sete pacotes, quanto custava?" parece exigir, para a sua resolução, um modelo mais complexo do que a simples multiplicação. Parece uma pergunta para a qual é preciso saber o valor da unidade, (pacote) para poder depois multiplicar. Estaremos diante de um raciocínio proporcional, ou somente se trata de uma confusão entre pacotes e embalagens? Pareceu-me mais plausível optar pela segunda hipótese dada a idade da aluna e o seu nível de escolaridade.

Por fim, esta última análise levou-me à observação casual de que todas as perguntas incluídas no grupo cuja incidência matemática não é descortinável (ND) começam pela palavra "quantos", ou uma variante em número e em género, sem introduzirem claramente novos dados. Já as perguntas que introduzem claramente dados ou restrições na formulação do problema começam com "se" e adiante acrescentam "quantos". Outras começam com uma afirmação que acrescenta os tais dados seguindo-se o "quantos", como a do Marco "Cada pacote custava três euros. Quanto custava 12 pacotes de leite?".

Esta ocorrência talvez se deva ao caso de esta situação problemática, este texto, parecer exigir a introdução de novos dados para uma formulação mais clara do problema.

Tarefa 2

I. Lê com atenção este texto.

O pai pediu ao João que fosse comprar leite ao supermercado. O leite estava embalado em conjuntos de seis pacotes de litro. Cada conjunto de seis pacotes de leite custava três euros.

II. Se fosses professor(a), quais das perguntas escolhias para dares um problema, com este texto, aos teus alunos? Explica por que escolheste essas perguntas.

a) Quem foi comprar leite ao supermercado?
b) De que marca era o leite?
c) Quanto custava 1 conjunto de seis pacotes de leite?
d) Se o João comprasse só 3 pacotes de leite, quanto tinha de pagar?

III. Escolhe uma boa pergunta para reponderes, mostra como consegues resolver e responde.

a) Quanto custava 1 conjunto de seis pacotes de leite?
b) Quanto custa só um pacote de leite?
c) Quanto custam 3 pacotes de leite?
d) Quanto custam 12 pacotes de leite?

Figura 3: Tarefa 2

Esta tarefa é, das quatro apresentadas neste estudo, a única que tem três partes, isto é, para além da primeira parte (comum a todas) em que se pede ao aluno que leia com atenção o texto da situação problemática, apresenta mais duas partes.

Dezasseis alunos fizeram esta tarefa. Neste dia o Celestino não esteve presente. Todos apresentaram justificação para a pergunta escolhida, tendo alguns seleccionado e justificado mais do que uma.

Análise das justificações às perguntas escolhidas

Das quatro perguntas apresentadas aos alunos, na segunda parte desta tarefa, apenas a última é uma pergunta típica de um problema deste género, capaz de aparecer num manual, a par de outras perguntas como quanto custavam o dobro de seis pacotes, ou metade dos seis pacotes. As três primeiras são perguntas de localização ou identificação de informação explícita no enunciado, típicas de exercícios elementares de interpretação da área da Língua Portuguesa. No entanto, a segunda pergunta não tem resposta possível a partir de dados fornecidos pelo texto.

O quadro abaixo apresenta os dados da segunda parte, ordenados por ordem alfabética da pergunta seleccionada e pela categoria da justificação pedida. As categorias, à excepção de uma, foram tomadas das obtidas na análise da Tarefa 1.

N	S	Pergunta	Justificação	Categorias
Art	a	Quem foi comprar leite ao supermercado?	Para ver se estão com atenção.	Avaliação
Fil	a		Para ver se estavam com atenção.	
Leo.1	a		Era para saber quem estava com atenção.	
Nic.1	a		Porque eles têm de aprender quem faz as coisas.	Norma Social
Nic.2	b	De que marca era o leite?	Quero que saibam as marcas.	Ensino
Bia	b		Porque acho que os meninos tem de fazer	Norma Social
Rob	c	Quanto custava 1 conjunto de seis pacotes de leite?	Porque as outras perguntas não serviam.	Adequação
Fre.1	c		Para ver se eles estava com atenção.	Avaliação
Bel	c		Escolhi esta pergunta porque era mais fácil.	Desafio
Mar	c		Eu escolhi esta pergunta porque faz ler os alunos o texto melhor porque há uns preguiçosos.	Ensino Avaliação
Car	d	Se o João comprasse só 3 pacotes de leite, quanto tinha de pagar?	Esta pergunta é mais interessante destas todas.	Adequação
Fre.2	d		Porque é boa.	
Lau	d		Eu fazia esta pergunta porque acho que era a mais importante para fazer.	
Ali	d		Eu fazia esta pergunta para saber se os meus alunos estavam com atenção.	Avaliação
Leo.2	d		Era para saber quem estava com atenção.	
Ric	d		Quero saber o total.	Desafio
Tia	d		Eu escolhi estas perguntas porque são difíceis e faz os alunos pensar e raciocinar.	
Mad	d		Porque é um bocadinho difícil e é uma boa pergunta para os alunos.	Desafio Adequação
Edg	d		Escrevi esta pergunta para que os meninos que não sabem bem os euros o saberem um bocadinho melhor.	Ensino

Quadro 5: Dados da segunda parte da Tarefa 2 ordenados por alínea da pergunta.

A análise de conteúdo desta parte da tarefa incidiu apenas sobre as justificações, usando-se as categorias encontradas na Tarefa 1, como sendo categorias definidas *a priori*. As justificações dos alunos foram incluídas em apenas quatro das categorias das já definidas – Adequação, Avaliação, Ensino, Desafio. A categoria que não inclui nenhuma justificação é Necessidade. Duas justificações, uma do Nicolau e outra da Bianca indiciam um novo grupo, o qual teve de ser descrito com uma nova categoria. Por um lado, a justificação que o Nicolau dá à primeira pergunta “Porque eles têm de aprender quem faz as coisas.”, a qual é bastante assertiva, mas o seu significado não é claro, invocando, possivelmente, razões de ordem social ou moral que impõem aos mais novos, aos filhos ou aos alunos, fazer o que os mais velhos, os pais ou os professores pedem. Por outro lado, a construção frásica da justificação da Bianca, “Porque acho que os meninos tem de fazer” que não é tão clara como parece, dando a sensação de que se enganou e que substituiu *saber* por *fazer*, sobretudo porque não parece condizer com a pergunta escolhida. Em todo o caso, o imperativo da frase torna a justificação muito próxima da apresentada pelo Nicolau, reforçando a criação de uma categoria que designei por “Norma Social”.

Análise das respostas quanto à correcção e representações utilizadas

Na terceira parte da Tarefa 2, os alunos tinham de seleccionar uma pergunta para responder de entre quatro que lhes eram apresentadas. Destas, a primeira é uma pergunta de localização de informação contida no texto (o preço do conjunto dos 6 pacotes), a segunda incide sobre o preço de apenas um pacote (1/6), a terceira, sobre o preço de 3 pacotes (metade) e a quarta, sobre o preço de 12 pacotes (dobro).

A análise de conteúdo dos dados da terceira parte da tarefa consistia em fazer um levantamento das perguntas seleccionadas. Pretendia ver que pergunta os alunos escolhiam mais, se era a que incidia sobre o dobro, sobre a metade, sobre um sexto ou apenas a de localização de dados, para verificar em que conteúdo específico se sentiam mais à vontade.

Entretanto, a quantidade de respostas erradas à pergunta que seleccionaram levou-me a listar as perguntas seleccionadas por cada aluno e a categorizá-las de acordo com o valor correcto (1) e incorrecto (0) – quinta coluna, **V** no cabeçalho – da resposta e ainda pelo tipo de representação exibido – representação icónica e representação simbólica.

O quadro seguinte apresenta os dados ordenados pela alínea da pergunta correspondente, pela categoria correcta ou incorrecta da resposta e pelo tipo de representação.

N	S	Pergunta	Resposta	V	Categoria
Bel	a	Quanto custava 1 conjunto de seis pacotes de leite?	(cf rep. - figura 5) Um conjunto de 6 pacotes custava 3€.	1	Icón. Simb.
Edg	a		(cf rep. - figura 4) Um conjunto de 6 pacotes custa 6 euros.	0	Icón. Simb.
Lau	a		Custava 6 € porque cada pacote custava 3€.	0	Simb.
Rob.1	a		1+6=7	0	Simb.
Art	b	Quanto custa só um pacote de leite?	1x3=3 Custa 3€	0	Simb.
Bia	b		3 pacotes custa 3€; 1 pacote conta 1€; Porque 3 pacotes é 3€.	0	Simb.
Fre	b		1x12=12 Um pacote 12€ euros.	0	Simb.
Rob.2	b		3x1=3	0	Simb.
Ali	c	Quanto custam 3 pacotes de leite?	(cf rep. - figura 7)	0	Icón. Simb.
Fil	c		3x3=9 Custa 9€	0	Simb.
Mar	c		Três pacotes de leite custam 9€.	0	Simb.
Car	d	Quanto custam 12 pacotes de leite?	6p=3€; 12p=6€ Custam 6€ os 12 pacotes.	1	Simb.
Leo	d		3x12=16	0	Simb.
Mad	d		12x3=36 Custa 36 euros.	0	Simb.
Nic	d		12x3=36 Custava 36 euros	0	Simb.
Ric	d		12x3=36 R.: 12 pacotes de leite custa 36€	0	Simb.
Tia	d		3x12 Custam 36 euros.	0	Simb.

Quadro 6: Dados da terceira parte da Tarefa 2 ordenados pela alínea da pergunta.

Cada aluno escolheu apenas uma pergunta para responder, com excepção do Roberto, que parece seleccionar as duas primeiras. Uma vez que apresenta apenas as operações e não escreve as respostas apenas se pode supor, através dos números usados como dados, que 1+6=7 responderia à primeira “a) Quanto custava 1 conjunto de seis pacotes de leite?”, e que 1x3=3 responderia à segunda “b) Quanto custava apenas um pacote de leite?”. Tal como o Roberto, mais alunos não escrevem por extenso a sua resposta, limitando-se a apresentar os cálculos efectuados. Esses cálculos ou representações icónicas foram tomados como resposta.

Além do Roberto, os outros alunos que também seleccionaram a primeira pergunta para responder, com excepção da Bela de quem falaremos a seguir, são o Edgar e a Laura. Tanto um como outro procuram raciocinar sem, aparentemente, ter em conta que a resposta está no texto. O Edgar chega a fazer uma representação esquemática que lhe poderia facilitar o acesso ao preço por pacote, mas assume que este vale 1€ e que o conjunto de seis pacotes vale 6€.

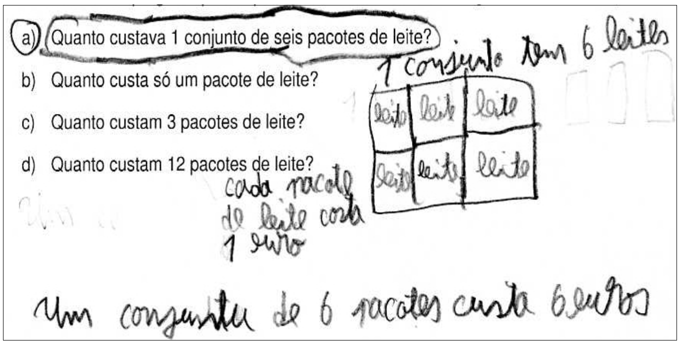
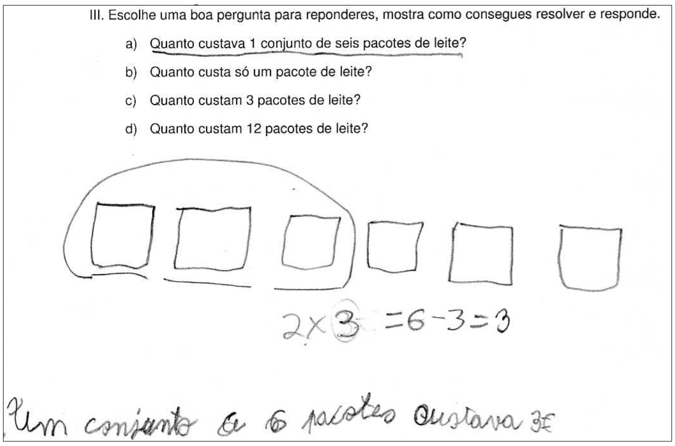


Figura 4: Resolução da alínea III.a) da Tarefa 2 apresentada pelo Edgar.

Contrariamente ao que eu poderia esperar, o uso de representações icónicas ou esquemas como meios auxiliares de cálculo não contribuiu, pelo menos de forma evidente nesta situação, para um melhor desempenho na resolução correcta do problema. De qualquer modo decidi procurar esta relação na análise das produções dos alunos em cada tarefa. Um exemplo inesperado de uma representação exibida, tanto icónica como simbólica, é o trabalho apresentado pela Bela.

A resposta da Bela está correcta (Figura 5). No entanto, recorre a uma representação icónica e simbólica (2x3=6-3=3) que deixa o seu raciocínio ou o motivo que a levou a apresentar este cálculo, não descortinável, a não ser por uma explicação que não tenho da própria aluna. Sou tentado a pensar que a Bela sabia a resposta, por a localizar no texto, por exemplo, mas, pensando que tinha de apresentar um cálculo, escreveu simplesmente uma expressão cujo resultado fosse 3€. Contudo, tal como está, não há qualquer evidência que torne esta interpretação plausível.



III. Escolhe uma boa pergunta para reponderes, mostra como consegues resolver e responde.

a) Quanto custava 1 conjunto de seis pacotes de leite?

b) Quanto custa só um pacote de leite?

c) Quanto custam 3 pacotes de leite?

d) Quanto custam 12 pacotes de leite?

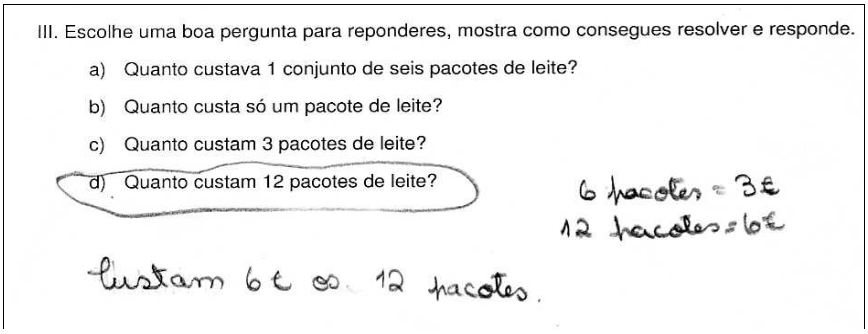
2x3 =6-3=3

Um conjunto de 6 pacotes custava 3€

Figura 5: Resolução da alínea III.a) da Tarefa 2 apresentada pela Bela.

De todas as respostas às perguntas seleccionadas apenas duas indicam o resultado esperado. A da Bela, e a da Carla à última pergunta "Quanto custam 12 pacotes de leite?".

A Carla responde correctamente e expressa o seu raciocínio através de uma representação de aparato bastante formal. Talvez porque estão a ser trabalhadas na turma noções de dobro/metade, triplo/terça parte, parece-me que a aluna se apercebe que uma duplicação do número de pacotes corresponde a uma duplicação do preço.



III. Escolhe uma boa pergunta para reponderes, mostra como consegues resolver e responde.

a) Quanto custava 1 conjunto de seis pacotes de leite?

b) Quanto custa só um pacote de leite?

c) Quanto custam 3 pacotes de leite?

d) Quanto custam 12 pacotes de leite?

6 pacotes = 3€

12 pacotes = 6€

Custam 6€ os 12 pacotes.

Figura 6: Resolução da alínea III.d) da Tarefa 2 apresentada pela Carla.

Outras duas alunas, apresentam resoluções que, apesar de incorrectas merecem alguma atenção. São as resoluções apresentadas pela Bianca e pela Alice.

A Bianca responde à pergunta da alínea b) "Quanto custa só um pacote de leite?" e segue um raciocínio multiplicativo correcto, mas atribui o preço de 3€ a 3 pacotes e não aos 6, de acordo com o texto.

A Alice responde à terceira pergunta do problema, "Quanto custam 3 pacotes de leite?”. Mostra uma representação esquemática que poderia facilitar a conclusão de que três pacotes custavam metade dos seis. No entanto, como se pode ver na Figura 7, parece haver indícios de que ela interpreta os “3 pacotes” pedidos na pergunta como sendo 3 conjuntos (embalagens). Parece-me possível pensar que a aluna faz confusão entre pacotes e embalagens.

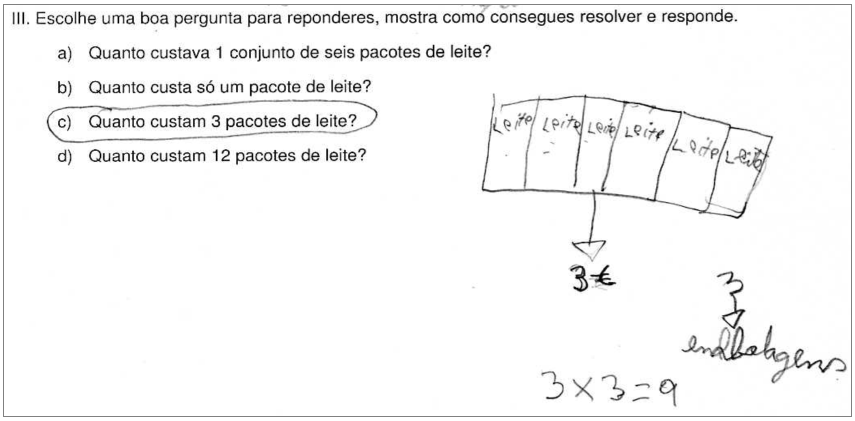


Figura 7: Resolução da alínea III.c) da Tarefa 2 apresentada pela Alice.

Todos os restantes alunos que usam uma multiplicação na resolução do problema apresentam uma resposta incorrecta. As suas produções mostram como operacionalizam dois números (dados), sem se aperceber da necessidade de um terceiro valor ou relação que não está explícita no enunciado. Por exemplo o Nicolau (Figura 8) responde à pergunta “Quanto custam 12 pacotes de leite” multiplicando *inadequadamente* 3 (preço) por 12 (número de pacotes) sem ter em conta que 12 pacotes é o dobro de 6 e que, por isso, devia procurar o dobro de 3, ou recorrer à representação de 2 conjuntos de 6 pacotes com os respectivos preços.

Figura 8: Resolução da alínea III.d) da Tarefa 2 apresentada pelo Nicolau.

Tarefa 3

I. Lê com atenção este texto.

Uma turma de 19 alunos e a sua professora foram fazer uma visita de estudo ao Jardim Zoológico de Lisboa. Uma das actividades que fizeram foi andar no teleférico. Claro que em cada cabine só podiam ir duas pessoas.

II. Faz uma boa pergunta para transformar este texto num problema. Mostra como se pode resolver e responder à pergunta que fizeste .

Figura 9: Tarefa 3

A Tarefa 3 foi realizada por treze dos catorze alunos presentes. O Roberto não realizou a tarefa. O Artur e a Madalena formulam e respondem a duas perguntas, pelo que há, neste caso, quinze perguntas a considerar.

Análise das perguntas quanto à incidência matemática

Numa primeira análise procurei descortinar a incidência matemática das produções dos alunos tendo em conta apenas as perguntas. Tal como na análise sobre o mesmo conteúdo efectuada sobre os dados obtidos na Tarefa 1, considerei os tópicos do programa (PMEB, 2007) como categorias.

Como se pode observar no quadro apresentado a seguir (Quadro 7), há uma pergunta e resposta formulada sobre Adição, cinco sobre Subtracção, sete incluídas na categoria Multiplicação – Divisão, uma sobre Multiplicação e uma, cuja pergunta parece incidir sobre a localização de dados no contexto da situação mas à qual o aluno responde com uma multiplicação. Trata-se do trabalho apresentado pelo Artur, cuja pergunta “Quantos meninos e meninas andaram a pares no teleférico?” poderia ser respondida com o número de alunos da turma (19), informação que é indicada no contexto. No entanto, o Artur responde com uma multiplicação (2x19=38) “No teleférico andaram a pares 38 meninas e meninos.”. A razão que leva o Artur a apresentar esta resposta à sua pergunta só poderia ser descortinável com uma entrevista ao aluno, situação que não foi prevista dentro da metodologia deste estudo. Optei por considerar apenas a pergunta e incluir esta pergunta na categoria Localização de dados.

N	Pergunta	Categoria
Lau	Se acrescentasse mais 6 à turma, quantos ficaram na turma contando com a professora?	Adição
Art.1	Quantos meninos e meninas andaram a pares no teleférico?	Localização de dados
Ric	Se um teleférico por exemplo custava 26€ e 100 pessoas iam andar de teleférico quanto é que custava?	Multiplicação
Ali	Quantas cabines foram precisas para toda a turma?	Multiplicação, Divisão
Car	Quantos teleféricos gastaram?	Multiplicação, Divisão
Fil	Quanto teleféricos usaram?	Multiplicação, Divisão
Leo	Quantos teleféricos foram precisos para aquela turma? (Não te esqueças que o número de alunos era ímpar e que com a professora fica um número par!)	Multiplicação, Divisão
Mar	Quanto teleférico eram precisos para 19 alunos e 1 professora?	Multiplicação, Divisão
Nic	Se fossem 20 alunos, quantos teleféricos seriam usados?	Multiplicação, Divisão
Tia	Quantos teleféricos usariam para 19 alunos?	Multiplicação, Divisão
Art.2	Se faltassem 15 meninos, quantos restaram?	Subtracção
Bia	Se forem 11 meninos, quantos faltarão?	Subtracção
Edg	Se 12 dos alunos quisessem andar de teleférico, mas só houvessem 6 teleférico, quantos teleféricos teriam que haver?	Subtracção
Mad.1	Se faltassem 10 alunos, quantos iam à visita de estudo?	Subtracção
Mad.2	Se um teleférico se estragasse, quantos meninos iam andar?	Subtracção

Quadro 7: Dados da tarefa 3 categorizados quanto à incidência matemática.

Há uma razão para a diferença entre a categoria Multiplicação – Divisão e a categoria Multiplicação. As sete perguntas incluídas na categoria Multiplicação – Divisão pretendem saber o número de cabines usadas pela turma (um quociente), que claramente se insere dentro da operação divisão na qual temos como dividendo o número de ocupantes das cabines (19 alunos ou 20 alunos e professora) e como divisor o número de alunos por cabine (2). As estratégias que os alunos podem utilizar vão desde as contagens de agrupamentos passando pela adição sucessiva, a multiplicação por tentativa e erro, até à divisão formal como a apresentada pela Leonor (20x½). Este conjunto de estratégias insere-se então dentro da actividade mais abrangente das estruturas multiplicativas. Na categoria Multiplicação insere-se o trabalho apresentado pelo Ricardo que reformula completamente a situação do contexto e responde a uma pergunta que incide, precisamente, sobre a multiplicação.

Análise das respostas quanto à correcção e representações utilizadas

Numa segunda análise pretendi verificar então a representação exibida por cada aluno tendo em conta o valor correcto ou incorrecto da sua resposta. No quadro 8 apresentado a seguir, mostram-se os dados organizados por dois eixos de categorização: em primeiro lugar, na quarta coluna (**V** no cabeçalho), estão categorizados pelo valor correcto (1) ou incorrecto (0) da resposta. Em segundo lugar, na quinta coluna, subordinada à primeira, estão os dados categorizados pela representação exibida na resolução: representação icónica ou representação simbólica (escritas utilizando abreviaturas).

Dos quinze problemas formulados a resposta é correcta em 10 dos que usaram representações icónicas e/ou simbólicas. Destas apenas quatro são apenas simbólicas.

Os cinco problemas formulados cuja resposta não é correcta apenas um utiliza uma representação icónica e simbólica. Trata-se do trabalho apresentado pelo Filipe (figura 10), no qual se pode ver que a representação está correcta e o engano pode ter acontecido apenas na contagem.

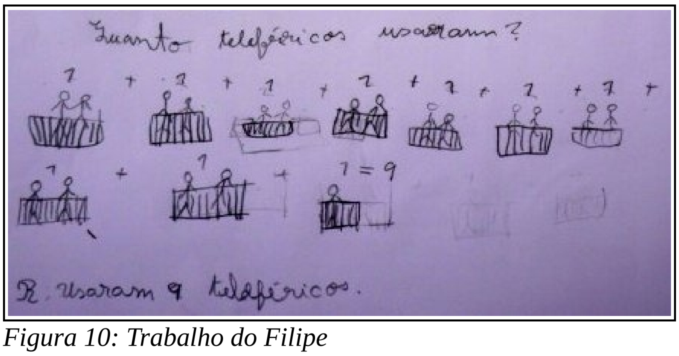


Figura 10: Trabalho do Filipe

A pergunta do Edgar “Se 12 dos alunos quisessem andar de teleférico, mas só houvessem 6 teleférico, quantos teleféricos teriam que haver?” e a sua resposta, “Teriam que haver mais 6 teleférico.”, foi considerada incorrecta por causa da sua resolução (12-6=6) e da palavra “mais” da resposta. De facto o aluno não está a considerar que cada cabine leva duas pessoas e que, portanto, a sua resposta devia dizer apenas que são necessárias seis cabines, e não *mais* seis.

N	Pergunta	Resposta	V	Representação
Fil	Quanto teleféricos usaram?	Icón. e 1+1+1+...+1=9 Usaram 9 teleféricos.	0	Icón. e Simb.
Art.1	Quantos meninos e meninas andaram a pares no teleférico?	2x19=38 No teleférico andaram a pares 38 meninas e meninos.	0	Simb.
Edg	Se 12 dos alunos quisessem andar de teleférico, mas só houvessem 6 teleférico, quantos teleféricos teriam que haver?	12-6=6 Teriam que haver mais 6 teleférico.	0	Simb.
Mad.2	Se um teleférico se estragasse, quantos meninos iam andar?	19-1=18 Só iriam andar 18 meninos.	0	Simb.
Ric	Se um teleférico por exemplo custava 26€ e 100 pessoas iam andar de teleférico quanto é que custava?	26x100=2600 Custava 6200€.	0	Simb.
Mar	Quanto teleférico eram precisos para 19 alunos e 1 professora?	Icón. São precisos 10 teleféricos.	1	Icón.
Nic	Se fossem 20 alunos, quantos teleféricos seriam usados?	Icón. Seriam usados 10 teleféricos.	1	Icón.
Tia	Quantos teleféricos usariam para 19 alunos?	Icón. Usariam 10 teleféricos.	1	Icón.
Ali	Quantas cabines foram precisas para toda a turma?	Eram precisas dez cabines.	1	Icón. e Simb.
Car	Quantos teleféricos gastaram?	Icón. e ½x20=10 Gastaram 10 teleférico.	1	Icón. e Simb.
Lau	Se acrescentasse mais 6 à turma, quantos ficaram na turma contando com a professora?	Icón. e 20+6=26 Ficaram na turma 26 meninos contando com a professora.	1	Icón. e Simb.
Leo	Quantos teleféricos foram precisos para aquela turma? (Não te esqueças que o número de alunos era ímpar e que com a professora fica um número par!)	19+1=20 → 20x½ =10 :) Bom trabalho	1	Simb.
Art.2	Se faltassem 15 meninos, quantos restaram?	19-15=4 Restaram 4 meninos.	1	Simb.
Bia	Se forem 11 meninos, quantos faltarão?	19-11=8 Foram oito.	1	Simb.
Mad.1	Se faltassem 10 alunos, quantos iam à visita de estudo?	19-10=9 Iriam nove alunos.	1	Simb.

Quadro 8: Dados da tarefa 3 categorizados quanto à correcção e representação exibida da resposta.

Outra resposta, incorrecta, resolvida com uma subtracção e que não considera que andam dois alunos em cada cabine, é a da Madalena No entanto era possível considerar a resposta correcta, caso só existissem 10 cabines no teleférico; se se estragasse só uma, poderiam andar 18 alunos, considerando também que a professora não andava.

A pergunta do Ricardo, com uma resolução meramente simbólica, chega a um resultado errado apenas porque não considera que cada cabine leva duas pessoas pelo que teria de multiplicar por 50 e não por 100. No entanto é preciso fazer algumas salvaguardas: primeiro parece haver uma clara confusão entre cabine e teleférico, o que não acontece só com o Ricardo; segundo, quando diz "pessoas" pode não estar a considerar os alunos de que fala o texto do problema, mas a reformular completamente os dados, omitindo o número de pessoas que leva cada cabine. Neste caso a sua resolução poderia ser considerada correcta. No entanto a opção que tomei foi considerá-la incorrecta, uma vez que o que era pedido na tarefa dada aos alunos era formular um problema com os dados fornecidos no texto.

A primeira pergunta do Artur, "Quantos meninos e meninas andaram a pares no teleférico?", cuja resposta, "No teleférico andaram a pares 38 meninas e meninos.", obtém pelo dobro de dezanove alunos, é a única que mostra uma total divergência entre a pergunta e a resposta. Repare-se como esta pergunta do Artur parece pertencer à categoria de justificação de "Avaliação" obtida na primeira análise da Tarefa 1, quando uma aluna justifica "para ver se estão com atenção", uma vez que a resposta lógica está no texto e seria que andaram dezanove alunos no teleférico. Será que a sua confusão está na relação metade (pares) – dobro?

Há que reconhecer a grande maioria de respostas correctas aos problemas formulados. No entanto também é verdade que nestes há um recurso frequente à representação icónica como auxiliar ou como confirmação do cálculo.

Um exemplo de uma resolução com recurso exclusivo à representação icónica é o trabalho do Marco, mostrado na página seguinte (Figura 11).

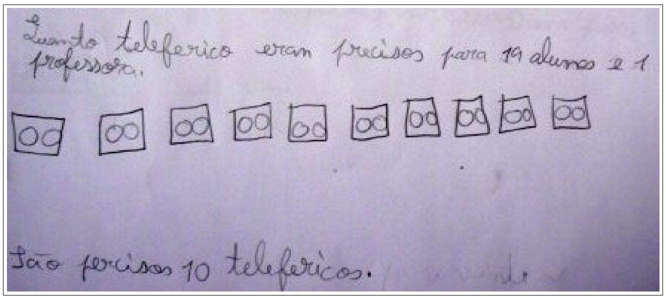


Figura 11: Trabalho do Marco

A Leonor é a única que apresenta uma representação exclusivamente simbólica dentro de uma estrutura multiplicativa (Figura 12).

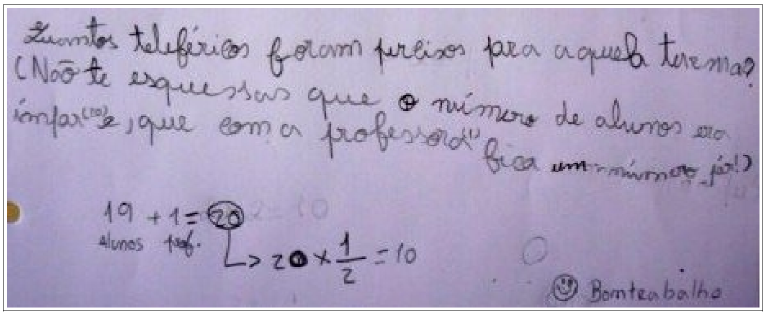


Figura 12: Trabalho da Leonor

Tarefa 4

I. Lê com atenção este texto.

A Helena andava no passeio da rua onde morava e reparou que havia 10 postes de iluminação, todos à mesma distância uns dos outros. Ela contou 36 passos certinhos entre o primeiro e o terceiro poste.

II. Faz uma boa pergunta para transformar este texto num problema de matemática. Responde à pergunta que fizeste e mostra como pensaste através de palavras, desenhos ou contas.

Figura 13: Tarefa 4

Dezasseis dos dezassete alunos da turma realizam esta tarefa. O Roberto não realiza a tarefa, isto é, não apresenta qualquer actividade registada na folha que lhe é entregue. O Nicolau formula duas perguntas pelo que temos a considerar dezassete perguntas e respostas.

Análise das perguntas quanto à incidência matemática

Nesta primeira análise às produções dos alunos, tal como nas tarefas anteriores, procurei descortinar a incidência matemática tendo em conta perguntas e respostas, usando como categorias os tópicos do programa (PMEB, 2007).

O quadro 9 a seguir apresentado, mostra como a maioria das perguntas formuladas pelos alunos recaem sobre um mesmo interesse e incidência matemática.

São catorze, entre dezassete, as perguntas formuladas que pretendem saber o número de passos entre determinado número de postes. Apenas duas manifestam outros interesses e uma não pude considerar pela dificuldade de interpretação que oferece. Esta, assinalada com o código ND, formulada pela Madalena, parece incompleta “Se ela só contasse 19 passos.” e a resposta não contribui para a compreensão do que a aluna pretende saber.

O Frederico produz uma das formulações que não procura saber o número de passos entre postes. Nesta sua pergunta apenas aproveita os postes como elemento do contexto fornecido inicialmente, alterando a personagem e o número de postes. Além disso a sua pergunta mostra apenas interesse por cálculos, aparentemente desligados entre si, praticamente fora de contexto, nem do inicial, nem daquele que ele próprio criou. A sua pergunta foi incluída na categoria Subtracção *e* Multiplicação por incidir primeiro sobre uma subtracção de depois sobre uma multiplicação. Já a pergunta da Laura "São dez postes. Se houvessem 4 lâmpadas em cada poste, quantas eram as lâmpadas ao todo?" aproveita, do contexto inicial, o número de postes, introduzindo o número de lâmpadas em cada poste. Trata-se de uma pergunta que incide exclusivamente sobre a multiplicação.

N	Pergunta	Categoria
Mad	Se ela só contasse 19 passos. (R.:10+19=29 Teria contado 29 passos)	* ND
Lau	São dez postes. Se houvessem 4 lâmpadas em cada poste, quantas eram as lâmpadas ao todo?	Multiplicação
Ali	Se fosses a contar do primeiro ao sexto?	Multiplicação-Regularidades
Art	Se estivessem 30 postes de iluminação na mesma distância quantos passos certinhos tinha de dar?	Multiplicação-Regularidades
Bel	Quantos passos ao todo são?	Multiplicação-Regularidades
Bia	Se ela contasse 20 postes. Quantos contava passos certinhos.	Multiplicação-Regularidades
Car	Se contasse até ao 9º poste de iluminação, quantos passos dava?	Multiplicação-Regularidades
Cel	Quantos passos deu ao todo?	Multiplicação-Regularidades
Edg	Quantos passos seriam de dois postes de iluminação?	Multiplicação-Regularidades
Fil	E se fosse do 1º ao 4º quantos passos dava	Multiplicação-Regularidades
Leo	E se ainda houvesse mais um poste? (R.: ...eram 48 passos.)	Multiplicação-Regularidades
Mar	Quantos passos dá entre 1 poste?	Multiplicação-Regularidades
Nic.1	Se ela andasse do primeiro ao quarto quanto passinhos fazia ela?	Multiplicação-Regularidades
Nic.2	E se fossem 6? (R.: Seriam 216 passos)	Multiplicação-Regularidades
Ric	Se a Helena contou 36 passos certinhos do primeiro poste ao outro, quantos passos é que ela conta do primeiro ao décimo?	Multiplicação-Regularidades
Tia	Quantos passos deu do 1º ao último poste?	Multiplicação-Regularidades
Fre	O Ricardo viu 36 postes mas 10 estavam desligado. Quanto será o resultado da conta e o dobro?	Subtracção e Multiplicação
* ND – Não Descortinável, de difícil interpretação.		

Quadro 9: Dados da tarefa 4 categorizados quanto à incidência matemática.

A categoria designada Multiplicação-Regularidades incluí as restantes catorze perguntas que poderiam ser resolvidas recorrendo a tabelas de sequência de múltiplos, dentro do tópico das regularidades tal como é apresentado no PMEB. Neste caso a sequência teria de ser os múltiplos de 18, que corresponde ao número de passos percorridos num intervalo entre dois postes. De facto, o Edgar pergunta “Quantos passos seriam de dois postes de iluminação?” para determinar a metade de 36, percebendo, talvez, que entre três postes há dois intervalos. A pergunta da Carla e da Alice revelam que as alunas terão percebido a existência de relações multiplicativas mas não terão tido em conta que se trata de múltiplos de 18 e que entre um determinado número de postes o número de intervalos é menos um.

Análise das respostas quanto à correcção e representações utilizadas

Nesta segunda análise pretendi verificar a representação exibida por cada aluno tendo em conta o valor correcto ou incorrecto da sua resposta. No quadro 10 que apresento a seguir mostram-se os dados organizados por dois eixos de categorização. Em primeiro lugar, na quarta coluna (**V** no cabeçalho), estão categorizados pelo valor correcto (1) ou incorrecto (0) da resposta. Em segundo lugar, na quinta coluna, subordinada à primeira, estão os dados categorizados pela representação exibida na resolução: representação icónica ou representação simbólica (escritas utilizando abreviaturas).

Chamo a atenção para o facto de não podermos contar, nesta análise com a pergunta e resposta da Madalena (Figura 14), considerada não descortinável na análise anterior por não formular um pergunta completa.

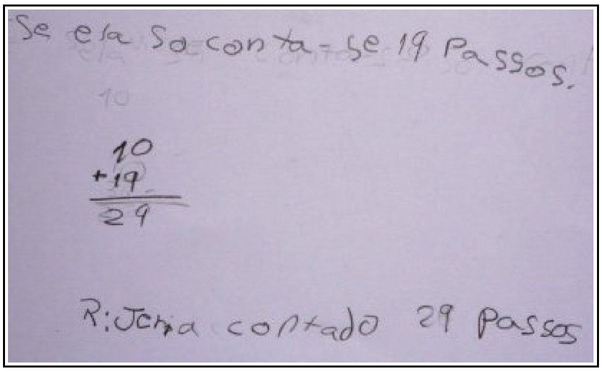


Figura 14: Trabalho da Madalena

N	Pergunta	Resposta	V	Representação
Mar	Quantos passos dá entre 1 poste	(cf. Figura 15)	0	Icón.
Ali	Se fosses a contar do primeiro ao sexto?	2x36=72 Eu pensei assim: Como três é metade de seis e três postes levam 36 passos, o dobro é 72 passos.	0	Simb.
Art	Se estivessem 30 postes de iluminação na mesma distância quantos passos certinhos tinha de dar?	30x36=1080 Tinha que dar 1080 passos certinhos.	0	Simb.
Bel	Quantos passos ao todo são?	36x10=360 Pensei: Há 10 postes	0	Simb.
Bia	Se ela contasse 20 postes. Quantos contava passos certinhos.	36-20=16 Eram 16 passos certinhos.	0	Simb.
Car	Se contasse até ao 9º poste de iluminação, quantos passos dava?	36x3=108 Dava 108 passos.	0	Simb.
Cel	Quantos passos deu ao todo?	36x10=360 Deu ao todo 360 postes.	0	Simb.
Fil	E se fosse do 1º ao 4º quantos passos dava	36+36=72 Os passos são 72.	0	Simb.
Leo	E se ainda houvesse mais um poste?	12+12+12=36 3x12=36 12+36=48 Se houvesse mais um poste eram 48 passos.	0	Simb.
Nic.1	Se ela andasse do primeiro ao quarto quanto passinhos fazia ela?	36x4=144 Fazia 144 passos entre o 1º e 4º poste de electricidade	0	Simb.
Nic.2	E se fossem 6?	36x6=216 Seriam 216 passos	0	Simb.
Ric	Se a Helena contou 36 passos certinhos do primeiro poste ao outro, quantos passos é que ela conta do primeiro ao décimo?	36+36+...+36=360 e 36x10=360) A Helena contou 360 passos certinhos.	0	Simb.
Tia	Quantos passos deu do 1º ao último poste?	* 10x36	0	Simb.
Lau	São dez postes. Se houvessem 4 lâmpadas em cada poste, quantas eram as lâmpadas ao todo?	rep icónica, 4+4+4+...+4=40 e 10x4=40	1	Icón. Simb.
Edg	Quantos passos seriam de dois postes de iluminação?	36x1/2=18	1	Simb.
Fre	O Ricardo viu 36 postes mas 10 estavam desligado. Quanto será o resultado da conta e o dobro?	36-10=26 26x2=52 O resultado é 26 e o dobro é 52.	1	Simb.
	* O aluno faz a representação mas apaga-a deixando-a ainda perceptível.			

Quadro 10: Dados da tarefa 4 categorizados quanto à correcção e representação exibida.

Num total de dezasseis respostas apenas três estão correctas. E dentro destas apenas uma pretende saber o número de passos entre um determinado número de postes. Este facto é objecto de catorze perguntas, pelo que temos a considerar que é apenas uma a resposta correcta entre as catorze que manifestam este interesse.

Como se pode observar apenas dois alunos recorrem a representações icónicas, o Marco e a Laura.

A Laura chega a um resultado correcto. Apresenta três representações para indicar o mesmo resultado, recorrendo ao icónico e ao simbólico através de uma adição e através de uma multiplicação.

O Marco chega a um resultado incorrecto. A sua resolução (Figura 15) pode mostrar como o Marco teve dificuldade em entender a problemática de que entre três postes há dois intervalos. A sua pergunta “Quantos passos dá entre 1 poste” revela, provavelmente, que ele procura saber o número de passos de *um intervalo*. No entanto, acaba por desenhar trinta e seis tracinhos entre os dois postes.

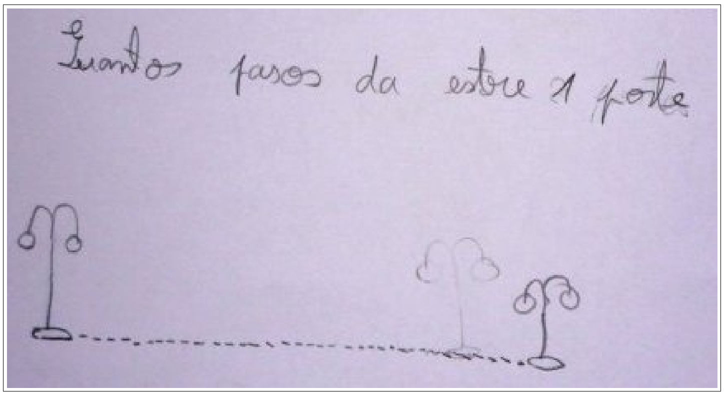


Figura 15: Trabalho do Marco

A maior parte dos erros dos alunos parecem envolver, de facto, a dificuldade em ver que entre um certo número de postes há sempre um intervalo a menos e que se trata de múltiplos de 18. Dito desta maneira parece difícil esta questão. O recurso à representação icónica dos postes teria facilitado o acesso à resolução?

O caso da pergunta da Leonor (Figura 15) é particularmente interessante porque muito provavelmente, não pretende saber se houvesse mais um de dez postes, mas se a Helena tivesse contado, não do primeiro ao terceiro, mas do primeiro ao quarto. A resposta está errada porque considera que há 3 intervalos entre o primeiro e o terceiro poste, pelo que decompõe 36 em três parcelas para obter, julgo eu, o número de passos de um intervalo. Depois terá adicionado 12 a 36 para obter o número de passos entre o 1º e 4º poste. Mesmo errada é o modo como a resolve que esclarece o sentido da pergunta.

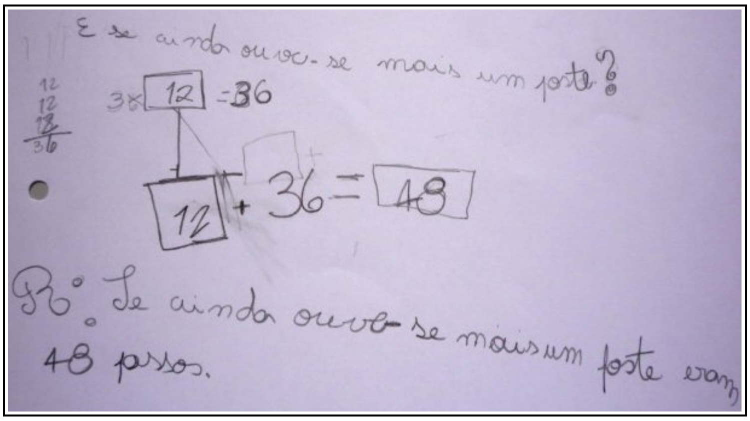


Figura 16: Trabalho da Leonor

Como já disse, a Alice e a Carla apercebem-se de relações multiplicativas. A Carla, que pergunta “Se contasse até ao 9º poste de iluminação, quantos passos dava?”, apresenta simplesmente a multiplicação de 3x36=108, sem explicitar o seu raciocínio, mas a Alice explica claramente o seu raciocínio (Figura 17). Apesar de lógico, este raciocínio só se aplicaria à resolução do problema que formula se ao primeiro poste já tivesse contado 12 passos, ao segundo 24 e ao terceiro 36, isto é, se o número de postes correspondesse ao mesmo número de intervalos.

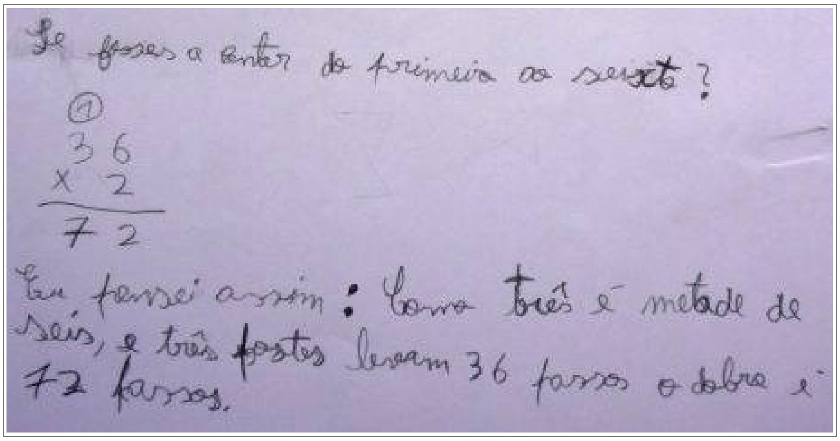


Figura 17: Trabalho da Alice

A solução correcta do Edgar, que procura saber o número de passos entre postes, é obtida achando um meio de 36 através da expressão simbólica 36x½=18.

Os outros dois alunos que têm um resultado correcto, mas que formulam problemas que divergem do interesse de saber o número de passos entre um certo número de postes são o Frederico e a Laura.

O Frederico cria um contexto com elementos de contacto com o fornecido na situação problemática, para fazer perguntas que incidem exclusivamente no cálculo, sem objecto contextualizado.

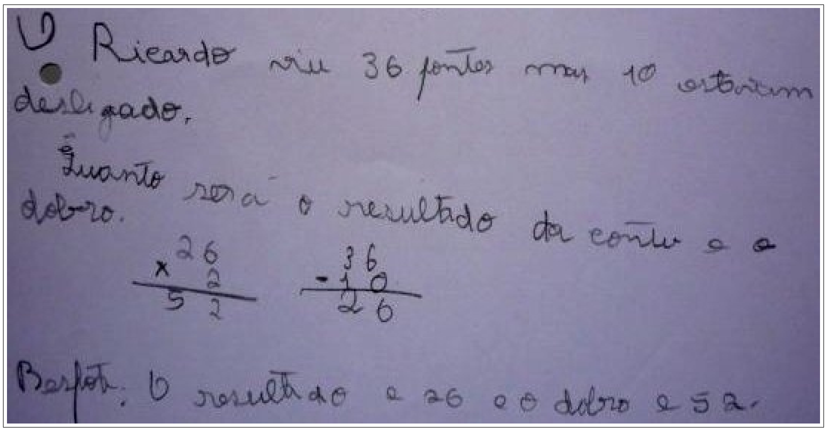


Figura 18: Trabalho do Frederico.

A Laura formula uma pergunta que procura determinar um número de objectos inseridos no contexto da situação. Na sua resposta exibe três formas de representação. A razão que a leva a proceder desta maneira não posso determinar.

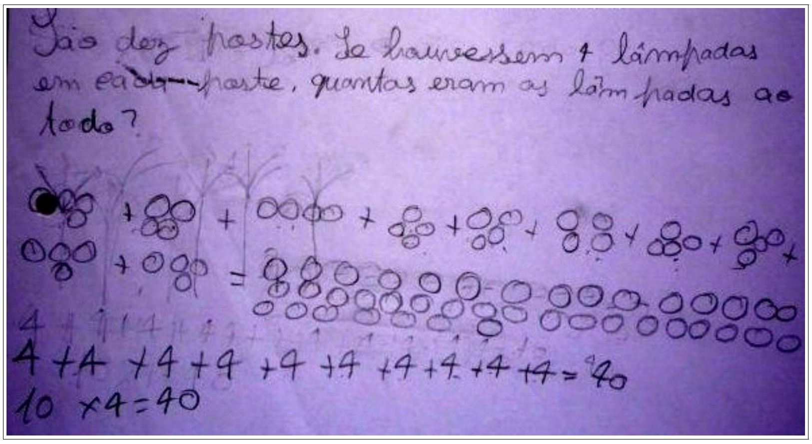


Figura 19: Trabalho da Laura.

Capítulo 5

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo vou expor e discutir os resultados obtidos na análise efectuada aos dados de campo. Exponho e discuto os resultados em três secções correspondentes às três questões do estudo.

À questão do estudo – *Como são vistas pelos alunos as perguntas formuladas nos problemas?* – procuro discutir os resultados, na primeira secção de como vêem os alunos as perguntas formuladas.

À questão – *As perguntas dos alunos exigem novos conceitos ou procedimentos matemáticos, ou implicam uma simples aplicação dos procedimentos ou conceitos já ensinados?*. - procuro discutir os resultados na secção das tarefas apresentadas aos alunos e das perguntas por eles formuladas.

À questão : – *Manifestam, os alunos, dificuldades de compreensão dos dados ou do contexto na resposta a perguntas por si formuladas?* – procuro discutir na secção das respostas às perguntas formuladas.

Como vêem os alunos as perguntas formuladas

Nas tarefas pedidas aos alunos era-lhes proposto que tomassem o lugar de professores para formularem uma pergunta com base numa determinada situação problemática. Não posso partir do princípio de todos os alunos assumiram este papel de professores. Não posso, portanto, extrapolar que as justificações dadas às perguntas formuladas na primeira e segunda tarefa sejam uma imagem clara das representações que todos os alunos fazem das perguntas que lhes fazem os seus professores ou das que aparecem nos problemas que lhes são apresentados. Também não posso considerar que a justificação apresentada por um aluno naquela turma possa ser assumida por outro da mesma turma, ou seja, também não posso julgar que o conjunto das categorias obtidas a partir das justificações sejam representativas das justificações que qualquer um dos alunos possa assumir como sua. Para se poder considerar o que acima foi referido, seriam necessárias um número significativo de tarefas. Julgo poder considerar expectável que a variação das justificações e respectivas categorias se dê entre diferentes alunos do que entre diferentes ambientes de sala de aula. Contudo, atribuir tal diversificação apenas ao facto dos alunos serem diferentes é uma hipótese pouco sustentável. A influência do ambiente de sala de aula não pode ser descurado. Por tal, podemos afirmar como provável que a diversidade de categorias obtidas na análise às justificações dos alunos mostra haver entre os alunos e na relação com a professora uma diversidade de sentidos atribuídos às diferentes tarefas realizadas dentro da aula. Tal como o PMEB afirma "o professor deve propor aos alunos a realização de diferentes tipos de tarefas, dando-lhes uma indicação clara das suas expectativas em relação ao que espera do seu trabalho, e apoiando-os na sua realização" (pág. 8).

Das tarefas apresentadas aos alunos e das perguntas por eles formuladas

O modo como se pedia aos alunos que formulassem uma pergunta, sobre um determinado texto, de modo a constituírem um problema, era uma tarefa muito aberta. De facto os alunos poderiam fazer incidir a sua pergunta sobre diferentes conteúdos matemáticos e, além disso, podiam, como se veio a verificar, inflectir o sentido subentendido no contexto, pela introdução de outros dados na sua formulação. Silver e Cai (1996) propõem a tarefa a alunos do sexto e sétimo ano de uma outra maneira. O contexto apresentado aos 509 alunos, no estudo já referido, era o que traduzo livremente a seguir.

Jerome, Elliot e Arturo conduziram à vez numa viagem que fizeram. Arturo conduziu 80 milhas mais que Elliot. Elliot conduziu o dobro de milhas que Jerome. Jerome conduziu 50 milhas.

Pedem que os alunos formulem 3 perguntas que possam ser respondidas com os dados apresentados na situação problemática (story problem no original). Este modo de pedir a formulação do problema parece-me focalizar a incidência matemática nos dados fornecidos na situação. Contudo isso não impediu os alunos de formularem perguntas que não incidiam sobre os dados numéricos da situação (10%), ou de formularem simples afirmações (20%) num conjunto de 1465 respostas à tarefa.

Não é do meu interesse averiguar percentagens no estudo que faço. Além disso as tarefas que aplico recaem sobre os alunos de uma turma em particular. No entanto a verdade é que são raras as perguntas cuja incidência matemática não é descortinável ou se situem completamente fora do contexto da situação problemática fornecida como estímulo. Todas as perguntas que os alunos formularam recaem sobre dados numéricos.

Outro aspecto que me interessa discutir neste estudo é se a incidência matemática das perguntas dos alunos são ou não reveladoras do que os alunos estão a trabalhar na sala de aula ou se resultam mais do contexto da situação apresentada.

Repare-se que na primeira tarefa há um número significativo de perguntas que incidem sobre o dobro, a metade o triplo, o número de pares, tudo assuntos que estão a ser trabalhados na sala de aula.

O contexto da terceira tarefa faz apelo a esta contagem de pares e, quase metade dos alunos, perguntam neste sentido, nomeadamente quando querem saber quantas cabines do teleférico foram necessárias para levar a turma a passear. É verdade que estas perguntas estão dentro de uma estrutura multiplicativa, mas há alguns indícios, pelas representações icónicas exibidas na resolução, que a maioria dos alunos que formularam perguntas deste tipo tenham recorrido à noção de pares. Será que estas resoluções são indicativas do interesse manifestado na pergunta ou são mais reveladoras da influência do contexto da situação? Esta discussão é a que corresponde à questão central deste estudo: os alunos perguntam porque sabem, ou por outras razões, como por exemplo o interesse genuíno em saber algo que ainda não sabem como resolver. A discussão pode ser relevante dado o ambiente de avaliação em que os alunos estavam inseridos Adio mais para a frente deste trabalho a discussão deste aspecto, na medida em que é preciso saber o que se passa com as perguntas da quarta tarefa e com as respostas a estas duas últimas tarefas.

Na quarta tarefa, onde apenas duas perguntas recaem sobre outro interesse daquele que seria expectável, o de saber o número de passos entre postes, é visível como os alunos reagem ao estímulo fornecido pela situação problemática fazendo recair as suas perguntas, maioritariamente sobre o interesse central na situação.

Das respostas às perguntas formuladas

Dentro desta secção tenho de considerar não apenas as perguntas formuladas e respondidas pelos alunos na terceira e quarta tarefa, mas também as suas respostas à pergunta que escolheram para responder na segunda tarefa.

A segunda tarefa foi construída com base nos dados obtidos na primeira e na informação prestada pela professora sobre os conteúdos que estavam a ser trabalhados na turma.

A primeira pergunta pedia a localização de dados no texto, isto é, o preço de um conjunto de seis pacotes de leite, informação fornecida na situação. Quatro alunos escolheram esta pergunta e só um deu uma resposta correcta. Por ser uma pergunta que envolvia apenas a localização de dados fornecidos no texto, não esperava que fosse muito escolhida, uma vez que os alunos, nas justificações às perguntas que fizeram na primeira tarefa e nas que escolheram nesta tarefa, não mostraram muito interesse por este tipo de perguntas, como se pode observar nos quadros de análise respectivos. Contudo esperava que todos os que escolhessem esta pergunta a identificassem imediatamente como uma pergunta daquelas “para ver se estão com atenção” e respondessem correctamente. O “para ver se estão com atenção” corresponde à justificação de perguntas deste género dada na primeira e segunda tarefa. No entanto, foi uma justificação dada por só uma alunas e, como já vimos, os alunos podem não assumir todas as categorias de justificações que foram encontradas. É mais plausível que vejam cada pergunta de acordo com a sua idiossincrasia.

A segunda era uma pergunta que pedia o preço de um só pacote de leite quando o conjunto dos seis custava três euros. Também quatro alunos escolheram esta pergunta mas nenhum forneceu uma resposta correcta. A terceira era uma pergunta sobre o preço de três pacotes de leite, o que correspondia a metade dos pacotes e portanto a metade do preço. Ninguém dos três alunos que escolheram esta pergunta deu uma resposta correcta. A estas duas perguntas era expectável alguma dificuldade em apresentar respostas correctas, uma vez que os alunos não dominavam a representação decimal e tinham iniciado há pouco a representação fraccionária. No entanto esperava que usassem o conhecimento que já tinham da moeda corrente e usassem esquemas que os facilitassem encontrar o preço pedido, nomeadamente, uma moeda de meio euro para a segunda pergunta e uma moeda de um euro e outra de meio euro para a terceira pergunta.

A quarta era uma pergunta que pedia o preço de doze pacotes de leite, que correspondiam ao dobro dos pacotes e, portanto, ao dobro do preço. Esta foi a pergunta mais escolhida, em termos relativos a cada uma das outras. Dos seis que a escolheram apenas uma aluna respondeu correctamente. Não posso ter a certeza da razão que levou esta pergunta a ser a mais escolhida. Penso entretanto, que não foi por ter sido vislumbrada pelos alunos a relação de dobro entre 6 e 12, pois apenas a aluna que deu uma resposta correcta mostra alguma evidência de se ter apercebido dessa relação. Todos os outros multiplicaram o preço (3€) pelo número de pacotes (12).

Discutir porque os alunos responderam correcta ou incorrectamente a cada pergunta, ou porque escolheram mais esta do que aquela pergunta era importante para tentar perceber a facilidade ou não de interpretação do enunciado do problema. Será que o número de respostas incorrectas nesta tarefa me pode dar como plausível a afirmação de que os alunos manifestam grande dificuldade na interpretação dos dados de um problema? Será que os alunos escolheriam a pergunta para a qual saberiam dar resposta? Era o que esperava, mas com os dados que tenho não posso assegurar qualquer resposta com o mínimo de evidência.

Seria mais esperado, do meu ponto de vista, que os alunos formulassem, eles mesmos, uma pergunta à qual saberia dar resposta, uma vez que, em princípio, ninguém gosta de errar na respostas a perguntas, muito menos a perguntas por si formuladas. Aceitando esta afirmação como princípio básico, então teríamos uma maioria de respostas correctas às perguntas formuladas na terceira e quarta tarefa.

Contudo isso só se verifica na terceira tarefa.

Na terceira tarefa há uma maioria muito significativa de respostas correctas, mas também é verdade que apenas metade dos alunos, aproximadamente, manifesta, na pergunta que faz, interesse em saber quantas cabines do teleférico são usadas pela turma, interesse para o qual aponta o contexto da situação problemática. Já, na quarta tarefa, o número de respostas incorrectas às perguntas formuladas, são feitas pela quase totalidade dos alunos e incidem sobre o número de passos entre postes, interesse central no contexto da situação.

Usando exclusivamente os dados da Tarefa 3 poder-se-ia argumentar que as perguntas dos alunos incidem sobre o que sabem responder, mas os dados da Tarefa 4 mostram precisamente o contrário. Portanto tenho de me questionar se é ou não o contexto da situação problemática o principal motivador do interesse manifestado nas perguntas dos alunos. Será então a facilidade em saber a resposta, em saber interpretar os dados do problema que implica o interesse da pergunta, ou será o contexto fornecido o primeiro motivador desse interesse? A evidência de uma resposta está longe de poder ser alcançada, uma vez que nesta quarta tarefa, apesar de dois alunos terem com sucesso conseguido formular perguntas à margem do interesse principal da situação, este contexto mostrou ser de uma grande dificuldade para os alunos.

Capítulo 6

CONCLUSÃO

Concluo este estudo fazendo uma reflexão pessoal e uma explicitação das suas limitações.

Limitações do estudo

Este estudo, tendo usado uma metodologia qualitativa é limitado pela subjectividade inerente ao modo como o investigador se insere na “realidade” que estuda e como a interpreta. Para dar alguma garantia do que de relevante se fez foi necessário revelar o meu ponto de vista enquanto investigador. Este estudo tem também limitações no que se refere à sua concepção e desenvolvimento. As suas limitações devem-se ao tempo escasso em que teve de ser realizado, à minha inexperiência de investigador, natural num primeiro estudo para obtenção do grau de mestre e à novidade do tema, que se assumiu no início e que só tarde se veio a esbater.

Em Portugal a literatura sobre este tema parece ser ainda inexistente. No início eu estava interessado em saber se os alunos colocavam ou não perguntas às quais sabiam antecipadamente responder, em contextos de resolução de problemas. Este meu interesse era uma reacção ao que curricularmente se designava por formulação de problemas e cuja referência é quase inexistente no primeiro ciclo do Programa de Matemática do Ensino Básico. No entanto, não sabia sequer que isso poderia constituir uma linha de investigação em problem posing, nem que tal tema era já alvo de um número significativo de estudos na comunidade internacional de investigadores.

As limitações de tempo para delinear os instrumentos de recolha de dados e de análise no sentido de fazer avançar o estudo, levou-me a fazer um enquadramento teórico com base na literatura de que dispunha, a qual era constituída mais por recomendações e por manifestações da importância do tema do que por relatos de estudos efectivamente realizados.

A diminuta fundamentação na discussão dos resultados deve-se sobretudo à linha que tracei para o estudo através das questões que coloquei, as quais seguem uma linha que me parece ser pouco explorada dentro dos principais interesses da investigação neste domínio. O mais longínquo interesse é o desenvolvimento da formulação de problemas *per si*. O mais próximo, sem ser de todo coincidente, é a relação entre a formulação de problemas e a sua resolução. O alvo da investigação que fiz merecia um estudo mais aprofundado no sentido de se perceber melhor o modo como os alunos reagem à tarefa, as suas interpretações, algo que seria mais provável poder alcançar-se com um estudo de caso sobre um menor número de alunos, onde se pudesse recorrer a entrevistas.

Reflexão pessoal

O objectivo deste estudo foi descrever e procurar interpretar o que acontece na resolução de problemas, quando os alunos são confrontados com a tarefa de formularem perguntas a situações problemáticas.

Os resultados apresentados mostram como os alunos, estimulados a formular problemas em determinados contextos, são capazes, por um lado, de invocar conceitos e procedimentos para os quais não estão ainda preparados (resultados da Tarefa 4) e, por outro, mostrar o domínio de conceitos e procedimentos que não são esperados (resultados da Tarefa 3).

Isto pode ter um grande interesse no que respeita à avaliação formativa que o professor pode recolher para implementar um trabalho mais significativo de interpretação dos enunciados de problemas.

Tal como Ponte et al. (2007) reconhece, há poucos estudos que incidam na necessidade de que seja valorizado o discurso do aluno. É útil entender este discurso não só no que o aluno diz afirmativamente mas também no seu discurso interrogativo. A formulação de perguntas a situações problemáticas apresentadas sob a forma de texto, pereceu-me uma boa oportunidade para observar nos alunos, não só conhecimentos matemáticos como os que se referem no âmbito da língua.

Não se trata apenas de uma questão da comunicação matemática como seria, por exemplo ter a capacidade de ler, entender, uma expressão escrita em linguagem matemática, ou ser capaz de traduzir uma expressão matemática para a linguagem comum. Trata-se, isso sim, de uma capacidade de interpretação de textos, que me parece ser o que Silver (1987) quer dizer, quando atribui a possibilidade da origem das dificuldades na resolução de problemas às dificuldades de interpretação.

Gostaria ainda de salientar que as perguntas, quando acompanhadas das respectivas respostas, se tornam efectivamente mais claras e que, por tal facto, é possível uma discussão ou reflexão entre os próprios alunos e entre estes e o professor, isto é, podem ser os próprios alunos em trabalho com o professor, a chegar a essa clareza e à reformulação da pergunta ou à revisão da resolução e respectiva resposta. Não se trata assim de acrescentar mais uma actividade às que já estão previstas nos objectivos do PMEB (2007), mas de incluir a formulação de problemas na própria actividade de resolução de problemas inserindo-a também num campo de interdisciplinaridade com o trabalho de interpretação a desenvolver no conhecimento da língua. Além disso o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas está também intimamente ligada a tornar-se um questionador, uma característica própria de quem pensa matematicamente (Kilpatrick, 1987).

Esta linha de trabalho, a de integrar na sala de aula a formulação de problemas como um contributo para o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, parece-me ser a mais interessante para os estudantes do ensino básico.

REFERÊNCIAS

Brown, T. (1997) Mathematics Education and Language – Interpreting Hermeneutics and Post-struturalism, Kluwer Academics Publishers

Correia, D. (2004) Complexidade Sintáctica: Implicações na Compreensão de Exercícios de Matemática, *Actas do XX Encontro Nacional da Associação Portuguesa de Linguística, (pp. 455-469)*, Lisboa

DEB (1998). Organização Curricular e Programas / Ensino Básico — 1º Ciclo (2nd Ed.) Editorial do Ministério da Educação.

DEB (2000). Provas de Aferição do Ensino Básico, 4º ano – 2000, Relatório Nacional, Editorial do Ministério da Educação.

Denzin, Norma K. Lincoln, Yvonna S. (2000) Introduction: The Discipline and Practice of Qualitative Research, in Denzin & Lincon Ed, *Handbook of Qualitative Research*, 2nd ed. London:Sage Publications, Inc. pp 1-28.

DGIDC (2004). Provas de Aferição do Ensino Básico, 4.º, 6.º, 8.º Anos – 2004, Relatório Nacional. Ministério da Educação – Direcção Geral da Inovação e Desenvolvimento Curricular.

DGIDC (2007). Programa de Matemática do Ensino Básico, Ministério da Educação e Direcção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular

Ellerton, N. F. Clarkson, P. C. (1996) Language Factors in Mathematics Teaching and Learning, In Bishop, A. J. et al. (Eds) International Handbook of Mathematics Education, (pp. 987-1033), Kluwer Academic Publishers

Erickson, Frederick (1986), Qualitative methods in research on teaching , in M. C. Wiittrock, *Handbook of research on teaching*, Nova Iorque, Macmillan, pp. 119-161.

GAVE (2010). Prova de Aferição de Matemática do 1º Ciclo – Relatório Nacional, Ministério da Educação – Gabinete de Avaliação Educacional.

Kilpatrick, J. (1987). Problem Formulating: Where Do Good Problems Come From? In Schoenfeld, A. H. (Ed), C*ognitive Science and Mathematics Education*, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates (pp 123-147).

Kontorovich, I. Koichu, B. (2009). Towards a Comprehensive Framework of Mathematical Problem Posing, *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Vol. 3, pp. 401-408, Thessaloniki, Greece: PME

Matos, J. F. (1994) Processos cognitivos envovidos na Resolução de Problemas de aplicação matemática, In Fernandes, D. Borralho, A. Amaro, G. (Ed.) *Resolução de Problemas: processos cognitivos, concepções dos professores e desenvolvimento curricular*, IIE, Lisboa (pp. 65-92)

Menezes, L. (1995) Concepções e práticas de professores de matemática: contributos para o estudo da pergunta, *Tese de Mestrado*, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1980). *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980s.* http://www.nctm.org/standards/content.aspx?id=17278 2009/11/29

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics.* Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Pelczer, I. Gamboa, F. (2009). Problem Posing: Comparison Between Experts and Novices, *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Vol. 4, pp. 353-360, Thessaloniki, Greece: PME

Pólya, G. (1957). How to Solve It – A New Aspect of Mathematical Method, 2nd Ed. Princepton, New Jersey

Ponte, J. P. Guerreiro, A. Cunha, H. Duarte, J. Martinho, H. Martins, C. Menezes, L. Menino, H. Pinto, H. Santos, L. Varandas, J. M. Veia, L. Viseu, F. (2007). A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática, *Revista Portuguesa de Educação*, 2007, 20(2), pp. 39-74, CIEd - Universidade do Minho

Silver, Edward A. (1987). Foundations of Cognitive Theory and Research for Mathematics Problem-Solving Instruction. In Schoenfeld, A. H. (Ed), C*ognitive Science and Mathematics Education*, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates (pp 33-60).

Silver, Edward A. (1997). Fostering Creativity through Instruction Rich in Mathematical Problem Solving and Problem Posing, *ZDM The International Journal of Mathematics Education*, Vol. 29 Nº 3 pp. 75-80. http://www.springerlink.com/content/hg43jj80k4750577/ 2010/09/12

Silver, Edward A. Cai, Jinfa (1996). An Analysis of Arithmetic Problem Posing by Middle School Students, *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 27, Nº 5, 521-539, National Council of Teachers of Mathematics

Singer, F. Ellerton, N. Cai, J. Leung, E. (2011). Problem Posing in Mathematics Learning and Teaching: A Research Agenda, *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1, pp. 137-166, Turkey: PME