

Representações matemáticas
utilizadas por alunos do 3.º ano do
1.º Ciclo do Ensino Básico

Mafalda Egpto

Relatório de Prática de Ensino Supervisionada
apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para
obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
e de Matemática e Ciências Naturais
no 2.º Ciclo do Ensino Básico

2021-2022



Representações matemáticas utilizadas por alunos do 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Mafalda Egpto

Relatório de Prática de Ensino Supervisionada
apresentado à Escola Superior de Educação de Lisboa para
obtenção de grau de mestre em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
e de Matemática e Ciências Naturais
no 2.º Ciclo do Ensino Básico
Orientador: Ana Caseiro

2021-2022

| | ' ' | | ' ' |

Agradecimentos

Começo por agradecer à minha orientadora, Professora adjunta Ana Caseiro, por todo o apoio e disponibilidade que demonstrou desde o início. Sem ela nunca teria conseguido escrever este relatório.

Agradeço aos meus pais, Ricardo Egipto e Maria Luís Egipto, por todo o apoio que me deram, por todo o carinho e amor. Agradeço por me terem acompanhado sempre, por mostrarem-se sempre disponíveis para me ouvir quando eu mais precisava. Sem eles nunca teria chegado onde cheguei.

Agradeço aos meus irmãos por terem estado sempre lá, em particular nos momentos mais difíceis. Muito obrigada por também me terem apoiado sempre.

Agradeço também aos restantes membros da família que é muito importante para mim e sem eles não teria chegado até aqui.

Agradeço ao meu namorado, Rubén Paulino, e a toda a sua família que me apoiaram desde o início. Agradeço o apoio nos momentos em que mais necessitei. Agradeço por me mostrarem a importância das pausas e descanso.

Não poderia deixar de agradecer aos alunos e às professoras cooperantes de ambos os ciclos, com os quais trabalhei no decurso dos estágios. Agradeço pelo amor e o carinho com que me receberam e pelo apoio incondicional, em todos os momentos. Agradeço também pelo muito que me ensinaram, pois, todos os dias havia um novo desafio para superar.

Agradeço também às minhas amigas para a vida, que a ESE me deu, Carolina Simões, Catarina Coelho e Mariana Matos, sem vocês o meu percurso académico não teria sido o mesmo. Obrigada por me mostrarem a importância de não desistir dos nossos sonhos. Obrigada por me terem apoiado e me aceitarem como sou. Obrigada por todos os momentos de riso, que me ajudaram a suportar os momentos menos bons.

A todos os que me cruzei no meu percurso académico, obrigada.

Resumo

O presente relatório foi realizado no âmbito da unidade curricular de Prática de Ensino Supervisionada II, pertencente ao conjunto de unidades curriculares do 2.º ano do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico.

O trabalho consiste na descrição e reflexão da prática ocorrida nos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico, sendo apresentada uma descrição sobre os contextos de cada uma, as questões-problema formulados e os objetivos gerais da intervenção, tendo em conta as potencialidades e fragilidades de cada turma.

Este relatório descreve os resultados obtidos num estudo intitulado “Representações matemáticas utilizadas por alunos do 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico”, cujo principal objetivo foi compreender as representações utilizadas por alunos do 3.º ano de escolaridade aquando da resolução de diferentes tipos de problemas. Com esse propósito foram elaboradas as seguintes questões problemáticas: (i) “Que representações são privilegiadas por alunos do 3.º ano de escolaridade na resolução de problemas matemáticos?” e (ii) “De que forma o tipo de problemas matemáticos influencia a escolha da representação utilizada por alunos do 3.º ano aquando da sua resolução?”.

A investigação privilegia uma metodologia qualitativa, seguindo um paradigma interpretativo, onde as metodologias de recolha de dados foram: a observação participante, a recolha documental e conversas informais com os participantes.

Os resultados obtidos, demonstram que os participantes deste estudo, alunos do 3.º ano de escolaridade, recorrem maioritariamente a representação simbólica matemática, encontrando-se apropriados de simbologia matemática para dar resposta aos problemas propostos. Já relativamente aos diferentes tipos de problemas, os resultados mostram que nos problemas de cálculo e nos problemas de processo, os alunos dão preferência à representação simbólica matemática, enquanto nos problemas abertos, os alunos demonstram utilizar uma maior variedade de representações, tendo sido privilegiadas as representações icónica e pictórica.

Palavras-chave: Problemas matemáticos, representações matemáticas, representação simbólica matemática.

Abstract

This report was created as part of the Supervised Teaching Practice II study unit, which belongs to the group of study units in the 2nd year of the master's degree in teaching the 1st cycle of basic education and mathematics and natural sciences, 2nd cycle of basic education.

This work consists in the description and reflexion of the practice develop in the contexts of 1st and 2nd Cycles of Basic Education, being presented a description about the contexts of each one, the identification of problem-questions and the general objectives of intervention, defined based on the potentialities and fragilities of each class.

This report describes the data from the study “Mathematical representations used by 3rd grade, 1st cycle students of basic education”, the main purpose of which was to assess and understand the representations used by 3rd grade students. The following research questions were developed: (i) “What mathematical representations do third graders use when solving math problems?” and (ii) “In what way does the nature of math problems affect the choices students make when solving math problems in the chosen representations?”.

The research was developed through a qualitative method based on an interpretive paradigm, where the methods used to collect the data were: participant observation, collection of students productions and informal discussions with the students.

The data obtained in this study shows that the participants in this study, 3rd grade students, mainly use mathematical symbolic representation because they have already learned mathematical symbology to solve mathematical problems. Regarding the different types of problems, the data shows that in arithmetic problems and process problems, students mainly use mathematical symbolic representations, but in open-ended problems, students use a variety of types of representations, which are mainly iconic representation and pictorial representation.

Keywords: Mathematical problems; mathematical representations and mathematical symbolic representations.

ÍNDICE GERAL

1. INTRODUÇÃO	1
2. DESCRIÇÃO SINTÉTICA DA PRÁTICA PEDAGÓGICA NO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO	4
2.1. Caracterização sumária.....	5
2.1.1. A instituição.....	5
2.1.2. Os princípios orientadores da ação educativa da Professora Cooperante	5
2.1.3. A turma.....	7
2.1.4. Problematização dos dados recolhidos e identificação da problemática de intervenção	8
3.1 Caracterização sumária	11
3. DESCRIÇÃO SINTÉTICA DA PRÁTICA PEDAGÓGICA NO 2.º CICLO DO ENSINO BÁSICO	11
3.1.1. A instituição.....	12
3.1.2. Os princípios orientadores da ação educativa das Professoras Cooperantes.	12
3.1.3. As turmas	13
3.1.4. Problematização dos dados recolhidos e identificação da problemática de intervenção	15
4. ANÁLISE CRÍTICA DA PRÁTICA OCORRIDA EM AMBOS OS CICLOS.....	17
5. APRESENTAÇÃO DO ESTUDO	22
5.1 Definição e apresentação do problema objeto de estudo.....	23
5.2 Objetivo do estudo e questões de investigação	23
6. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	25
6.1 Resolução de problemas no ensino da Matemática	26
6.1.1 Diferentes tipos de problemas.....	28
6.2 Representações no ensino da Matemática.....	29
6.2.1 Definição de representação	32
6.2.2. Tipos de representações	33

6.4 As representações nas Orientações Curriculares para o 1.º CEB.....	38
7. METODOLOGIA.....	39
7.1 Opções metodológicas.....	40
7.1.1 Natureza do estudo.....	40
7.1.2 Técnicas de recolha de dados.....	41
7.1.2 Técnicas de análise de dados.....	42
7.2 Contexto.....	43
7.2.1 Caracterização dos participantes.....	43
7.2.2 Modo de implementação das tarefas.....	44
7.3 Princípios éticos do processo de investigação.....	45
8. RESULTADOS.....	47
8.1. Problema 1 – Pastilhas Gargantox.....	48
8.2. Problema 2 – Pintar as mesas.....	49
8.3. Problema 3 – Compra e venda de CD's.....	51
8.4. Problema 4 – A manhã do Rui.....	53
8.5. Problema 5 – Minhocas.....	55
8.6. Problema 6 – Passageiros do autocarro.....	56
8.7. Problema 7 – Cromos.....	58
8.8. Problema 8 – Guardanapos.....	59
8.9. Problema 9 – Quinta.....	62
9. CONCLUSÃO.....	66
10. REFLEXÃO FINAL.....	71
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	76
ANEXOS	82
ANEXO A	83
Potencialidades e Fragilidades da turma do 3º e 4.º ano de escolaridade.....	83
ANEXO B	85

Potencialidades e Fragilidades da turma 6ªA de 6.º ano de escolaridade	85
ANEXO B1	87
Potencialidades e Fragilidades da turma 6ªB do 6.º ano de escolaridade	87
ANEXO C	89
Problemas matemáticos propostos	89
ANEXO D	94
Declaração de consentimento informado.....	94
ANEXO E	96
Resoluções com a utilização da representação simbólica matemática no problema 1	96
ANEXO F	98
Resoluções com a utilização da representação simbólica matemática e pictórica no problema 1	98
ANEXO G	100
Resoluções com a utilização da representação simbólica verbal no problema 1.....	100
ANEXO H	102
Resoluções com a utilização da representação simbólica matemática no problema 2	102
ANEXO I	104
Resoluções com a utilização da representação simbólica matemática no problema 3	104
ANEXO J	106
Resoluções com a utilização da representação simbólica matemática no problema 4	106
ANEXO K	108
Resoluções com a utilização da representação simbólica verbal no problema 4.....	108
ANEXO L	110
Resoluções com a utilização da representação icónica no problema 4.....	110
ANEXO M	112
Resoluções com a utilização da representação pictórica no problema 5	112
ANEXO N	114
Resoluções com a utilização da representação simbólica matemática no problema 5	114
ANEXO O	116
Resoluções com a utilização da representação simbólica verbal no problema 5.....	116
ANEXO P	118
Resoluções com a utilização da representação simbólica matemática no problema 6	118

ANEXO Q	120
Resoluções com a utilização da representação icónica no problema 7.....	120
ANEXO R	122
Resoluções com a utilização das representações simbólica matemática e icónica no problema 7	122
ANEXO S	124
Resoluções com a utilização da representação simbólica matemática no problema 7	124
ANEXO T	126
Resoluções com a utilização da representação pictórica no problema 8.....	126
ANEXO U	128
Resoluções com a utilização da representação icónica no problema 8.....	128
ANEXO V	130
Resoluções com a utilização da representação simbólica matemática no problema 8	130
ANEXO W	132
Resoluções com a utilização da representação simbólica matemática no problema 9	132
ANEXO X	134
Resoluções com a utilização das representações simbólica matemática e icónica no problema 9	134
ANEXO Y	136
Resoluções com a utilização da representação simbólica verbal no problema 9.....	136

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Tipos de tarefas Matemáticas.....	27
Figura 2 Representação utilizada pelo aluno 2 no problema 1.....	48
Figura 3 Representação utilizada pelo do aluno 1 no problema 1.....	49
Figura 4 Representação utilizada pelo aluno 7 no problema 1.....	49
Figura 5 Representação utilizada pelo aluno 7 no problema 2.....	50
Figura 6 Representação utilizada pelo aluno 3 no problema 2.....	50
Figura 7 Representação utilizada pelo aluno 12 no problema 2.....	51
Figura 8 Representação utilizada pelo aluno 2 no problema 2.....	51
Figura 9 Representação utilizada pelo aluno 4 no problema 2.....	51
Figura 10 Representação utilizada pelo aluno 5 no problema 3.....	52
Figura 11 Representação utilizada pelo aluno 3 no problema 3.....	52
Figura 12 Representação utilizada pelo aluno 9 no problema 3.....	53
Figura 13 Representação utilizada pelo aluno 7 no problema 3.....	53
Figura 14 Representação utilizada pelo aluno 4 no problema 4.....	54
Figura 15 Representação utilizada pelo aluno 3 no problema 4.....	54
Figura 16 Representação utilizada pelo aluno 10 no problema 4.....	55
Figura 17 Representação utilizada pelo aluno 2 no problema 4.....	55
Figura 18 Representação utilizada pelo aluno 1 no problema 5.....	56
Figura 19 Representação utilizada pelo aluno 9 no problema 5.....	56
Figura 20 Representação utilizada pelo aluno 2 no problema 5.....	56
Figura 21 Representação utilizada pelo aluno 7 no problema 6.....	57
Figura 22 Representação utilizada pelo aluno 2 no problema 6.....	57
Figura 23 Representação utilizada pelo aluno 14 no problema 6....	Erro! Marcador não definido.
Figura 24 Representação feita pelo aluno 4 no problema 7.....	58
Figura 25 Representação utilizada pelo aluno 8 no problema 7.....	59
Figura 26 Representação utilizada pelo aluno 15 no problema 7.....	59
Figura 27 Representação utilizada pelo aluno 2 no problema 7.....	59
Figura 28 Representação utilizada pelo aluno 9 no problema 8.....	60
Figura 29 Representação utilizada pelo aluno 3 no problema 8.....	61
Figura 30 Representação utilizada pelo aluno 12 no problema 8.....	61
Figura 31 Representação utilizada pelo aluno 2 no problema 8.....	62
Figura 32 Representação utilizada pelo aluno 7 no problema 9.....	63
Figura 33 Representação utilizada pelo aluno 2 no problema 9.....	63
Figura 34 Representação utilizada pelo aluno 4 no problema 9.....	64
Figura 35 Representação utilizada pelo aluno 12 no problema 9.....	64
Figura 36 Representação utilizada pelo aluno 10 no problema 9.....	65

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 - Tipos de representações matemáticas (Velez, 2020).....	36
Tabela 2 Calendarização da implementação dos problemas e tipologia dos problemas de acordo com a metologia proposta por Boavida et al (2008).....	45
Tabela 3 Representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema 1	48
Tabela 4 Representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema 2.....	49
Tabela 5 Representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema 3.....	51
Tabela 6 Representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema 4.....	53
Tabela 7 Representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema 5.....	55
Tabela 8 Representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema 6.....	56
Tabela 9 Representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema 7	58
Tabela 10 Representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema 8	60
Tabela 11 Representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema 9.....	62
Tabela 12 Representações utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas propostos.....	66
Tabela 13 Tipificação dos problemas proposta por Boavida et al, 2008 e a representação mais usual de cada uma.....	67

Lista de abreviaturas

CC – Conselho de cooperação

CEB – Ciclo do Ensino Básico

Ico – Representação icónica

Ico + SM – Representação icónica e representação simbólica matemática

JI – Jardim de Infância

MEM – Movimento da Escola Moderna

OG – Objetivos Gerais

PC – Professora Cooperante

PC1 – Professora Cooperante 1

PC2 – Professora Cooperante 2

PC3 – Professora Cooperante 3

PES II – Prática de Ensino Supervisionada II

Pic – Representação pictórica

Pic + SM – Representação pictórica e representação simbólica matemática

PIT – Plano Individual de Trabalho

SM – Representação simbólica matemática

SV – Representação simbólica verbal

SV + SM – Representação simbólica verbal e representação simbólica matemática

TAP – Trabalho de Aprendizagem por Projetos

TEA – Tempo de Estudo Autónomo

1. INTRODUÇÃO

| ' ' | | ' |

O presente relatório realizado no âmbito da Unidade Curricular (UC) de Prática de Ensino Supervisionada II (PES II), presente do 2.º ano de Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e Matemática e Ciências Naturais do 2.º Ciclo do Ensino Básico, da Escola Superior de Educação de Lisboa. Este relatório apresenta como objetivo a análise e reflexão de dois períodos de intervenção realizadas com três turmas do Ensino Básico, sendo duas delas do 6.º ano do 2.º CEB e a terceira do 3.º ano do 1.º CEB. Durante estes estágios ocorreram momentos de observação, onde foi possível o levantamento de fragilidades e potencialidades de cada uma das turmas. Tendo em conta esse levantamento, realizou-se a prática com o principal objetivo de auxiliar os estudantes a ultrapassarem as suas maiores dificuldades.

Este documento encontra-se dividido em duas grandes partes. A primeira parte remete para a prática pedagógica desenvolvida no 1.º CEB e no 2.º CEB. Aqui encontra-se uma descrição sucinta das práticas pedagógicas em cada um desses ciclos, e uma análise crítica da prática ocorrida em ambos os ciclos. No que remete para os dois primeiros pontos, estes encontram-se divididos em quatro tópicos: (i) caracterização das principais finalidades educativas apresentadas pela Instituição cooperante; (ii) caracterização dos princípios orientadores da ação educativa dos professores cooperantes, referindo as suas organizações e gestões pedagógicas, a regulação e avaliação dos processos e aprendizagem; (iii) caracterização das turmas, apresentando o seu ano de escolaridade, as idades, os níveis de desenvolvimento, o meio sociocultural e económico e, por fim, as aprendizagens e as dificuldades apresentadas por cada grupo turma; e (iv) problematização dos dados recolhidos e identificação da problemática de intervenção, apresentando os objetivos gerais, as estratégias globais de intervenção e de integração curricular, as atividades que foram implementadas e os processos de avaliação e regulação. Na análise crítica, é apresentada uma comparação entre os dois contextos de estágio, tendo em conta o desenvolvimento e as competências que são esperadas dos alunos, os métodos de ensino-aprendizagem, a relação pedagógica e os processos de regulação e avaliação das aprendizagens e dos comportamentos sociais.

A segunda parte é referente ao processo investigativo, encontrando-se dividida em cinco tópicos: (i) apresentação do estudo; (ii) fundamentação teórica; (iii) metodologia;

(iv) apresentação dos resultados; e (v) conclusões. A concluir, é ainda apresentada uma reflexão final de todo o trabalho realizado.

A presente investigação desenvolveu-se numa turma de 3.º ano do 1.º CEB, tendo como objetivo principal compreender as representações matemáticas utilizadas por alunos do 3.º ano de escolaridade. Para tal, foram formuladas duas questões de investigação: (i) Que representações são privilegiadas por alunos do 3.º ano de escolaridade na resolução de problemas matemáticos? (ii) De que forma o tipo de problemas matemáticos influencia a escolha da representação utilizada por alunos do 3.º ano quando da sua resolução?

De seguida, é apresentado o quadro teórico, que remete para os principais temas em investigação (problemas matemáticos, tipos de problemas e representações matemáticas), de modo a dar a conhecer os conceitos fundamentais no estudo. Devido ao seu objetivo, este estudo seguiu uma metodologia qualitativa, onde as técnicas de recolha de dados foram a observação participante, recolha de documentos e conversas informais com os participantes. Para a análise dos dados obtidos seguiu-se a tipologia de representações formulada por Velez (2020), e a tipologia de problemas elaborada por Boavida et al (2008), tendo em conta as representações realizadas pelos alunos em cada problema proposto.

Após a apresentação do quadro teórico e da metodologia, são analisados os dados recolhidos no processo investigativo, tendo em conta as representações apresentadas pelos alunos aquando da resolução dos problemas matemáticos propostos. De seguida, são apresentadas as conclusões retiradas dos resultados obtidos, comparando-os com os resultados obtidos noutros estudos e dando resposta às questões inicialmente formuladas.

Para terminar, é apresentada uma reflexão final, que tem como objetivo refletir o contributo da PES II para a formação do estudante, assim como o contributo do processo investigativo sobre a profissionalização.

No final do documento, são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas ao longo de todo o processo investigativo e os anexos.

2. DESCRIÇÃO SINTÉTICA DA PRÁTICA PEDAGÓGICA NO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

| ' ' | | ' ' |

2.1. Caracterização sumária

2.1.1. A instituição

A PES II, realizada no 1.º CEB, desenvolveu-se numa instituição de cariz público, localizada no concelho de Odivelas. A sua oferta educativa vai do Jardim de Infância (JI) até ao 4.º ano do 1.º CEB.

A instituição é composta por um edifício de dois pisos (rés-do-chão e primeiro andar). No rés-do-chão existem: duas salas dedicadas à educação pré-escolar; duas salas de aula de 1.º ano de escolaridade; uma sala de 4.º ano; uma sala de professores; uma arrecadação; uma sala de apoio (onde ocorrem as terapias e estão guardados alguns materiais didáticos); uma casa de banho para o pessoal docente; uma sala de isolamento para casos suspeitos de infeção por COVID-19; um centro de apoio à aprendizagem; uma casa de banho para os alunos; uma casa de banho adaptada para pessoas portadoras de deficiências físicas e motoras; um gabinete médico e um espaço polivalente que serve de refeitório, ginásio e ATL. O primeiro piso é constituído por: duas salas de aula do 2.º ano; uma sala do 3.º ano; uma sala de 3.º e 4.º ano; uma casa de banho para os alunos e uma biblioteca.

A instituição apresenta ainda um espaço exterior amplo, onde existe um campo de jogos que tem duas balizas e quatro cestos de basquetebol. Para além disso, há ainda uma pequena quinta, que foi construída recentemente, que alberga um bode, uma ovelha, um coelho e uma galinha e tem um pequeno espaço de cultivo de vegetais.

A instituição guia-se pelo lema: “Uma Escola com Vida é uma Escola que Convida”.

2.1.2. Os princípios orientadores da ação educativa da Professora Cooperante

A Professora Cooperante (PC), professora titular de uma turma mista de 3.º e 4.º anos de escolaridade, leciona as suas aulas de acordo com os princípios do Movimento da Escola Moderna (MEM), recorrendo às rotinas e métodos de ensino-aprendizagem característicos deste modelo. Assim, a PC recorre: à Apresentação de Produções, sendo esta realizada 3 vezes por semana, no início da aula; à distribuição de tarefas de sala de aula pelos alunos; ao Tempo de Estudo Autónomo (TEA); ao Plano Individual de

Trabalho (PIT); ao Trabalho de Aprendizagem por Projetos (TAP); ao estabelecimento de parcerias de trabalho, quer entre alunos quer entre professores e alunos; e ao Conselho de Cooperação (CC).

O currículo é gerido cooperativamente entre a PC e os alunos, onde no CC, realizado à segunda-feira, é decidido que atividades serão realizadas ao longo da semana, para além de ser executado um balanço das atividades que foram realizadas na semana anterior, com uma reflexão sobre como estas correram e do que ficou por fazer. Além disso, os alunos têm ainda a oportunidade de escrever num cartaz, que se encontra afixado na parede da sala de aula, quais os temas que são do seu interesse trabalhar, trabalhos sobre os quais podem vir a ser desenvolvidos, maioritariamente, no TAP.

A PC é apoiada por um conjunto de professores coadjuvantes que estabelecem parcerias de trabalho e de ajuda com os alunos no PIT, durante os tempos de TEA e de TAP.

A disciplina de Estudo do Meio é trabalhada maioritariamente através do TAP. Os temas de trabalho surgem do interesse dos alunos, tendo de ser inseridos nos conteúdos referentes às Aprendizagens Essenciais de qualquer um dos anos do 1.º CEB, uma vez que, através de uma conversa informal com a PC, foi possível ficar a saber que os alunos no 1.º ano já tinham abordado conteúdos de 4.º ano. Os grupos de trabalho são formados de acordo com o interesse de cada aluno sobre os temas que irão ser estudados.

A PC apresenta uma ótima relação com os alunos, cooperando com eles em todas as situações educativas e fazendo com que eles desenvolvam a sua aprendizagem, autonomia e competências de cidadania. A PC tenta, também, que os alunos arranjem estratégias que os auxiliem a resolver conflitos que vão surgindo, tentando conversar com eles sobre esses acontecimentos. Além disso, a PC mostrou cooperar com o pessoal docente e não docente da instituição, participando em reuniões e convivendo para tentar perceber como pode melhorar as suas práticas educativas ou resolver problemas com que se vai deparando.

A avaliação foi realizada continuamente, tendo sido considerados os trabalhos realizados dentro e fora da sala de aula, assim como o empenho e a participação demonstrada pelos alunos, não havendo a realização de testes sumativos. A avaliação foi concretizada através da observação direta e do preenchimento dos Descritores de

Avaliação, tendo um para cada área disciplinar, que estão expostos na sala de aula. Assim sendo, os alunos para além de terem acesso aos mesmos, têm também acesso às Listas de Verificação que se encontram impressas e guardadas numa mica, que são colocadas nos seus cadernos de TEA. Os alunos dispõem, ainda, do PIT que os auxilia na organização e gestão das aprendizagens, dando ênfase aos conteúdos que necessitam de trabalhar e servindo também como instrumento de avaliação.

2.1.3. A turma

A turma com a qual foi desenvolvida a prática pertence aos 3.º e 4.º anos de escolaridade. É uma turma constituída por 21 alunos, 12 do sexo masculino e 9 do sexo feminino. Desses, dois estão no 4.º ano e os restantes encontram-se no 3.º ano de escolaridade. Os alunos apresentam idades compreendidas entre os 8 e os 11 anos, 14 alunos apresentam 8 anos, havendo quatro alunos com 9 anos, dois alunos com 10 anos e apenas um aluno com 11 anos.

A turma apresenta um aluno com trissomia 21, dois alunos com hiperatividade e um aluno que frequenta a terapia da fala. Esta é uma turma bastante heterogénea a nível de pré-requisitos, conhecimentos e competências. Há alguns alunos que apresentam uma grande facilidade a Matemática, mas a maior parte apresenta muitas dificuldades nessa área. Existem, também, dois alunos que ainda não adquiriram as competências leitoras e outros dois que as adquiriram há pouco tempo. No entanto, os alunos, apesar de conversadores, demonstraram ter um grande interesse e curiosidade pelos conteúdos de aprendizagem. O meio sociocultural e económico da turma é médio baixo, havendo alunos com dificuldades financeiras.

Os alunos apresentam uma ótima relação entre si, demonstrando que nenhum aluno é colocado de parte, independentemente das suas diferenças. Apesar de existirem muitas discussões entre eles, demonstraram conseguir resolver a maioria das situações autonomamente, através do diálogo. A relação com a PC também era muito boa, demonstrando um grande respeito pela mesma, mas também um grande carinho.

Durante o período de observação no estágio, foi possível recolher dados sobre as potencialidades e as fragilidades do grupo-turma, para cada área disciplinar (ANEXO A). No entanto, salientaram-se duas fragilidades: (i) cumprimento de regras de sala de aula; (ii) competências da oralidade na interação discursiva. Relativamente às potencialidades,

os alunos demonstraram respeitarem-se e integrarem bem os seus colegas, eram muito curiosos e participativos e trabalham muito bem em grupo, entre outros.

2.1.4. Problematização dos dados recolhidos e identificação da problemática de intervenção

No decorrer do período de observação, a identificação das fragilidades e das potencialidades da turma foi realizada através de observação direta, de conversas informais com a PC e através de troca de emails com a mesma. A partir dessa identificação foram formulados os objetivos gerais (OG) que se pretendiam trabalhar ao longo da prática, nomeadamente: (i) desenvolver competências de cumprimento de regras de sala de aula, nos alunos; (ii) desenvolver competências de interação discursiva, nos alunos. Estes OG deram origem às seguintes questões-problema: (i) Que estratégias utilizar conducentes ao cumprimento de regras de sala de aula? e (ii) Como desenvolver competências de oralidade na interação discursiva?.

Para ambos os objetivos foram aplicadas um conjunto de atividades que foram transversais a várias áreas disciplinares.

Relativamente ao primeiro objetivo, *desenvolver competências de cumprimento de regras de sala de aula, nos alunos*, mantivemos as rotinas já realizadas pela PC, uma vez que estas já eram conhecidas pelos alunos, como por exemplo, se as regras não estivessem a ser cumpridos pela maior parte dos alunos enquanto uma tarefa estava a ser realizada, então a tarefa era colocada em pausa e os alunos deitavam a cabeça sobre os braços, pousando-os na mesa. Esta paragem era feita durante alguns minutos, até que os alunos se acalmassem e, dessa forma, fosse possível continuar o trabalho que estava a ser realizado. Se as regras não estivessem a ser cumpridas, por um ou outro aluno, e sempre que se tratasse de apenas uma regra específica, os alunos deviam escrever cinco vezes a regra que estavam a descumprir. Os alunos tinham conhecimentos das regras de sala de aula, uma vez que foram elaboradas em conjunto entre eles e a professora. No entanto, sempre que necessário, eram acrescentadas novas regras. Em casos mais extremos, como a violência física, era discutido com os restantes alunos qual o castigo a aplicar. Foram também formuladas novas estratégias como, por exemplo, a escrita, no quadro, do nome dos alunos que estavam a cumprir as regras devidamente (reforço positivo), de modo que todos pudessem ver, e foi adicionada uma parcela no PI, onde os alunos, semanalmente,

podiam avaliar o seu próprio comportamento. Para além disso, uma vez que os alunos já realizavam o Balanço do Dia (avaliação das tarefas que realizavam ao longo do dia) supondo que iam ter um comportamento inadequado nas atividades que ainda não tinham sido realizadas, foi proposto que estas passassem a ser avaliadas no dia seguinte, dando oportunidade aos alunos de cumprirem as regras de sala de aula.

No que diz respeito ao segundo objetivo, *desenvolver competências na interação discursiva, nos alunos*, foram estipuladas algumas tarefas específicas para o seu desenvolvimento, em particular nas áreas de Expressão Artística e Plástica, Teatro e Música. Aqui, os alunos trabalharam com lengalengas, realizaram pequenas improvisações onde tiveram de adequar o seu discurso tendo em conta as informações que eram dadas, entre outras. Em todas as ocasiões, quando os alunos utilizavam a palavra “tipo”, ou que a correção linguística não estivesse presente, eram avisados e corrigidos no momento, para que conseguissem tomar consciência das escolhas discursivas que estavam a realizar. Foi dada também uma continuidade a tarefas anteriormente iniciadas pela PC, como a Carta aos Correspondentes, onde tiveram de adequar o seu discurso escrito. As apresentações dos Projetos e a Apresentação de Produções também se destacaram para o desenvolvimento deste objetivo, uma vez que se tratava de momentos nos quais os alunos tinham de apresentar uma comunicação mais cuidada. Para isso, foram elaboradas regras de apresentação de projetos, em conjunto com os alunos, para que ficassem a conhecer e a compreender melhor os cuidados que deviam seguir, apropriando-se da linguagem e da projeção da sua voz.

A turma encontrava-se inserida num estudo, trabalhando as Aprendizagens Essenciais que entrarão em vigor no ano letivo de 2022/2023, pelo que a PC tinha reuniões semanais, sobre quais as tarefas que iriam ser aplicadas durante a semana seguinte. Isto fez com que a maior parte das tarefas de Matemática tenham sido construídas por outros professores, no entanto, sempre que era possível, foram elaboradas atividades que iam ao encontro das questões colocadas pelos alunos noutras situações ou do interesse dos mesmos.

Tendo em conta os objetivos mencionados, foi possível observar um desenvolvimento nos alunos, uma vez que houve melhorias no seu comportamento, e estes demonstraram uma maior auto-consciencialização das atitudes tomadas, tendo,

também, sido possível observar que os alunos que conseguiam cumprir as regras tentavam ajudar os que ainda não o conseguiam fazer. Relativamente ao segundo objetivo, os alunos demonstraram uma grande evolução, em particular nos comentários realizados em atividades em grande grupo, no entanto, ainda recorreram diversas vezes à palavra “tipo” quando estão a ter de realizar uma explicação sobre algo, sendo que tal situação acontecia, maioritariamente, quando eles se encontravam a pensar sobre o que teriam de dizer a seguir. De um modo geral, foi possível concluir que os alunos conseguiram alcançar os objetivos pretendidos, no entanto é um trabalho que necessitava de ser continuado, para que outros desenvolvimentos pudessem ser notados.

3. DESCRIÇÃO SINTÉTICA DA PRÁTICA PEDAGÓGICA NO 2.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

| " ' | | ' |

3.1 Caracterização sumária

3.1.1. A instituição

A PES II, no 2.º CEB, foi realizada numa instituição pertencente ao distrito de Lisboa, de carácter público, cuja oferta educativa é do 2.º CEB e do 3.º CEB, indo do 5.º ao 9.º ano de escolaridade. A escola é sede do Agrupamento a que pertence, e no ano letivo de 2008/2009 foi reconhecida como “Escola de Referência para o Ensino Bilingue de Alunos Surdos”.

Todas as salas de aula encontram-se equipadas com um computador com acesso à internet, um projetor e um quadro branco, que podem ser utilizados para a dinamização das aulas. No entanto, a luminosidade, que por vezes era provocada pelo sol, leva a que o que está a ser projetado não seja visível.

Relativamente aos materiais, a instituição apresenta diversos materiais para o trabalho de Ciências, que podem ser utilizados, por exemplo, para a realização de atividades experimentais, laboratoriais ou práticas: microscópios, materiais de laboratório, posters sobre diversos temas, diversas amostras, entre outros. Tem, também, muitos materiais manipuláveis para trabalhar aspetos matemáticos, como, por exemplo, figuras e sólidos geométricas, jogos matemáticos, entre outros.

3.1.2. Os princípios orientadores da ação educativa das Professoras Cooperantes.

Este estágio foi orientado pelas professoras cooperantes que assumem o cargo de professoras de Ciências Naturais e Matemática, em duas turmas do 6.º ano do 2.º CEB.

A PC1 lecionava a disciplina de Ciências Naturais na turma A e na turma B. Para lecionar as suas aulas, a professora recorria ao manual escolar e a apresentações de vídeos expositivos para mostrar os conteúdos que estavam a ser trabalhados. A PC1 recorria, também, a algumas fichas e esquemas que eram elaborados por si. Para a avaliação dos processos de aprendizagem, a professora dava grande relevância à avaliação formativa, dando uma grande ênfase ao esforço que os alunos apresentavam ao longo do ano letivo. Por outro lado, também realizava avaliação sumativa, aplicando dois testes de avaliação por cada período e trabalhos de grupo ou individuais que eram pedidos aos alunos. A PC1

realizava diferenciação pedagógica para os alunos com mais dificuldades nos testes que propunha, adaptando-os e criando versões com questões de mais simples resposta.

A PC2 lecionava Matemática na turma A. Para lecionar as suas aulas, o trabalho em pequenos grupos era privilegiado. Os materiais que utilizava em sala de aula, eram maioritariamente: o manual escolar e a apresentação de vídeos e de PowerPoint para a apresentação de conteúdos. No que toca à avaliação, a professora dava uma maior ênfase à avaliação sumativa, realizando entre 1 a 3 testes sumativos por cada período. No entanto, tinha sempre em consideração o esforço e as melhorias apresentadas pelos alunos.

Por sua vez, a PC3 lecionava Matemática na turma B. O manual escolar era um material muito utilizado em sala de aula, sendo privilegiado para a resolução de exercícios e compreensão dos conteúdos que estavam a ser abordados. A professora recorria, na maior parte das aulas, ao projetor, quer para a apresentação de vídeos, quer para a apresentação de PowerPoint, ou, até mesmo, para projetar o manual escolar no caso de ser necessário explicar melhor algo que os alunos não estivessem a compreender. Para além disso, a professora utilizava os materiais manipuláveis disponibilizados pela escola. Apesar de não realizar muitas atividades em pequenos grupos, a PC3 realizava, muitas vezes, o jogo da memória com os seus alunos para verificar se estes estavam a conseguir adquirir os conhecimentos pretendidos. Relativamente à avaliação, a professora recorria a uma avaliação sumativa, onde aplicava entre 1 a 3 testes por período e pequenas fichas de avaliação sempre que os alunos terminassem de trabalhar um determinado tema de aprendizagem. No entanto, o comportamento e o empenho dos alunos era também tido em conta.

3.1.3. As turmas

A turma do 6.º A era composta por 22 alunos, sendo 11 do sexo feminino e 11 do sexo masculino. As suas idades encontravam-se compreendidas entre os 10 e os 12 anos. Nenhum dos alunos era repetente de 6.º ano, no entanto havia dois alunos que eram repetentes de anos anteriores, um que repetiu o 3.º ano e outro que repetiu o 5.º ano.

A turma não apresentava qualquer aluno que estivesse incluído no ensino articulado, oito alunos apresentavam medidas de suporte à aprendizagem e à inclusão,

sendo que três beneficiavam de Relatório Técnico-Pedagógico e de adaptações no processo de aprendizagem, e um beneficiava de Apoio Tutorial Específico.

Esta era uma turma muito homogênea, quer a nível de idades quer a nível de pré-requisitos, conhecimentos e competências. A turma era bastante motivada e demonstrava um grande interesse pelas atividades propostas. Os alunos demonstravam ter uma boa relação entre si e com as professoras.

A nível económico, esta é uma turma que apresenta alguns alunos com certas dificuldades, no entanto não há uma discrepância visível.

A turma do 6.º B era composta por 20 alunos, 12 do sexo masculino e 8 do sexo feminino. As idades encontravam-se compreendidas entre os 11 e os 14 anos. Esta turma apresentava apenas um aluno repetente e outro aluno que já tinha repetido um ano mais do que duas vezes.

Cinco alunos do 6.º B apresentavam medidas de suporte à aprendizagem e à inclusão, sendo que todos eles dispunham de medidas universais e medidas mais seletivas, apresentando também adaptações no processo de avaliação. A nível comportamental, tal como acontecia com a outra turma, tratava-se de uma turma homogênea.

Ambas as turmas apresentavam uma grande discrepância relativamente ao comportamento quando comparado o seu comportamento nas aulas de Matemática e nas aulas de Ciências Naturais. Nas aulas de Matemática os alunos demonstraram ser muito mais conversadores e ter bastantes dificuldades em cumprir as regras que eram propostas. Os alunos do 6.º A, na disciplina de Matemática, quando trabalhavam em grupo tendiam a formar grupos muito homogêneos e por afinidades, contribuindo para que houvesse uma grande diferença entre o nível de aproveitamento dos grupos. No momento de trabalho, muitos dos grupos encontravam-se a brincar e elevavam muito o seu tom de voz. Já nas aulas de Ciências, as duas turmas mostravam um elevado respeito pela professora, não apresentando quaisquer dificuldades em manter um comportamento adequado e em cumprir as regras de sala de aula.

Tal como ocorreu no estágio realizado em 1.º CEB, através do tempo destinado à observação, foi possível identificar um conjunto de potencialidades e de fragilidades dos alunos referentes a cada área disciplinar (ANEXO B e B1), do qual se destacam as suas dificuldades em desenvolver um relacionamento interpessoal adequado ao local de

trabalho e a dificuldade em interpretar enunciados. Os alunos eram também bastante curiosos e participativos, sendo essas uma das potencialidades encontradas em ambas as turmas para ambas as disciplinas.

3.1.4. Problematização dos dados recolhidos e identificação da problemática de intervenção

Tendo em conta o conjunto de potencialidades e de fragilidades encontradas em cada turma, foram formulados dois objetivos a serem trabalhados ao longo do período de intervenção: (i) desenvolver competências de relacionamento interpessoal; e (ii) desenvolver competência de interpretação de enunciados.

Para desenvolver esses objetivos, foi estipulado um conjunto de estratégias transversais às duas disciplinas, Matemática e Ciências Naturais, e a ambas as turmas. Para o primeiro objetivo, *desenvolver competências de relacionamento interpessoal*, foram desenvolvidas as seguintes estratégias: (i) realização de atividades de trabalho em pequenos grupos ou a pares; (ii) definição das regras para a realização de trabalhos de grupo, em conjunto com os alunos; (iii) definição das etapas para o trabalho de grupo, em conjunto com os alunos; (iv) lembrar, sempre que necessário, as regras e as etapas construídas; (v) dar feedback positivo, sempre que as regras fossem cumpridas; (vi) deixar que fossem os alunos a formarem os grupos de trabalho e, sempre que necessário, realizar ajustes, tentando formar grupos heterogêneos, tendo em conta os conhecimentos e competências dos alunos.

As estratégias formuladas para o segundo objetivo, *desenvolver competências de interpretação de enunciados*, foram: (i) realização de leitura em voz alta dos enunciados, por todos os alunos e/ou para os alunos, pedindo de seguida, que fossem eles a explicar, por palavras suas, o enunciado; (ii) realização de trabalhos de grupo, onde os alunos pudessem discutir os enunciados das atividades propostas e o que era pretendido que realizassem; e (iii) propor que os alunos elaborassem enunciados para os problemas que iam sendo propostos.

A avaliação privilegiada foi a formativa, no entanto, dando continuidade às estratégias elaboradas pelas PC, foram elaborados testes e fichas de avaliação sumativa. A participação dos alunos e o seu empenho também foram tidas em consideração na avaliação realizada. Os objetivos propostos foram também avaliados, com o propósito de

verificar se estavam a ter o efeito desejado. Aqui, a avaliação foi realizada maioritariamente através da observação direta, das produções dos alunos, dos testes, e dos trabalhos de grupo realizados, assim como da apresentação dos mesmos.

Relativamente ao primeiro objetivo, a maior parte dos trabalhos realizados foram desenvolvidos na modalidade de pequenos grupos, predominantemente nas aulas de Matemática. No início do período de intervenção foi elencado, juntamente com os alunos, um conjunto de regras e etapas que estes deveriam seguir durante a realização de trabalhos de grupo. Foi possível verificar que os alunos desenvolveram competências de relações interpessoal, no entanto, ainda tinham muitas dificuldades em controlar o barulho que faziam, prejudicando os outros colegas, pelo que estes são aspetos que ainda ficaram por trabalhar.

No que diz respeito ao segundo objetivo não foi possível observar qualquer melhoria na interpretação dos enunciados. Para o desenvolvimento deste objetivo, em conjunto com o primeiro objetivo foi permitido que os alunos trabalhassem em grupo, de maneira que pudessem discutir as questões que lhes eram colocadas. Durante o processo, os alunos também eram lembrados sobre o que deveriam fazer e, sempre que necessário, e que não conseguissem compreender o que estava a ser pedido, podiam sempre questionar as professoras ou consultar o manual de ciências naturais que tinha uma seção específica que ajuda na compreensão de perguntas, onde explicava o que os alunos deveriam fazer consoante o tipo de pergunta que era colocado.

No que toca às apresentações realizadas pelos alunos e aos testes e fichas sumativas, houve uma discrepância notável entre os resultados dos diversos alunos. Nas apresentações de trabalhos ficaram evidentes os alunos que as tinham preparado adequadamente e que estavam mais “à vontade” comparativamente com os colegas que liam o que estava escrito, passando a maior parte da apresentação voltados de costas para a restante turma. Nos testes e nas fichas de avaliação sumativa, foi também possível notar alguma diferença, havendo alunos que conseguiram obter notas muito boas, mas outros que ainda apresentavam muitas dificuldades, mas, na maior parte dos casos, todas as notas mais fracas eram recuperáveis. De um modo geral, foi possível notar um desenvolvimento quer nas competências educacionais quer nas competências interpessoais.

4. ANÁLISE CRÍTICA DA
PRÁTICA OCORRIDA EM AMBOS
OS CICLOS

| " | | " |

Neste capítulo é realizada uma análise crítica sobre a prática ocorrida em ambos os ciclos. Para isso, é realizada uma comparação reflexiva, crítica e fundamentada entre os dois contextos de estágio.

Após a apresentação das práticas ocorridas no 1.º CEB e no 2.º CEB é de extrema importância a realização de uma comparação entre ambos, comparando o desenvolvimento das competências dos alunos, os métodos de ensino utilizados em cada um, a relação pedagógica e os processos de regulação e avaliação das aprendizagens e dos comportamentos sociais.

No que diz respeito aos métodos de ensino-aprendizagem, é possível distinguir uma grande diferenciação entre os dois ciclos. Primeiramente, como foi dada primazia às metodologias já anteriormente utilizadas pelas PC, no 1.º CEB recorreu-se à metodologia do Movimento da Escola Moderna. O mesmo não aconteceu com o 2.º CEB, onde foi aplicado um ensino mais tradicional, mas tentando sempre fazer com que os alunos estivessem no centro da aprendizagem. Apesar desta grande diferença, em ambos os ciclos, recorreu-se sempre à cooperação e o trabalho em grupos, por se acreditar que para além de serem competências essenciais que os alunos devem adquirir, permitem também uma melhor partilha, e posterior, aquisição de conhecimentos. É fundamental que os alunos trabalhem em grupos heterogêneos, trabalhando em equipa. Ao aprenderem a trabalharem em conjunto e a formarem melhores relações, os alunos adquirem uma melhor aprendizagem escolar (Nunes & Ferreira, 2013).

Outra grande diferença notada entre os ciclos de escolaridade em estudo foi o facto de no 1.º CEB, o contacto com os alunos ser diário, e num período extenso e no 2.º CEB, o contacto com os alunos ser muito mais curto, estando apenas com eles cerca de 3 a 4 dias por semana e durante algumas horas devido a haver um professor por cada disciplina, não sendo assim possível fazer-se um acompanhamento regular à turma.

A organização de sala de aula apresenta uma grande diferença nos dois ciclos no que concerne à disposição das mesas e aos materiais presentes nas mesmas. Para começar, no 1.º CEB as mesas encontravam-se na maior parte do tempo arranjadas em pequenos grupos onde se podiam sentar em 5 a 6 alunos, dependendo no conjunto das mesas. No 2.º CEB as mesas encontravam-se em cerca de 4 filas e algumas secretárias individuais. Aqui, os alunos tinham de manter um lugar livre entre cada, devido às regras de COVID-

19. No entanto, em ambos os anos foi possível sempre realizar trabalhos em grupo, uma vez que os alunos de 2.º CEB rapidamente se juntavam em grupos, virando apenas algumas cadeiras para trás. Outra diferença notória, foi que no 2.º CEB, os alunos não tinham uma sala fixa, tendo algumas aulas, em salas diferentes. O mesmo não acontece com os alunos de 1.º CEB, que têm uma sala de aula própria, onde aí ocorre a maior parte das atividades letivas. No entanto, todas as salas encontram-se equipadas com um quadro (ou de giz, ou de canetas), um quadro interativo com projetor e um computador com acesso à internet. Na sala de 1.º CEB havia ainda armários com materiais para os alunos poderem utilizar e, nas paredes, estavam expostos materiais construídos pelos alunos, resumos sobre alguns conteúdos abordados e listas para os alunos acompanharem o trabalho que vão realizando. Nas salas de aula de 2.º CEB, não há armários com materiais, mas a escola fornece os materiais que são necessário. Apesar de as paredes não terem nada exposto no início do estágio, foi possível colocar um trabalho de Ciências Naturais, ficando a saber que estas podem conter trabalhos realizados pelos alunos.

No que toca à gestão e organização curricular, foi onde se notou a maior diferença. No 1.º CEB, a gestão e organização curricular é realizada com uma grande cooperação dos alunos, onde estes tinham um papel muito ativo. Para isso, todas as semanas ocorria o CC, sendo discutido com os alunos, as tarefas que iriam ser realizadas ao longo da semana, quais as parcerias e qual o papel que cada um iria apresentar. Os alunos apresentavam ainda o TEA, onde apesar de terem sempre algumas tarefas que eram obrigatórias, podiam também selecionar, de acordo com as suas dificuldades e com o que necessitam de trabalhar, quais as tarefas que iriam realizar, anotando-as no PIT. No 2.º CEB, a gestão e organização do currículo é realizada maioritariamente pela professora, através de planificações semanais. Aqui, o professor é o condutor das aulas, sendo ele a pensar sobre todos os materiais que poderão ser necessários e a prepará-los. Além disso, apesar dos alunos também serem ouvidos e de se tentar ir ao encontro dos gostos dos alunos, não é tão notório como no 1.º CEB, o desenvolvimento de atividades e tarefas em torno desses gostos.

As medidas de aprendizagem e inclusão, foram notórias em ambos os ciclos, estas são aplicadas, maioritariamente através da diferenciação das tarefas que são aplicadas ou de um suporte extra, por exemplo, por parte de outros professores, permitindo assim que

os alunos possam evoluir ao seu ritmo. Como no 2.º CEB, os alunos tinham de realizar testes de avaliação sumativos, estes também eram sempre adaptados tendo em conta as necessidades apresentadas por cada um, tal como referido anteriormente. No 1.º CEB, podiam conquistar os descritores de avaliação quando se sentiam preparados, fazendo assim com que os alunos que apresentassem mais dificuldades tivessem oportunidade de os conquistar a seu tempo.

Quer nas turmas de 2.º CEB quer na turma de 1.º CEB foi possível desenvolver-se uma boa relação pedagógica com os alunos, havendo sempre respeito mútuo e um carinho por todos os alunos. No entanto, foi possível notar algumas diferenças. Com os alunos de 1.º CEB houve claramente uma maior proximidade e um maior conforto, havendo muitos momentos de brincadeira, fora dos tempos de sala de aula. Isto pode ter ocorrido, pelo facto de o tempo passado com esses alunos ter sido maior, e como eram dias inteiros, foi possível desenvolver-se uma maior proximidade. No 2.º CEB apesar de haver uma proximidade, esta não foi tão notória como no 1.º CEB. O tempo de lecionação com estes alunos foi muito mais curto e uma vez que há um professor para cada disciplina fica mais difícil criar uma relação tão forte como a que criada com os alunos do 1.º CEB. Isto pode também ter acontecido porque há um conjunto de fatores que influenciam as relações criadas com os alunos, entre as quais a idade e o género, as experiências que cada um teve e o seu meio sociocultural (Fernandes & Tomás, 2011).

A avaliação das aprendizagens e dos comportamentos, no 1.º CEB era realizada em conjunto com os alunos. Estes tinham acesso direto aos Descritores de Avaliação, uma vez que estão expostos nas paredes da sala de aula, e cada aluno tinha-os impressos, e no PIT, os alunos podiam avaliar continuamente o seu desempenho e o seu comportamento ao longo das semanas. Ou seja, a avaliação é realizada recorrendo a grelhas de avaliação, à análise dos trabalhos realizados pelos alunos ao longo do TEA, no preenchimento do PIT e através da observação direta. Tudo isto foi muito importante para que pudesse haver uma regulação das aprendizagens, permitindo assim, que houve uma adaptação que contribuisse para o desenvolvimento de competências por parte dos alunos. Já no 2.º CEB, os alunos foram avaliados a partir de testes de avaliação sumativa, ou de fichas de trabalho. O cumprimento das regras de sala de aula, da realização dos trabalhos de casa, do seu empenho, da participação e da sua assiduidade eram também tidas em

conta durante o processo de avaliação e dos comportamentos sociais. A avaliação foi também realizada através da observação. Antes dos testes de avaliação sumativa, era indicado aos alunos as páginas do manual que deveriam estudar e quais os conteúdos que iriam ser abordados.

A observação direta, principalmente, demonstrou ser uma técnica muito importante para a regulação das aprendizagens, assim como as produções realizadas pelos alunos, uma vez que permitiu saber se os conhecimentos pretendidos estavam a ser adquiridos e se o trabalho que estava a ser feito por mim era o adequado.

Apesar de futuramente não ter uma professora que acompanhe o meu trabalho e que me possa ajudar a melhorar a minha prática, importa referir que as PC apresentaram um papel muito importante e essencial para que todo este processo fosse realizado da melhor maneira possível, auxiliando-me sempre que necessário e garantindo que o meu trabalho estava a ir de encontro ao suposto, de modo a proporcionar aos alunos o maior benefício das aulas que lecionei.

5. APRESENTAÇÃO DO ESTUDO

| | ' ' | | ' '

5.1 Definição e apresentação do problema objeto de estudo

O presente trabalho tem como objetivo compreender quais as representações utilizadas por alunos aquando da resolução de problemas matemáticos de diferentes tipos. A escolha do tema deu-se por meu interesse pessoal, na medida em que queria compreender um pouco mais sobre as representações utilizadas pelos alunos na resolução de problemas matemáticos, tema abordado na unidade curricular *Didática na Matemática*, do 2.º semestre do 1.º ano de Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB. A escolha do tema de investigação deve ser feita tendo em conta, entre outros, o “critério da afetividade”, onde é recomendado que esta escolha seja realizada por motivação pessoal (Sousa & Baptista, 2011), tal como acontece neste caso.

A leitura de documentos que abordam este tema, contribuíram para aumentar o gosto e a compreensão da importância que as representações apresentam na aprendizagem da Matemática. De facto, são as representações que nos permitem realizar uma interpretação correta dos problemas (Pinto & Canavarro, 2012) e a utilização de diferentes tipos de representações permite aprimorar o ensino da Matemática, assim como a sua aprendizagem (Mainali, 2021).

Importa referir que inicialmente era minha intenção estudar quais as representações utilizadas pelos alunos de 6.º ano de escolaridade, na resolução de problemas de probabilidade. No entanto, após a aplicação dos problemas foi possível observar que os alunos apenas recorriam a representações simbólicas matemáticas, não havendo assim variabilidade das representações entre os alunos desse ano de escolaridade. Assim sendo, decidi aplicar um conjunto de problemas aos alunos de 1.º CEB, onde a variação de representações utilizadas seria mais notória, permitindo também comparar que representações são utilizadas pelos alunos em função dos problemas matemáticos propostos.

O envolvimento dos alunos na resolução dos problemas propostos foi também muito importante, e definitivamente um dos motivos que mais contribuiu para a realização deste estudo.

5.2 Objetivo do estudo e questões de investigação

Após a definição e apresentação do problema em estudo, é apresentado o objetivo geral da investigação: *Compreender quais as representações utilizadas pelos alunos do 3.º ano de escolaridade na resolução de problemas*. A formulação do objetivo geral de investigação tem como objetivo principal mostrar qual a principal temática que foi estudada (Santos, et al, 2019), bem como o produto final a que o estudo pretende dar resposta (Baptista & Sousa, 2011).

Realizada a formulação do problema, para o desenrolar do estudo, torna-se necessário subdividir o problema em questões de investigação ao qual se pretende dar resposta ao longo da realização do estudo (Baptista & Sousa, 2011), servindo como uma orientação para o mesmo (Carmo & Ferreira, 1998; citado por Santos et al, 2019).

Posto isto, e para que seja possível dar resposta ao objetivo geral, foram formuladas duas questões de investigação:

- (i) Que representações são privilegiadas por alunos do 3.º ano de escolaridade na resolução de problemas matemáticos?
- (ii) De que forma o tipo de problemas matemáticos influencia a escolha da representação utilizada por alunos do 3.º ano aquando da sua resolução?

6. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

| ' ' | | ' ' |

6.1 Resolução de problemas no ensino da Matemática

A Matemática é uma área do saber que se encontra presente em todos os currículos, ao longo de toda a escolaridade obrigatória (Pinto & Canavarro, 2012).

A aquisição de conhecimentos por parte dos alunos depende das atividades que realizam e da reflexão que sobre elas aplicam. Estas podem ser fomentadas, através de uma boa e adequada tarefa, tendo em conta o modo como são propostas e conduzidas em sala de aula (Ponte, 2005).

As tarefas constituem um ponto importante do currículo, pois apresentam uma parte essencial das aprendizagens dos alunos. De acordo com Ponte (2005), podem dividir-se em várias categorias, de acordo com: (i) o grau de desafio matemático, se apresenta um grau elevado ou reduzido; (ii) o grau da estrutura da tarefa, se esta é fechada ou aberta; (iii) a duração, podendo ser de longa ou curta duração; e (iv) contexto, se tem um contexto real, um contexto abstrato ou um contexto puramente matemático. O grau de desafio está relacionado com a dificuldade apresentada pela tarefa. A tarefa pode ser considerada como desafio reduzido quando apenas é necessário aplicar processos e técnicas. Quando desenvolve conexões entre os conceitos, o raciocínio e a comunicação matemática, a tarefa apresenta um grau elevado de desafio. As tarefas que apresentam uma estrutura aberta permitem que os estudantes discutam as suas ideias, procurem estratégias de resolução diferentes e realizem generalizações. Por seu lado, as tarefas fechadas podem permitir que os alunos desenvolvam mais o seu raciocínio, uma vez que são mais acessíveis. Relativamente à duração da tarefa, esta pode durar apenas alguns minutos para ser resolvida ou então pode demorar meses. O contexto das tarefas pode variar entre contextos reais e contextos abstratos ou puramente matemáticos. No entanto, a tarefa pode basear-se em contextos reais, mas ser abstrata para os alunos. Atendendo ao descrito, as tarefas podem ser divididas em: exercícios, investigações, projetos e problemas (Ponte, 2005) (figura 1).



Figura 1 Tipos de tarefas Matemáticas (Ponte, 2005)

Como é possível observar, os problemas são tarefas com um elevado grau de desafio e são fechadas (Ponte, 2005). Um problema pode ser definido como uma situação que permite o envolvimento dos alunos, sem que, inicialmente, conheçam o caminho para a sua resolução. No entanto, muitas vezes a definição de problema remete apenas para um exercício (Vale et al., 2015), podendo acontecer mesmo que para alguns alunos a tarefa seja considerada um problema e para outros seja um exercício (Ponte, 2005).

A resolução de problemas pode ser perspectivada numa abordagem de ensino da matemática: Ensino da Matemática através da resolução de problemas, onde os problemas estão em primeiro plano, enquanto via facilitadora da aprendizagem (Boavida et al, 2008). A resolução de problemas passa a ser uma dimensão formativa que permite o desenvolvimento de capacidades cognitivas nos alunos, possibilitando que estes consigam dar sentido ao que vão aprendendo (Boavida et al, 2008; Viseu et al, 2016). Além disso, esta tarefa pode ser realizada tendo em conta a realidade próxima do aluno, fazendo com que seja desenvolvido o gosto por desafios e pela descoberta, aumentando assim as suas capacidades matemáticas (Viseu et al., 2016).

Para resolverem os problemas que vão sendo propostos, os alunos têm de interpretar o enunciado e elaborar uma estratégia que permita chegar à resolução, sendo necessário o raciocínio e a reflexão sobre os procedimentos a ter em conta (Viseu et al., 2016), permitindo a aquisição de competências que levam à resolução de problemas mais complexos (Vale et al., 2015). No entanto, nem todos os problemas podem ser utilizados para o ensino da Matemática. Devem ser selecionados apenas os que vão ao encontro dos objetivos pretendidos e que sejam desafiantes, mas adequados ao trabalho que se pretende realizar. Através deste modo de aprendizagem, os alunos têm oportunidade de estar em contacto com um conjunto variado de abordagens, de recorrer a conhecimentos

previamente adquiridos e de trabalharem em grupo, permitindo que apresentem e confrontem as suas ideias. É, por isso, necessário encaminhar os alunos para que sejam capazes de realizar conexões entre os conhecimentos presentes, de modo a chegarem à solução pretendida. (Vale et al., 2015).

De acordo com Boavida et al (2008), há duas componentes principais na resolução de problemas: 1ª - exploração, onde ocorre a descoberta de possíveis relações através do raciocínio, dos processos indutivos e estratégias que levam à procura da solução; a 2ª - confirmação, onde é possível testar essas relações e usar raciocínios e processos dedutivos, incluindo apresentar contraexemplos e justificar as generalizações. O rigor de tais justificações depende do nível em que se encontram os alunos e da natureza do problema (algumas são mais formais enquanto outras usam palavras próprias) (Boavida et al, 2008).

É importante que o ensino da resolução de problemas ocorra de modo explícito, pois permite que os alunos aprofundem os seus conhecimentos e os seus pensamentos, tornando a sua aprendizagem mais significativa (Viseu et al., 2016).

6.1.1 Diferentes tipos de problemas

Vários autores classificam os problemas de diferentes formas, de acordo com um conjunto de características dos mesmos.

Charles e Lester (1998; citado por Palhares, 2004) classificam os problemas como sendo problemas de um passo, quando podem ser resolvidos através da aplicação direta de uma operação matemática, ou problemas de dois ou mais passos, quando é necessário aplicar duas ou mais operações matemáticas (Charles e Lester, 1998; citado por Palhares, 2004). Boavida et al (2008), realiza uma classificação muito idêntica referindo que os problemas podem ser classificados como problemas de cálculo, podendo apresentar um ou mais passos. Neste tipo de problemas os alunos necessitam de tomar decisões sobre quais as operações matemáticas que vão utilizar, recorrendo a conhecimento previamente adquirido (Boavida et al, 2008). Para Urdin (2006), estes problemas são referidos como problemas aritméticos.

Os problemas de processo são problemas onde é necessária a aplicação de um conjunto de estratégias que levem à resolução. Este tipo de problemas pode levar à

formação de novos conhecimentos e novas competências nos alunos (Charles & Lester, 1998, citado por Palhares, 2004; Boavida et al., 2008).

Charles e Lester (1998), fazem referência a mais dois tipos de problemas: os problemas de aplicação e os problemas tipo puzzle. Os problemas de aplicação são problemas que geralmente retratam a vida real, sendo necessária a recolha de dados. Já os problemas tipo puzzle, são considerados os problemas mais motivadores para os alunos e são necessários diferentes pontos de vista para a resolução do mesmo (Charles e Lester, 1998; citado por Palhares, 2004). Urdian (2006) realiza uma classificação idêntica ao classificar os problemas como sendo problemas de azar ou probabilidade, onde é a participação dos alunos é uma componente essencial, podendo ser apresentados através de jogos ou de uma componente manipulativa. Os problemas abertos ou de investigação, referidos por Boavida et al (2008), são problemas que podem conter mais do que uma resposta correta.

Urdian (2006), apresenta mais quatro tipos de problemas, para além dos mencionados anteriormente. Os problemas geométricos, que envolvem processos de geometria. Os problemas de raciocínio lógico apoiam o desenvolvimento de competências que ajudarão os alunos a enfrentar diversas situações. E os problemas de reconto sistemático levam à aquisição de competências que permitem resolver situações de componentes lógicas. Já os problemas de raciocínio indutivo expressam propriedades numéricas ou geométricas (Urdian, 2006).

Uma vez que não há apenas uma classificação possível para os problemas, cabe ao professor escolher quais se adequam melhor à sua turma e ao currículo, levando a que os alunos apliquem várias estratégias e contactem diferentes conceitos matemáticos (Araújo, 2014).

6.2 Representações no ensino da Matemática

A natureza abstrata da matemática requer a comunicação de ideias através de múltiplas representações, tal como palavras, símbolos, imagens, objetos ou ações. Construir fluência representacional envolve o uso de representações matemáticas flexíveis e a capacidade de interpretar ou traduzir esses diferentes modelos e conceitos matemáticos (Suh et al., 2008).

As representações desempenham um papel muito importante na matemática (Velez, 2020). Ao realizarem as representações, os alunos desenvolvem processos que tornam as suas aprendizagens mais significativas, pois quando o fazem exteriorizam os seus pensamentos, organizando as informações que vão adquirindo, sendo os construtores dos seus próprios conhecimentos e tornando o processo de ensino-aprendizagem mais significativo. Este é o início do desenvolvimento e construção do conhecimento (Valério, 2005).

No ensino e na aprendizagem, as representações podem apresentar um papel duplo, atuando como ferramentas instrucionais e como ferramentas de aprendizagem (Suh et al., 2008; Valério, 2005).

O início de um entendimento da aprendizagem e desenvolvimento matemático vai para além de abordar a aquisição de conceitos, ou mesmo esquemas. É necessária a identificação de estágio no seu desenvolvimento. Com base numa variedade de ideias, as três etapas principais dos desenvolvimentos de sistemas representacionais são: (i) estágio semiótico-inventivo; (ii) período de desenvolvimento estrutural e (iii) estágio autónomo (Goldin & Kaput, 1996).

A primeira consiste no processo de desenvolvimento de uma nova representação interna que ocorre quando o aluno é confrontado com uma representação externa que desconhece (Goldin & Kaput, 1996). Aqui, depois de um novo caractere ou configuração ser introduzido, psicologicamente o seu significado inicial serve durante um longo período como o “significado real”. A nova representação é modelada no sistema representacional pré-existente (Goldin, 2003).

A segunda é a necessidade de recorrer ao conhecimento prévio para comparar a nova representação externa com as representações internas existentes, encontrando diferenças e semelhanças (Goldin & Kaput, 1996). Desde que este estágio continue a noção de significado real é confirmada (Goldin, 2003). A terceira ocorre quando já estão definidas as características da nova representação, tornando-se autónoma das representações anteriores, assumindo especialidades e regras próprias. Os novos sistemas aumentam de poder e tornam-se autónomos apenas quando as novas interpretações noutros sistemas representacionais são possíveis (Goldin, 2003). As três fases não são independentes, estando interligadas. O desenvolvimento de uma nova representação não

é um processo isolado, podendo ser necessário repetir todo o processo ou recorrer a fases anteriores (Goldin & Kaput, 1996).

Webb et al (2008), dividem o processo de aprendizagem das representações da seguinte maneira: (i) fase informal (os conceitos são abordados de forma concreta num contexto mais familiar); (ii) fase pré-formal (o grau de complexidade vai aumentando para conceitos mais abstratos e formais); (iii) fase formal (são utilizadas notações matemáticas formais), estas fases não se encontram independentes umas das outras, mas sim interligadas (Webb et al, 2008).

O recurso a múltiplas representações desenvolve a flexibilidade representacional, ou seja, a capacidade de escolher a representação mais adequada (Nistal et al, 2009; Velez, 2020; Tripahi, 2008). Mas pode também dificultar esse processo, uma vez que os alunos podem não compreender a representação. As múltiplas representações apoiam a aprendizagem sendo necessário o conhecimento para interagir com as representações, coordenar a transformação entre representações dentro do mesmo domínio e criar ou modificar um modelo mental que engloba as informações das representações utilizadas. Ter um conhecimento estratégico é escolher a representação adequada e entender quando e porquê (Nistal et al, 2009). O professor deve colocar questões que permitam os alunos raciocinar usando diferentes representações. Os alunos devem trabalhar em pares para que possam comparar e discutir as respostas sendo seguido por questões com conexões a outras representações relacionadas (Tripahi, 2008).

Ensinar matemática usando a ideia de múltiplas representações e ajudando os alunos a desenvolver a capacidade de representar uma ideia matemática de várias maneiras pode ser uma tarefa desafiadora. É, contudo, uma ideia importante, dada a evidência crescente de que os alunos entendem melhor os conceitos quando os estudam através de uma variedade de perspetivas e desenvolvem a destreza para se moverem suavemente entre as diferentes representações. O processo de colocação e resolução de problemas que acontece em torno das representações pode fomentar a aprendizagem da matemática. O discurso matemático que ocorre em sala de aula quando os alunos e o professor estão envolvidos, movendo-se entre as diferentes formas de conceito, pode enriquecer a cultura da sala de aula e ajudar os alunos a tornarem-se participantes ativos

no processo de aprendizagem. A visão de uma vida entusiasmada e matematicamente capacitada por alunos valoriza a tarefa (Tripahi, 2008).

6.2.1 Definição de representação

O termo representações apresenta vários significados, dependendo do autor. Goldin e Kaput (1996), referem que as representações matemáticas são objetos abstratos com um potencial múltiplo de instâncias físicas. Por sua vez, Goldin (2003), refere que as representações são utilizadas para apoiar ou para “representar” algo, sendo uma configuração de sinais, caracteres, ícones e objetos. Duval (2006), acrescenta que as representações podem ser crenças individuais ou concepções a que se tem acesso através das produções verbais ou esquemáticas individuais que são apresentadas através de símbolos.

Para Tripahi (2008) e Velez (2020), as representações matemáticas são uma construção física ou mental que descreve aspetos inerentes às estruturas de um conceito e às inter-relações existentes entre esse conceito e outras ideias. As representações incluem componentes concretas, verbais, numéricas, gráficas, contextuais, ou pictóricas. Cada representação forma uma ideia que permite que seja comunicada, interpretada e discutida (Tripahi, 2008). Assim sendo, as representações podem ser utilizadas para ensinar e aprender Matemática (Mainali, 2021).

O ato de representar pode ser interpretado de várias maneiras, incluindo: denotar, retratar, incorporar, codificar, evocar, rotular, significar, produzir, referir, sugerir ou simbolizar (Goldin, 2003).

As representações podem ainda referir-se a um ato ou processo de inventar ou produzir representações - para que uma “representação matemática” seja algo que os alunos e os outros fazem. O termo descreve uma relação semiótica entre produções externas e as ideias matemáticas internas que elas dizem representar, que são especificadas no capítulo seguinte. Pode também referenciar a codificação matemática de padrões não-matemáticos (Goldin, 2018).

A configuração de uma representação individual raramente está sozinha. É essencial considerar a noção de um sistema representacional, que incorpora regras e práticas para combinar os sinais em configurações permitidas, sem que uma configuração particular se torne pouco significativa (Goldin, 2003).

6.2.2. Tipos de representações

As representações matemáticas e sistemas de representação são frequentemente caracterizados de acordo com a natureza das configurações representadas, por exemplo, é possível classificar as representações como: (i) internas ou externas; (ii) ativas, icônicas ou simbólicas; (iii) verbais, visuais, espaciais ou cinestésicas; (iv) concretas ou abstratas/simbólicas; (v) e estáticas ou dinâmicas. As representações podem também ser caracterizadas de acordo com o meio em que são codificadas (Goldin, 2018).

Como referido, as representações podem ser divididas em dois tipos: representações internas e representações externas, sendo a relação entre elas é muito complexa (Velez, 2020). Goldin e Kaput (1996), referem que as representações internas são possíveis configurações mentais dos indivíduos, como por exemplo os aprendizes e os solucionadores de problemas. Sendo internas, estas configurações não são observáveis diretamente, mas podem ser realizadas inferências sobre os estados internos de outrem, através do comportamento externo e das produções das representações externas que vão apresentando (Goldin & Kaput, 1996; Goldin, 2003). Muitas vezes, essas inferências são feitas de forma tácita e não de forma explícita, propondo-se de modo consciente o desenvolvimento de tipos particulares de representações nos alunos por meio de atividades sugeridas (Goldin & Kaput, 1996).

Alguns exemplos de representações internas poderão ser a visão individual e/ou a representação cognitiva espacial de objetos geométricos ou padrões, operações ou situações matemáticas, a codificação cinestésica de operações, formas e movimentos, a linguagem que usam internamente para descrever situações matemáticas, os seus planos heurísticos e estratégias para a resolução de problemas, o seu modelo conceptual interno de ideias matemáticas, e os seus estados afetivos e emocionais em relação aos problemas e situações matemáticas (Goldin, 2018).

As representações internas também devem envolver configurações construídas a partir de algum conjunto de componentes. Os sistemas internos incluem: a linguagem natural do indivíduo; as suas imagens visuais e espaciais, a representação tátil e cinestésica; as suas heurísticas e estratégias de resolução de problemas; as suas capacidades pessoais, incluindo as suas concepções sobre noções e configurações

matemáticas convencionais; as suas construções de simbolização pessoal e atribuição de significado a todos esses; e o seu afeto (Goldin, 2003; Goldin, 2018).

De acordo com Velez (2020), as representações internas são desencadeadas perante uma representação externa desconhecida, o que provoca a necessidade de comparação com as representações internas anteriores, tornando-se autónoma e com características próprias. Assim sendo, as representações internas dão-nos a estrutura para descrever a construção do conhecimento individual e os processos de resolução de problemas (Goldin & Kaput, 1996).

As representações externas dependem de cada aluno e das suas representações internas, uma vez que são um reflexo das mesmas (Velez, 2020). São configurações representadas fisicamente, como palavras, gráficos, imagens ou equações. Assim, estas representações permitem-nos falar sobre relações matemáticas e o significado que vai para além das inferências dos alunos (Goldin & Kaput, 1996), sendo fáceis de observar e de analisar (Velez, 2020).

De acordo com Velez (2020), fazem parte das representações externas as representações icónicas, notacionais e pictóricas. Goldin (2003), acrescenta ainda que a linguagem normativa natural (ex. Português); sistemas de matemática formais convencionais; ambientes estruturados para a aprendizagem que incluem materiais manipuláveis concretos são também considerados representações externas (Goldin, 2003). As expressões faciais, os movimentos e as posturas apresentadas pelos alunos poderão também funcionar, por vezes, como uma representação externa que carrega um significado matemático (Goldin, 2018).

Como as representações externas apresentam significados diversos, tal dificulta a aprendizagem dos alunos. Os alunos que conseguem identificar uma determinada representação podem mecanizá-la, sem que a consigam interpretar. Este processo não é simples nem linear e pode originar erros e dificuldades dos alunos. Isto porque a relação entre representação e o seu significado é complexa e não unívoca (Velez, 2020). A representação é integrada num sistema com características próprias e comumente aceites, com estrutura intrincada e dinâmica (Duval, 2006; Velez, 2020).

A compreensão que os alunos apresentam perante a resolução de um problema, pode ser demonstrada pelas representações externas que realizam no decorrer de várias

tarefas propostas. Além disso, a apresentação de um raciocínio correto e a sua explicitação a outros elementos da turma influencia também a compreensão dos alunos, permitindo que apliquem e reconheçam processos semelhantes em contextos diferentes (Valério, 2005).

A relação entre as representações externas e internas são bastante complexas, pelo que deve ser feita de forma cuidadosa (Velez, 2020). Estes dois sistemas interagem um com o outro, sendo que há dois sentidos nessa interação. Por vezes um indivíduo externaliza de forma física através de atos decorrentes das estruturas internas. Outras vezes, a pessoa interioriza por meios de interação com as estruturas físicas externas de um sistema de notação (Goldin & Kaput, 1996). Ou seja, por vezes é mais válido considerar que o sistema interno representa o sistema externo, tal como quando um aluno forma uma imagem mental de uma relação matemática descrita pelo professor e se questiona se a relação foi efetivamente ou corretamente visualizada. Outras vezes, o sistema externo pode ser considerado como uma representação do sistema interno, quando o aluno escreve uma fórmula, desenha um diagrama, ou procura comunicar por palavras as suas ideias matemáticas. Esta flexibilidade demonstra a natureza de dois sentidos da relação representacional (Goldin, 2003), sendo que estas interações podem ocorrer simultaneamente (Goldin & Kaput, 1996).

As interações entre sistemas representacionais externos e internos fornecem os meios para se fazer inferências sobre indivíduos e para descrever a aprendizagem e desenvolvimento como consequência do ambiente de aprendizagem e contingências nesse ambiente (Goldin & Kaput, 1996).

De acordo com Bruner (1999), as representações utilizadas pelos alunos podem ser divididas em três tipos: i) representações ativas; ii) representações icónicas e iii) representações simbólicas. As representações ativas remetem para as representações que o aluno não consegue explicar por imagens nem por palavras, pelo que têm de recorrer à ação. Ou seja, a aquisição de conhecimentos por parte dos alunos ocorre de ações que possibilitam a chegada a uma resolução correta para a resolução de problemas (Bruner, 1999). Velez (2020), ao classificar as representações recorre também a este termo. De acordo com Pinto & Canavarro (2012), é possível realizar uma distinção entre três tipos de representações icónicas: o desenho, os símbolos não convencionais e o diagrama.

As representações icónicas ocorrem quando há presença e manipulação de imagens, podendo ser apresentadas através de desenhos, figuras, imagens ou esquemas que indiquem a resolução do aluno ao problema proposto (Bruner, 1999). Para Velez (2020), há uma distinção entre a utilização de imagens que são próximas da realidade, cujo nome é representações pictóricas, e a utilização de esquemas e símbolos não matemáticos, dando assim o nome de representações icónicas. Os símbolos não convencionais apresentam o mesmo significado que as representações icónicas referidas por Velez (2020). Já o desenho tem as mesmas características que as representações pictóricas.

Por fim, as representações simbólicas, dizem respeito às representações matemáticas formais, correspondendo a “um conjunto de proposições simbólicas ou lógicas que são extraídas de um sistema simbólico que é regido por regras ou leis para a formação e transformação de proposições” (Bruner, 1999). Velez (2020), realiza uma distinção entre dois tipos de representações simbólicas: representações simbólicas verbais e as representações simbólicas matemáticas. A representação simbólica verbal implica simbologia matemática através das palavras e a representação simbólica matemática aparece sobre a forma de notação matemática.

Para a formação da sua categorização, Velez (2020), baseou-se num conjunto de autores - Bruner, 1999; Goldin, 2008; Ponte & Serrazina, 2000; Thomas, Mulliganb & Goldin, 2002- formulando a tabela apresentada de seguida (tabela 1).

Tabela 1 - Tipos de representações (Velez, 2020)

Ativas	Recurso a objetos concretos e a movimentos
Pictóricas	Desenhos detalhados e muito próximos da realidade
Icónicas	Símbolos não matemáticos e esquemas
Simbólicas verbais	Linguagem verbal
Simbólicas matemáticas	Linguagem matemática

No estudo realizado por Pinto e Canavarro (2012), é referido que as representações icónicas e simbólicas são utilizadas em associação com várias estratégias. As representações ativas são utilizadas em conjunto com a estratégia da simulação, auxiliando os alunos a simular a situação presente no problema (Pinto & Canavarro, 2012).

As representações desenvolvidas pelos alunos apresentam um papel muito importante no auxílio da compreensão dos problemas propostos e, por isso, também na sua resolução (Pinto & Canavarro, 2012).

Numa fase inicial, os alunos começam por representar esquemas e desenhos, as representações pré-formais (Webb et al, 2008). Estes surgem numa fase inicial do processo de resolução de problemas, conjuntamente com a apresentação dos dados, ou como uma componente afetiva. (Valério, 2005; Tripahi, 2008). As representações pré-formais raramente são desenvolvidas para representações mais formais pelos alunos, em vez disso, os alunos são orientados pelos professores ou pelos materiais instrucionais para usar representações e estratégias que podem ser aplicadas em diferentes situações e contextos. As representações pré-formais oferecem maiores oportunidades para capacitar a compreensão dos alunos, mas apresentam limitações no estudo de problemas que podem ser resolvidos usando a representação escolhida (Webb et al, 2008).

As diferentes representações utilizadas pelos alunos podem apresentar uma diversidade de funcionalidades, podendo ser: (i) auxiliar na visualização de um problema verbal; (ii) conectar o real ao abstrato; (iii) recorrer à representação como forma de ferramenta, auxiliando na contagem, para obter o resultado; (iv) ou para confirmar um resultado que se tenha obtido (Valério, 2005). Assim sendo, as representações informais, levam a representações formais e simbólicas. Os alunos começam por utilizar esquemas acompanhados por cálculos. Gradualmente, os estudantes vão deixando de utilizar os esquemas, continuando com a apresentação de cálculos. As representações informais permitem que os alunos entendam melhor o problema que estão a trabalhar. Mesmo quando representações formais já se encontram dominadas, os discentes têm tendência para recorrer, algumas vezes, a representações informais (Valério, 2005; Goldin & Kaput, 1996). É essencial que os alunos tenham oportunidade de partilhar com os seus colegas e com o professor as representações que utilizam, explicitando o modo de como a realizaram. Isto permitirá que os alunos entrem em contacto com outras representações e outras formas de pensar. O professor adquire a possibilidade de adaptar as suas práticas educativas, tendo em conta as dificuldades que são apresentadas, permite que compreenda pela análise das interpretações e resoluções realizadas qual o raciocínio matemático utilizado (Pinto & Canavarro, 2012).

6.4 As representações nas Orientações Curriculares para o 1.º CEB

As representações têm apresentado um papel importante no processo de ensino aprendizagem da Matemática. Atualmente, nas Aprendizagens Essenciais de Matemática do 1º CEB, as capacidades matemáticas são um dos conteúdos a trabalhar. É referido que os alunos devem ter oportunidade para resolver problemas matemáticos, de modo constante, tendo um apoio para a transmissão de conhecimentos e aplicação do mesmo. No 1º CEB, é referido que as representações verbais, a utilização de materiais manipuláveis ou a construção de diagramas devem ser valorizadas. Mas a utilização progressiva da linguagem simbólica deve também ser tida em conta.

O perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória (2016), apesar de não explicitar a importância das representações e do modo como estas se encontram inseridas ao longo do percurso de aprendizagem dos alunos, refere que os alunos devem ser capazes de comunicar o seu raciocínio, sendo que tal pode ser feito através das representações matemáticas, bem como da resolução de problemas, onde os alunos devem adquirir competências para arranjar soluções para os problemas que vão encontrando perante novas situações (Martins et al, 2016).

7. METODOLOGIA

| ' ' | | ' ' |

7.1 Opções metodológicas

7.1.1 Natureza do estudo

Tendo como principal objetivo de estudo compreender as representações utilizadas por alunos do 3.º ano de escolaridade na resolução de problemas matemáticos de diferentes tipos, e tendo definido como questões investigativas: (i) Que representações são privilegiadas por alunos do 3.º ano de escolaridade na resolução de problemas matemáticos? e (ii) De que forma o tipo de problemas matemáticos influencia a escolha da representação utilizada por alunos do 3.º ano aquando da sua resolução?, optou-se por seguir uma metodologia qualitativa, seguindo um paradigma interpretativo.

Na investigação de natureza qualitativa é realizada uma análise do comportamento demonstrado pelos participantes, tentando compreender os problemas, analisando o comportamento, as atitudes e os valores (Sousa & Baptista, 2011). De acordo com Bodgan e Biklen (1994) e Creswell (2007, citado por: Resende, 2016), a investigação qualitativa apresenta um conjunto de características: (i) o ambiente natural é a fonte direta da recolha de dados, onde o investigador é o instrumento principal; (ii) a recolha de dados ocorre na forma de palavras ou de imagens, em vez de números; (iii) há um maior foco no processo investigativo que nos resultados; (iv) os dados tendem a ser analisados de forma indutiva, recursiva e interativa; (v) o significado é de importância vital (p. 50). Uma investigação qualitativa deve então conter um objeto de investigação, a análise deve ser realizada em conjunto com uma análise teórica sobre o tema em estudo, as questões assumem uma importância extrema, sendo a base de toda a investigação e a metodologia torna-se “um papel instrumental ao serviço da investigação” (Gonçalves, 2010; p. 50).

De acordo com Amado e Freire (2014), os estudos de caso podem apresentar uma variedade de formas e finalidades. Estes podem ser constituídos “pelo estudo de um indivíduo, de um acontecimento, de uma organização, de um programa ou reforma”, entre outros. Segundo estes autores, o estudo de caso pode ter um paradigma interpretativo, apresentando uma “perspetiva fenomenológica” (Amado & Freire, 2014; p. 122). É essencial que antes de se iniciar um estudo de caso, seja escolhido o tema e a problemática que se pretende investigar, e existam bases teóricas para se avançar com o estudo (Amado & Freire, 2014).

Esta investigação trata-se de um estudo de caso, sendo possível afirmar que o caso é a turma onde foi aplicado o estudo, e tem como principal objetivo conhecer quais as representações utilizadas pelos alunos dessa turma na resolução de problemas matemáticos. Sendo utilizada uma metodologia qualitativa seguindo um paradigma interpretativo, foi privilegiado o ambiente natural, onde é possível ter-se uma visão holística do processo e o investigador envolve-se nas interações que vão ocorrendo com os restantes envolvidos no estudo (Martinho, 2007).

7.1.2 Técnicas de recolha de dados

Para a realização de um estudo, é importante que ocorra uma reflexão sobre qual o melhor modo de recolha dos dados. Para isso, é importante ter-se em consideração o público-alvo que se pretende investigar, tendo em conta as suas características, para que se possa mais facilmente instruir o processo de pesquisa ao objetivo e às questões a investigar, aplicando as técnicas de recolha de dados mais adequadas aos participantes com que estamos a trabalhar, facilitando deste modo a discussão e avaliação dos resultados.

As técnicas de recolha de dados, numa investigação de natureza qualitativa, podem ser a entrevista e a observação (Sousa & Baptista, 2011), podendo incluir dados recolhidos de transcrições de entrevistas, notas de campo, fotografias, vídeos, documentos pessoais, memorandos e outros registos pessoais. Num estudo qualitativo, os dados são analisados ao pormenor, respeitando sempre a forma como foram registados (Bodgan & Biklen, 1994; p. 48).

Para conseguir recolher os dados necessários ao presente estudo, recorri à observação participante, à recolha de documentos e a conversas informais com os participantes.

A observação ocorreu sempre que os alunos estavam a realizar os problemas propostos. Dado que a observação acarreta uma elevada importância no processo investigativo (Sousa et al, 2011), decidi recorrer à forma de observação participante e, sempre que os alunos demonstravam dificuldades em compreender o que estava a ser pedido no problema, eu tentava auxiliá-los para que o conseguissem realizar da melhor maneira. Segundo Sousa et al. (2011), “A observação participante caracteriza-se pela integração do investigador na comunidade em estudo quer seja pela via de uma

incorporação natural (quando o investigador já faz parte do estudo) ou, no caso contrário, de modo artificial”, sendo o investigador o instrumento principal de observação (Sousa & Baptista, 2011). Este tipo de observação permite ainda que o investigador fique a compreender de forma mais precisa e profunda a situação (Sousa et al, 2011). A observação participante, enquanto método de investigação qualitativa, dá a possibilidade de olhar para os conteúdos a serem estudados, através de uma perspetiva holística e natural (Mónico et al., 2017), com o propósito de elaborar, após cada sessão de observação, descrições qualitativas, de tipo narrativo que permitam obter informação relevante para a investigação em causa (Mónico et al. (2017; p. 726). Esta metodologia é utilizada quando o investigador está interessado em observar os participantes no seu meio (Mónico et al., 2017). Assim, os dados foram recolhidos através de conversas informais com os alunos, sempre que estavam a realizar ou terminavam uma tarefa e também através da recolha documental, ou seja, das suas produções.

A recolha documental refere-se à recolha das produções realizadas pelos alunos, nomeadamente às resoluções dos problemas matemáticos propostos durante as semanas de investigação. Para isso, foram realizados registos fotográficos que serviram de apoio à observação realizada. Os registos fotográficos são considerados documentos não escritos (Santos et al., 2019). Para a recolha documental, é essencial que o investigador realize uma pesquisa e leituras prévias de documentos que sejam uma fonte de informação fidedigna. (Coutinho et al., 2009, p.373).

Falar com pessoas é um elemento fundamental na investigação qualitativa. As conversas informais são uma oportunidade de adicionar “contexto” e “autenticidade” aos resultados e podem ajudar na expansão e no enriquecimento dos resultados obtidos no estudo (Swain & Spire, 2020). Produzem resultados mais autênticos, pois existe menos “performance”, quer por parte do entrevistador quer por parte do entrevistado, criando assim uma conversa mais fluída. Estas podem ser realizadas em qualquer local, num sítio natural para os alunos, de modo a facilitar este tipo de conversa (Swain & Spire, 2020; Swain & King, 2022).

7.1.2 Técnicas de análise de dados

A análise dos dados recolhidos teve em consideração as representações utilizadas pelos alunos aquando da resolução de nove problemas matemáticos propostos. Esta

análise teve por base a revisão da literatura exposta no capítulo da Fundamentação teórica, apresentada anteriormente.

A análise das representações realizadas pelos alunos, e a sua categorização, teve por base o esquema (tabela 1) apresentado por Velez (2020). Velez (2020), divide as representações em 5 tipos: representações ativas, representações pictóricas, representações icónicas, representações simbólicas verbais e representações simbólicas matemáticas. As representações ativas requerem a manipulação de objetos específicos, enquanto, na representação pictórica, os alunos recorrem a desenhos que são próximos da realidade para dar resposta ao problema matemático. As representações icónicas são referentes ao uso de esquemas e símbolos matemáticos. As representações simbólicas verbais e simbólicas matemática requerem o uso de linguagem verbal e o uso de símbolos matemáticos, respetivamente.

Para a análise dos dados, relativos à segunda questão de investigação, além do esquema apresentado por Velez (2020), apresentado no subcapítulo 6.2.2. (tabela 2). Foi também levado em consideração o tipo de problemas matemáticos formulados, apresentados no subcapítulo 6.1.1. Aqui, avaliaram-se quais as representações usadas pelos participantes na resolução de cada tipo de problema, de acordo com o referido por Boavida et al (2008), verificando qual a mais utilizada e se existiam diferenças em função do tipo de problema matemático proposto.

7.2 Contexto

7.2.1 Caracterização dos participantes

O presente estudo realizou-se numa escola de cariz público, situada na Pontinha, tendo sido desenvolvido numa turma mista que apresenta alunos que se encontram a frequentar o 3.º e outros o 4.º ano de escolaridade. A turma é composta por 21 alunos, sendo 12 do sexo masculino e 9 do sexo feminino. Os alunos apresentam idades compreendidas entre os 8 e os 11 anos, sendo que o aluno 14 tem 8 anos. Existem 4 alunos repentes de anos anteriores, e 4 alunos que apresentam necessidades educativas específicas, sendo que um tem trissomia 21.

Os problemas propostos foram entregues aos 20 alunos da turma, dando oportunidade de todos os resolverem. No entanto, ao aluno que apresenta trissomia 21, uma vez que não apresenta competências cognitivas para resolver os problemas, não lhe

foram entregues. Para além dessa situação, dois alunos não entregaram o seu consentimento informado e, como tal, não podem integrar o presente estudo. Logo, a presente investigação foi realizada com um universo de 18 alunos, dois do 4.º ano e os restantes do 3.º ano de escolaridade, sendo 8 alunos do sexo feminino e 10 do sexo masculino.

A escolha de realização do estudo com todos os alunos da turma advém do período de observação da prática e de conversas informais com a PC, referida na primeira parte deste relatório. Decidi seleccionar o máximo de elementos possíveis da turma, por ser uma turma bastante heterogénea a nível de competências matemáticas. Com isso, o meu objetivo era obter o máximo de representações possíveis, verificando quais as mais utilizadas pelos alunos nesse ano de escolaridade e de que maneira a utilização de representações matemáticas, pode variar de acordo com o problema proposto.

7.2.2 Modo de implementação das tarefas

Para a concretização deste estudo, foram formulados 9 problemas matemáticos (ANEXO C). A resolução destes foi proposta para os momentos TEA, durante 3 semanas, tendo sido elaborado um calendário (tabela 2). No início de cada semana, às terças-feiras, juntamente com o PIT, eram apresentados aos alunos os 3 problemas que deveriam resolver ao longo da semana, sendo recolhidos no final da semana. Quando os problemas eram entregues aos alunos, era explicado que os mesmos eram para ser resolvidos individualmente, não podendo falar com outros colegas sobre os problemas propostos. Era também referido que sempre que necessitassem de ajuda deveriam solicitar o meu auxílio. Além disso, no TEA andei sempre a circular pela sala, de modo a ter a certeza de que os alunos que estavam a realizar os problemas matemáticos propostos tinham entendido o que era solicitado no enunciado e que não se esqueciam que era bastante importante apresentarem o raciocínio que estavam a utilizar para a resolução dos problemas.

Os 9 problemas propostos foram classificados de acordo com Boavida et al (2018). Foram aplicados três problemas de cada tipo: (i) Problemas de cálculo: problemas com dois ou mais passos, onde os alunos têm de tomar decisão sobre que operação matemática utilizar; (ii) Problemas de processo: requerem uma maior atenção por parte dos alunos, podendo ser necessário utilizar várias estratégias para o conseguirem resolver;

e (iii) Problemas abertos: apresentam mais do que uma estratégia de resolução e podem apresentar mais do que um tipo de resolução.

Tabela 2 Calendarização da implementação dos problemas

Problemas	Tipo	Data	Retirado de
Pastilhas Gargantox	Problema de cálculo	Semana de 9 a 13 de maio	Programa de Matemática – formação contínua – ESE Viseu (ano letivo 2010/11); referido por Araújo (2014) - adaptado
Problema da quinta	Problema de cálculo	Semana de 9 a 13 de maio	Velez e Ponte, 2008
Pintar mesas	Problema de cálculo	Semana de 16 a 20 de maio	Boavida et al (2008)
A compra e a venda de CD's	Problema de processo	Semana de 16 a 20 de maio	Boavida et al (2008)
A manhã do Rui	Problema de processo	Semana de 23 a 27 de maio	Araújo, 2014
Passageiros do autocarro	Problema de processo	Semana de 23 a 27 de maio	Caderno de problemas Mundo da Carochinha – 3.º ano (Caderno de Problemas 3º Ano. - Atividades de Matemática (atividadesmatematica.com))
Minhocas	Problema aberto	Semana de 30 de maio a 3 de junho	Fernandes, 2017
Os cromos	Problema aberto	Semana de 30 de maio a 3 de junho	Fernandes, 2017
Problema dos guardanapos	Problema aberto	Semana de 6 a 10 de junho	Boavida et al, 2008

7.3 Princípios éticos do processo de investigação

A ética na investigação é referente à qualidade de todos os procedimentos inerentes ao longo do estudo (Nunes, 2018). Para que uma investigação seja eticamente sólida é importante o consentimento fundamentado, onde o investigador dá a conhecer aos participantes tudo o que se irá passar ao longo do processo de investigação, afirmando que os indivíduos têm sempre a possibilidade de não participarem no estudo. Os alunos têm ainda o direito de desistir a qualquer momento ao longo do processo de investigação (Nunes, 2018).

Uma vez que os participantes deste estudo ainda não apresentavam 18 anos, os Encarregados de Educação tiveram de autorizar a participação dos seus educandos nesta investigação.

O anonimato deve ser garantido ao longo do processo de investigação sendo que, para isso, é necessário que o nome dos participantes nunca seja revelado. Além disso, é

importante que os participantes tenham conhecimento, logo de início, sobre quem terá acesso aos dados recolhido (Nunes, 2018). É da responsabilidade do investigador cumprir os princípios éticos ao longo da investigação, garantindo a proteção dos participantes e assegurando a integridade científica do estudo (Nunes, 2018).

O presente estudo teve como princípios éticos do processo de investigação o consentimento informado, a confidencialidade e a possibilidade de desistência da participação. Para isso, foi elaborado um documento formal (ANEXO D), tendo sido entregue, antes do estudo começar, a todos os alunos da turma, para que obtivesse o consentimento informado dos encarregados de educação. Nesse documento, estava bem explícito que nenhum aluno seria identificado e que em qualquer altura os alunos poderiam desistir da participação no estudo.

8. RESULTADOS

| ' ' | | ' ' |

8.1. Problema 1 – Pastilhas Gargantox

Na tabela 3 são apresentadas as diferentes representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema proposto. Na resolução, os alunos recorreram apenas a três tipos de representações: icónica, simbólica verbal e simbólica matemática.

Tabela 3 Representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema 1

Representações	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
Ativa	0	0
Pictórica	0	0
Icónica	0	0
Simbólica verbal	2	12,5
Simbólica matemática	8	50
Pictórica e simbólica matemática	6	37,5
Total	16	100

A forma de representação mais usada foi a representação simbólica matemática, com 50% dos alunos a usarem este tipo de representação na resolução do problema (tabela 3 e ANEXO E). Para mostrar o seu raciocínio, o aluno 2 (figura 2) apenas recorreu à representação simbólica matemática, realizando a multiplicação de 3×10 , uma vez que sabia que existiam 3 paletes com 10 pastilhas cada, obtendo o resultado de 30 pastilhas.

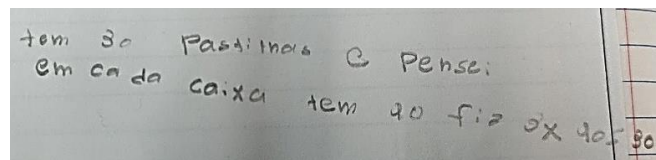


Figura 2 Representação utilizada pelo aluno 2 no problema 1

Aproximadamente 37,5% dos alunos (6 alunos) (ANEXO F) recorreram à representação pictórica seguida da representação simbólica matemática, ou seja, a representação pictórica surge associada à representação simbólica matemática. Por exemplo, a resolução apresentada pelo aluno 1 (figura 3), consistiu em desenhar mais duas paletes idênticas à imagem fornecida no enunciado do problema. De seguida, como cada paleta contém 10 pastilhas, efetuaram adição das 10 pastilhas, o número de vezes

correspondente ao total de paletes (3) para determinar quantas pastilhas tem cada caixa, ou seja, adicionou o número 10, três vezes.

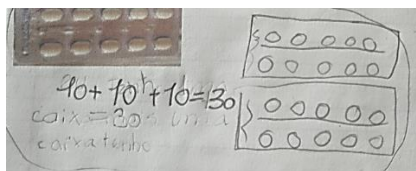


Figura 3 Representação utilizada pelo do aluno 1 no problema 1

A representação simbólica verbal, foi utilizada por aproximadamente 12,5%, (2 alunos) (ANEXO G). O aluno 7 (figura 4), respondeu ao problema recorrendo à representação simbólica verbal, uma vez que refere que a caixa apresenta 3 placas de 10 comprimidos, chegando assim à resposta correta de 30 comprimidos.

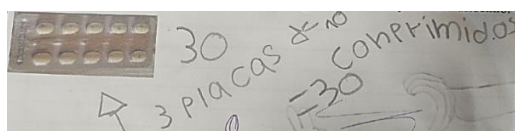


Figura 4 Representação utilizada pelo aluno 7 no problema 1

8.2. Problema 2 – Pintar as mesas

Para dar resposta a este problema, os participantes recorreram a uma variedade de representações, utilizando as representações: simbólica matemática, simbólica verbal, pictórica e icónica. (Tabela 4).

Tabela 4 Representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema 2

Representações	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
Ativa	0	0
Pictórica	1	8,33
Icónica	0	0
Simbólica verbal	1	8,33
Simbólica matemática	7	58,33
Pictórica e simbólica matemática	1	8,33
Icónica e simbólica matemática	1	8,33
Simbólica verbal e simbólica matemática	1	8,33
Total	12	100

A representação mais utilizada foi a representação simbólica matemática, utilizada por 58,33% dos participantes (7 alunos) (ANEXO H), O aluno 7 (figura 5) começou por realizar uma subtração entre o total de mesas que necessitam de ser pintadas e a quantidade de mesas que foram pintadas no 1.º dia ($12 - 4 = 8$). Depois, com esse resultado, voltou a realizar outra subtração, subtraindo ao resultado obtido anteriormente o total de

mesas que tinham sido pintadas na terça-feira ($8-3=5$), obtendo, desse modo, a quantidade de mesas que faltavam ser pintadas.

$$\begin{array}{l} 12 - 4 = 8 \\ 8 - 3 = 5 \end{array}$$

Figura 5 Representação utilizada pelo aluno 7 no problema 2

O aluno 3 (figura 6), para além de ter recorrido à representação simbólica matemática, recorreu também à representação simbólica verbal, utilizando termos verbais para mostrar o seu raciocínio. Na sua resolução, o aluno, primeiramente, realizou uma adição para saber quantas mesas é que já tinham sido pintadas, fazendo $3+4=7$. Seguidamente, explicou que para saber quantas faltavam pintar realizou uma subtração, $12-7$, obtendo um resultado de 5. No final, dá a entender que verifica se a sua conta anterior está correta, fazendo $7+5=12$.

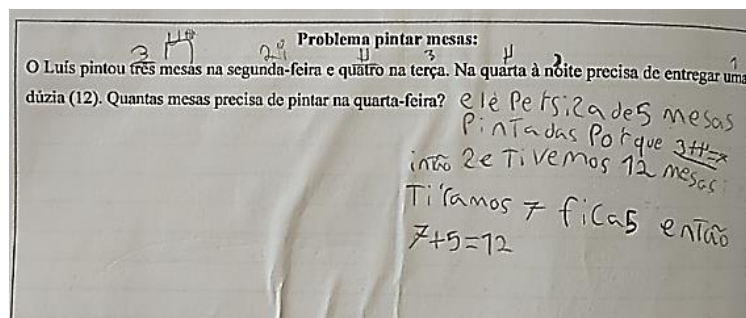


Figura 6 Representação utilizada pelo aluno 3 no problema 2

Apenas um aluno (aluno 10) utilizou as representações pictórica e simbólica matemática, outro (aluno 12) recorreu às representações icónica e simbólica matemática e outro apenas à representação verbal (aluno 2). Para resolver o problema proposto, o aluno 12 (figura 7) começou por escrever quantas mesas já tinham sido pintadas na segunda-feira e quantas mesas já tinham sido pintadas na terça-feira, dados presentes no enunciado do problema. De seguida, fez a adição de quantas mesas tinham sido pintadas nesses dias ($3+4$). Como sabia quanto era $2+4$, então retira 1 valor ao 3 e realizou esse cálculo, obtendo um resultado de 6. A esse resultado somou mais 1 que tinha sido retirado anteriormente, dando assim um resultado de 7 mesas pintadas. Posteriormente, através de um esquema o aluno tentou ver quantas mesas faltavam ser pintadas para chegar ao 12, apesar de não ter chegado ao valor desejado.

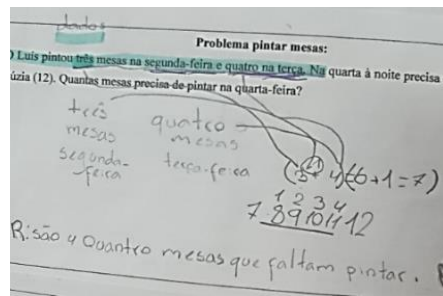


Figura 7 Representação utilizada pelo aluno 12 no problema 2

Por seu lado, o aluno 2 (figura 8) explicou o seu pensamento através de palavras, começando por referir que apenas faltava pintar 5 mesas. Depois, deu a conhecer o seu raciocínio, afirmando que como já tinham sido pintadas 7 mesas, então para serem pintadas 12 mesas faltava pintar 5 mesas.

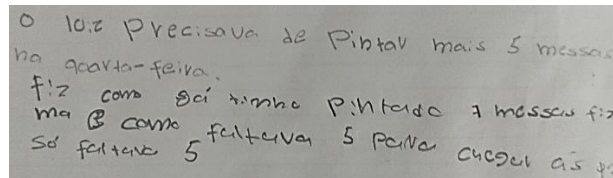


Figura 8 Representação utilizada pelo aluno 2 no problema 2

O aluno 4 (figura 9) foi o único que recorreu apenas à representação pictórica para ajudar na resolução do problema proposto. O aluno desenhou 7 mesas. Com isso, pode ser deduzido que foi feita a adição das mesas que já tinham sido pintadas nos dias anteriores e depois determinou, sem demonstrar o raciocínio, quantas mesas faltavam para que fosse possível ter 12 mesas pintadas.

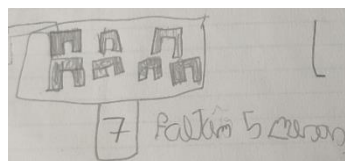


Figura 9 Representação utilizada pelo aluno 4 no problema 2

Os alunos 1, 15 e 18 não deram qualquer resposta a este problema.

8.3. Problema 3 – Compra e venda de CD's

A tabela 5 dá a conhecer as representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema 3. Ao analisar a tabela, é possível verificar que houve três tipos de representações utilizadas: icónica, simbólica verbal e simbólica matemática.

Tabela 5 Representações utilizadas pelos alunos no problema 3

Representações	Frequência total	Frequência relativa (%)
Ativa	0	0
Pictórica	0	0
Icónica	1	8,33
Simbólica verbal	1	8,33
Simbólica matemática	9	75
Simbólica verbal e simbólica matemática	1	8,33
total	12	100

A representação simbólica matemática foi a mais utilizada, tendo sido empregue por aproximadamente 75% dos alunos, ou seja, 9 alunos (ANEXO I) recorreram a essa representação

Como é possível observar na figura 10, o aluno 5 começou por apresentar a operação que irá realizar tendo em conta a informação que está presente no enunciado. Para isso, o aluno inicia referindo que $3+5$ é igual a 8, mas depois subtrai a esse valor o 7, obtendo o resultado de 1. De seguida, adicionou $1+8$, obtendo o resultado de 9, concluindo assim que a Inês ficou a ganhar.

Handwritten text: $3+5=8-7=1+8=9$
 R não, ela ganhou mais euros

Figura 10 Representação utilizada pelo aluno 5 no problema 3

Apenas 1 aluno recorreu à representação simbólica verbal associada à representação matemática. O aluno 3 (figura 11), começou por explicar o seu raciocínio colocando a hipótese de que no início o a Inês tinha 5€, mas como comprou o CD por 3€, então só ficou com 2€. Como a Inês voltou a vender o CD por 5€, o aluno apresentou a adição de 2 (dinheiro que a Inês já tinha) + 5 (dinheiro que a Inês ganhou) = 7. De seguida, o aluno referiu que o 7 é maior do que o 5 e, por essa razão, a Inês ficou a ganhar com a compra e venda dos CDs.

Handwritten text: imaginei que a Inês tinha 5 euros me vendeu 3 euros e ela ficou com 2 euros depois vendeu por 5 euros então $2+5=7$ então ela ganhou

Figura 11 Representação utilizada pelo aluno 3 no problema 3

O aluno 9 (figura 12), recorreu à representação simbólica verbal. Este referiu que a Inês ficou a ganhar 3€, uma vez que perdeu 5€, mas depois voltou a ganhá-los e por fim ainda conseguiu ganhar mais 3€. No entanto, não é possível concluir se a Inês ficou a ganhar ou a perder com a compra e venda.

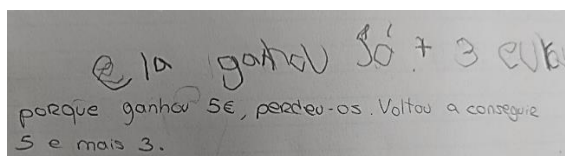


Figura 12 Representação utilizada pelo aluno 9 no problema 3

A representação icónica foi utilizada por apenas 1 aluno. Para organizar o seu raciocínio o aluno 7 (figura 13) dividiu o espaço de resolução em duas partes, uma para a Inês e outra para o Luís, para verificar qual dos dois perdeu mais dinheiro. Na parte da Inês colocou -3 e -7 e depois verificou quanto era a adição desses dois números, -10. Para o Luís realizou o mesmo processo, colocou -5 e -9 e somou dando um total de -14. No final, comparou os resultados que lhe deram concluindo que a Inês tinha ficado a ganhar.

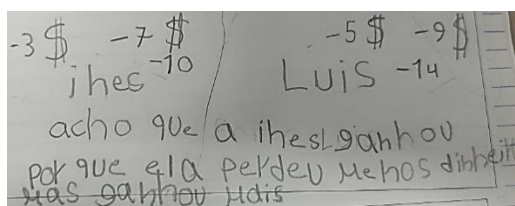


Figura 13 Representação utilizada pelo aluno 7 no problema 3

8.4. Problema 4 – A manhã do Rui

Na tabela 6, é apresentado as representações utilizadas pelos alunos para dar resposta ao problema proposto, houve quatro tipos de representações que os alunos recorreram: pictórica, icónica, simbólica verbal e simbólica matemática.

Tabela 6 Representações utilizadas pelos alunos na resolução ao problema 4

Representações	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
Ativa	0	0
Pictórica	1	7,69
Icónica	2	15,38
Simbólica verbal	2	15,38
Simbólica matemática	8	61,54
Total	13	100

Tal como aconteceu com os outros problemas propostos, a representação mais utilizada foi a representação simbólica matemática. Esta foi utilizada por

aproximadamente 61,54% dos alunos que deram resposta a este problema, ou seja, por 8 alunos (ANEXO J). Ao contrário do que aconteceu com os outros problemas propostos, não houve nenhum aluno que recorresse a outra representação juntamente com a representação simbólica matemática.

O aluno 4 (figura 14) começou por realizar uma adição para saber quanto tempo é que o Rui demora até chegar à escola, tendo em conta a informação que é fornecida no enunciado. Para realizar a operação mais facilmente, o aluno foi adicionando dois números de cada vez e no final somou os resultados que obteve, concluindo que o Rui demora 55 minutos para chegar à escola. Como o Rui demora 55 minutos desde que se levanta até chegar à escola e sabendo que a escola inicia às 9h, o aluno 4 concluiu que o Rui tem de se levantar às 8h15min para não chegar atrasado.

$10 + 15 = 25$
 $25 + 10 + 5 = 40$
 $40 + 15 = 55$
 Demora 55 minutos.
 Ele tem de se levantar às 8h15

Figura 14 Representação utilizada pelo aluno 4 no problema 4

Dois alunos (ANEXO L), recorreram à representação icónica, utilizando esquemas para representar o seu raciocínio. Para dar resposta ao problema proposto, o aluno 3 (figura 15) utilizou um esquema colocando a informação que estava presente no enunciado, em “caixas”, para depois realizar a adição do tempo que o Rui leva até chegar à escola, obtendo um total de 55 minutos. No entanto, este aluno, não concluiu a que horas é que o Rui necessita de se levantar para não chegar atrasado às aulas.

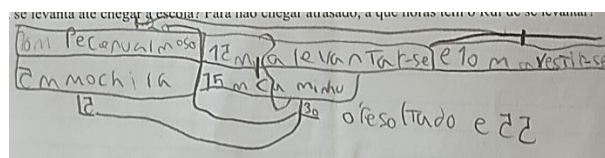


Figura 15 Representação utilizada pelo aluno 3 no problema 4

Para terminar, a representação pictórica foi apenas usada por aproximadamente 7,69% dos alunos (aluno 10). Aqui (figura 16), o aluno tentou resolver o problema proposto utilizando desenhos que fossem semelhantes aos da realidade. No entanto, como é possível verificar, o aluno 10 não conseguiu chegar a nenhuma conclusão, não apresentando resposta para o problema.

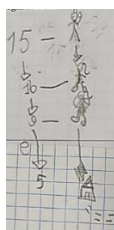


Figura 16 Representação utilizada pelo aluno 10 no problema 4

Dois alunos (15,38%) (ANEXO K) recorrem à representação verbal para responderem ao problema proposto. No entanto, estes alunos não explicam o raciocínio que apresentaram, nem conseguiram dar resposta ao problema. O aluno 2 (figura 17) começou por referir que o Rui demora cerca de 55 minutos para chegar à escola, não demonstrando como chegou a esse resultado. Depois, referiu que para chegar a horas à escola o Rui necessita de se levantar cedo, não especificando as horas que necessita de se levantar.

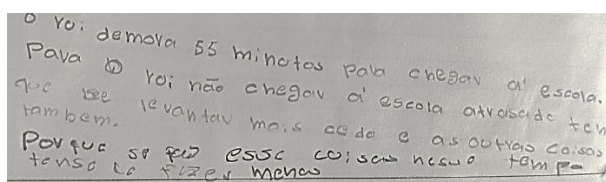


Figura 17 Representação utilizada pelo aluno 2 no problema 4

Os alunos 1,5,6, 8 e 18 não apresentaram qualquer resolução a este problema.

8.5. Problema 5 – Minhocas

A tabela 7 apresenta as representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema 5. Cerca de 77,8% dos alunos ao qual foi proposta a realização do problema, responderam ao mesmo. Os alunos recorreram a três tipos de representações: pictórica, simbólica verbal e simbólica matemática.

Tabela 7 Representações utilizadas pelos alunos no problema 5

Representações	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
Ativa	0	0
Pictórica	7	50
Icónica	0	0
Simbólica verbal	3	21,43
Simbólica matemática	4	28,57
Total	14	100

Ao contrário dos outros problemas apresentados anteriormente, a representação mais utilizada foi a representação pictórica, tendo sido usada por aproximadamente 50%

dos alunos (ANEXO M). Por exemplo, para resolver o problema, o aluno 1 (figura 18), representou as minhocas por tracinhos e colocou-as “em caixas” (quadrados) para verificar quantas caixas são necessárias. Com isto, o aluno verificou que são necessárias 3 caixas cada uma com 3 minhocas.

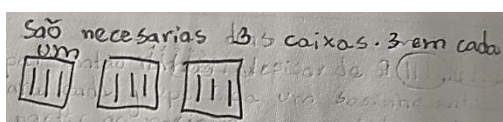


Figura 18 Representação utilizada pelo aluno 1 no problema 5

A representação simbólica matemática foi a segunda representação mais utilizada pelos alunos, tendo sido usada por aproximadamente 28,57% dos alunos (ANEXO N). Para saber quantas minhocas ficariam em cada caixa, o aluno 9, realizou uma adição, verificando que $3+3+3=9$, ficando assim a saber que era necessárias 3 caixas (figura 19).

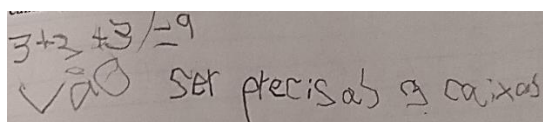


Figura 19 Representação utilizada pelo aluno 9 no problema 5

Cerca de 21,43% dos alunos recorreu à representação simbólica verbal (ANEXO O). Ou seja, houve 3 alunos que utilizaram linguagem verbal para dar resposta ao problema proposto. Como por exemplo, para responder à questão colocada, o aluno 2 refere que são necessárias 3 caixas, onde cada caixa contém 3 minhocas, para que seja possível arrumar as 9 minhocas em grupos iguais (figura 20).

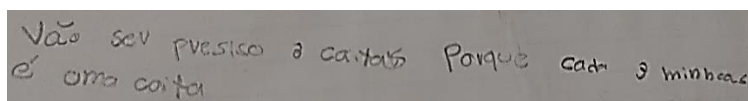


Figura 20 Representação utilizada pelo aluno 2 no problema 5

Os alunos 4 e 16 não apresentaram qualquer resolução a este problema.

8.6. Problema 6 – Passageiros do autocarro

Para dar resposta ao problema proposto, os alunos recorreram a três representações: pictórica, simbólica verbal e simbólica matemática (tabela 8).

Tabela 8 Representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema 6

Representações	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
Ativa	0	0
Pictórica	0	0
Icónica	0	0

Simbólica verbal	0	0
Simbólica matemática	10	90,91
Icónica e simbólica matemática	1	9,09
Total	11	100

Como é possível observar na tabela 6 a representação simbólica matemática foi a mais utilizada, tendo sido recorrida por cerca de 90,91% dos alunos, ou seja, por 10 alunos (ANEXO P).

O aluno 7 (figura 21) começou por apresentar a adição $20+20+20$, referindo que cada um desses “20” são alunos de cada um dos professores. Esta adição apresentou um resultado de 60 alunos. De seguida apresentou a adição $2+2+4=8$, referindo que um dos “2” representava alunos da professora Rita, o outro “2” representava alunos da professora Dina e o “4” representava alunos do professor Toni. De seguida, somou os $60+8$, que deu um resultado de 68. A adição de $20+4=24$ representou os alunos do professor Toni. Ao adicionar-se o “20” da professora Rita, da primeira operação e o “2” da segunda. O aluno concluiu que no total, a professora Rita apresentava 22 alunos.

Figura 21 Representação utilizada pelo aluno 7 no problema 6

A representação simbólica verbal foi utilizada em conjunto com a representação simbólica matemática por 9,09% dos alunos, utilizando a linguagem verbal para representar o seu raciocínio. Para responder ao problema colocado, o aluno começou por realizar uma subtração, $68-24$, obtendo o resultado de 44. Como sabia que a quantidade de alunos da professora Rita e a quantidade de alunos da professora Dina é a mesma, dividiu os 44 alunos em 2, obtendo 22. Com isto, o aluno chegou à conclusão que a professora Rita tem 22 alunos (figura 22).

Figura 22 Representação utilizada pelo aluno 2 no problema 6

Os alunos 1, 3, 4, 6, 12, 15 e 17 não conseguiram resolver este problema, não apresentando qualquer representação.

8.7. Problema 7 – Cromos

A tabela 9, apresentada de seguida, mostra as representações utilizadas para dar resposta ao problema 7. Observando a tabela, é possível verificar que os alunos recorreram às representações pictórica, icónica, simbólica verbal e simbólica matemática.

Tabela 9 Representações utilizadas pelos alunos no problema 7

Representações	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
Ativa	0	0
Pictórica	0	0
Icónica	7	43,75
Simbólica verbal	1	6,25
Simbólica matemática	5	31,25
Icónica e simbólica matemática	3	18,75
Total	16	100

Para a resolução deste problema, a representação mais utilizada foi a representação icónica, tendo sido utilizada por aproximadamente por 43,75% dos alunos (ANEXO Q). Por exemplo, o aluno 4 (figura 24) começou por desenhar 25 quadrados, representando os 25 cromos que o Gonçalo apresentava inicialmente. De seguida, realizou 4 grupos com o mesmo número de elementos, de maneira a saber com quantos elementos ficou cada grupo. Concluiu que cada amigo ficaria com 6 cromos e sobrava um.

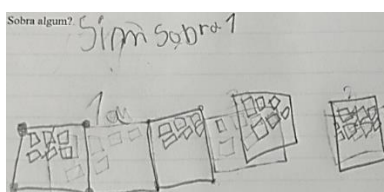


Figura 23 Representação feita pelo aluno 4 no problema 7

A representação simbólica matemática foi utilizada por cerca de 31,25% dos alunos (ANEXO S), por exemplo, o aluno 8 (figura 25), começou por referir que $6+6+6+6=24$, isto porque tinha de dividir 25 cromos por 4 amigos de modo que todos os amigos ficassem com a mesma quantidade de cromos. Como eram 25 cromos e apenas tinham sido divididos 24 cromos, o aluno realizou a subtração $25-24$, obtendo o resultado de 1. Assim, o aluno conseguiu concluir que sobrou 1 cromo.

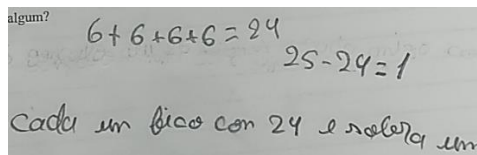


Figura 24 Representação utilizada pelo aluno 8 no problema 7

Para dar resposta ao problema proposto, houve 18,75% dos alunos que recorreram à resolução icónica em conjunto com a representação simbólica matemática (ANEXO Q). O aluno 15 (figura 26), começou por representar os 4 grupos, utilizando símbolos não matemáticos, para saber qual a quantidade de cromos que cada um iria ficar. Para apoiar a sua estratégia, o aluno realizou duas subtrações, começando por subtrair 20 aos 25 obtendo um total de 5, sendo seguida pela subtração de $5 - 4 = 1$. Assim, o aluno concluiu que cada um dos amigos ficou com 6 cromos e que sobrou apenas 1 cromo.

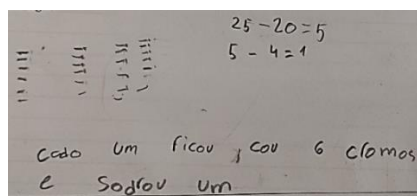


Figura 25 Representação utilizada pelo aluno 15 no problema 7

O aluno 2 (figura 27) foi o único aluno que recorreu à representação simbólica verbal para dar resposta ao problema. Aqui, o aluno começou por explicar que como o Gonçalo apresenta 25 cromos pode distribuir 5 cromos por cada amigo, no entanto ficam a sobrar 5 cromos. Esses cromos poderiam ser distribuídos pelos amigos, ficando cada um com mais um cromo e sobrando apenas 1. Ou seja, cada amigo ficou com 6 cromos e sobrou um.

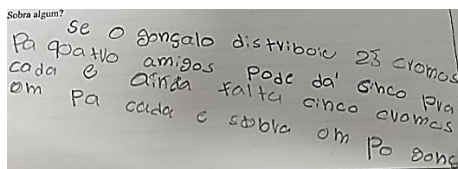


Figura 26 Representação utilizada pelo aluno 2 no problema 7

8.8. Problema 8 – Guardanapos

As representações utilizadas pelos alunos na resolução do problema 8 estão apresentadas na tabela 10. Como é possível observar os alunos recorreram às representações: pictórica, icónica, simbólica verbal e simbólica matemática.

Tabela 10 Representações utilizadas pelos alunos no problema 8

Representações	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
Ativa	0	0
Pictórica	5	38,08
Icónica	3	23,08
Simbólica verbal	0	0
Simbólica matemática	3	23,08
Icónica e simbólica matemática	1	7,69
Simbólica verbal e simbólica matemática	1	7,69
Total	13	100

A representação pictórica foi utilizada por cerca de 38,08% dos alunos (ANEXO T), ou seja, 5 alunos utilizaram desenhos próximos da realidade para dar resposta ao problema proposto.

Para dar resposta ao problema proposto, o aluno 9 (figura 28) desenhou guardanapos num estendal, intercalando a utilização de 1 mola e a utilização de 2 molas para pendurar os guardanapos, tal como era referido no enunciado. Assim, o aluno 9 utilizou desenhos que são próximos da realidade para conseguir dar resposta ao problema proposto. No final, o aluno concluiu que é possível pendurar 16 guardanapos com 24 molas.

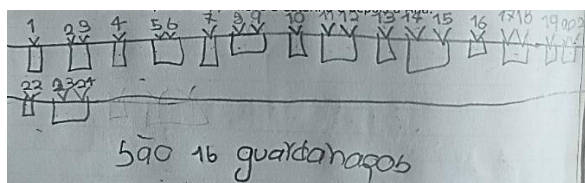


Figura 27 Representação utilizada pelo aluno 9 no problema 8

Houve 7,69% dos alunos que recorreram à representação icónica e à representação simbólica matemática, simultaneamente. A mesma percentagem utilizou a representação simbólica verbal e à representação simbólica matemática, para dar resposta ao problema proposto.

Na figura 29, o aluno 3 começou por apresentar uma tabela onde coloca o nome “Catarina” numa parcela e o nome de “Ana” noutra parcela. Na parcela por baixo do nome “Catarina”, o aluno explicou que a Catarina apenas consegue pendurar 12 guardanapos, uma vez que $1 \times 12 = 12$. Por sua vez, por baixo da parcela da “Ana”, o aluno refere que a Ana apenas consegue pendurar 6 guardanapos, isto porque como metade de

24 é 12 e como a Ana necessita de duas molas para pendurar 1 guardanapo então foram apenas possíveis pendurar 6 guardanapos.

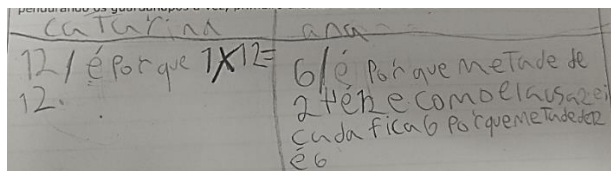


Figura 28 Representação utilizada pelo aluno 3 no problema 8

Por sua vez, o aluno 12 (figura 30), começou por utilizar uma representação pictórica, no entanto, como observou que através dessa representação não conseguiria obter um resultado, o aluno decidiu mudar de estratégia e utilizar as representações simbólicas matemática e icónica. Sabendo que a Catarina apenas necessitava de uma mola para pendurar um guardanapo e que a Ana necessitava de duas molas para pendurar um guardanapo e que, no total, existiam 24 molas, o aluno realizou uma sequência, onde o número 1 representava o número de molas utilizadas pela Catarina para pendurar 1 guardanapo e 2 representava o número de molas utilizadas pela Ana para pendurar 1 guardanapo. Por baixo dessa sequência, o aluno foi colocando o número três, ou seja, o número de molas utilizadas para pendurar 2 guardanapos, até obter um total de 24 (número total de molas que se tinham previamente para pendurar os guardanapos). No final, o aluno contou quantos 1's e 2's tinha escrito obtendo um total de 16 e chegando à conclusão de que esse valor é o total de guardanapos pendurados.

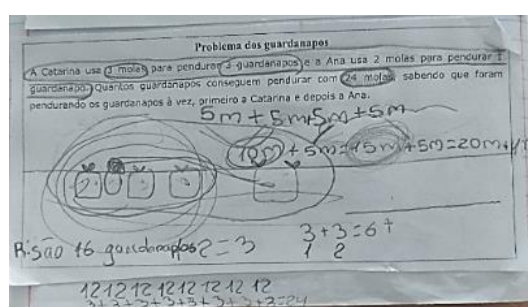


Figura 29 Representação utilizada pelo aluno 12 no problema 8

Aproximadamente, 23,08 % dos alunos utilizou a representação icónica (ANEXO U), ou seja, 3 alunos, recorrendo a tabelas e outros símbolos não matemáticos para dar resposta ao problema proposto. A resolução realizada pelo aluno 2 é apresentada de seguida.

Para saber a quantidade de guardanapos que davam para ser pendurados, o aluno 2 (figura 31), organizou o seu pensamento numa tabela, onde a primeira linha representava o número de molas, indo de duas em duas, o que não está de acordo com o que foi referido no enunciado, uma vez que a Catarina apenas utilizava uma mola para pendurar um guardanapo e a Ana utilizava duas, e a segunda linha apresenta o número de guardanapos que vão sendo pendurados. Com o seu raciocínio o aluno chegou à conclusão que é possível pendurar 12 guardanapos.

m	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
g.P	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Com 24 molas conseguimos pendurar 12 guardanapos

Figura 30 Representação utilizada pelo aluno 2 no problema 8

Os alunos 1, 4 e 16 não realizaram o problema.

8.9. Problema 9 – Quinta

A tabela 11 apresenta as representações utilizadas pelos alunos para dar resposta ao problema 9. As representações utilizadas foram: pictórica, icónica, simbólica verbal e simbólica matemática.

Tabela 11 Representações utilizadas pelos alunos no problema 9

Representações	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
Ativa	0	0
Pictórica	1	6,25
Icónica	2	12,5
Simbólica verbal	0	0
Simbólica matemática	8	50
Icónica e simbólica matemática	3	18,75
Simbólica verbal e simbólica matemática	2	12,5
Total	16	100

Como é possível observar, a representação simbólica matemática foi a mais utilizada, tendo sido utilizada por cerca de 50% dos alunos (ANEXO W). Por exemplo, para saber quantos coelhos existiam na quinta, o aluno 7 (figura 32), começou por realizar uma subtração (30-14), uma vez que sabia que existiam 30 patas de animais e 7 patos, ou seja, 14 patas, pois cada pato apresenta 2 patas, então no total havia 16 patas de coelhos. Sabendo que os coelhos apresentavam 4 patas cada um, o aluno realizou duas operações

sendo a primeira de $4 \times 4 = 16$ e a segunda de $16 : 4 = 4$, chegando à conclusão que na quinta existiam 4 coelhos.

Handwritten mathematical work showing the calculation $30 - 14 = 16$ and $16 : 4 = 4$, along with $4 \times 4 = 16$.

Figura 31 Representação utilizada pelo aluno 7 no problema 9

Dos alunos que utilizaram uma representação para dar resposta ao problema, 12,5%, recorreu à representação simbólica verbal com recuso à representação simbólica matemática. Houve ainda alunos que recorreram às representações icónica e simbólica matemática, tendo sido 18,75% dos alunos que recorreram a essas representações (ANEXO X).

A figura 33 mostra a resolução apresentada pelo aluno 2 (ANEXO Y). Aqui, o aluno começou por explicar que o total de patos presentes na quinta têm 14 patas, pois cada pato apresenta 2 patas e existem 7 patos na quinta. De seguida, concluiu que existem 4 coelhos na quinta, uma vez que apenas sobraram 16 patas e como $4 \times 4 = 16$, sendo que um coelho apresenta 4 patas, então há 4 coelhos.

Handwritten text explaining the solution: "Os patos deram 14 patas, porque são 7 e cada um tem 2 patas. Então restam 16 patas que são de 4 coelhos porque cada coelho tem 4 patas $4 \times 4 = 16$ ".

Figura 32 Representação utilizada pelo aluno 2 no problema 9

O aluno 4 (figura 34), começou por calcular qual o número total de patas que os patos apresentam, realizando a conta de $7 + 7 = 14$. De seguida, para saber quantas patas sobram, o aluno realizou a subtração 30 (número de patas totais) $- 14$ (número de patas dos patos), obtendo o resultado de 18 , que apesar de não se encontrar correto o aluno continuou com o seu raciocínio obtendo a resposta correta. Sabendo que os coelhos

apresentam 4 patas, o aluno 4 organizou as 16 patas em grupos de 4, obtendo 4 grupos, chegando assim à conclusão de que existem 4 coelhos.

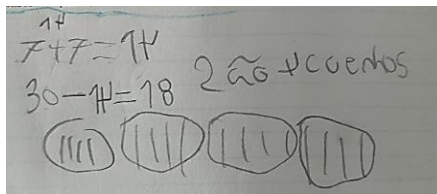


Figura 33 Representação utilizada pelo aluno 4 no problema 9

A representação icónica foi utilizada por 12,5% dos alunos, sendo utilizada por 2 alunos. Por exemplo, o aluno 12 (figura 35), para saber quantos coelhos existiam na quinta, começou por descobrir quantas patas no total apresentam os patos. Sabendo que existem 7 patos, o aluno realizou 7 grupos de dois elementos, número de patas que cada pato apresenta, verificando que apresentam 14 patas. Uma vez que no total existiam 30 patas, o aluno ficou a saber que faltavam 16 patas, ou seja, o número total de patas dos coelhos. Para saber quantos coelhos haviam, o aluno realizou grupos com 4 elementos, concluindo que existiam 4 coelhos.

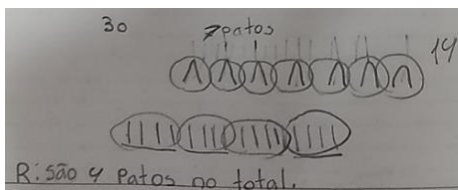


Figura 34 Representação utilizada pelo aluno 12 no problema 9

Para terminar, apenas 1 aluno recorreu à representação pictórica, utilizando desenhos parecidos com a realidade para dar resposta ao problema. Para obter uma conclusão, o aluno 10 (figura 36) começou por desenhar um pato e um coelho. De seguida, coloca pontos que representam o número pares de patas que os patos apresentam, ou seja 7. É possível verificar que o aluno foi ver quantas patas sobravam, 23, sabendo que o total eram 30 patas. Depois, com as 23 patas, realizou o mesmo processo dos patos para os coelhos, sabendo que cada coelho apresenta 4 patas. No entanto, o aluno não conseguiu chegar a nenhuma conclusão.

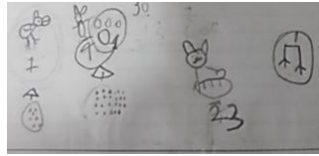


Figura 35 Representação utilizada pelo aluno 10 no problema 9

O aluno 1 não resolveu este problema proposto.

9. CONCLUSÃO

| | ' ' | | ' ' |

Este relatório pretende compreender as representações empregues na resolução problemas utilizados por alunos do 3.º ano de escolaridade na resolução de questões de diferentes tipos de problemas propostas no âmbito do ensino da matemática. Para o efeito, discutem-se os resultados obtidos pelo universo de alunos em estudo face à problemática e às questões de investigação inicialmente apresentadas, comparando, sempre que possível, os resultados obtidos com estudos realizados por outros autores.

A tabela 12 sumariza as diferentes representações utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas propostos, de acordo com a metodologia proposta por Velez (2020).

Tabela 12 – Representações utilizadas pelos alunos na resolução dos problemas propostos.

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	Fabs	Frel
Ativa	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pic	0	1	0	1	7	0	0	5	1	15	12,2
Ico	0	0	1	2	0	0	7	3	2	15	12,2
SV	2	1	1	2	3	0	1	0	0	10	8,13
SM	8	7	9	8	4	10	5	3	8	62	50,41
Pic+SM	6	1	0	0	0	0	0	0	0	7	5,69
Ico+SM	0	1	0	0	0	0	3	1	3	8	6,50
SV+SM	0	1	1	0	0	1	0	1	2	6	4,88
Total	16	12	12	13	14	11	16	13	16	123	100

Legenda: Pi com $i=\{1,2,\dots,9\}$ – Pergunta i, Fabs-Frequência absoluta; Frel-Frequência relativa; representações: Ativa, Pic – Pictórica, Ico - Icónica, SV - Simbólica verbal, SM – Simbólica matemática, Pict+SM - Pictórica e Simbólica matemática, Icon+SM - Icónica e Simbólica matemática, SV+SM - Simbólica verbal e Simbólica matemática

A representação ativa não foi utilizada por nenhum dos alunos em qualquer dos problemas propostos.

A representação pictórica (Pic) foi usada em 12,2% das respostas aos 9 problemas colocados, maioritariamente em resposta aos problemas 5 e 8. Nesta abordagem os alunos recorreram à utilização de desenhos próximos da realidade na procura da resposta aos problemas. Também a representação icónica (Ico) foi utilizada em 12,2% das respostas, maioritariamente na resolução do problema 7. Tal sublinha que apesar de os alunos já conseguirem recorrer a tipos de representação mais abstrata, como a representação simbólica, para aqueles problemas (5, 7 e 8) sentem necessidade de recorrer a formas de representação gráfica sem recurso a simbologia matemática, como as representações pictórica e icónica, no processo de raciocínio para resolução das questões.

A representação simbólica foi utilizada em aproximadamente 58,54% das respostas aos problemas propostos, com a representação simbólica verbal a ser utilizada em 8,13% do total das respostas e a representação simbólica matemática em 50,41% das respostas. A representação simbólica matemática foi a forma de representação mais utilizada pelos alunos e a única que foi usada em todos os problemas propostos.

É de salientar que, na resposta a determinados problemas, alguns alunos recorreram a mais do que uma representação. A representação pictórica e a representação icónica foram utilizadas em conjunto com a representação simbólica matemática por 7 e 8 vezes, respetivamente, num total de 5,69% e 6,50% das respostas. Por 6 vezes, 4,88% das respostas, as representações simbólicas matemática e simbólica verbal foram as estratégias seguidas na resolução dos problemas propostos.

Tal como observado por Baptista (2018) e Mourinho et al. (2014), com alunos do mesmo nível de escolaridade, foi possível concluir que as representações simbólicas, verbais ou matemáticas, usadas exclusivamente ou em conjunto com representações icónicas ou pictóricas, foram as mais usadas pelos alunos na resolução dos problemas propostos. Já num estudo realizado por Ladeira (2016), com alunos do 3.º ano, mostra que as representações icónicas foram as mais utilizadas. Por sua vez, num estudo realizado por Mourinho et al (2014), a representação simbólica foi a mais utilizada.

Assim, respondendo à primeira questão de investigação, “Que representações são privilegiadas por alunos do 3.º ano de escolaridade na resolução de problemas matemáticos?”, é possível concluir que é a representação simbólico matemática.

Na tabela 13 são apresentados os tipos de problemas tendo em conta a metodologia proposta por Boavida et al (2008), bem como a representação mais usual em cada tipo de problema.

Tabela 13 Tipificação dos problemas propostos de acordo com a metodologia proposta por Boavida et al. (2008) e a representação mais usual de cada um.

Tipos de problemas	Número dos problemas	Representação mais usual
Problema de cálculo	1, 2 e 9	Representação simbólica matemática
Problema de processo	3, 4 e 6	Representação simbólica matemática
Problema aberto	5, 7 e 8	Representação pictórica e representação icónica

A representação mais utilizada na resolução dos problemas de cálculo (problemas 1, 2 e 9), foi a representação simbólica matemática (Tabelas 12 e 13). Demonstrando que

cerca de 50% dos alunos já conseguem resolver problemas de cálculo com recurso apenas a símbolos matemáticos. Considerando o universo de respostas com recurso à simbólica matemática em conjunto com outro tipo de representação, observa-se que mais de 80% dos alunos evidencia um bom desenvolvimento matemático e uma boa percepção dos números.

Na resolução de problemas de processo (problemas 3, 4 e 6), a representação simbólica matemática foi a mais utilizada. Tal como observado por Boavida et al. (2008), o maior grau de complexidade dos problemas de processo, requer dos alunos uma maior atenção e apela por vezes ao recurso a diferentes estratégias para a sua resolução, como é possível verificar no problema 4 (tabela 12), onde foram vários os tipos de representações utilizados.

Também nas questões de problema aberto (problemas 5, 7 e 8), os alunos usaram representações diferentes na resolução dos problemas. Para o problema 5, a representação mais utilizada foi a representação pictórica, com 50% das respostas a usarem exclusivamente esta representação. Por seu lado, na resolução do problema 7, a representação icónica foi usada em 43,75% das respostas. Contudo a representação simbólica matemática usada em exclusivo e usada em conjunto com a representação icónica (Ico+SM) representa 50% das respostas. Por sua vez, no problema 8 a representação mais utilizada foi a representação pictórica, com uma frequência de 38,5% das respostas. Verifica-se, no que toca aos problemas abertos, que os alunos recorrem a uma variedade de representações, o que está de acordo com o referido por Boavida et al. (2008).

Respondendo à segunda questão de investigação, “De que forma o tipo de problemas matemáticos influencia a escolha da representação utilizada por alunos do 3.º ano aquando da sua resolução?”, é possível verificar que nos problemas de cálculo e nos problemas de processo, os alunos recorrem maioritariamente à representação simbólica matemática, enquanto nos problemas abertos os alunos recorrem às representações icónica e pictórica.

Os resultados obtidos neste estudo foram bastante diversificados, uma vez que as representações utilizadas pelos alunos variaram consoante o objetivo que estes lhe atribuíram, tal como já descrito por Velez e Ponte (2008). De acordo com Araújo (2014),

num estudo com alunos do 2.º ano do 1.º CEB, as representações utilizadas pelos alunos podem depender do raciocínio matemático de cada um e não do grau de exigência dos problemas. Com isto, verifica-se que os resultados evidenciam que, independentemente do tipo de problema proposto, a representação mais utilizada por estes alunos do 3º ano, é a representação simbólica matemática. Contudo, independentemente do tipo de problema colocado, a variação de representações utilizadas na sua resolução, em particular nos problemas de resposta aberta, advém quer da compreensão do problema por parte dos alunos, quer da sua própria capacidade matemática.

10. REFLEXÃO FINAL

| ' ' | | ' ' |

No presente capítulo é apresentada uma reflexão sobre o percurso realizado na PES II, no 1.º CEB e no 2.º CEB. Aqui, será apresentado o contributo desta experiência na minha formação enquanto futura professora assim como no processo de investigação para o desenvolvimento de competências profissionais e melhoria dos processos de ensino e aprendizagem. Para terminar, são apresentados os aspetos significativos no meu desenvolvimento pessoal e profissional bem como as dimensões a melhorar no desempenho da atividade docente.

Os estágios realizados no âmbito dos dois ciclos de ensino permitiram-me uma noção mais próxima do papel do professor em ambiente de formação, em cada um dos ciclos de ensino. Estas experiências apresentaram uma forte influência na minha vida profissional enquanto futura professora, uma vez que pude colocar em prática o que aprendi ao longo do percurso de formação.

O estágio de 1.º CEB, não foi o primeiro realizado neste ciclo, uma vez que em anos passados da formação já tinha realizado estágios naquele nível de ensino, incluindo na PES I. No entanto, este foi o primeiro estágio onde tive oportunidade de estar todo o tempo em regime presencial. Na PES I, devido à COVID-19, apenas tive a oportunidade de estagiar em regime presencial pelo período de uma semana, a última semana de estágio. O restante período de estágio foi realizado em regime a distância, com aulas lecionadas em formato online. Assim sendo, o estágio realizado no decorrer deste ciclo de formação, permitiu compreender qual o papel do professor na formação dos alunos deste ciclo. O fato de o estágio decorrer em modo presencial permitiu criar uma ligação mais próxima com os alunos, contribuindo deste modo para uma melhor comunicação e um maior apoio. Permitiu também uma melhor observação do relacionamento entre alunos e do modo como interagem, quer uns com os outros, quer com a professora titular, com os restantes professores e adultos do contexto escolar. Considerei também muito interessante perceber o modo como os alunos resolvem os conflitos entre si, dialogando uns com os outros e desenvolvendo consciência dos erros que cometeram e de como os podem resolver, não prejudicando nenhum dos seus colegas. Esta experiência permitiu-me perceber a importância do papel da professora em todas as componentes educativas, sociais e emocionais dos alunos, e da relevância do seu contributo no desenvolvimento dos alunos. A relação entre os alunos e a professora é fundamental no desenvolvimento

de um ambiente de aprendizagem favorável. A relação deve ser otimizada de modo a desenvolver uma atitude positiva, facilitando o processo de aprendizagem. É por isso importante uma relação de carinho, suporte, confiança e respeito que leve os estudantes a ganharem confiança na relação professor-aluno, aumentando a motivação dos alunos para aprender, influenciando assim a sua vida futura (Nasseri, et al, 2014).

O papel dos alunos nos processos de aprendizagem do 1.º CEB foi muito intenso, no contexto em que estagiei, uma vez que participam ativamente na gestão curricular, na construção de um ambiente adequado à aprendizagem, através da cooperação com os outros e com a professora e no seu próprio desenvolvimento social, através da partilha de experiências próprias e do desenvolvimento de soluções para os diferentes problemas com que se deparam. Esta prática permitiu-me compreender a importância do desenvolvimento de competências sociais, de cooperação e democráticas nos alunos, para que futuramente se possam tornar melhores cidadãos. É essencial a integração de competências sociais no currículo através de uma abordagem transversal. De igual modo, o desenvolvimento de práticas pedagógicas centradas na interação, na participação e na colaboração com o objetivo de resolver problemas e melhorar as atitudes dos alunos, pode contribuir para um ambiente favorável para a aprendizagem (Pereira, 2014). Para além disso, o desenvolvimento de estratégias que promovam competências cooperativas ajuda na promoção de atitudes dos alunos. Estas competências facilitam a aquisição de novos conhecimentos, indispensáveis ao desenvolvimento cognitivo e social dos alunos, colocando-os assim como principais construtores do seu conhecimento (Cunha & Uva, 2016).

No que toca ao 2.º CEB, esta foi a primeira oportunidade de colocar em prática a minha aprendizagem ao longo da minha formação. Esta experiência permitiu-me compreender as grandes diferenças entre os dois primeiros ciclos do ensino básico. Para além de ser um ciclo de pluridocência, onde à um professor para cada disciplina, os professores têm várias turmas, por vezes de disciplinas diferentes. Acredito que este fato influencia a relação do professor com os alunos, diferente da estabelecida com os alunos do 1.º CEB. O contato diário com os alunos do 1.º CEB permite uma maior proximidade comparativamente à dos alunos do 2.º CEB, com quem estamos apenas umas horas por semana. No entanto, podemos impactar positivamente os nossos alunos se os ouvirmos e

lhes mostrarmos que estamos disponíveis para os ajudar sempre que necessitarem, respeitando-os e certificando-nos do seu bem-estar e aprendizagem.

As conversas com as professoras titulares mostraram-se muito importantes para a minha prática, pois permitiram-me ter noção das melhorias a realizar de modo a otimizar a minha prática e o modo de como estava a lecionar as minhas aulas. Para além disso, contribuíram para compreender melhor o papel do professor no processo de formação e como me poderei tornar uma melhor professora. De facto, a colaboração entre professores demonstrou ser uma das características mais importantes para o melhor desenvolvimento da aprendizagem dos alunos. Para isso é muito importante a comunicação entre professores, pela partilha de ideias, exprimindo as suas opiniões e formulando estratégias que poderão ser úteis à resolução de problemas encontrados (Silva, 2002).

Por outro lado, o desenvolvimento do estudo no 3.º ano, mostrou-me a importância das investigações no percurso de professor. Contudo, deparei-me com algumas dificuldades no decurso do processo investigativo e no processo de aplicação do estudo. A escolha do tema foi muito rápida, no entanto houve momentos na sua execução em que duvidei se seria este o tema que pretendia estudar. Apesar das dúvidas surgidas no decurso da sua execução, este estudo permitiu-me entender a importância das representações no desenvolvimento e construção do conhecimento, o modo como auxiliam na compreensão do raciocínio dos alunos e de que forma os podemos ajudar a apropriarem-se de representações mais formais.

A nível pessoal, estas experiências foram muito enriquecedoras. Permitiram-me o contacto com diferentes pontos de vista, abrindo horizontes para novas aprendizagens.

Ao longo da prática fui confrontada com alguns constrangimentos. Entre eles, destaco a gestão do tempo e a diferenciação pedagógica, em particular no 1.º CEB, no decurso de atividades em grande grupo. A gestão do tempo foi sem dúvida a maior dificuldade sentida. Por vezes as tarefas planeadas para uma aula prologaram-se para outras, forçando o ajustamento das restantes atividades e tarefas. A inadequada gestão do tempo forçou-me mesmo a não realizar algumas tarefas que tinha preparado. Contudo, acredito que as dificuldades sentidas façam parte do processo e que a maior experiência prática, facilite a aquisição de estratégias adequadas à otimização da gestão do tempo, tal como referido por Casimiro (2019).

Para concluir, é minha opinião que todo o processo e aprendizagens ao longo dos meus anos de estudo apresentam um papel fundamental na minha vida profissional futura. No entanto, acredito que a minha carreira será sempre um processo de aprendizagem, adaptando-me de acordo com os alunos que vão passando pelo meu caminho, ajudando-os a crescer e a evoluir, quer no processo de aprendizagem quer na sua vida pessoal.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

| | ' ' | | ' ' |

- Acevedo Nistal, A., Dooren, W. V., Clarebout, G., Elen, J., & Verschaffel, L. (2009). Conceptualising, investigating and stimulating representational flexibility in mathematical problem solving and learning: a critical review. *ZDM*, 41(5), 627–636.
- Amado, J. & Freire, I. (2014). Estudo de caso na investigação em Educação. In Imprensa da Universidade de Coimbra (Ed.), *Manual de Investigação qualitativa em educação* (pp. 121, 144).
- Araújo, D. (2014). *As representações usadas por alunos do 2.º ano na resolução de problemas*. [Dissertação de mestrado, Escola Superior de Educação de Setúbal]. Repositório Científico Instituto Politécnico de Setúbal.
- Baptista, A. (2018). *Representações usadas na resolução de problemas: Um estudo no 3.º ano de escolaridade*. [Dissertação de mestrado, Escola Superior de Setúbal]. Repositório Científico Instituto Politécnico de Setúbal.
<http://hdl.handle.net/10400.26/22504>
- Boavida, A., Paiva, A. Cebola, G., Vale, I. & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico. Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. Ministério da Educação.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação. Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto Editora.
- Bruner, J. (1999). *Para uma teoria da Educação*. Relógio D'Água
- Casimiro, A. (2019). *A gestão do tempo e do ritmo na sala de aula: Uma experiência numa turma de Inglês do Ensino Básico*. [Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências Sociais e Humanas]. Repositório da Universidade Nova de Lisboa.
- Cebola, G. (2011). Conexões matemáticas — números e representações geométricas. *Educação e Matemática*, 144 , 44-46.
- Coutinho, C., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. & Vieira, S. (2009). Investigação-ação: Metodologia preferencial nas práticas educativas. *Psicologia na Educação e Cultura*, XIII(2), 455-479.
- Cunha, F., & Uva, M. (2016). A aprendizagem cooperativa: perspetiva de docentes e crianças. *Interações*, 12(41).

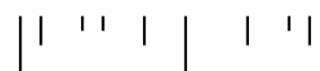
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.
- Fernandes, N. & Tomás, C. (2011). *Questões conceptuais, metodológicas e éticas na investigação, com crianças em Portugal*. 10th Conference of the European Sociological Association.
- Goldin, G. (2003). Representation in School Mathematics: A Unifying Research Perspective. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Ed), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 275-285). National Council of Teachers of Mathematics.
- Goldin, G. (2018). Mathematical Representations. In S. Lerman (ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*, https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_103-4
- Goldin, G. A., & Kaput, J. J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. Steffe & P. Nesher (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 397-431). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Gonçalves, T. (2010). Investigar em Educação: Fundamentos e Dimensões da Investigação. In M. Alves & N. Azevedo. (Ed), *Investigar em educação. Desafios da construção de conhecimento e da formação de investigadores num campo multi-referenciado* (pp. 39-62).
- Ladeira, A. (2016). *Prática de Ensino Supervisionada em Educação Pré-escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico: Desenvolver a capacidade de resolver problemas em Matemática*. [Dissertação de mestrado, Universidade de Évora]. Repositório Universidade de Évora. <http://hdl.handle.net/10174/18573>
- Letra, C. & Freire, F. (s.d). *Caderno de problemas 3.º ano*. Atividades Matemática. <https://www.atividadesmatematica.com/2015/10/caderno-de-problemas-3-ano.html>
- Mainali, B. (2021). Representation in teaching and learning mathematics. *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology (IJEMST)*, 9(1), 1-21. <https://doi.org/10.46328/ijemst.1111>
- Martinho, M. H. (2007). *A comunicação na aula de Matemática: Um projecto colaborativo com três professoras do ensino básico* (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa).

- Martins, G. d., Gomes, C. A., Brocardo, J. M., Pedroso, J. V., Carrillo, J. L., Silva, L. M., . . . Calçada, M. (2016). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Ministério da Educação/Direção-Geral de Educação.
- Mónico, L., Alferes, V., Castro, P. & Parreira, P. (2017). A Observação Participante enquanto metodologia de investigação qualitativa. *Investigação qualitativa em Ciências Sociais*, 3. 724-733
- Mourinha, A., Branco, N & Cavadas, B. (2014). As representações externas na resolução de problemas matemáticos de alunos no 1.º ciclo. *Revista da UIIPS*, 2(6).
- Nasseri, Y., Renganathan, L.; Nasseri, F. & Balushi, A. (2014). Impacto of students – teacher relationship on student’s learning: A review of literature. *International journal of Nursing Education*, 6(1), 167-171.
<https://www.researchgate.net/publication/262535111>
- Nunes, L. (2018, 24 de janeiro). *Princípios éticos no desenvolvimento dos estudos e responsabilidade do investigador* [Comunicação oral]. Sessão de Formação Comissão de Ética, Leiria, Portugal.
- Palhares, P. (2004). *Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico*. Lisboa: Lidel.
- Pinto, E. & Canavarro, A. P. (2012). O papel das representações na resolução de problemas de Matemática: um estudo no 1.º ano de escolaridade. In O. Magalhães & A. Folque (org), *Práticas de investigação em Educação*. Évora: Departamento de Pedagogia e Educação. ISBN: 978-989-95802-2-0.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Resende, R. (2016). Técnica de Investigação Qualitativa: ETICI. *Journal of sport Pedagogy & Research* 2(1), 50-57.
- Santos, L., Lima, J., Garcia, F., Monteiro, F., Silva, J., Santos, R., Afonso, C. & Piedade, J. (2019). Orientações Metodológicas para a Elaboração de Trabalhos de Investigação. *Cadernos do IUM nº 8*, Instituto Universitário Militar, Lisboa.

- Silva, J. (2002) *Cooperação entre professores: Realidade (s) e desafios*. [Dissertação de Mestrado, Instituto Superior de Psicologia]. Repositório do Instituto Superior de Psicologia. <http://hdl.handle.net/10400.12/935>
- Sousa, M., & Baptista, C. (2011). *Como fazer investigação, dissertações, teses e relatórios*. Pactor.
- Suh, J., Johnston, C., Jamieson, S. & Mills, M. (2008). Promoting decimal number sense and representational fluency. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14(1), 44-50.
- Swain, J. & King, B. (2022). Using informal conversations in qualitative research. *International Journal of Qualitative Methods*, 21, pp. 1-10.
- Swain, J. & Spire, Z. (2020). The Role of Informal Conversations in Generating Data, and the Ethical and Methodological Issues They Raise [49 paragraphs]. *Forum Qualitative Sozialforschung / Forum: Qualitative Social Research*, 21(1), Art. 10, <http://dx.doi.org/10.17169/fqs-21.1.3344>.
- Tripathi, P. N. (2008). Developing mathematical understanding through multiple representations. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(8), 438-445.
- Urdian, I. (2006). *Matemáticas Resolución de Problemas*. Gobierno de Navarra.
- Valério, N. (2005). O papel das representações na construção da compreensão matemática dos alunos do 1.º ciclo. *Quadrante*, 14(1), pp. 37-65.
- Velez, I. (2020). *Tarefas na sala de aula: prática letiva de professores do 3.º ano com representações matemáticas*. [Dissertação de Doutoramento, Instituto de Educação]. Repositório científico da Universidade de Lisboa. <http://hdl.handle.net/10451/42865>.
- Velez, I., & Ponte, J. P. (2008). Representações e raciocínio de alunos do 3.º ano de escolaridade na resolução de problemas. PTDC/CPE-CED/0989311/2008
- Velez, I., & Ponte, J. P. (2012). Representações e raciocínio de alunos do 3.º ano de escolaridade na resolução de problemas. In *Actas SIEM XXIII - Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 663-676). Coimbra: APM. <http://hdl.handle.net/10451/7071>
- Viseu, F., Fernandes, J. A. & Gomes, A. (2016). *A resolução de problemas no ensino e na aprendizagem da matemática*. (pp. 3-17). <http://hdl.handle.net/1822/55403>.

Webb, D. C., Boswinkel, N., & Dekker, T. (2008). Beneath the tip of the iceberg.
Mathematics Teaching in the Middle School, 14(2), 110-113.

ANEXOS



ANEXO A
Potencialidades e
Fragilidades da turma do
3º e 4.º ano de
escolaridade

| ' ' | ' ' |

Áreas curriculares/competências	Potencialidades	Fragilidades
Competências transversais	<ul style="list-style-type: none"> - Respeitam e integram todos os colegas; - São participativos e curiosos. - Colaboram e cooperam com os colegas, a pares ou em grupo; - São autônomos; 	<ul style="list-style-type: none"> - Interações verbais não autorizadas; - Cumprimento das regras de sala de aula; - Cumprimento de regras de comunicação oral; - Dispersam-se convocando assuntos que não os falados/discutidos/trabalhados no momento;
Português	<ul style="list-style-type: none"> - Estruturação do texto; - Têm uma boa leitura, no geral, e leem sem silabar; - Expressam-se sem timidez; 	<ul style="list-style-type: none"> - Cumprimento em realizar a revisão dos textos escritos; - Ritmo e entoação da leitura; - Adequação do discurso e na interação discursiva, utilização de “bengalas” na linguagem falada (“tipo”, “Olha uma coisa...”);
Matemática	<ul style="list-style-type: none"> - Cálculo mental; - Decomposição dos números; - Múltiplos; 	<ul style="list-style-type: none"> - Decorar as tabuadas; - Números fracionários; - Cálculo usando o algoritmo convencional;
Estudo do Meio	<ul style="list-style-type: none"> - Escolha de um tema; - Decisão do que querem pesquisar; - Interesse em fazer projetos; 	<ul style="list-style-type: none"> - Seleção da informação pertinente no trabalho por projetos. - Sintetizar em linguagem própria a informação recolhida
Expressões Artísticas e Educação Física	<p><u>Educação Física:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Gosto pela Educação Física; - Destreza no lançamento da bola com as mãos. - Gosto pelos jogos de equipa; <p><u>Expressão artística:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Muito criativos; - Muito bons na expressão dramática - Demonstrem interesse em conhecer novas técnicas de pintura e conseguem reproduzir as técnicas que lhes são apresentadas. - Muito bons a fazer origamis; 	<p><u>Educação Física:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - Competição/competitividade em jogos de equipa; - Realização do pino e cambalhota à retaguarda; - Saltar à corda; - Recepção da bola; <p><u>Expressão Artística:</u> Não observado.</p> <p><u>Música:</u> Não observado, pois nunca foi trabalhado com os alunos, apenas nas AEC's.</p>

ANEXO B

Potencialidades e
Fragilidades da turma 6⁰A
de 6.º ano de
escolaridade

| | ' ' | | ' ' |

	Potencialidades	Fragilidades
Matemática	Alunos interessados e trabalhadores; Gostam de explorar materiais manipuláveis	Muito conversadores; Não respeitam as regras da sala de aula; Não sabem trabalhar em grupo; Usam o telemóvel dentro da sala de aula, sem autorização; Perdem a atenção facilmente.
Ciências	Alunos muito participativos, curiosos e trabalhadores.	Interpretação dos enunciados.

ANEXO B1

Potencialidades e
Fragilidades da turma 6^{OB}
do 6.º ano de
escolaridade

| ' ' | | ' ' |

	Potencialidades	Fragilidades
Matemática	São participativos e curiosos; Gostam de fazer jogos e quizzes.	Incumprimento das regras de sala de aula; Muito conversadores; Usam o telemóvel dentro da sala de aula, sem autorização; Perdem a atenção facilmente.
Ciências	Alunos interessados, curiosos e participativos.	Interpretação de enunciados;

ANEXO C
Problemas matemáticos
propostos

| ' ' | | ' ' |

Problema das Pastilhas Gargantox:

O Rúben constipou-se e está com uma forte dor de garganta.

A mãe foi à farmácia comprar uma caixa de pastilhas de Gargantox. Quantas pastilhas tem cada caixa sabendo que tem 3 placas como aquela que está ilustrada na figura em baixo? Explica o teu raciocínio.



Problema pintar as mesas:

O Luís pintou três mesas na segunda-feira e quatro na terça. Na quarta à noite precisa de entregar uma dúzia (12). Quantas mesas precisa de pintar na quarta-feira?

Problema “A compra e a venda de CD’s”:

A Inês comprou um CD por 3 euros e vende-o ao Luís por 5 euros. Mais tarde, comprou de volta ao Luís por 7 euros e tornou a vendê-lo por 9 euros. Será que a Inês ganhou ou perdeu com esta compra e venda?

Problema “A manhã do Rui”:

O Rui demora 10 minutos a tomar o pequeno-almoço, 15 minutos a lavar-se e 10 minutos a vestir-se. Depois ainda vai arrumar a mochila, tarefa que o ocupa 5 minutos. Finalmente sai de casa para a escola, demorando 15 minutos no caminho. Chega à escola mesmo às 9 horas. Quanto tempo passa desde que o Rui se levanta até chegar à escola? Para não chegar atrasado, a que horas tem o Rui de se levantar?

Problema “As minhocas”:

A Leonor vai separar 9 minhocas em grupos com igual número de elementos. Ela quer arrumar cada grupo numa caixa. Quantas caixas serão necessárias?

Problema “Passageiros no autocarro”:

O autocarro que levou os participantes numa visita de estudo, recolheu alunos de três escolas diferentes. Na escola das Oliveiras entraram os alunos da professora Rita, que eram todos rapazes. Na escola do Rosmaninho, o número de alunos dentro do autocarro passou para o dobro, porque entraram os alunos da professora Dina. Como duas alunas se sentiram enjoadas, ficaram na Escola das Mimosas, onde entraram os 24 alunos do professor Toni.

Quando o autocarro chegou ao local da visita saíram 68 alunos e os três professores.

Quantos foram os alunos da professora Rita, os primeiros a entrar no autocarro?

Problema “Os cromos”:

O Gonçalo vai distribuir 25 cromos igualmente por 4 amigos. Com quantos cromos ficará cada um? Sobra algum?

Problema dos guardanapos:

A Catarina usa 3 molas para pendurar 3 guardanapos e a Ana usa 2 molas para pendurar 1 guardanapo. Quantos guardanapos conseguem pendurar com 24 molas, sabendo que foram pendurando os guardanapos à vez, primeiro a Catarina e depois a Ana.

Problema da quinta:

Numa quinta existem patos e coelhos. Se contarmos o número de patas sabemos que são 30 no total. Sabendo que existem 7 patos, quantos são os coelhos?

ANEXO D
Declaração de
consentimento informado

Declaração de consentimento informado

Assunto: Pedido de consentimento para processo investigativo

Caros/as Encarregados/as de Educação,

Eu, Mafalda Cordeiro Lopes da Silva do Egípto, venho por este meio solicitar o vosso consentimento para que o/a vosso/a educando/a participe numa recolha de dados para fins investigativos referentes à Unidade Curricular de Prática de Ensino Supervisionada II, integrada no Curso do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, sob a orientação da Professora Doutora Ana Caseiro.

O principal objetivo deste estudo é reconhecer quais as representações utilizadas pelos/as alunos/as na resolução de problemas matemáticos. Para tal, gostaria de obter o seu consentimento para que possa ter registos fotográficos das representações utilizadas pelo seu educando.

Todos os dados recolhidos serão confidenciais, não havendo qualquer identificação dos/as participantes. Esta participação é voluntária, sendo que a qualquer momento pode ser retirado o consentimento.

Agradeço a sua colaboração!

Eu, _____, encarregado/a de educação do/a aluno/a _____, autorizo que o/a meu/minha educando/a integre o presente estudo e autorizo a recolha e tratamento dos dados necessários à realização da investigação referida.

Assinatura _____ Data: __/__/__

ANEXO E

Resoluções com a
utilização da
representação simbólica
matemática no problema 1

| ' ' | | ' ' |

o RE Soltado é 30
 Porque é 1 maca de 10
 e a 3 dasas

$10+10+10=30$

$10+10+10=30$
 R. são mas 3 placas
 de 30

Repetido $3 \times 10 = 30$

fazendo que tem 3 placas como aquelas que tem 5

$5+5+5=15$
 $10+10+10=30$

após rematadas
 cada um tem 10 dias em total

R: É trinta porque cada caixa tem de remédios
 tem 10.

10
 $+ 10$
 $+ 10$
 30

são 30 passadas porque
 são 3×10

são 30 porque de 30 dias
 porque é 3 unidades de
 10.

10
 $+ 10$
 $+ 10$
 30

eu fiz assim que como tem 3 TÊS
 caixas eu conto $10+10+10$ que dá
 30.

$10+10+10=30$

ANEXO F

Resoluções com a
utilização da
representação simbólica
matemática e pictórica no
problema 1

| ' ' | | ' ' |

$10 + 10 = 2 \times 10 = 20 + 10 = 30$

$5 + 5 = 10$ $5 + 5 = 10$ $5 + 5 = 10$
 $10 + 10 = 20$

$10 + 10 + 10 = 30$

3 pacotes de 10 tem 30 porcelanas.

$10 + 10 + 10 = 30$

R. em cada tem 10. e são 10,6 são 30.

ANEXO G

Resoluções com a
utilização da
representação simbólica
verbal no problema 1

|' '' | | ''

Se tem 3 Placas tem
30 pastilhas Gargantox
porque cada uma placa tem
10 pastilhas Gargantox

ANEXO H

Resoluções com a
utilização da
representação simbólica
matemática no problema 2

| ' ' | | ' ' |

$3 + 4 = 7 + 12 = 19$
 O Luis pintou 3 mesas na segunda-feira e 4 na terça-feira.

O Luis precisa de fazer 7 mesas.

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 4 \\ \hline 7 \end{array}$$

O Luis precisa entregar 7 mesas.

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 4 \\ \hline 7 \end{array}$$

$3 + 4 = 7$
 $7 + 5 = 12$
 R: Precisa pintar 5 mesas.

R: Na quarta o Luis tem de fazer 5 mesas.
 $3 + 4 = 7$
 5
 $3 - 12 = 9$
 $9 - 4 = 5$
 $5 - 5 = 0$

Problema pintar mesas:
 O Luis pintou três mesas na segunda-feira e quatro na terça. Na quarta à noite precisa de entregar uma dúzia (12). Quantas mesas precisa de pintar na quarta-feira?
 falta 5 porque $3 + 4 = 7$
 e $5 + 7 = 12$

ANEXO I

Resoluções com a
utilização da
representação simbólica
matemática no problema 3

| ' ' | | ' ' |

$$\begin{array}{r} 35 \\ +75 \\ \hline 110 \end{array}$$

15 euros

$9+5=14$

$\begin{array}{r} 3 \\ \square \\ \square \\ \square \end{array}$
 $\begin{array}{r} 5 \\ \square \\ \square \\ \square \end{array}$
 $\begin{array}{r} 7 \\ \square \\ \square \\ \square \end{array}$
 $\begin{array}{r} 9 \\ \square \\ \square \\ \square \end{array}$

$3+7=10$

a Inês ganhou

$\begin{array}{r} 3+5 \\ \hline 8 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 7+9 \\ \hline 16 \end{array}$

a Inês ficou com 816

A Inês comprou um CD por 3 euros e vende-o ao Luis por 5 euros. Mais tarde, comprou de volta ao Luis por 7 euros e tomou a vendê-lo por 9 euros. Será que a Inês ganhou ou perdeu com esta compra e venda?

$\begin{array}{r} I CD 3€ \\ L CD 5€ \end{array}$
 $\begin{array}{r} I 5€ = 7€ = 2€ \\ - \\ \hline \end{array}$

$10€ + 9€ - 2€ = 7€$

R. A Inês ficou a ganhar.

R. é não ganhou e perdeu a Inês
 mais dinheiro que o Luis.

$$\begin{array}{r} 5 \\ -2 \\ \hline 3 \\ -7 \\ \hline -4 \end{array}$$

$\begin{array}{r} 3+5-7+9 \\ \hline 10 \end{array}$

R. A Inês ganhou com esta compra e venda 10 euros.

$\begin{array}{r} 8-7 \\ \hline 1+9 \\ \hline 10 \end{array}$

eu acho não ganhou nenhum
 porque $5-3=2$
 $7-9=2$

$3-7=4$ a Inês ficou com mais
 porque vendeu com
 números maiores
 $7-9=2$

ANEXO J

Resoluções com a
utilização da
representação simbólica
matemática no problema 4

| ' ' | | ' ' |

passa-se 55 minutos
 $10 + 15 + 10 + 15 + 15 = 55$
 8:10
 9:55

o Rui demora 25 minutos
 $15 + 10 + 15 = 25$

levanta até chegar à escola? Para não chegar atrasado, a que horas tem o Rui de se levantar?

$9:00 - 10 \text{ min} = 8:50$
 $8:50 + 10 \text{ min} = 8:40$
 $8:40 - 15 \text{ min} = 8:25$
 $8:25 - 15 \text{ min} = 8:10$
 $8:10 - 5 \text{ min} = 8:05$

$10 + 10 + 15 + 15 + 5$
 $20 + 30 + 5 = 55 \text{ min}$

R. Passa 55 min. R. Deve levantar-se às 8:05.

235 m
 $\begin{array}{r} 20 \\ + 25 \\ \hline 45 \end{array}$

15
 $+ 9$
 $\hline 24$

15
 $+ 15$
 $\hline 30$
 $+ 5$
 $\hline 35$

45 m
 20

Problema "A manhã do Rui":

O Rui demora 10 minutos a tomar o pequeno-almoço, 15 minutos a lavar-se e 10 minutos a vestir-se. Depois ainda vai arrumar a mochila, tarefa que o ocupa 5 minutos. Finalmente sai de casa para a escola, demorando 15 minutos no caminho. Chega à escola mesmo às 9 horas. Quanto tempo passa desde que o Rui se levanta até chegar à escola? Para não chegar atrasado, a que horas tem o Rui de se levantar?

$10 + 15 + 10 + 5 = 40$
 $40 + 15 = 55$

$10 \text{ m} + 10 \text{ m} = 20 \text{ m} + 10 \text{ m} = 30 \text{ m} + 10 \text{ m} = 40 \text{ m}$

R: 50 55 m que demora 10

09:00
 9h - 55m = 08:05

R: é 08:05 nas (11) horas e meia (5) minutos.

Problema "A manhã do Rui":

demora 10 minutos a tomar o pequeno-almoço, 15 minutos a lavar-se e 10 minutos a vestir-se. Depois ainda vai arrumar a mochila, tarefa que o ocupa 5 minutos. Finalmente sai de casa para a escola, demorando 15 minutos no caminho. Chega à escola mesmo às 9 horas. Quanto tempo passa desde que o Rui se levanta até chegar à escola? Para não chegar atrasado, a que horas tem o Rui de se levantar?

5
 15
 10
 15
 $15 + 10 = 25$
 $25 + 10 = 35$
 $35 + 10 = 45$
 $45 + 10 = 55$ minutos

$9h - 55m = 8h, 5m$

A: Passa 55 minutos desde que o Rui se levanta.

R: O Rui para não chegar atrasado tem de se levantar às 8h, 5m.

$10 \text{ m} + 10 \text{ m} = 20 \text{ m}$
 $10 \text{ m} + 15 \text{ m} + 10 \text{ m} = 35 \text{ m}$
 $35 \text{ m} + 20 \text{ m} = 55 \text{ m}$

ANEXO K

Resoluções com a
utilização da
representação simbólica
verbal no problema 4

| ' ' | | ' ' |

Ele de mais 64 minutos e fora ele não ficou atrasado
tem de demorar pouco tempo e assim ele não demora
o queo tempo que sempre demora e se ele demora
e se demora esse tempo ele paga a fortis de
70 minutos

ANEXO L

Resoluções com a
utilização da
representação icónica no
problema 4

| ' ' | | ' ' |

Rui se levanta até chegar a escola. Para isso, ele precisa

0 Rui tem de se levantar às 7:00

(emrepl0) 7h + 10min 7:10 7:10 + 15 7:25 7:25
+ 10 7:35 7:35 + 15 = 7:50

ANEXO M

Resoluções com a
utilização da
representação pictórica
no problema 5

| ' ' | | ' ' |

Problema "As minhocas":
 A Leonor vai separar 9 minhocas em grupos com igual número de elementos. Ela quer arrumar cada grupo numa caixa. Quantas caixas serão necessárias?
 Resposta: serão 3 caixas.

eu fiz assim que

R: Serão 3 caixas necessárias.

Serão 3 necessárias

e só fazer grupos de 3

ANEXO N

Resoluções com a
utilização da
representação simbólica
matemática no problema 5

| ' ' | | ' ' |

grupo numa caixa. Quantas caixas serão necessárias? e so fareves
 $3+3=6+3=9$ faveles 9

R: a resposta 3.
$$\begin{array}{r} 3 \\ +3 \\ \hline +3 \\ \hline 9 \end{array}$$

o numa caixa. Quantas caixas serão necessárias?
$$\begin{array}{c} \text{caixa} \quad \text{caixa} \quad \text{caixa} \\ 3 + 3 + 3 = 9 \end{array}$$

R: São necessárias três caixas.

ANEXO 0

Resoluções com a
utilização da
representação simbólica
verbal no problema 5

|' '' | | ''

2 caixas 1 com 5
ou outra com 4

ela vai precisar de NOVE caixas
se cada minhoca for para
uma caixa vai dar NOVE.

ANEXO P

Resoluções com a
utilização da
representação simbólica
matemática no problema 6

| ' ' | ' ' |

$$24 - 2 = 22$$

$$68 + 68 = 136$$

24×68 alunos
 conta conta
 $\frac{64}{+28}$
 $\frac{87}{87}$
 o vai um
 deu 87 alunos no total e me contaram

R: 600 22 alunos da professora Rita
 22 Resolteira
 $\frac{10}{22+24+20}$

$68 - 24 = 44$
 $44 + 2 = 46$
 $46 - 2 = 44$
 $20 + 25 = 45$
 A turma da professora Rita tinha 25 alunos.

$$24 + 2 = 26 \text{ e } 68 + 2 = 70$$

$$24 + 68 = 92$$

8 12

professores de 12
 ro?
 $\frac{124}{+68}$
 $\frac{192}{12}$

$68 - 24 = 44$
 $22 + 22 = 44$
 escola Rosângela escola das alunas Professora Rita
 Os alunos da Professora Rita são 22.

$$24 - 2 = 22$$

$$68 + 68 = 136$$

ANEXO Q

Resoluções com a
utilização da
representação icónica no
problema 7

| ' ' | | ' ' |

4 Amigos
25 cromos

os 4 amigos do bonfã ficaram com 5 cromos e sobrou cinco

o que sobrou

Sobra algum?

21
14
13

Sobra algum? 1 0 4 6 5 1

Sim sobra 1 amigo 4 + 2

1

cada amigo fica com 6 cromos

1 amigo 4 + 2 1 amigo 4 + 2 1 amigo 4 + 2

Sobra algum?

R: não ficar 6 cromos com cada um, e sobrou 1 cromo.

25 Cromos	1	2	3	4
15	1	2	3	4
20	5	6	7	8
25	9	10	11	12
30	13	14	15	16
35	17	18	19	20
40	21	22	23	24

N de cromos

Claro sosinho 25

Sobra algum:

Sim sobra, porque o 4 é par e 25 é ímpar

portanto um amigo tem 6 e um amigo tem 7 e os outros 6

Condição: um amigo ficou com 7 e os outros 6

o 6 só sobrou 1

um?

ANEXO R

Resoluções com a
utilização das
representações simbólica
matemática e icónica no
problema 7

| | ' | | ' |

ANEXO S

Resoluções com a
utilização da
representação simbólica
matemática no problema ?

| | ' | | ' |

O Gonçalo vai distribuir
Sobra algum?

R: $25 - 5 - 5 - 5 - 5 = 5$

$25 - 15 = 5$
por 4 amigos

R São 5 cromos

distribuir 25 cromos igualmente por 4 amigos. Com quantos cromos
1 2 3 4

$25 - 5 = 20 - 5 = 15 - 5 = 10 - 5 = 5$

$5 + 1 = 6$
sobra um cada um fica com 6

$25 = 5 - 5 - 5 - 5 = 5$

Sobra $1 - 1 - 1 - 1 = 1$
sobra um cromo

20	R: 5 am 1. E cada um fica com 6.	1+5 1 m
15		1+5 1 m
10		1+5 1 m
5		1+5 1 m
1		

ANEXO T

Resoluções com a
utilização da
representação pictórica
no problema 8

| ' ' | | ' ' |

ANEXO U

Resoluções com a
utilização da
representação icónica no
problema 8

| ' ' | | ' ' |

guardanapo. Quantos guardanapos conseguem pendurar com 24 molas, sabendo que foram pendurando os guardanapos à vez, primeiro a Catarina e depois a Ana. 21 19 16 14 10 8 2

A Catarina 3 molas e 3 g	a Ana 2 molas para 9
A Catarina 3 molas e 3 g	a Ana 2 molas para 9
A Catarina 3 molas e 3 g	a Ana 2 molas para 9
A Catarina 3 molas e 3 g	a Ana 2 molas para 9
consegui pendurar 16 guardanapos	

3 + 1 x 5
4 x 5
= 20

5 + 5 + 5 + 5 + 4 = 24 m

R: à 20 guardanapos pendurados

	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A
g	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1
m	3	2	3	2	3	2	3	2	3	2
		5 m		5 m		5 m		5 m		4 m

ANEXO V

Resoluções com a
utilização da
representação simbólica
matemática no problema 8

| ' ' | | ' ' |

apo. Quantos guardanapos conseguem pendurar... São 26 molas
 ndo os guardanapos à vez, primeiro a Catarina e depois a Ana. São 26 molas
 e só foram 24+2 em almeida são 24

$$\begin{array}{r} 24 \\ +2 \\ \hline 26 \end{array}$$

a catarina + 3 + 2 + 1 = 63
 + e 63
 molas 6 3

pendurando os guardanapos à vez, primeiro...

$$3 + 3 + 2 + 1 + 24 = 27$$

$$3 + 3 + 1 + 24 = 27$$

 São 27 molas

ANEXO W

Resoluções com a
utilização da
representação simbólica
matemática no problema 9

| ' ' | | ' ' |

$$80 + 7 = 37$$

$$R: 30 + 4 + 3 = 37$$

R: São 37 coelhos

Se existem 7 patos, quantos são os coelhos?

Logo existem 7 coelhos

$$7 \times 2 = 14$$

$$30 - 14 = 16$$

$$7 \times 4 = 28$$

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 14$$

$$30 - 14 = 16$$

$$4 + 4 = 8 \quad 4 + 8 = 12 \quad 4 + 8 + 4 = 16$$

4 coelhos

$$2 \times 2 = 4$$

São 12 coelhos

Sabendo que existem 7 patos, quantos são os coelhos?

Má tentativa 109 que é o

Juntas 30 + 7

$$\begin{array}{r} 30 \\ + 7 \\ \hline 37 \end{array}$$

patos coelhos

$$7 \times 2 = 14 \text{ patas}$$

$$\begin{array}{r} 1 \text{ } 2 \text{ } 3 \text{ } 7 \text{ coelhos} \\ 2 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \\ 10 \\ 12 \\ 14 \\ 16 \end{array}$$

14 patas + 16 = 30 patas

R: São 4 coelhos que faltam

São $30 - 7 = 23$ portanto são 23 coelhos

ANEXO X

Resoluções com a
utilização das
representações simbólica
matemática e icónica no
problema 9

| ' ' | | ' ' |

$30 - 14 = 16$
□□ □□ □□ □□ □□ □□ □□
□□ □□ □□ □□ São 4 covões

$2 \times 7 = 14$
 $30 - 14 = 16$
:: :: :: / (3)
São 4

ANEXO Y

Resoluções com a
utilização da
representação simbólica
verbal no problema 9

| ' ' | | ' ' |

1 coelho = 4 patas 2 coelhos = 8 patas
3 coelhos = 12 patas 4 coelhos = 16
patas 5 coelhos = 20 patas 6
coelhos = 24 patas 7 coelhos = 28 patas