

MUDANÇAS DE PRÁTICAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: CONTRIBUTOS DE EXPERIÊNCIAS DE ENSINO REMOTO DE EMERGÊNCIA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES/AS E EDUCADORES/AS

Catarina Delgado

Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Setúbal, Centro Investigação Educação e Formação do IPS (CIEF/IPS), Portugal

Fátima Mendes

Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Setúbal, Centro Investigação Educação e Formação do IPS (CIEF/IPS), Portugal

Maria Clara Martins

Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Santarém, Portugal

Pedro Cruz Almeida

Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Lisboa, CIED, Lisboa, Portugal

Raquel Santos

Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Santarém, Portugal

<https://doi.org/10.34629/ipl.eselx.cap.livros.168>

Resumo

A partir de março de 2020, e considerando a pandemia associada à COVID-19, as Instituições do Ensino Superior (IES) tiveram de alterar o seu modo de funcionamento, adaptando-se e dando resposta urgente a desafios decorrentes do Ensino Remoto de Emergência que tiveram de implementar.

Este capítulo visa a partilha de experiências de Ensino Remoto de Emergência, que decorreram durante os anos letivos 2019/20 e 2020/21, e das quais emergiram mudanças nas práticas no ensino da Matemática, na Formação Inicial de professores/as e educadores/as, nomeadamente no que respeita às modalidades de trabalho, aos recursos usados no ensino e aprendizagem e à avaliação das aprendizagens

nesta área disciplinar.

Cada um destes aspetos é discutido numa secção a partir de evidências de situações da prática de ensino da Matemática ou da sua Didática, que decorreram na Licenciatura em Educação Básica (LEB) nas Escolas Superiores de Educação (ESE) de Lisboa, Santarém e Setúbal.

Pretende-se ainda que este capítulo constitua uma reflexão sobre: (1) os desafios e constrangimentos com que nos deparámos; (2) as metodologias adequadas a situações de ensino e aprendizagem em regime a distância; e (3) as implicações destas experiências em eventuais mudanças na prática docente em regime presencial, na Formação Inicial de professores/as e educadores/as.

Palavras-chave: Ensino e Aprendizagem da Matemática, Ensino Remoto de Emergência, Formação Inicial de professores/as e educadores/as.

1. Introdução

O estado pandémico trouxe indubitavelmente a urgência na adaptação a situações diferentes, com as quais grande parte da comunidade académica não estava familiarizada para ou preparada. O ensino presencial foi substituído pelo Ensino Remoto de Emergência (Hodges et al., 2020), o que gerou uma alteração significativa e inédita em muitos cursos do Ensino Superior, nomeadamente nas metodologias de ensino e aprendizagem e na interação entre os diferentes intervenientes. O modo de ensinar e de aprender teve de ser reequacionado.

A predisposição para a mudança surgiu aliada à constatação de que o ensino a distância não se reveste dos mesmos moldes, dinâmicas e metodologias que o ensino presencial, nem se traduz na sua replicação através de uma plataforma *online*. Por conseguinte, o trabalho presencial ao ser substituído pelo trabalho *online*, síncrono ou assíncrono, não traduziu necessariamente uma inovação. De facto, a mudança de alteração de formato foi perspectivada inicialmente de modo a preservar as características do ensino presencial e, apenas posteriormente, como uma procura de metodologias e recursos apropriados ao formato. No decorrer do tempo, e quando se procuraram manter as características do ensino presencial, facilmente se identificaram limitações nesta transposição, tais como a diminuição da capacidade de concentração dos/as estudantes em sessões de grande grupo ou o cansaço associado ao tempo excessivo em sessões síncronas. O relatório desenvolvido pelo Conselho Nacional de Educação (Teixeira & Sá, 2021) revela que os/as estudantes do ensino superior mencionam a ineficácia do uso do modelo expositivo e a duração excessiva dos momentos síncronos

de comunicação, o que conduziu à falta de atenção, concentração e motivação. As plataformas de ensino a distância usadas (*Zoom, Teams, etc.*) não promoviam do mesmo modo a interação entre os diferentes agentes educativos, uma vez que o gesto, o olhar, a expressão facial, tradutores das reações e sentires dos/as estudantes e professores/as, passavam facilmente despercebidos. De acordo com Berge (2022), a interação entre estudantes, entre estes/as e docente e entre estudantes e conteúdo é uma componente crítica do processo de ensino e aprendizagem.

Surgiu, incontestavelmente, a dúvida sobre como seria possível adaptar as metodologias de ensino, a avaliação e os recursos usados presencialmente ao novo contexto. A intenção foi encontrar uma solução que permitisse atingir os objetivos de aprendizagem definidos no currículo através de metodologias (concretamente, recursos, tarefas e/ou métodos de avaliação) que se ajustassem ao formato das sessões a distância.

Muitas das alterações realizadas nos cursos do ensino superior trouxeram benefícios ao processo de ensino e aprendizagem que culminaram com a sua utilização, mesmo depois da pandemia, em formato presencial. Neste capítulo, discutimos metodologias de trabalho e recursos utilizados em três unidades curriculares (UC) da área da Matemática das Escolas Superiores de Educação dos Institutos Politécnicos de Lisboa, Santarém e Setúbal. Analisamos como foram usados e concluímos com uma reflexão sobre o que permaneceu, no retorno ao regime presencial.

2. Breve enquadramento teórico

O ensino da Matemática deve proporcionar aprendizagens significativas e com compreensão dos conceitos e processos associados a esta disciplina, pelo que é essencial que a leção de UC dos cursos de Formação Inicial de professores/as contribua para o aprofundamento desses conceitos e processos, eventualmente já trabalhados, também numa perspetiva de ensino com compreensão. Esta perspetiva de ensino concretiza-se com modalidades de trabalho que envolvam os/as estudantes tanto em experiências individuais como colaborativas. Em particular, estas experiências devem contribuir para dar sentido à Matemática e para desenvolver a capacidade de raciocinar matematicamente (NCTM, 2017). A investigação mostra também que o conhecimento deve ser socialmente construído, “através do discurso, da atividade e da interação, no contexto de problemas com sentido” (*idem*, p. 9).

Uma metodologia ativa popular (Tucker, 2012) é a designada aula invertida (*flipped classroom*). É um tipo de ensino misto (*blended lear-*

ning) (Strayer, 2012) centrado no/a aluno/a (Bishop & Verleger, 2013). De acordo com a definição dos autores deste conceito, nesta metodologia, o que normalmente se costumava realizar em casa, faz-se na escola, e na escola fazem-se os trabalhos de casa (Bergmann & Sams, 2014). O objetivo principal de ensino é preparar os/as alunos/as para os conteúdos antes das aulas (Bristol, 2014) e utilizá-las com atividades que potenciem a qualidade das aprendizagens. Invertendo a lógica de organização da aula, os/as estudantes estudam autonomamente e usam as aulas para tirar dúvidas sobre o conteúdo estudado.

Uma das características desta metodologia de ensino é o facto de se terem em consideração as diferenças individuais dos/as estudantes. Deste modo, de acordo com os ritmos de aprendizagem de cada um/a, estes/as podem realizar as atividades de casa quando e onde quiserem (Fulton, 2012). É uma metodologia especialmente favorável a estudantes com um ritmo de aprendizagem mais lento e que precisam de mais tempo para assimilar os conceitos ou para resolver as tarefas, como também a estudantes com um ritmo mais acelerado e que ficam impacientes quando o/a professor/a tem de repetir as explicações a outros/as estudantes.

Como mencionam Santos e Serpa (2020), o mundo atual presencia o ensino a distância, favorecendo o contacto através do mundo digital, onde os/as estudantes adquirem um papel com maior responsabilidade no seu processo de aprendizagem e menor dependência do/a professor/a. Este/a vai assumindo, cada vez mais, um papel de orientador/a do material pedagógico que vai ser posteriormente discutido e analisado em momentos síncronos, de modo que os/as estudantes desenvolvam maior compreensão e aprofundem os conceitos e processos.

Para além de se ter em conta diferentes modalidades de trabalho é, ainda, importante a seleção e o uso de recursos adequados. O primeiro recurso a ser afetado com a implementação das medidas de prevenção da saúde pública foi o espaço. De facto, a ideia de recurso refere-se a um conjunto muito abrangente de meios para alcançar um objetivo e, o espaço e o tempo, tidos por garantidos, são recursos estruturantes. As principais mudanças, no âmbito dos recursos, que o Ensino Remoto de Emergência impôs ao/à docente deram-se ao nível do contexto escolar: tempo, espaço, equipamentos escolares e acesso aos mesmos; e ao nível do contexto pessoal: planos, materiais didáticos, instrumentos de avaliação, a sua formação e (os meios de) trabalho colaborativo com colegas.

No que respeita aos recursos, refere-se que “a utilização de recursos como ferramenta para a aprendizagem é essencial para proporcionar uma experiência matemática mais rica aos/às alunos/as, seja pelo seu potencial de proporcionar representações múltiplas, seja pela exploração compreensiva que permitem dos conceitos e procedimen-

tos matemáticos” (Canavarro & Santos, 2016, p. 5). As expressões “representações múltiplas” e a “exploração compreensiva” de conceitos e procedimentos sugerem recursos muito particulares, com um cunho visual e manipulável, de natureza simultaneamente mental e física, a primeira ligada à conceptualização e, a segunda, ao facto de estarem sujeitos à ação do/a utilizador/a.

O progresso no desenvolvimento de materiais manipuláveis conduziu a uma materialização da representação dos conceitos. Mas o aparecimento da tecnologia informática acrescentou uma nova dimensão a essa materialização. Os materiais palpáveis, manipuláveis, começaram a poder ser apresentados em meios virtuais, já não propriamente palpáveis, mas ainda manipuláveis, em muitos casos com vantagens. Os meios informáticos abriram caminho a uma diversificação e inovação na criação de Recursos Educativos Digitais (RED) (cf. Correia & Espadeiro, 2012a, 2012b), mesmo aqueles que pareciam limitados à existência física. Passa ainda a ser possível agir de uma forma exploratória sobre representações de conceitos e de relações, antes impossíveis de materializar.

De entre os RED que a nossa experiência envolve, alguns são materiais manipuláveis virtuais. Moyer, Bolyard e Spikell (2002) usam a noção de “dinâmico” para identificar como manipulável virtual aquele que dá ao/a utilizador/a a “capacidade de manipular a representação visual, ou objeto, no computador (...), ou seja, a oportunidade de fazer sentido e ver as relações como resultado de suas próprias ações” (p. 373) sobre o objeto representado. Um exemplo deste tipo de material é o *Isometric Drawing Tool*. Nestes materiais o/a utilizador/a age diretamente sobre o objeto usando o rato, ou outro dispositivo periférico, como quem agarra um objeto e o movimenta. Diferentemente, com a noção “estático”, os mesmos autores identificam os materiais virtuais que apresentam uma representação do objeto sobre a qual o/a utilizador/a não pode exercer uma ação senão indiretamente, através da modificação de parâmetros. Um exemplo é o simulador do Modelo de área para a multiplicação da PHET *Interactive Simulations*. Moyer et al. (2002) consideram que só os dinâmicos correspondem verdadeiramente a manipuláveis virtuais.

Um outro aspeto que esteve em causa no Ensino Remoto de Emergência foi a avaliação, tanto na sua dimensão formativa quanto sumativa. Tradicionalmente, na avaliação sumativa, procura-se a determinação do nível de conhecimento manifestado pelo/a avaliado/a e, simultaneamente, a aferição da qualidade do ensino. Trata-se, essencialmente, de um processo de medição (e.g. Pacheco, 1998; Pinto, 2016). No ensino presencial, os/as professores/as preocupam-se em garantir a autenticidade (individualidade) dos resultados obtidos e o rigor na medição do nível de conhecimento, o que implica o controlo do plágio e a qualidade do instrumento usado. O Ensino Remoto exigiu

novas concepções de avaliação e, embora havendo bastante experiência de avaliação neste regime de ensino, os/as docentes, com uma experiência exclusiva no ensino presencial, viram-se confrontados/as com uma situação difícil, face às suas concepções e expectativas.

Um sentido diferente tem a avaliação formativa. A esta, de acordo com as concepções mais recentes, é-lhe atribuída uma função importante no desenvolvimento das aprendizagens dos/as estudantes. A informação que é recolhida, na avaliação formativa, é usada pelo/a docente para regular a aprendizagem, por exemplo, clarificando a relação entre objetivos de aprendizagem e as tarefas propostas, explicitando (e, ou, negociando) critérios de avaliação, ajudando o/a estudante a interpretar e dar sentido a erros na resolução de tarefas, adequando a sistematização dos conhecimentos em função dos resultados apresentados pelos/as estudantes (Santos, 2008). Esta forma de avaliação está intrinsecamente ligada ao ambiente de sala de aula e à comunicação que nela se estabelece pelo que, a passagem para o ensino remoto, envolveu a alteração no que diz respeito a estes dois aspetos.

3. Caracterização dos contextos educativos

As experiências de ensino remoto que relatamos ocorreram em três UC dos cursos de Licenciatura em Educação Básica das Escolas Superiores de Educação dos Institutos Politécnicos de Setúbal, Santarém e Lisboa. Duas incidem em números e operações (1.º ano) e uma em geometria e medida (2.º ano).

Os objetivos e os conteúdos das UC de Números e Operações foram selecionados tendo em vista o desenvolvimento do conhecimento matemático necessário a um futuro desempenho profissional dos/as estudantes na educação não formal e na educação formal, ao nível dos primeiros anos do ensino básico. Entre os objetivos de aprendizagem destacam-se o desenvolvimento de uma atitude positiva face à Matemática e à sua aprendizagem, a capacidade de trabalhar em cooperação e assumir uma perspetiva de autoformação, aprofundar a compreensão sobre os números racionais e as operações elementares e desenvolver estratégias flexíveis de cálculo, hábitos de resolução de problemas, de raciocínio matemático, particularmente o pensamento algébrico em processos de generalização.

A abordagem dos conteúdos é sustentada em sequências de tarefas orientadas para a compreensão de conceitos e procedimentos, envolvendo frequentemente a manipulação de materiais adequados à representação de relações numéricas ou geométricas, como, por exemplo, círculos fracionários, blocos padrão, Tangram, barras *Cuisenaire* para o desenvolvimento da compreensão dos números racionais, material

multibásico para fomentar o conhecimento dos diferentes algoritmos de adição e subtração. Adicionalmente, já se utilizavam algumas aplicações digitais, por exemplo, o *Geogebra* para a marcação de raízes quadradas irracionais na reta numérica. Eram também disponibilizados outros recursos *online* como vídeos explicativos sobre algoritmos não convencionais da multiplicação (como o japonês e o egípcio), que eram discutidos e analisados em sala de aula.

A estratégia formativa associada a estas UC promove, numa primeira fase, a resolução autónoma, em sala de aula, de tarefas por grupos de estudantes e, numa segunda fase, a apresentação dessas resoluções e consequente reflexão sobre o conhecimento envolvido e sua sistematização.

Antes do ensino remoto, os/as estudantes faziam os seus registos em papel e em acetatos para comunicação das suas resoluções, usando o retroprojetor. O quadro de giz era um meio de comunicação ocasional. Para sistematização do conhecimento, o/a docente recorria, na maioria das vezes, ao projetor multimédia e a *software* informático de apresentação de diapositivos. O recurso à internet envolvia, essencialmente, a utilização da plataforma *Moodle* onde eram disponibilizadas as sequências de tarefas e os documentos de apoio às aulas.

Numa das ESE, os elementos recolhidos para avaliação sumativa consistiam em trabalhos escritos, trabalhos feitos por grupos de estudantes em trabalho autónomo extra-aula ou em aula, e em frequências realizadas em aula. Em outra das ESE, a avaliação da UC englobava uma frequência final individual e um trabalho de grupo, envolvendo a criação de uma tarefa, de articulação entre a UC de literatura para a infância e o tema dos números e operações.

A UC de Geometria e Medida tem como objetivo proporcionar aos estudantes uma experiência matemática que lhes permita compreender, aprofundar e mobilizar conceitos, processos e procedimentos considerados fundamentais relativos a temas de geometria e de medida. De entre os objetivos de aprendizagem propostos, destaca-se a resolução de problemas geométricos recorrendo à visualização e raciocínio espaciais, a modelos geométricos e ao conhecimento sobre formas e suas características e propriedades. Espera-se que, no final da UC, os/as estudantes: (a) mobilizem conceitos relacionados com geometria e medida, nomeadamente na resolução de problemas; (b) apresentem uma atitude crítica na interpretação e resolução das tarefas matemáticas; (c) usem criteriosamente e criticamente os conhecimentos adquiridos; (d) fundamentem ideias e posições recorrendo a argumentos matemáticos, incluindo métodos de prova; e (e) revelem alguns conhecimentos de como se aprende geometria. Para alcançar estes objetivos, valoriza-se a resolução de problemas geométricos enquanto tarefas que orientam a prática de ensino, o trabalho em grupo enquanto modalidade

de trabalho dos/as estudantes e disponibilizam-se diversos recursos de apoio à aprendizagem, quer materiais físicos (como geoplano, *Polidrons*, mosaicos, Tangram, sólidos geométricos, etc.) quer ambientes de geometria dinâmica (designadamente o *Geogebra*.)

Durante as aulas de ensino presencial, as tarefas sempre foram realizadas em papel e lápis e, quando adequado, envolviam o recurso a materiais físicos. Por exemplo, para a construção de vistas de sólidos, partia-se da observação de modelos físicos de sólidos, para o cálculo de áreas e perímetros, recorria-se frequentemente ao papel pontado e a geoplanos (físicos), e para construir figuras com determinadas características, eram usados diversos instrumentos de desenho. Eram também disponibilizados *links* de acesso a aplicações interativas associadas a diferentes tópicos da UC, para que os/as estudantes pudessem explorar, autonomamente, mais situações que envolvessem a sua aprendizagem.

4. Relatos de experiências

4.1. A utilização da metodologia de *flipped classroom* numa UC de Números e Operações

De modo a diminuir e a otimizar o tempo de aula síncrona, uma das opções foi o recurso à metodologia de aula invertida (*flipped classroom*). Esta metodologia foi implementada numa UC de Números e Operações, principalmente no capítulo que tratava das diferentes operações entre os números. O estudo autónomo dos/as estudantes era orientado através de guiões disponibilizados na plataforma Moodle da UC. Nesses guiões utilizou-se maioritariamente a plataforma *Khan Academy*, mas também se usaram outros recursos digitais para complementar o estudo de alguns conceitos e procedimentos. Um exemplo foi o caso da utilização de um vídeo da plataforma *Youtube* para a aprendizagem do algoritmo egípcio de multiplicação de dois números (Figura 1) ou de um simulador da plataforma PHET para trabalhar o modelo de área da multiplicação com simulador de material multibásico (Figura 2).

Figura 1
Extrato de guião com recurso a um vídeo da plataforma *Youtube*

★ **Modelo egípcio**

O algoritmo egípcio é um modelo que apenas utiliza o cálculo de dobros de números e a adição para realizar qualquer multiplicação de dois números, devido à propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

19. Acede ao [link](#) para aprender como os egípcios faziam a multiplicação de dois números inteiros.

20. Pratica o modelo egípcio para calcular os seguintes produtos:

a) 6×52 ;

b) 15×35 ;

c) 61×94 .

★ **Modelo de área**

A multiplicação de dois inteiros de acordo com este modelo interpreta o produto como a área de um retângulo.

8. Acede à simulação Phet de [Modelo de Área: Multiplicação](#) e escolhe a opção “Explorar”. Clica na opção de aparecer o material multibásico em vez de a grelha apresentada, coloca as dimensões 13×12 e coloca visíveis os produtos parciais (segunda opção). Move também os triângulos azul e vermelho da imagem, de modo a que fiquem visíveis as placas, as barras e os cubinhos do material e coloca visível o cálculo da área do modelo (terceira opção). Vê o aspeto final da imagem seguinte.

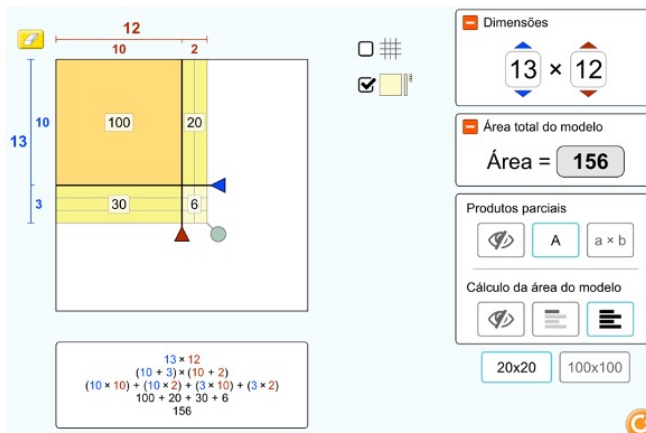


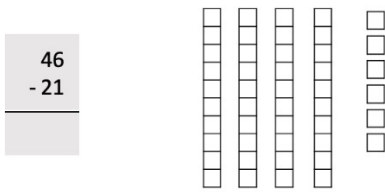
Figura 2
Extrato de guião com recurso a um simulador da plataforma PHET

Verifica que para chegar ao produto da multiplicação 13×12 , temos de construir um retângulo com o material multibásico de modo a ter cada um dos fatores como dimensão do retângulo. O produto desses dois números poderá ser retirado através da identificação de todo o material necessário para completar esse retângulo, neste caso, 156 (1 placa=100, 5 barras=50, 6 cubinhos=6).

Da plataforma *Khan Academy* eram utilizados frequentemente vídeos de explicações de conceitos ou procedimentos matemáticos, muitas vezes como complemento de uma explicação mais teórica, por escrito (Figura 3).

★ **Subtração sem empréstimo**

Vamos ver como poderemos fazer para fazer o algoritmo da subtração 46-21, com recurso ao material multibásico. Colocam-se todas as peças relativamente ao número aditivo 46 (4 barras e 6 cubinhos):



De seguida, vamos subtrair o subtrativo 21. Vamos então subtrair as 2 dezenas e a 1 unidade (figuras escuras), restando as peças que ficam em branco, dando um resultado de 25.



1. Na plataforma Khan Academy, vê o vídeo “[Subtrair números com 2 algarismos sem reagrupar](#)” para aprender o algoritmo da subtração sem empréstimo.

Figura 3

Extrato de guião com explicação escrita e recurso a um vídeo da plataforma Khan Academy

Adicionalmente, também se sugeria a realização de exercícios disponíveis nessa mesma plataforma, para que os/as estudantes tivessem *feedback* imediato do seu conhecimento e/ou o conseguissem aprofundar (através das sugestões e outros vídeos da plataforma, sugeridos nas resoluções dos exercícios) (Figura 4).

★ **Adição com transporte**

1. Na plataforma Khan Academy, vê o vídeo “[Adicionar reagrupando](#)” para aprender a adição com transporte (com 2 algarismos), utilizando o material multibásico (barras e cubinhos).

2. Pratica a adição com transporte (com 2 algarismos), incluindo uma explicação com o material multibásico (barras e cubinhos):

- a) $52 + 49$;
- b) $63 + 78$.

3. Pratica, na plataforma Khan Academy, a “[Adicionar números menores que 100](#)”.

Figura 4

Extrato de guião com recurso a vídeos e exercícios da plataforma Khan Academy

As aulas síncronas iniciavam-se com o colmatar das dificuldades sentidas pelos/as estudantes, sendo o esclarecimento efetuado por um/a colega ou pela docente. No resto do tempo, eram colocadas novas tarefas que os/as estudantes realizavam, por vezes em pequenos grupos, eram explicadas pelos/as estudantes as diferentes estratégias usadas e existia sempre o cuidado de gerar oportunidades de interação um a um entre a docente e cada um/a dos/as estudantes.

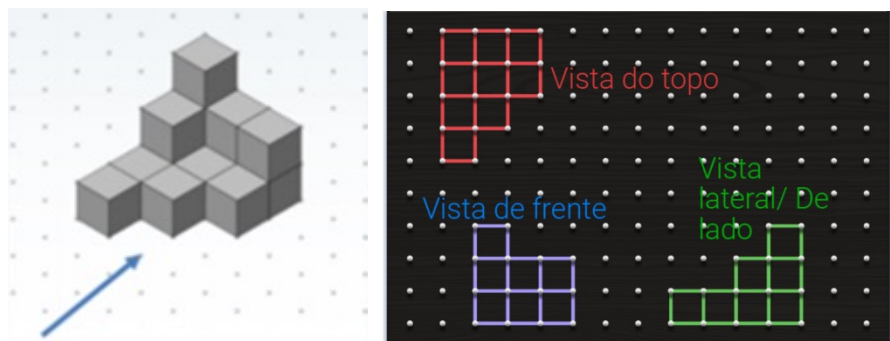
4.2. A utilização de recursos educativos na UC de Geometria e Medida

O Ensino Remoto de Emergência obrigou à procura de alternativas de exploração das tarefas e dos recursos habitualmente usados no âmbito da UC de Geometria e Medida. Por exemplo, durante as aulas, para abordar a medição da amplitude de ângulos, tanto a docente como os/as estudantes recorreram ao transferidor interativo, em substituição do transferidor físico, habitualmente usado nas aulas presenciais. Contudo, a mudança para esta modalidade de ensino não foi observada apenas associada à procura de um determinado instrumento de medida, disponível *online*, que substituísse um outro instrumento físico. As situações de ensino-aprendizagem sofreram mudanças mais abrangentes. Partilhamos, em seguida, algumas situações que evidenciam estas mudanças. Em particular, focamo-nos na representação de vistas de sólidos, na representação de figuras planas com determinadas características e no cálculo de áreas e perímetros.

A representação de vistas de sólidos construídos a partir de cubos de encaixe é uma das experiências matemáticas proporcionadas aos/as estudantes desta UC, que têm à sua disposição cubos de encaixe e papel pontado. Uma vez que as aulas foram realizadas *online* ou em *streaming*, ou seja, simultaneamente com metade das turmas em presença e a outra metade a distância, via plataforma *Zoom*, mas sem acesso a materiais manipuláveis, foi necessário pensar em outros materiais que permitissem que os/as estudantes desenvolvessem, igualmente, a sua orientação espacial bem como o seu conhecimento sobre vistas de sólidos. Um dos recursos utilizados foi a aplicação do NCTM *Isometric Drawing Tool*, que permite a construção de sólidos em perspetiva e a identificação das respetivas vistas. Este recurso foi usado de dois modos diferentes. Num deles, era dada uma construção com cubos que os/as estudantes reproduziam na aplicação, construindo as respetivas vistas num geoplano virtual, tal como se evidencia na figura 5.

Figura 5

Construção com cubos no *Isometric Drawing Tool* e respetivas vistas de topo, de frente e de lado, construídas no geoplano interativo



O mesmo recurso foi usado também pelos/as estudantes, para reprodução de uma construção com cubos, representando as suas vistas em papel quadriculado ou ponteadado. Em seguida, o próprio recurso permite visualizar as vistas do sólido respetivo (Figura 6), que podem ser comparadas com as vistas construídas previamente pelos/as estudantes.

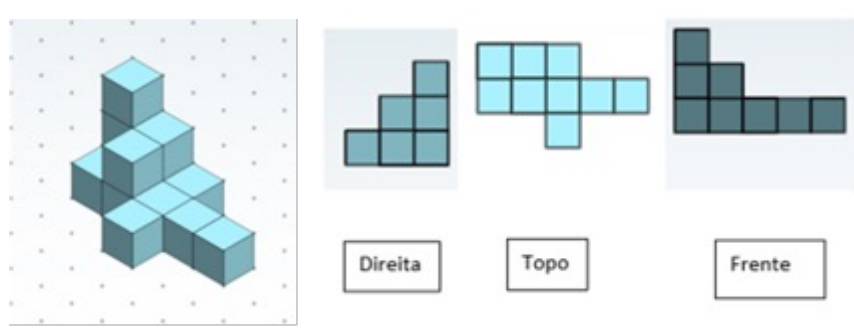


Figura 6
Construção com cubos e respetivas vistas de lado, de topo e de frente, ambas no mesmo recurso

As características do recurso (*Isometric Drawing Tool*) permitiram, ainda, que os/as estudantes pudessem autorregular a sua aprendizagem relativa às vistas de sólidos, ao identificar, eles/elas próprios/as, incorreções na sua representação das vistas ao comparar as suas produções com as vistas geradas pela aplicação digital.

O uso articulado das duas aplicações mencionadas permitiu, ainda, que os/as estudantes pudessem resolver tarefas em que eram dadas duas vistas de um mesmo sólido e era solicitado que construíssem um sólido com um número máximo (ou mínimo) de cubos, mantendo as vistas dadas. Neste tipo de tarefas, o recurso promoveu a construção rápida e fácil de diferentes sólidos que, aparentemente, obedeciam às condições iniciais propostas. Potenciou, ainda, o desfazer de construções que não verificavam as condições exigidas, seguindo uma estratégia de tentativa e erro.

Embora os/as estudantes não tivessem construído sólidos com cubos físicos, que poderiam manusear, vivenciaram outro tipo de experiência, manipulando virtualmente os sólidos, uma vez que os podiam alterar, rodar, decompor, colorir e também passar da sua representação tridimensional para representações bidimensionais (vistas) e vice-versa. O uso destes recursos, na resolução de tarefas como as que foram descritas, permitiu que os/as estudantes pudessem partilhar com os/as colegas, com bastante facilidade, as suas construções e representações, comparando-as com as produções de outros/as, desenvolvendo também competências de trabalho colaborativo.

A classificação de figuras planas de acordo com as suas caracterís-

ticas e propriedades é também um dos tópicos de aprofundamento na UC de Geometria e Medida. Usualmente, neste trabalho recorre-se a diferentes tipos de materiais, entre os quais, geoplanos, papel ponteadado e papel quadriculado para construção de figuras geométricas com determinadas características. Na situação em que nos encontrámos, e não sendo possível o uso de geoplanos físicos, foi proposto aos/às estudantes a recurso a um geoplano virtual.

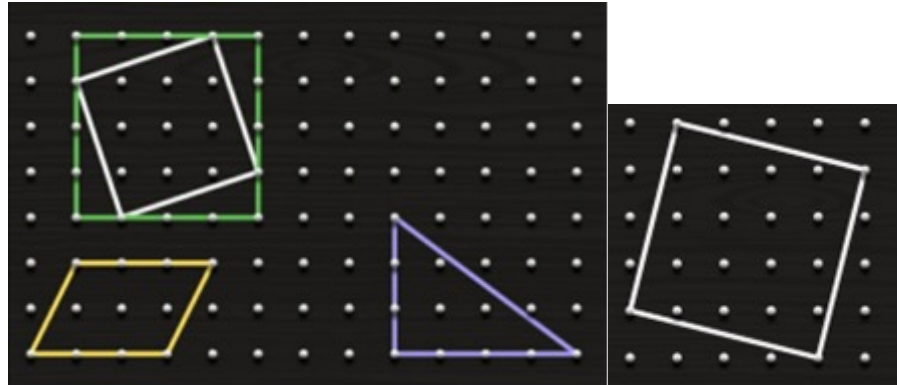


Figura 7
Exemplos de diferentes figuras geométricas construídas num geoplano virtual

Através da representação no geoplano virtual, os/as estudantes puderam aprofundar conceitos e propriedades de figuras geométricas, consolidando o processo de classificação de figuras, em particular, a classificação hierárquica de determinados conjuntos, tais como o grupo dos quadriláteros.

O trabalho em torno do aprofundamento dos conceitos de área e perímetro de figuras planas, bem como o cálculo de áreas e perímetros usando unidades de medida não padronizadas, são também aspetos contemplados na UC. Normalmente, neste trabalho são usados diferentes tipos de recursos: geoplanos, papel ponteadado e papel quadriculado. Tal como no caso anterior, foi sugerido o uso de geoplanos virtuais para a realização de diferentes tarefas. Este recurso permitiu, em particular, aprofundar o conceito de área, uma vez que foi possível calcular áreas de figuras planas, alterando a unidade de medida da mesma, possibilitando a compreensão de que o valor da área de uma figura geométrica varia mediante a unidade de medida utilizada. Um exemplo deste tipo de tarefas e da sua resolução usando o geoplano virtual é o apresentado na figura 8.

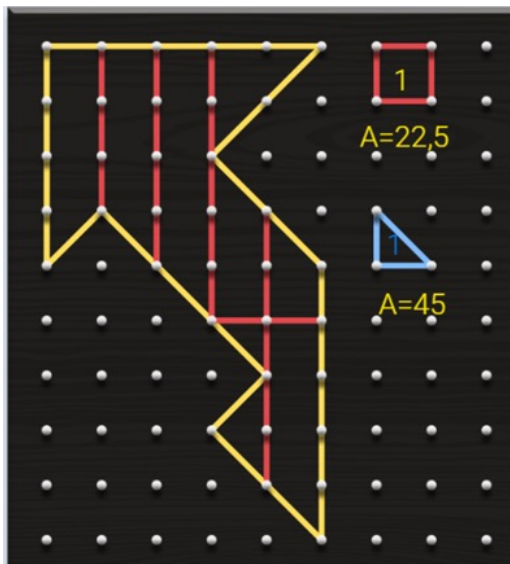


Figura 8
Cálculo da área de uma figura geométrica dadas duas unidades de medida diferentes

Ainda no que respeita ao cálculo de áreas, os/as estudantes puderam usar diferentes processos, em particular, a decomposição e o enquadramento de figuras geométricas (Figura 9), de modo a facilitar esse cálculo.

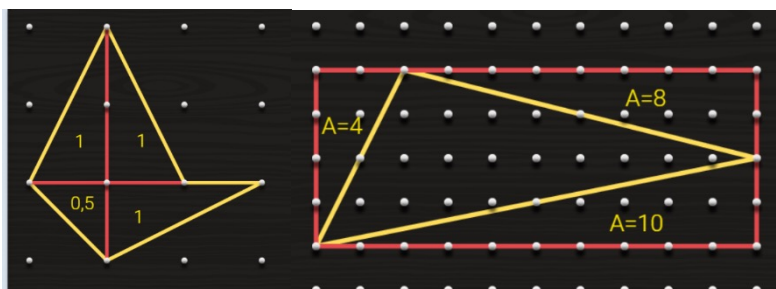
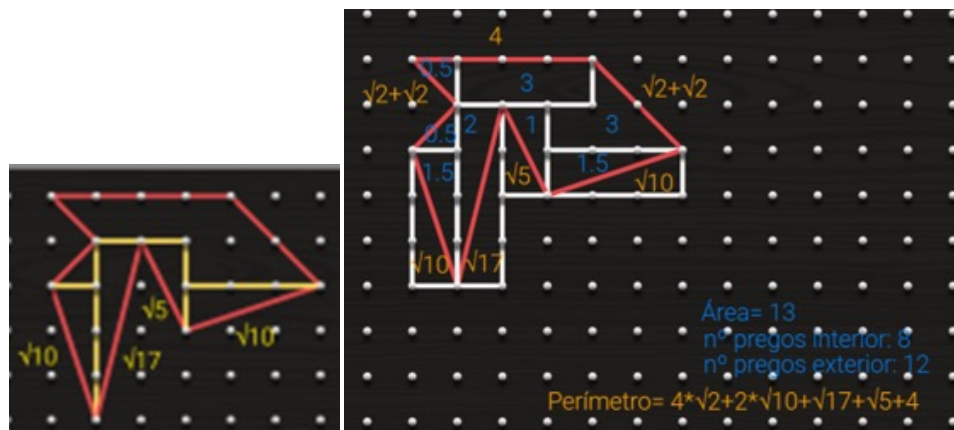


Figura 9
Exemplos do cálculo da área de uma figura geométrica por decomposição (à esquerda) e por enquadramento (à direita)

Também o recurso mencionado foi essencial para o cálculo do perímetro de figuras geométricas, dada uma determinada unidade de medida de comprimento (por exemplo, o comprimento do menor segmento de reta que é possível representar numa malha quadrangular) e para a partilha desse cálculo com os colegas de turma. A figura 10 mostra alguns registos associados ao cálculo do perímetro de uma figura geométrica (num dos casos também foi calculada a área da figura), evidenciando processos, utilizados pelos/as estudantes, que recorrem ao uso do teorema de Pitágoras.

Figura 10
Registos de duas estudantes associadas ao cálculo do perímetro de uma figura geométrica



De um modo geral, o recurso ao geoplano virtual permitiu aos/às estudantes a representação e cálculo de perímetros e áreas, facilitando essa representação, bem como a partilha de diferentes estratégias de resolução de um mesmo problema.

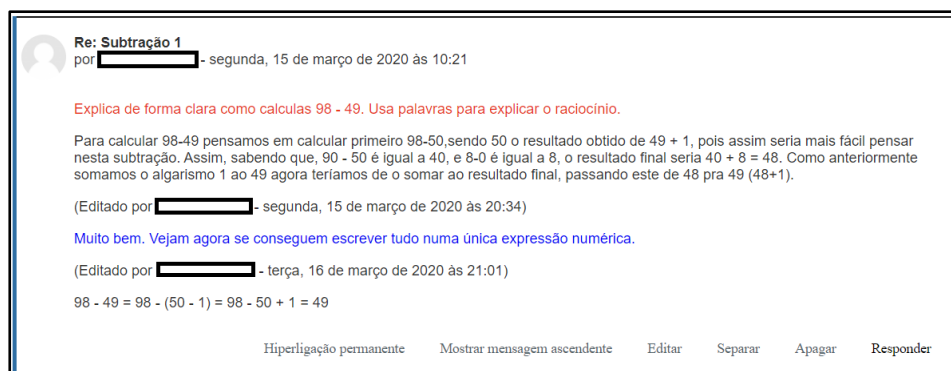
4.3. Estratégias formativas e de avaliação numa UC de Números e Operações

Quando se impôs o Ensino Remoto de Emergência, uma das primeiras preocupações foi a continuidade da estratégia formativa desta UC – metodologia de trabalho e de avaliação. Quanto à metodologia de trabalho, numa aula era introduzida uma sequência de tarefas e os/as estudantes, em grupos, dedicavam-se à sua resolução. Na aula seguinte, procedia-se à partilha das resoluções e sua discussão, fechando com a sistematização do conhecimento chave envolvido. Esta dinâmica promovia a avaliação formativa, permitindo que se manifestassem as conceções dos/as estudantes de modo que, sobre elas, pudesse ser feita uma reflexão, correção ou alargamento da concetualização.

A plataforma *Moodle*, em particular a atividade “Fórum de pergunta e resposta” foi o recurso que permitiu dar continuidade, no ensino remoto, à metodologia de trabalho e de avaliação formativa antes enunciada. A utilização deste meio de publicação exigiu, dos/as docentes e dos/as estudantes, destreza na utilização de *software* de processamento de texto que, no caso desta plataforma, é pouco amigável. Por isso, este conhecimento foi partilhado e desenvolvido nas aulas.

O “Fórum de pergunta e resposta” permite ao/à docente colocar questões às quais os/as estudantes respondem sem que possam ver as respostas que já submetidas por outros/as. A possibilidade de visualização abria apenas quando todos/as os/as utilizadores/as tivessem

submetido as suas respostas. Como os/as estudantes trabalhavam em grupo, foi instituído que apenas um elemento do mesmo submetia a resolução. Para que todos/as pudessem ver as respostas uns/umas dos/as outros/as, os restantes elementos do grupo apenas submetiam uma resposta indicando o nome do/a colega do grupo que tinha submetido a resolução. A figura 11 mostra um exemplo de publicação num fórum especificamente dedicado a questões de cálculo mental.



The screenshot shows a forum thread. The main post is titled "Re: Subtração 1" and is from a student. The text explains a strategy for calculating 98 - 49 by first subtracting 50 from 98 to get 48, and then adding 1 to get 49. A teacher's reply in red text asks for a clear explanation of the reasoning. A student's reply in blue text says "Muito bem. Vejam agora se conseguem escrever tudo numa única expressão numérica." Below this, the student's calculation is shown: $98 - 49 = 98 - (50 - 1) = 98 - 50 + 1 = 49$. At the bottom, there are navigation buttons: "Hiperligação permanente", "Mostrar mensagem ascendente", "Editar", "Separar", "Apagar", and "Responder".

Figura 11
Exemplo de interação entre estudante (a preto) e docente (a vermelha e azul) a propósito de uma questão num fórum de pergunta e resposta

De modo a evitar uma proliferação de publicações, foi combinado que os comentários do/a docente e as eventuais reações seriam feitas editando a mesma publicação. Assim, o diálogo (resposta e comentários do/a docente) ficaria graficamente próximo e visualizado numa única publicação. Por vezes, o comentário consistia apenas na recomendação de consulta da publicação de outro grupo, ou no convite a que fosse colocada em aula síncrona a discussão daquela resolução específica.

Nesta aula de apresentação das resoluções, por ter acesso antecipado a todas as resoluções, o/a docente selecionava os grupos que apresentavam e com os quais os/as colegas eram incentivados/as a dialogar. Talvez devido às características próprias de uma aula num ambiente virtual, neste caso o *Zoom*, a intervenção dos/as estudantes não era tão frequente e espontânea quanto desejável, sendo mais vezes necessário provocar e esperar a participação.

A avaliação sumativa foi outra preocupação, pois foi difícil prescindir da importância tradicionalmente dada às frequências. Para o efeito, no ensino presencial, eram recolhidos dados usando quatro instrumentos de avaliação: um realizado em grupo e três individuais (duas frequências e *quizzes* de cálculo mental). Quando o ensino presencial

foi suspenso e se passou ao ensino remoto faltava realizar uma das frequências e alguns *quizzes*. Para estes foi usada a plataforma *Quizizz* que permitiu a construção de *quizzes* com respostas de escolha múltipla. Relativamente à frequência em falta optou-se pela proposta de um trabalho em grupo (2 a 4 estudantes) sendo dado um tempo alargado (2^a a 6^a feira) para a sua realização. Este trabalho foi constituído por um conjunto maior de questões com exigência de respostas mais detalhadas e explanatórias do que era habitual no regime de ensino presencial. Esta característica permitiu distinguir o nível de conhecimento dos/as estudantes, não pela contabilização de respostas corretas e incorretas, mas pela compreensão e capacidade de discussão e reflexão sobre o conhecimento alvo. O exemplo de um item com estas características mostra-se na figura 12.

A Ana e o Miguel são colegas numa turma do 2º ano. Um dia em que estudavam medidas de comprimento a professora deu a cada aluno uma tira de papel e pediu-lhes que a medissem usando barras de Cuisenaire como unidade de comprimento. As tiras tinham o mesmo comprimento, mas os alunos usaram unidades diferentes.

- A Ana, com a sua unidade, obteve a medida de $2\frac{1}{4}$.
- O Miguel, com a sua unidade, obteve a medida 3.

a. Quem tinha a unidade de comprimento menor?

b. Que relação há entre o comprimento das duas unidades usadas - a da Ana e a do Miguel? Relatem verbal e detalhadamente o processo usado para resolver esta questão incluindo uma ilustração da situação numa malha quadriculada ou a própria representação das barras que poderão ter sido usadas pelas duas crianças.

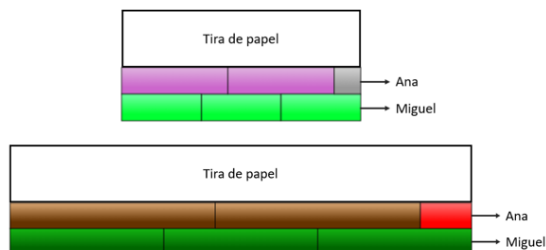
Figura 12

Item do trabalho de grupo proposto para avaliação

Do ponto de vista técnico, a realização do trabalho exigia conhecimentos de edição eletrónica de texto e de construção (em manipuláveis virtuais como o *Cuisenaire* do site Math Playground ou usando as ferramentas de desenho do processador de texto), inserção e formatação de imagem que foram desenvolvidos ao longo do período de Ensino Remoto de Emergência.

A figura 13 apresenta uma resolução de elevada qualidade para a alínea b do item mencionado. A explicação dada pelos/as estudantes é detalhada, correta do ponto de vista formal e as ilustrações estão devidamente legendadas.

Resposta: A unidade de comprimento usada pelo Miguel é $\frac{3}{4}$ da unidade de comprimento usada pela Ana, e a unidade usada pela Ana é $1\frac{1}{4}$ da unidade usada pelo Miguel. Podemos observar isto com clareza se ilustrarmos aquilo que foi feito pelas duas crianças, como podemos ver nas figuras em baixo.



Visto que as unidades de comprimento que as crianças podiam usar eram as barras de Cuisenaire, percebemos que só havia estas duas opções de o Miguel e a Ana terem medido a mesma tira de papel e chegado às medidas que chegaram. Como a Ana obteve a medida $2\frac{1}{4}$ percebemos que ela só poderia ter usado barras cujo $\frac{1}{4}$ do comprimento também estivesse representado por barras de Cuisenaire, e, assim, chegámos facilmente àquelas que podiam ser as barras utilizadas pela Ana.

Com este trabalho já feito, foi fácil chegar às barras que podiam ter sido utilizadas pelo Miguel, sendo que obteve a medida 3 e mediu a mesma tira de papel que a Ana.

Sabendo quais as barras utilizadas como unidade de comprimento por cada um, conseguimos perceber a relação entre o comprimento de cada uma.

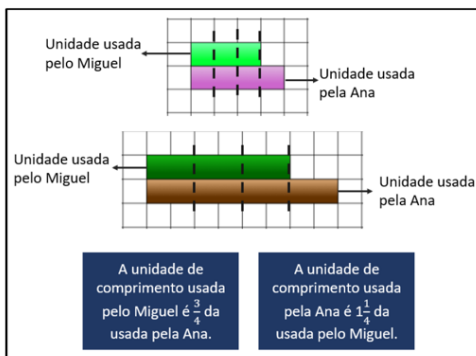
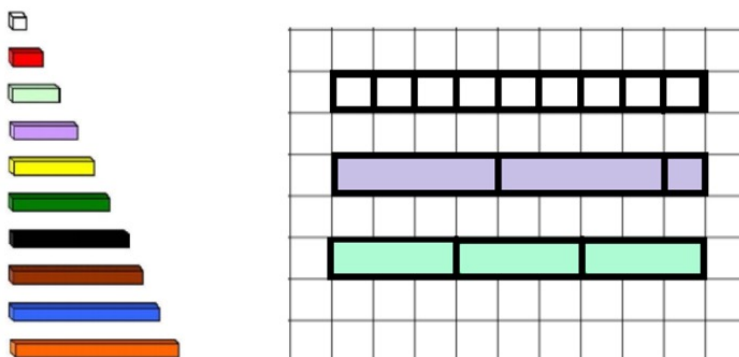


Figura 13
Resolução de um grupo à alínea b do item da figura 12

Uma outra resolução, com um nível de qualidade inferior, apresenta-se na figura 14. Neste caso temos uma resposta que não é tão completa na medida em que não detalha todas as relações envolvidas, não encontra as duas soluções possíveis, assim como não esclarece o processo de obtenção da resposta.

Representámos a tira de papel com o mesmo comprimento a partir das barras verde-claras e roxas, que têm diferentes unidades de referência, de modo a obter as medidas da Ana e do Miguel. Na ilustração podemos observar a medida da Ana em que os $2\frac{1}{4}$ correspondem a 2 barras roxas + $\frac{1}{4}$ de uma barra roxa (que equivale a uma barra branca) e que as 3 barras verde-claras representam a medida do Miguel, que é 3. Deste modo, através da imagem, concluímos que a unidade do Miguel tem que ser $\frac{3}{4}$ da unidade da Ana.



Barras de Cuisenaire retiradas da ficha R40 do docente Pedro Almeida.

Ilustração feita dia 14 de maio de 2020 em <https://www.mathplayground.com/mathbars.html>

Figura 14

Resolução de um outro grupo à alínea b do item da figura 12

Certamente que o modo de resolução da tarefa terá variado de grupo para grupo. Alguns, poucos, fizeram uma abordagem com base no cálculo da razão entre as medidas dadas no enunciado (1.º caso, apresentado na figura 13) e, posteriormente, construíram a resolução pictórica. Outros recorreram à tentativa e erro, usando o material manipulável virtual, construindo posteriormente a exposição em linguagem verbal e simbólica formal. No 2.º caso, apresentado na figura 14, os/as estudantes terão procurado a barra, unidade, que pudesse dividir-se em 4 partes – a barra roxa que pode ser substituída por 4 barras brancas – tendo composto o comprimento medido pela Ana e procurado a barra que nele cabia 3 vezes. Nas duas resoluções, os/as estudantes chegaram à resposta correta.

5. Considerações finais

Tal como evidenciam as secções anteriores, a passagem para o Ensino Remoto de Emergência levou a adaptações em diferentes UC da Formação Inicial de professores/as, ao nível das metodologias de trabalho, dos recursos e das estratégias de avaliação, que evidenciaram algumas limitações e constrangimentos, mas também potencialidades para as aprendizagens dos estudantes.

Na metodologia de *flipped classroom*, a responsabilidade da apren-

dizagem é centrada maioritariamente nos/as estudantes. Talvez por isso, alguns/mas mostraram algumas dificuldades e limitações com este método de ensino. Uma das limitações evidenciada foi o facto de os/as estudantes menos empenhados/as não realizarem o trabalho autónomo e, portanto, não estarem preparados/as para a aula síncrona (Bristol, 2014). Adicionalmente, esta metodologia implica também uma maior autonomia por parte dos/as estudantes, pelo que, não tendo sido um processo implementado gradualmente, teve algumas limitações dado que a capacidade de autonomia e responsabilidade variou substancialmente.

Relativamente às suas potencialidades, para além de esta metodologia privilegiar o trabalho autónomo, respeitando os diferentes ritmos de aprendizagem dos/as estudantes, há ainda a possibilidade de poderem consultar, sempre que desejarem, os guiões detalhados, com recursos e explicações, disponibilizados pelo/a professor/a, bem como de pesquisar outras referências para complementar o seu estudo.

Atualmente, os guiões que foram criados no período da pandemia são utilizados como um complemento às aulas de ensino presencial. Servem como um ótimo recurso para rever os conteúdos dados em aula, para realizar mais tarefas ou para colmatar alguma falta de algum/a estudante a uma aula.

No que concerne aos materiais manipuláveis virtuais, estes possibilitaram diversas representações de objetos geométricos e a oportunidade de os/as estudantes raciocinarem matematicamente, apoiando-se no processo de exemplificação através de experiências de tentativa-erro, salientando-se ainda o rigor dessas representações. A possibilidade de partilha dessas representações é outro aspeto importante a assinalar, alimentando e promovendo a co-construção do conhecimento matemático. Esta partilha foi potenciada pelo recurso a salas simultâneas no *Zoom*, nas quais os/as estudantes resolviam as tarefas em grupo e, com alguma facilidade, partilhavam as representações que iam construindo com o auxílio dos recursos tecnológicos. Contudo, para a elaboração de trabalhos que posteriormente seriam entregues à docente ou partilhados em grande grupo, esta mais-valia foi acompanhada de alguns desafios, principalmente numa fase inicial. Destaca-se, sobretudo, a necessidade de agilização do processo de partilha dos trabalhos, dado que exigiu, por parte de alguns/mas estudantes, o desenvolvimento de competências associadas à cópia e inserção de imagens em processadores de texto.

Também o/a professor/a se debateu com alguns desafios. Desde logo, a necessidade da procura de soluções rápidas para lecionar conteúdos que habitualmente eram abordados com recursos físicos. Embora alguns dos recursos tecnológicos fossem já mobilizados nesta UC, pois eram utilizados pontualmente nas aulas e/ou eram indicados para ex-

ploração autónoma dos/as estudantes, passaram a substituir integralmente os recursos físicos.

Os desafios que decorreram da necessidade de sistemáticas adaptações das planificações das aulas de modo a integrar recursos tecnológicos adequados à exploração dos conteúdos via *online*, transformaram-se em mais-valias atuais no funcionamento da UC. Os recursos tecnológicos passaram a assumir um papel mais presente nas aulas, coexistindo com o uso de recursos físicos. Esses recursos tecnológicos, provavelmente porque são mais explorados nas aulas, são atualmente usados pela generalidade dos/as estudantes, de forma autónoma. Alguns deles, pelas suas características (com funcionalidades de autocorreção), assumem um papel importante na autorregulação das aprendizagens dos/as estudantes.

No que respeita à avaliação, se por um lado foram sentidas dificuldades em encontrar meios adequados para avaliação sumativa, sobretudo pela pouca experiência docente no ensino remoto, por outro lado, a facilidade de partilha (de publicação) de trabalhos realizados em aula através de meios digitais constituiu uma mais-valia para a comunicação (matemática), em geral e para a avaliação formativa, em particular.

A dificuldade que se sentiu relativamente à avaliação sumativa prende-se com as expectativas que sobre ela pairam e com a forma como tradicionalmente se encara e se faz, concentrando-a num momento e espaço limitados, usando um instrumento que, de algum modo, garanta a medição do conhecimento por meio de uma contabilização de respostas corretas e incorretas. Ainda associada a esta conceção está também a exigência de que os dados recolhidos sejam exclusivamente do indivíduo avaliado, algo que, em ambientes digitais *online*, está fortemente comprometido. A experiência vivida desafia a mudança, a consideração de um novo paradigma para a avaliação sumativa, mesmo para o regime de ensino presencial, tanto no que diz respeito aos instrumentos como à finalidade e ao objeto de avaliação (Oliveira & Amante, 2016).

A facilidade de publicação e partilha de produções, pela utilização de meios informáticos, promoveu a comunicação, em particular a comunicação escrita, abrindo horizontes às estratégias de ensino e aprendizagem, assim como à avaliação formativa. Por este meio, são potencializadas as cinco práticas do/a professor/a para orquestrar discussões coletivas produtivas propostas por Stein et al. (2008), “1. Antecipar; 2. Monitorizar; 3. Selecionar; 4. Sequenciar; e 5. Estabelecer conexões” (p. 13). Esta virtualidade, a experiência vivida, a aprendizagem que daí resultou, contribuiu para que, atualmente, num regime de ensino presencial, persista a estratégia usando agora recursos digitais mais fáceis

de acessar, com mais potencialidades e maior capacidade de arquivo, e mais amigáveis no processamento de texto, de imagem e vídeo.

Concluimos que o Ensino Remoto de Emergência trouxe imensos desafios ao ensino da Matemática nos Institutos Politécnicos, desafios esses que levaram a uma reflexão profunda e que marcam atualmente o ensino presencial, tudo com o mote de uma melhor aprendizagem dos/as futuros/as educadores/as e professores/as.

Referências

Bergmann, J., & Sams, A. (2014). Flipping for mastery. *Educational Leadership*, 71(4), 24-29.

Bishop, J. L., & Verleger, M. A. (2013). The Flipped Classroom: A Survey of the Research. Paper presented at *120th American Society for Engineering Education Annual Conference and Exposition*, 30, 1-18.

Bristol, T. J. (2014). Educate, excite, engage. Flipping the classroom. *Teaching and Learning in Nursing*, 9, 43-46.

Canavarro, A. P., & Santos, L. (2016). Recursos na educação matemática. In A. P. Canavarro, A. Borralho, J. Brocardo, L. Santos (Eds), *Atas do Encontro em Investigação em Educação Matemática*. Universidade de Évora.

Correia, P., & Espadeiro, R. G. (2012a). Breve história [incompleta] dos RED. *Educação e Matemática*, 116, 42-44.

Correia, P., & Espadeiro, R. P. (2012b). RED e Applets... partilha e apropriação de recursos. *Educação e Matemática*, 117, 42-44.

Fulton, K. (2012). Upside down and inside out: Flip your classroom to improve student learning. *Learning & Leading with Technology*, 39(8), 12-17.

Hodges, C., Moore, S., Lockee, B., Trust, T., & Bond, A. (2020, março 27). The difference between emergency remote teaching and online learning. *Educause Review*. Disponível em <https://er.educause.edu/articles/2020/3/the-difference-between-emergency-remote-teaching-and-online-learning>

National Council of Teachers of Mathematics (2017). *Princípios para a ação: Assegurar a todos o sucesso em Matemática*. Associação de Pro-

fessores de Matemática.

Oliveira, I., & Amante, L. (2016). Nova cultura de avaliação: contextos e fundamentos. L. Amante, & I. Oliveira (Coord.), *Avaliação das Aprendizagens: Perspetivas, contextos e práticas*. Universidade Aberta.

Pacheco, J. (1998). Avaliação da aprendizagem. In L. Almeida & J. Tavares (org.). *Conhecer, aprender e avaliar* (111-132). Porto Editora.

Pinto, J. (2016) A avaliação em educação: da linearidade dos usos à complexidade das práticas. In L. Amante, & I. Oliveira (Coord.), *Avaliação das Aprendizagens: Perspetivas, contextos e práticas* (pp.3-40). Universidade Aberta.

Santos, L. (2008). Dilemas e desafios da avaliação reguladora. In L. Menezes, L. Santos, H. Gomes, C. Rodrigues (Orgs), *Avaliação em Matemática. Problemas e desafios*. (11-35). Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.

Santos, A. I., & Serpa, S. (2020). Flipped classroom for an active learning. *Journal of Education and e-Learning Research*, 7(2), 167-173. DOI: 10.20448/journal.509.2020.72.167.173

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340.

Strayer, J. F. (2012). How learning in an inverted classroom influences cooperation, innovation and task orientation. *Learning Environments Research*, 15(2), 171-193.

Teixeira, P. N., & Sá, M. J. (2021). *Efeitos da pandemia COVID-19 na educação: Desigualdades e medidas de equidade* (Parte 2). Conselho Nacional de Educação. Disponível em <https://www.cnedu.pt/pt/publicacoes/estudos/1702-efeitos-da-pandemia-covid-19-na-educacao-desigualdades-e-medidas-de-equidade>

Tucker, B. (2012). The flipped classroom. *Education Next*, 12(1), 82-83.