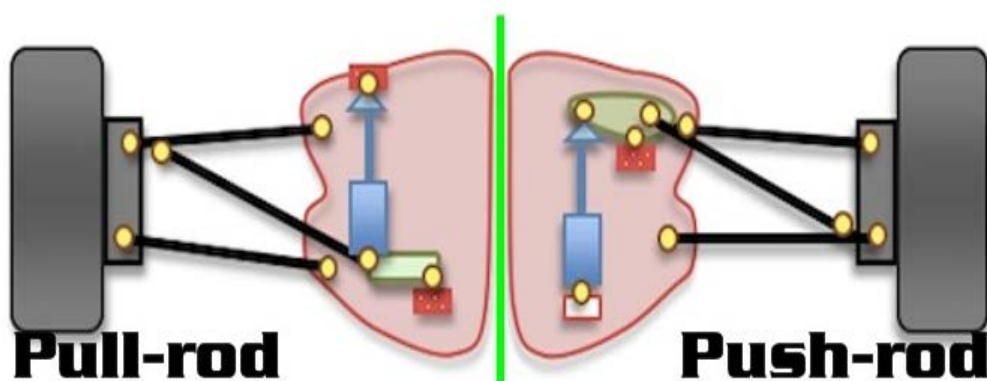




ISEL

INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA
Departamento de Engenharia Mecânica



Estudo comparativo de dois tipos de sistemas de suspensão de um carro Fórmula Student

Pedro Miguel Farinha Ferreira
(Licenciado em Engenharia Mecânica)

Trabalho Final de Mestrado para obtenção do grau de Mestre
em Engenharia Mecânica

Orientadores:

Doutora Inês de Carvalho Jerónimo Barbosa
Doutor André Rui Dantas de Carvalho

Júri:

Presidente: Doutor Silvério João Crespo Marques
Vogais:

Doutora Inês de Carvalho Jerónimo Barbosa
Doutor António Manuel Relógio Ribeiro

Maio de 2019

Palavras - chaves:

Análise Estática; Análise Vibracional; Suspensão Push-rod; Suspensão Pull-rod.

Key Words:

Static Analysis;Vibrational Analysis;Push-rod Suspension;Pull-rod Suspension.

Agradecimentos

Queria agradecer aos colegas do *Fórmula Student* pela disponibilidade que tiveram ao logo do trabalho para esclarecer dúvidas e ajudar-me na realização da tese.

Quero agradecer aos meus orientadores Professora Inês Barbosa e Professor André Carvalho por me auxiliarem quando tinha problemas que não estava a conseguir resolver e por me terem guiado durante a realização da tese.

Agradeço também a todos os meus colegas que me ajudaram de alguma forma à realização desta tese.

E por fim quero agradecer a todos os meus familiares e amigos pelo apoio ao logo desta longa jornada.

Resumo

O principal objetivo desta tese é comparar o comportamento estático e dinâmico de dois tipos de suspensão aplicáveis a um veículo *Formula Student*. Estes dois tipos de suspensão são o *push-rod* e o *pull-rod*, que irão ser analisados detalhadamente para explicar as suas principais vantagens e desvantagens. De forma a enquadrar a temática a ser estudada, serão apresentados os conceitos básicos dos automóveis e a sua evolução na história da *Fórmula 1*, com o foco nos dois dos tipos de suspensão referidos anteriormente.

No presente trabalho, efetuaram-se dois tipos de análises para responder ao objetivo proposto. Essas análises consistem na análise estática e dinâmica dos dois sistemas em causa. Relativamente à primeira, ao se realizar as análises estáticas dos sistemas de suspensão, *push-rod* e o *pull-rod*, verificou-se que ambos são equivalentes em termos de desempenho estático, com perfis de tensão e de deformação semelhantes. Além disto, constatou-se que nos dois sistemas as cargas estáticas transmitidas ao chassis e aos componentes da suspensão apresentam valores idênticos. No entanto, no sistema *pull-rod* há uma ligeira dependência não linear da carga, na posição vertical da roda.

A respeito das análises dinâmicas às duas suspensões conseguiu-se perceber, pelas matrizes de rigidez (K) e de amortecimento (C), que o sistema *push-rod* tem um grau de liberdade igual a zero. O mesmo não acontece com o sistema *pull-rod*. Relativamente às frequências naturais, os valores são quase idênticos.

Após a realização das análises, estática e dinâmica, foi possível verificar que os dois sistemas são muito semelhantes. Contudo, existem algumas diferenças como: dependência não linear da carga da suspensão na posição vertical da roda no sistema *pull-rod*, independência do movimento relativamente a uma direção no sistema *push-rod*, o sistema *push-rod* ter uma melhor ajustabilidade dos parâmetros da suspensão e por último, nas análises estáticas detetou-se algumas diferenças na propagação das forças pelos dois sistemas. Por fim, concluiu-se que a melhor opção para o sistema de suspensão do protótipo *Formula Student* é que o sistema de *push-rod* é o melhor para a dianteira do veículo, mas para a traseira o melhor sistema é o *pull-rod*.

Abstract

The main goal of this thesis is to compare the static and dynamic behavior of two types of suspension applicable to a Formula Student vehicle. The two suspension types - push-rod and pull-rod - are analyzed in detail to explain their main advantages and disadvantages. In order to frame the theme, the basic concepts of automobiles and their evolution in the history of Formula 1 will be presented, focusing on the two types of suspension mentioned above.

In the present work, two types of analysis were executed to answer the objective. These analysis consist of the static and dynamic analysis of the two systems concerned. Regarding the first, static analyzes of the suspension, push-rod and pull-rod systems were found to be equivalent in terms of static performance, with similar stress and strain profiles. In addition, it was found that in both systems the static loads transmitted to the chassis and the components of the suspension have identical values. However, in the pull-rod system there is a slight nonlinear dependence of the load, in the vertical position of the wheel.

In respect of the dynamic analysis of the two suspensions the rigidity (K) and damping (C) matrices show that the push-rod system has a degree of freedom equal to zero. The same does not happen with the pull-rod system. Relative to natural frequencies, the values are almost identical.

After the static and dynamic analyzes, it was possible to verify that the two systems are very similar. However, there are some differences such as: non-linear dependence of the load of the suspension in the vertical position of the wheel in the pull-rod system, independence of movement relative to a direction in the push-rod system, the push-rod system has a better adjustability of the suspension parameters, and finally, in the static analyzes some differences in the propagation of the forces by the two systems were detected. Finally, it was concluded that the best option for the suspension system to the Formula Student prototype is the push-rod system for the front of the vehicle, but for the rear the best system is the pull-rod.

Lista de Símbolos

WTR - *Wheelbase-Track ratio*

Md - Massa na dianteira

Mt - Massa na traseira

MT – Massa total

M1 – Massa na parte dianteira, no lado esquerdo

M2 – Massa na parte dianteira, no lado direito

M3 – Massa na parte traseira, no lado esquerdo

M4 – Massa na parte traseira, no lado direito

MN1 – Massa não suspensa na dianteira e no lado esquerdo

MN2 - Massa não suspensa na dianteira e no lado direito

MNd - Massa não suspensa total na dianteira

MN3 - Massa não suspensa na traseira e no lado esquerdo

MN4 - Massa não suspensa na traseira e no lado direito

MNt - Massa não suspensa total na traseira

MS1 - Massa suspensa na dianteira e no lado esquerdo

MS2 - Massa suspensa na dianteira e no lado direito

MSd - Massa suspensa total na dianteira

MS3 - Massa suspensa na traseira e no lado esquerdo

MS4 - Massa suspensa na traseira e no lado direito

MSt - Massa suspensa total na traseira

CG – Centro de Gravidade

CR – Centro de Rotação

SLA – *Short Long Arms*

SW – SolidWorks

Pd – Peso na dianteira

Pt – Peso na traseira

PT – Peso total

KPI – *Kingpin*

Glossário

Short Long Arm (SLA) - Qualquer sistema de suspensão com braço(s) superiores curto(s) e braço(s) longo(s) inferior(es). Por exemplo, triângulos sobrepostos, multi-link. O termo "SLA" é normalmente usado na indústria, mas é um termo útil pois abrange as características essenciais de suspensões similares.

Difusor – O difusor está normalmente a trás de linha do eixo traseiro que facilita a passagem de ar pelo veículo, com o objetivo de criar uma força aerodinâmica descendente.

Sidepods - Áreas que ficam de ambos os lados do carro (ao lado do piloto) que geralmente acomodam os radiadores e a eletrônica do carro em monopostos.

Centro de rotação (CR) - É um eixo teórico sobre o qual a massa suspensa vai rodar, o que significa que se for aplicada qualquer tipo de carga nesse eixo o veículo não vai rodar.

Efeito *jacking* - Se o CR está acima do solo, a força lateral do pneu vai provocar a elevação da roda interna, favorecendo a rotação do veículo.

Efeito *packing* - Se o CR estiver abaixo do nível do solo, menor vai ser a componente da força lateral e o pneu vai ter uma maior área de contacto com o solo.

Ângulo de sopé (*camber*) - É o ângulo que o pneu faz com o eixo vertical do veículo.

Avanço (*Caster*) - É o ângulo entre o eixo da suspensão e o eixo vertical do pneu.

Convergência (*Toe – in*) - Ocorre quando as partes da frente das rodas, vistas de cima, estão mais próximas do que as partes de trás das rodas.

Divergência (*Toe – out*) - Ocorre quando as partes de trás das rodas, vistas de cima, estão mais próximas do que as partes da frente das rodas.

Kingpin (KPI) - É o ângulo entre o eixo da direção e a linha central da roda.

Scrub radius - Na vista frontal é a distância entre o eixo do KPI e o centro da área de contacto da roda, onde teoricamente os dois tocariam na estrada.

Front View Swing Arm (*FVSA*) - Este parâmetro designa a distância horizontal do ponto em que as linhas provenientes da junta de rolamentos em esfera superior e inferior se intersectam (centro instantâneo – CI).

Centro instantâneo (CI) - Ponto instantâneo sobre o qual a roda gira. Em uma vista traseira de uma suspensão de triângulos sobrepostos, o CI é um ponto imaginário localizado nas interseções das linhas que passam pelos braços superiores e inferiores.

Índice

Agradecimentos	i
Resumo	ii
Abstract.....	iii
Lista de Símbolos	iv
Glossário.....	vii
1 Introdução.....	1
1.1 Motivação	2
1.2 Objetivo	2
1.3 Estrutura do Trabalho	2
1.4 Revisão Bibliográfica.....	3
1.4.1 Conceitos básicos sobre o automóvel.....	3
1.4.2 <i>Fórmula Student</i> ISEL	8
1.4.3 Regras Aplicáveis ao Sistema de Suspensão.....	9
1.4.4 A suspensão <i>SLA via Push-Rod</i> e <i>SLA via Pull-Rod</i>	11
1.5 Utilização dos sistemas de suspensão no FS	15
2 Principais dimensões e parâmetros do veículo.....	17
2.1 Sistema de coordenadas	17
2.2 Sistema de coordenadas da roda	18
2.3 Distância entre eixos e largura entre as rodas dianteiras e traseiras	19
2.4 Seleção das jantes e dos pneus.....	20
2.5 Distribuição da massa	22
2.6 Massa suspensa e não suspensa	24
2.7 Outros Parâmetros.....	26
2.7.1 Localização do Centro de Gravidade (CG).....	26
2.7.2 Centro de rotação (CR)	27
2.7.3 Efeito <i>Jacking</i> (força vertical) e de <i>Packing</i>	28

2.7.4	Altura do centro de rotação dianteiro e traseiro	29
2.7.5	Ângulo de sopé (<i>Camber</i>)	30
2.7.6	Avanço (<i>Caster</i>)	31
2.7.7	Ângulo de Convergência e Divergência (<i>Toe</i>).....	31
2.7.8	Cinemática e Geometria da Suspensão	32
2.7.8.1	Junta de rolamentos em esfera superior e inferior – Inclinação do Kingpin e scrub radius	33
2.7.8.2	Front View Swing Arm (FVSA)	35
2.7.8.3	Comprimento dos braços da suspensão.....	37
3	Modelos de suspensões usadas	39
3.1	SLA via <i>Push-Rod</i>	39
3.2	SLA via <i>Pull-Rod</i>	41
4	Estática	47
4.1	Cálculo das Forças	47
4.1.1	Travagem máxima.....	48
4.1.2	Forças exercidas numa curva	49
4.1.3	Forças e momentos calculados para cada caso.....	50
4.2	Aplicação em <i>Software</i>	52
4.3	Outros estudos estáticos.....	53
4.4	Comparação estática entre o sistema de suspensão <i>push-rod</i> e <i>pull-rod</i>	54
4.4.1	Casos de estudo da estática	55
4.4.2	Tensões de Von Mises nos diferentes sistemas e casos	60
4.4.3	Análise do carregamento do conjunto mola-amortecedor e limites de validade do modelo.....	65
5	Dinâmica.....	69
5.1	Cinemática	69
5.2	Posição e orientação dos sistemas de Mola-Amortecedor.....	73
5.3	Forças e Momentos	74

5.4 Linearização	76
5.5 Cálculo da constante de rigidez e da constante de amortecimento	77
5.5.1 Cálculo da constante de rigidez e de amortecimento para um sistema sobre- amortecido	78
5.5.2 Cálculo da constante de rigidez e de amortecimento para um sistema sub- amortecido	81
5.6 Comparação entre os dois tipos de suspensão	84
5.6.1 Matrizes para a equação de equilíbrio dinâmico	84
5.6.2 Frequências Naturais	87
5.6.3 Gráficos	88
5.7 Modos de Vibração em <i>SW Simulation</i>	92
6 Conclusões	97
Bibliografia	99
Anexo – A	101
Anexo – B	114
Anexo – C	119

Índice de Figuras

Figura 1 - Sistema de Transmissão.....	4
Figura 2 - Motor de um automóvel.....	4
Figura 3 - Sistema de Direção	5
Figura 4 - Sistema de Travagem.....	5
Figura 5 - Eixo Rígido	6
Figura 6 - Suspensão MacPherson	7
Figura 7 - Suspensão de Triângulos opostos	7
Figura 8 - Suspensão Multilink	8
Figura 9 - F1 usando sistema Pull-Rod	11
Figura 10 - Ferrari F1 a usar o sistema Pull-Rod	12
Figura 11 - Push-Rod.....	13
Figura 12 - Pull-Rod.....	14
Figura 13 - Sistema de coordenadas num veículo (SAE J760 - E)	17
Figura 14 - Sistema de coordenadas da roda SAE J2047	18
Figura 15 - Vista lateral com a localização do CG.....	19
Figura 16 - Jante OZ feita em magnésio.....	21
Figura 17 - Massa suspensa e massa não suspensa	24
Figura 18 - Localização do CG no veículo.....	26
Figura 19 - Relação entre o CG e o CR.....	28
Figura 20 - Cálculo do CR.....	29
Figura 21 - Altura do CR dianteira.....	29
Figura 22 - Altura do CR traseira	30
Figura 23 - Ângulo de sopé	31
Figura 24 - Compreensão do avanço	31
Figura 25 - Compreensão do ângulo de convergência e divergência	32
Figura 26 - Vista frontal de uma geometria de suspensão.....	33
Figura 27 - KPI e Scrub radius dianteira (a) traseira (b)	35
Figura 28 - FVSA dianteira	37
Figura 29 - FVSA traseiro	37
Figura 30 - Versão final da suspensão da dianteira do sistema Push-Rod	39
Figura 31 - Versão final da suspensão traseira do sistema Push-Rod	39
Figura 32 - Conjunto da suspensão dianteira.....	40

Figura 33 - Conjunto da suspensão traseira.....	40
Figura 34 - Comparação entre Push-Rod e o Pull-Rod	41
Figura 35 - Vista de frente do carro formula student da Universidade de Aston	41
Figura 36 - Vista de cima do carro formula student da Universidade de Aston.....	42
Figura 37 - Sistema Pull-Rod traseiro do Instituto Politécnico de Worcester.....	42
Figura 38 - Sistema Pull-Rod dianteiro do Instituto Politécnico de Worcester	42
Figura 39 - Sistema Pull-Rod dianteiro da Universidade Estadual de Campinas	43
Figura 40 - Sistema Pull-Rod traseiro da Universidade Estadual de Campinas.....	43
Figura 41 - Conjunto completo da Universidade Estadual de Campinas	43
Figura 42 – Primeira versão da suspensão da dianteira do sistema Pull-Rod	44
Figura 43 - Primeira versão da suspensão da traseira do sistema Pull-Rod	45
Figura 44 - Versão final da suspensão da dianteira do sistema Pull-Rod.....	45
Figura 45 - Versão final da suspensão da traseira do sistema Pull-Rod.....	45
Figura 46 - Conjunto da suspensão dianteira do sistema Pull-Rod	46
Figura 47 - Conjunto da suspensão traseira do sistema Pull-Rod	46
Figura 48 - DCL para o caso 1 (a), DCL para o caso 2 (b), DCL para o caso 3 (c), DCL para o caso 4 (d).....	52
Figura 49 - Modelo da suspensão dianteira do sistema Pull-Rod (A) e do sistema Push-Rod (B)	53
Figura 50 - Modelo da suspensão traseira do sistema Pull-Rod (a) e do sistema Push-Rod (b)	53
Figura 51 - Estrutu do sistema de suspensão (a) Push-Rod (b) Pull-Rod	54
Figura 52 - Gráfico da relação entre as forças obtidas e os casos de estudo para a dianteira e o sistema Pull-Rod.....	56
Figura 53 - Gráfico da relação entre as forças obtidas e os casos de estudo para a dianteira e o sistema Push-Rod.....	56
Figura 54 - Gráfico da relação entre as forças obtidas e os casos de estudo para a traseira e o sistema Pull-Rod.....	58
Figura 55 - Gráfico da relação entre as forças obtidas e os casos de estudo para a traseira e o sistema Pulsh-Rod	59
Figura 56 - Diagrama de tensões equivalentes de Von Mises para a suspensão dianteira no sistema Pull-Rod (a) e para o sistema Push-Rod (b) para o caso 4 com a tensão máxima de 30 MPa.....	61

Figura 57 - Diagrama de tensões equivalentes de Von Mises para a suspensão dianteira no sistema Pull-Rod (a) e para o sistema Push-Rod (b) para o caso 4 com a tensão máxima de 350 MPa.....	62
Figura 58 - Diagrama de tensões equivalentes de Von Mises para a suspensão traseira no sistema Pull-Rod (a) e para o sistema Push-Rod (b) para o caso 4 com a tensão máxima de 30 MPa.....	63
Figura 59 - Diagrama de tensões equivalentes de Von Mises para a suspensão traseira no sistema Pull-Rod (a) e para o sistema Push-Rod (b) para o caso 4 com a tensão máxima de 350 MPa.....	64
Figura 60 - Gráfico que relaciona a força de entrada no sistema de suspensão e a força que é exercida no conjunto mola-amortecedor.....	66
Figura 61 - Gráfico que representa a relação entre a altura da roda e a força que é exercida no conjunto mola-amortecedor.....	67
Figura 62 - Rotação Tridimensional dos Eixos.....	69
Figura 63 - Rotação dos Eixos.....	70
Figura 64 - Forças que atuam no chassis.....	75
Figura 65 - Gráfico sobre-amortecido.....	78
Figura 66 - Regressão linear do C.....	79
Figura 67 - Regressão linear do Km.....	80
Figura 68 - Regressão linear do Kb.....	80
Figura 69 - Gráfico sub-amortecido.....	81
Figura 70 - Regressão linear do C.....	82
Figura 71 - Regressão linear do Km.....	83
Figura 72 - Regressão linear do Kb.....	83
Figura 73 - Diagrama de Bode da amplitude para o push-rod em sobre-amortecido.....	88
Figura 74 - Diagrama de Bode da fase para o push-rod em sobre-amortecido.....	89
Figura 75 - Diagrama de Bode da amplitude para o pull-rod em sobre-amortecido.....	89
Figura 76 - Diagrama de Bode da fase para o pull-rod em sobre-amortecido.....	90
Figura 77 - Diagrama de Bode da amplitude para o push-rod em sub-amortecido.....	90
Figura 78 - Diagrama de Bode da fase para o push-rod em sub-amortecido.....	91
Figura 79 - Diagrama de Bode da amplitude para o pull-rod em sub-amortecido.....	91
Figura 80 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sub-amortecido.....	92
Figura 81 - Primeiro modo de vibração na dianteira com o sistema pull-rod.....	93
Figura 82 - Segundo modo de vibração na dianteira com o sistema pull-rod.....	94

Figura 83 - Terceiro modo de vibração na dianteira com o sistema pull-rod.....	94
Figura 84 - Quarto modo de vibração na dianteira com o sistema pull-rod	95
Figura 85 - Quinto modo de vibração na dianteira com o sistema pull-rod	95

Índice de Tabelas

Tabela 1 - Sistema de coordenadas SAE J760-E.....	18
Tabela 2 - Recolha de dados relativamente à distância entre eixos e largura entre rodas	20
Tabela 3 - Massa do sistema dinâmico.....	22
Tabela 4 - Massa do conjunto relacionado com o motor, transmissão e conjuntos associados.....	23
Tabela 5 - Massa dos componentes eletrónicos.....	23
Tabela 6 - Distribuição da massa.....	24
Tabela 7 - Distribuição da massa pelas rodas do veículo.....	24
Tabela 8 - Massa não suspensa.....	25
Tabela 9 - Massa suspensa.....	25
Tabela 10 - Cálculos da localização do CG.....	26
Tabela 11 - Alturas do CR.....	30
Tabela 12 - KPI e Scrub radius.....	34
Tabela 13 - Conclusões sobre o FVSA.....	36
Tabela 14 - Comprimentos dos braços da suspensão traseira	38
Tabela 15 - Comprimentos dos braços da suspensão dianteira	38
Tabela 16 - Cargas para cada caso.....	51
Tabela 17 - Cargas em cada membro para cada caso para a dianteira no sistema Pull-Rod	55
Tabela 18 - Cargas em cada membro para cada caso para a dianteira no sistema Push-Rod	55
Tabela 19 - Cargas em cada membro para cada caso para a traseira no sistema Pull-Rod	57
Tabela 20 - Cargas em cada membro para cada caso para a traseira no sistema Push-Rod	58
Tabela 21 - Relação entre a força de entrada e a força que é aplicada no conjunto mola- amortecedor	65
Tabela 22 - Declive das retas representadas na Figura 60.....	66
Tabela 23 - Relação entre a altura da roda e a força que é exercida no conjunto mola- amortecedor	66

Tabela 24 - Relação entre a altura da roda e a força que é exercida no conjunto mola-amortecedor	67
Tabela 25 - Equações do gráfico	79
Tabela 26 - Equações do gráfico	82
Tabela 27 - Modos de vibração em SW Simulation.....	93

1 Introdução

Todos os automóveis, sejam para fins citadinos ou desportivos, têm os mesmos sistemas que o completam, como por exemplo, o sistema de suspensão, o sistema de transmissão, motor, sistema de travagem, chassis, a direção, elétrico, entre outros.

Desde a criação do automóvel sempre houve competição entre marcas e equipas independentes e para competir é preciso ser melhor para superar o adversário. Alguns ajustes a realizar são a nível do motor, mas para o desempenho ser mais elevado tanto em reta como em curva é preciso ter um bom sistema de suspensão. É nesse campo e muitos outros que os carros de *Fórmula 1* são muito avançados, sendo uma das finalidades efetuarem curvas a alta velocidade.

Sendo o *Fórmula 1* um dos automóveis mais avançados existe uma competição chamada de *Fórmula Student* (FS) que é uma versão mais simples de um carro de corrida de *Fórmula 1*. Estes veículos do FS são projetados e construídos por estudantes universitários para competições da *Fórmula Society of Automotive Engineers* (FSAE). O sistema de suspensão é um dos sistemas mais importantes nos carros de competição. Este sistema possui a finalidade de proporcionar um melhor desempenho e um melhor comportamento dinâmico do veículo [2].

Geralmente, num carro de corrida, a suspensão é de triângulos sobrepostos. Dentro deste grande sistema, pode optar-se por *Short Long Arms (SLA) via push-rod* ou *SLA via pull-rod*. *SLA via push-rod* e *SLA via pull-rod* são os dois sistemas mais utilizados devido à facilidade de *design* e aos componentes envolvidos serem mais leves. A aplicação destes dois sistemas num automóvel pode ser feita de várias formas, como por exemplo, o veículo pode ter o sistema *push-rod/pull-rod* à frente e a trás ou pode apresentar *push-rod* à frente e *pull-rod* a trás ou vice-versa [3]. A suspensão de triângulo duplo apresenta-se como uma suspensão bastante dura, dada a sua configuração, não sendo a mais indicada para o conforto do piloto. No entanto, dá lugar a uma maior segurança do veículo, adotando ângulos e medidas que tornam o carro bastante estável nas curvas e em situações de maior solicitação, exibindo o máximo de aderência e potência transmitida ao solo possíveis [4].

1.1 Motivação

Como o sistema de suspensão se trata de um dos sistemas mais importantes nos carros de competição, por proporcionar melhor desempenho em termos de comportamento dinâmico do automóvel de competição [2] e por sua vez, a suspensão em triângulos sobrepostos ser um dos sistemas mais utilizados em competição nas suas diferentes configurações [3], surgiu a possibilidade de fazer um estudo comparativo entre a suspensão *push-rod* e *pull-rod*. Este estudo teve por missão permitir aos alunos que projetam automóveis de competição obter dados concretos para a tomada de decisão na altura da escolha de tipo de suspensão a aplicar.

Os dois tipos de suspensão comparados têm comportamentos diferentes. Mas segundo algumas fontes estes dois tipos de suspensão são muito iguais e com este trabalho, pretende-se identificar quais as diferenças e tentar obter informações que permitam concluir qual o melhor sistema de suspensão que pode ser usado por um protótipo *Fórmula Student*.

1.2 Objetivo

Neste trabalho pretende-se realizar uma comparação entre dois tipos de suspensão aplicável ao carro *Formula Student*. Estes dois tipos de suspensão são a *SLA via push-rod* e *SLA via pull-rod*. Para tal, estes dois sistemas vão ser modelados através de software apropriado, como por exemplo o *SolidWorks*. Serão feitas análises estruturais e dinâmicas a cada sistema, para poder produzir uma comparação entre os dois sistemas e concluir qual a melhor solução para o carro.

1.3 Estrutura do Trabalho

O presente trabalho final de mestrado está dividido em 6 capítulos.

O primeiro incluiu a introdução, alguns conceitos básicos para a compreensão do restante trabalho e uma revisão bibliográfica onde se dá a conhecer o que já se tem vindo a desenvolver por outras instituições académicas no âmbito da FS.

No segundo capítulo, irão ser apresentadas as principais dimensões e parâmetros do veículo do FS ISEL.

No terceiro encontram-se as modelações em SW (*SolidWorks*) da suspensão *SLA via push-rod* e as modelações em SW da suspensão *SLA via pull-rod*.

No quarto capítulo, apresentam-se as análises estáticas aos modelos apresentados no capítulo três, e a comparação entre os dois sistemas de suspensão tendo em conta as mesmas análises.

No quinto capítulo realizaram-se as análises e simulações dinâmicas usando o *SW*, e a elaboração da comparação entre os dois sistemas.

Por fim, no sexto e último capítulo são apresentadas as conclusões do trabalho realizado, referindo qual dos dois tipos de suspensão será o melhor para aplicar no carro do FS.

1.4 Revisão Bibliográfica

1.4.1 Conceitos básicos sobre o automóvel

Nesta secção apresentam-se alguns conceitos básicos do automóvel. O chassis é o suporte estrutural do carro, ou seja, base onde assentam quase todos os sistemas. O chassis não só é a estrutura do automóvel como também melhora o manuseamento do mesmo e lhe confere rigidez, para maior segurança dos ocupantes.

Um dos sistemas presentes no automóvel é o elétrico, que permite uma ligação entre muitos componentes e a monotorização destes vários componentes para se saber o que está a acontecer no veículo. A complexidade dos componentes elétricos e eletrónicos presente atualmente nos automóveis resulta em cerca de 1km de cabelagem que percorre todo o chassis. O sistema elétrico possui várias funções de acordo com seus componentes. Uma das principais funções é possibilitar o arranque do motor de combustão interna, através do seu circuito do motor de arranque. Após o arranque do motor, este é mantido em funcionamento através de outros circuitos, que alimentam a ignição, a injeção e ainda recarregam a bateria do veículo através do alternador. Todos estes sistemas nos automóveis de hoje em dia são controlados pela centralina através de vários sensores. Estes captam informação, enviando-a posteriormente para a centralina.

O sistema de transmissão, que se pode ver na Figura 1, como o próprio nome indica, serve para efetuar a transmissão da potência produzida pelo motor para as rodas. Este sistema é formado por vários componentes como a caixa de velocidades, embraiagem, etc.

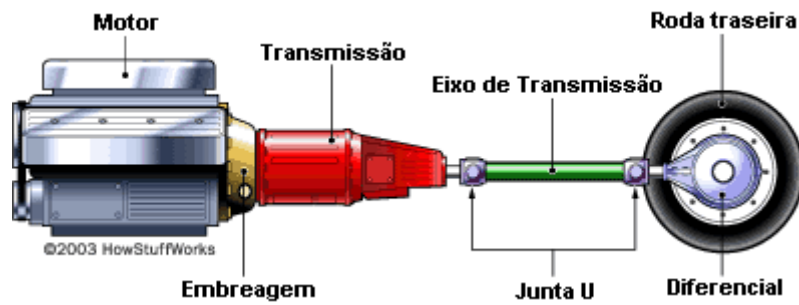


Figura 1 - Sistema de Transmissão [18]

O motor, sendo ele a combustão, como o que se pode observar na Figura 2, vai transformar energia química em energia cinética. Esta, por sua vez, vai colocar em movimento o sistema de transmissão, que vai transmitir a potência para as rodas e estas para a estrada. Abordando o motor elétrico, este já só usa a eletricidade fornecida pelas baterias para colocar o sistema de transmissão em movimento, sendo o restante processo feito de forma igual ao do motor de combustão. Também existem veículos híbridos que consistem numa junção de um motor a combustão interna e um motor elétrico, para reduzir os consumos de combustíveis fósseis.

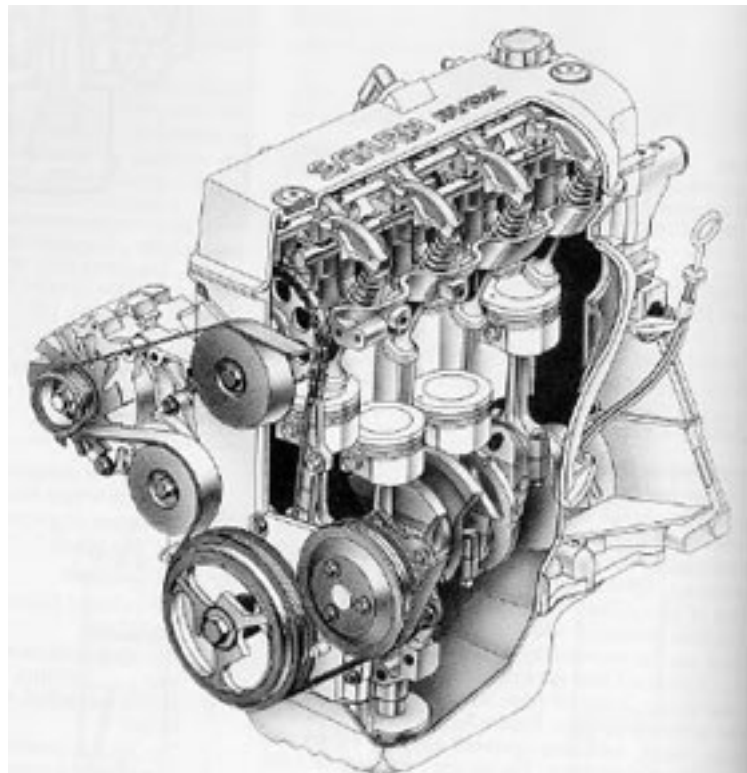


Figura 2 - Motor de um automóvel [19]

Para se decidir para onde é que o veículo se vai direccionar é necessário ter um sistema de direção, que se pode observar na Figura 3. Este sistema é composto por alguns

componentes que trabalham em conjunto, para que o movimento rotacional do volante seja transferido para a caixa de direção e seguidamente para as rodas, permitindo a manobra do veículo sob as condições normais de direção. Quando o condutor roda o volante, está desta forma a produzir movimentos que permite direcionar as rodas, ou seja, permite o controlo da direção do veículo.

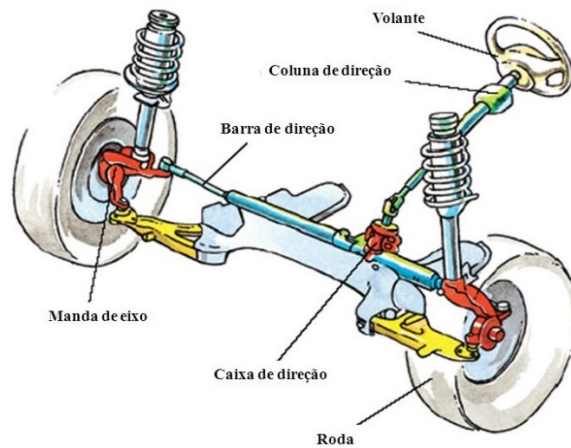


Figura 3 - Sistema de Direção [20]

Com estes sistemas, o carro vai funcionar e movimentar-se, mas também precisa de parar. É aqui que entra em ação o sistema de travagem, que se pode observar na Figura 4, que como o próprio nome indica vai servir para travar, abrandando ou parando o carro.

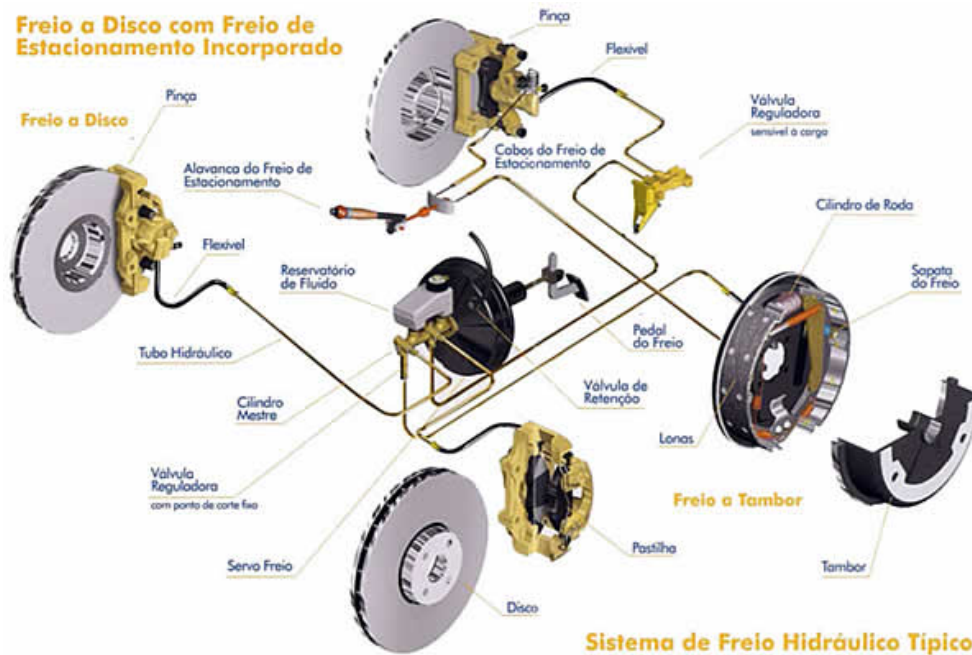


Figura 4 - Sistema de Travagem [21]

Por fim, o sistema de suspensão pode ser configurado mais para o conforto ou para o desempenho. Para uma vertente de conforto o sistema absorve com mais eficácia as irregularidades da estrada tornando assim o veículo mais confortável para os ocupantes. Numa vertente virada para a performance o conforto é deixado para segundo plano. Neste caso, a suspensão torna-se mais dura, levando a que o automóvel apresente a todo o momento as rodas em contacto com a estrada e se torne mais estável não só em linha reta, mas também em curva.

Existem vários tipos de suspensão como:

- O eixo rígido ou barra de torção, que se pode observar na Figura 5, é usado na parte traseira e em automóveis mais económicos. As rodas esquerdas e direitas estão ligadas por um único eixo logo, quando há um movimento de um lado vai afetar o outro, ficando mais fácil a perda do contacto com a estrada.

Estes eixos e os seus componentes como os seus apoios, são pesados sendo bastante resistentes e baratos de produzir; [5]

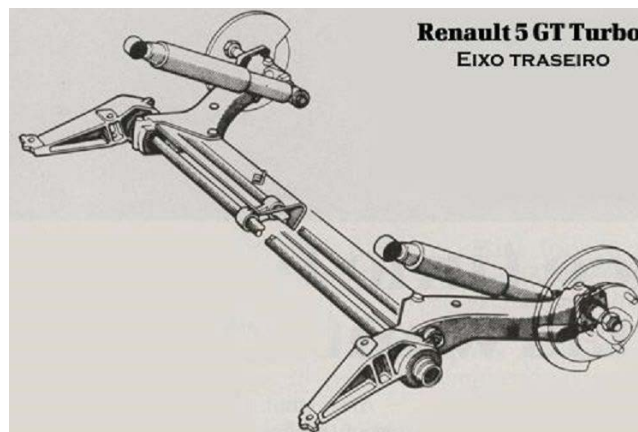


Figura 5 - Eixo Rígido [5]

-A suspensão *MacPherson*, que se pode observar na Figura 6, é um sistema de suspensão simples que consiste num conjunto mola-amortecedor, uma manga de eixo e um braço de controlo em baixo. O conjunto mola-amortecedor serve de suporte, onde a parte superior deste conjunto suporta a carroçaria através de um apoio de borracha e a parte inferior é suportada por um braço que é um triângulo. É um sistema com menos peças, comparando com os restantes sistemas de suspensão, e conseqüentemente o peso vai ser inferior. Este sistema foi criado por Earl S. MacPherson, por esta razão é denominado suspensão *MacPherson*; [5]



Figura 6 - Suspensão MacPherson [5]

-Triângulo duplo ou triângulos sobrepostos (*double wishbone*), que pode se observado na Figura 7, é um sistema que suporta as rodas com dois braços, um superior e um inferior. Estes braços habitualmente têm, a forma de um triângulo. Este tipo de suspensão é muito rígido, porém tendo em conta a forma dos braços e o comportamento do veículo que permite efetuar alterações no alinhamento e posições do veículo, é um sistema muito utilizado em veículos desportivos para um melhor controlo e estabilidade; [5]



Figura 7 - Suspensão de Triângulos opostos [22]

-Suspensão *Multilink*, que se pode observar na Figura 8, é um sistema baseado no sistema de triângulos sobrepostos, mas mais avançado, pois utiliza três a cinco braços para colocar o eixo na posição desejada, em vez dos dois braços. O maior número de braços vai permitir lidar com mais movimentos em mais direções enquanto mantém as rodas em contacto com a estrada. Este tipo de sistema de suspensão é utilizado com alguma frequência como suspensão traseira de veículos, cujas rodas motrizes são as dianteiras, de forma a obter um alto desempenho, mas mantendo a estabilidade a alta

velocidade. Também é usado em veículos com muita potência e cujas rodas motrizes são as traseiras para conseguir manter as rodas na estrada evitando que o veículo perca tração. [5]



Figura 8 - Suspensão Multilink [5]

1.4.2 *Fórmula Student ISEL*

As equipas de estudantes universitários são desafiados a projetar, fabricar e competir com carros de corrida de estilo Fórmula 1, para participarem em competições da série FSAE que decorrem ao longo de três dias. Os seus projetos devem estar de acordo com as regras estipuladas pela entidade FSAE e serão avaliados por: inspeção técnica, custo, apresentação e projeto de engenharia, testes de desempenho e de resistência. [6]

Após a inspeção técnica, é feita a avaliação de desempenho do veículo.

O desempenho do carro tem um efeito decisivo nos resultados da competição, sendo o sistema de suspensão do veículo uma parte fundamental na prestação do mesmo. O sistema de suspensão, é um mecanismo importante para o conforto e a estabilidade de manuseamento. [7] A avaliação do desempenho do veículo é realizada através de duas categorias de testes, os testes dinâmicos e os estáticos.

Relativamente aos testes estáticos, são realizadas três provas:

- 1) Prova de avaliação de projeto que consiste em avaliar a capacidade de engenho da equipa no desenvolvimento e projeto do protótipo, tendo em conta as exigências de mercado automobilístico, sem perder de vista a performance do mesmo. A equipa que implemente mais e melhores ideias inovadoras, a nível

de engenharia, sem esquecer a relação desempenho/custo e mostrar melhores conhecimentos será a equipa vencedora. A equipa pode ser pontuada até 150 pontos.

- 2) Prova de avaliação de custos, com uma pontuação até 100 pontos, onde o objetivo é a demonstração do custo de produção de todo o protótipo. As equipas têm que demonstrar a sua capacidade a tomar decisões entre conteúdo e custo baseado no desempenho de cada peça. Os participantes terão de compreender e implementar os princípios de *design for manufacture* e produção *lean*.
- 3) Prova estática é uma apresentação de negócios com uma pontuação até 75 pontos, onde o objetivo é mostrar os fatores necessários a ter em conta quando uma empresa tenciona desenvolver um novo produto. Fatores como custos, identificação de mercados, volume de vendas, os lucro são tidos em conta para se conceber o conceito de protótipo sabendo o seu mercado alvo. [8]

São várias as provas dinâmicas que avaliam o desempenho do protótipo. Dentro das provas dinâmicas identificam-se:

- 1) Prova de aceleração, onde o protótipo é cronometrado a acelerar numa reta de 75 metros, apresentando uma pontuação até 75 pontos.
- 2) Prova de *skid-pad* que é uma prova contrarrelógio num circuito em forma de oito. Esta prova pretende avaliar a aceleração lateral do protótipo e tem, uma pontuação até 50 pontos.
- 3) Prova de *autocross*, com uma pontuação até 150 pontos, que avalia a manobrabilidade do protótipo num percurso em contrarrelógio, a qualificação desta prova estabelece a ordem de partida para a prova de endurance.
- 4) Prova de endurance é a última prova desta categoria, com uma pontuação até 300 pontos. Esta prova é realizada no mesmo circuito que a prova de *autocross*, mas o protótipo tem que realizar 22km. A durabilidade e fiabilidade do automóvel são os fatores mais importantes nesta prova.

1.4.3 Regras Aplicáveis ao Sistema de Suspensão

Regras do FSAE que se aplicam ao sistema de suspensão em 2017 [1]:

T2.3 Distância entre eixos

O carro deve ter uma distância entre eixos de pelo menos 1525 mm (60 polegadas). A distância entre eixos é medida a partir do centro do contato à estrada dos pneus dianteiros e traseiros com as rodas apontadas para a frente.

T2.4 - Largura entre rodas do veículo

A menor largura do veículo (dianteira ou traseira) não deve ser inferior a 75% da maior largura.

T6.1.1

O carro deve estar equipado com um sistema de suspensão totalmente operacional com amortecedores, dianteiros e traseiros, com um curso de pelo menos 50,8 mm (2 polegadas), 25,4 mm (1 polegada) de compressão e 25,4 mm (1 polegada) quando estende, com o motorista sentado no lugar.

Os juízes têm o direito de desqualificar os carros que não estejam equipados com um sistema de suspensão operacional ou que este sistema não se demonstre capaz de efetuar o circuito de *autocross*.

T6.1.2

Todos os pontos de montagem da suspensão devem ser visíveis na inspeção técnica, seja por visualização direta ou através da remoção de capas.

T.6.2 – Distância ao solo

A distância ao solo deve ser suficiente para evitar que qualquer parte do carro, além dos pneus, toque no solo durante os eventos. O contato com o solo intencional ou excessivo de qualquer parte do carro para além dos pneus fará com que a equipa seja penalizada com desqualificação da corrida ou do evento dinâmico inteiro.

T6.3.1

As rodas do carro devem ter 203,2 mm (8,0 polegadas) ou mais de diâmetro.

1.4.4 A suspensão *SLA via Push-Rod* e *SLA via Pull-Rod*

O *SLA via pull-rod* foi introduzido pela primeira vez na Fórmula 1 por Gordon Murray com a marca Brabham nos anos 70.

Até à data era utilizado o sistema de suspensão *SLA via push-rod* nos veículos de Fórmula 1.

Os sistemas *SLA via push-rod* e *SLA via pull-rod* são subsistemas da suspensão de braços sobrepostos, em que, os conjunto mola-amortecedor são ativados de maneiras diferentes dependendo se a suspensão é *push-rod* ou *pull-rod* [9].

Ainda hoje, equipas como a Minardj e Arrows usam o sistema *SLA via pull-rod* devido à vantagem de ter o centro de gravidade mais baixo, como se pode observar na Figura 9. No entanto, a maioria das equipas que competem hoje em dia competem, na Fórmula 1, usam o sistema *SLA via push-rod*.

A configuração do sistema de mola-amortecedor é crítico pois depende do ângulo do *push-rod* ou *pull-rod*. Na Figura 9 pode ver-se que o ângulo do *pull-rod* é bastante inclinado.



Figura 9 - F1 usando sistema *Pull-Rod* [11]

Durante os testes da pré-temporada para o ano de 2009, a RedBull Racing, com Adrian Newey como diretor técnico e *designer-chefe*, trouxe a suspensão traseira *pull-rod* de volta para a Fórmula 1, ao fim de 10 anos.

De acordo com a regulação para 2009, o difusor teria de ser movido para a traseira do veículo. Com esta disposição, a utilização da suspensão *pull-rod* vai permitir uma melhor aerodinâmica na traseira do veículo. [11]

Devido à escolha da equipa Red Bull Racing de criar *sidepods* muito baixos na traseira do carro, o sistema *push-rod* não fazia muito sentido, pois os componentes da suspensão iriam impedir a passagem do ar afetando a aerodinâmica do carro. A versão *pull-rod* permitiu aos *designers* colocar mais componentes perto do solo do carro, reduzindo assim o seu centro de gravidade. [11]

Para 2010, o carro da equipa Red Bull Racing foi projetado com um difusor de *Double Deck* (DDD, *double deck difuser*) em mente, Newey conseguiu reconfigurar o sistema *pull-rod* para o efeito pretendido.

No entanto, em 2011, o DDD foi proibido e assim, as equipas consideraram o sistema *SLA via pull-rod* mais adequado por proporcionar um melhor fluxo de ar para a asa traseira.

Durante a temporada de 2011, todas as equipas imitaram o sistema de suspensão traseiro da RedBull Racing o sistema *SLA via pull-rod*, exceto a Ferrari e a Sauber (porque a Sauber usava a caixa de velocidades da Ferrari). Isto alterou-se quando em 2012 a Ferrari mudou a suspensão traseira e implementou o sistema *SLA via pull-rod* no carro F2012, como se pode observar na Figura 10.

Apenas a Ferrari usou o sistema *SLA via pull-rod* como suspensão dianteira do carro. Todos os outros carros há mais de 11 anos, têm como suspensão dianteira o sistema *SLA via push-rod*.

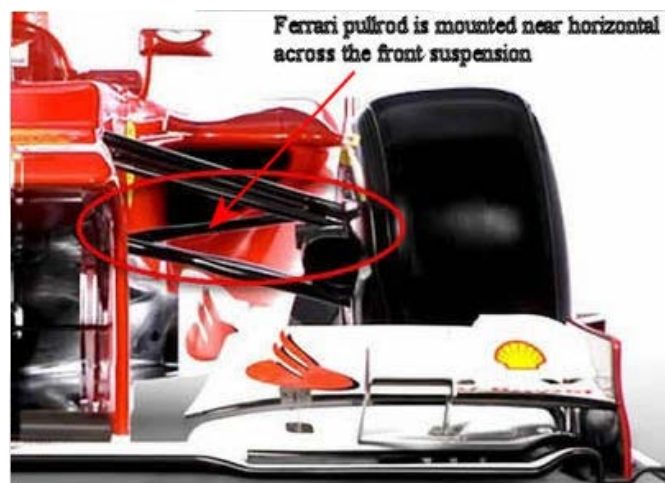


Figura 10 - Ferrari F1 a usar o sistema Pull-Rod [11]

De acordo com o engenheiro Pat Fry, antigo diretor técnico da Ferrari, esta configuração é um pouco mais leve e possui um centro de gravidade ligeiramente inferior. Em teoria, o *SLA via pull-rod* pode ter elementos mais finos do que o *SLA via push-rod*,

mas como o *pull-rod* está montado no braço de suspensão superior e o seu ângulo é grande, são aplicadas cargas maiores no braço superior, pelo que este deve ser mais forte, logo mais pesado.

No entanto, existe uma desvantagem muito maior ao usar a suspensão *SLA via pull-rod*, em termos das limitações para se poder ajustar os parâmetros da suspensão. Esta limitação não existe como *SLA via push-rod*. Então, obter o equilíbrio ideal nas características de manuseamento para as curvas em baixa e alta velocidade é mais difícil com a suspensão *SLA via pull-rod* do que com a *SLA via push-rod* [11]. Após quatro anos usando o sistema *SLA via pull-rod*, a Ferrari voltou em 2016, a usar a suspensão *push-rod*. [11]

A suspensão *SLA via pull-rod* é um tipo de suspensão largamente utilizado em carros de competição, por combinar a facilidade de manutenção e permitir ajustes de diversos parâmetros da geometria da suspensão.

Por exemplo, durante uma curva a roda do lado de dentro tende a ter um *camber* positivo, perdendo a área de contato com o solo. Para reduzir este fenómeno, os braços da suspensão podem possuir tamanhos diferentes, sendo em alguns casos o superior mais curto que o inferior, o que induz um *camber* negativo à roda interior.

Na suspensão *SLA via push-rod*, a posição do braço que está ligado ao conjunto mola-amortecedor, quando o carro passa por uma irregularidade ou até mesmo pousado no solo, faz com que a barra do *push-rod* seja comprimida, fazendo com que o conjunto mola-amortecedor seja comprimido, como se pode ver na Figura 11.

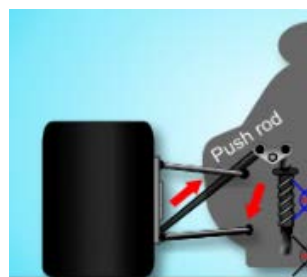


Figura 11 - Push-Rod [16]

No sistema *SLA via push-rod* o piloto sente melhor a transferência de peso quando está em pista, os pneus absorvem melhor as irregularidades da mesma, a barra estabilizadora distribui o peso para a parte de dentro do pneu – o que melhora a tração, e os ajustes são mais fáceis e rápidos [10]. Outras vantagens deste sistema são que, de

acordo com a terceira lei de Newton, quando o carro está em movimento faz com que a haste exerça uma força sobre o balancim/*rocker*, que por sua vez vai exercer uma força de reação na haste. Assim as forças vão-se anular e o sistema vai ter menos desgaste devido a menor sollicitação. Desta forma, o material utilizado no fabrico das hastes e dos braços de suspensão (*wishbones*) podem ser menos robustos, vai haver menos peso o que também vai dar origem a um carro mais leve e mais barato devido a usar menos material. Por sua vez este tipo de suspensão também vai ter uma melhor aerodinâmica e permite uma melhor manutabilidade devido a estar mais alto do solo [9]. Por outro lado, a posição mais alta dos componentes prejudica a localização do centro de gravidade do carro, e dependendo do projeto do veículo, isto pode comprometer o desempenho do carro em circuitos com mais curvas [9].

A suspensão *SLA via pull-rod* é muito parecida com a suspensão *SLA via push-rod*. O braço que está ligado ao conjunto mola-amortecedor fica, neste caso, sujeito à tração quando o carro passa por uma irregularidade ou até mesmo pousado no solo, como se pode observar na Figura 12. Este movimento vai fazer tracção no conjunto mola-amortecedor.

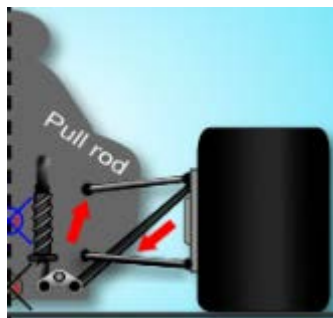


Figura 12 - Pull-Rod [16]

As vantagens do sistema *SLA via pull-rod* são a posição baixa do centro de gravidade e a melhoria aerodinâmica devido à passagem do fluxo de ar vindo da asa dianteira em direção aos tanques laterais [10]. O centro de gravidade mais baixo vai melhorar o manuseamento do veículo [9] mas piora o comportamento da dianteira do carro, já que não absorve tão bem as irregularidades da pista, o volante fica mais pesado e o ajuste fino é muito demorado [10]. Como desvantagens temos também que a construção da haste do *pull-rod* vai ter de ser mais robusta pois, de acordo com a terceira lei de Newton, a haste deve reagir à força das molas. A força na haste vai ser transmitida do balancim para o chassis do carro. Esta força de reação está na mesma direção que a

força que a roda faz no chassis o que vai provocar uma carga com o dobro da força. Isto dá origem a um maior peso e uma maior influência, para pior, na aerodinâmica do carro. Para além disso por estar mais baixo, o acesso para manutenção, e reparações fica comprometido [9].

1.5 Utilização dos sistemas de suspensão no FS

Muitas instituições escolhem o sistema SLA via *push-rod* devido à facilidade de ajustes durante provas entre outras razões. Mas nem todas as faculdades optam por esse sistema de suspensão. Na Florida International University usam os dois tipos de suspensão, o sistema SLA via *push-rod* na parte dianteira do veículo e na traseira utilizam o sistema SLA via *pull-rod* [23]. Outras instituições como Aston University, Worcester Polytechnic Institute e Universidade Estadual de Campinas recorreram ao sistema SLA via *pull-rod*. [13][14][15]

2 Principais dimensões e parâmetros do veículo

Para haver um bom dimensionamento do sistema de suspensão, é necessário considerar as dimensões do veículo e os parâmetros que vão ser introduzidos, pois estes são importantes para se melhor entender o funcionamento da suspensão. Tendo estas dimensões e parâmetros atribuídos e calculados tem que se seleccionar o tipo de suspensão que se vai utilizar. No caso deste trabalho, optou-se por se estudar a utilização do sistema de triângulos sobrepostos.

2.1 Sistema de coordenadas

Para que os parâmetros utilizados façam sentido, é necessário definir um sistema de coordenadas.

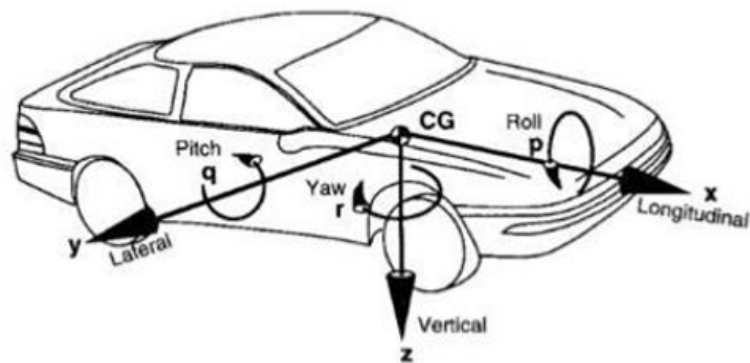


Figura 13 - Sistema de coordenadas num veículo (SAE J760 - E) [1]

O sistema de coordenadas escolhido é o utilizado pela norma SAE [1] e está representado na Figura 13 e a sua nomenclatura é explicada na Tabela 1. [1]

Tabela 1 - Sistema de coordenadas SAE J760-E

Movimento	Translação	Eixo
Movimento Longitudinal	Translação sobre o eixo longitudinal	X
Movimento Lateral	Translação sobre o eixo lateral	Y
Movimento Vertical	Translação sobre o eixo vertical	Z
<i>Roll</i>	Rotação lateral do veículo sobre o eixo longitudinal	X
<i>Pitch</i>	Rotação longitudinal do veículo sobre o eixo lateral	Y
<i>Yaw</i>	Rotação do veículo sobre o eixo vertical	Z

2.2 Sistema de coordenadas da roda

As forças externas a atuarem sobre o veículo são a força da gravidade, a força aerodinâmica e as forças dos pneus. As forças que atuam nos pneus são as forças que atuam no veículo através do contacto dos pneus com a estrada, sendo essas forças a da aceleração, travagem e centrípeta. Como é preciso caracterizar essas forças e os movimentos dos pneus, há que definir outro sistema de coordenadas para os pneus, como o sistema SAE J2047 [1] que pode ser observado na Figura 14. [1]

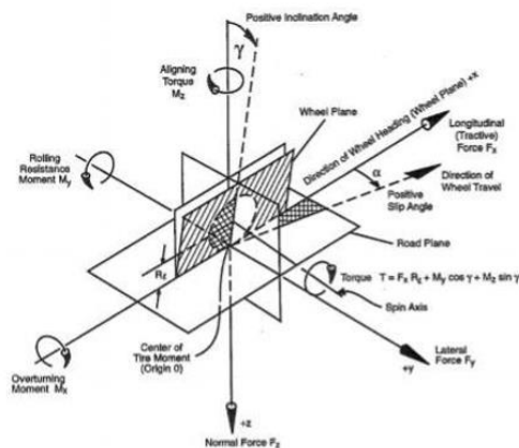


Figura 14 - Sistema de coordenadas da roda SAE J2047 [1]

2.3 Distância entre eixos e largura entre as rodas dianteiras e traseiras

A seleção da distância entre eixos e a largura entre as rodas dianteiras e traseiras deve ser feita tendo em conta as regras da prova FSAE. Além disto, deve-se ter em consideração que estes fatores vão afetar o desempenho geral do veículo.

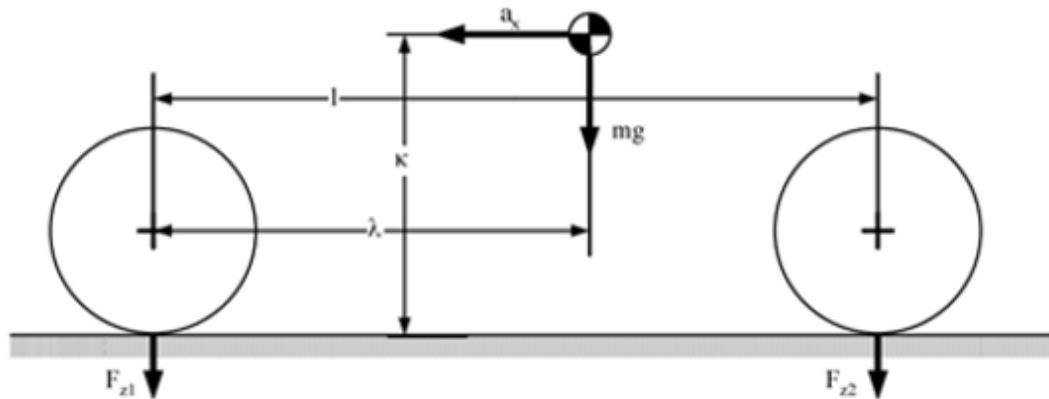


Figura 15 - Vista lateral com a localização do CG [1]

Como se pode observar na Figura 15, quanto maior for a distância entre eixos, menor será a transferência de peso (entre a dianteira e traseira do veículo) durante a aceleração e travagem.

Uma maior distância entre eixos vai permitir usar molas com um coeficiente de rigidez menor, o que vai permitir um aumento do conforto do condutor. Se a distância entre eixos for mais pequena, o raio de viragem do veículo será menor para o mesmo ângulo de viragem das rodas.

Para a largura entre as rodas dianteiras ou traseiras, conclui-se que tendo uma distância maior vai dar origem a menores forças laterais quando se está a virar (e vice-versa). A desvantagem é que é necessário um movimento lateral maior para se desviar dos obstáculos.

Ao se ter uma largura entre as rodas dianteiras maior que a distância entre as rodas traseiras gera-se uma maior força aerodinâmica que o veículo vai ter de ultrapassar.

Verifica-se então a importância da seleção dos valores da distância entre eixos e a largura entre as rodas traseiras e dianteiras de forma a obter-se o melhor desempenho possível do veículo. Para a realização dessa seleção para o IFS02e foram vistos os valores

de outras equipas e do veículo anteriormente construído, o IFS01 (ISEL Fórmula Student 01) [1], que se apresentam na Tabela 2.

Tabela 2 - Recolha de dados relativamente à distância entre eixos e largura entre rodas

	Distância entre eixos (mm)	Largura entre as rodas dianteiras (mm)	Largura entre as rodas traseiras (mm)	WTR
1	1630	1160	1140	0.705
2	1580	1150	1100	0.715
3	1530	1210	1210	0.790
4	1575	1143	1143	0.725
5	1550	1190	1140	0.751
6	1530	1162	1043	0.720
7	1575	1206	1181	0.757
8	1555	1120	1120	0.720
9	1535	1300	1180	0.807
10	1550	1200	1150	0.758
11	1535	1200	1180	0.775
IFS01	1600	1200	1100	0.719
Média	1562	1187	1141	0.745
IFS02e	1550	1150	1050	0.710

Para se conseguir analisar os valores de WTR (*Wheelbase-Track ratio*) recorreu-se à equação (2.1), considerando-se desta forma a relação entre a distância entre eixos e as larguras entre rodas.

$$WTR = \frac{(tf + tr)}{l} \quad (2.1)$$

2.4 Seleção das jantes e dos pneus

No carro IFS01 eram usadas rodas de 13 polegadas com pneus AVON.

Nesta nova versão do veículo IFS02e foi reduzido o diâmetro para obter um veículo mais leve e ágil. [1]

Foram colocadas duas opções:

-Jantes com 13 polegadas usando pneus Continental;

-Jantes com 10 polegadas usando pneus Hoosier.

Usar as jantes com 13 polegadas, mas diminuindo a altura dos pneus dá mais espaço para acomodar melhor os travões, a manga de eixo e os outros componentes, e obter melhor tração. Com as jantes de 10 polegadas obtém-se um veículo mais leve e ágil. Por isso foi decidido usar jantes em magnésio de 10 polegadas da OZ Racing com um só aperto ao centro [1], como se pode observar na Figura 16.



Figura 16 - Jante OZ feita em magnésio [1]

Após esta escolha foi necessário escolher o pneu que iria equipar o veículo. Para isto recorreu-se novamente a dados de outras equipas em diferentes competições. Tendo em conta as informações recolhidas decidiu-se usar pneus Hoosier 18x7 – 10 [1].

2.5 Distribuição da massa

Devido à complexidade do veículo, não se pode simplificar o sistema a um ponto no centro de massa. Por isso, foi estudada a variação da massa, longitudinalmente e transversalmente.

Nesse sentido, foi feita uma estimativa da massa total do veículo e da sua distribuição entre os diferentes sistemas mencionados a seguir.

Para organizar a distribuição de peso, o veículo foi dividido em 3 grandes subsistemas: sistema dinâmico, eletrônico e do motor.

Na Tabela 3 apresentam-se as estimativas da distribuição da massa obtida para o sistema dinâmico [1].

Neste subsistema a massa total é de 126 quilogramas.

Tabela 3 - Massa do sistema dinâmico

Peças/Partes	Massa (Kg)
Mangas de Eixo	2.0
Balancim	1.0
Jantes e pneus	28.0
Braços da suspensão	3.0
Chassis	26.0
Corpo	8.5
Conjunto mola-amortecedor	4.0
Banco	2.0
Caixa dos pedais	1.5
Sistema de travagem	8.0
Ailerons	21.0
Atenuador de impactos	1.0
Sistema de direção	5.0
Diversos	15.0

No subsistema do motor, a massa total é de 54 quilogramas. Na Tabela 4 são apresentadas as massas de alguns componentes deste subsistema.

Tabela 4 - Massa do conjunto relacionado com o motor, transmissão e conjuntos associados

Peças/Partes	Massa (Kg)
Motor	12.0
Diferencial autoblocante	3.0
Envolvimento do motor	1.0
Veios	1.0
Cubos	1.0
Articulações	2.0
Corrente	2.0
Rolamentos	6.0
Rodas dentadas	1.0
Caixa de velocidade planetária	7.0
Tripés	1.0
Refrigeração	8.0
Diversos	9.0

No subsistema elétrico, a massa total é de 91 quilogramas. Na Tabela 5 a massa de alguns componentes deste subsistema são apresentadas.

Tabela 5 - Massa dos componentes eletrônicos

Peças/Partes	Massa (Kg)
Baterias	65.0
DC/DC	0.5
Controlador do motor	10.0
Estado da carga	0.5
Diversos	15.0

Considerando tudo o que foi exposto, a massa total do veículo é de 270 Kg sem o piloto. Considerando o peso médio de um piloto 68 Kg [1], a massa total do veículo irá ser de 338 Kg.

Fazendo a distribuição da massa em percentagem, teremos 45% para a frente e 55% para trás [1], como indicado na Tabela 6. Calculando assim as massas em cada roda apresentadas na Tabela 7.

Tabela 6 - Distribuição da massa

Frente	Trás	Massa Total
45%	55%	100%
152.1 Kg	185.9 Kg	338 Kg
Md (Massa Dianteira)	Mt (Massa Traseira)	MT (Massa Total)

Tabela 7 - Distribuição da massa pelas rodas do veículo

M1 (Massa da roda dianteira esquerda)	76.1 Kg
M2 (Massa da roda dianteira direita)	76.1 Kg
M3 (Massa da roda traseira esquerda)	92.95 Kg
M4 (Massa da roda traseira direita)	92.95 Kg

2.6 Massa suspensa e não suspensa

Para analisar o movimento do veículo, é necessário discriminar o sistema total e estudar um modelo do veículo. Este modelo será constituído por massas suspensas e não suspensas.

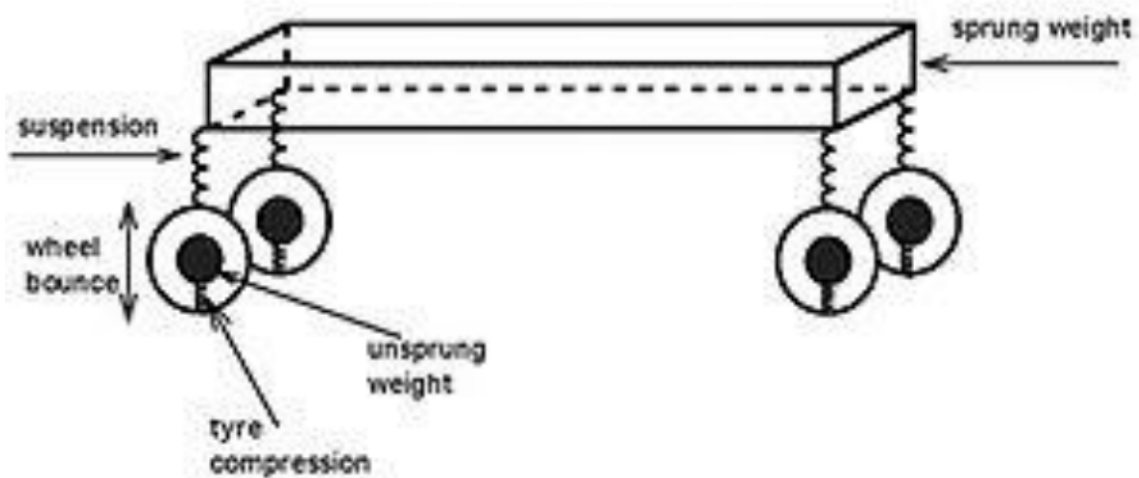


Figura 17 - Massa suspensa e massa não suspensa [1]

Por isso, tendo a distribuição do peso em conta, tem de se definir qual o peso total da massa não suspensa em cada lado (esquerdo e direito).

Os elementos que compõem o sistema de suspensão são elementos de massa não suspensa, como se pode observar na Figura 17. Os valores da massa destes elementos são apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 - Massa não suspensa

Massa não suspensa	Massa (Kg)
MN1 – Dianteira esquerda	10.0
MN2 – Dianteira direita	10.0
MNd – Dianteira total	20.0
MN3 – Traseira esquerda	11.0
MPN4 – Traseira direita	11.0
MNt – Traseira total	22.0
Total	42.0

Os elementos da massa suspensa são todos os elementos que estão suspensos e estão a ser suportados pela suspensão, como se pode observar na Figura 17. Os seus valores de massa são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 - Massa suspensa

Massa suspensa	Massa (Kg)
MS1 – Dianteira esquerda	66.6
MS2 – Dianteira direita	66.6
MSd – Dianteira total	133.2
MS3 – Traseira esquerda	81.4
MS4 – Traseira direita	81.4
MSt – Traseira total	162.8
Total	296.0

2.7 Outros Parâmetros

2.7.1 Localização do Centro de Gravidade (CG)

O centro de gravidade, como se pode ver na Figura 18, é a localização da massa total do veículo. Este ponto é o ponto de equilíbrio do veículo.

Num carro de corrida, o centro de gravidade de massa suspensa deve ser o mais baixo possível, tendo como vantagem a redução da transferência de carga, prevenindo que o veículo se volte ao contrário.

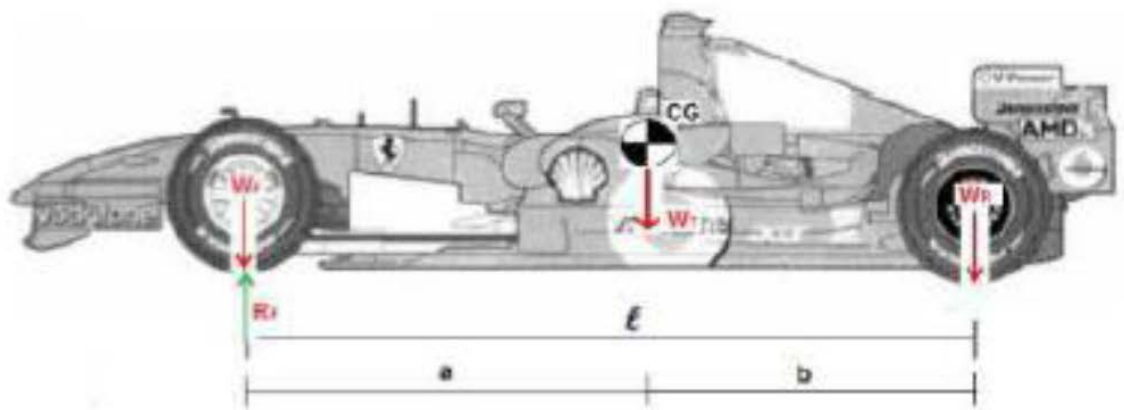


Figura 18 - Localização do CG no veículo [1]

Com as equações seguintes (2.2) e (2.3) consegue-se definir quais as distâncias longitudinais das rodas ao centro de gravidade, estando essas distâncias apresentadas na Tabela 10.

$$b = \frac{Pd * l}{PT} \quad (2.2)$$

$$a = l - b \quad (2.3)$$

Tabela 10 - Cálculos da localização do CG

Md (Kg)	MT(Kg)	l (mm)	a (mm)	b (mm)
152.1	338	1550	852.5	697.5

2.7.2 Centro de rotação (CR)

O centro de rotação (CR) é um eixo teórico sobre o qual a massa suspensa vai rodar, o que significa que se for aplicada qualquer tipo de carga nesse eixo o veículo não vai rodar.

O CR é dos parâmetros mais importantes quando se projeta um carro de corrida.

Quando o veículo está a efetuar uma curva, este é empurrado para fora da curva devido à força centrífuga que é aplicada no CG, fazendo com que o CG rode sobre o centro de rotação do veículo.

A massa suspensa terá uma menor rotação se o respectivo CG estiver o mais próximo possível do CR.

Quanto menor for o ângulo (mais perto de zero) entre os braços superiores e inferiores da suspensão, ou seja quanto mais paralelos estiverem os braços superiores e inferiores da suspensão, menor vai ser a altura do centro de rotação.

Relação entre o CR e o CG:

-CG está longe do CR (CR mais baixo): Quando numa curva o CG tem um maior afastamento do CR o veículo vai rodar mais, como se pode ver na Figura 19;

-CG está perto do CR (CR mais alto): Quando numa curva o CG tem um menor afastamento do CR o veículo vai rodar menos, como se pode observar na Figura 19;

CG=CR: Quando numa curva o CG não tem qualquer afastamento do CR, o veículo não vai rodar.

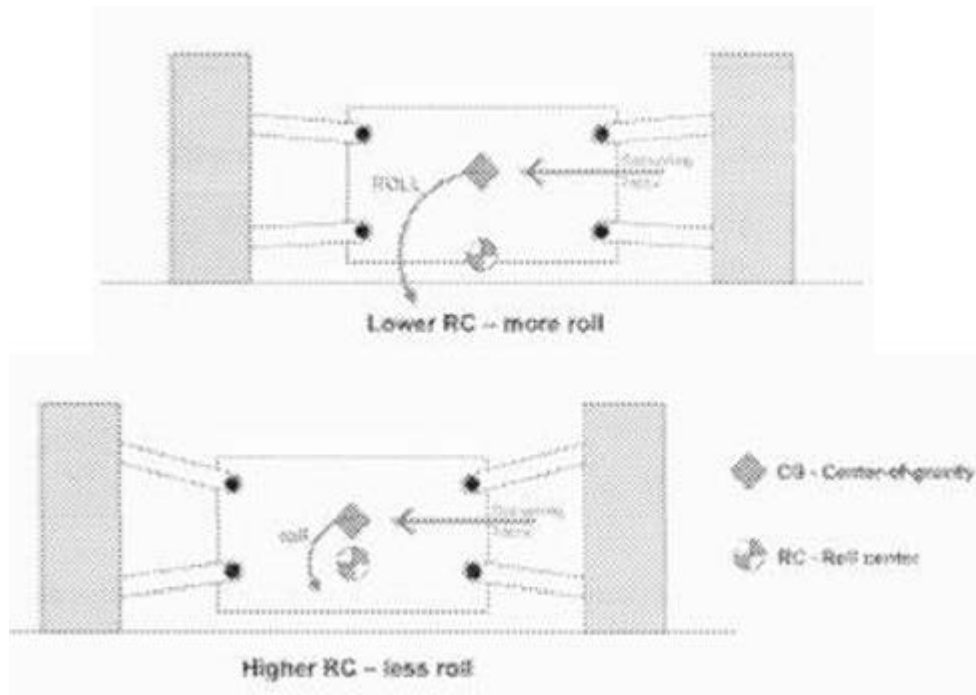


Figura 19 - Relação entre o CG e o CR [12]

2.7.3 Efeito *Jacking* (força vertical) e de *Packing*

Se o CR está acima do solo, a força lateral do pneu vai provocar a elevação da roda interna, favorecendo a rotação do veículo. A este efeito chama-se de efeito *jacking*.

Se o CR estiver abaixo do nível do solo, menor vai ser a componente da força lateral e o pneu vai ter uma maior área de contacto com o solo. A este efeito chama-se de efeito *packing*.

Concluindo, no efeito *jacking* como o CR se apresenta acima do solo consequentemente, verifica-se a elevação do chassis e no efeito *packing* o CR está abaixo do solo, logo baixa o chassis, como se pode observar na Figura 20.

A maior parte dos veículos usa o CR a uma ou duas polegadas acima do solo.

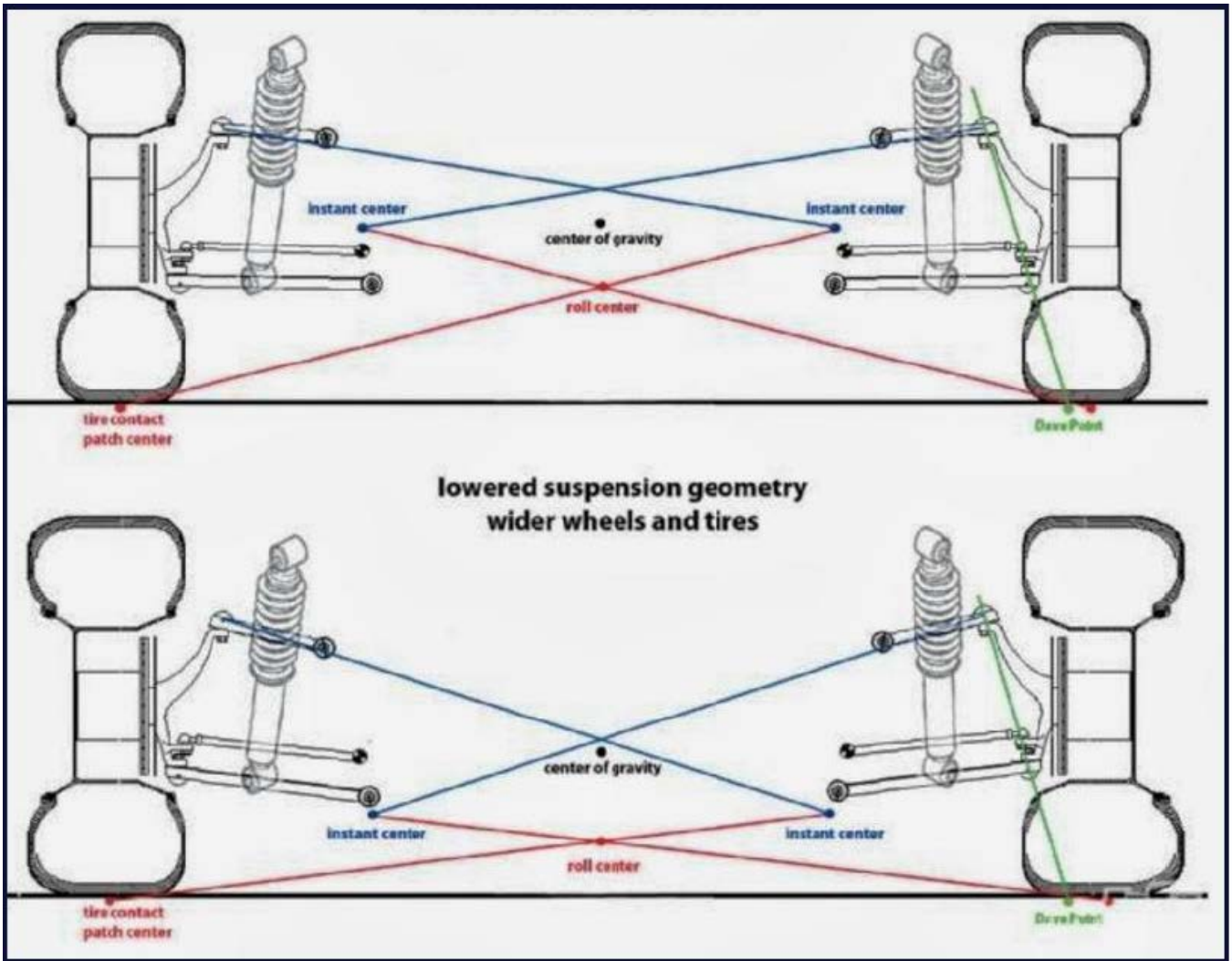


Figura 20 - Cálculo do CR [1]

2.7.4 Altura do centro de rotação dianteiro e traseiro

A altura do CR é calculado através da intersecção da projeção dos braços para o centro do pneu e a altura do plano da estrada como está ilustrado nas Figuras 21 e 22.

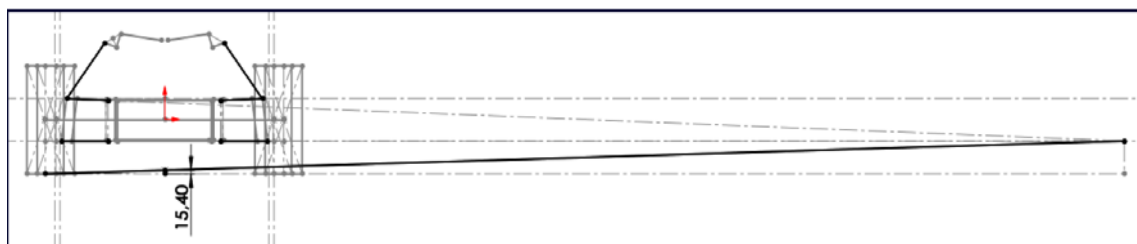


Figura 21 - Altura do CR dianteira [1]

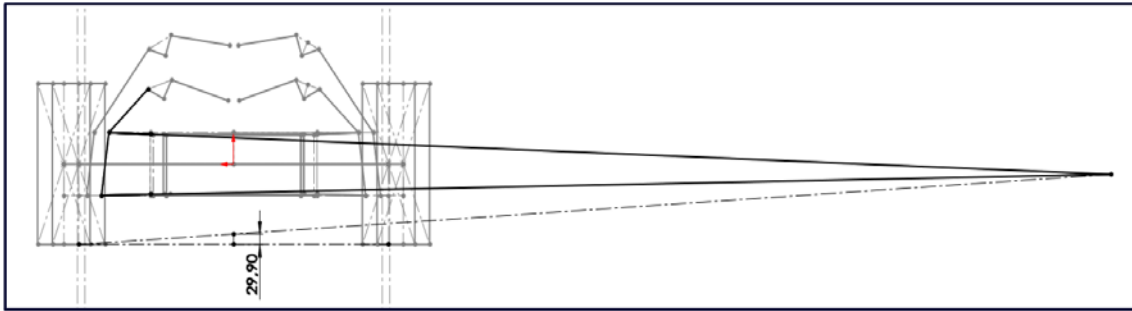


Figura 22 - Altura do CR traseira [1]

Os valores calculados para as alturas do centro de rotação dianteira e para a traseira são apresentados na Tabela 11.

Tabela 11 - Alturas do CR

Centro de Rotação	Distância (mm)
Dianteiro	15.4
Traseiro	29.9

2.7.5 Ângulo de sopé (*Camber*)

O ângulo de sopé, também conhecido como *camber*, é o ângulo que o pneu faz com o eixo vertical do veículo, demonstrado na Figura 23.

Uma roda com o *camber* positivo significa que o topo do pneu está inclinado para fora do veículo.

Se a roda tiver um *camber* negativo o topo do pneu está inclinado para dentro do veículo.

A maior parte dos veículos usados no dia – a – dia usam um ângulo positivo devido à inclinação do eixo da direção. Mas nos veículos em geral, em curvas a uma velocidade maior deve ser usado um ângulo negativo para dar mais estabilidade a curvar.

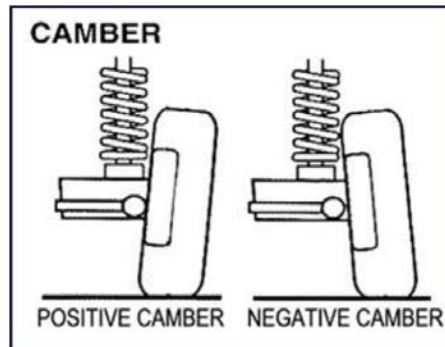


Figura 23 - Ângulo de sopé [1]

2.7.6 Avanço (Caster)

O avanço ou *Caster* é o ângulo entre o eixo da suspensão e o eixo vertical do pneu, como demonstra a Figura 24.

Um ângulo positivo vai fazer com que os eixos de rotação estejam na frente do pneu. Este criará um momento e o pneu vai ter tendência a endireitar.

Por outro lado, um ângulo negativo, vai fazer com que os eixos de rotação estejam atrás do pneu.

No presente trabalho, será considerado um ângulo de 0° na frente e na traseira do veículo.

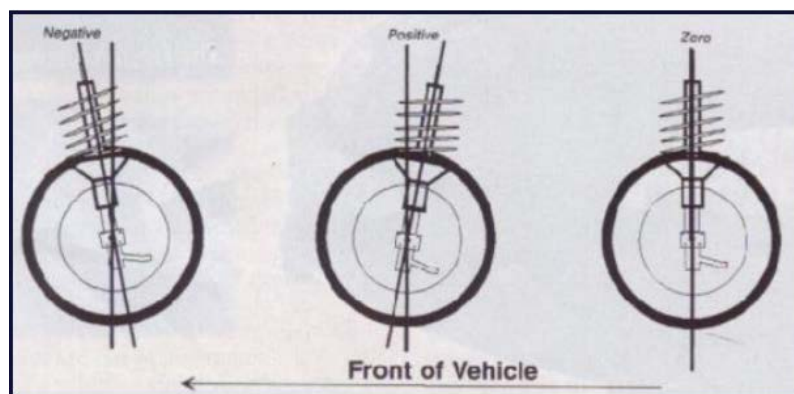


Figura 24 - Compreensão do avanço [1]

2.7.7 Ângulo de Convergência e Divergência (*Toe*)

O ângulo de Convergência ou Divergência é o ângulo que as rodas fazem para dentro ou para fora quando visto de cima, que pode ser observado na Figura 25.

Convergência ou *Toe – in* ocorre quando as partes da frente das rodas, vistas de cima, estão mais próximas do que as partes de trás das rodas.

Divergência ou *Toe – out* ocorre quando as partes de trás das rodas, vistas de cima, estão mais próximas do que as partes da frente das rodas.

Ajustando o ângulo de convergência (*Toe – in*) nas rodas dianteira percebe-se que é usado principalmente em veículos de tração traseira e o ângulo de divergência (*Toe – out*) é principalmente usado em veículos de tração dianteira.

O binário aplicado pelo motor vai fazer com que as rodas tenham um ângulo de convergência, por isso deve ser feito um ajuste para colocar um ângulo de divergência de modo que as rodas fiquem paralelas quando o veículo está a circular.

Ter um ângulo de convergência dá mais estabilidade ao veículo em linha reta.

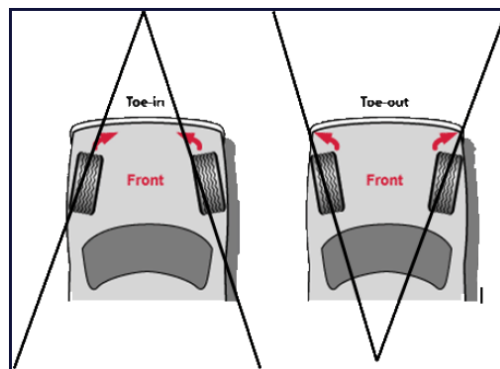


Figura 25 – Compreensão do ângulo de convergência e divergência [1]

2.7.8 Cinemática e Geometria da Suspensão

A geometria da suspensão vai variar dependendo dos parâmetros que se escolhe para a mesma, por isso alguma mudança nos parâmetros, como a inclinação do *Kingpin*, o *scrub radius*, o *Front View Swing Arm* e o comprimento dos braços da suspensão, representados na Figura 26, vai provocar mudanças na geometria.

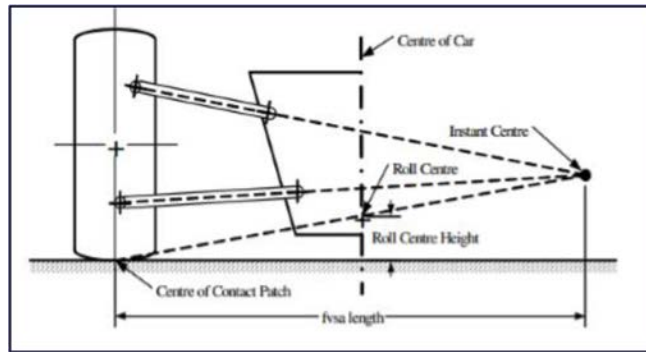


Figura 26 - Vista frontal de uma geometria de suspensão [1]

2.7.8.1 Junta de rolamentos em esfera superior e inferior – Inclinação do *Kingpin* e *scrub radius*

A inclinação do *Kingpin* (KPI) é o ângulo entre o eixo da direção e a linha central da roda.

Ter uma inclinação do KPI excessiva faz com que a roda exterior quando é rodada, fique com o *camber* positivo, levantando parte do pneu do solo.

A distância entre o eixo do KPI e o centro da roda medido na horizontal à altura do eixo é chamada de comprimento do fusão (*Spindle length*).

Com esta distância, o veículo vai ser levantado à medida que as rodas estão a ser rodadas o que resulta num aumento do momento de direção no volante. A baixas velocidades este aumento tem um efeito de auto – alinhamento da direção.

O *scrub radius*, na vista frontal é a distância entre o eixo do KPI e o centro da área de contacto da roda, onde teoricamente os dois tocariam na estrada.

O termo *scrub radius* deriva do facto de que, sendo o seu valor positivo ou negativo, o pneu não roda em torno do seu próprio eixo arrastando-se em contacto com a estrada. Com isto, há um aumento da fricção que leva a um maior esforço para rodar o volante. [24]

Grandes valores positivos de *scrub radius* como por exemplo 100 mm ou mais foram usados durante muitos anos em veículos. A vantagem destes valores é que o pneu roda enquanto a roda é direcionada, o que reduz o esforço que o condutor tem de efetuar enquanto estaciona o veículo. Isto também permite uma maior largura no cofre do motor, que é muito importante para veículos pequenos e desportivos. [24]

Se o *scrub radius* tiver valores pequenos, o veículo enquanto está a estacionar o pneu roda no seu lugar, o que exigirá um maior esforço por parte do condutor para estacionar o veículo. A vantagem de ter um valor de *scrub radius* mais reduzido é que a direção se torna mais firme.

O *scrub radius* pode também ter valores negativos, esta situação trás vantagens como a compensação da travagem através da fricção em caso de falha do sistema de travagem. Sendo o *scrub radius* negativo fornece um ponto do centro de viragem que no caso de o veículo furar um pneu, proporciona uma maior estabilidade e melhor controlo da direção nesta emergência. [24]

Esta inclinação também afeta o *camber* quando o veículo está em curva. Quando a roda está virada, inclina-se para fora na parte superior, tendo um *camber* positivo se a inclinação do KPI for positiva. No caso de várias curvas apertadas, o veículo vai instabilizar. [24]

A inclinação do *caster* vai levar a que a roda levante e caia com a direção. Este efeito é oposto em cada lado do veículo, causando a rotação do chassis e transferência de massa dando origem à sobreviragem. No entanto, esta inclinação pode ter um efeito positivo no *camber* quando em curva. Com um ângulo positivo do *caster*, a roda exterior vai ter um *camber* negativo e a roda interior vai ter um *camber* positivo, fazendo com que as duas rodas se inclinem para a curva. [24]

Tendo isto em consideração os valores considerados para estes parâmetros são apresentados na Tabela 12.

Tabela 12 - KPI e Scrub radius

	<i>Scrub Radius</i>	Inclinação KPI	<i>Caster</i>
Frente	57.87 mm	8°	0°
Traseira	57.87 mm	8°	0°

Na Figura 27 pode-se observar a configuração dianteira e traseira utilizadas, respetivamente.

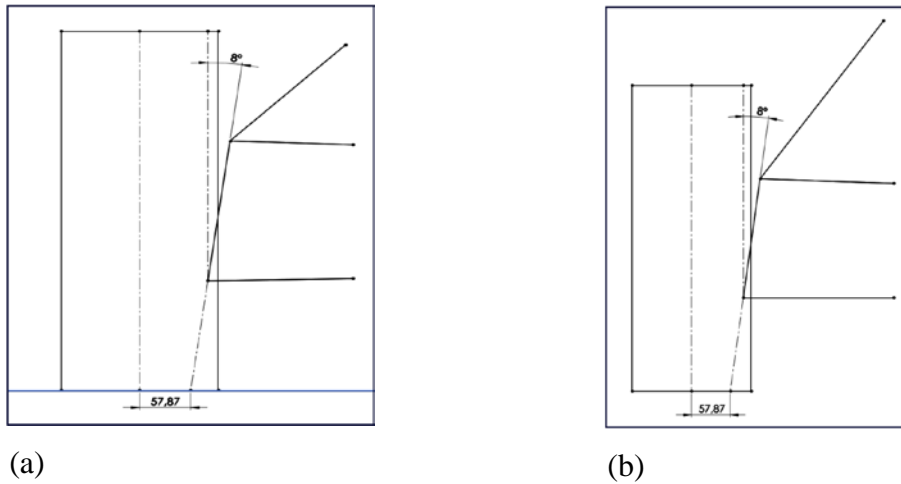


Figura 27 - KPI e Scrub radius dianteira (a) traseira (b) [1]

2.7.8.2 Front View Swing Arm (FVSA)

Este parâmetro designa a distância horizontal do ponto em que as linhas provenientes da junta de rolamentos em esfera superior e inferior se intersectam (centro instantâneo – CI). Como se pode observar nas Figuras 28 e 29.

Quanto mais alto é o valor do FVSA, mais suave vai ser o movimento da roda, mas haverá menos ganho no *camber*.

Podemos tirar algumas conclusões sobre o valor do FVSA e qual a sua influência no veículo, que estão na Tabela 13. [1]

Tabela 13 - Conclusões sobre o FVSA

Tipo de FVSA	O que acontece
FVSA pequeno (20 a 40 polegada)	Fornecer um bom posicionamento do centro de rotação, mantendo as rodas de fora quase verticais enquanto numa curva, mas pode fornecer um ganho no camber na descompressão do amortecedor e uma perda no camber na compressão do amortecedor, isto pode ser uma desvantagem porque normalmente temos um ganho no camber na compressão do amortecedor e uma perda da descompressão do amortecedor.
FVSA médio (40 a 70 polegada)	É a transição entre o FVSA pequeno e longo.
FVSA longo (70 a 180 polegada)	Deixa ter um centro de rotação mais baixo, mas vai afetar a sua posição lateral considerando o movimento da suspensão, o qual vai dar origem a uma variação positiva do camber na compressão e descompressão do amortecedor.
FVSA ultralongo (mais de 14000 polegada)	Proporciona um bom controlo vertical do baixo centro de rotação, mas o camber vai ser quase proporcional ao rodar do corpo. Numa situação de compressão e descompressão do amortecedor o camber vai-se manter o mesmo.

Nas Figuras 28 e 29, apresentam-se os FVSA utilizados no veículo FS.

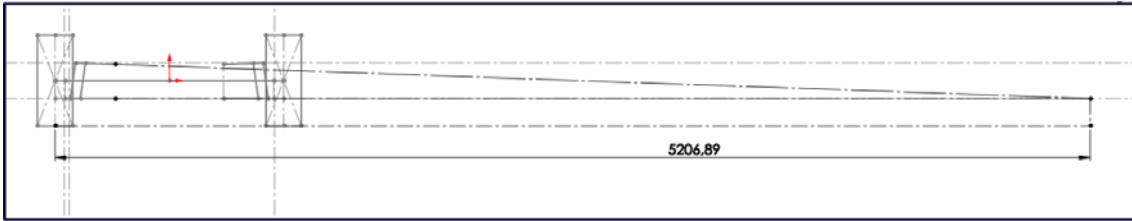


Figura 28 - FVSA dianteira [1]

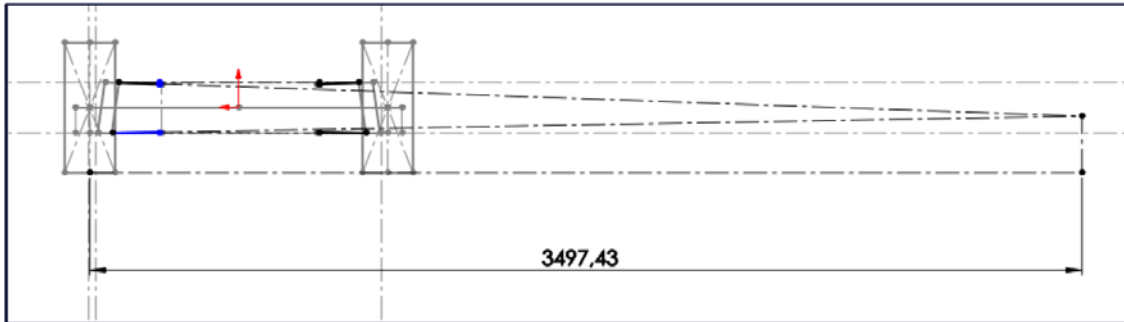


Figura 29 - FVSA traseiro [1]

Tendo em conta as considerações da Tabela 13, o FVSA do veículo será longo.

2.7.8.3 Comprimento dos braços da suspensão

Quando se está a decidir quais vão ser os comprimentos dos braços da suspensão, há dois fatores a ter em conta: a estabilidade e o espaço que se tem disponível.

De acordo com o programa Adams [1] (usado pelos colegas do FS), os braços superiores deveriam de ter entre 50% e 80% do comprimento dos braços inferiores.

Mas, para dar mais estabilidade, consideram-se os braços inferiores maiores, e por razões de espaço os braços superiores vão ter cerca de 85% do comprimento dos braços inferiores.

Nas Tabelas 14 e 15 estão apresentados os comprimentos e as percentagens dos braços das suspensões traseira e dianteira, respetivamente.

Tabela 14 - Comprimentos dos braços da suspensão traseira

Suspensão Traseira	Comprimento (mm)	%
Braços inferiores traseiros	220	100
Braços superiores traseiros	180	82
Braços inferiores frontais	370	100
Braços superiores frontais	340	90

Tabela 15 - Comprimentos dos braços da suspensão dianteira

Suspensão da Frente	Comprimento (mm)	%
Braços inferiores	260	100
Braços superiores	220	85

3 Modelos de suspensões usadas

3.1 SLA via *Push-Rod*

Este sistema de suspensão foi usado no primeiro veículo do FS ISEL, sendo o que está implantado neste momento no veículo.

Enquanto estavam a desenvolver a geometria da suspensão, foram realizados desenhos mais simples para se poder partir para a modelação em 3D, os desenhos finais são os que estão representados nas Figuras 30 e 31.

Suspensão da Frente

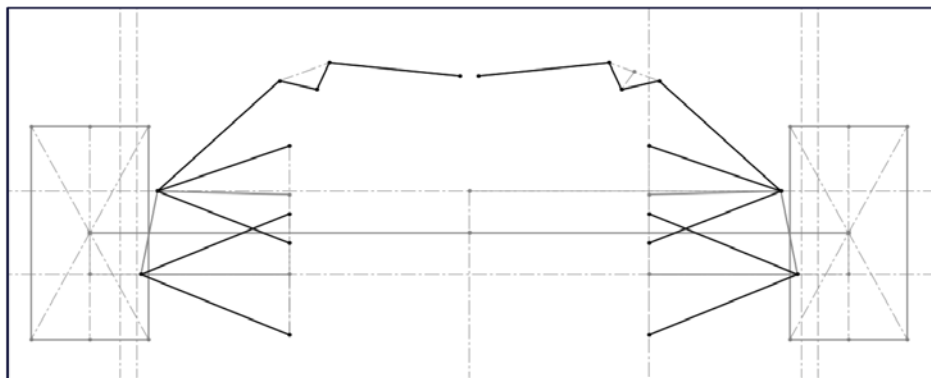


Figura 30 - Versão final da suspensão da dianteira do sistema Push-Rod [1]

Suspensão Traseira

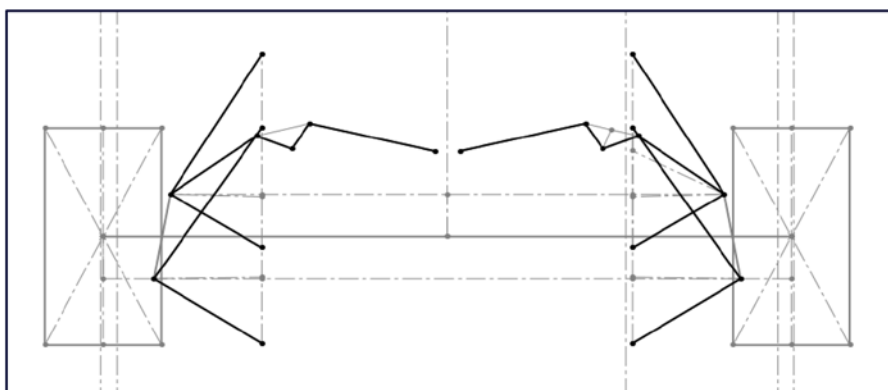


Figura 31 - Versão final da suspensão traseira do sistema Push-Rod [1]

Depois destes desenhos simplificados, os colegas do FS realizaram os modelos em 3D, como se pode ver a seguir as Figuras 32 e 33.

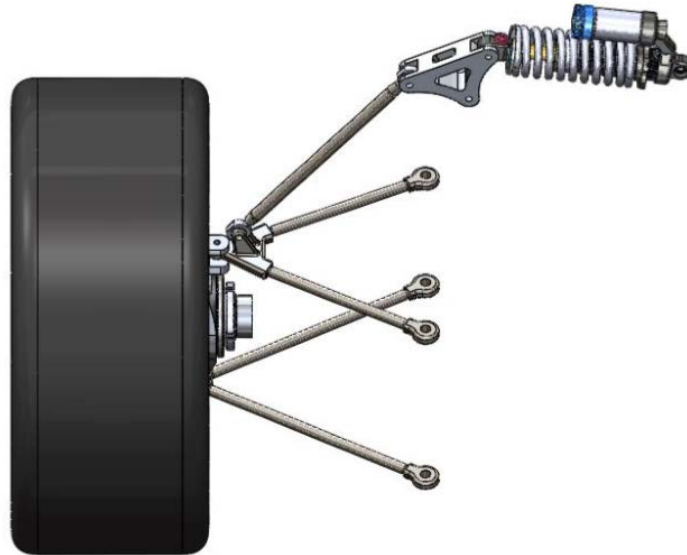


Figura 32 - Conjunto da suspensão dianteira [1]

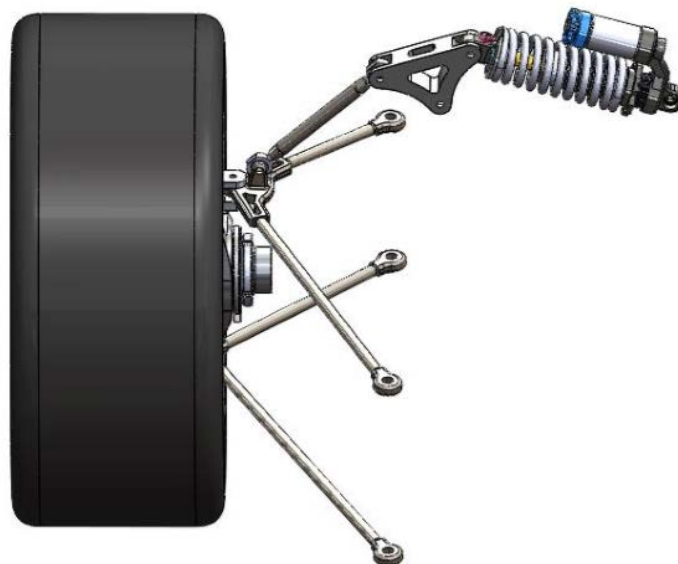


Figura 33 - Conjunto da suspensão traseira [1]

3.2 SLA via *Pull-Rod*

Como os parâmetros descritos no capítulo 2 não se alteram com a modificação do sistema *push-rod* para o sistema *pull-rod*, estes vão permanecer os mesmos.

Como já foi explicado anteriormente o sistema *push-rod* usa uma haste que empurra o balancim e o sistema *pull-rod* usa uma haste que puxa o balancim, como se pode ver na Figura 34.

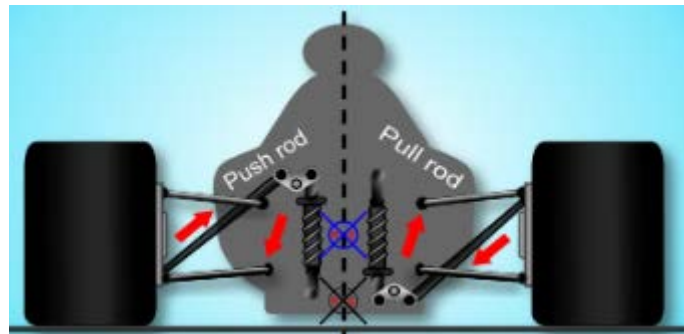


Figura 34 - Comparação entre Push-Rod e o Pull-Rod [16]

Em alguns casos o conjunto mola-amortecedor é colocado à compressão no sistema *push-rod*, de acordo com os que se verificou noutros veículos FS [13][14][15]. Nas Figuras 35 a 41 podem ser observados exemplos de suspensões *pull-rod* de outras faculdades estrangeiras que foram tomados em conta para a alteração do sistema de suspensão no veículo do FS do ISEL.

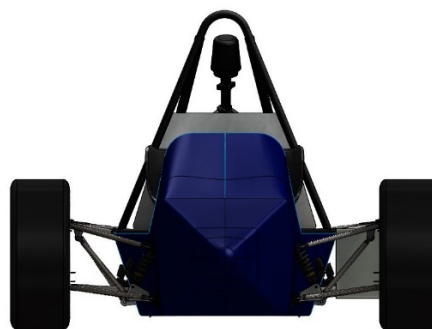


Figura 35 - Vista de frente do carro formula student da Universidade de Aston [13]



Figura 36 - Vista de cima do carro formula student da Universidade de Aston [13]

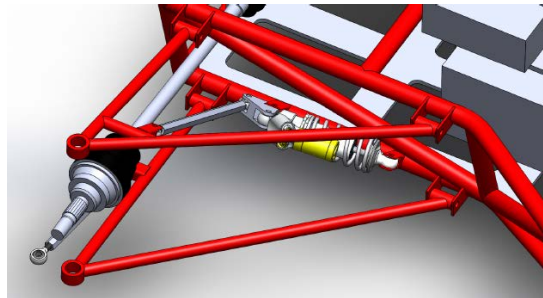


Figura 37 - Sistema Pull-Rod traseiro do Instituto Politécnico de Worcester [15]

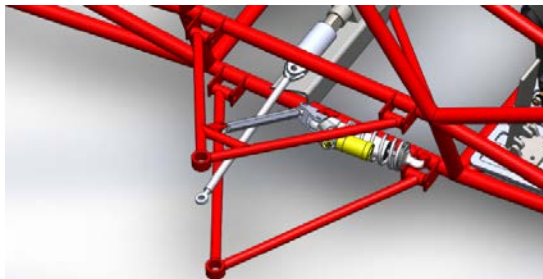


Figura 38 - Sistema Pull-Rod dianteiro do Instituto Politécnico de Worcester [15]



Figura 39 - Sistema Pull-Rod dianteiro da Universidade Estadual de Campinas [14]



Figura 40 - Sistema Pull-Rod traseiro da Universidade Estadual de Campinas [14]

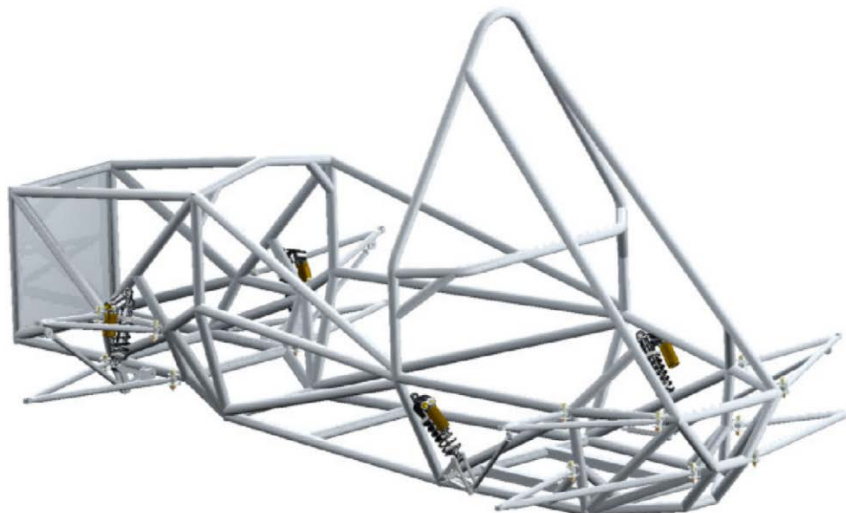


Figura 41 - Conjunto completo da Universidade Estadual de Campinas [14]

Na suspensão da frente, foram mantidos os braços de suspensão que ligam a manga de eixo aos, pois esses vão se manter sempre iguais quer à frente quer atrás. Foi colocado o apoio de cima do amortecedor na linha da manga de eixo e na linha dos apoios. De seguida o balancim foi colocado na parte inferior do chassis, para fazer o efeito *pull-rod* e para ligar a haste do *pull-rod* ao amortecedor e ao chassis.

Na suspensão traseira também foram mantidos os triângulos opostos iguais aos usados na suspensão *push-rod*, como já tinha sido referido anteriormente. Mas nesta suspensão devido à localização do eixo de transmissão tiveram de ser feitas mais algumas alterações no *design* para além da colocação da haste em *pull-rod* e do conjunto mola amortecedor. Devido à configuração do veículo o eixo de transmissão está localizado entre os triângulos sobrepostos superiores e inferiores, ficando colocado na manga de eixo. Assim a haste do *pull-rod* tem de ser desviada para não entrar em contacto com o eixo de transmissão.

Tendo estas considerações em conta foram feitos os primeiros desenhos mais simples, que se podem observar nas Figuras 42 e 43, para servirem de referência das medidas para modelação da suspensão.

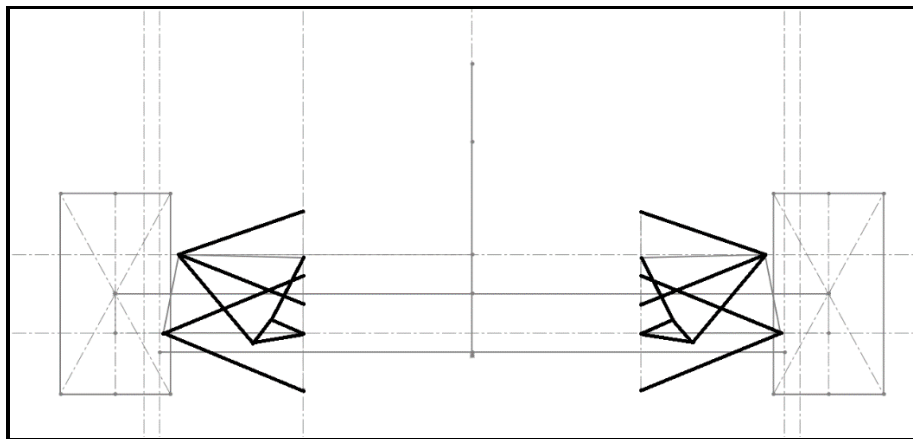


Figura 42 – Primeira versão da suspensão da dianteira do sistema Pull-Rod



Figura 43 - Primeira versão da suspensão da traseira do sistema Pull-Rod

Depois de feitos estes desenhos iniciais percebeu-se que os apoios da haste *pull-rod* no triângulo superior não poderiam ser no sítio onde está no desenho simplificado, pelo que os desenhos e foram refeitos, como se pode ver nas Figuras 44 e 45.

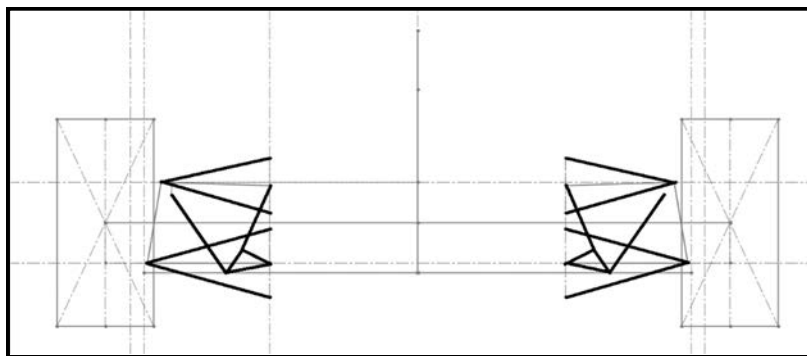


Figura 44 - Versão final da suspensão da dianteira do sistema Pull-Rod

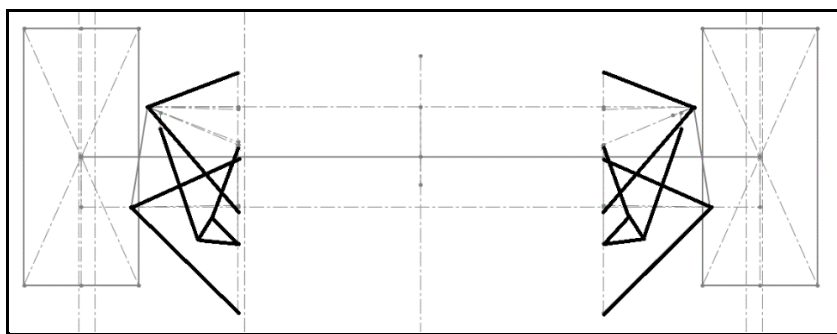


Figura 45 - Versão final da suspensão da traseira do sistema Pull-Rod

Já com os desenhos simplificados, mas mais realistas, foram retiradas as medidas dos braços dos triângulos sobrepostos, das hastes *pull-rod* e do conjunto mola amortecedor, para se efetuar modelação no *SolidWorks*.



Figura 46 - Conjunto da suspensão dianteira do sistema Pull-Rod

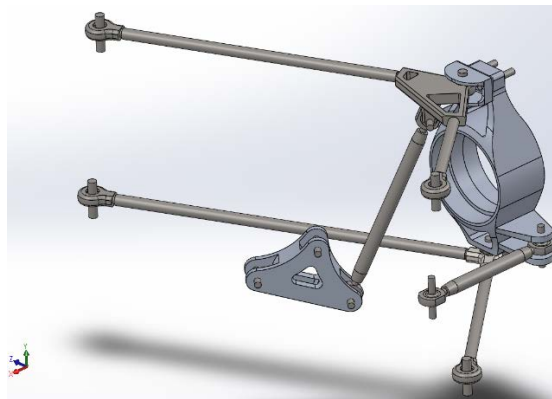


Figura 47 - Conjunto da suspensão traseira do sistema Pull-Rod

Com estes modelos realizados, que se podem observar nas Figuras 46 e 47, e com os modelos do *push-rod*, foram efetuadas as análises estáticas e dinâmicas dos modelos.

4 Estática

Numa primeira abordagem vão ser feitas análises estáticas aos modelos de suspensão de *pull-rod* e *push-rod*, tanto traseiros como dianteiro. Com este estudo, pretende-se calcular as forças que estão a ser exercidas na suspensão de cada e em várias condições de funcionamento do veículo. Estas forças, que funcionam como as de entrada do sistema, vão permitir estudar o comportamento estático e os estados de tensão dos vários componentes da estrutura, que formam os sistemas de suspensão. Este estudo também vai permitir perceber o valor e a orientação da força transmitidas ao conjunto mola-amortecedor, e qual a influência da posição vertical da roda.

Como referido em cima com este estudo pretende-se calcular as forças exercidas nas rodas, sendo assim foram criadas 4 condições de funcionamento às quais os dois tipos de suspensão vão ser sujeitas. Sendo essas condições as seguintes:

1. O veículo está parado a suportar o seu peso;
2. Máxima travagem do veículo;
3. Situação em curva;
4. Combinação entre a travagem máxima e a situação em curva.

Tendo estas 4 situações de funcionamento irão-se realizar os cálculos das forças e os momentos aplicáveis nas rodas. Estas mesmas forças e momentos vão ser inseridos por fim no software de simulação *SW simulation* para analisar os comportamentos de cada estrutura dos sistemas de suspensão.

4.1 Cálculo das Forças

Para o caso 2 temos de encontrar as forças de travagem e a sua orientação para se conseguir colocar as mesmas no *SW Simulation* para posterior análise.

4.1.1 Travagem máxima

Suspensão traseira

A equação (4.1) representa a força máxima de travagem para o eixo dianteiro e a equação (4.2) representa a aceleração linear [17]. Estes valores das equações (4.1) e (4.2) vão ser em seguida aplicados nas equações (4.3) e (4.4) para a obtenção das forças nas direções x e z. Sendo assim, μp é o coeficiente de atrito do pneu escolhido, Mt é a massa na traseira do veículo, h é a altura do CG ao solo, L é o comprimento do veículo, MT é a massa total do veículo e F_{x_f} é a força de travagem no eixo dianteiro.

$$F_{x_{mr}} = \frac{\mu p (Mt - \frac{h}{L} F_{x_f})}{1 + \mu p \frac{h}{L}} \quad (4.1)$$

$$D_x = \frac{F_{x_{mr}} + F_{x_f}}{MT} \quad (4.2)$$

Tendo as equações (4.1) e (4.2), para a travagem máxima na suspensão traseira, o coeficiente de atrito (μp) vai ter o valor de 2.5 [1], o Mt de 185.9 Kg, o h de 0.25 m, o L de 1.550 m, o MT de 338 Kg e F_{x_f} de 2195 N. Sendo que $F_{x_{mr}}$ fica igual a -299.55 N e D_x vai dar origem a 5.6 [N/Kg]. Como F_y é a zero de seguida são calculados F_x e F_z . Onde nas equações (4.3) e (4.4) Pt é o peso na traseira do veículo e PT é o peso total do veículo.

$$F_x = \mu p \left(Pt + \frac{MT D_x h}{L} \right) = 5321.29 \text{ N} \quad (4.3)$$

$$F_z = Pt + \frac{MT D_x h}{L} = 2128.52 \text{ N} \quad (4.4)$$

Suspensão dianteira

Para as equações (4.1) e (4.2) há duas diferenças: o peso na dianteira do veículo, Pd e a força de travagem no eixo traseiro F_{x_r} .

$$F_{x_{mf}} = \frac{\mu p (Md + \frac{h}{L} F_{x_r})}{1 - \mu p \frac{h}{L}} \quad (4.5)$$

$$D_x = \frac{F_{x_{mf}} + F_{x_r}}{MT} \quad (4.6)$$

Observando as equações (4.5) e (4.6), para a travagem máxima na suspensão dianteira, o coeficiente de atrito (μp) vai ter o valor de 2.5, o Md de 152.1 Kg, o h de 0.25 m, o L de 1.550 m, o MT de 338 Kg e F_{x_r} de 700.6 N. Sendo que $F_{x_{mf}}$ vai dar origem a 1110 N e D_x fica igual a 5.36 [N/Kg]. Como F_y é a zero de seguida são calculados F_x e F_z . Nas equações (4.7) e (4.8) Pd é o peso na dianteira do veículo e PT é o peso total do veículo.

$$F_x = \mu p \left(Pd + \frac{MT D_x h}{L} \right) = 4460.26 N \quad (4.7)$$

$$F_z = Pd + \frac{MT D_x h}{L} = 1784.1 N \quad (4.8)$$

4.1.2 Forças exercidas numa curva

As equações (4.9) e (4.10) representam a força exercida na suspensão dianteira e traseira, respetivamente, onde a_y é a aceleração, R é o raio da curva, V é a velocidade a que o veículo se está a deslocar, WF é o peso na dianteira do veículo e WR é o peso na traseira do veículo [1].

Suspensão dianteira

$$F_z = \frac{Md V^2}{R} \quad (4.9)$$

Vendo a equação (4.9), para o cálculo da força exercida na suspensão dianteira numa curva, a velocidade de 80km/h, ou seja, 22.22m/s, o raio da curva é de 20 m [1] e Md é cerca de 152.1 Kg. Usando a equação em cima referida F_z vai dar origem a -3755.55 N. Esta força é negativa devido a F_z estar no sentido oposto ao que foi estipulado como positivo na Figura 48 (c).

Suspensão traseira

$$F_z = \frac{Mt V^2}{R} \quad (4.10)$$

Tendo as equações (4.10), para o cálculo das forças exercidas na suspensão dianteira numa curva, a velocidade de 80km/h, ou seja, 22.22m/s, o raio da curva é de 20 m [1] e Mt é cerca de 185.9 Kg. Usando a equação em cima F_z vai dar origem a -4590.12 N.

4.1.3 Forças e momentos calculados para cada caso

Os momentos que estão na Tabela 16 foram calculados através da multiplicação da força pelo raio ao centro da roda, ou seja, como o pneu tem 18 polegadas de diâmetro o que corresponde a 0.4572 m. Como podemos ver nas equações (4.11) (4.12) [1].

Como exemplo usou-se a equação (4.11) e se aplicou os valores, obtendo-se assim o momento em x (4.13), ou seja, M_x . A força F_z é negativa devido a estar no sentido oposto ao que foi estipulado como sentido positivo na Figura 48 (c).

O momento em y (M_y) não é calculado, uma vez que, esse momento é caracterizado pela atuação da força F_{ij} na barra ij . Esta força vai ser transferida diretamente para o sistema de direção do veículo, ou seja, o volante. Verificando-se, não ser importante o cálculo deste momento M_y devido a esta força não se propagar pela estrutura da suspensão.

$$M_x = \frac{D}{2} F_z \quad (4.11)$$

$$M_z = \frac{D}{2} F_x \quad (4.12)$$

$$\frac{0.4572 \text{ m}}{2} (-4590.12 \text{ N}) = -1049.30 \text{ N.m} \quad (4.13)$$

Tabela 16 - Cargas para cada caso

		Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Rodas Dianteiras	Fx	0	4460.26 N	0	4460.26 N
	Fy	746.1 N	0	0	746.1 N
	Fz	0	1784.1 N	-3755.55 N	-1971.02 N
	Mx	0	407.85 N.m	-858.52 N.m	-450.67 N.m
	Mz	0	1019.61 N.m	0	1019.61 N.m
Rodas Traseiras	Fx	0	5321.29 N	0	5321.29 N
	Fy	911.84 N	0	0	911.84 N
	Fz	0	2128.52 N	-4590.12 N	-2461.6 N
	Mx	0	486.58 N	-1049.30 N.m	-563.3 N.m
	Mz	0	1216.44 N.m	0	1216.44 N.m

No primeiro caso temos só uma força em y, que corresponde à massa do carro. Como referi anteriormente a massa do veículo mais o piloto é aproximadamente 338 kg, como a distribuição de massa é de 45% para a dianteira e de 55% para a traseira, vai originar numa massa de 152.1 kg na dianteira do veículo e uma massa de 185.9 kg na traseira do veículo. Portanto dividindo a massa para cada roda vai dar origem a 76.1 kg para cada roda dianteira e 92.95 kg para cada roda traseira. Com estas massas calcula-se assim os seguintes pesos de 746.1 N em cada roda na dianteira e 911.84 N em cada roda traseira.

No segundo caso (travagem máxima) podemos observar que as forças são superiores na suspensão dianteira, porque quando se dá a travagem, o peso tem tendência a deslocar-se para a frente.

No terceiro caso temos uma situação em curva a 80 Km/h e com um raio de 20 m, onde temos uma força em z e o momento em x que é provocado pela mesma força em z.

No quarto caso vai ser considerado a combinação entre duas situações extremas, a travagem máxima e em curva.

Tendo estes casos sido explicados e calculados, as suas forças, foram construídos o DCL (diagrama do corpo livre) Figura 48, para melhor visualização das forças que vão ser exercidas no sistema.

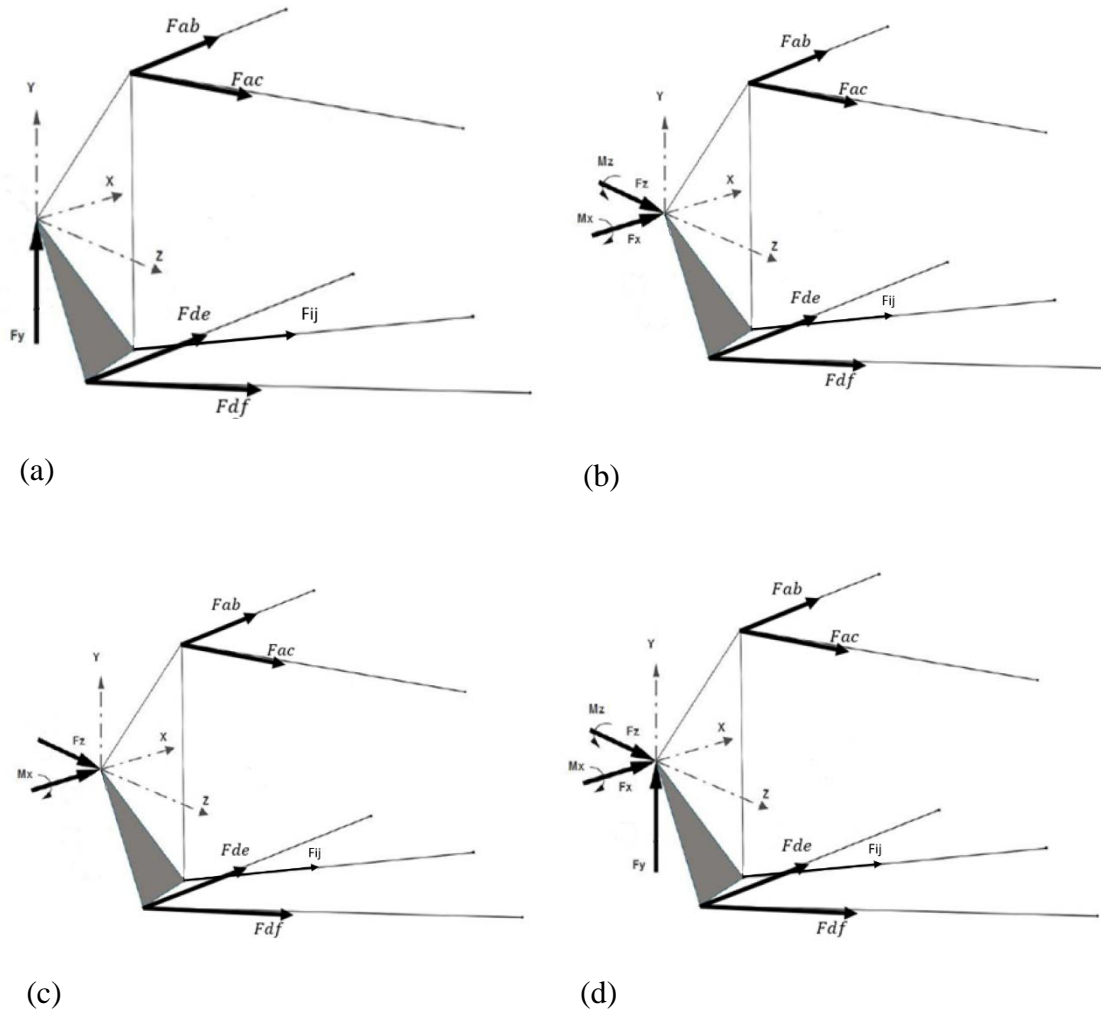
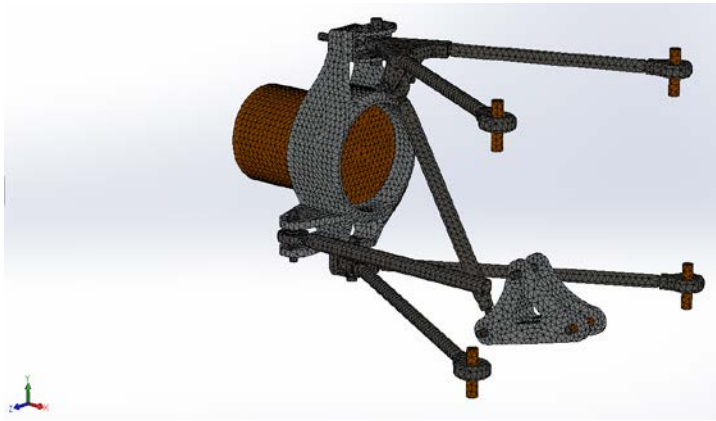


Figura 48 - DCL para o caso 1 (a), DCL para o caso 2 (b), DCL para o caso 3 (c), DCL para o caso 4 (d)

4.2 Aplicação em *Software*

Para a realização das análises estáticas foram modelados os dois sistemas de suspensão *push-rod* e *pull-rod* em *SolidWorks Simulation*. Após a modelação foram colocadas as condições de fronteira, as forças e os momentos para cada caso, apresentados em cima na Tabela 16. Nestes modelos consideram-se rígidos os parafusos que estão ligados ao chassis, o cilindro colocado no interior da manga de eixo (onde estão colocadas as forças) para haver uma transmissão direta das forças aplicadas na roda, para o sistema de suspensão. Também na suspensão dianteira foi considerado rígido a ponta da barra ij, ou seja, a barra que está ligada ao sistema de direção do veículo. Por fim na suspensão traseira o parafuso que liga a barra ij ao chassis, que terá o objetivo de ajustar parâmetros da suspensão e estabilização da manga de eixo, também é considerado rígido.



(a)

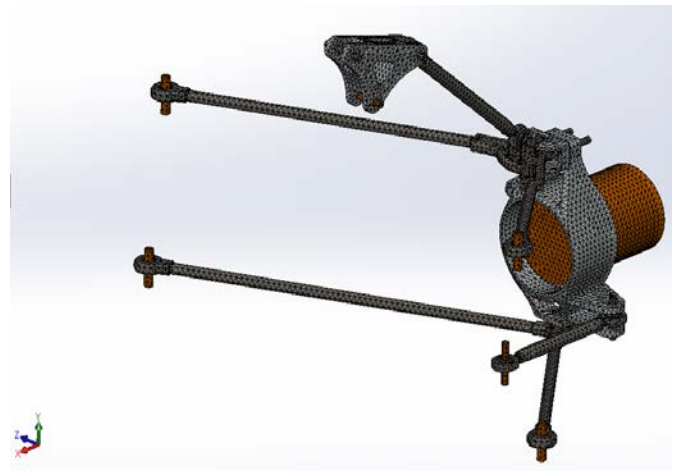


(b)

Figura 49 - Modelo da suspensão dianteira do sistema Pull-Rod (A) e do sistema Push-Rod (B)



(a)



(b)

Figura 50 - Modelo da suspensão traseira do sistema Pull-Rod (a) e do sistema Push-Rod (b)

4.3 Outros estudos estáticos

Utilizando o modelo em Elementos Finitos, correram-se dois casos. O primeiro consiste em alterar uma força em y que é considerada a força de entrada (força que se está a ter na roda no sentido de y) e ver qual será a força de saída (força que está a ser transferida para o conjunto mola amortecedor) como se pode ver na Figura 48 (a) só se utiliza a força em y . O segundo consiste em manter uma direção de y que consiste na força de entrada e variar a altura da suspensão entre o mais baixo que pode ir 2.54 cm para baixo até ao mais alto que pode ir 2.54 cm para cima sendo que a posição zero ou inicial é quando o veículo está no solo. O primeiro caso tem como objetivo identificara

relação (linear ou não) entre as forças na roda e a força transmitida ao amortecedor. Desta forma pode-se trabalhar diretamente com a força nos amortecedores, simplificando muito o modelo do veículo. O segundo caso tem como base a regra T6.1.1 [1] onde diz que a suspensão tem total operacionalidade entre 2.54 cm em total compressão e 2.54 cm em total tração do conjunto mola-amortecedor, o que dá um total de 5.08 cm (2 polegadas) de movimento da suspensão. Com este caso, pretende-se obter o efeito que a posição da roda tem na força transmitida ao amortecedor, para uma dada força na roda. De ambos os casos resultam uma superfície (idealmente um plano) que relaciona as forças e posição da roda com a força transmitida ao amortecedor.

4.4 Comparação estática entre o sistema de suspensão *push-rod* e *pull-rod*

Com os estudos estáticos realizados ao longo deste capítulo vai ser realizada uma comparação entre os dois tipos de suspensão *pull-rod* e o *push-rod*.

A Figura 51 contém uma representação de cada sistema de suspensão e pontos da mesma suspensão para melhor compreensão das Tabelas 17, 18, 19 e 20.

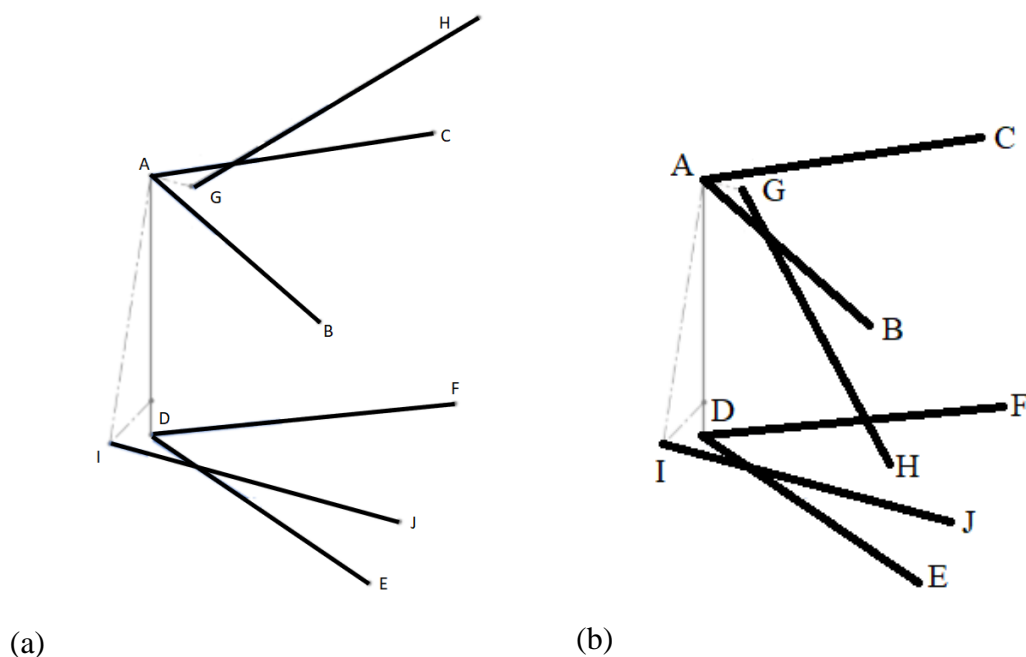


Figura 51 - Estrutura do sistema de suspensão (a) Push-Rod (b) Pull-Rod

4.4.1 Casos de estudo da estática

Como está descrito em cima, um dos estudos estáticos foi a realização de 4 casos, para se conseguir observar como é que componentes da suspensão, em cada sistema vão ser afetados.

Suspensão dianteira

De seguida vão ser apresentadas as Tabelas 17 e 18, onde estão colocados os valores das forças em por membro, em cada caso específico. Com os valores destas tabelas foram construídos os gráficos que estão nas Figuras 52 e 53.

Pull-rod

Tabela 17 - Cargas em cada membro para cada caso para a dianteira no sistema Pull-Rod

	Caso1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Maior valor em módulo
AB	5,34E+02 N	5,86E+03 N	3,90E+03 N	2,49E+03 N	5,86E+03 N
AC	5,25E+02 N	1,34E+03 N	3,89E+03 N	4,71E+03 N	4,71E+03 N
DE	2,81E+02 N	6,44E+03 N	1,70E+03 N	5,02E+03 N	6,44E+03 N
DF	2,78E+02 N	9,10E+03 N	1,72E+03 N	1,06E+04 N	1,06E+04 N
GH	8,73E+02 N	1,56E+02 N	2,82E+02 N	7,40E+02 N	8,73E+02 N
IJ	2,25E+01 N	4,46E+03 N	6,01E+01 N	4,41E+03 N	4,46E+03 N

Push-rod

Tabela 18 - Cargas em cada membro para cada caso para a dianteira no sistema Push-Rod

	Caso1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Maior valor em módulo
AB	1,65E+01 N	5,76E+03 N	3,70E+03 N	2,00E+03 N	5,76E+03 N
AC	3,56E+01 N	1,41E+03 N	3,72E+03 N	5,20E+03 N	5,20E+03 N
DE	2,81E+02 N	6,46E+03 N	1,68E+03 N	5,03E+03 N	6,46E+03 N
DF	2,74E+02 N	9,08E+03 N	1,73E+03 N	1,06E+04 N	1,06E+04 N
GH	8,99E+02 N	1,67E+02 N	3,44E+02 N	7,71E+02 N	8,99E+02 N
IJ	3,14E+01 N	4,45E+03 N	8,90E+01 N	4,39E+03 N	4,45E+03 N

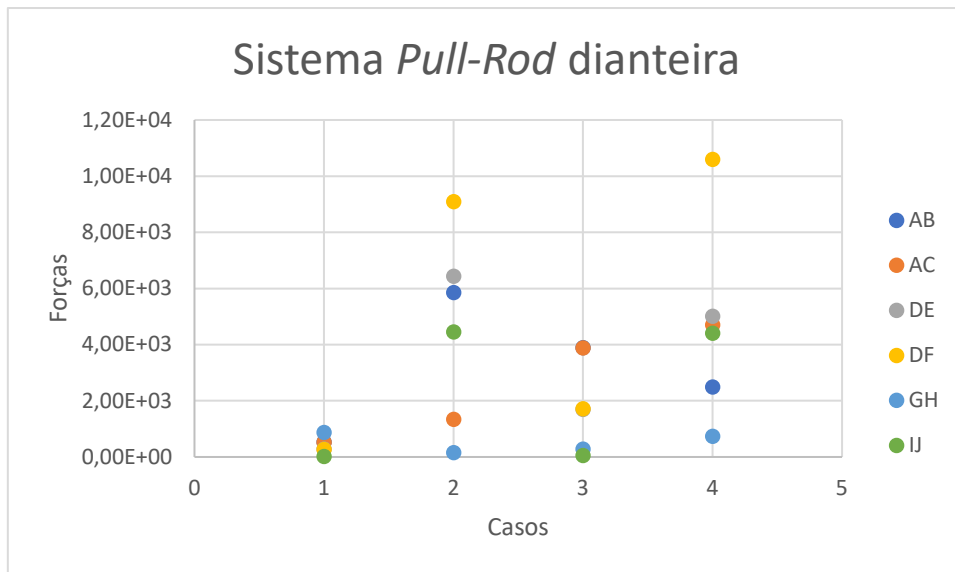


Figura 52 - Gráfico da relação entre as forças obtidas e os casos de estudo para a dianteira e o sistema Pull-Rod

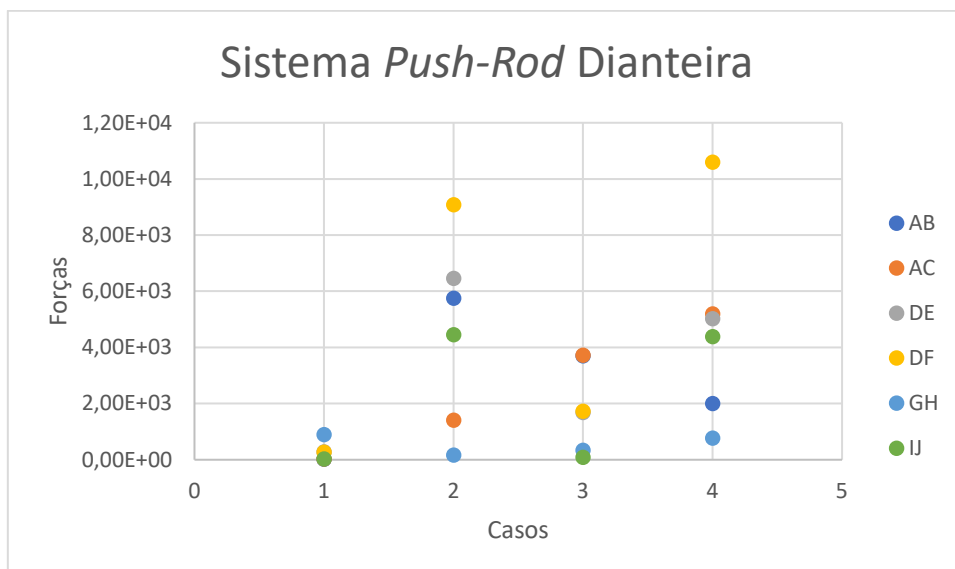


Figura 53 - Gráfico da relação entre as forças obtidas e os casos de estudo para a dianteira e o sistema Push-Rod

Fazendo a comparação em termos de valores conseguimos ver nas Tabelas 17 e 18 que para o caso 1 podemos observar que todos os membros estão a baixo de 1 MPa e o membro que está sobre maior carga em ambos os sistemas é o membro GH que é a barra do *push-rod/pull-rod*. Pois no caso 1 é só estamos a ter em conta o peso do veículo, que provoca uma força em y.

No caso 2 conseguimos observar que os valores são mais elevados no pull-rod do que no push-rod, sendo que o membro mais solicitado é o DF nos dois sistemas.

No caso 3 observamos que o maior valor não ultrapassa os 4 MPa e o membro que sofre mais carga não é igual nos dois sistemas, no *push-rod* é o membro AC mas o membro AB tem uma valor muito parecido, no *pull-rod* é o AB mas o membro AC tem um valor parecido o que significa que as forças são transferidas para o triângulo superior da suspensão.

No caso 4 podemos observar que o maior valor no sistema *push-rod* e no sistema *pull-rod* chegam aos 10.6 MPa. O membro com maior solicitação no sistema *push-rod* e no sistema *pull-rod* é o DF, neste caso consegue se ver que as forças propagam-se de igual maneira nos dois tipos de suspensão, vendo nas Tabelas 17 e 18 que a variação dos valores para os mesmos membros não é muita.

Suspensão traseira nos dois sistemas

De seguida estão a presentadas as Tabelas 19 e 20, onde foram colocados os valores das forças em cada membro, em cada caso específico. Com os valores destas tabelas foram feitos gráficos que estão representados nas Figuras 54 e 55.

Pull-Rod

Tabela 19 - Cargas em cada membro para cada caso para a traseira no sistema Pull-Rod

	Caso1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Maior valor em módulo
AB	7,63E+02 N	3,89E+03 N	2,66E+03 N	4,46E+02 N	3,89E+03 N
AC	7,48E+02 N	8,77E+02 N	3,77E+03 N	5,41E+03 N	5,41E+03
DE	3,85E+02 N	1,28E+03 N	5,64E+03 N	6,80E+03 N	6,80E+03
DF	5,65E+02 N	3,27E+03 N	7,55E+03 N	4,87E+03 N	7,55E+03
GH	9,59E+02 N	2,22E+02 N	3,01E+02 N	1,05E+03 N	1,05E+03
IJ	8,14E+01 N	5,21E+03 N	3,54E+02 N	5,56E+03 N	5,56E+03

Push-Rod

Tabela 20 - Cargas em cada membro para cada caso para a traseira no sistema Push-Rod

	Caso1	Caso 2	Caso 3	Caso 4		Maior valor em módulo
AB	2,06E+02 N	6,31E+03 N	4,97E+03 N	1,14E+04 N		1,14E+04 N
AC	2,76E+02 N	5,37E+03 N	7,25E+03 N	2,25E+03 N		7,25E+03 N
DE	3,94E+02 N	3,66E+03 N	2,43E+03 N	1,86E+03 N		3,66E+03 N
DF	5,48E+02 N	1,04E+04 N	3,26E+03 N	7,98E+03 N		7,98E+03 N
GH	1,25E+03 N	7,88E+02 N	7,39E+02 N	1,32E+03 N		1,32E+03 N
IJ	5,30E+01 N	9,27E+03 N	1,68E+02 N	9,80E+03 N		9,80E+03 N

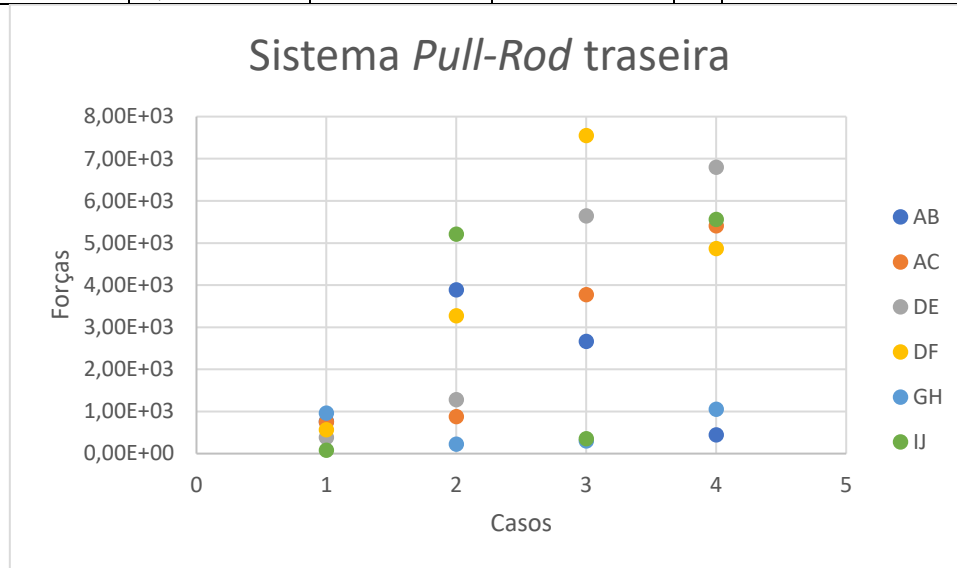


Figura 54 - Gráfico da relação entre as forças obtidas e os casos de estudo para a traseira e o sistema Pull-Rod

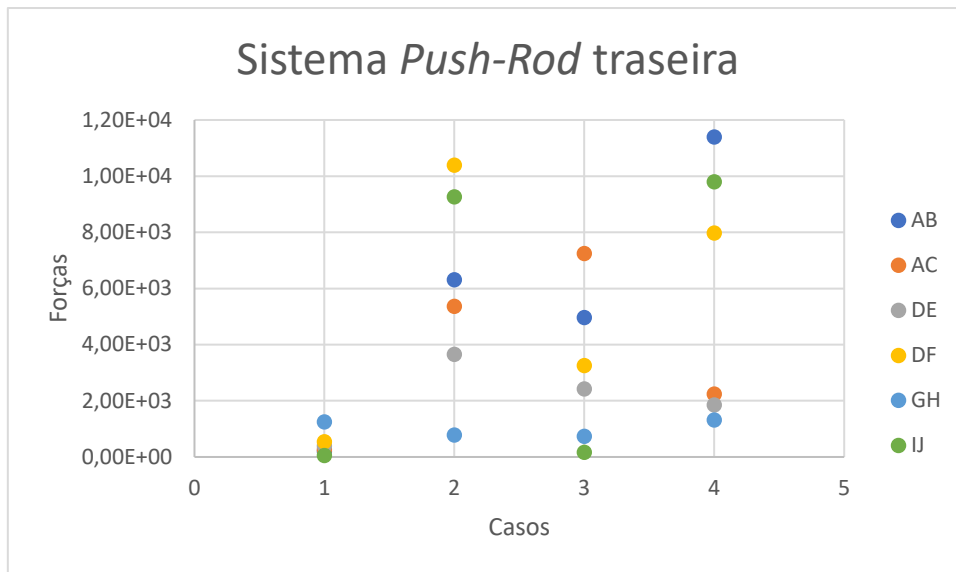


Figura 55 - Gráfico da relação entre as forças obtidas e os casos de estudo para a traseira e o sistema Pulsh-Rod

Comparando agora entre o sistema *pull-rod* e *push-rod*, na traseira do veículo podemos ver que no caso 1, através das Tabelas 19 e 20, o sistema *push-rod* o maior valor é de 1.25 MPa e no *pull-rod* é de 0.959 MPa e estes valores maiores são no mesmo membro GH a barra do *push-rod/pull-rod*. Tal como também se tinha visto nos dois sistemas mas na suspensão dianteira.

Vendo agora o caso 2 observamos que no sistema *push-rod* os valores são mais elevados do que no sistema *pull-rod*. O maior valor do sistema *push-rod* é no membro DF e o membro com o maior valor no sistema *pull-rod* é o AB sendo que o membro DF é o que tem o segundo maior valor no sistema *pull-rod* e o segundo maior valor no sistema *push-rod* é o membro AB.

No caso 3 conseguimos observar que em ambos os sistemas os maiores valores estão a baixo dos 8 MPa, mas há uma diferença entre os dois sistemas, no *push-rod* o valor máximo é no membro AC e no sistema *pull-rod* o valor máximo é no membro DF.

No caso 4 podemos observar que mais uma vez há uma diferença entre os dois sistemas, no *push-rod* o valor máximo é abaixo dos 14.4 MPa no membro AB e no sistema *pull-rod* o valor máximo é abaixo do 6.8 MPa mas num membro diferente do outro sistema, no membro DE.

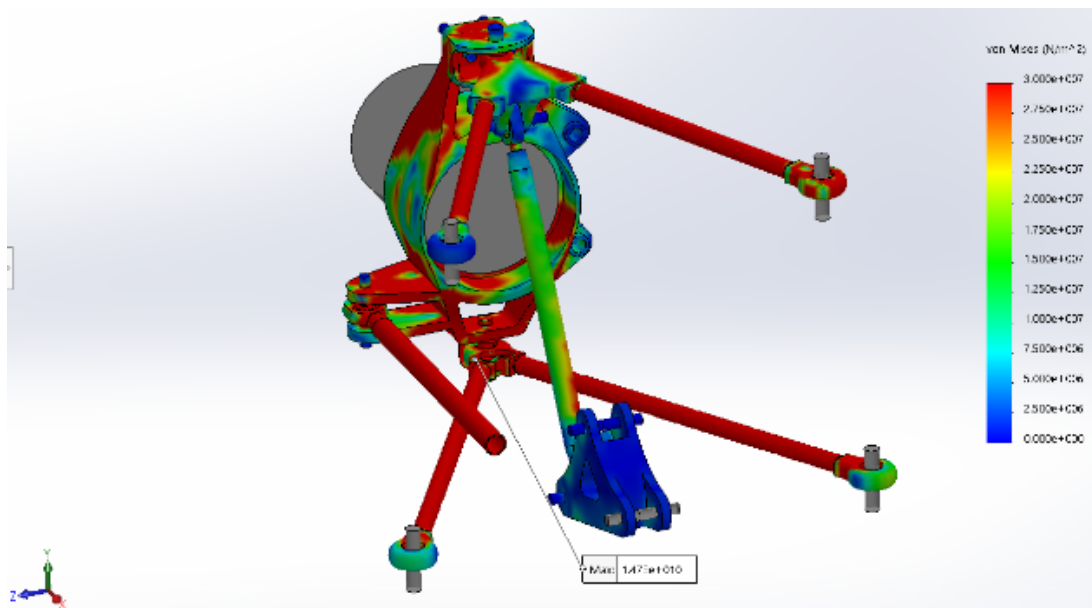
4.4.2 Tensões de Von Mises nos diferentes sistemas e casos

Estes dois sistemas de suspensão são construídos por componentes com materiais diferentes que tem tensões de cedência diferentes. Dito isto de maneira geral é usado o material AISI 1020 com uma tensão de cedência de 351,571 MPa e o material com menor tensão de cedência é o 1060 Alloy usado no balancim (*Rocker*) com uma tensão de cedência de 27,57 MPa. Sendo assim, aproximando os valores antes referidos vão ser comparados os sistemas com a tensão máxima a 30 MPa e a 350 MPa.

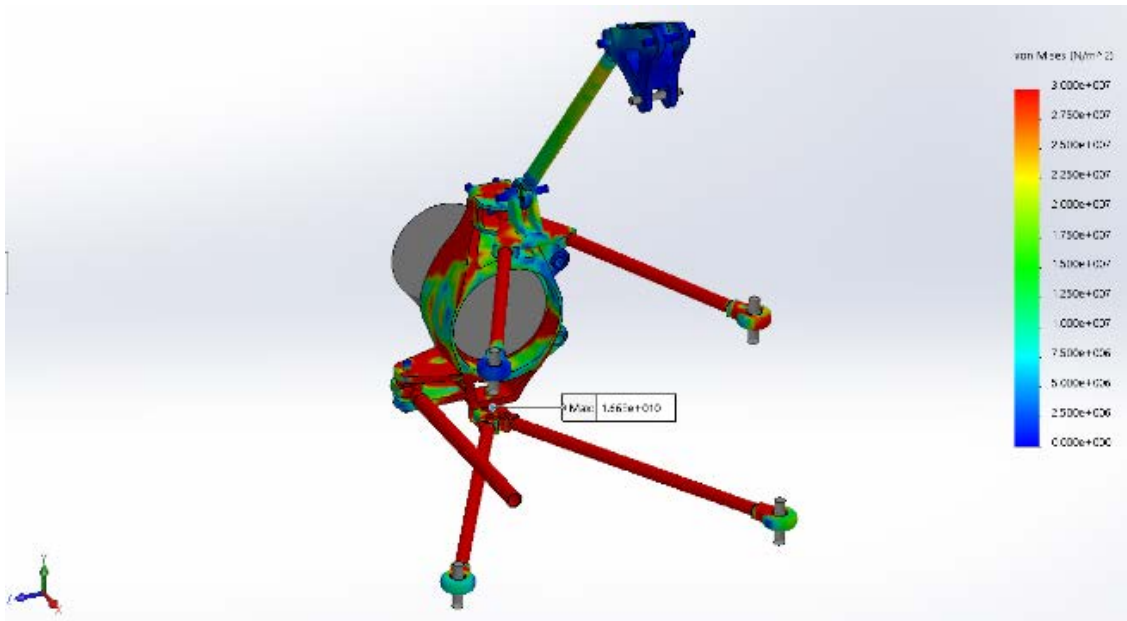
Como o caso de estudo estático mais severo é o caso 4 em que consiste na combinação de duas situações extremas, a travagem máxima e em curva. Os restantes casos encontram-se no Anexo – A. De seguida vai ser analisado no caso 4.

Suspensão dianteira

Caso 4 com a tensão máxima de 30 MPa



(a)

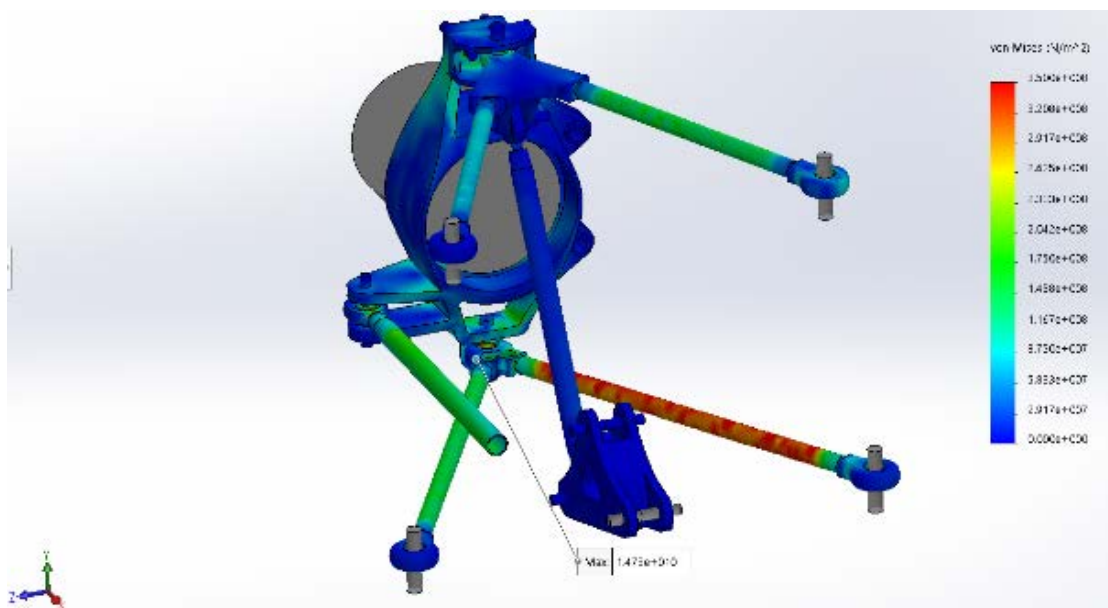


(b)

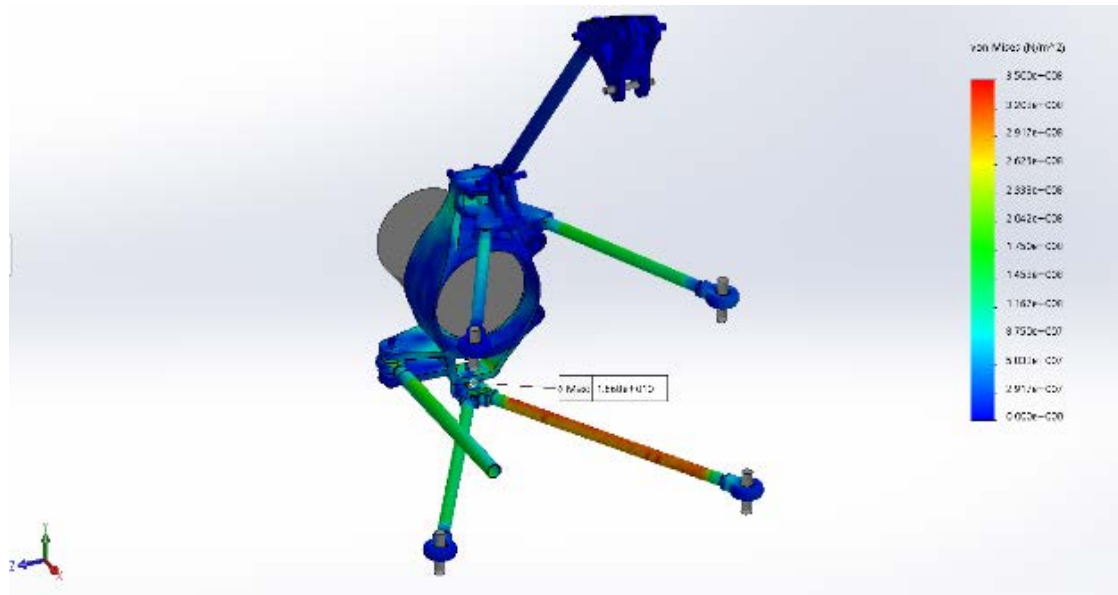
Figura 56 - Diagrama de tensões equivalentes de Von Mises para a suspensão dianteira no sistema Pull-Rod (a) e para o sistema Push-Rod (b) para o caso 4 com a tensão máxima de 30 MPa

Como este caso é o mais severo de todos e podemos observar que em ambos os sistemas de suspensão os braços e o balancim estão afetados, com uma diferença na barra GH, esta barra no sistema *push-rod* e *push-rod* está menos afetada. O balancim está com algumas zonas a verde logo este vai ficar afetado, mas não o suficiente para ficar danificado. Isto quer dizer que o material escolhido para o balancim é o adequado.

Caso 4 com a tensão máxima de 350 MPa



(a)



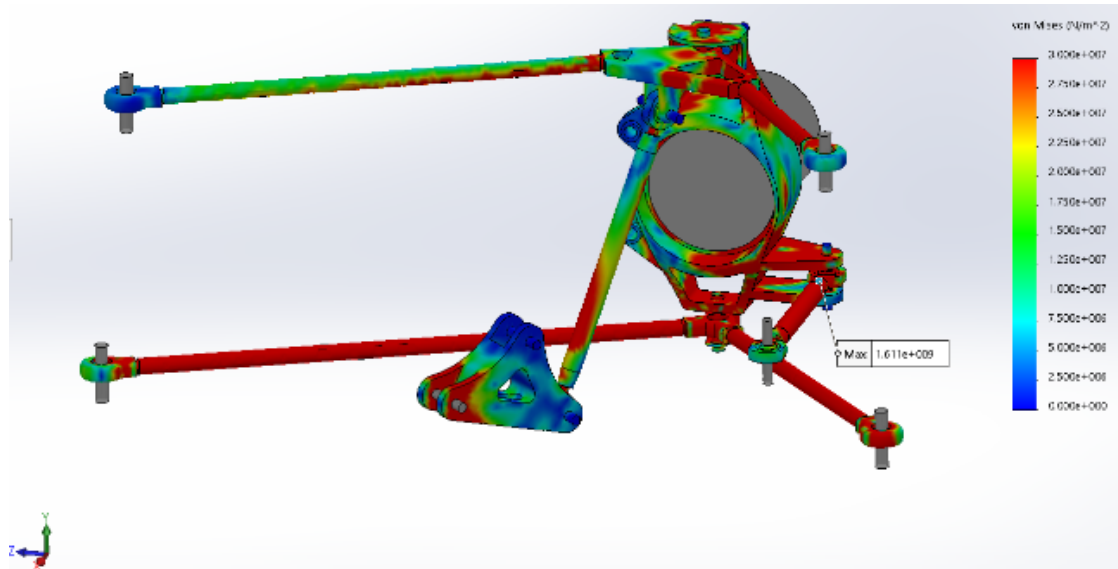
(b)

Figura 57 - Diagrama de tensões equivalentes de Von Mises para a suspensão dianteira no sistema Pull-Rod (a) e para o sistema Push-Rod (b) para o caso 4 com a tensão máxima de 350 MPa

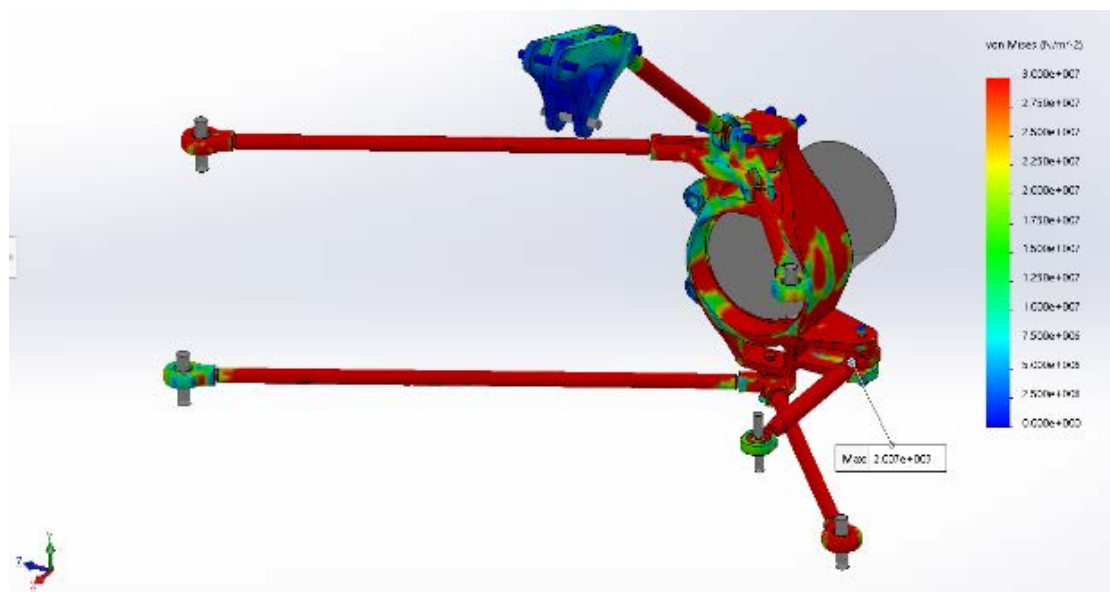
Conseguimos observar que há um membro que é mais solicitado e está a vermelho, é o membro DF. Isto quer dizer que para as forças e momentos ensaiados tem de se escolher um material com maior tensão de cedência. Tendo em conta os outros componentes das estruturas, tirando o balancim, estão dentro dos parâmetros desejados não havendo zonas a vermelho.

Suspensão traseira

Caso 4 com a tensão máxima de 30 MPa



(a)



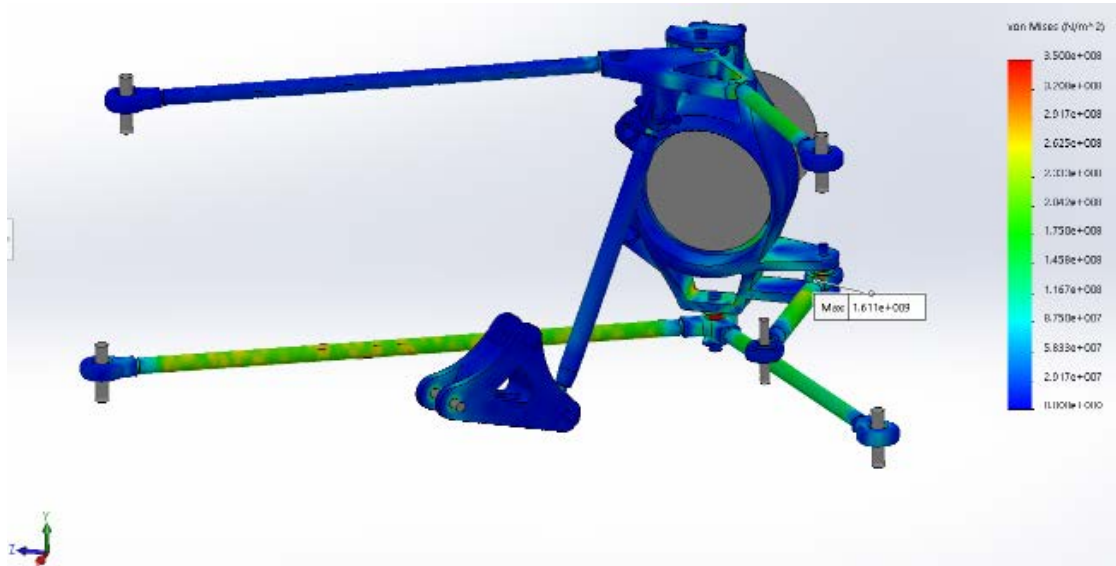
(b)

Figura 58 - Diagrama de tensões equivalentes de Von Mises para a suspensão traseira no sistema Pull-Rod (a) e para o sistema Push-Rod (b) para o caso 4 com a tensão máxima de 30 MPa

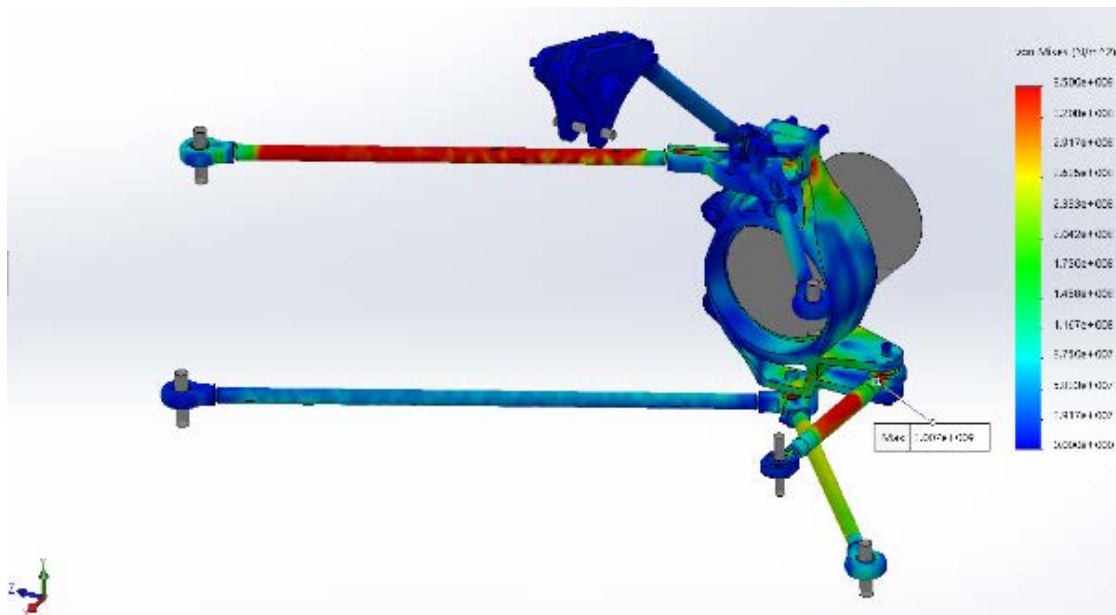
Sendo este caso o mais severo de todos, podemos observar que em ambos os sistemas de suspensão os braços e o balancim estão afetados, com uma diferença nas barras AB e GH, estas barras no sistema *pull-rod* foram menos afetadas. O balancim no

sistema *pull-rod* está com algumas zonas a vermelho logo este vai ficar afetado. Isto quer dizer que o material escolhido para o balancim não é o melhor.

Caso 4 com a tensão máxima de 350 MPa



(a)



(b)

Figura 59 - Diagrama de tensões equivalentes de Von Mises para a suspensão traseira no sistema *Pull-Rod* (a) e para o sistema *Push-Rod* (b) para o caso 4 com a tensão máxima de 350 MPa

Conseguimos observar que há dois membros que são mais solicitados e estão a vermelho, o membro AB e IJ no sistema *push-rod*. Isto quer dizer que para as forças e

momentos ensaiados tem de se escolher um material com maior tensão de cedência. No sistema pull-rod temos o membro DE que é o mais solicitado, mas não estando a vermelho está dentro da tensão de cedência aceitável do material escolhido.

4.4.3 Análise do carregamento do conjunto mola-amortecedor e limites de validade do modelo

Nesta análise vai se verificar a linearidade do modelo estático, pois com esta linearidade consegue-se verificar que as forças que são aplicadas na roda estão diretamente relacionadas com as forças que chegam ao chassis do veículo esta análise vai ser realizada sem fazer variar a posição da suspensão, mantemos a posição como se o veículo estivesse parado e fazemos variar a força em Y. Com esta análise sabemos que podemos usar este modelo para a parte dinâmica pois o estudo da dinâmica irá ser focado no amortecedor, logo para simplificar o modelo vai ter de haver uma relação das forças e momentos nas rodas com as forças no amortecedor.

Tabela 21 - Relação entre a força de entrada e a força que é aplicada no conjunto mola-amortecedor

Força de entrada	98,1 N	746,1 N	911,84 N	1000 N	1500 N	2000 N	2295,06 N
F_Pull (N)	1,59E+02	1,19E+03	1,46E+03	1,60E+03	2,40E+03	3,14E+03	3,67E+03
F_Push (N)	1,39E+02	1,04E+03	1,27E+03	1,39E+03	2,08E+03	2,78E+03	3,19E+03
Força de entrada	107,91 N	746,1 N	911,84 N	1000 N	1500 N	2000 N	2295,06 N
T_Pull (N)	1,63E+02	1,10E+03	1,34E+03	1,47E+03	2,21E+03	2,95E+03	3,38E+03
T_Push (N)	1,72E+02	1,17E+03	1,43E+03	1,57E+03	2,36E+03	3,14E+03	3,60E+03

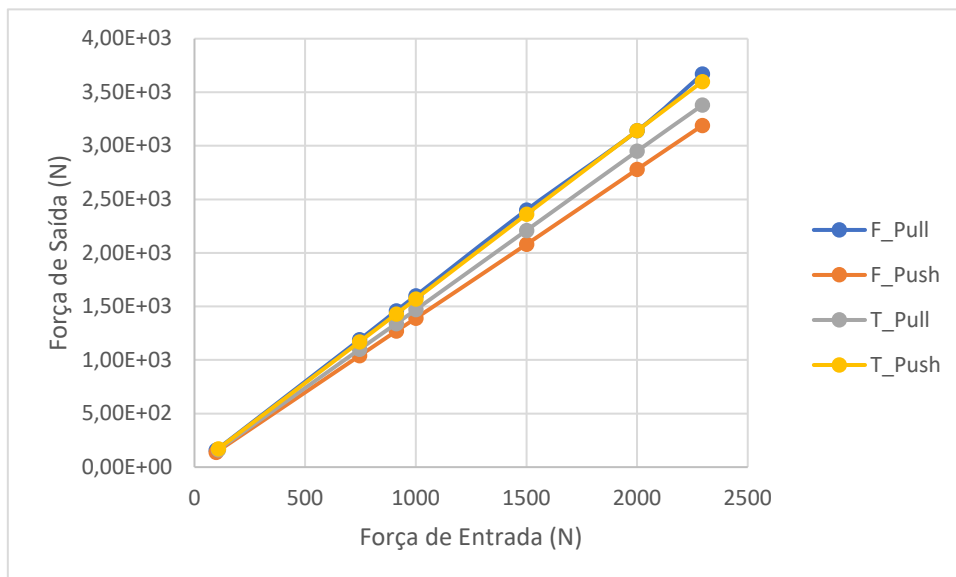


Figura 60 - Gráfico que relaciona a força de entrada no sistema de suspensão e a força que é exercida no conjunto mola-amortecedor

Com esta relação entre a força de entrada e a força de saída neste caso a força de saída é a força que vai ser exercida no conjunto mola-amortecedor. Como conseguimos ver no gráfico é uma relação linear o que dá validade aos modelos destes sistemas. Analisando os resultados na Tabela 22 e na Figura 73, pode-se observar que há uma relação linear entre a força de entrada, ou seja, aplicada na roda e a força de saída, a força que é transferida para o conjunto mola-amortecedor. Como se pode observar na Tabela 23 os declives das retas são muito próximos, o que mostra a similaridade entre os modelos.

Tabela 22 - Declive das retas representadas na Figura 60

F_Pull	1.5856
F_Push	1.3881
T_Pull	1.4728
T_Push	1.5689

Como se vai limitar a análise a ter as rodas só a direito, é importante o seguinte estudo estático pois temos de estudar qual a influencia da deslocação da roda na vertical no carregamento.

Agora mantemos a força em Y de entrada que é 746.1 N para a suspensão dianteira e 911.84 N para a suspensão traseira e fazemos alterar a posição da suspensão desde toda para baixo (quando o veículo está no ar) até a posição toda em cima (quando o veículo passa num buraco ou depois de um salto).

Tabela 23 - Relação entre a altura da roda e a força que é exercida no conjunto mola-amortecedor

Altura	-25,4 mm	-20 mm	-15 mm	-10 mm	-5 mm
F_Pull (N)	1,15E+03	1,20E+03	1,21E+03	1,22E+03	1,18E+03
F_Push (N)	1,16E+03	1,14E+03	1,12E+03	1,12E+03	1,08E+03
T_Pull (N)	1,07E+03	1,28E+03	1,31E+03	1,18E+03	1,38E+03
T_Push (N)	1,66E+03	1,65E+03	1,61E+03	1,55E+03	1,51E+03

Tabela 24 - Relação entre a altura da roda e a força que é exercida no conjunto mola-amortecedor

Altura	5 mm	10 mm	15 mm	20 mm	25,4 mm
F_Pull (N)	1,20E+03	1,19E+03	1,18E+03	1,16E+03	1,12E+03
F_Push (N)	1,05E+03	1,04E+03	1,03E+03	1,01E+03	1,01E+03
T_Pull (N)	1,42E+03	1,43E+03	1,42E+03	1,39E+03	1,29E+03
T_Push (N)	1,43E+03	1,41E+03	1,36E+03	1,31E+03	1,27E+03

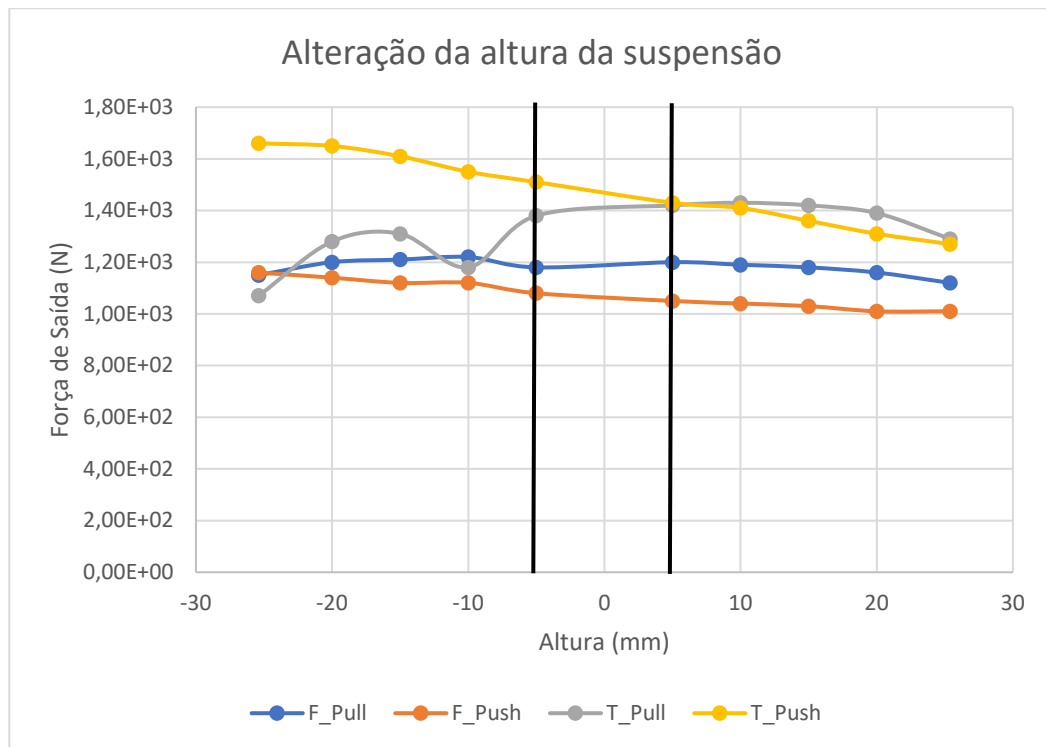


Figura 61 - Gráfico que representa a relação entre a altura da roda e a força que é exercida no conjunto mola-amortecedor

Com este último estudo estático conseguimos observar, na Figura 61 que provem das Tabelas 22 e 23, que os modelos são válidos entre os -5 mm e os 5 mm de altura devido à sua linearidade. Como se pode observar na Figura 61 as duas retas F_Pull e F_Push correspondentes à parte dianteira dos dois sistemas de suspensão não influenciam pois são constantes, o mesmo não se verifica nas retas T_Pull e T_Push. Conseguimos ver que há uma variação, na reta T_Pull há muitas variações especialmente quando a suspensão está em baixo (zona negativa do gráfico), a reta T_Push é mais constante mas os valores das forças vão diminuindo desde que a suspensão está toda em baixo até chegar a toda ao cima. Como a análise dinâmica que se irá realizar pretende ser uma análise de pequenas variações e como a introdução da variação do carregamento do conjunto mola-amortecedor com a variação da altura da roda, vai introduzir um grau de não linearidade

vai se limitar o modelo a uma variação de altura entre -5 mm e 5 mm, este intervalo representa a zona onde todas as curvas são simultaneamente aproximável por uma reta horizontal.

5 Dinâmica

Para esta parte da dinâmica o objetivo é descobrir as frequências naturais para conseguir perceber qual vai ser o comportamento do conjunto mola-amortecedor em cada sistema de suspensão. O primeiro passo é entender a cinemática do modelo formado pelo chassis (considerado perfeitamente rígido) e os sistemas de amortecedores. De seguida ir-se-á estudar a dinâmica do corpo (análise de forças e momentos) e por fim o comportamento dinâmico em termos de frequências de ressonância e modos de vibração.

5.1 Cinemática

O primeiro passo para estudar a cinemática é definir os referenciais: um referencial do corpo e um referencial estacionário ou fixo. O chassis, como corpo rígido num espaço tridimensional, vai ter rotações segundo os três eixos como se pode observar na Figura 62. Para isso vai-se utilizar a seguinte configuração de ângulos de Euler: rotação no eixo do z depois rotação do eixo dos x e por fim no eixo dos y , como se pode observar na Figura 63.

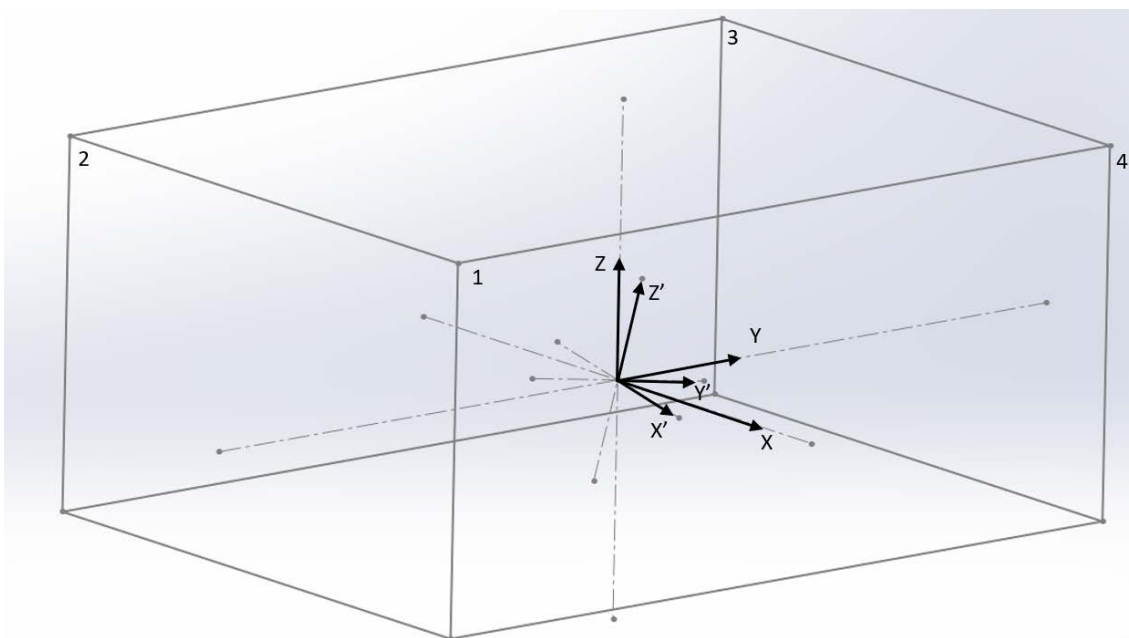


Figura 62 - Rotação Tridimensional dos Eixos

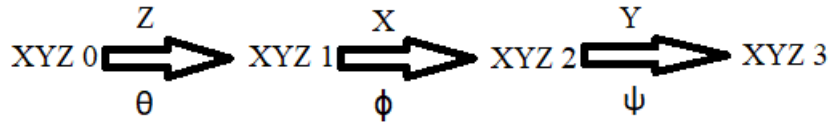


Figura 63 - Rotação dos Eixos

Sendo o início da Figura 62 o referencial estacionário (XYZ0) e o final o referencial do corpo (XYZ 3).

A primeira rotação, no eixo dos zz é designada por X01, como se pode ver na matriz (5.1).

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

A rotação no eixo do xx vai ser designada de X12, como se pode observar na matriz (5.2).

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\text{sen}(\phi) \\ 0 & \text{sen}(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

A terceira e última rotação é feita segundo o eixo do yy e vai ser designada de X23, que podemos ver na matriz (5.3)

$$\begin{bmatrix} \cos(\psi) & 0 & \text{sen}(\psi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}(\psi) & 0 & \cos(\psi) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Estas matrizes são usadas para transformar um vetor (coluna) do referencial fixo para o corpo. A operação inversa consiste em fazer a transposta das matrizes, como se pode ver nas equações (5.4), (5.5), (5.6).

$$X10 = X01^T \quad (5.4)$$

$$X21 = X12^T \quad (5.5)$$

$$X_{32} = X_{23}^T \quad (5.6)$$

O primeiro passo no estudo da Cinemática é definir os vetores velocidade angular e de translação do sistema. Como o corpo pode rodar em torno dos três eixos cartesianos (x, y e z), existem três velocidades angulares (uma para cada eixo, $\dot{\theta}$, $\dot{\phi}$ e $\dot{\psi}$, respectivamente), que são definidas (no seu próprio referencial) pelas equações (5.7), (5.8) e (5.9).

$$\dot{\theta} = [0 \quad 0 \quad \dot{\theta}] \quad (5.7)$$

$$\dot{\phi} = [0 \quad \dot{\phi} \quad 0] \quad (5.8)$$

$$\dot{\psi} = [\dot{\psi} \quad 0 \quad 0] \quad (5.9)$$

Como é necessário trabalhar sempre no mesmo referencial, as velocidades das equações (5.7), (5.8) e (5.9) têm que ser transformadas todas para o referencial inercial.

Para a rotação no eixo do zz temos de fazer o produto interno entre X01 e o vetor $\dot{\theta}$ dando origem ao vetor (5.10).

$$\dot{\theta} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Para a rotação no eixo do xx temos de fazer o produto interno entre X01, X12 e o vetor $\dot{\phi}$ dando origem ao vetor (5.11).

$$\dot{\phi} = \begin{bmatrix} \dot{\psi} \cos(\theta) \\ \dot{\psi} \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Para a rotação no eixo do yy temos de fazer o produto interno entre X01, X12, X23 e o vetor $\dot{\psi}$ dando origem ao vetor (5.12).

$$\dot{\Psi} = \begin{bmatrix} -\dot{\psi} \cos(\phi) \sin(\theta) \\ \dot{\psi} \cos(\theta) \cos(\phi) \\ \dot{\psi} \sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Por fim, a velocidade angular do corpo é dada pelas somas das várias velocidades angulares, dando origem a (5.13), onde ω é a velocidades angular total.

$$\omega = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \cos(\theta) - \dot{\psi} \cos(\phi) \sin(\theta) \\ \dot{\psi} \cos(\theta) \cos(\phi) + \dot{\phi} \sin(\theta) \\ \dot{\theta} + \dot{\psi} \sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Sabendo a velocidade angular, pode-se passar para a determinação da aceleração angular. Como seria de prever esta mudança é feita de igual forma só mudam de $\dot{\theta}$, $\dot{\phi}$ e $\dot{\psi}$ para $\ddot{\theta}$, $\ddot{\phi}$ e $\ddot{\psi}$ como se vê em (5.14), (5.15) e (5.16).

$$\ddot{\theta} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$\ddot{\phi} = \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \cos(\theta) \\ \ddot{\phi} \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

$$\ddot{\Psi} = \begin{bmatrix} -\ddot{\psi} \cos(\phi) \sin(\theta) \\ \ddot{\psi} \cos(\theta) \cos(\phi) \\ \ddot{\psi} \sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

De seguida temos o que é a aceleração angular, α , do corpo que é dada pela equação (5.17), onde os dois últimos monómios são as derivadas dos versores dos eixos.

$$\alpha = (\ddot{\theta} + \ddot{\phi} + \ddot{\Psi}) + \dot{\theta} \dot{\phi} + (\dot{\theta} + \dot{\phi}) \dot{\Psi} \quad (5.17)$$

De forma a concluir o estudo da cinemática, é necessário determinar as velocidades e acelerações de translação do corpo.

Para além de rodar, o chassis vai sofrer translações segundo os três eixos. Tomando como base a translação do centro de massa no referencial do corpo (esta é a translação sentida pelo piloto de um automóvel), obtém-se a posição do CM no referencial inercial através da transformação mostrada na equação (5.18).

$$p_{cm} = X01 \cdot X12 \cdot X23 \begin{bmatrix} x_{cm} \\ y_{cm} \\ z_{cm} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

Como a rotação do corpo é em torno do seu CM, a velocidade é formada apenas pela primeira derivada da posição, originando a equação (5.19).

$$v_{cm} = X01 \cdot X12 \cdot X23 \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_{cm} \\ \dot{y}_{cm} \\ \dot{z}_{cm} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

Da mesma forma a aceleração é dada pela primeira derivada da velocidade como se pode ver na equação (5.20).

$$a_{cm} = X01 \cdot X12 \cdot X23 \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_{cm} \\ \ddot{y}_{cm} \\ \ddot{z}_{cm} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

5.2 Posição e orientação dos sistemas de Mola-Amortecedor

Como preparação para a análise dinâmica, é necessário conhecer e modelar vários aspetos da suspensão, como a posição do ponto onde os amortecedores tocam no chassis do veículo (r), para ambos os sistemas: a orientação dos amortecedores (e), ou seja, do ponto que liga o amortecedor ao chassis ao ponto onde estão aplicadas as forças que provêm da roda, equações (5.21) e (5.22).

$$e_i = X01 \cdot X12 \cdot X23 \cdot \begin{bmatrix} e_{i_x} \\ e_{i_y} \\ e_{i_z} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

$$r_i = X01 \cdot X12 \cdot X23 \cdot \begin{bmatrix} r_{i_x} \\ r_{i_y} \\ r_{i_z} \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

Onde o índice i (de 1 a 4) identifica cada um dos quatro conjuntos mola-amortecedor do veículo.

Como o chassis não é uma massa pontual e como os amortecedores não estão aplicados no CM, é necessário saber qual é a variação dos seus pontos de aplicação com as coordenadas (posição e orientação), (5.23) e (5.24).

$$R_i = p_{cm} + r_i \quad (5.23)$$

$$V_i = v_{cm} + \omega (r_i) \quad (5.24)$$

Como a orientação dos amortecedores é constante relativamente ao chassis, estes apenas permitem o movimento na direção e (5.25) e (5.26).

$$R_{l_i} = (R_i - R_{i_0}) \cdot e_i \quad (5.25)$$

$$V_{l_i} = V_i \cdot e_i \quad (5.26)$$

Em que R_{i_0} é a matriz R_i mas com as variáveis x_{cm} , y_{cm} , z_{cm} , θ , ϕ e ψ igual a zero, que represente a posição em repouso.

5.3 Forças e Momentos

Com o estudo da cinemática concluído, pode-se prosseguir para o balanço de forças e momentos. As forças dinâmicas que atuam no chassis provêm exclusivamente do rodado e são transmitidas através dos amortecedores como se pode ver na Figura 64. O peso dos corpos é excluído do estudo, porque apenas se está interessado no comportamento dinâmico e a força da gravidade é uma força estática. Na Figura 64 temos a representação das forças Ft_i e Fn_i , estas forças são a componente normal e tangencial da força que é aplicada no conjunto mola-amortecedor, ou seja, a força F_i que está na direção e .

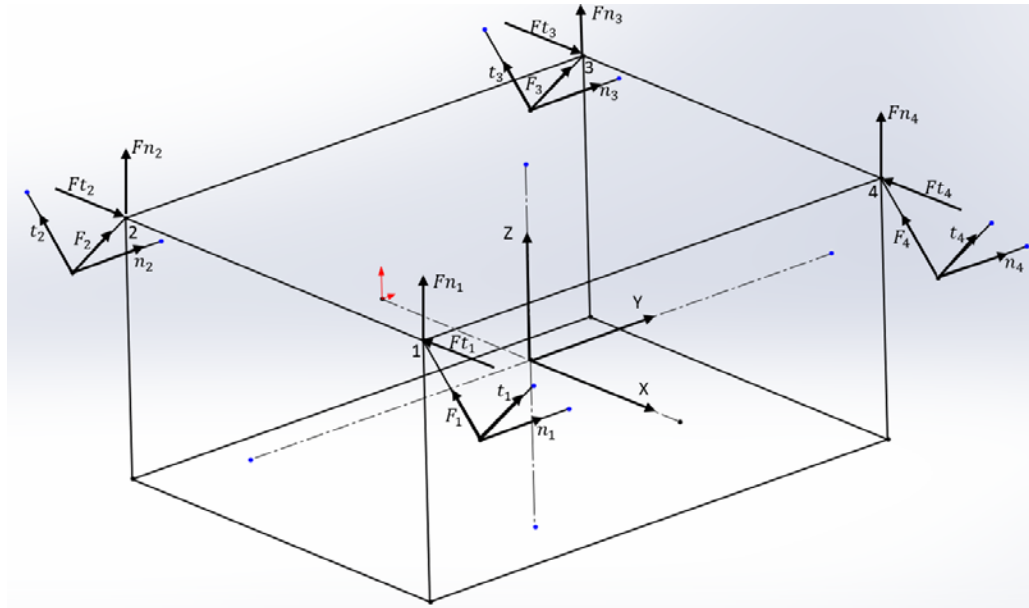


Figura 64 - Forças que atuam no chassis

As forças principais são as forças que afetam diretamente os amortecedores e que, por sua vez, fazem o acoplamento dinâmico entre os vários corpos que compõem o sistema. Estas forças são proporcionais à posição e velocidade relativas entre a roda e o ponto de inserção do amortecedor no chassis, (5.27) e (5.28).

$$Fk_i = -k_i (Rl_i - lr_i) e_i \quad (5.27)$$

$$Fc_i = -c_i (Vl_i - \dot{lr}_i) e_i \quad (5.28)$$

Onde k_i e c_i são a rigidez da mola e o coeficiente de amortecimento dos amortecedores, lr_i é a posição da roda e \dot{lr}_i é a velocidade de translação (segundo o eixo do amortecedor) da roda.

Para além das forças da mola e do amortecedor, ainda é preciso considerar as restantes forças que são aplicadas nas rodas e que são perpendiculares aos amortecedores. Como os amortecedores estão rigidamente fixos ao chassis, estas forças são transmitidas diretamente para a massa principal.

Começando pelo balanço de forças e momentos no chassis, (5.29), obtém-se o primeiro conjunto de equações do sistema.

$$\sum F = \sum Fk_i + \sum Fc_i + \sum Ft_i + \sum Fn_i = Mm \, acm \quad (5.29)$$

As forças Ft_i e Fn_i são as forças que são transmitidas diretamente para o chassis.

Nos somatórios dos momentos é efetuado o somatório dos momentos das quatro rodas e feita a passagem para o referencial do corpo. Este somatório dos momentos é à aceleração angular com o produto interno da matriz da inércia do centro de massa.

$$\sum M = \sum (r_i (Fk_i + Fc_i + Ft_i + Fn_i)) = I_{cm} \alpha \quad (5.30)$$

De seguida vai é calculado o somatório das forças na roda como se vê na equação (5.31), em que se multiplica a contante de rigidez e a constante de amortecimento pela respetiva subtração entre a variação da posição em referencial fixo e a posição do conjunto mola-amortecedor, somando no fim força na roda. Isto é igual à multiplicação entre a massa não suspensa em cada roda pela posição dessa massa em relação ao referencial fixo.

$$\sum Fr_i = k_i (Rl_i - lr_i) + c_i (Vl_i - \dot{lr}_i) + Fr_i = mr_i \ddot{lr}_i \quad (5.31)$$

5.4 Linearização

Quando se tem equações não-lineares torna-se mais difícil resolver e analisar as equações. A solução será a linearização, que torna a equação mais simples e com solução analítica. Para isto acontecer tem de se usar um processo em que se substitui as variáveis pelo ponto de linearização mais uma variação. Normalmente, os pontos de linearização são as condições iniciais: $x = x_0 + \Delta x$; $\dot{x} = \dot{x}_0 + \Delta \dot{x}$; $\ddot{x} = \ddot{x}_0 + \Delta \ddot{x}$. Aplicam-se as seguintes simplificações: $sen(\Delta x) = \Delta x$; $cos(\Delta x) = 1$ e também $(\Delta x)^n (\Delta \dot{x})^m (\Delta \ddot{x})^k = 0$.

Aplicado estas condições e substituindo-as nas equações de força e de momentos no chassis, vai-se desta forma conseguir obter as matrizes das massas (M), de rigidez (K) e de amortecimento (C).

Tendo estas matrizes calcula-se as frequências naturais, isso é através da equação genérica do equilíbrio dinâmico $-M\omega^2 + C\omega + K = 0$. Com esta equação vamos obter uma matriz que vai estar dependente de ω , para calcularmos o vários ω vai fazer-se o determinante da matriz que se obteve com o uso da equação de equilíbrio dinâmico e de

seguida aplica-se a fórmula resolvente obtendo-se assim as várias frequências naturais (ω).

5.5 Cálculo da constante de rigidez e da constante de amortecimento

Para efetuar os cálculos da equação de equilíbrio e por sua vez obter as frequências naturais do sistema foram calculados os valores das constantes de rigidez e de amortecimento. Para este efeito foi pedido aos colegas do FS para nos fornecerem dados sobre os amortecedores e molas usados, ao que nos foi mostrado que usam uns amortecedores reguláveis através da pressão de ar, ou seja, não temos um valor fixo para a constante de rigidez e de amortecimento. Tendo isto forneceram-nos gráficos de testes realizados com os amortecidos, pelo que nos apercebemos que 2 dos 3 testes podíamos usar pois um simulava um conjunto mola-amortecedor sobre-amortecido e outro sub-amortecido.

Analisando os gráficos facultados onde temos força vs deslocamento foram se retirar vários pontos para se poder produzir o gráfico em EXCEL, estes pontos foram só para 5 velocidades das retas mais fora do gráfico para se poder obter uma melhor leitura dos valores.

Como os gráficos são todos muito parecidos com uma parábola, foram feitas essas curvas em EXCEL. Como se sabe que os ensaios foram feitos a velocidade constante, portanto substituindo a “curva” do deslocamento ($x(t) = vt$) nas curvas da força obtemos um gráfico de força no tempo (que também é uma parábola).

Mesmo ignorando a massa, se a equação for $C v(t) + K x(t) = f(t)$, uma força parabólica não dá o deslocamento a velocidade constante. Portanto, significa que o K não pode ser constante, mas sim uma reta. Resolveu-se a equação diferencial, sabendo que $x(t) = vt$, que $F_2 t^2 + F_1 t + F_0$ e que $K = \frac{K_m}{(v x + K_b)}$, com isto obtém-se valores para o C , K_m e K_b . Sendo que $K_m = F_2$, $K_b = F_1$ e $C = \frac{F_0}{v}$. Mesmo assim verificou-se que variam com a velocidade. Fazendo os gráficos do C , K_m e K_b para as respetivas velocidades viu-se que são lineares.

Portanto, fazendo uma regressão linear às propriedades, obtiveram-se as expressões para C, Km e Kb em função do deslocamento e velocidade. C deu uma dependência linear com a velocidade.

Tendo as equações para o cálculo da constante de rigidez, como se pode observar no gráfico deslocamento vs força, o deslocamento vai até 25 mm, ou seja, quando o conjunto mola-amortecedor está todo encolhido ou esticado tem um deslocamento de 25 mm como em descanso o conjunto mola-amortecedor esta a 20% da carga vamos ter um x de 5 mm, a velocidade usada é a de 0.15m/s.

5.5.1 Cálculo da constante de rigidez e de amortecimento para um sistema sobre-amortecido

Após se retirar os valores do gráfico de deslocamento fornecido pelos colegas do FS referente ao conjunto mola-amortecedor sobre-amortecido, que se pode encontrar no Anexo - B, foi feito o modelo em EXCEL obtendo-se a Tabela no anexo, a Figura 65 e as equações representadas na Tabela 26. Onde 12, 11, 10, 9, 8 correspondem a respectivamente $v=0.3\text{m/s}$, $v=0.275\text{m/s}$, $v=0.25\text{m/s}$, $v=0.2\text{m/s}$, $v=0.15\text{m/s}$.

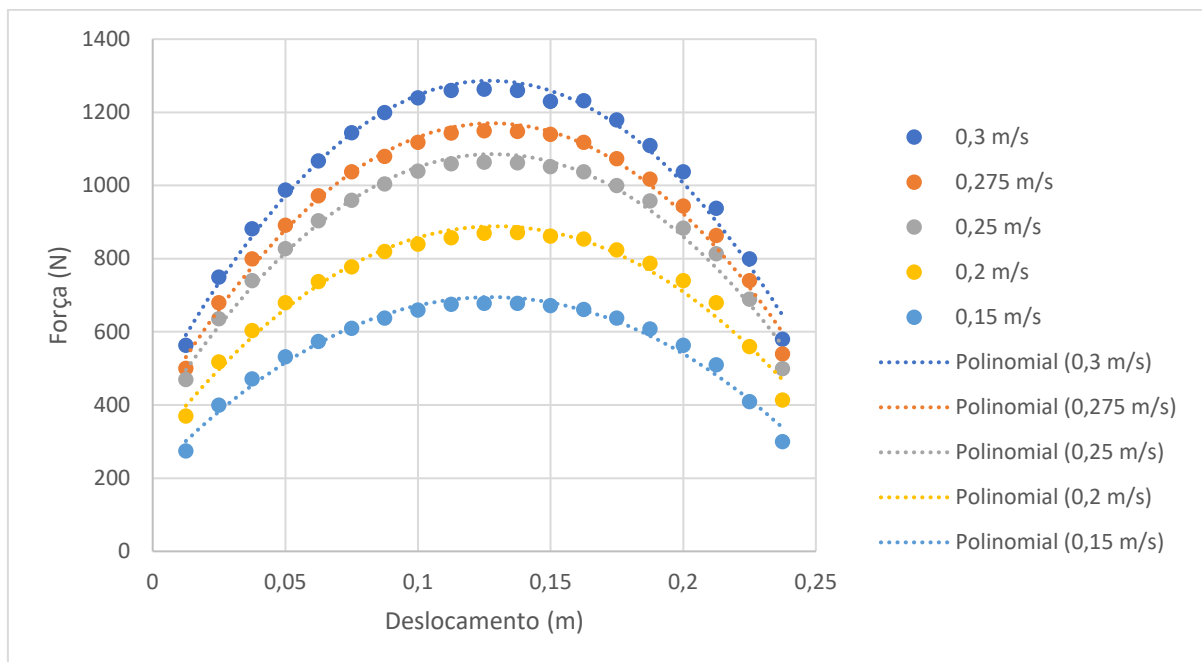


Figura 65 - Gráfico sobre-amortecido

Na Tabela 26 estão as equações das retas da Figura 63, onde a curva 12, 11, 10, 9 e 8 representam respetivamente as velocidades 0.3m/s, 0.275m/s, 0.25m/s, 0.2m/s e 0.15m/s.

Tabela 25 - Equações do gráfico

0.3 m/s	$y = -52815x^2 + 13437x + 431.54$	$R^2 = 0.9883$
0.275 m/s	$y = -47813x^2 + 12252x + 385.04$	$R^2 = 0,9884$
0.25 m/s	$y = -43946x^2 + 11283x + 361.52$	$R^2 = 0,9848$
0.2 m/s	$y = -3594x^2 + 929,63x + 287.47$	$R^2 = 0,9788$
0.15 m/s	$y = -29637x^2 + 75697x + 211.43$	$R^2 = 0,9805$

Sendo que $F_2 x^2 + F_1 x + F_0$ foi feita uma regressão linear para o C, Km e Kb.

Regressão linear do C deu origem ao gráfico da Figura 66.

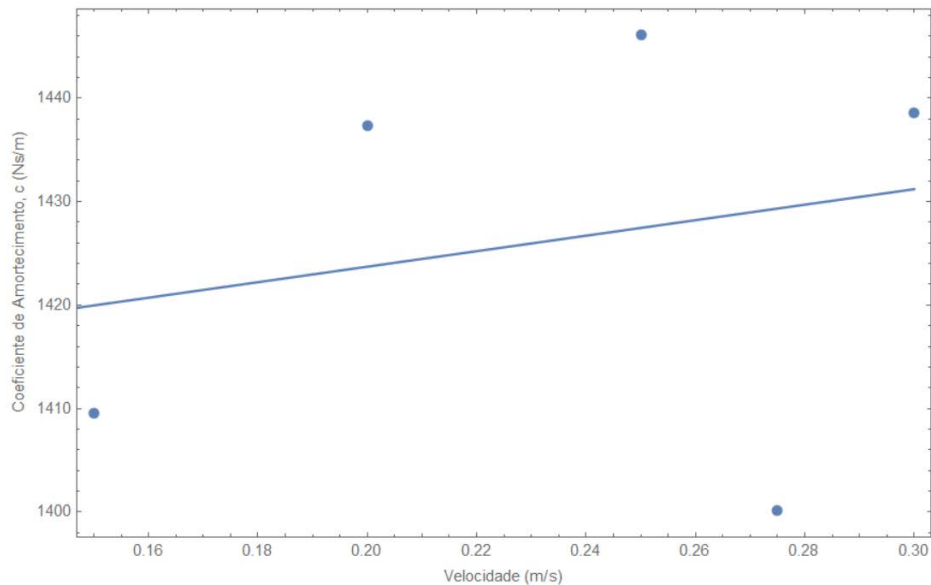


Figura 66 - Regressão linear do C

Deste gráfico retira-se a equação $1408.73 + 74.915 v$. Fazendo o cálculo desta equação para $v=0$ e $v=0.3$ entende-se que o declive que o gráfico mostra é quase insignificante, logo o valor de C vai ser de 1408.73 Ns/m.

Regressão linear do Km deu origem ao gráfico da Figura 67.

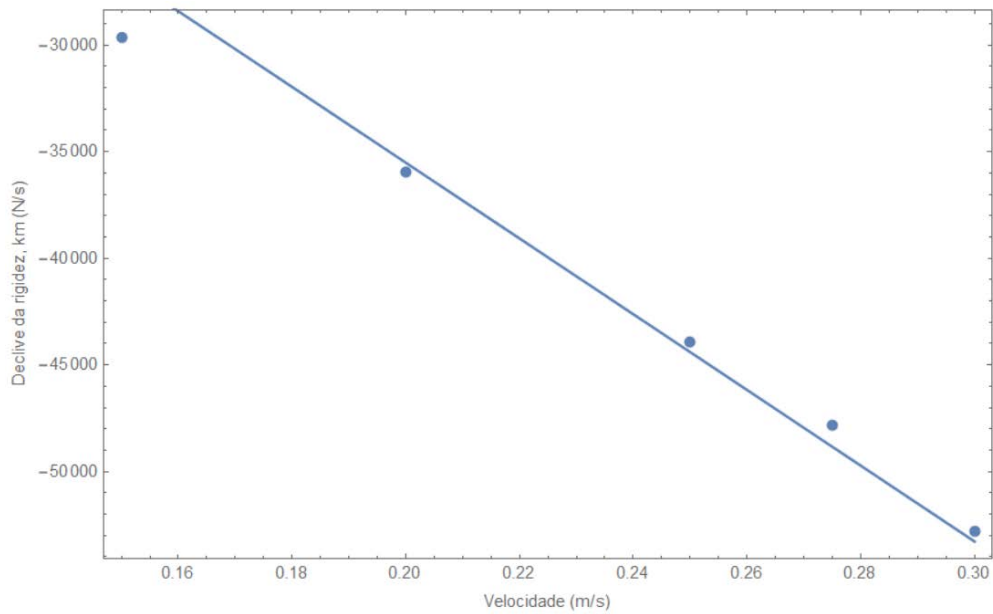


Figura 67 - Regressão linear do Km

Deste gráfico retira-se a equação $-177594 v$

Regressão linear do Kb deu origem ao gráfico da Figura 68.

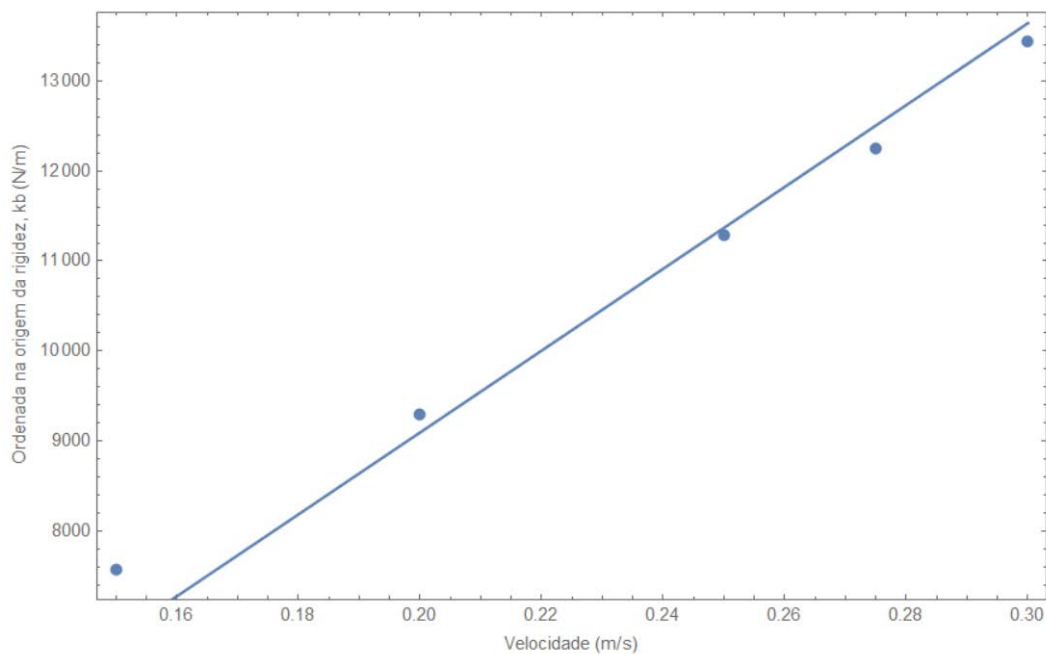


Figura 68 - Regressão linear do Kb

Deste gráfico retira-se a equação $45473.9 v$, que vai fazer parte da equação final para o cálculo da constante de rigidez K.

Com estas duas regressões lineares de K_m e K_b podemos passar ao cálculo de K com estas duas equações $45473.9 v - 177594 v x$. Substituindo x por 0.005 m e v por 0.15 m/s vai dar origem a um K de 6687.9 N/m.

5.5.2 Cálculo da constante de rigidez e de amortecimento para um sistema sub-amortecido

Após se retirar os valores do gráfico de deslocamento fornecido pelos colegas do FS referente ao conjunto mola-amortecedor sub-amortecido, que se pode encontrar no Anexo - B, foi feito o modelo em EXCEL obtendo-se as Tabelas que também se encontram no Anexo - B , a Figura 69 e as equações representadas na Tabela 28.

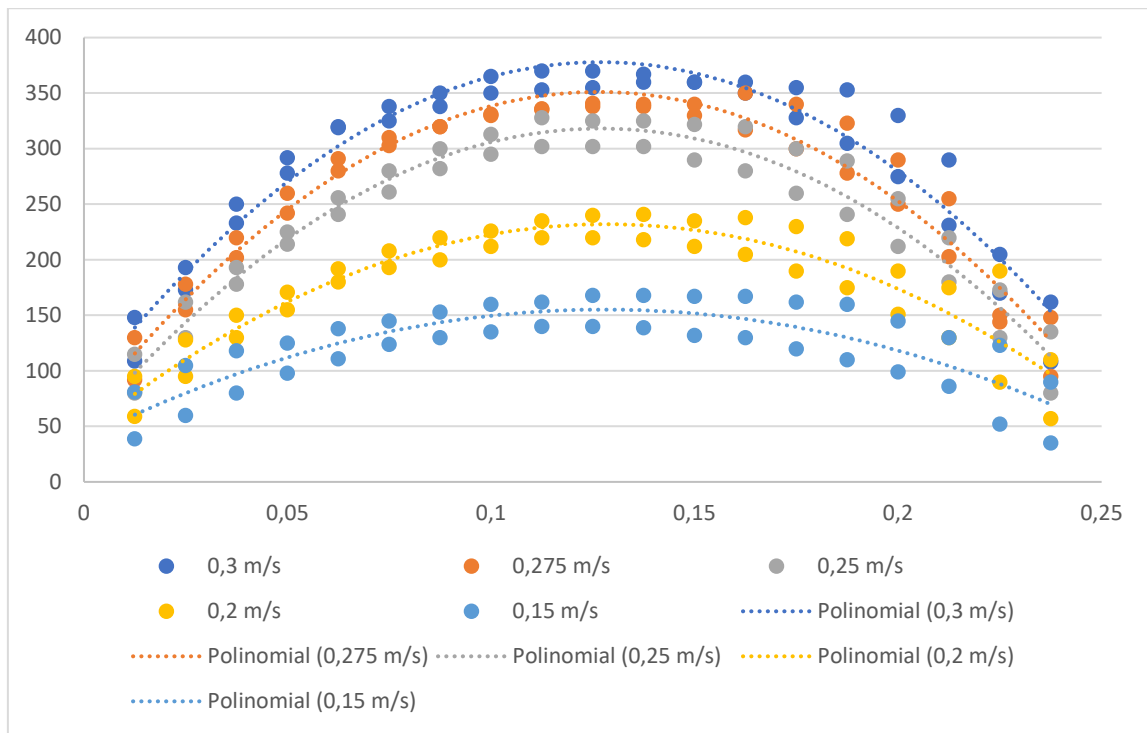


Figura 69 - Gráfico sub-amortecido

Na Tabela 28 estão as equações das retas da Figura 69.

Tabela 26 - Equações do gráfico

0.3 m/s	$y = -18305x^2 + 46407x + 83.776$	$R^2 = 0.9369$
0.275 m/s	$y = -18149x^2 + 45879x + 61.09$	$R^2 = 0,9475$
0.25 m/s	$y = -16778x^2 + 42604x + 47.62$	$R^2 = 0,946$
0.2 m/s	$y = -11363x^2 + 29191x + 44.487$	$R^2 = 0,8583$
0.15 m/s	$y = -7102.7x^2 + 1817x + 38.911$	$R^2 = 0,6924$

Sendo que $F_2 x^2 + F_1 x + F_0$ foi feita uma regressão linear para o C, Km e Kb.

Regressão linear do C deu origem ao gráfico da Figura 70.

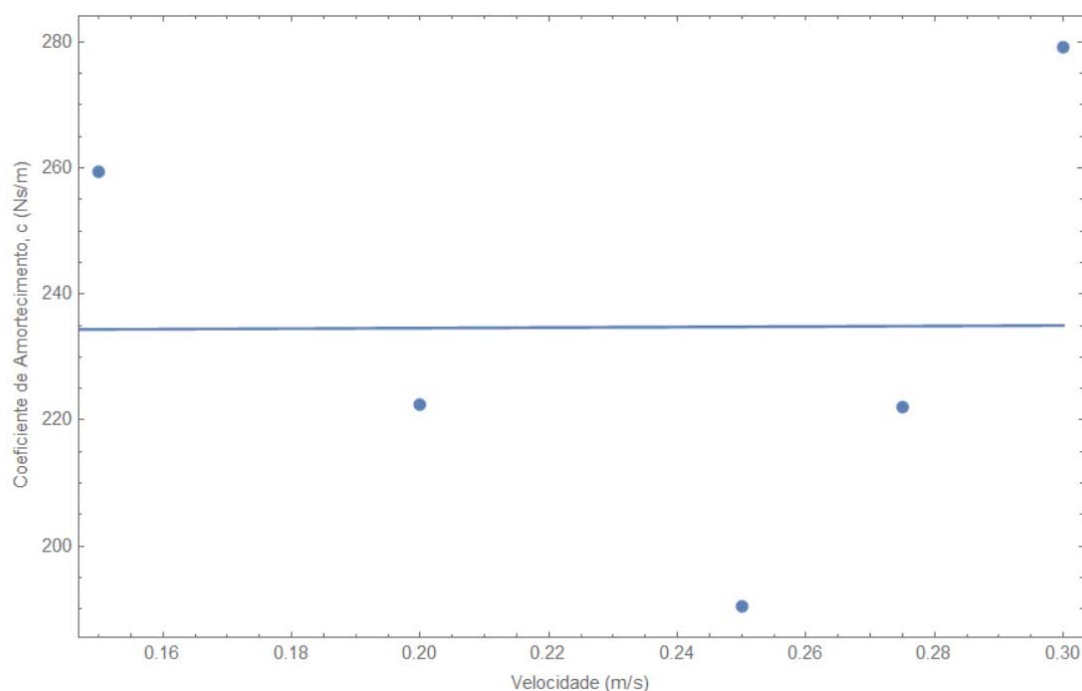


Figura 70 - Regressão linear do C

Deste gráfico retira-se a equação $233.77 + 4.1167 v$. Fazendo o cálculo desta equação para $v=0$ e $v=0.3$ entende-se que o declive que o gráfico mostra é quase insignificante, logo o valor de C vai ser de 233.77 Ns/m.

Regressão linear do Km deu origem ao gráfico da Figura 71.

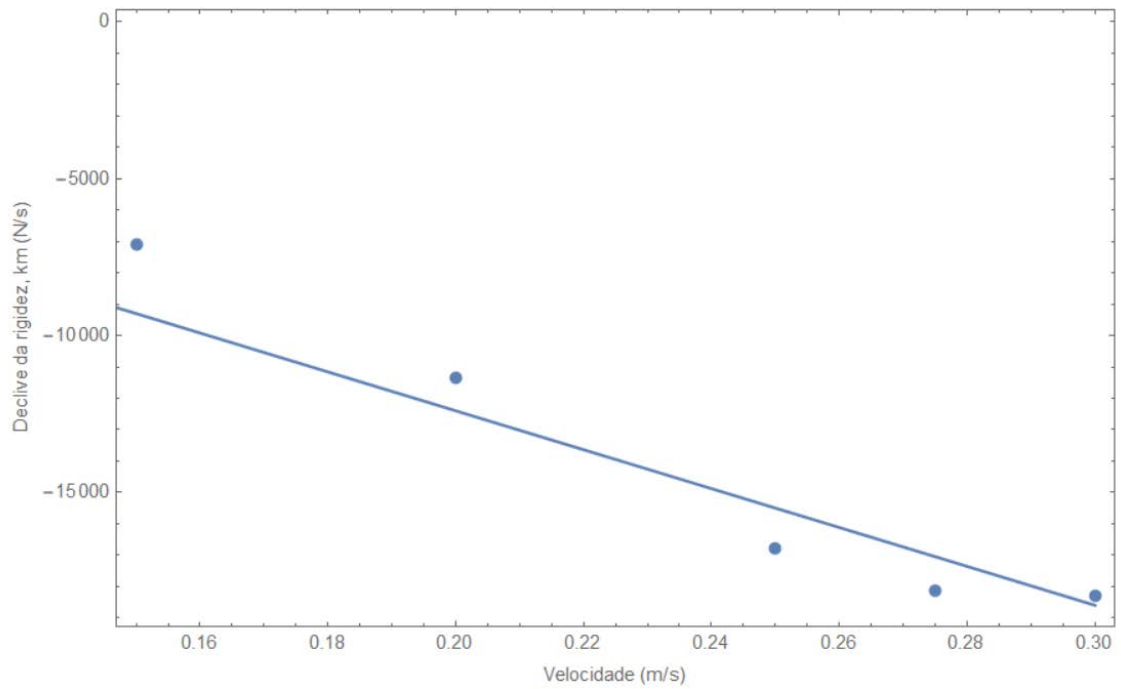


Figura 71 - Regressão linear do Km

Deste gráfico retira-se a equação $-61987 v$

Regressão linear do Kb deu origem ao gráfico da Figura 72.

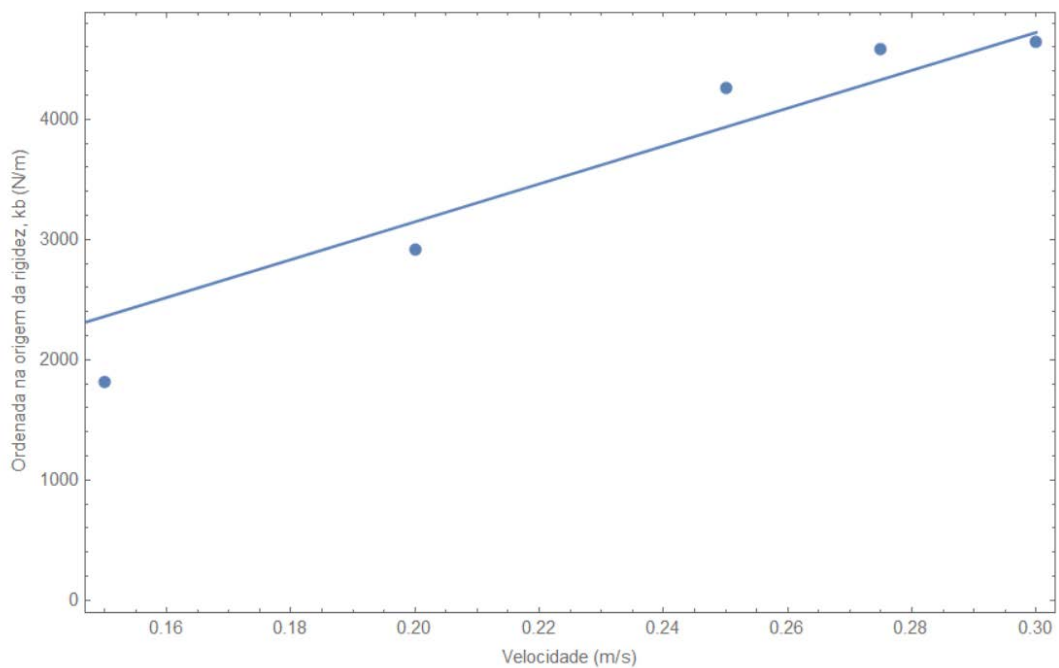


Figura 72 - Regressão linear do Kb

Deste gráfico retira-se a equação $15743.1 v$

Com estas duas regressões lineares de K_m e K_b podemos passar ao cálculo de K com estas duas equações $15743.1 v - 61987 v x$. Substituindo x por $0.005 m$ e v por $0.15m/s$ vai dar origem a um K de $2314.98 N/m$.

5.6 Comparação entre os dois tipos de suspensão

5.6.1 Matrizes para a equação de equilíbrio dinâmico

Como o conjunto mola-amortecedor usado pelo veículo do FS são ajustáveis tanto como na rigidez como no amortecimento, foram calculadas duas situações para cada um dos tipos de suspensão, foi calculado como se a mola fosse sub-amortecida e sobre-amortecida.

Para o *push-rod* se a mola for sobre-amortecida temos as matrizes K , M e C .

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 25349.1 & 0 & 2649.8 & -6109 & 0 & -6622.8 & 6622.8 & -6395.6 & 6395.6 \\ 0 & 0 & 1402.4 & 0 & 0 & 576.6 & -930.7 & -930.7 & -1955.3 & -1955.3 \\ 0 & 2649.8 & 0 & 15483.8 & -2098.8 & 0 & -5645.9 & 5645.9 & 4460.97 & -4460.9 \\ 0 & -6109 & 0 & -2098.8 & 1612.4 & 0 & 2071.7 & -2071.7 & 1048.7 & -1048.7 \\ 0 & 0 & 576.6 & 0 & 0 & 744.5 & 793.4 & 793.4 & -1363.8 & -1363.8 \\ 0 & -6622.8 & -930.7 & -5645.9 & 2071.7 & 793.4 & 6687.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6622.8 & -930.7 & 5645.9 & -2071.7 & 793.4 & 0 & 6687.8 & 0 & 0 \\ 0 & -6395.6 & -1955.3 & 4460.9 & 1048.7 & -1363.8 & 0 & 0 & 6687.8 & 0 \\ 0 & 6395.6 & -1955.3 & -4460.9 & -1048.7 & -1363.8 & 0 & 0 & 0 & 6687.8 \end{bmatrix} \text{ (N/m)}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5339.5 & 0 & 558.1 & -1286.7 & 0 & -1395.0 & 1395.0 & -1347.1 & 1347.1 \\ 0 & 0 & 295.4 & 0 & 0 & 121.4 & -196.0 & -196.0 & -411.8 & -411.8 \\ 0 & 558.1 & 0 & 3261.4 & -442.0 & 0 & -1189.2 & 1189.2 & 939.6 & -939.6 \\ 0 & -1286.7 & 0 & -442.0 & 339.6 & 0 & 436.3 & -436.3 & 220.9 & -220.9 \\ 0 & 0 & 121.4 & 0 & 0 & 156.8 & 167.1 & 167.1 & -287.2 & -287.2 \\ 0 & -1395.0 & -196.0 & -1189.2 & 436.3 & 167.1 & 1408.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1395.0 & -196.0 & 1189.2 & -436.3 & 167.1 & 0 & 1408.7 & 0 & 0 \\ 0 & -1347.1 & -411.8 & 939.6 & 220.9 & -287.2 & 0 & 0 & 1408.7 & 0 \\ 0 & 1347.1 & -411.8 & -939.6 & -220.9 & -287.2 & 0 & 0 & 0 & 1408.7 \end{bmatrix} \text{ (Ns/m)}$$

$$M = \begin{bmatrix} 338 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 338 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 338 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1661.2 & 3.63 & -57.88 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.63 & 4233.62 & -90.78 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -57.88 & -90.78 & 263.03 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{bmatrix} \text{ (Kg)}$$

Para o *push-rod* se a mola for sub-amortecida temos as matrizes K e M mostram um grau de liberdade igual a zero.

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8774.5 & 0 & 917.2 & -2114.6 & 0 & -2292.5 & 2292.5 & -2213.8 & 2213.8 \\ 0 & 0 & 485.5 & 0 & 0 & 199.6 & -322.2 & -322.2 & -676.8 & -676.8 \\ 0 & 917.2 & 0 & 5359.6 & -726.5 & 0 & -1954.3 & 1954.3 & 1544.2 & -1544.2 \\ 0 & -2114.6 & 0 & -726.5 & 558.2 & 0 & 717.1 & -717.1 & 363.0 & -363.0 \\ 0 & 0 & 199.6 & 0 & 0 & 257.7 & 274.7 & 274.7 & -472.1 & -472.1 \\ 0 & -2292.5 & -322.2 & -1954.3 & 717.1 & 274.7 & 2314.9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2292.5 & -322.2 & 1954.3 & -717.1 & 274.7 & 0 & 2314.9 & 0 & 0 \\ 0 & -2213.8 & -676.8 & 1544.1 & 363.0 & -472.1 & 0 & 0 & 2314.9 & 0 \\ 0 & 2213.8 & -676.8 & -1544.1 & -363.0 & -472.1 & 0 & 0 & 0 & 2314.9 \end{bmatrix} \text{ (N/m)}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 886.1 & 0 & 92.6 & -213.5 & 0 & -231.5 & 231.5 & -223.6 & 223.6 \\ 0 & 0 & 49.0 & 0 & 0 & 20.2 & -32.5 & -32.5 & -68.3 & -68.3 \\ 0 & 92.6 & 0 & 541.2 & -73.4 & 0 & -197.4 & 197.4 & 155.9 & -155.9 \\ 0 & -213.5 & 0 & -73.4 & 56.4 & 0 & 72.4 & -72.4 & 36.7 & -36.7 \\ 0 & 0 & 20.2 & 0 & 0 & 26.0 & 27.7 & 27.7 & -47.7 & -47.7 \\ 0 & -231.5 & -32.5 & -197.4 & 72.4 & 27.7 & 233.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 231.5 & -32.5 & 197.4 & -72.4 & 27.7 & 0 & 233.8 & 0 & 0 \\ 0 & -223.6 & -68.3 & 155.9 & 36.7 & -47.7 & 0 & 0 & 233.8 & 0 \\ 0 & 223.6 & -68.3 & -155.9 & -36.7 & -47.7 & 0 & 0 & 0 & 233.8 \end{bmatrix} \text{ (Ns/m)}$$

$$M = \begin{bmatrix} 338 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 338 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 338 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1661.2 & 3.63 & -57.88 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.63 & 4233.62 & -90.78 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -57.88 & -90.78 & 263.03 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{bmatrix} \text{ (Kg)}$$

Para o *pull-rod* se a mola for sobre-amortecida temos as matrizes K, M e C.

$$K = \begin{bmatrix} 665.8 & 793.5 & 0 & -460.3 & -791.2 & 0 & 0 & 0 & 1492.1 & -1492.1 \\ 793.5 & 12732.6 & 0 & 9499.7 & -479.6 & 0 & -6278.1 & 6278.1 & 1778.2 & -1778.2 \\ 0 & 0 & 13353.0 & 791.2 & 209.4 & 5295.4 & -2304.9 & -2304.9 & 6272.0 & 6272.0 \\ -460.3 & 9499.7 & 791.2 & 8937.8 & 956.1 & 447.2 & -5352.11 & 5352.1 & -609.9 & 1453.5 \\ -791.2 & -479.6 & 209.4 & 956.1 & 962.1 & 118.4 & -246.7 & 246.7 & -1661.4 & 1884.7 \\ 0 & 0 & 5295.4 & 447.2 & 118.4 & 4913.5 & 1964.9 & 1964.9 & 3545.3 & 3545.3 \\ 0 & -6278.1 & -2304.9 & -5352.1 & -246.7 & 1964.9 & 6687.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6278.1 & -2304.9 & 5352.1 & 246.7 & 1964.9 & 0 & 6687.8 & 0 & 0 \\ 1492.1 & 1778.2 & 6272.0 & -609.9 & -1661.4 & 3545.3 & 0 & 0 & 6687.8 & 0 \\ -1492.1 & -1778.2 & 6272.0 & 1453.5 & 1884.7 & 3545.3 & 0 & 0 & 0 & 6687.8 \end{bmatrix} \text{ (N/m)}$$

$$C = \begin{bmatrix} 140.2 & 167.1 & 0 & -96.9 & -166.6 & 0 & 0 & 0 & 314.3 & -314.3 \\ 167.1 & 2681.9 & 0 & 2001.0 & -101.0 & 0 & -1322.4 & 1322.4 & 374.5 & -374.5 \\ 0 & 0 & 2812.6 & 166.6 & 44.1 & 1115.4 & -485.5 & -485.5 & 1321.1 & 1321.1 \\ -96.9 & 2001.0 & 166.6 & 1882.6 & 201.4 & 94.2 & -1127.3 & 1127.3 & -128.4 & 306.1 \\ -166.6 & -101.0 & 44.1 & 201.4 & 202.6 & 24.9 & -51.9 & 51.9 & -349.9 & 397.0 \\ 0 & 0 & 1115.4 & 94.2 & 24.9 & 1034.9 & 413.8 & 413.8 & 746.7 & 746.7 \\ 0 & -1322.4 & -485.5 & -1127.3 & -51.9 & 413.8 & 1408.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1322.4 & -485.5 & 1127.3 & 51.9 & 413.8 & 0 & 1408.7 & 0 & 0 \\ 314.3 & 374.5 & 1321.1 & -128.4 & -349.9 & 746.7 & 0 & 0 & 1408.7 & 0 \\ -314.3 & -374.5 & 1321.1 & 306.1 & 397.0 & 746.7 & 0 & 0 & 0 & 1408.7 \end{bmatrix} \text{ (Ns/m)}$$

$$M = \begin{bmatrix} 338 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 338 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 338 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1661.2 & 3.63 & -57.88 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.63 & 4233.62 & -90.78 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -57.88 & -90.78 & 263.03 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{bmatrix} \text{ (Kg)}$$

Para o *pull-rod* se a mola for sub-amortecida temos as matrizes K, M e C.

$$K = \begin{bmatrix} 230.5 & 274.7 & 0 & -159.4 & -273.9 & 0 & 0 & 0 & 516.5 & -516.5 \\ 274.7 & 4407.4 & 0 & 3288.3 & -166.0 & 0 & -2173.2 & 2173.2 & 615.5 & -615.5 \\ 0 & 0 & 4622.1 & 273.9 & 72.5 & 1833.0 & -797.8 & -797.8 & 2171.1 & 2171.1 \\ -159.4 & 3288.3 & 273.9 & 3093.8 & 330.9 & 154.8 & -1852.6 & 1852.6 & -211.1 & 503.5 \\ -273.9 & -166.0 & 72.5 & 330.9 & 333.0 & 40.9 & -85.4 & 85.4 & -575.1 & 652.4 \\ 0 & 0 & 1833.0 & 154.8 & 40.9 & 1700.8 & 680.2 & 680.2 & 1227.2 & 1227.2 \\ 0 & -2173.2 & -797.8 & -1852.6 & -85.4 & 680.2 & 2314.9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2173.2 & -797.8 & 1852.6 & 85.4 & 680.2 & 0 & 2314.9 & 0 & 0 \\ 516.5 & 615.5 & 2171.1 & -211.1 & -575.1 & 1227.2 & 0 & 0 & 2314.9 & 0 \\ -516.5 & -615.5 & 2171.1 & 503.1 & 652.4 & 1227.2 & 0 & 0 & 0 & 2314.9 \end{bmatrix} \text{ (N/m)}$$

$$C = \begin{bmatrix} 23.3 & 27.7 & 0 & -16.1 & -27.7 & 0 & 0 & 0 & 52.2 & -52.2 \\ 27.7 & 445.1 & 0 & 332.1 & -16.8 & 0 & -219.5 & 219.5 & 62.2 & -62.2 \\ 0 & 0 & 466.8 & 27.7 & 7.3 & 185.1 & -80.6 & -80.6 & 219.2 & 219.2 \\ -16.1 & 332.1 & 27.7 & 312.4 & 33.4 & 15.6 & -187.1 & 187.1 & -21.3 & 50.8 \\ -27.7 & -16.8 & 7.3 & 33.4 & 33.6 & 4.1 & -8.6 & 8.6 & -58.1 & 65.9 \\ 0 & 0 & 185.1 & 15.6 & 4.1 & 171.8 & 68.7 & 68.7 & 123.9 & 123.9 \\ 0 & -219.5 & -80.6 & -187.1 & -8.6 & 68.7 & 233.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 219.5 & -80.6 & 187.1 & 8.6 & 68.7 & 0 & 233.8 & 0 & 0 \\ 52.2 & 62.2 & 219.2 & -21.3 & -58.1 & 123.9 & 0 & 0 & 233.8 & 0 \\ -52.2 & -62.2 & 219.2 & 50.8 & 65.9 & 123.9 & 0 & 0 & 0 & 233.8 \end{bmatrix} \text{ (Ns/m)}$$

$$M = \begin{bmatrix} 338 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 338 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 338 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1661.2 & 3.63 & -57.88 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.63 & 4233.62 & -90.78 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -57.88 & -90.78 & 263.03 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11 \end{bmatrix} \text{ (Kg)}$$

Como se pode observar no *push-rod* há uma linha e uma coluna das matrizes de amortecimento e rigidez que é zero, portanto, nessa direção o sistema comporta-se como um mecanismo de corpo rígido. A principal explicação deste fenómeno é que, ao contrário do *pull-rod* as suspensões *push-rod* estão no plano YZ (a direção não tem componente em x). Assim, os amortecedores não vão afetar o movimento do chassis na direção x, pelo menos nos termos de primeira ordem (como as equações da dinâmica foram linearizadas, quaisquer termos de ordem superior são eliminados).

5.6.2 Frequências Naturais

Com as matrizes em cima colocamos na equação de equilíbrio dinâmico e obtemos os valores próprios de cada sistema. Conseguindo assim retirar as frequências naturais.

Para o *push-rod* sobre-amortecido:

$$\begin{bmatrix} 0. + 148.31i \\ 0. + 136.26i \\ 0. + 128.64i \\ 0. + 124.29i \\ 0. + 4.93i \\ 0. + 4.92i \\ 0. + 4.91i \\ 0. + 4.90i \end{bmatrix} \text{ (rad/s)}$$

Para o *pull-rod* sobre-amortecido:

$$\begin{bmatrix} 0. + 144.58i \\ 0. + 138.10i \\ 0. + 133.34i \\ 0. + 124.05i \\ 0. + 4.93i \\ 0. + 4.92i \\ 0. + 4.91i \\ 0. + 4.90i \end{bmatrix} \text{ (rad/s)}$$

Para o *push-rod* sub-amortecido:

$$\begin{bmatrix} 9.49 + 12.71i \\ -9.49 + 12.71i \\ 9.73 + 11.71i \\ -9.73 + 11.71i \\ 9.83 + 11.08i \\ -9.83 + 11.08i \\ 9.86 + 10.72i \\ -9.86 + 10.72i \end{bmatrix} \text{ (rad/s)}$$

Para o *pull-rod* sub-amortecido:

$$\begin{bmatrix} 9.58 + 12.40i \\ -9.58 + 12.40i \\ 9.70 + 11.86i \\ -9.70 + 11.86i \\ 9.77 + 11.47i \\ -9.77 + 11.47i \\ 9.87 + 10.70i \\ -9.87 + 10.70i \end{bmatrix} \text{ (rad/s)}$$

Como se pode observar as frequências naturais do *push-rod* e *pull-rod* em sobre-amortecido são imaginários puros logo não há movimento harmónico oscilatório o que confirma que são sobre-amortecidos, as frequências naturais também são quase iguais, as diferenças são irrelevantes entre os dois sistemas. Em sub-amortecido também são quase iguais mais uma vez as diferenças são irrelevantes.

5.6.3 Gráficos

Como se pode ver nas matrizes de K, C e M temos 10 graus de liberdade, estes são x, y, z, rotação em θ , ϕ e ψ e as posições da roda 1, 2, 3 e 4. De seguida apresentam-se os diagramas de bode em amplitude e em fase relativos ao grau de liberdade da posição da roda 2. Os restantes diagramas de bode em amplitude e fase encontram-se no Anexo – C.

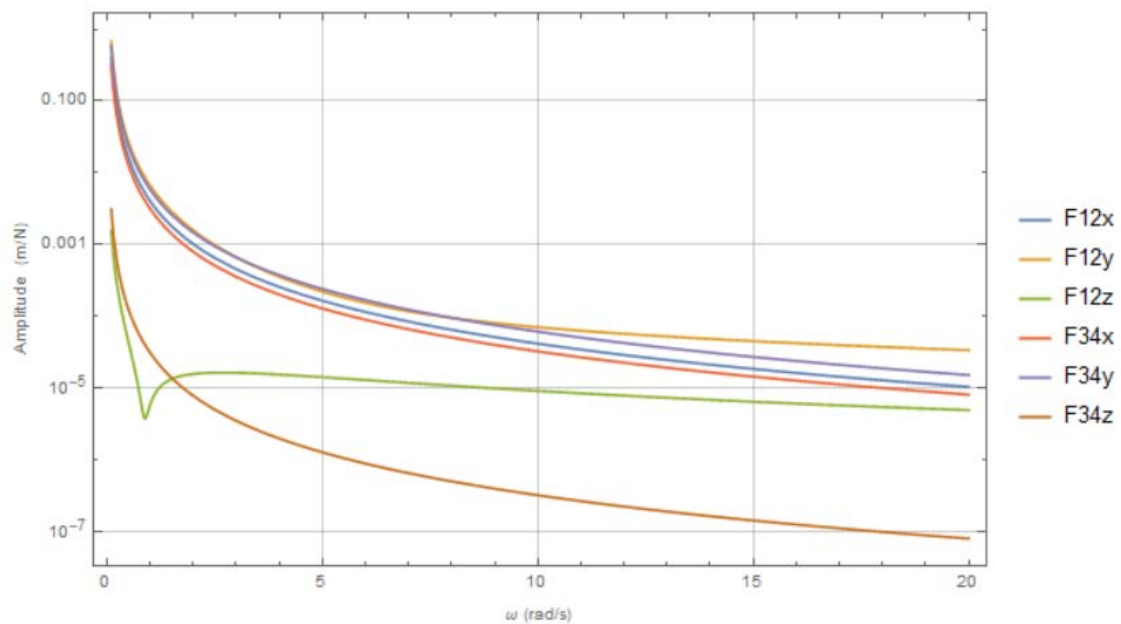


Figura 73 - Diagrama de Bode da amplitude para o *push-rod* em sobre-amortecido

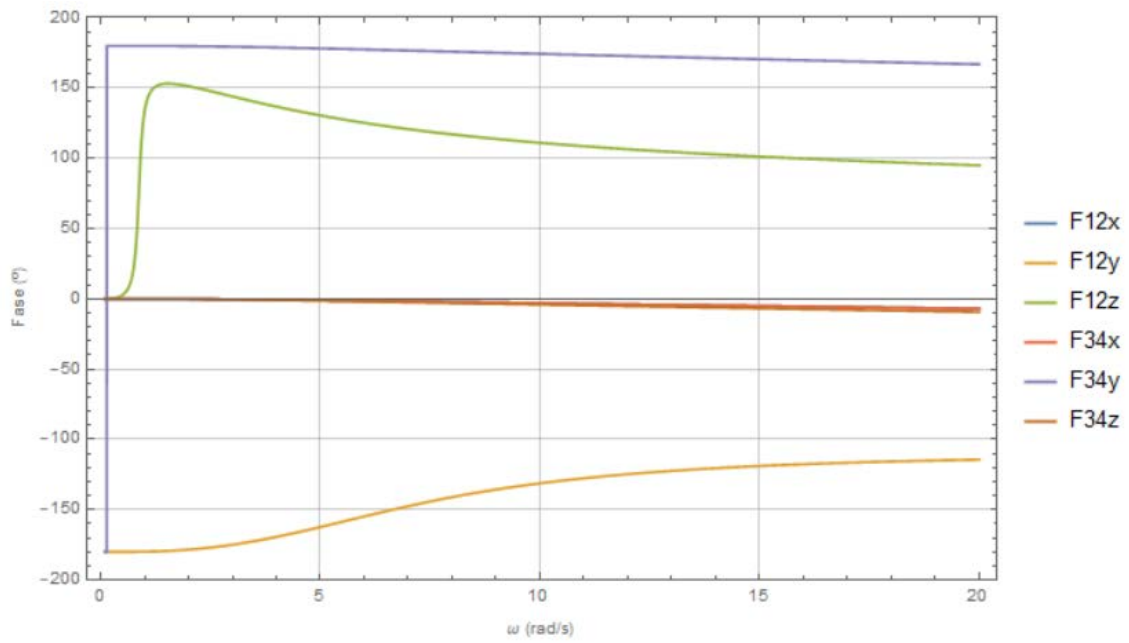


Figura 74 - Diagrama de Bode da fase para o push-rod em sobre-amortecido

Pull-rod sobre-amortecido

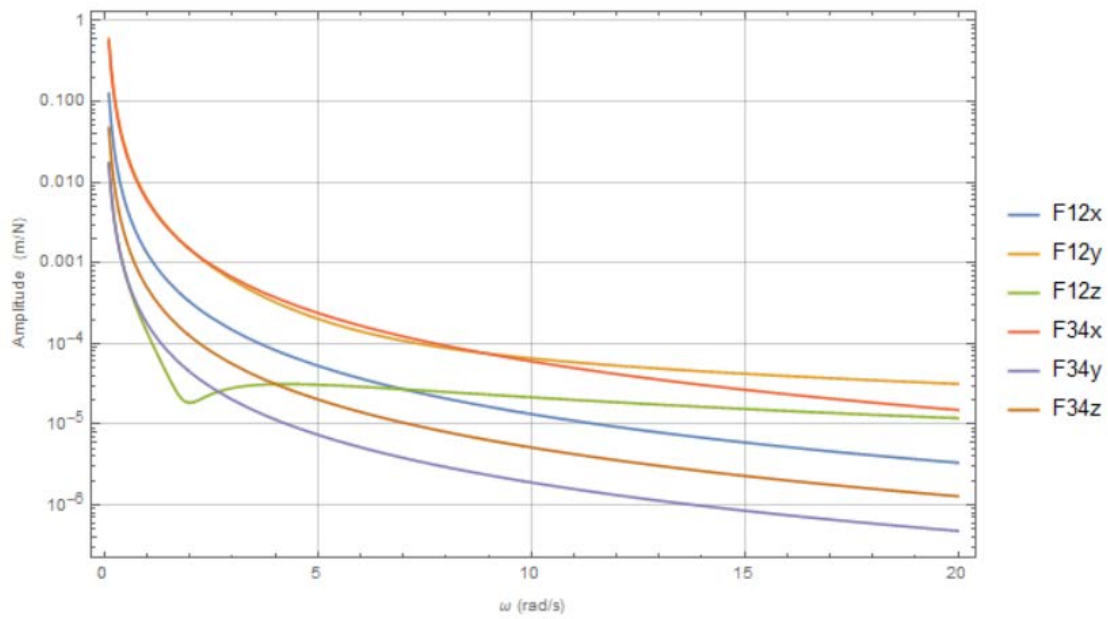


Figura 75 - Diagrama de Bode da amplitude para o pull-rod em sobre-amortecido

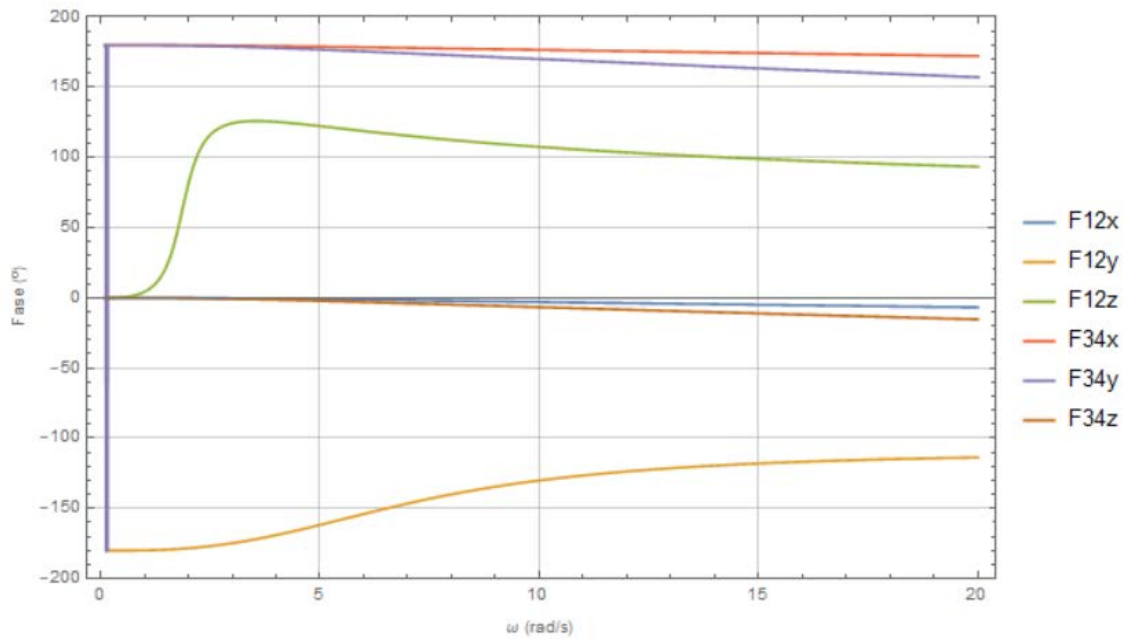


Figura 76 - Diagrama de Bode da fase para o pull-rod em sobre-amortecido

Em sistemas sobre-amortecidos temos uma ressonância, que acontece devido à força F12z e no grau de liberdade da posição da roda 2. Comparando os dois sistemas *pull-rod* e *push-rod* observamos que os dois sistemas têm comportamentos muito semelhantes o que leva aos gráficos de amplitude e fase sejam muito parecidos.

Push-rod sub-amortecido

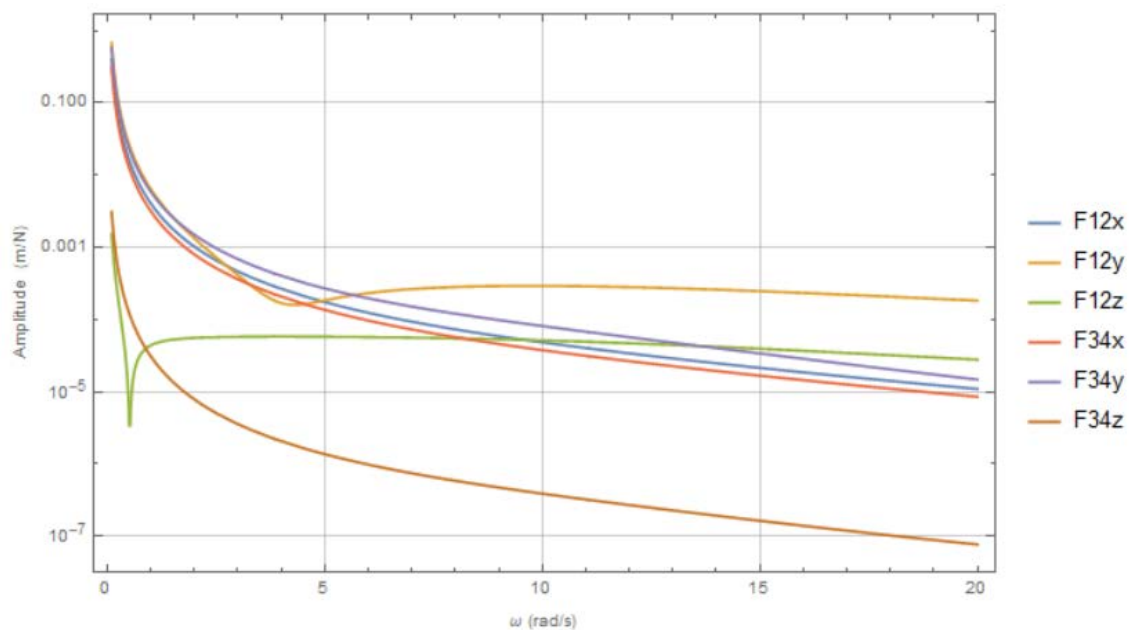


Figura 77 - Diagrama de Bode da amplitude para o push-rod em sub-amortecido

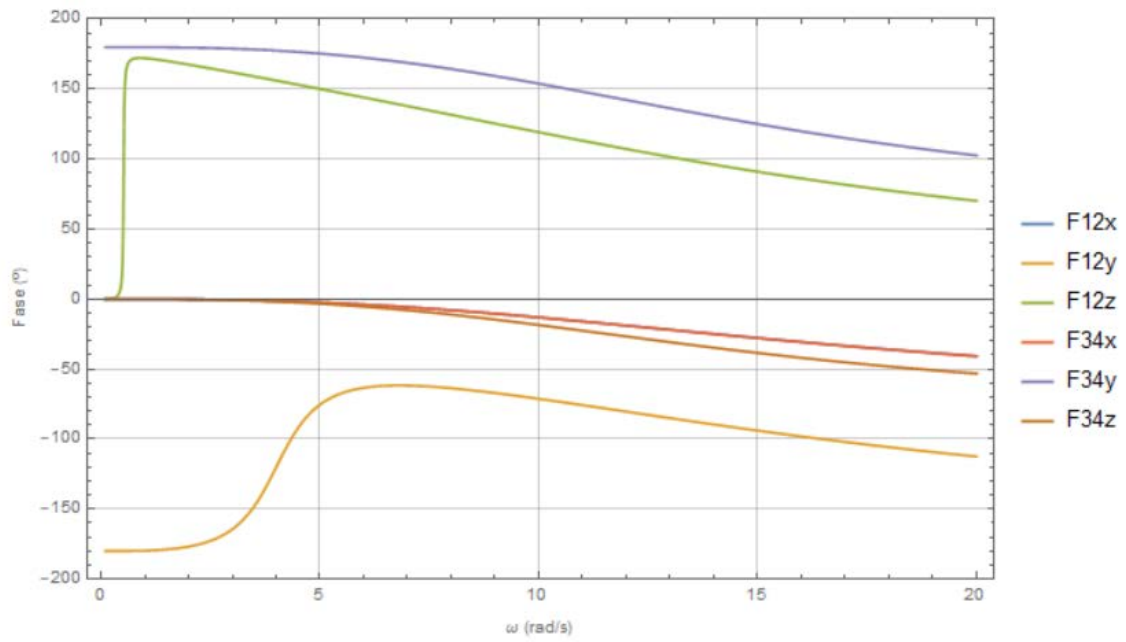


Figura 78 - Diagrama de Bode da fase para o push-rod em sub-amortecido

Pull-rod sub-amortecido

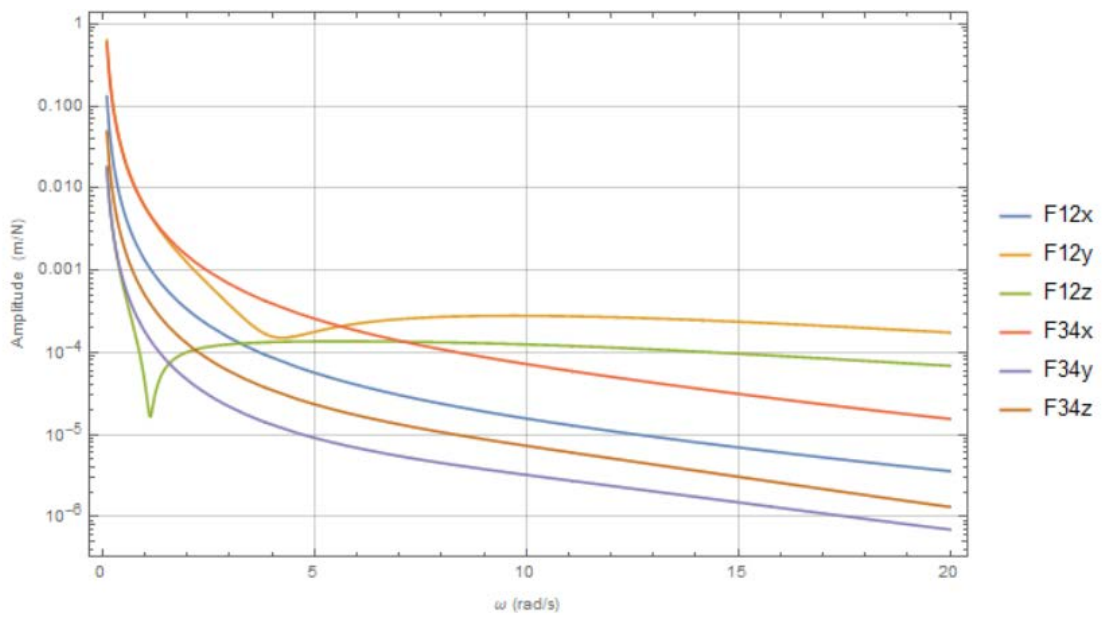


Figura 79 - Diagrama de Bode da amplitude para o pull-rod em sub-amortecido

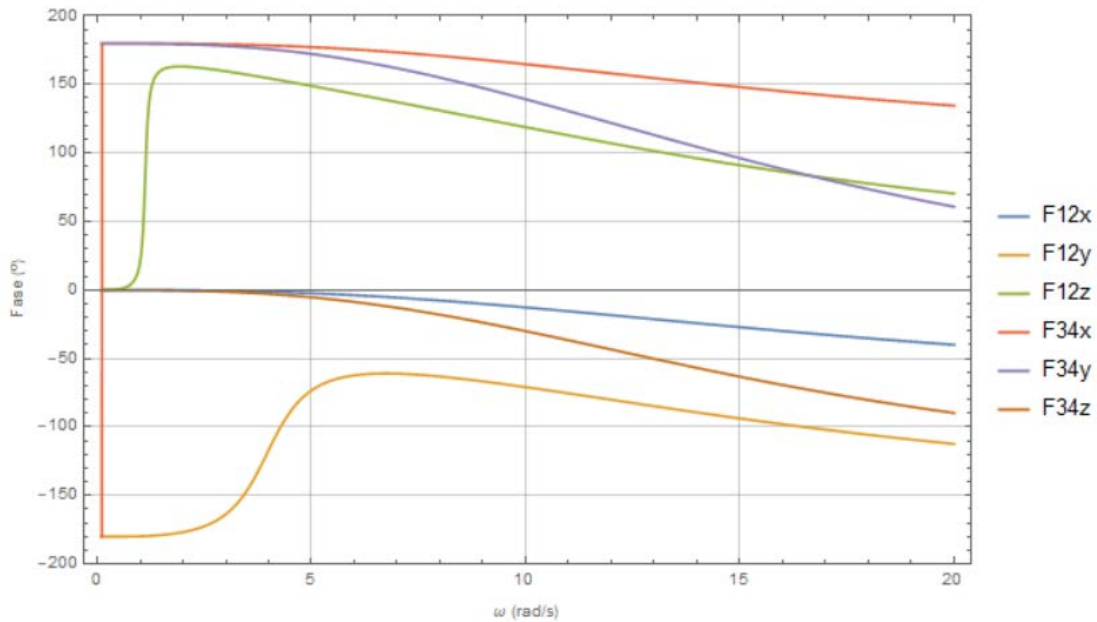


Figura 80 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sub-amortecido

Conseguimos ver que há uma ressonância no sistema *push-rod* e *pull-rod* e nos dois sistemas a ressonância é entre os 0 rad/s os 5 rad/s, o que quer dizer que os dois sistemas se estão a portar de forma semelhante. Comparando os gráficos amplitude e fase, para além de terem a frequência de ressonância muito semelhante, os próprios gráficos também são muito parecidos.

Tendo analisado os dois sistemas *pull-rod* e *push-rod* conseguimos perceber que estes dois tipos de suspensão comportam-se de maneira muito semelhante. Conseguimos também ver que as frequências são muito baixas às pequenas dimensões do veículo.

5.7 Modos de Vibração em SW Simulation

Com os modelos feitos em SW foi usada mais uma vez o *simulation* do SW, mas desta vez em vez do *static* foi usado o modo de *frequency*, com este modo o programa deu resultados dizendo quantos modos de vibração existem e qual a frequência desse modo de vibração. Sendo estes modos de vibração da estrutura da suspensão. Com isto construiu-se a Tabela 29 que mostra que as frequências naturais dos 5 modos de vibração dos modelos, como por exemplo nas Figuras 81 à 85 os modos de vibração na dianteira aplicados no sistema *pull-rod*. Dentro do mesmo modo de vibração são muito idênticas, as diferenças são insignificantes, mas se formos ao pormenor percebe-se que no sistema

de suspensão *pull-rod* quer na dianteira, quer na traseira, os valores de frequência são ligeiramente inferiores aos do sistema de suspensão *push-rod*. Estas ligeiras diferenças não são significantes logo com estes modos de vibração os dois sistemas de suspensão são idênticos.

Tabela 27 - Modos de vibração em SW Simulation

Modos de Vibração	1	2	3	4	5
Dianteira <i>Pull-Rod</i>	1075,15 rad/s	1431,31 rad/s	3010,52 rad/s	4175,42 rad/s	4436,18 rad/s
Dianteira <i>Push-Rod</i>	1113,38 rad/s	1484,27 rad/s	3119,03 rad/s	3743,71 rad/s	4347,33 rad/s
Traseira <i>Pull-Rod</i>	914,64 rad/s	1390,97 rad/s	2873,36 rad/s	2986,46 rad/s	3122,61 rad/s
Traseira <i>Push-Rod</i>	1055,95 rad/s	1446,95 rad/s	2671,04 rad/s	2878,26 rad/s	3196,94 rad/s

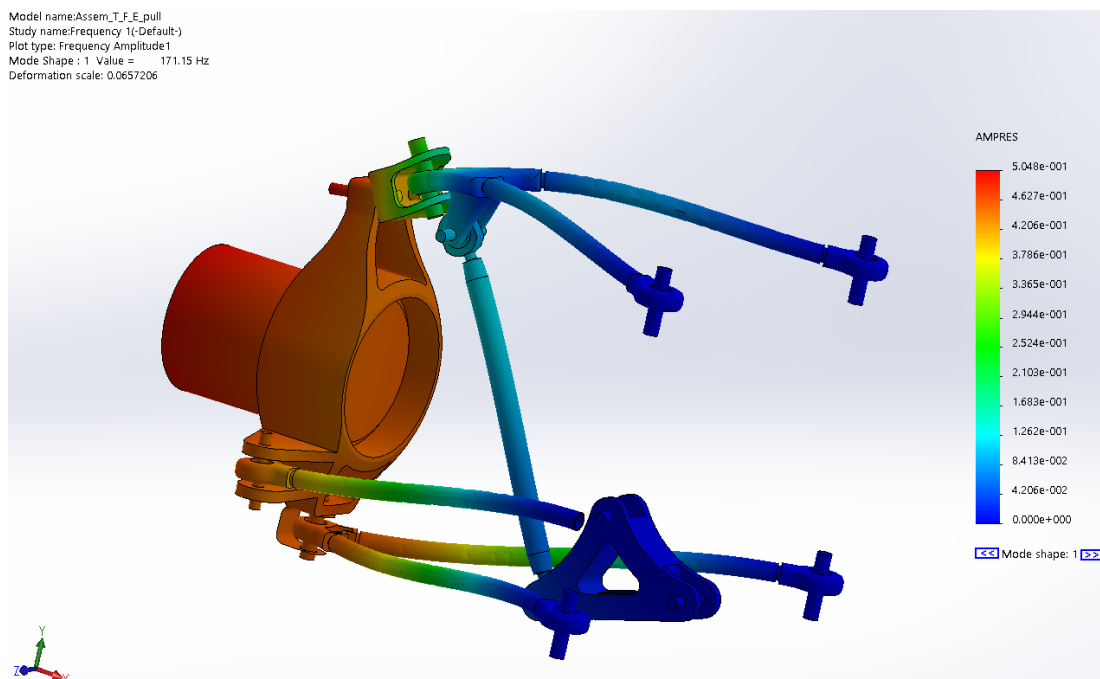


Figura 81 - Primeiro modo de vibração na dianteira com o sistema *pull-rod*

Model name: Assem_T_F_E_pull
Study name: Frequency 1(-Default-)
Plot type: Frequency Amplitude2
Mode Shape : 2 Value = 227.8 Hz
Deformation scale: 0.0445589

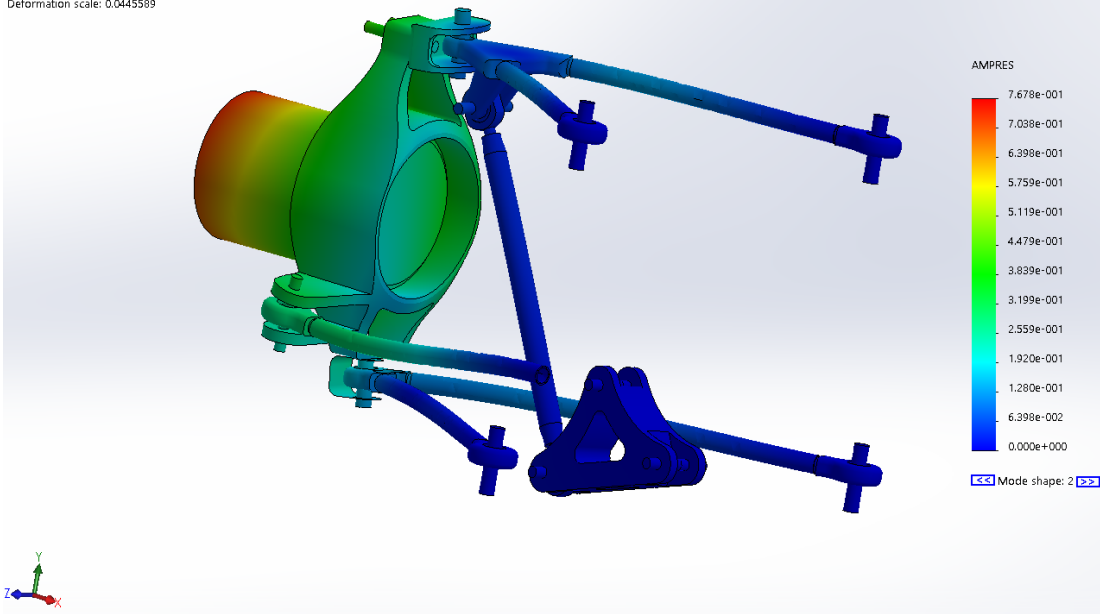


Figura 82 - Segundo modo de vibração na dianteira com o sistema pull-rod

Model name: Assem_T_F_E_pull
Study name: Frequency 1(-Default-)
Plot type: Frequency Amplitude3
Mode Shape : 3 Value = 479.14 Hz
Deformation scale: 0.048266

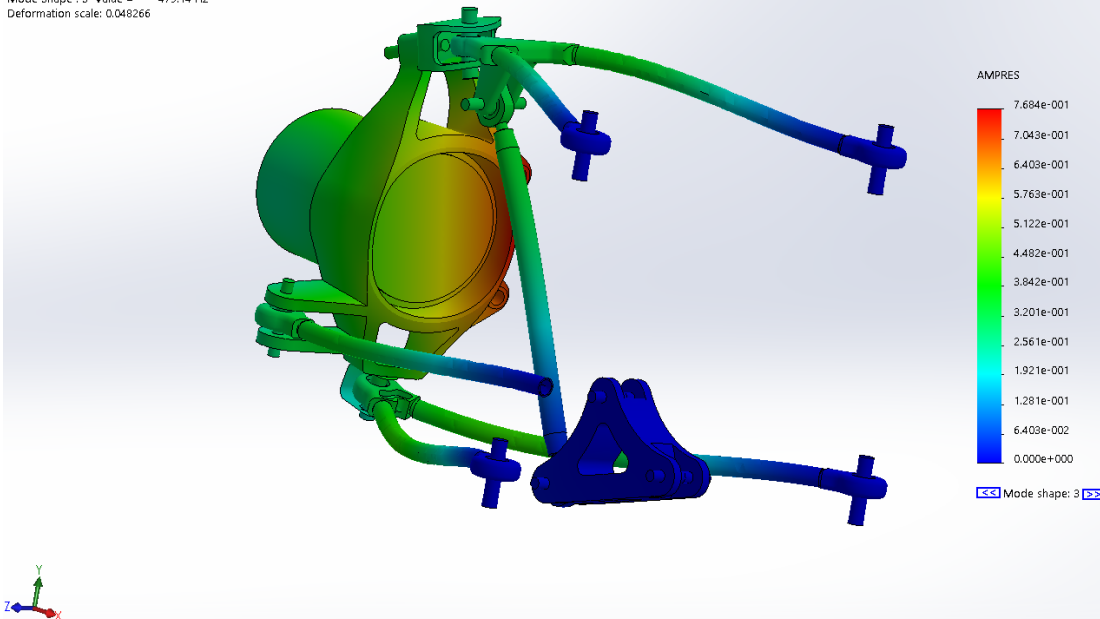


Figura 83 - Terceiro modo de vibração na dianteira com o sistema pull-rod

Model name:Assem_T_F_E_pull
Study name:Frequency 1(-Default-)
Plot type: Frequency Amplitude4
Mode Shape : 4 Value = 664.54 Hz
Deformation scale: 0.0213295

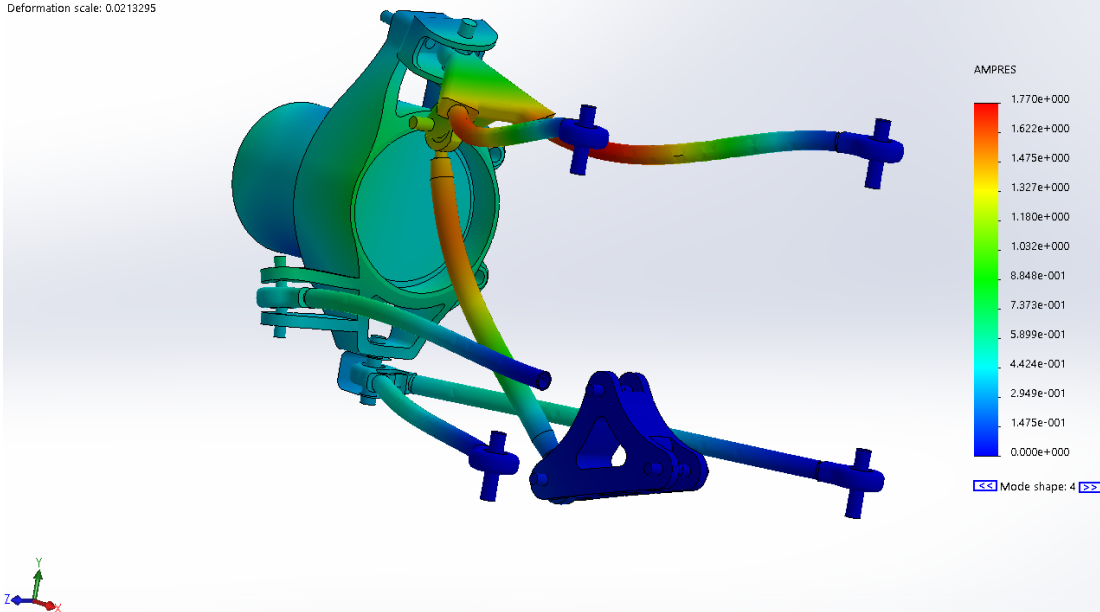


Figura 84 - Quarto modo de vibração na dianteira com o sistema pull-rod

Model name:Assem_T_F_E_pull
Study name:Frequency 1(-Default-)
Plot type: Frequency Amplitude5
Mode Shape : 5 Value = 706.04 Hz
Deformation scale: 0.0156941

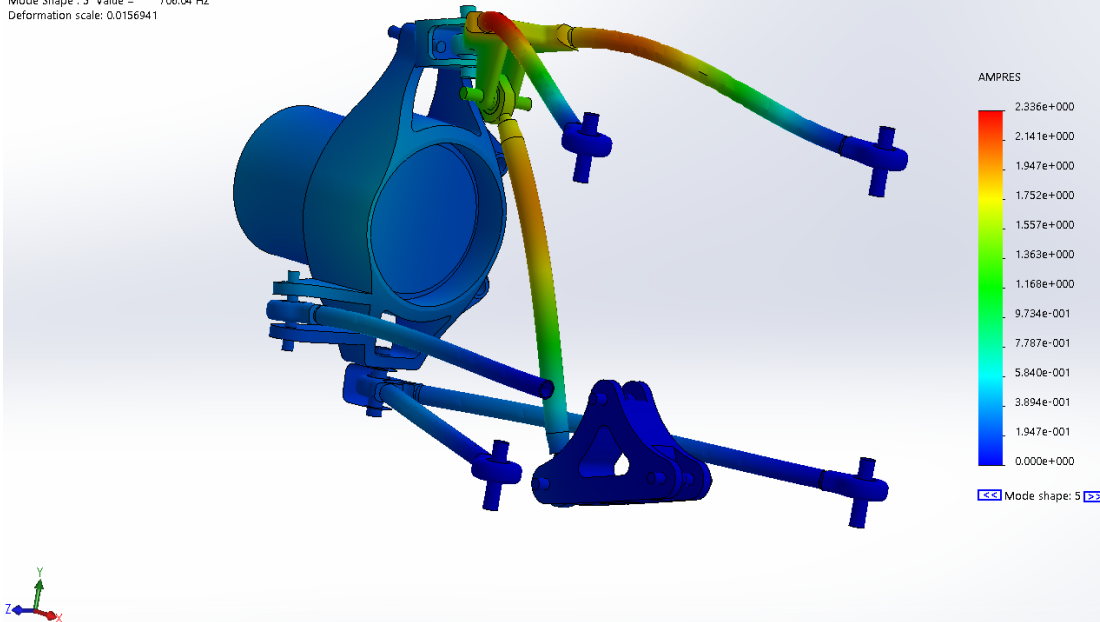


Figura 85 - Quinto modo de vibração na dianteira com o sistema pull-rod

6 Conclusões

Neste trabalho comparou-se o comportamento de dois tipos de suspensão que são usados em veículos *Fórmula Student*, o *push-rod* e *pull-rod*. Para isso, os dois sistemas foram modelados no SW e foram analisados estática e dinamicamente de forma a comparar os seus desempenhos.

Com as pesquisas efetuadas para este trabalho, averiguou-se que os dois sistemas de suspensão são muito parecidos, daí a importância deste trabalho para se compreender se os dois tipos de suspensão apresentam um igual desempenho ou se um exibe melhor desempenho que o outro e qual. Os estudos revelam que se estática e dinamicamente ambos os sistemas forem idênticos, a escolha por uma opção ou outra baseia-se na forma como está estruturado o automóvel.

Na realização das análises estáticas elaboradas neste trabalho verificou-se vários casos de carregamentos exercidos nestes sistemas. Consequentemente as cargas exercidas são transferidas ao chassis e aos componentes da suspensão de maneira idêntica, observando-se assim que os dois sistemas de suspensão são muito semelhantes.

No sistema *pull-rod*, identifica-se uma ligeira dependência não linear da carga na posição vertical da roda. Porém, por uma margem quase irrelevante o sistema de *push-rod* é melhor para a dianteira do veículo, mas para a traseira o melhor sistema é o *pull-rod* com algumas diferenças na propagação das forças pelos sistemas. Sendo também que outras das vantagens do sistema *push-rod* é a maior facilidade de ajuste dos parâmetros da suspensão durante uma prova.

De seguida, foram realizadas análises dinâmicas onde se destaca que as frequências naturais são muito idênticas, quase iguais, mas nas matrizes de rigidez (K) e de amortecimento (C) percebe-se que há uma ligeira diferença. No *push-rod* há uma independência do movimento relativamente a uma direção, o que não acontece com o *pull-rod*. Ou seja, quando há uma força nessa direção, o sistema *push-rod* não vai reagir, ao contrário do sistema *pull-rod*.

De acordo com os resultados obtidos, o melhor sistema de suspensão é o sistema *push-rod* na parte dianteira e para a parte traseira o sistema *pull-rod*, essencialmente devido às análises estáticas, pois dinamicamente os dois sistemas são muito parecidos.

Deve, no entanto, ser referido que os resultados deste estudo estão limitados pois a sua validade é restrita a pequenas deformações. Verificou-se que o amortecedor utilizado tem um comportamento altamente não-linear pelo que será de estudar este componente tendo em conta esta não linearidade e assim permitir uma conclusão mais fidedigna do comportamento dinâmico do mesmo.

Bibliografia

- [1] Afonso Ferreira, ISEL Formula Student Vehicle Dynamics, 2017.
- [2] Unb, U. D. B. (2015). Autor: Vinícius Resende Rocha Orientadora: Suzana Moreira Ávila Análise de uma Suspensão para um Veículo de fórmula SAE.
- [3] Saurabh, Y. S., Kumar, S., Jain, K. K., Behera, S. K., Gandhi, D., Raghavendra, S., & Kalita, K. Design of Suspension System for Formula Student Race Car, *Procedia Engineering*, 144, 1138–1149, 2016
- [4] Barroso, D. A., Bessa, J. A., Bezerra, C. A. D., De Moraes, J. L., & Alexandria, A. R. de. Análise Do Balancim Da Suspensão Do Protótipo Fórmula Sae, por Método De Elementos Finitos. *Holos*, 5, 170, 2015.
- [5] <https://www.razaoautomovel.com/2011/12/autopedia-os-varios-tipos-de-suspensoes-2> Acedido a 27/12/2017 às 10h36
- [6] Beckley, S., GygrynuK, K., Hilferty, J., & Teri, M. Team FSAE Suspension Final Presentation to Engineering Panel, 2010.
- [7] Zhu, B., & Sun, N. Design and Optimization of FSAE Race Car suspension system, (Icmeis), 1019–1022, 2015.
- [8] <https://www.isel.pt/candidatos/atividades-extra-curriculares/formula-student> Acedido a 23/01/2018 às 10h49
- [9] <http://www.carrosinfoco.com.br/carros/2014/02/entenda-a-suspensao-pull-rod-e-push-rod-dos-carros-formula-1/> Acedido a 21/02/2018 às 9h27
- [10] <http://www.autoracing.com.br/f1-suspensao-push-rod-vs-pull-rod/> Acedido a 22/09/2017 às 16h56
- [11] http://www.formula1-dictionary.net/pushrod_pullrod.html Acedido a 13/10/2017 às 11h38

- [12] http://thecartech.com/subjects/auto_eng2/Roll_Center.htm Acedido a 27/02/2018 às 15h52
- [13] <http://www.racecar-engineering.com/cars/aston-university/> Acedido a 19/02/2018 às 10h30
- [14] Bravo, D. M. Projeto Cinemático da Suspensão e Direção de um Projeto Cinemático da Suspensão e Direção de um Veículo de Fórmula SAE Elétrico, 2013.
- [15] Reynolds, A., Angeliu, K., Moser, T., & Martins, B. Design and Optimization of a Fsae Vehicle, Major Qualifying Project, 2015.
- [16] <http://www.rapid-racer.com/suspension.php> Acedido a 13/10/2017 às 12h40
- [17] Abe, M. Fundamentals of Vehicle Dynamics. *Vehicle Handling Dynamics*, Society of Automotive Engineers, Inc. 400 Commonwealth Drive Warrendale. PA 151096-000 , 2015.
- [18] <https://ciadecarros.wordpress.com/2011/06/18/transmissao-parte-i/>
Acedido:10/09/2018 16h26
- [19] <https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/fisica/enetendendo-motor-um-carro.htm>
Acedido:10/09/2018 16h30
- [20] <https://slideplayer.com.br/slide/42913/> Acedido:10/09/2018 16h32
- [21] <https://www.manutencaoesuprimentos.com.br/fundamentos-do-sistema-hidraulico/>
Acedido:10/09/2018 16h35
- [22] http://www.encyclopediaf1.com.br/por_dentro_da_f1/suspensao Acedido:
10/09/2018 16h46
- [23] Diaz, A., Fernandez, O., Gonzalez, R., & Ramos, C. EML 4905 Senior Design Project FSAE 2015 Chassis and Suspension Final Report, 2014.
- [24] https://en.wikipedia.org/wiki/Scrub_radius Acedido a 16/11/2018 18h50

Anexo – A

Suspensão dianteira caso 1 com a tensão máxima de 30 MPa

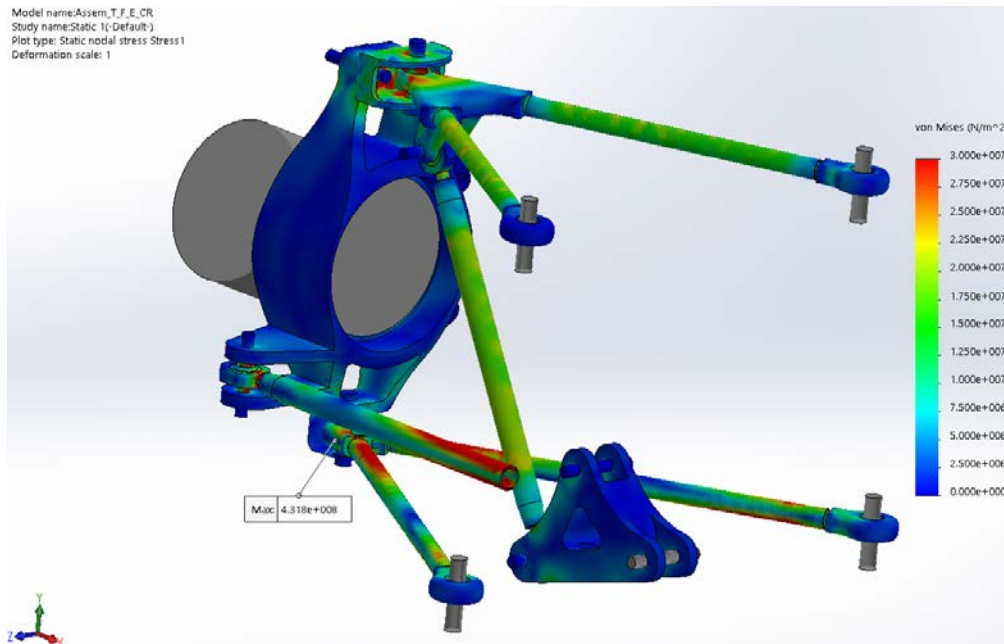


Figura A-1 - Diagrama de Von Mises para a suspensão dianteira no sistema Pull-Rod para o caso 1 com a tensão máxima de 30 MPa

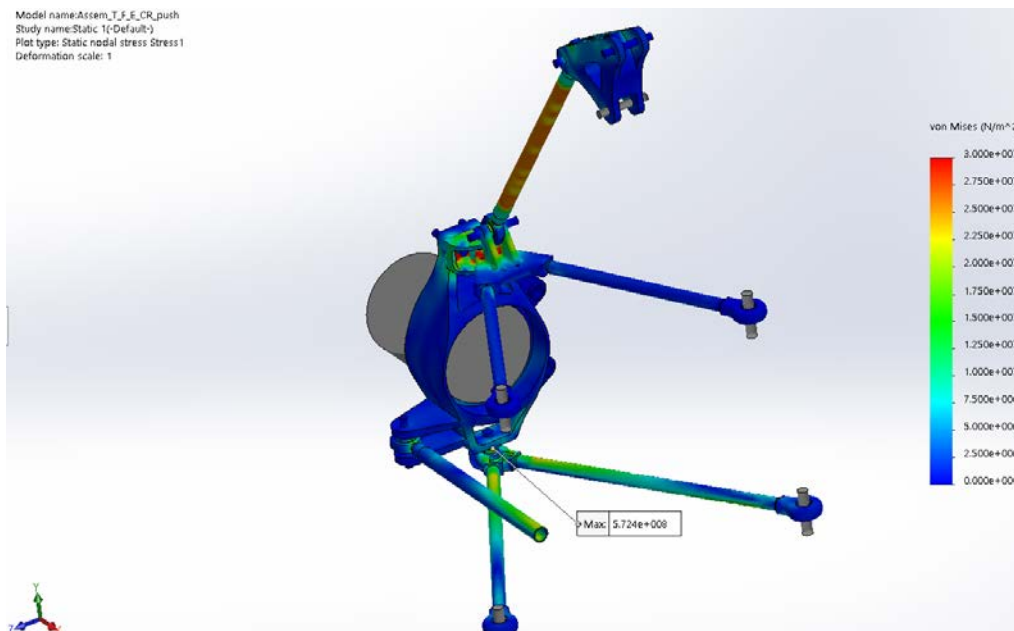


Figura A-2 - Diagrama de Von Mises para a suspensão dianteira no sistema Push-Rod para o caso 1 com a tensão máxima de 30 MPa

Suspensão dianteira caso 1 com a tensão máxima de 350 MPa

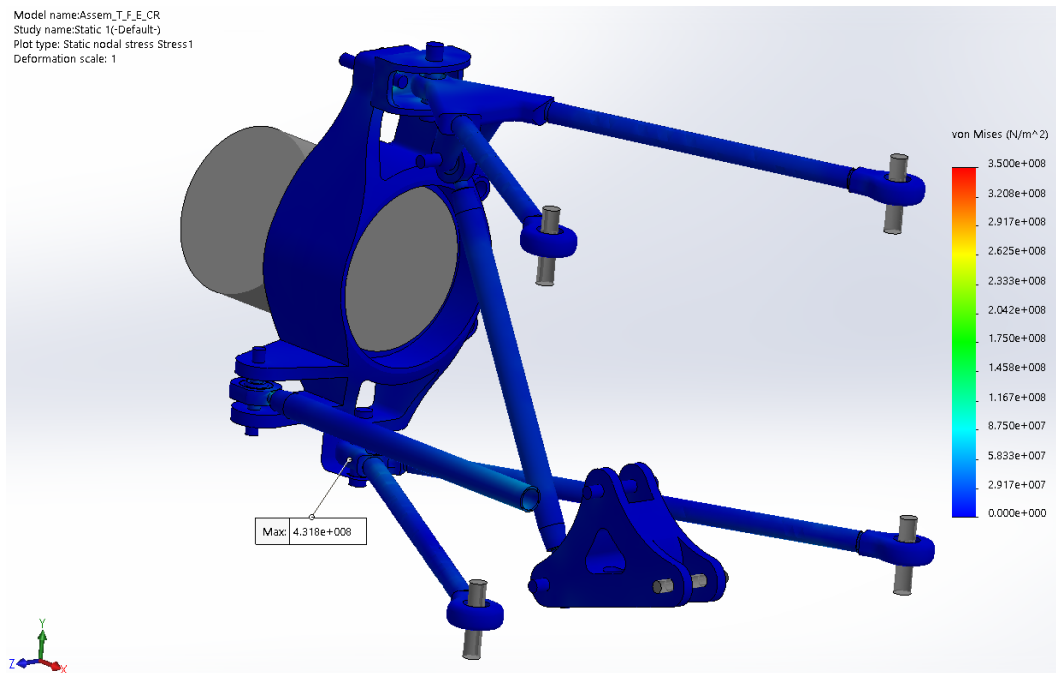


Figura A-3 - Diagrama de Von Mises para a suspensão dianteira no sistema Pull-Rod para o caso 1 com a tensão máxima de 350 MPa

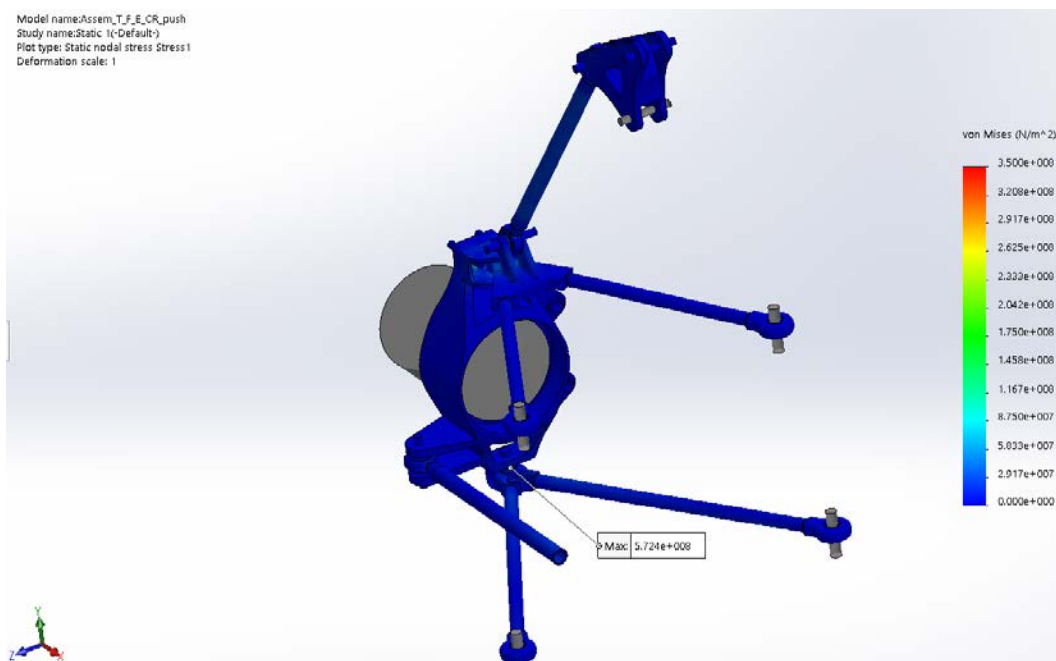


Figura A-4 - Diagrama de Von Mises para a suspensão dianteira no sistema Push-Rod para o caso 1 com a tensão máxima de 350 MPa

Suspensão traseira caso 1 com a tensão máxima de 30 MPa

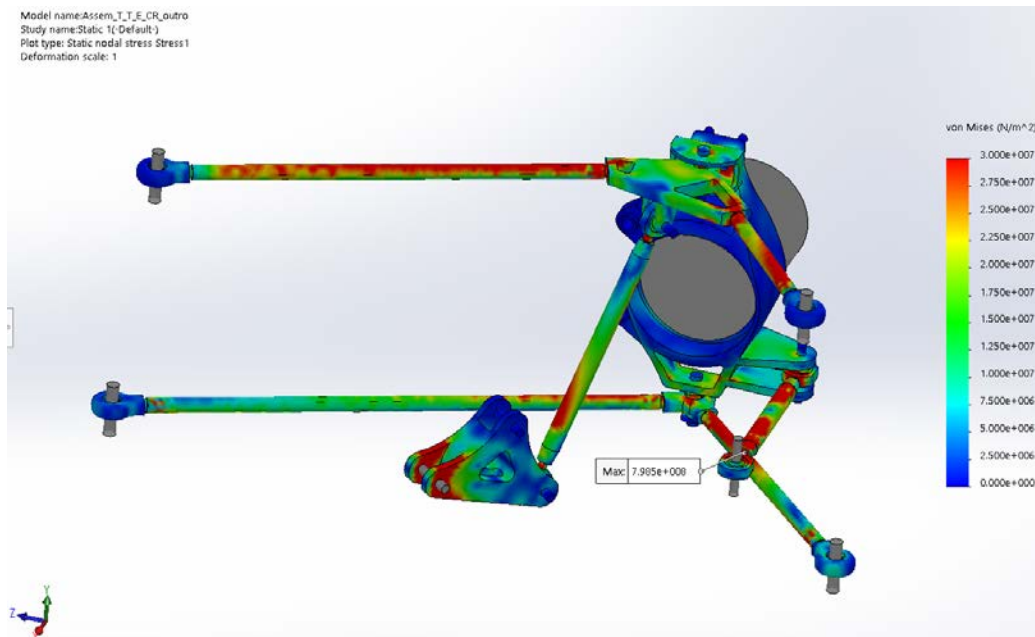


Figura A-5 - Diagrama de Von Mises para a suspensão traseira no sistema Pull-Rod para o caso 1 com a tensão máxima de 30 MPa

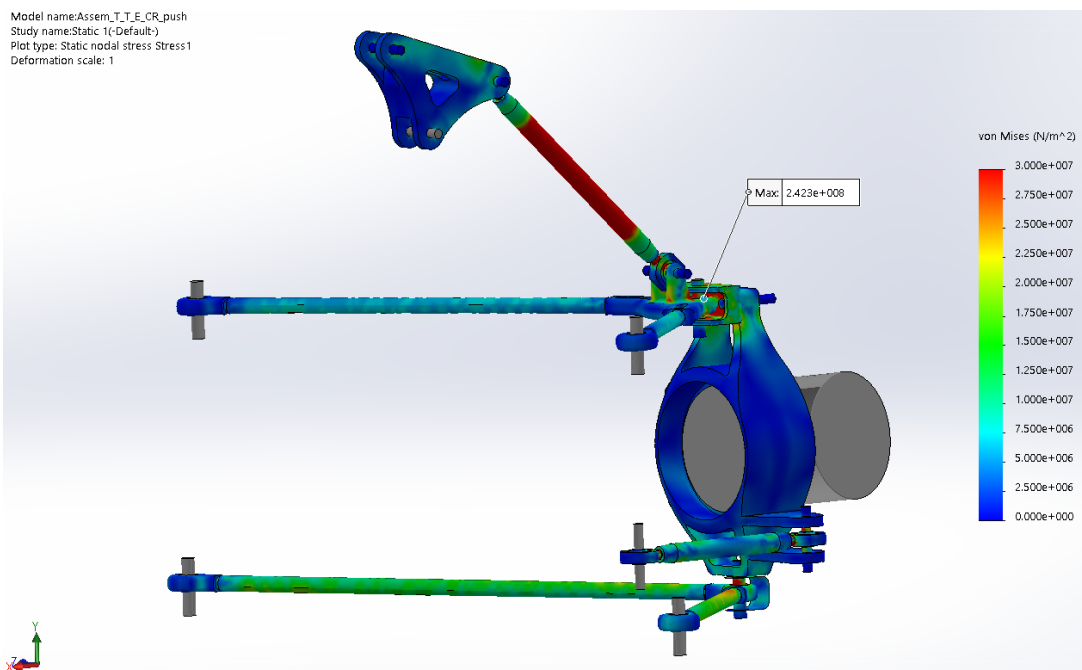


Figura A-6 - Diagrama de Von Mises para a suspensão traseira no sistema Push-Rod para o caso 1 com a tensão máxima de 30 MPa

Suspensão traseira caso 1 com a tensão máxima de 350 MPa

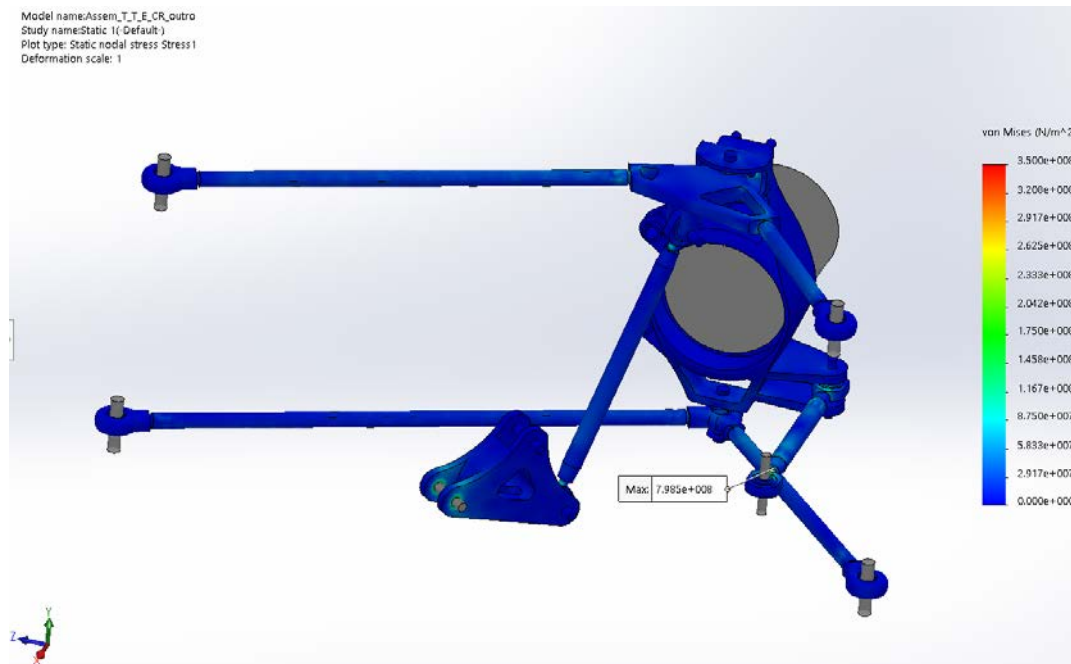


Figura A-7 - Diagrama de Von Mises para a suspensão traseira no sistema Pull-Rod para o caso 1 com a tensão máxima de 350 MPa

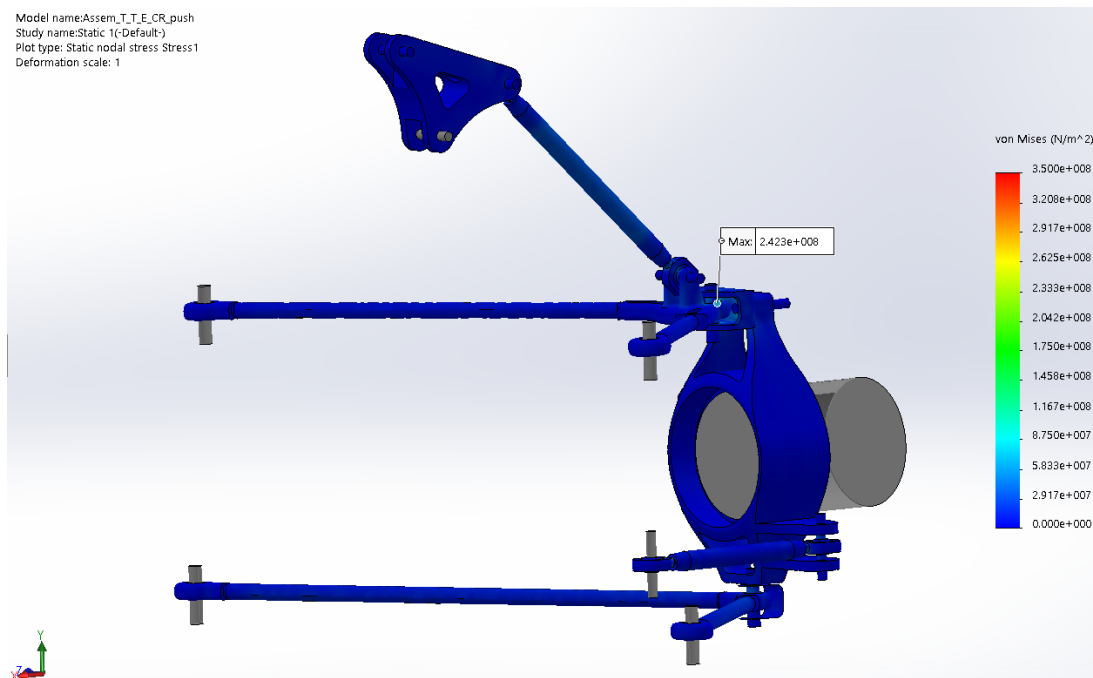


Figura A-8 - Diagrama de Von Mises para a suspensão traseira no sistema Push-Rod para o caso 1 com a tensão máxima de 350 MPa

Suspensão dianteira caso 2 com a tensão máxima de 30 MPa

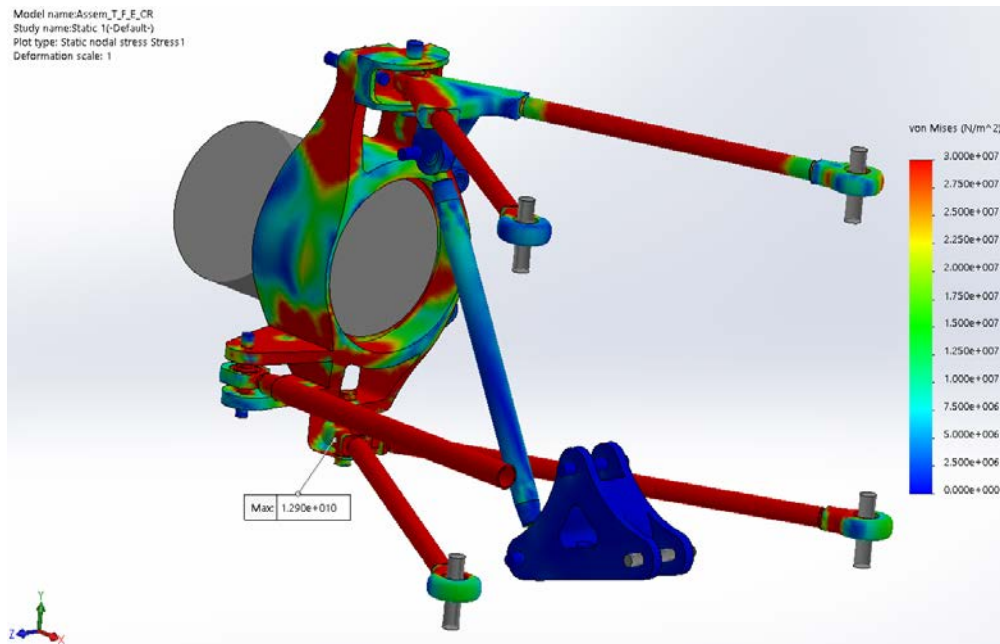


Figura A-9 - Diagrama de Von Mises para a suspensão dianteira no sistema Pull-Rod para o caso 2 com a tensão máxima de 30 MPa

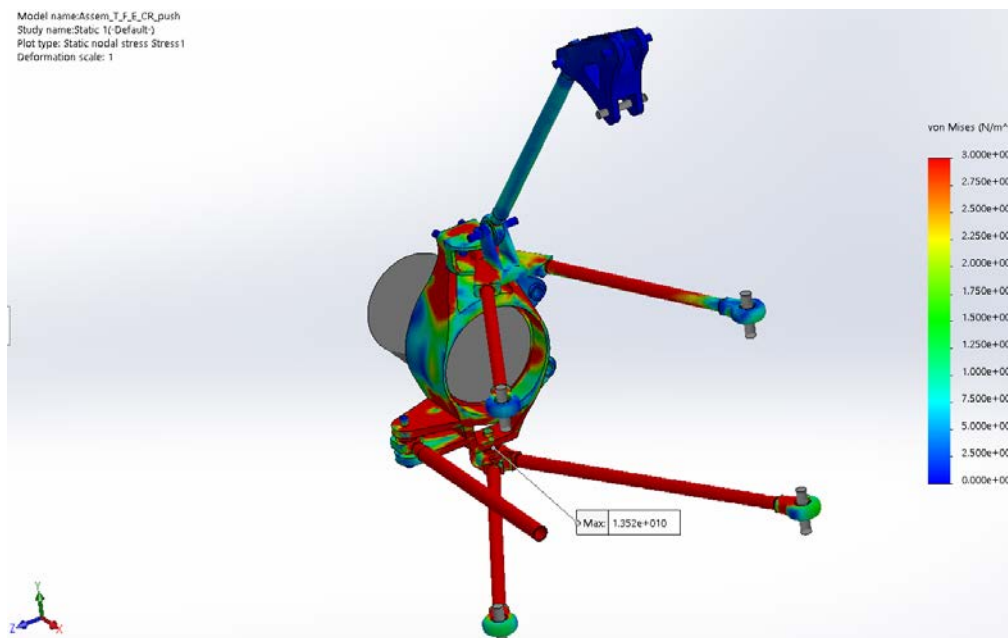


Figura A-10 - Diagrama de Von Mises para a suspensão dianteira no sistema Push-Rod para o caso 2 com a tensão máxima de 30 MPa

Suspensão dianteira caso 2 com a tensão máxima de 350 MPa

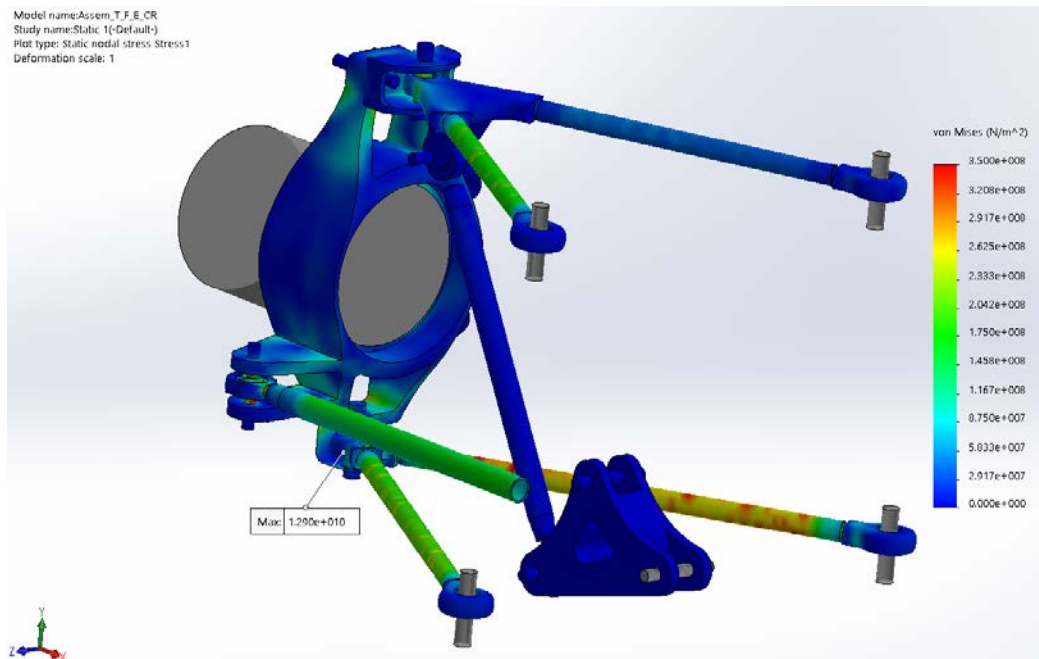


Figura A-11 - Diagrama de Von Mises para a suspensão dianteira no sistema Pull-Rod para o caso 2 com a tensão máxima de 350 MPa

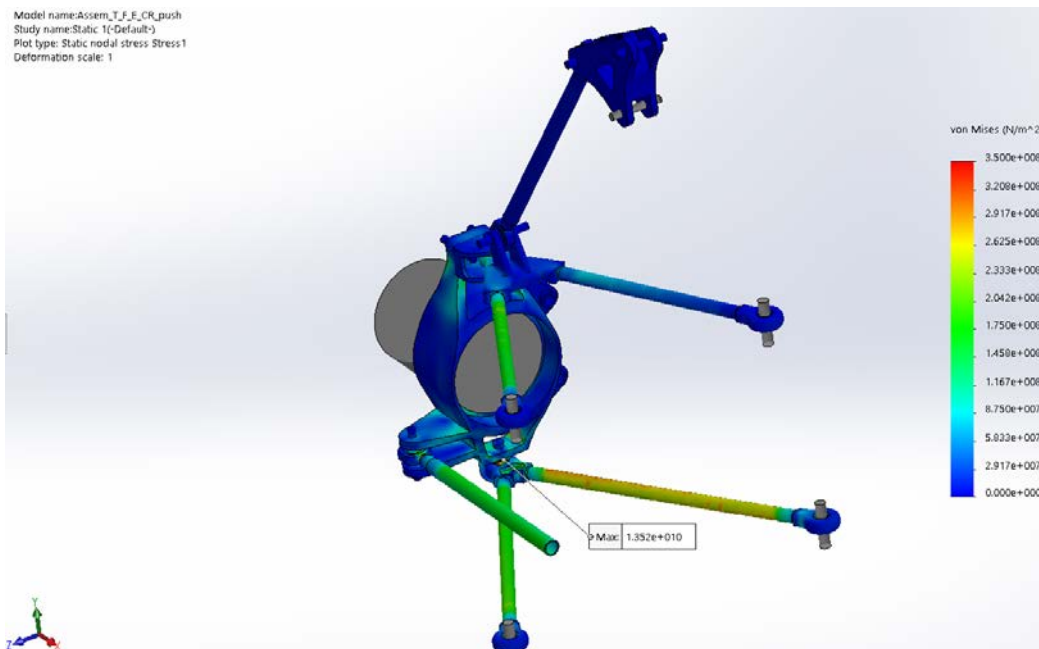


Figura A-12 - Diagrama de Von Mises para a suspensão dianteira no sistema Push-Rod para o caso 2 com a tensão máxima de 350 MPa

Suspensão traseira caso 2 com a tensão máxima de 30 MPa

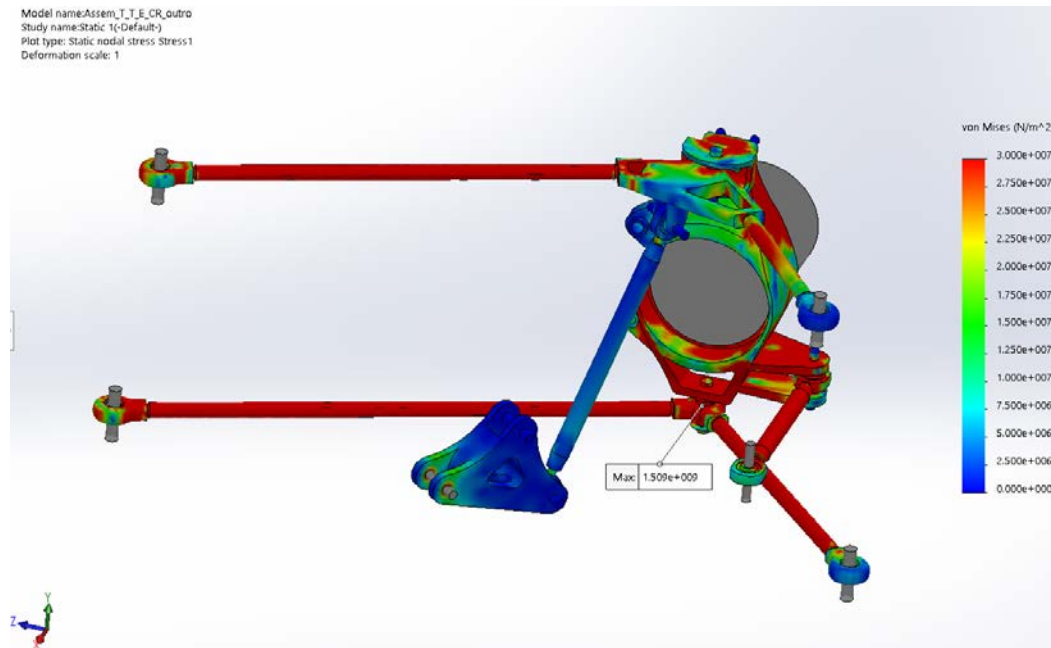


Figura A-13 - Diagrama de Von Mises para a suspensão traseira no sistema Pull-Rod para o caso 2 com a tensão máxima de 30 MPa

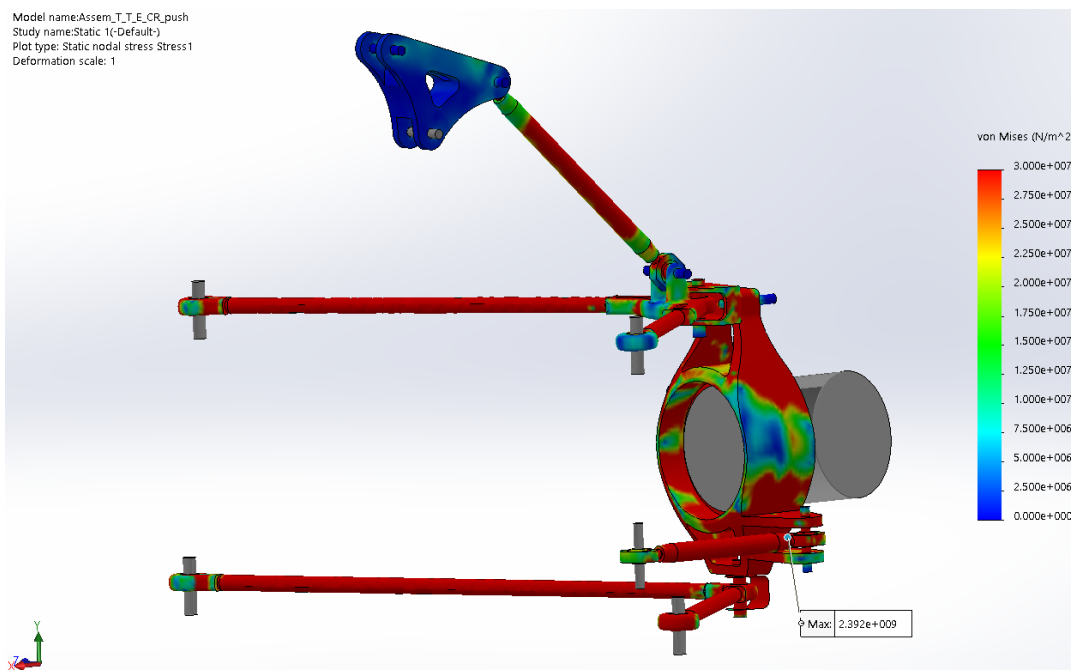


Figura A-14 - Diagrama de Von Mises para a suspensão traseira no sistema Push-Rod para o caso 2 com a tensão máxima de 30 MPa

Suspensão traseira caso 2 com a tensão máxima de 350 MPa

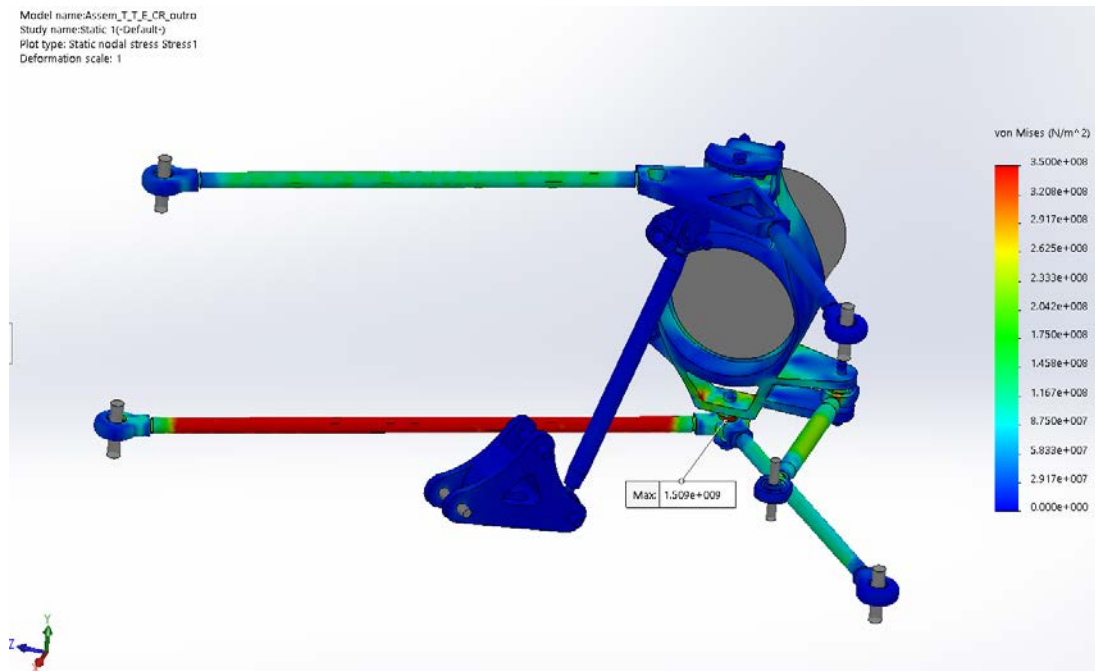


Figura A-15 - Diagrama de Von Mises para a suspensão traseira no sistema Pull-Rod para o caso 2 com a tensão máxima de 350 MPa

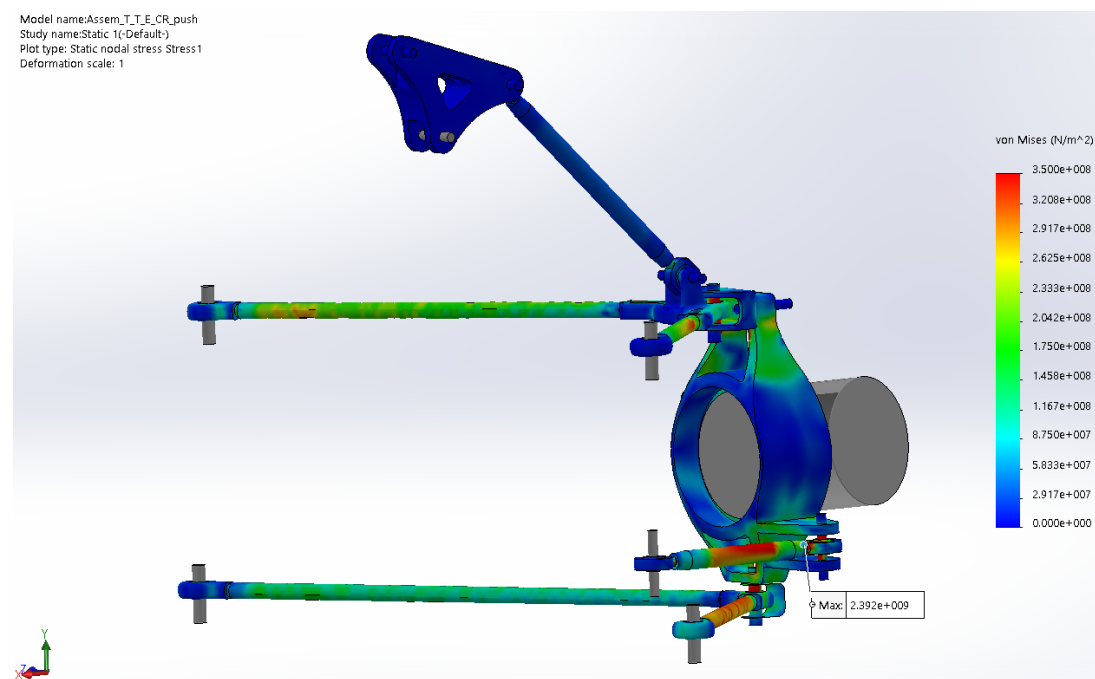


Figura A-16 - Diagrama de Von Mises para a suspensão traseira no sistema Push-Rod para o caso 2 com a tensão máxima de 350 MPa

Suspensão dianteira caso 3 com a tensão máxima de 30 MPa

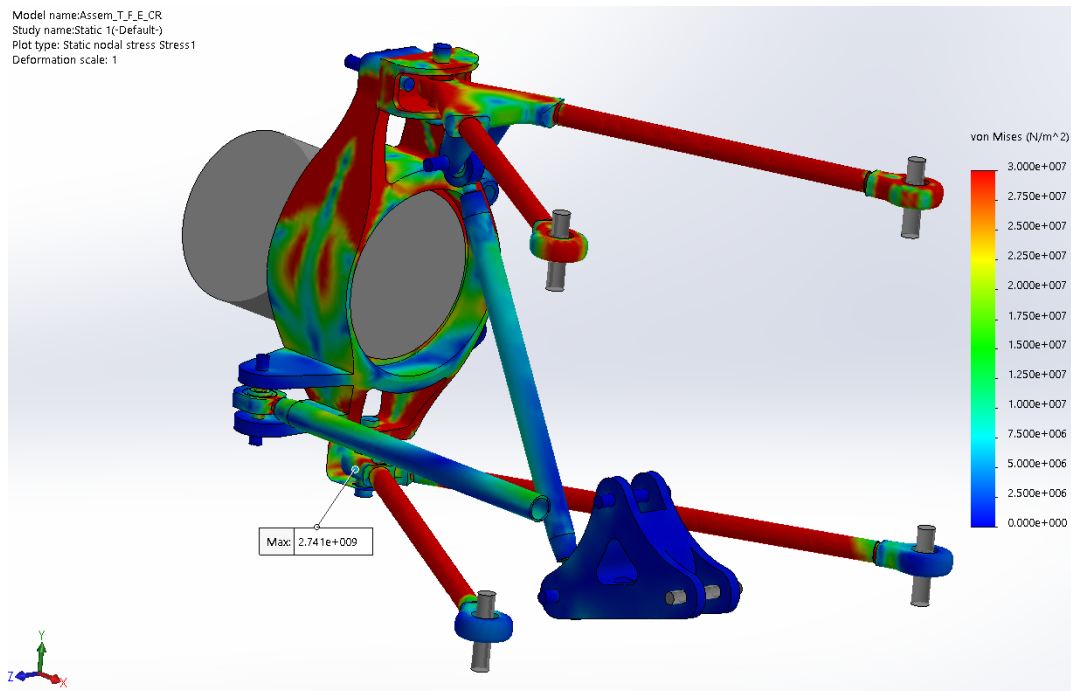


Figura A-17 - Diagrama de Von Mises para a suspensão dianteira no sistema Pull-Rod para o caso 3 com a tensão máxima de 30 MPa

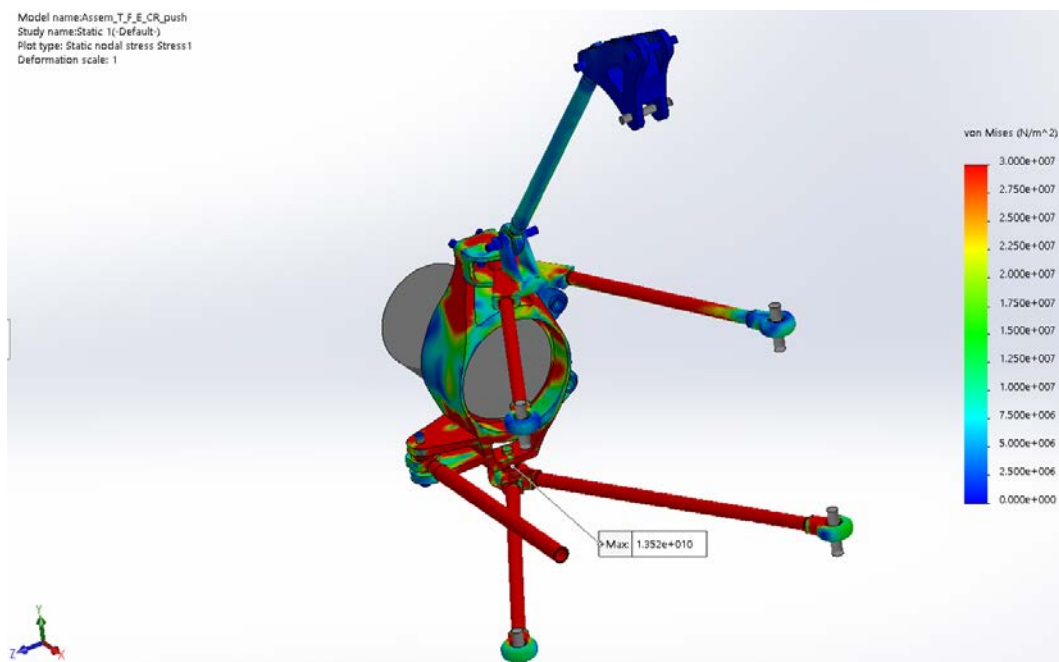


Figura A-18 - Diagrama de Von Mises para a suspensão dianteira no sistema Push-Rod para o caso 3 com a tensão máxima de 30 MPa

Suspensão dianteira caso 3 com a tensão máxima de 350 MPa

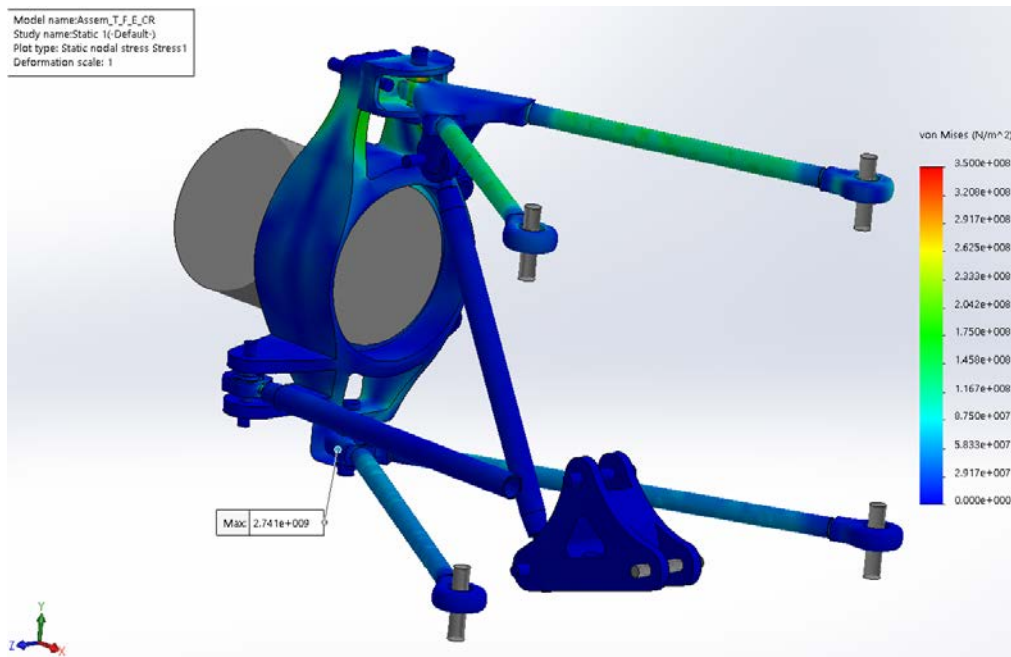


Figura A-19 - Diagrama de Von Mises para a suspensão dianteira no sistema Pull-Rod para o caso 3 com a tensão máxima de 350 MPa

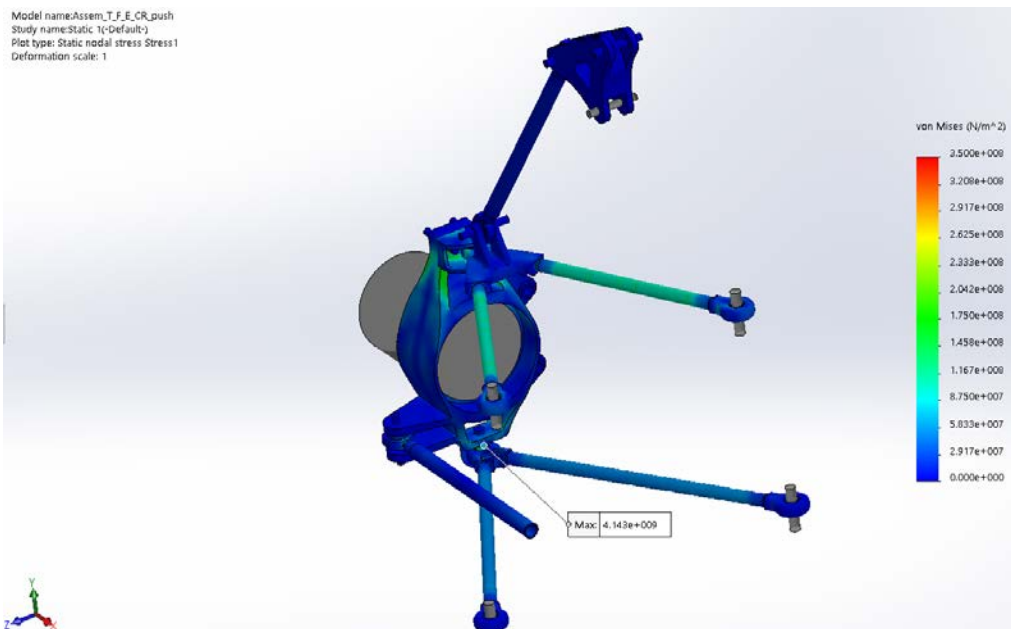


Figura A-20 - Diagrama de Von Mises para a suspensão dianteira no sistema Push-Rod para o caso 3 com a tensão máxima de 350 MPa

Suspensão traseira caso 3 com a tensão máxima de 30 MPa

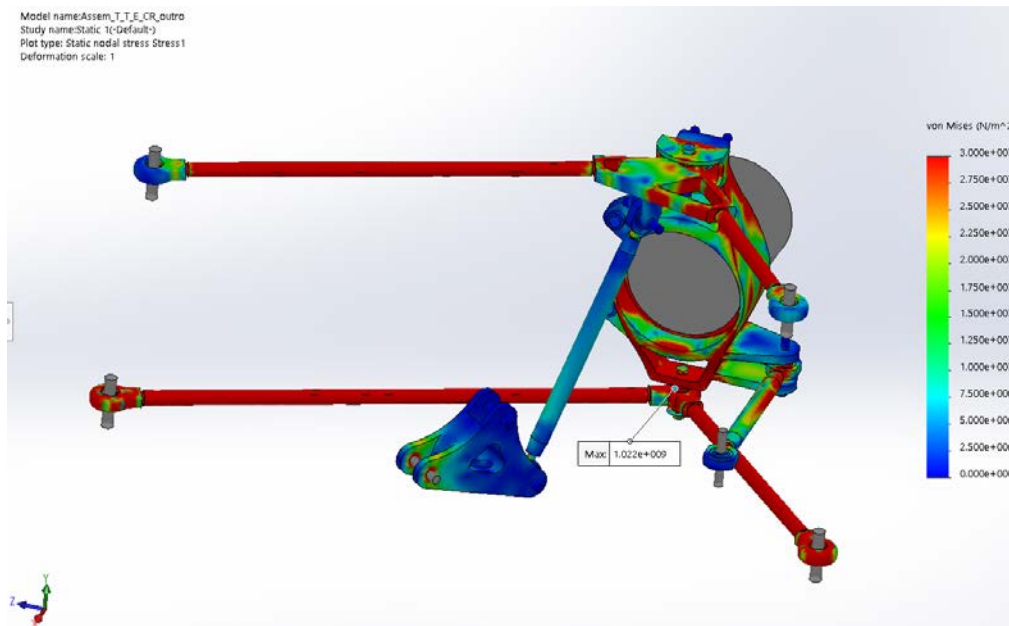


Figura A-21 - Diagrama de Von Mises para a suspensão traseira no sistema Pull-Rod para o caso 3 com a tensão máxima de 30 MPa

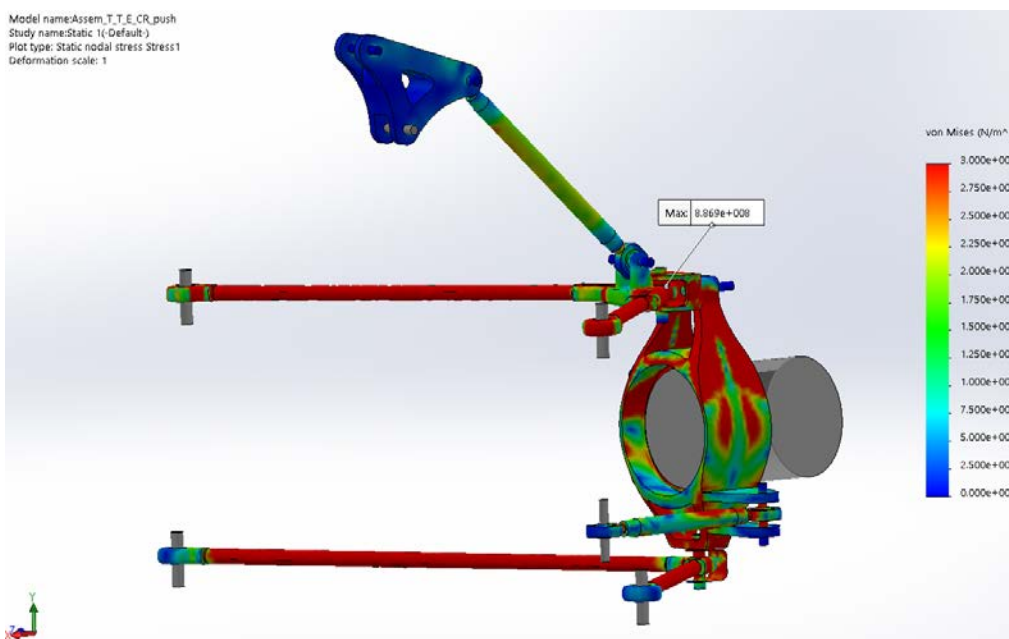


Figura A-22 - Diagrama de Von Mises para a suspensão traseira no sistema Push-Rod para o caso 3 com a tensão máxima de 30 MPa

Suspensão traseira caso 3 com a tensão máxima de 350 MPa

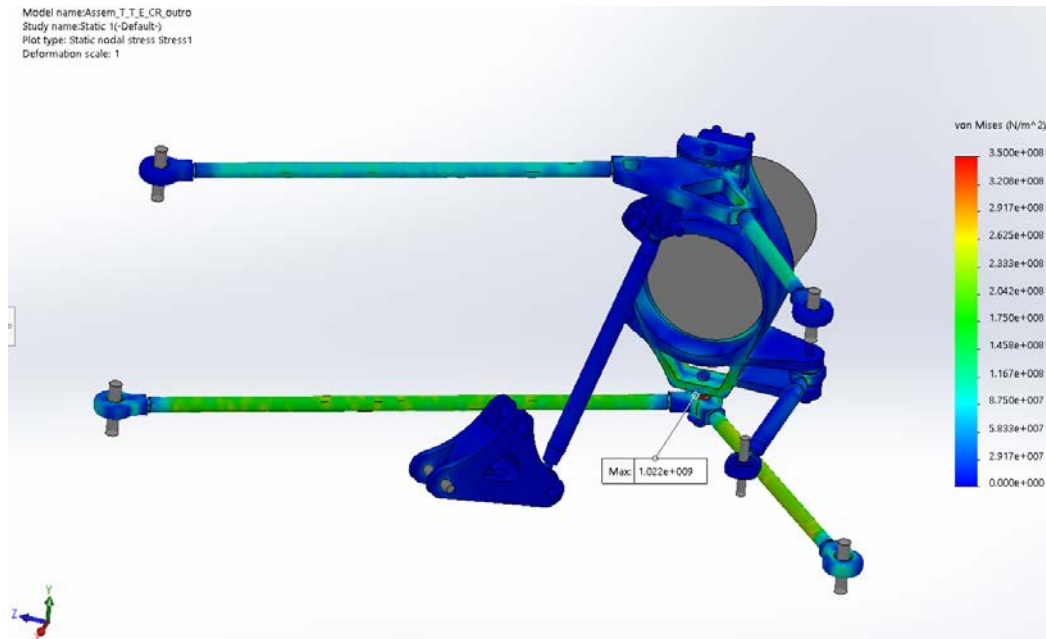


Figura A-23 - Diagrama de Von Mises para a suspensão traseira no sistema Pull-Rod para o caso 3 com a tensão máxima de 350 MPa

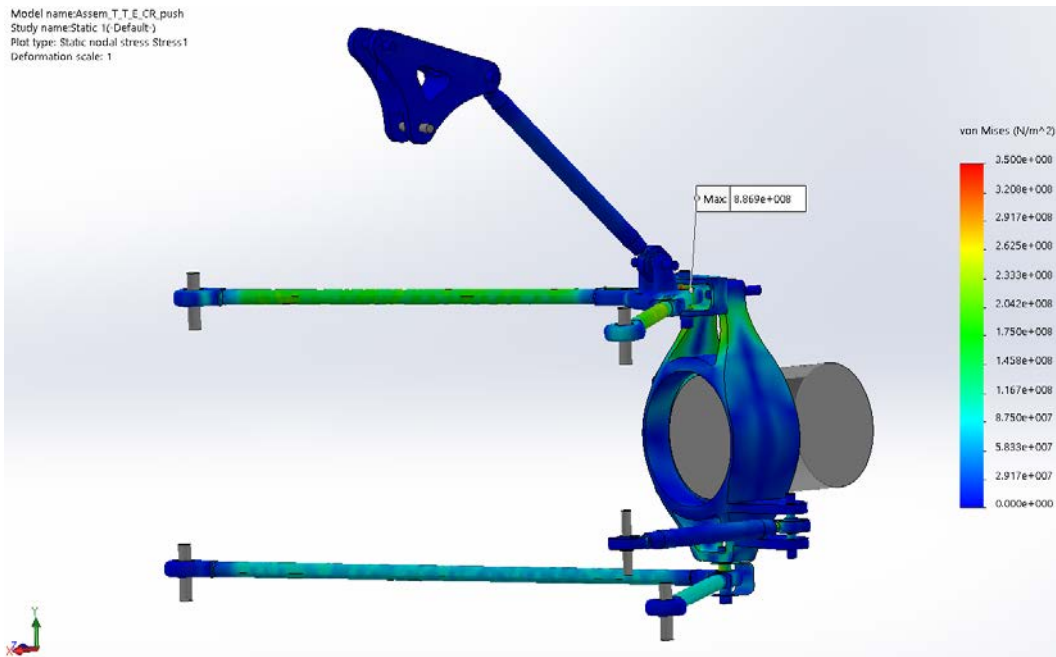


Figura A-24 - Diagrama de Von Mises para a suspensão traseira no sistema Push-Rod para o caso 3 com a tensão máxima de 350 MPa

Anexo – B

Sistema sobre-amortecido

Em seguida encontra-se a Tabela B-1 introduzida em EXCEL com os valores retirados do gráfico da Figura B-1.

Tabela B-1 - Valores retirados do gráfico de deslocamento do sistema sobre-amortecido

x (m)	0.3 m/s	0.275 m/s	0.25 m/s	0.2 m/s	0.15 m/s
0.0125	564 N	501 N	470 N	370 N	275 N
0.025	750 N	680 N	636 N	518 N	400 N
0.0375	882 N	800 N	740 N	604 N	472 N
0.05	988 N	892 N	828 N	680 N	532 N
0.0625	1068 N	972 N	904 N	738 N	574 N
0.075	1145 N	1038 N	960 N	778 N	610 N
0.0875	1200 N	1080 N	1005 N	820 N	638 N
0.1	1240 N	1118 N	1040 N	840 N	660 N
0.1125	1260 N	1144 N	1060 N	858 N	676 N
0.125	1264 N	1150 N	1064 N	870 N	678 N
0.1375	1260 N	1148 N	1062 N	872 N	678 N
0.15	1230 N	1140 N	1052 N	862 N	672 N
0.1625	1232 N	1118 N	1038 N	854 N	662 N
0.175	1180 N	1074 N	1000 N	824 N	638 N
0.1875	1110 N	1018 N	958 N	788 N	608 N
0.2	1038 N	944 N	884 N	740 N	564 N
0.2125	938 N	864 N	814 N	680 N	510 N
0.225	800 N	740 N	690 N	560 N	410 N
0.2375	580 N	540 N	500 N	414 N	300 N

Gráfico do deslocamento

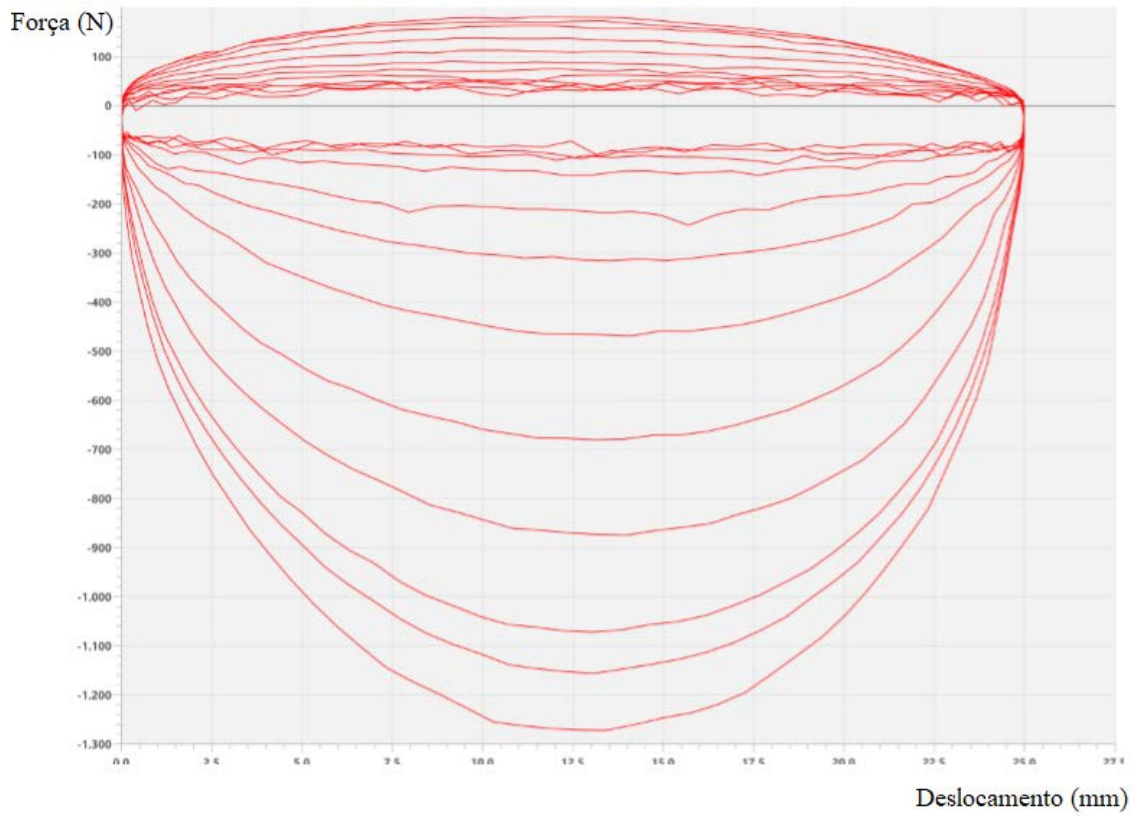


Figura B-1 - Gráfico de deslocamento para o sistema sobre-amortecido

Sistema sub-amortecido

Em seguida encontra-se a Tabela B-2 introduzida em EXCEL com os valores retirados do gráfico da Figura B-2.

Tabela B-2 - Valores retirados do gráfico de deslocamento do sistema sub-amortecido

x (m)	0.3 m/s	0.275 m/s	0.25 m/s	0.2 m/s	0.15 m/s
0.0125	109 N	92 N	80 N	59 N	39 N
0.025	173 N	155 N	130 N	95 N	60 N
0.0375	233 N	202 N	178 N	130 N	80 N
0.05	278 N	242 N	214 N	155 N	98 N
0.0625	319 N	280 N	241 N	180 N	111 N
0.075	338 N	303 N	261 N	193 N	124 N
0.0875	350 N	320 N	282 N	200 N	130 N
0.1	365 N	331 N	295 N	212 N	135 N
0.1125	370 N	336 N	302 N	220 N	140 N
0.125	370 N	341 N	302 N	220 N	140 N
0.1375	367 N	340 N	302 N	218 N	139 N
0.15	360 N	330 N	290 N	212 N	132 N
0.1625	350 N	317 N	280 N	205 N	130 N
0.175	328 N	300 N	260 N	190 N	120 N
0.1875	305 N	278 N	241 N	175 N	110 N
0.2	275 N	250 N	212 N	151 N	99 N
0.2125	231 N	203 N	180 N	130 N	86 N
0.225	170 N	150 N	130 N	90 N	52 N
0.2375	108 N	95 N	80 N	57 N	35 N
0.0125	148 N	130 N	115 N	95 N	81 N
0.025	193 N	178 N	162 N	128 N	105 N
0.0375	250 N	220 N	193 N	150 N	118 N
0.05	292 N	260 N	225 N	171 N	125 N
0.0625	320 N	291 N	256 N	192 N	138 N
0.075	325 N	310 N	280 N	208 N	145 N
0.0875	338 N	320 N	300 N	220 N	153 N
0.1	350 N	330 N	313 N	226 N	160 N
0.1125	353 N	335 N	328 N	235 N	162 N
0.125	355 N	338 N	325 N	240 N	168 N
0.1375	360 N	338 N	325 N	241 N	168 N
0.15	360 N	340 N	322 N	235 N	167 N
0.1625	360 N	350 N	320 N	238 N	167 N
0.175	355 N	340 N	300 N	230 N	162 N
0.1875	353 N	323 N	289 N	219 N	160 N
0.2	330 N	290 N	255 N	190 N	145 N
0.2125	290 N	255 N	220 N	175 N	130 N
0.225	205 N	144 N	173 N	190 N	123 N
0.2375	162 N	148 N	135 N	110 N	90 N

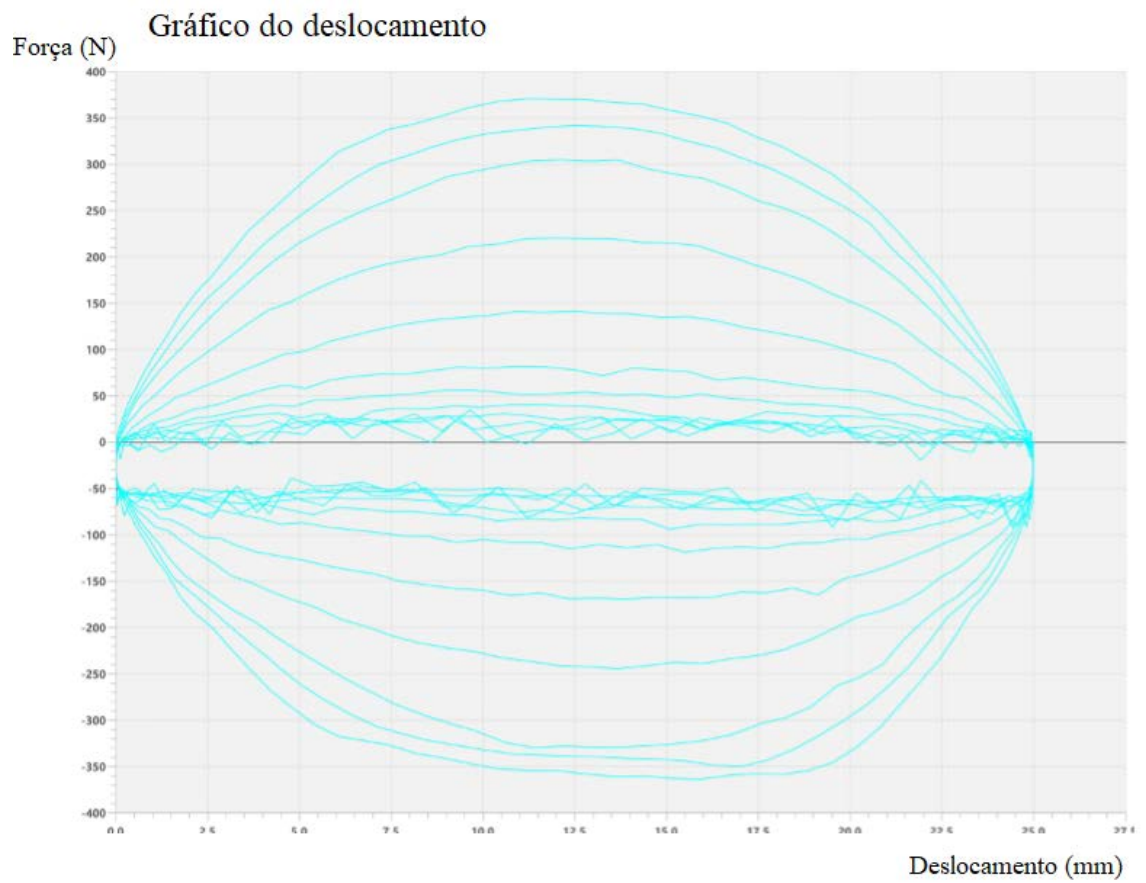


Figura B-2 - Gráfico de deslocamento para o sistema sub-amortecido

Anexo – C

Diagramas de Bode em amplitude e fase

Gráficos dos diagramas de bode referentes aos sistemas de *pull-rod* e *push-rod* em situação de sobre-amortecimento e sub-amortecimento nos graus de liberdade de x, y, z, rotação em θ , ϕ e ψ e as posições da roda 1, 3 e 4.

Para o sistema *pull-rod* sobre-amortecido

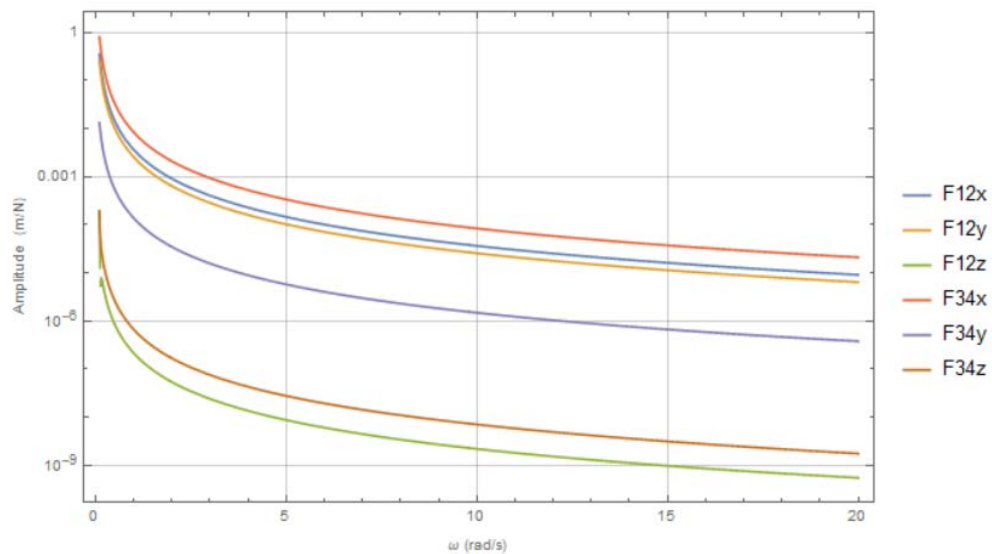


Figura C-1 - Diagrama de Bode em amplitude para o pull-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em x

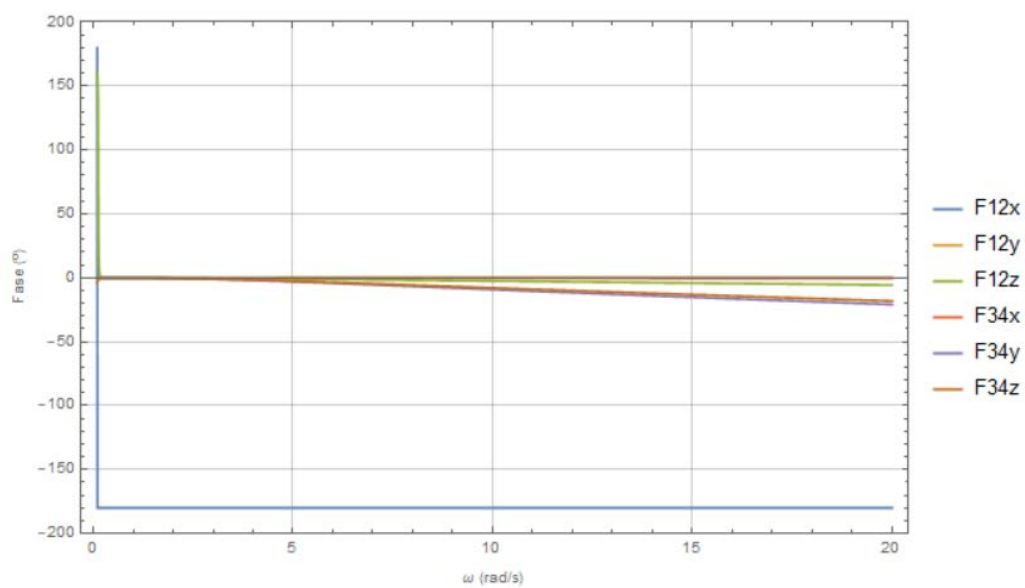


Figura C-2 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em x

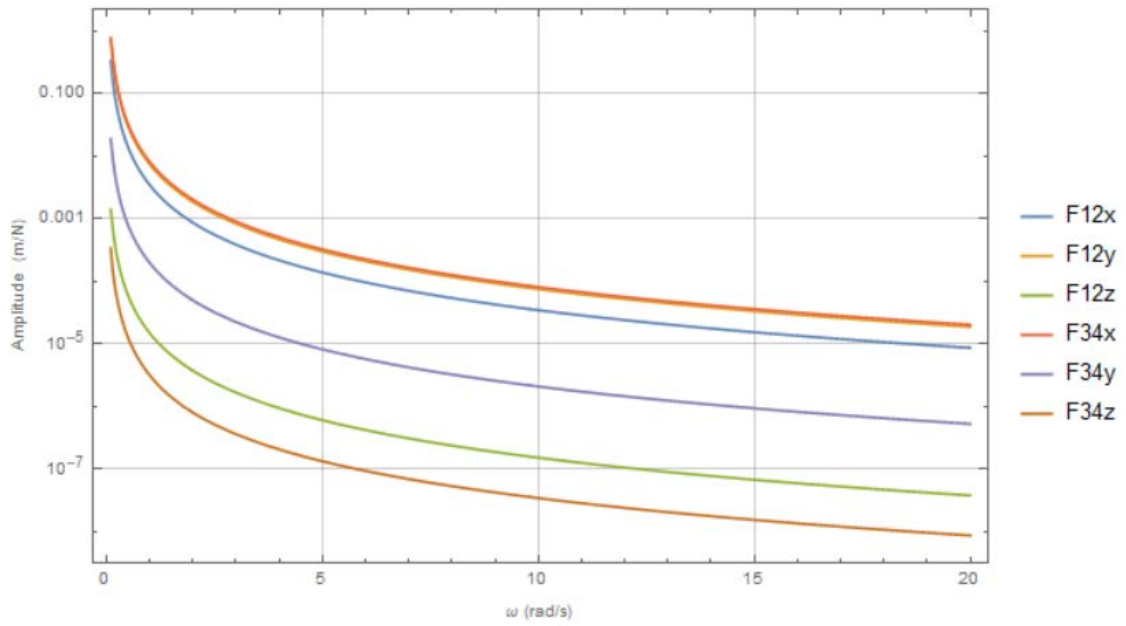


Figura C-3 - Diagrama de Bode em amplitude para o pull-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em y

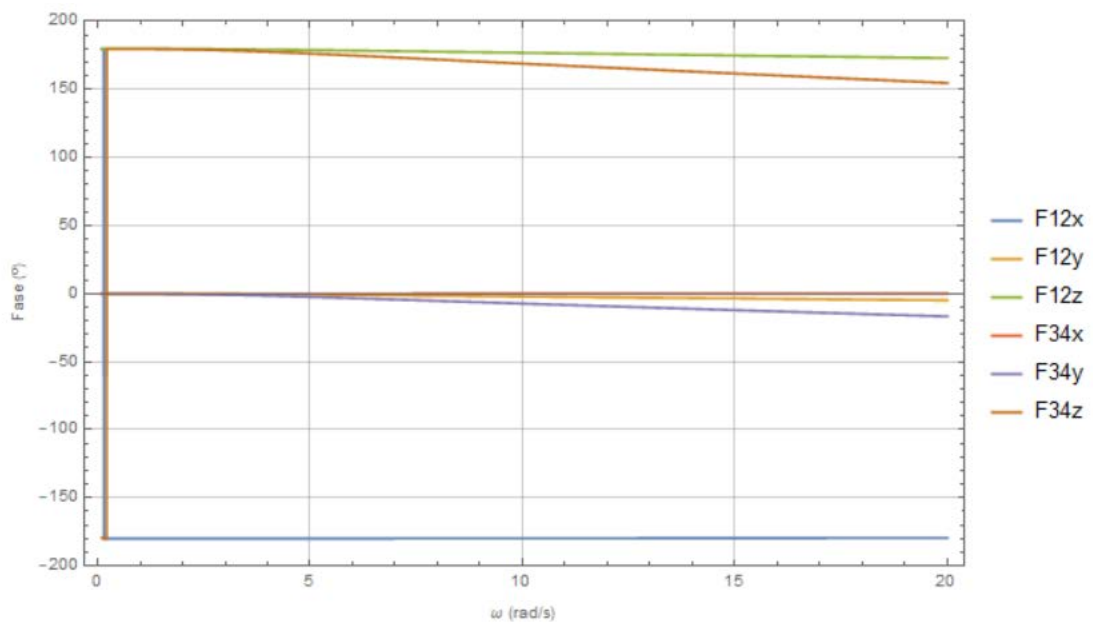


Figura C-4 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em y

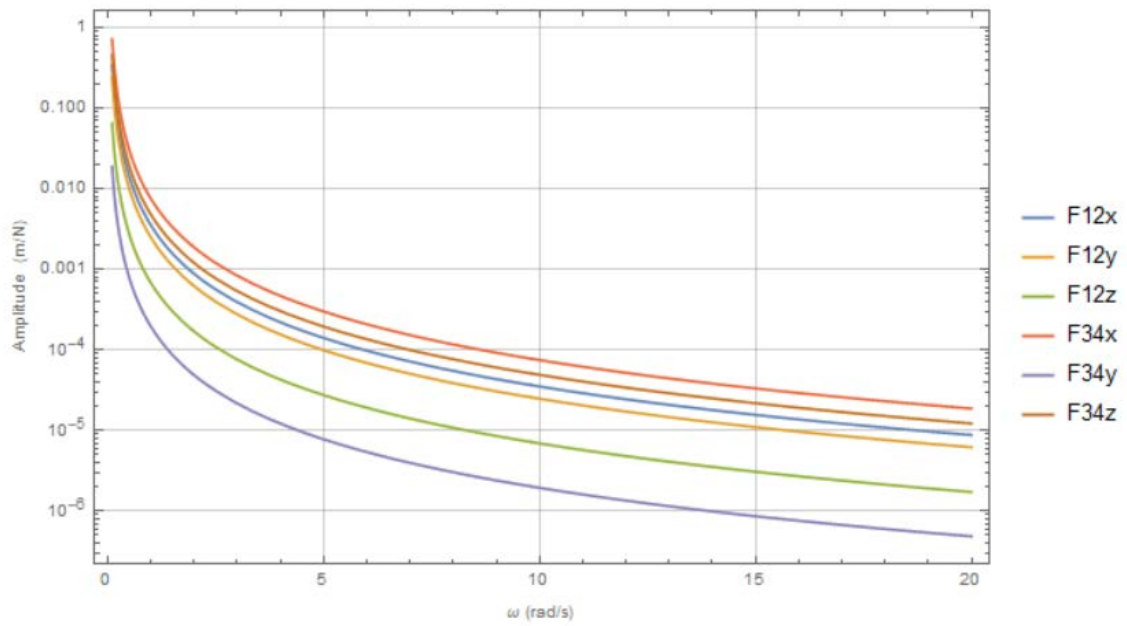


Figura C-5 - Diagrama de Bode em amplitude para o pull-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em z

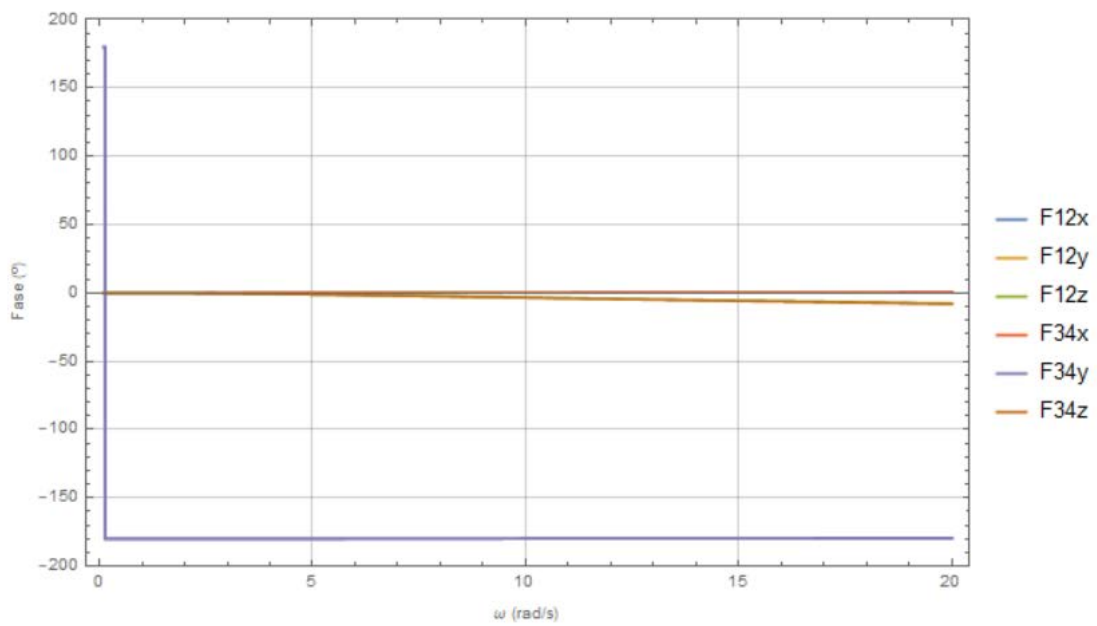


Figura C-6 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em z

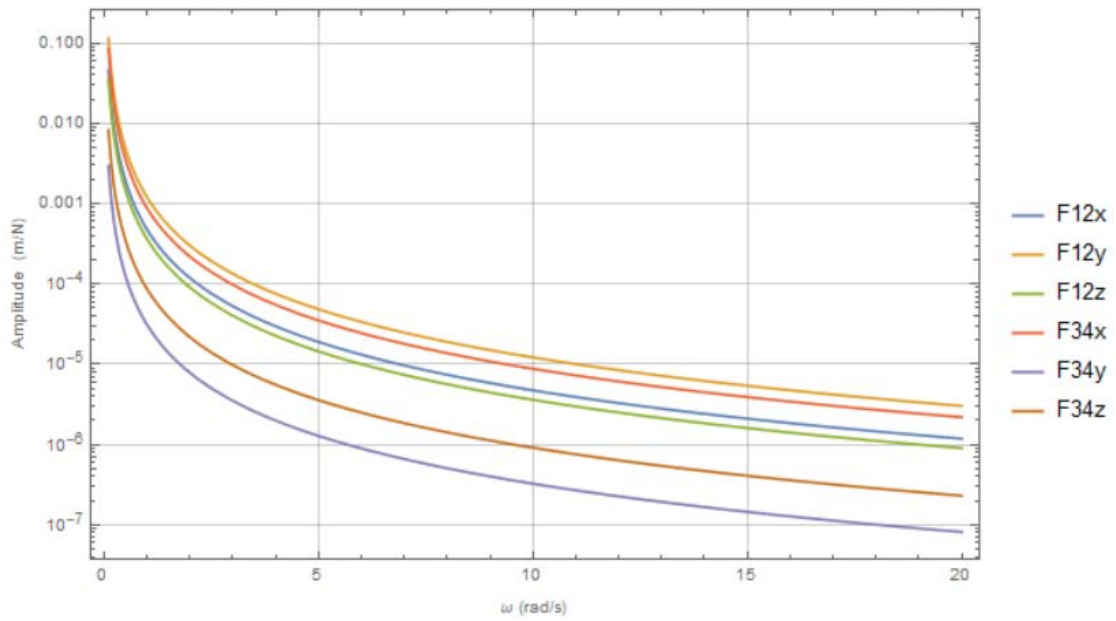


Figura C-7 - Diagrama de Bode em amplitude para o pull-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em θ

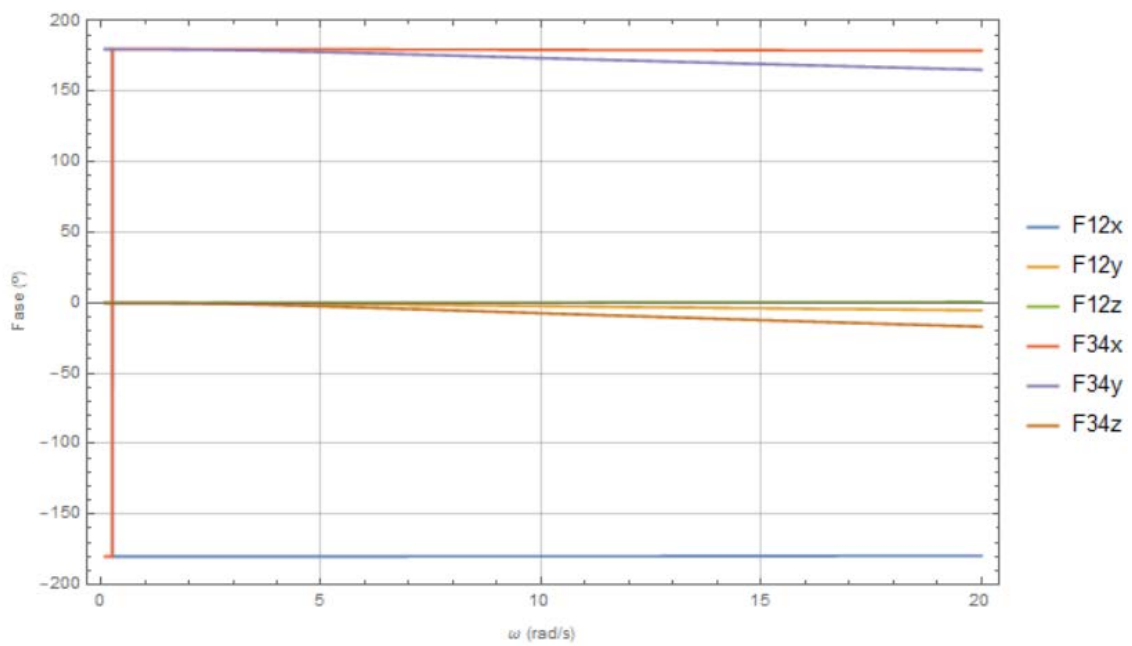


Figura C-8 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em θ

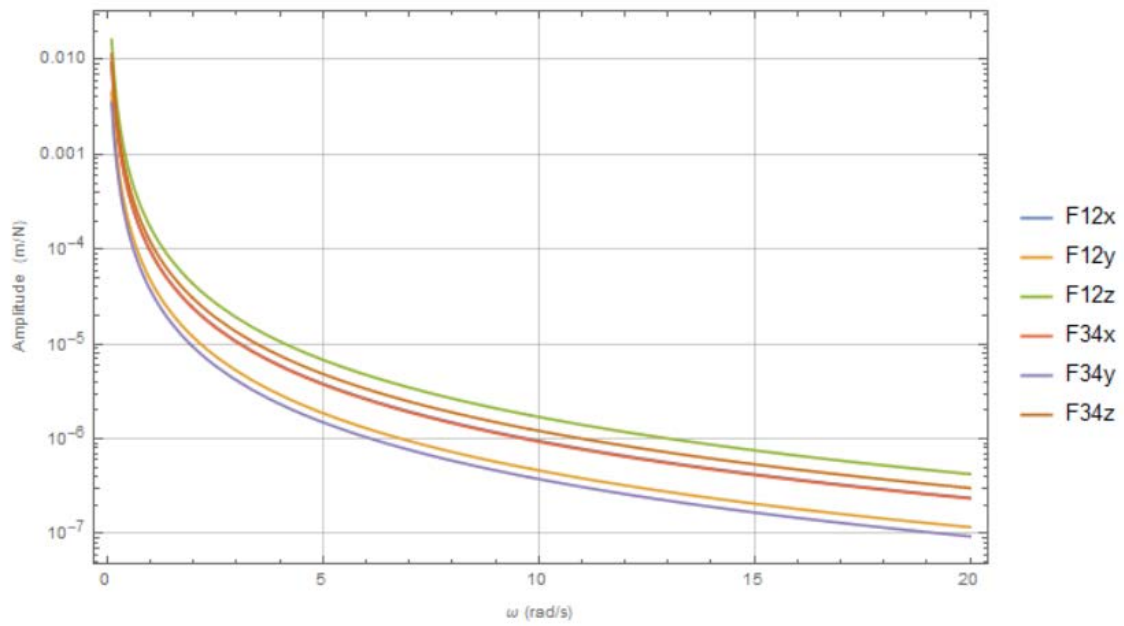


Figura C-9 - Diagrama de Bode em amplitude para o pull-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em ϕ

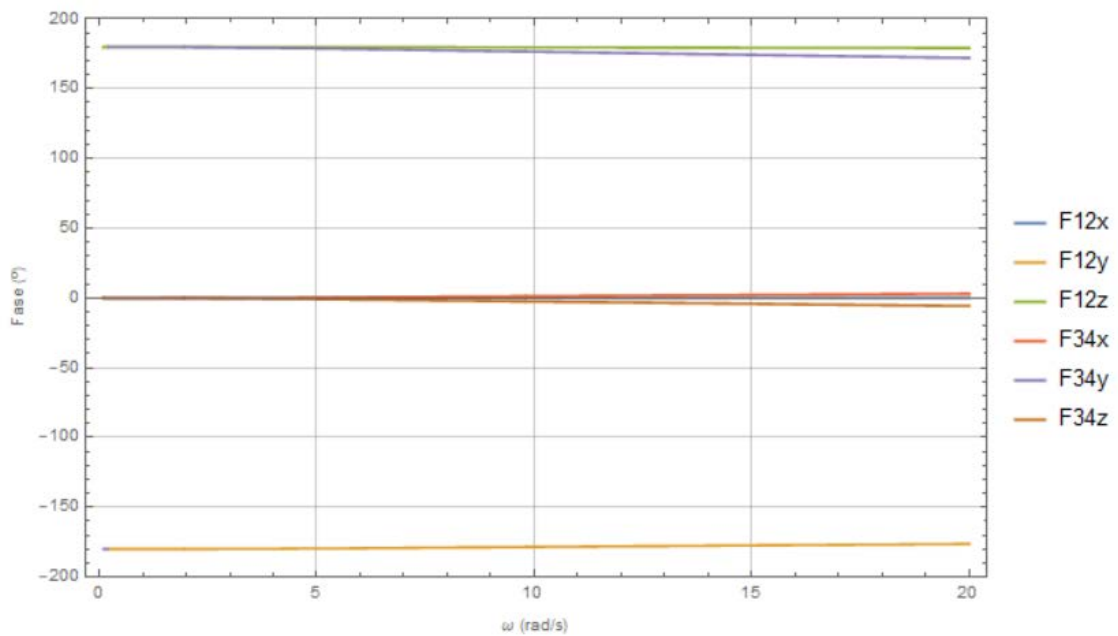


Figura C-10 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em ϕ

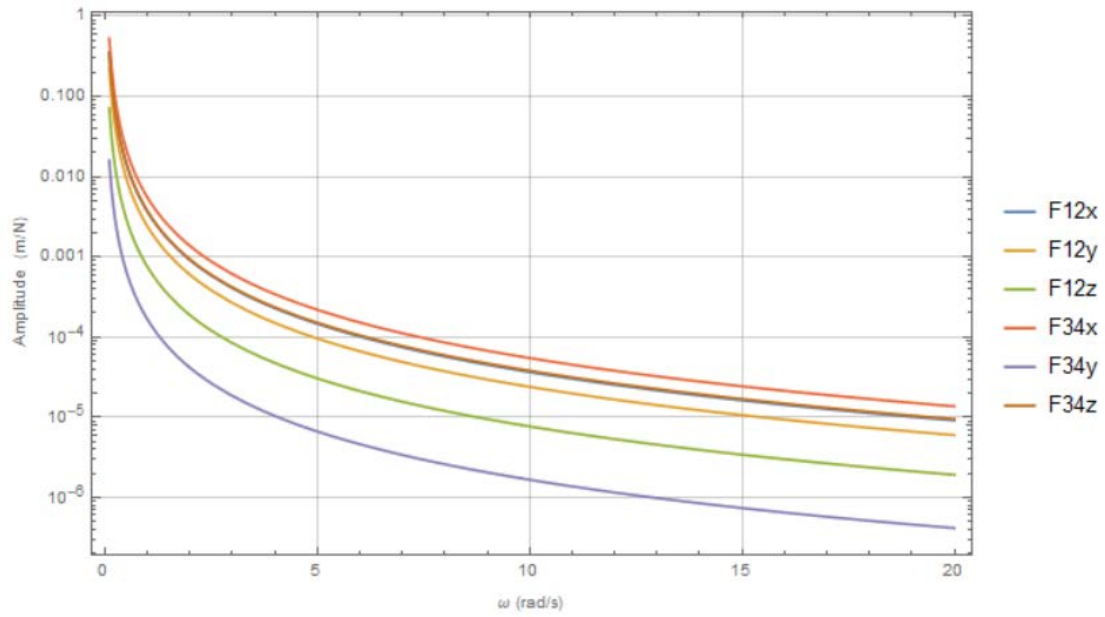


Figura C-11 - Diagrama de Bode em amplitude para o pull-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em ψ

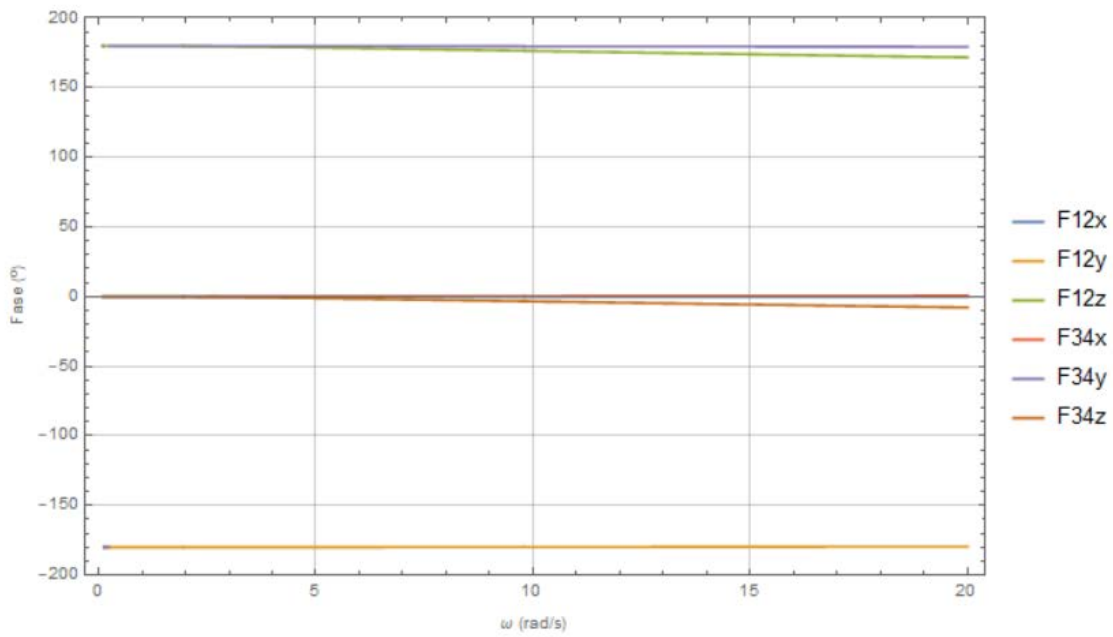


Figura C-12 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em ψ

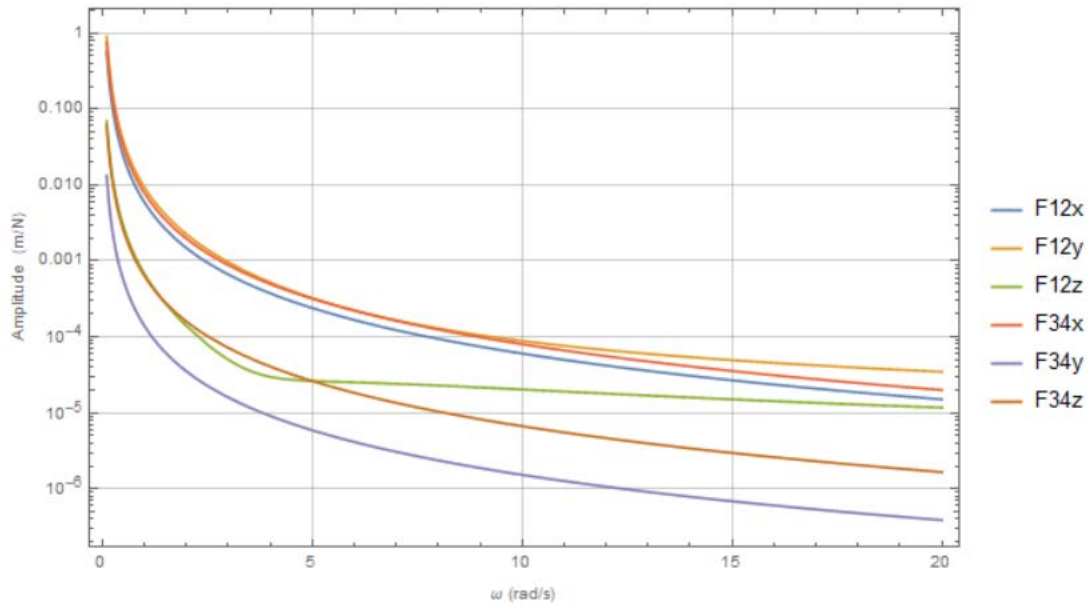


Figura C-13 - Diagrama de Bode em amplitude para o pull-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 1

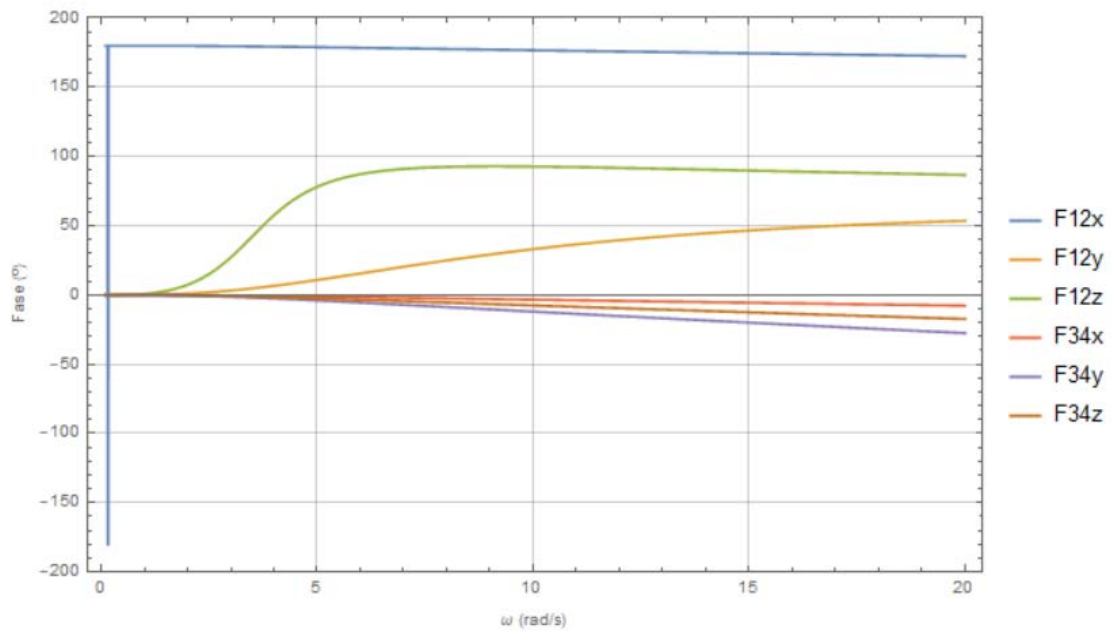


Figura C-14 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 1

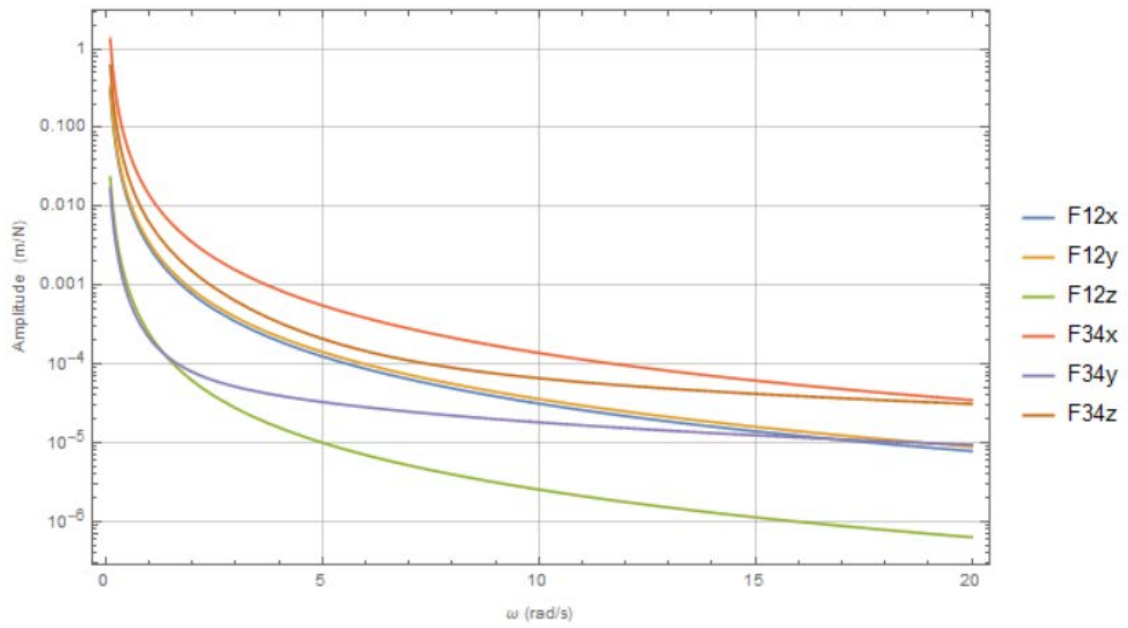


Figura C-15 - Diagrama de Bode em amplitude para o pull-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 3

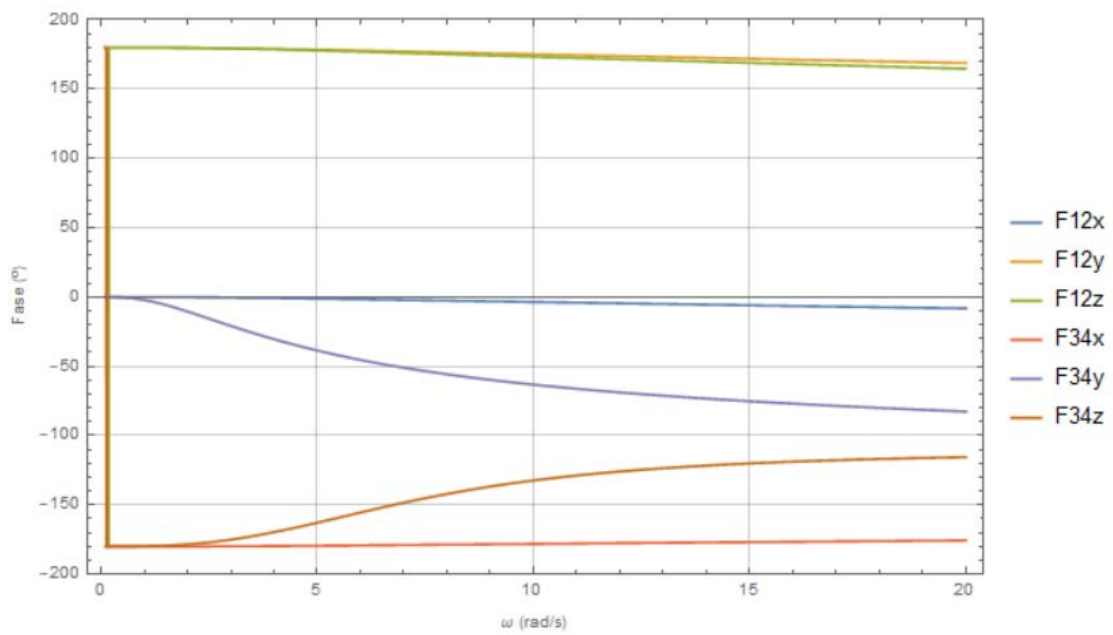


Figura C-16 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 3

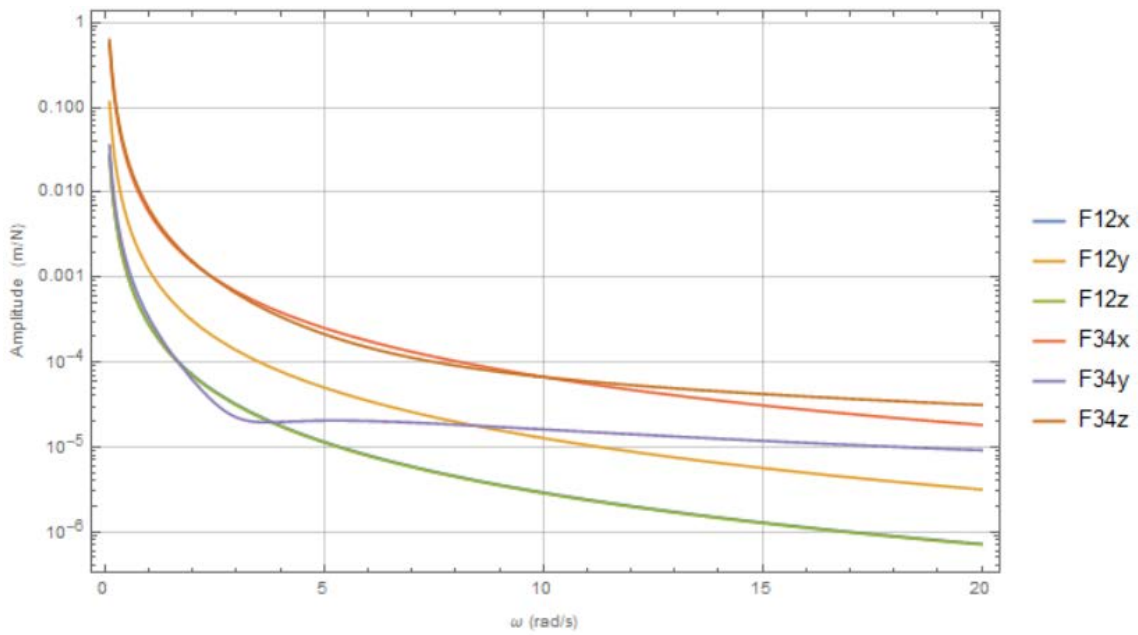


Figura C-17 - Diagrama de Bode em amplitude para o pull-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 4

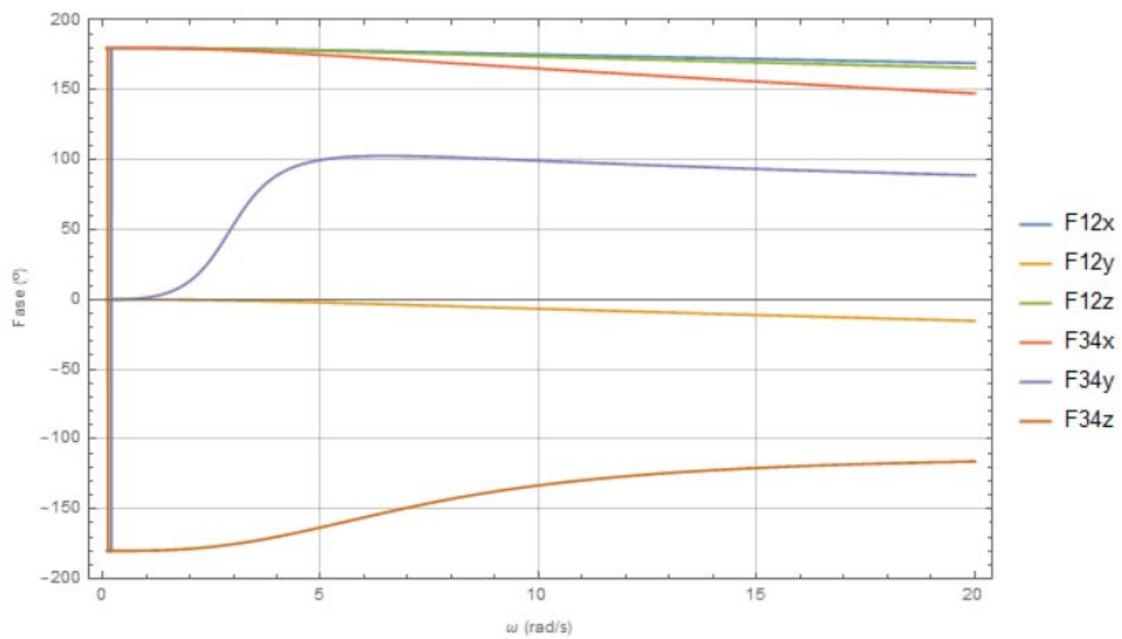


Figura C-18 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 4

Para o sistema *pull-rod* sub-amortecido

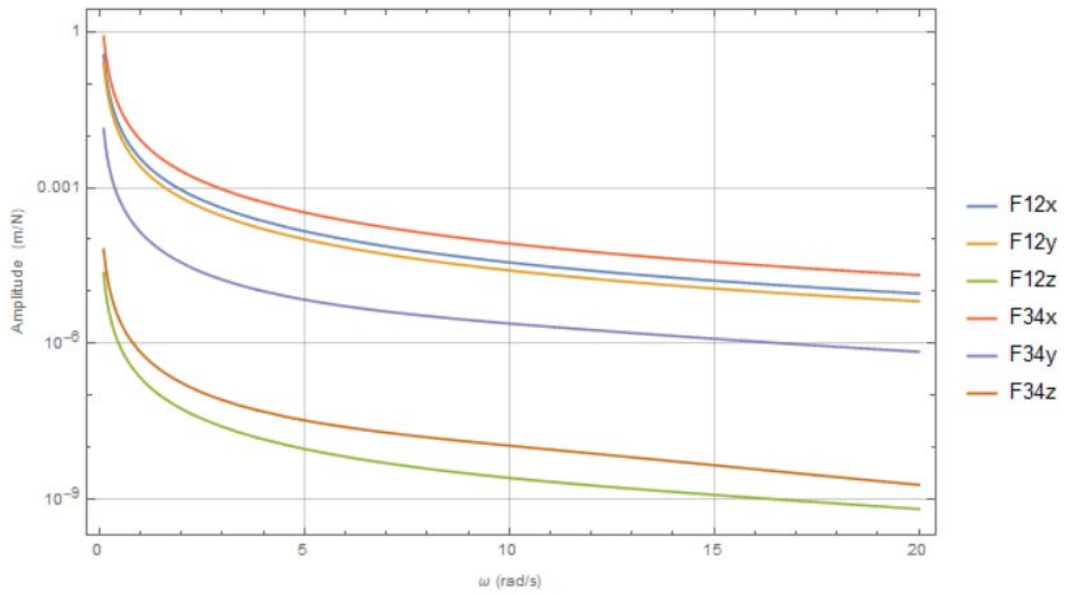


Figura C-19 - Diagrama de Bode em amplitude para o pull-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em x

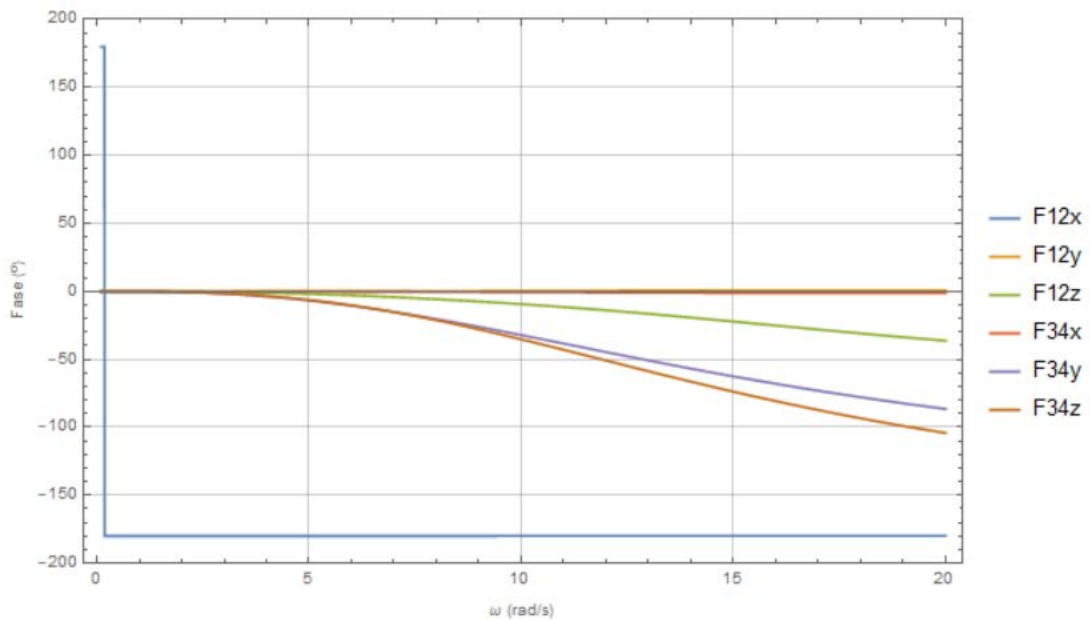


Figura C-20 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em x

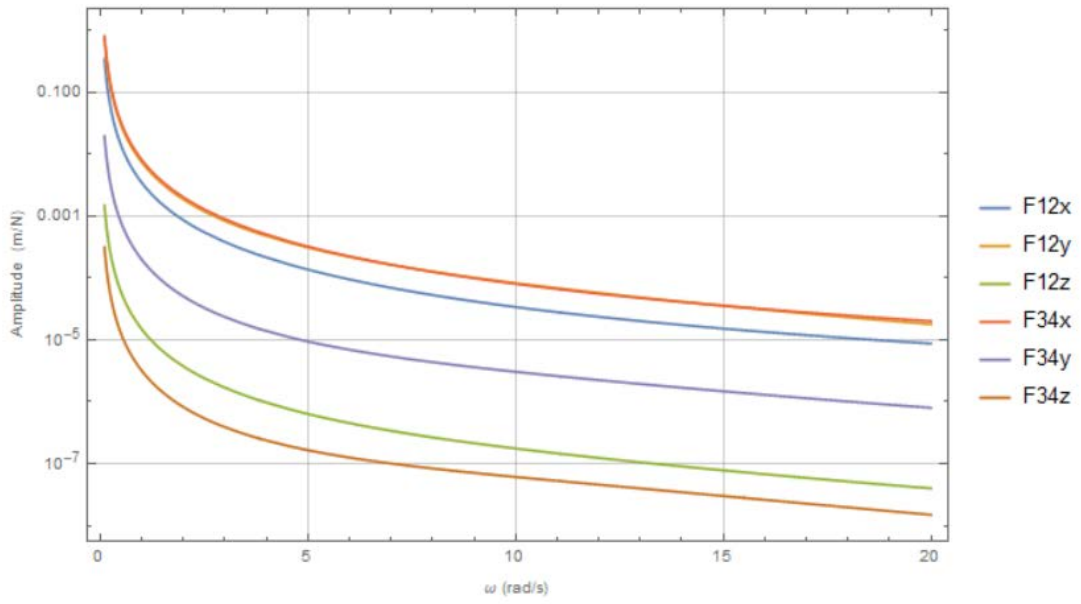


Figura C-21 - Diagrama de Bode em amplitude para o pull-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em y

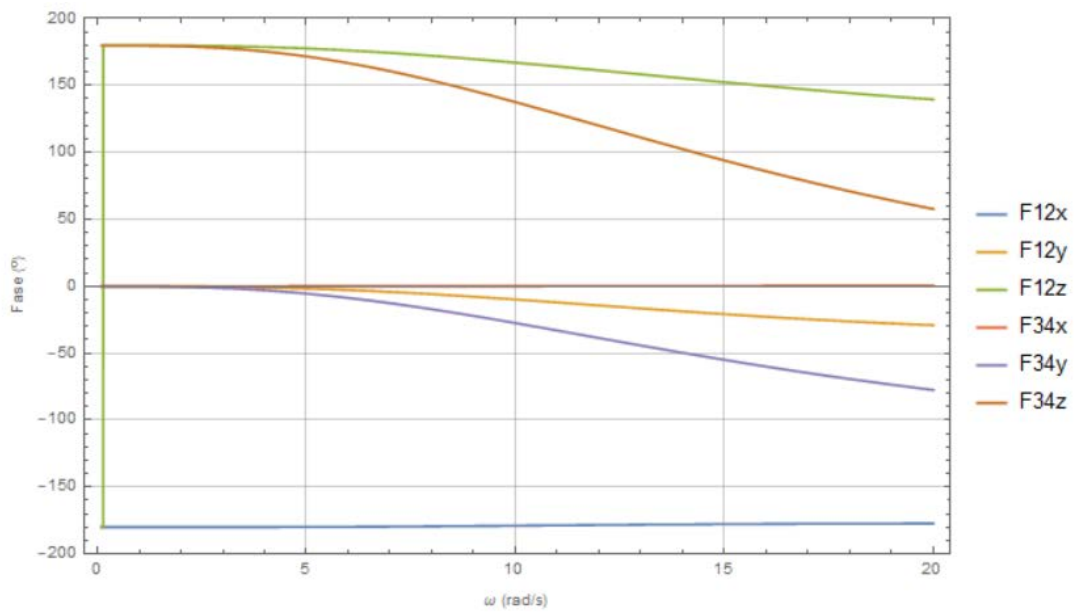


Figura C-22 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em y

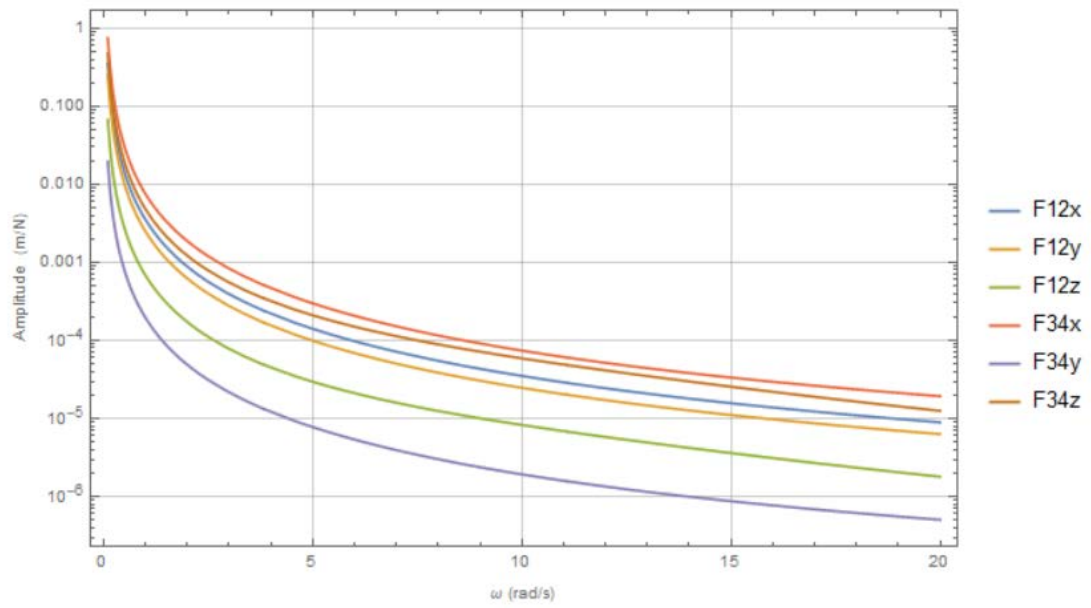


Figura C-23 - Diagrama de Bode em amplitude para o pull-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em z

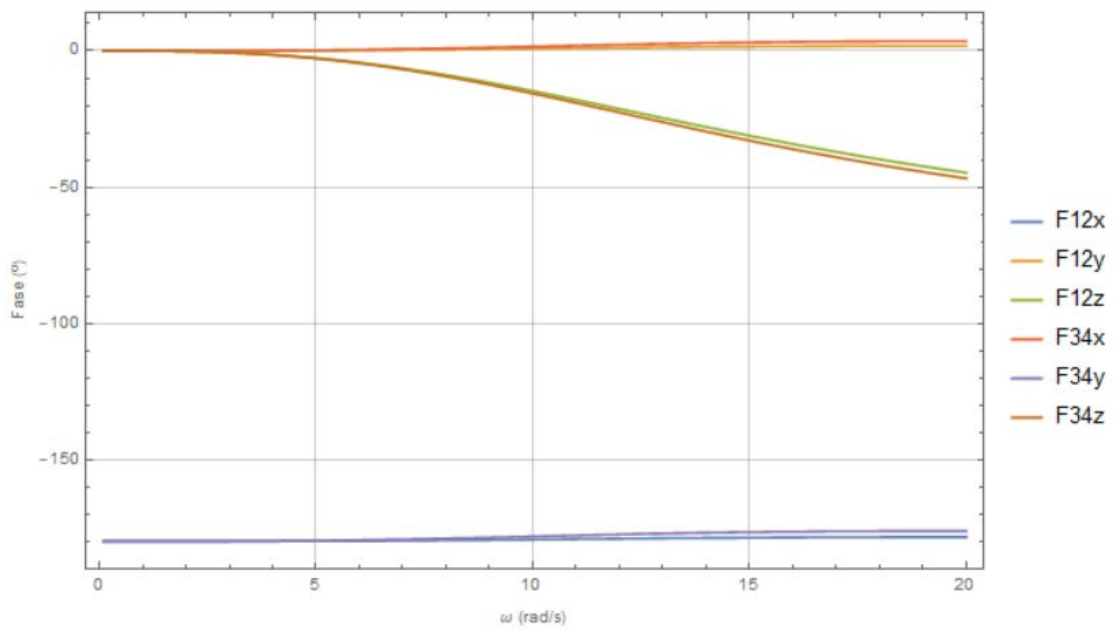


Figura C-24 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em z

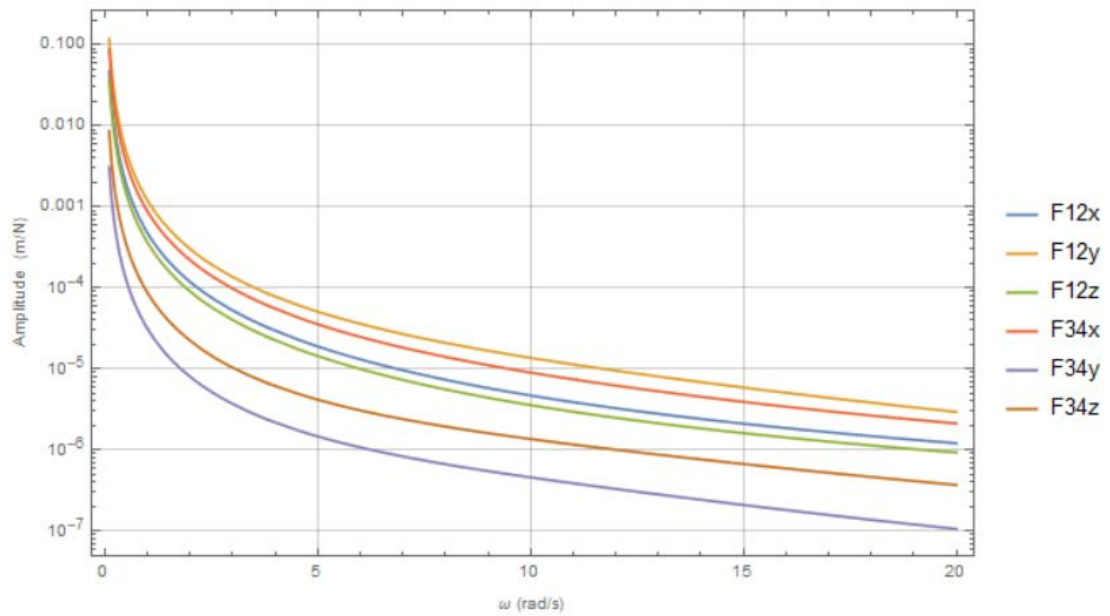


Figura C-25 - Diagrama de Bode em amplitude para o pull-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em θ

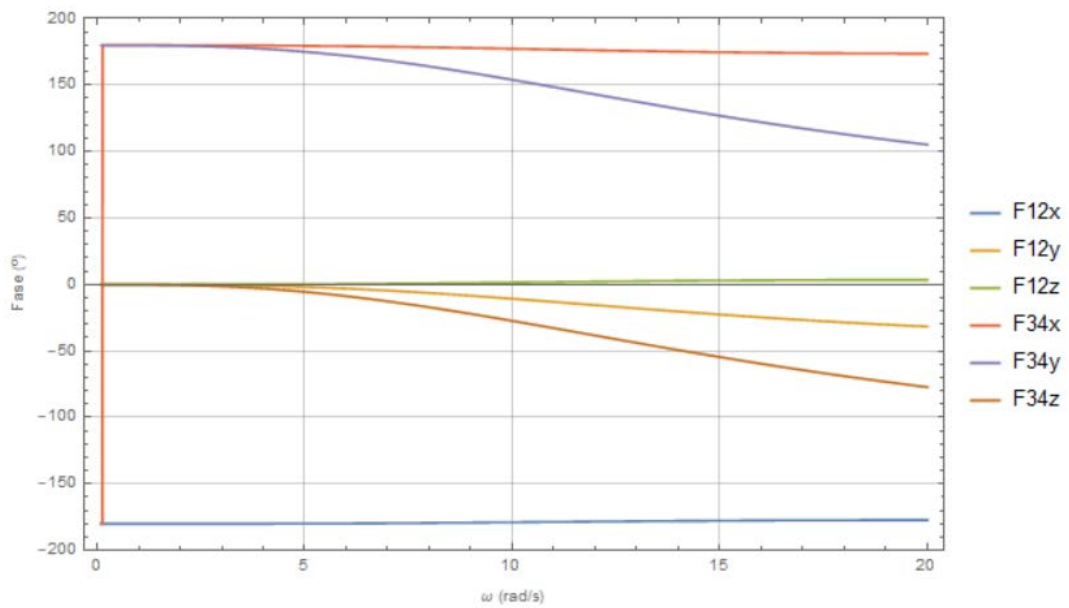


Figura C-26 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em θ

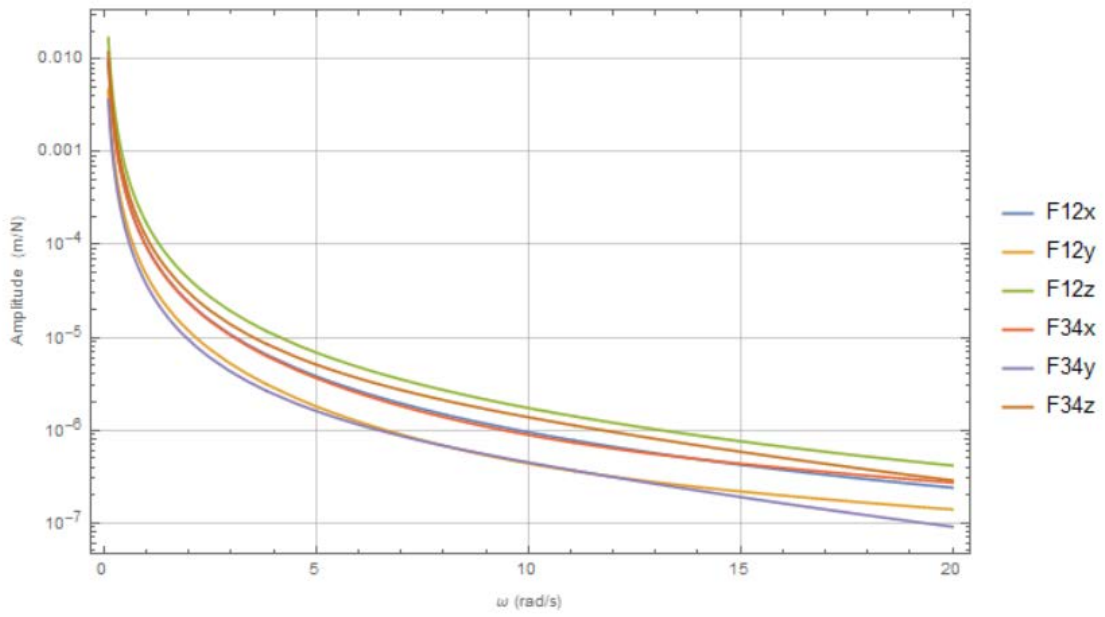


Figura C-27 - Diagrama de Bode em amplitude para o pull-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em ϕ

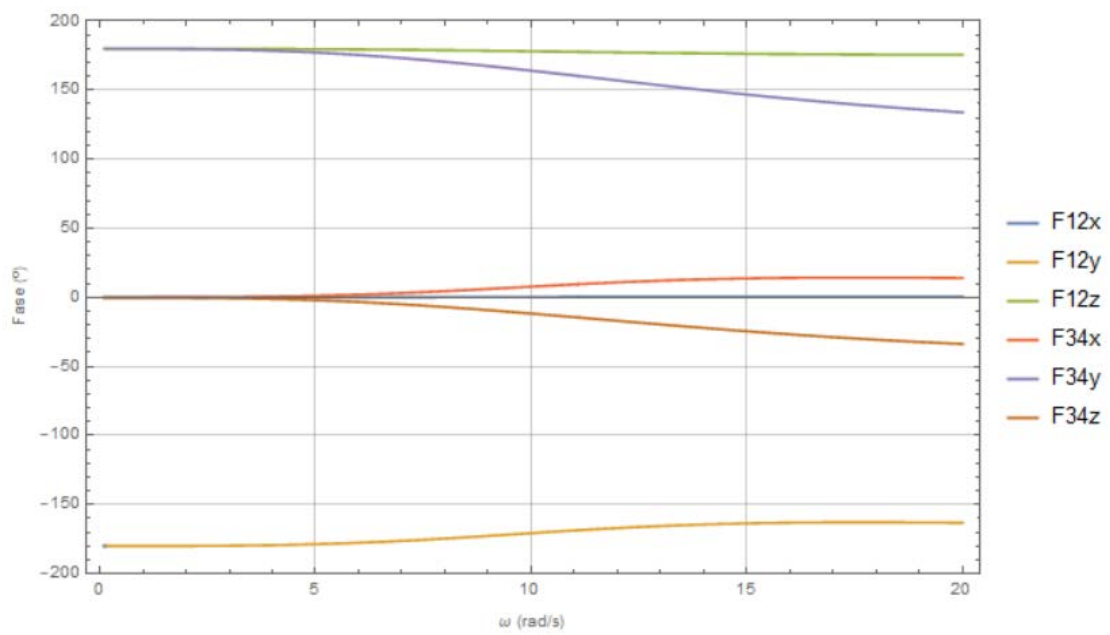


Figura C-28 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em ϕ

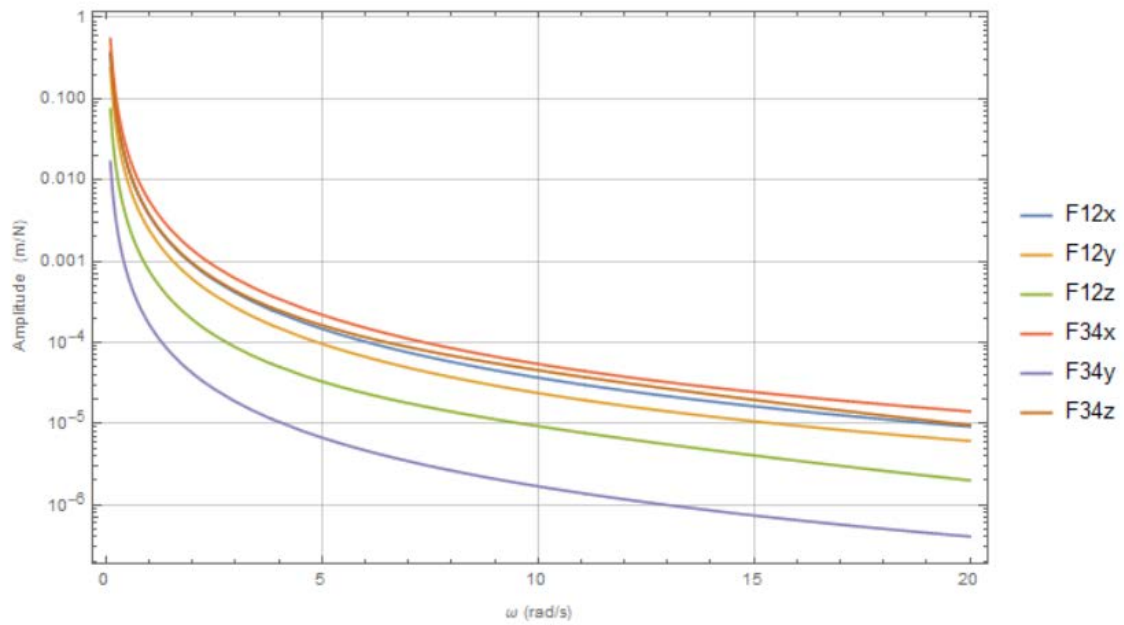


Figura C-29 - Diagrama de Bode em amplitude para o pull-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em ψ

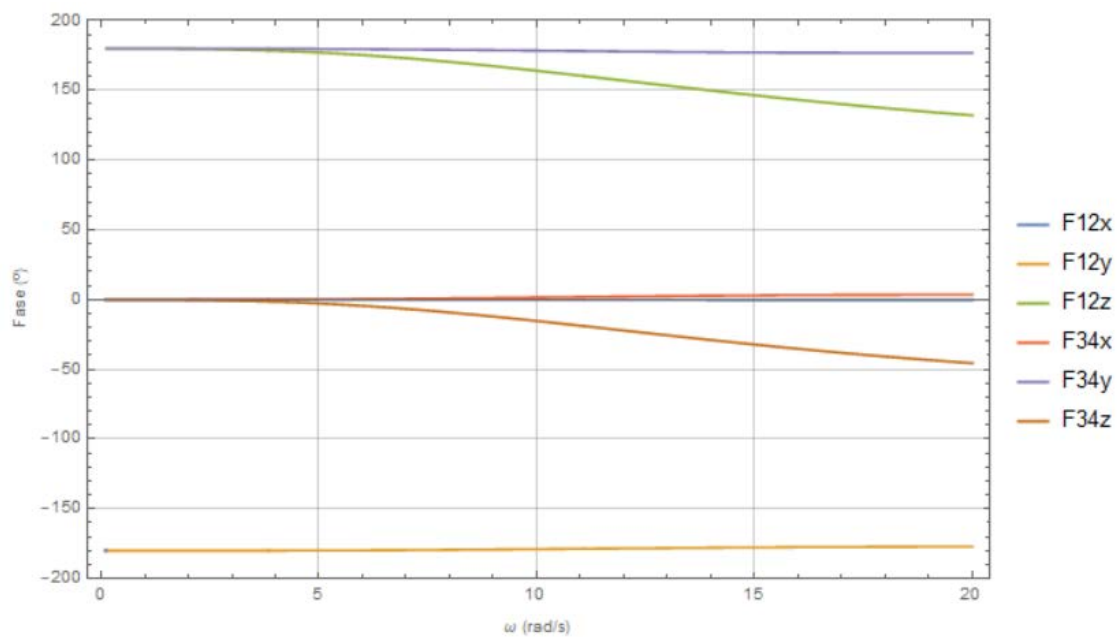


Figura C-30 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em ψ

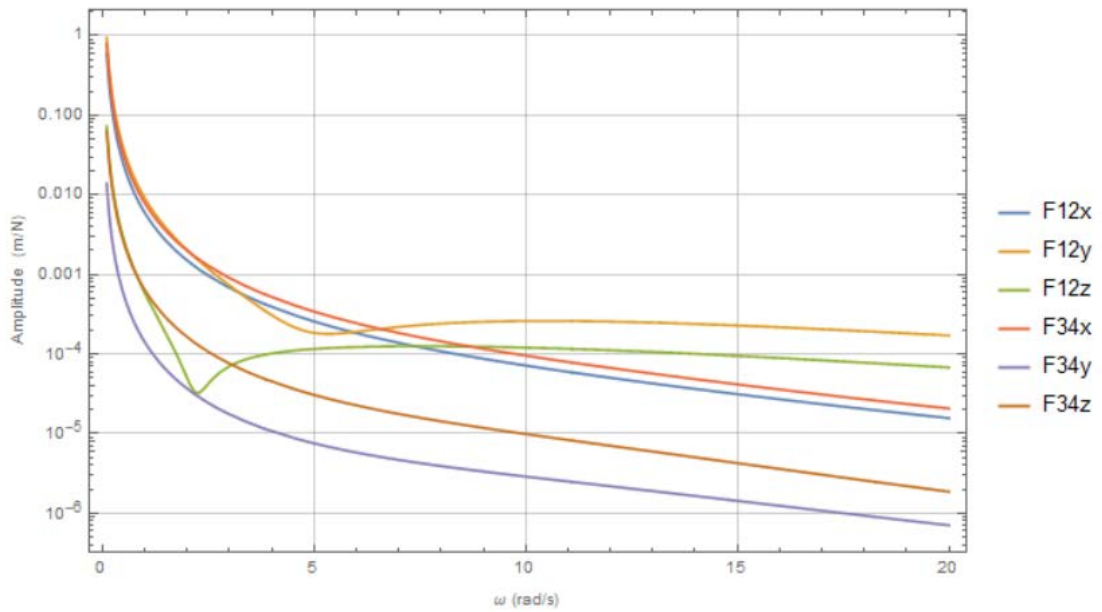


Figura C-31 - Diagrama de Bode em amplitude para o pull-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 1

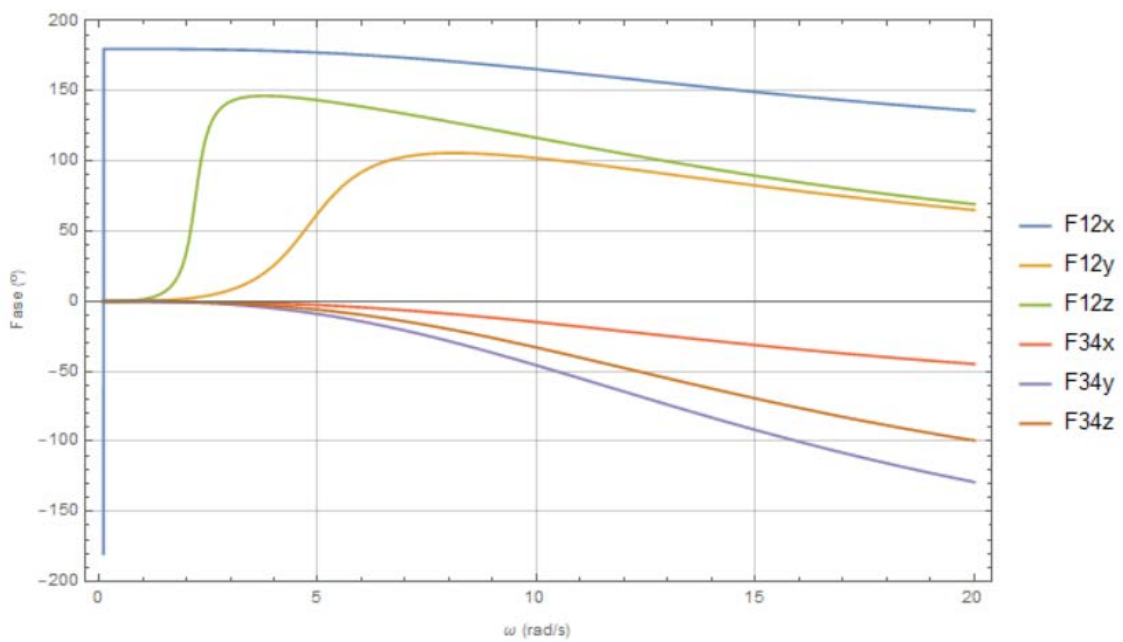


Figura C-32 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 1

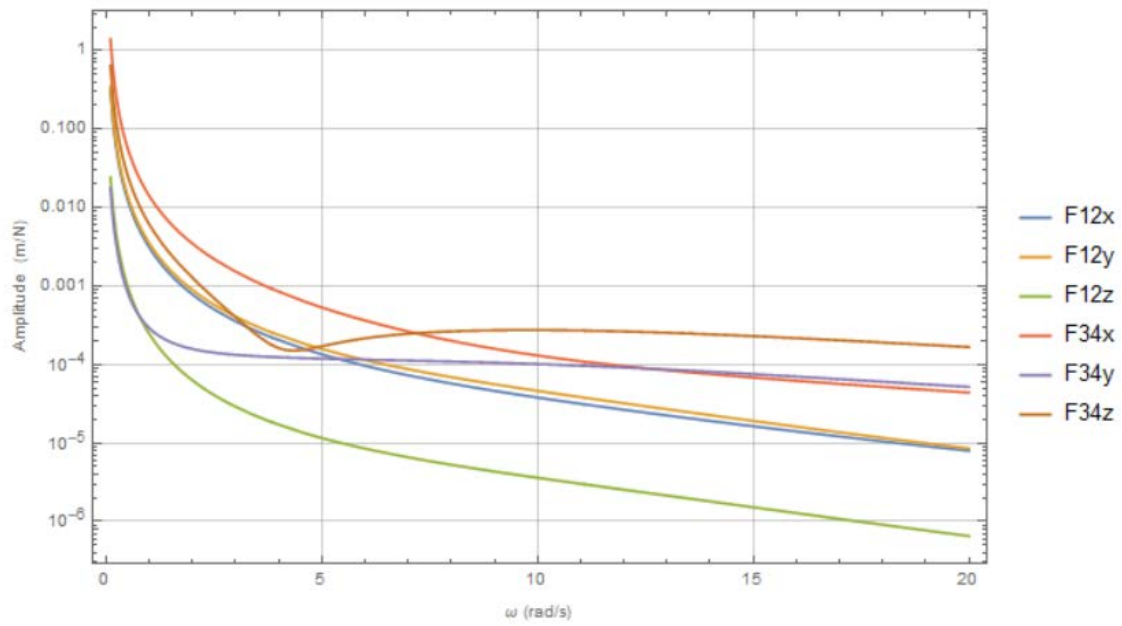


Figura C-33 - Diagrama de Bode em amplitude para o pull-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 3

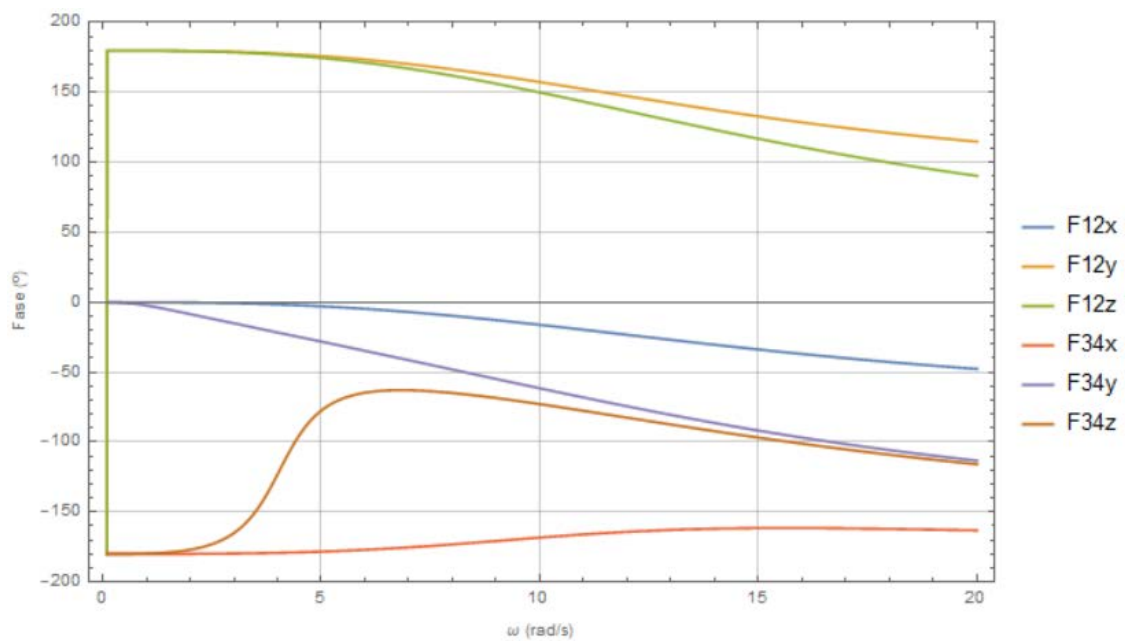


Figura C-34 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 3

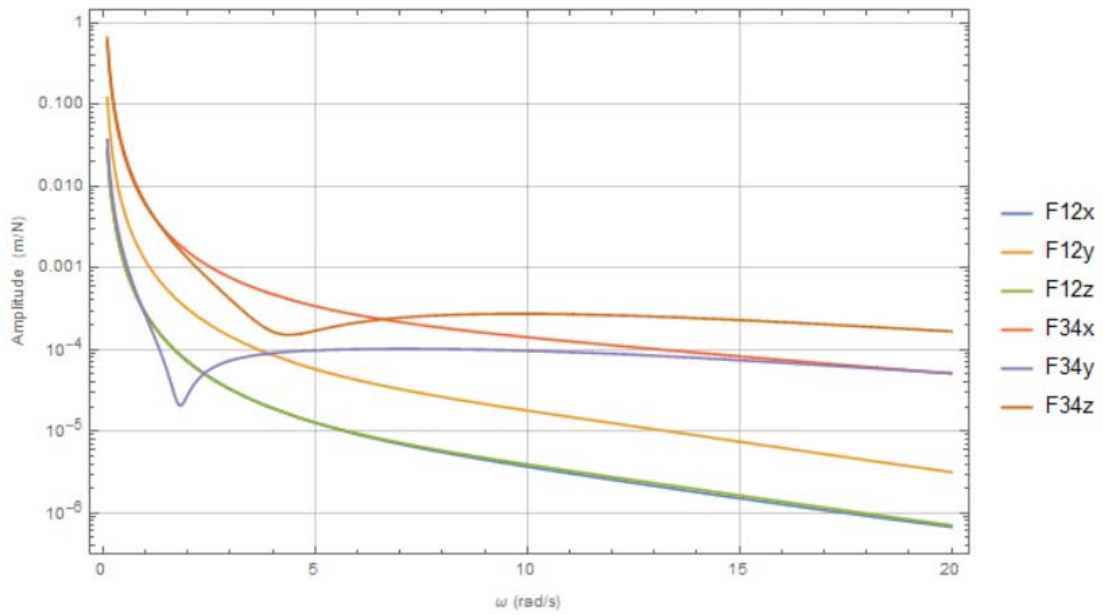


Figura C-35 - Diagrama de Bode em amplitude para o pull-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 4

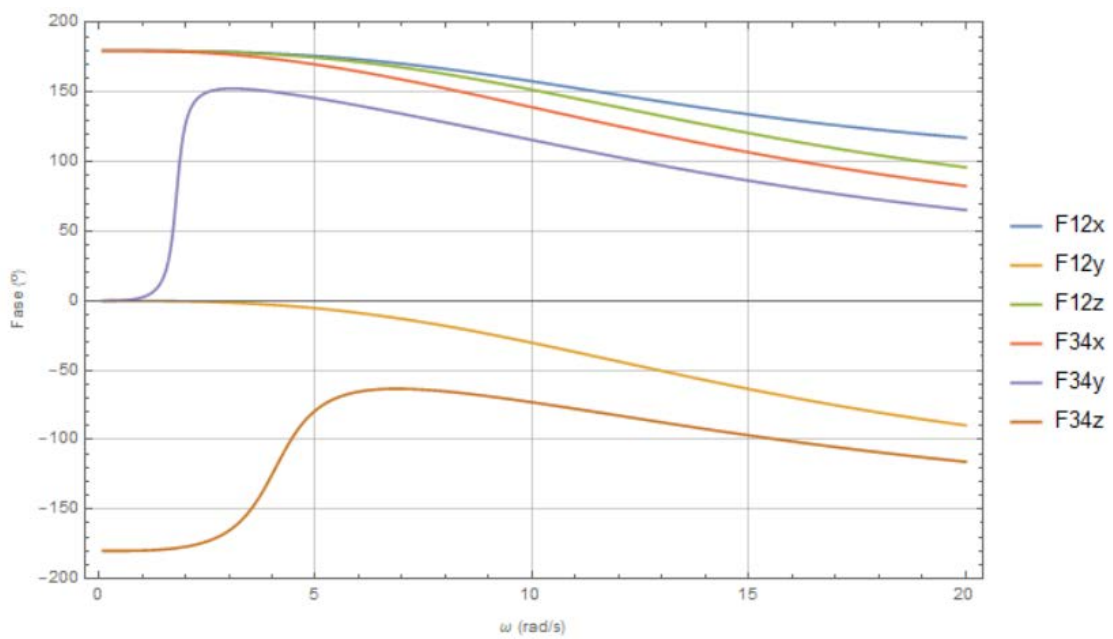


Figura C-36 - Diagrama de Bode em fase para o pull-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 4

Para o sistema *push-rod* sobre-amortecido

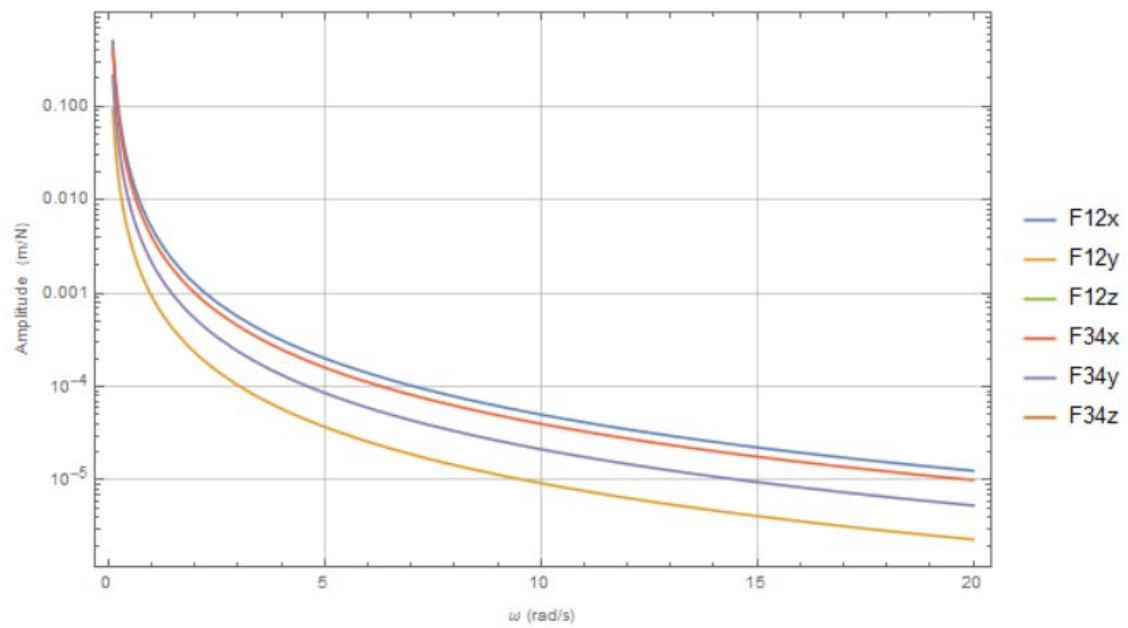


Figura C-37 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em x

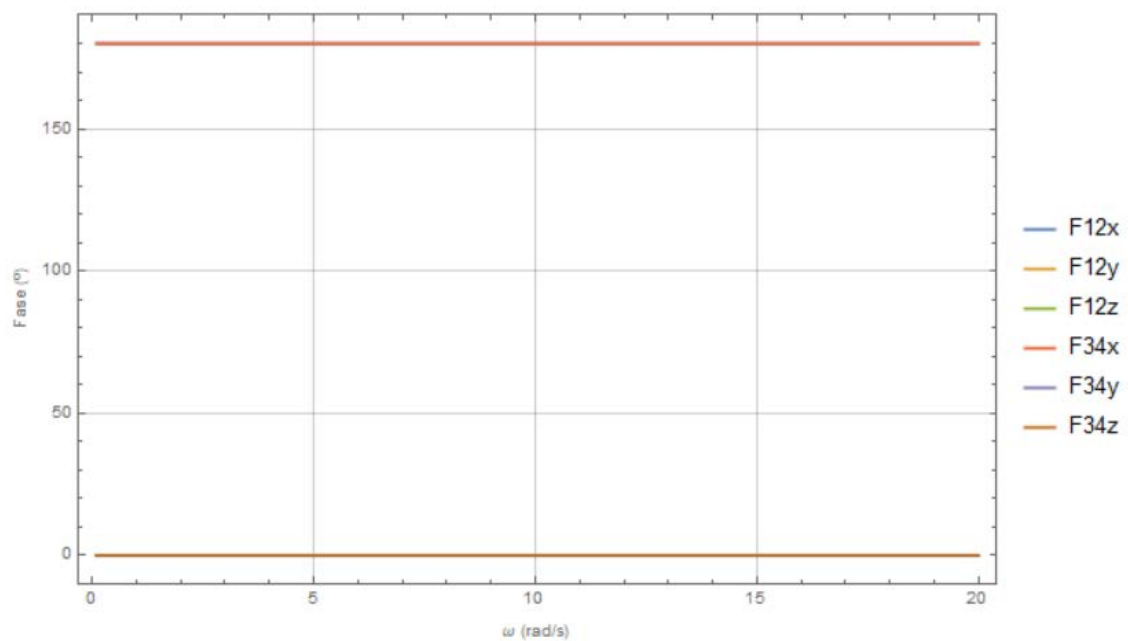


Figura C-38 - Diagrama de Bode em fase para o push-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em x

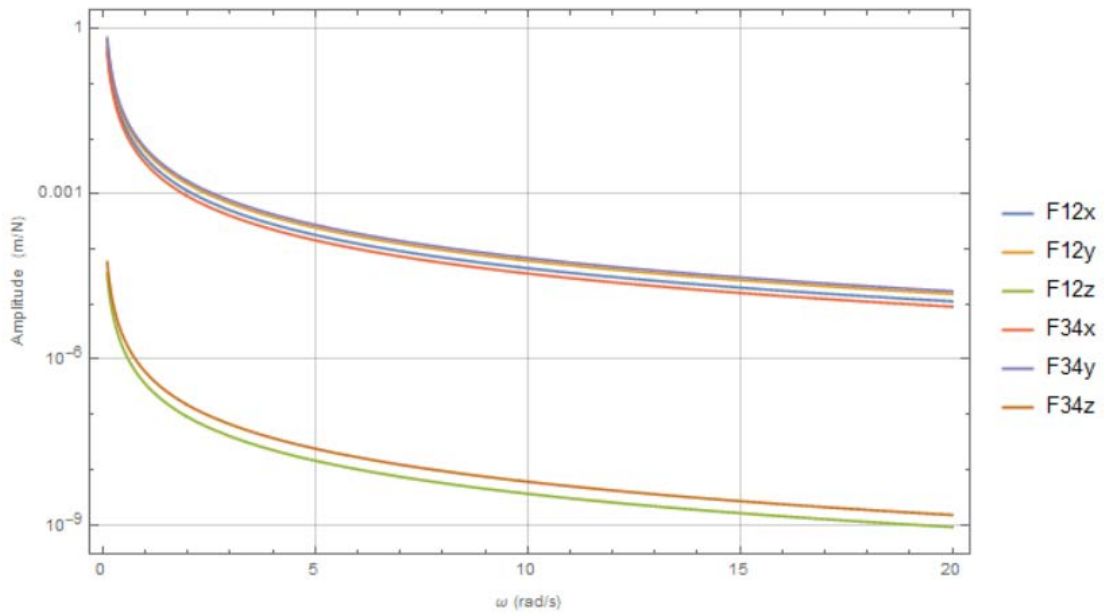


Figura C-39 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em y

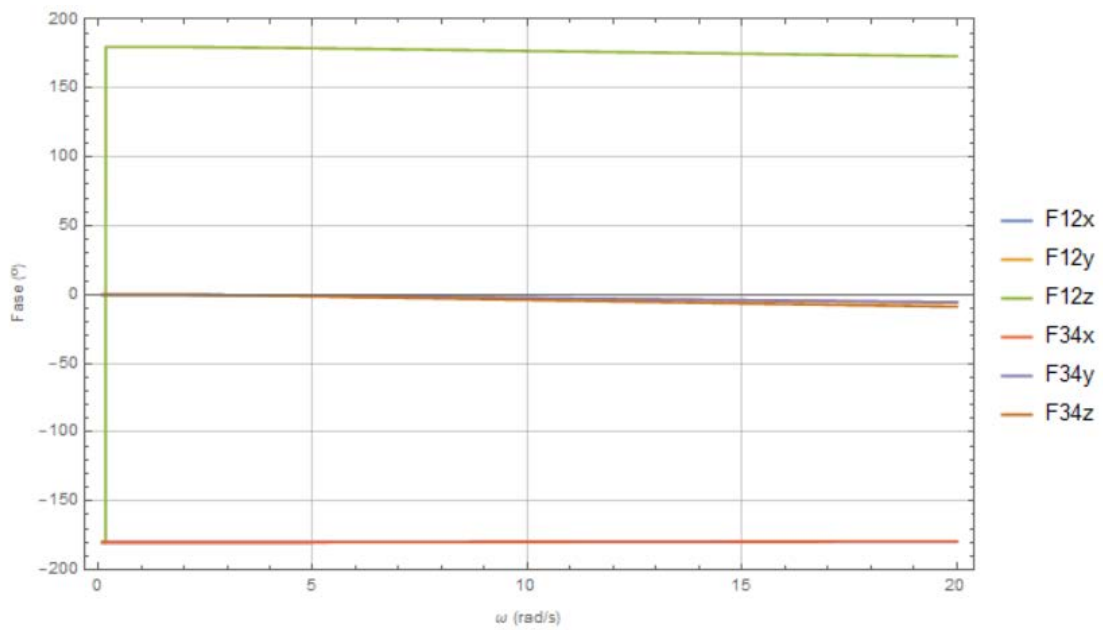


Figura C-40 - Diagrama de Bode em fase para o push-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em y

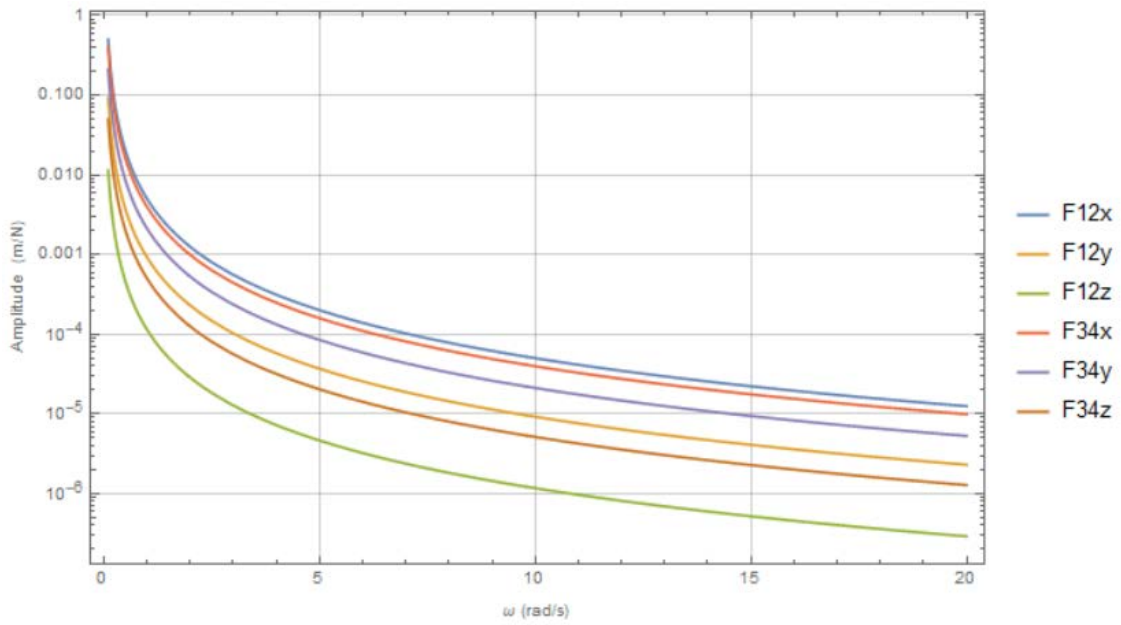


Figura C-41 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em z

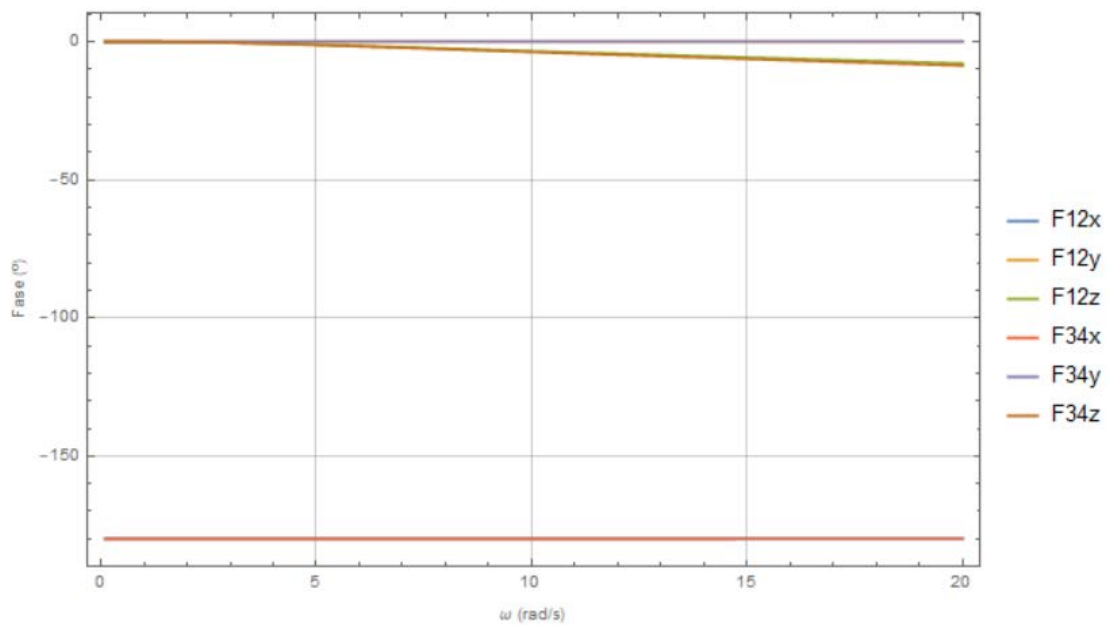


Figura C-42 - Diagrama de Bode em fase para o push-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em z

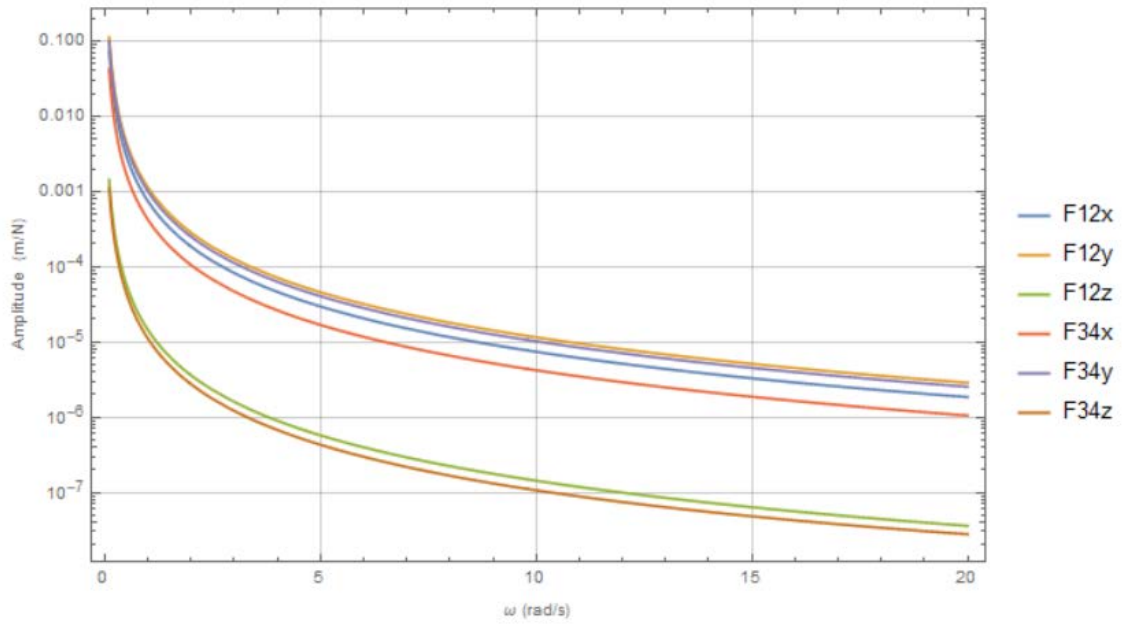


Figura C-43 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em θ

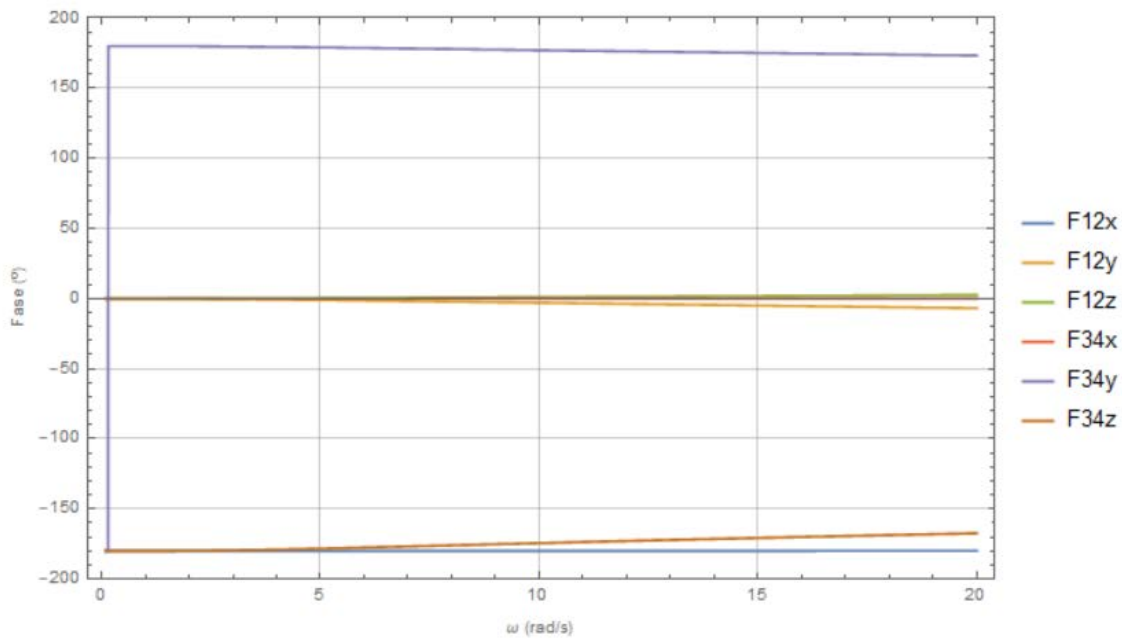


Figura C-44 - Diagrama de Bode em fase para o push-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em θ

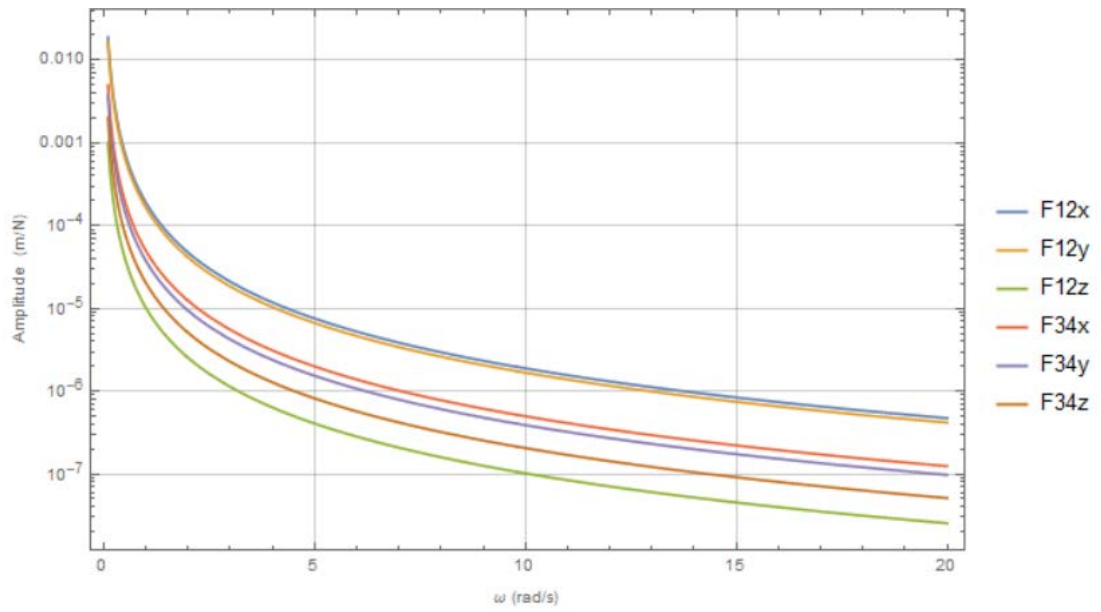


Figura C-45 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em ϕ

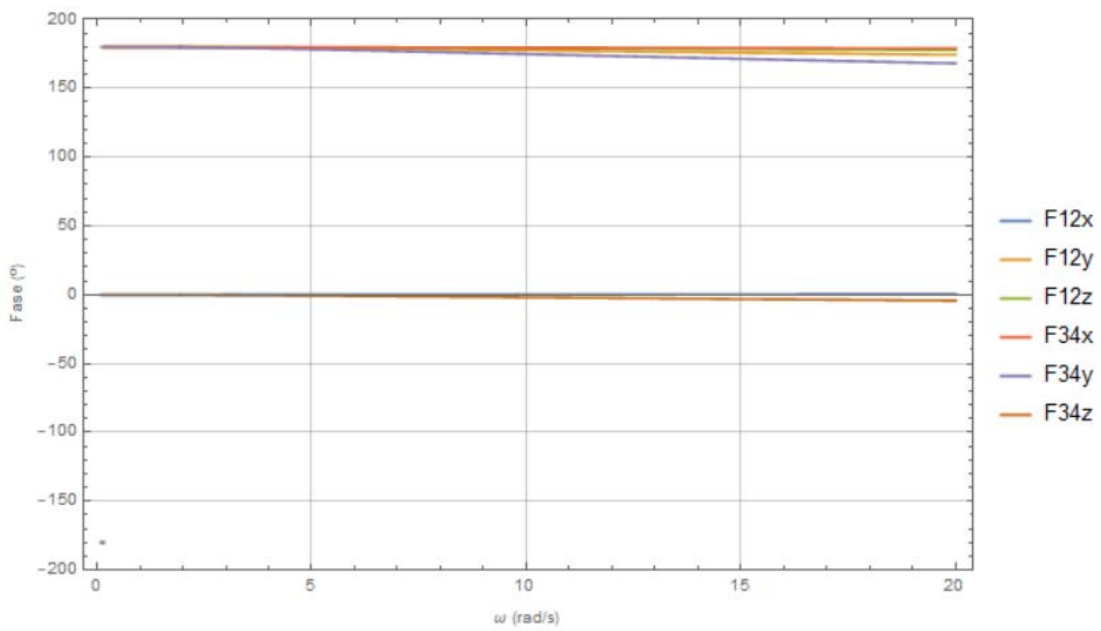


Figura C-46 - Diagrama de Bode em fase para o push-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em ϕ

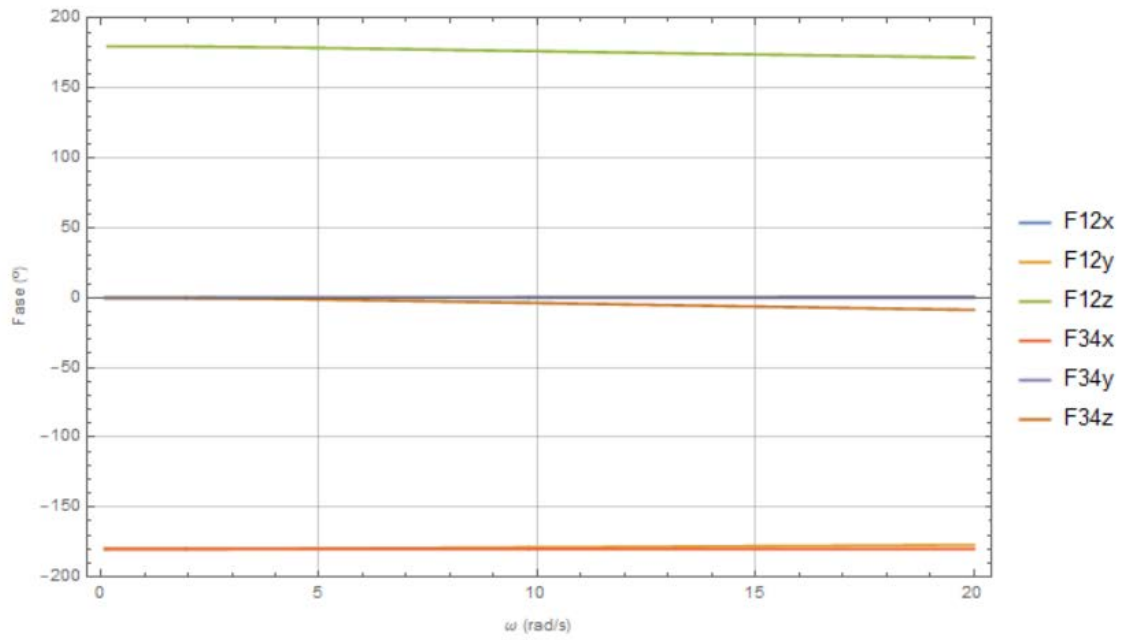


Figura C-47 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em ψ

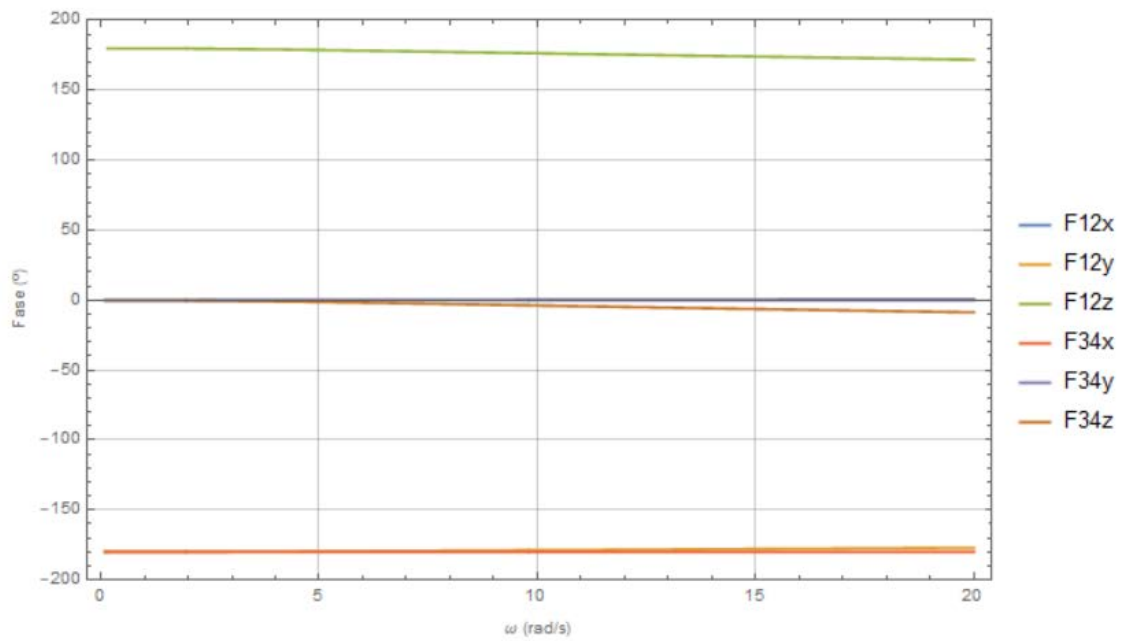


Figura C-48 - Diagrama de Bode em fase para o push-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade em ψ

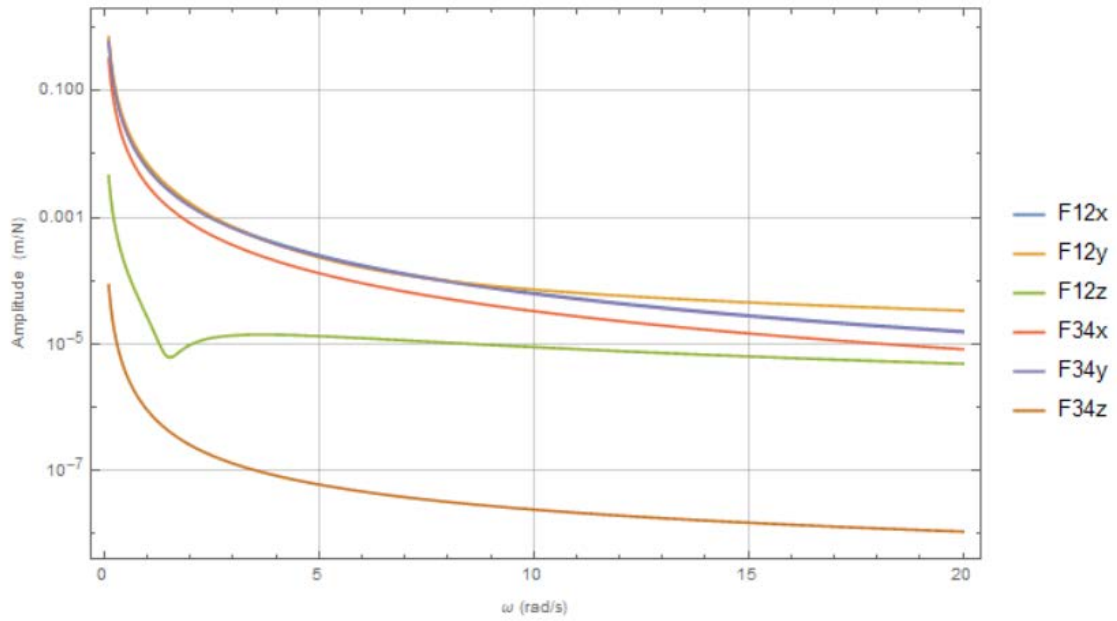


Figura C-49 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 1

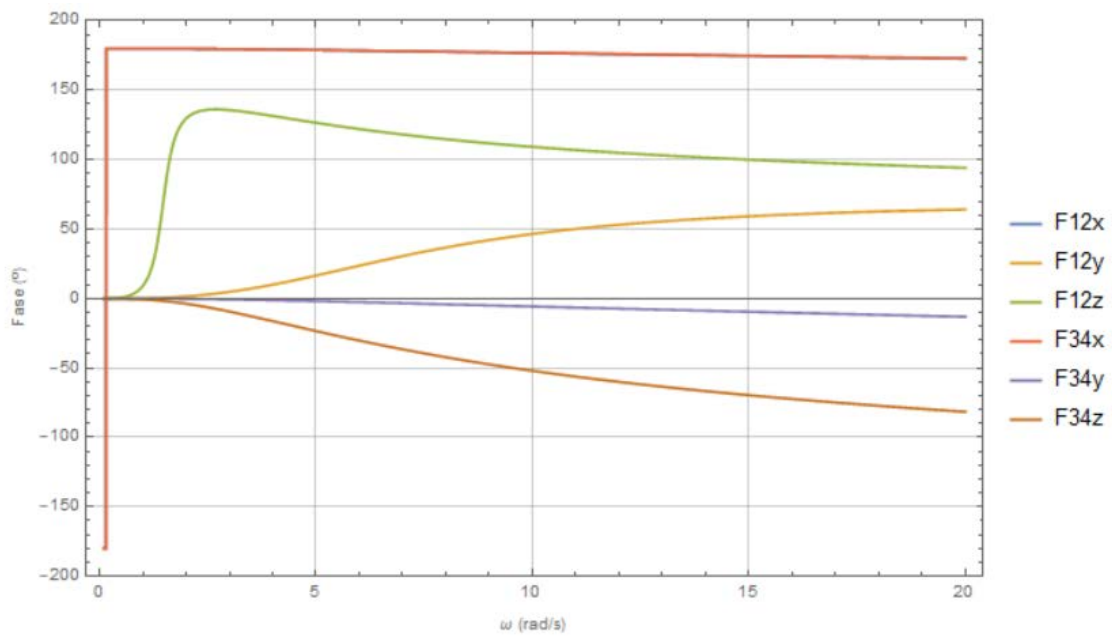


Figura C-50 - Diagrama de Bode em fase para o push-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 1

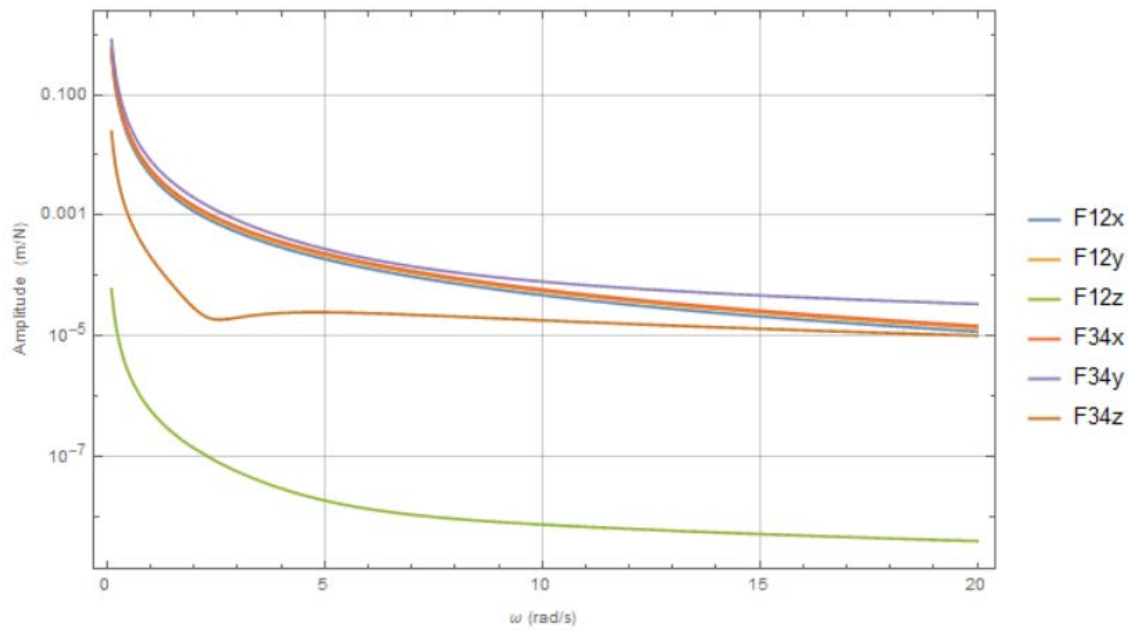


Figura C-51 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 3

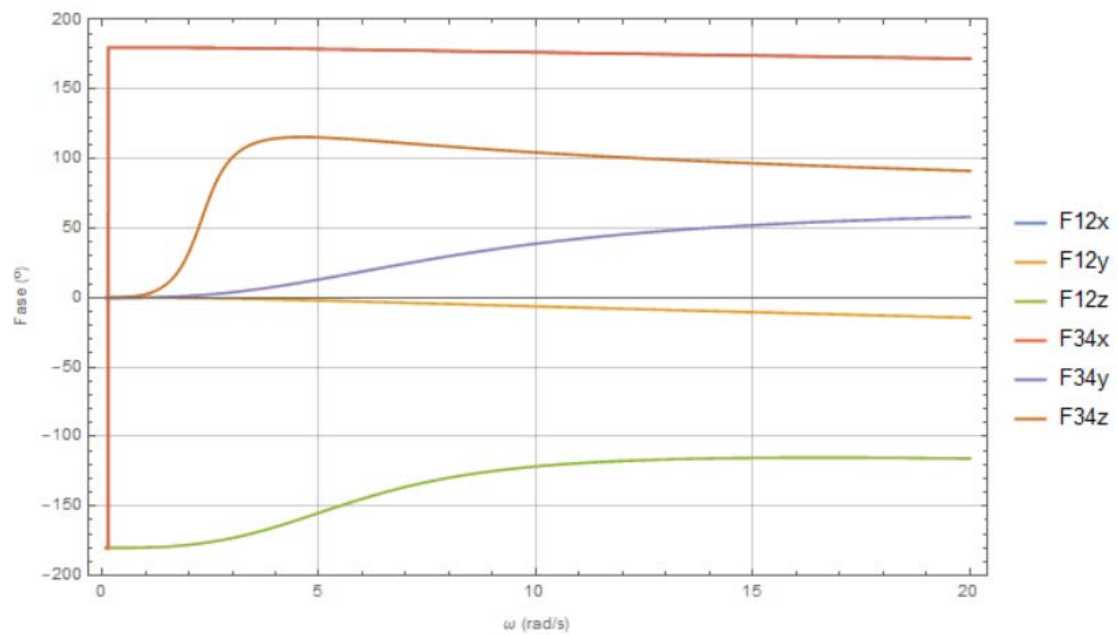


Figura C-52 - Diagrama de Bode em fase para o push-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 3

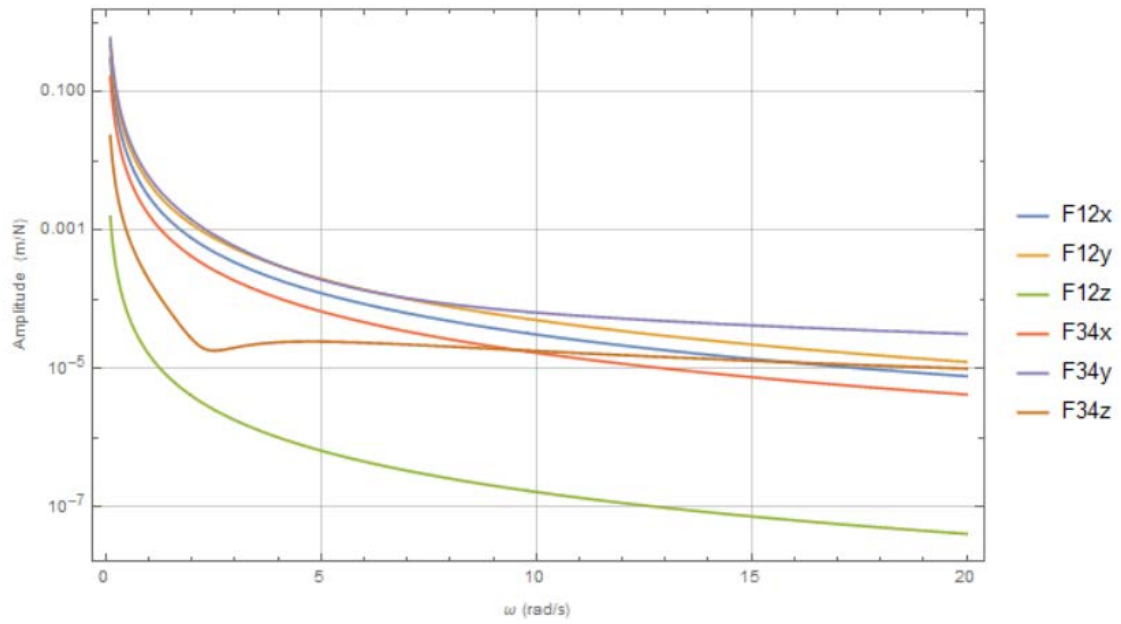


Figura C-53 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 4

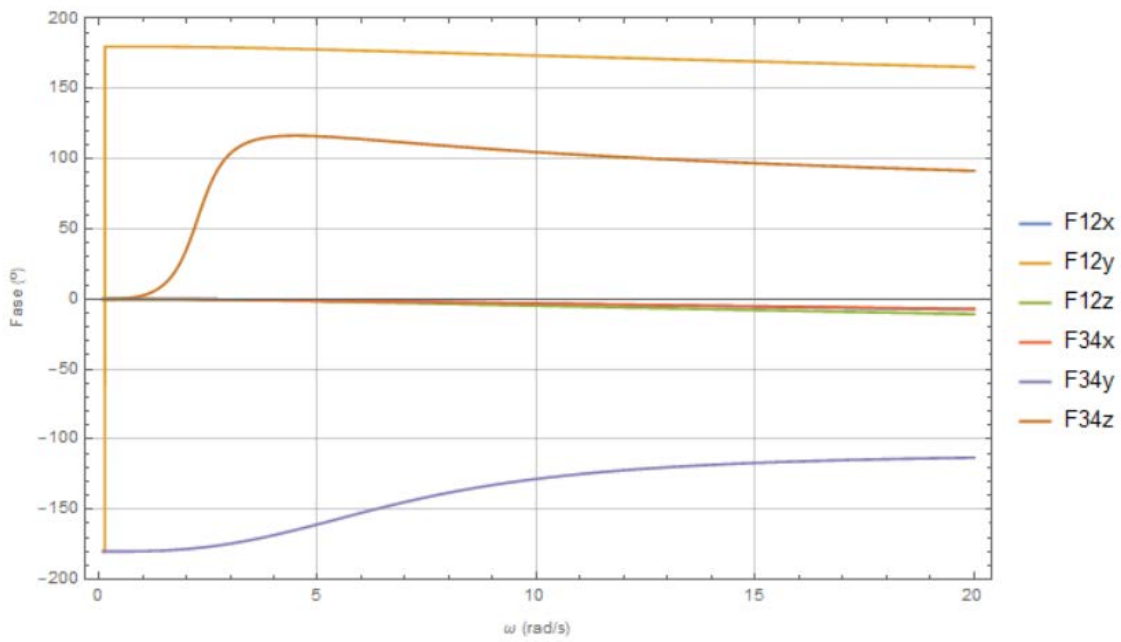


Figura C-54 - Diagrama de Bode em fase para o push-rod em sobre-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 4

Para o sistema *push-rod* sub-amortecido

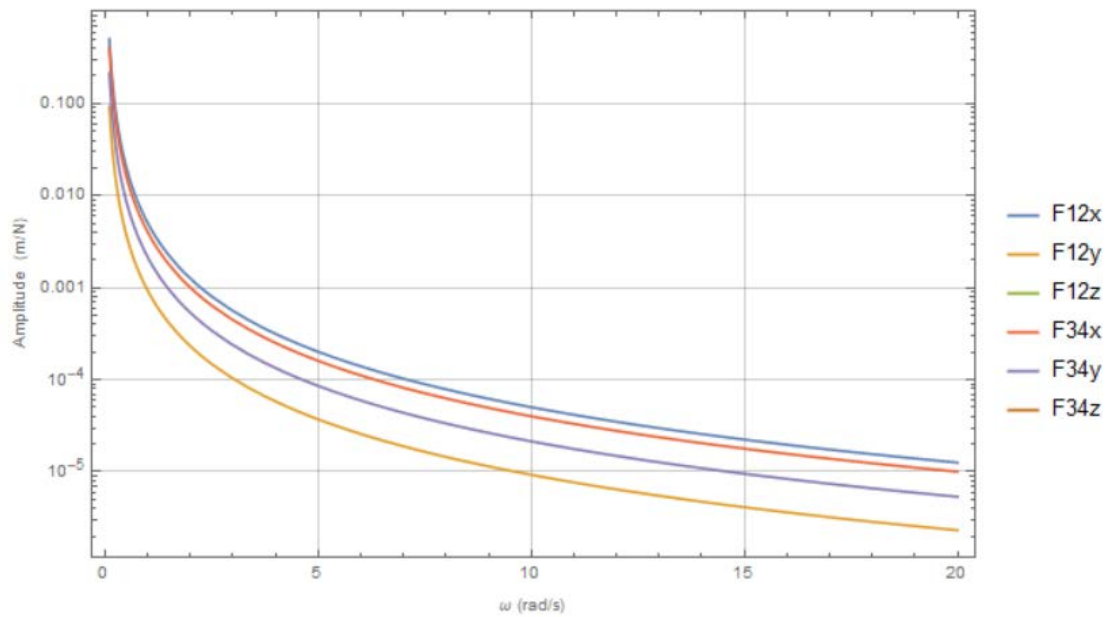


Figura C-55 - Diagrama de Bode em amplitude para o *push-rod* em sub-amortecido para o grau de liberdade em x

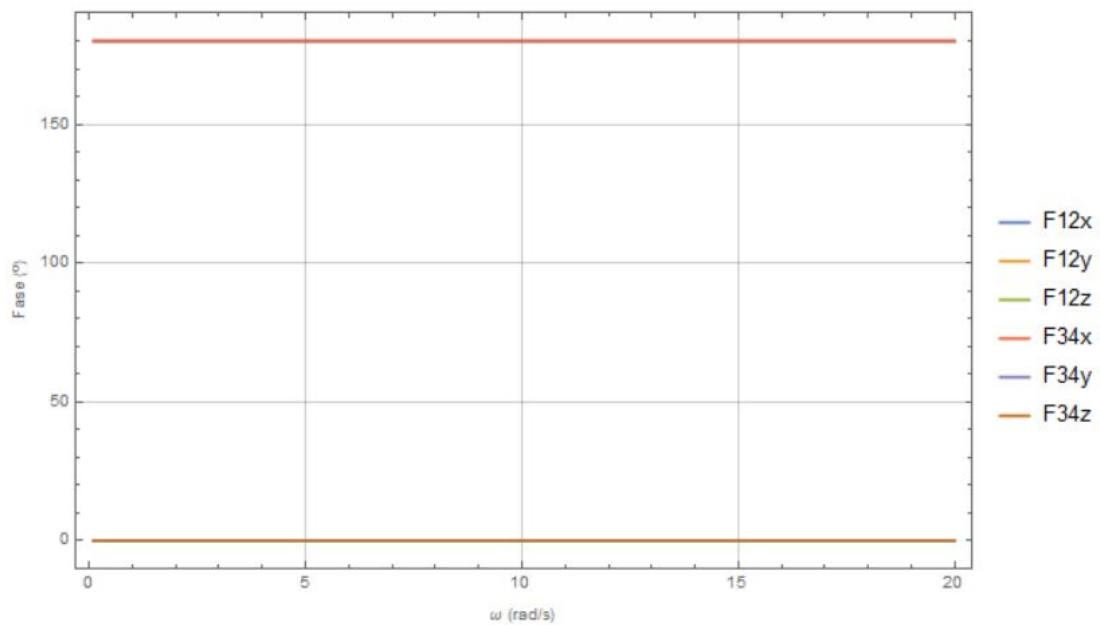


Figura C-56 - Diagrama de Bode em amplitude para o *push-rod* em sub-amortecido para o grau de liberdade em x

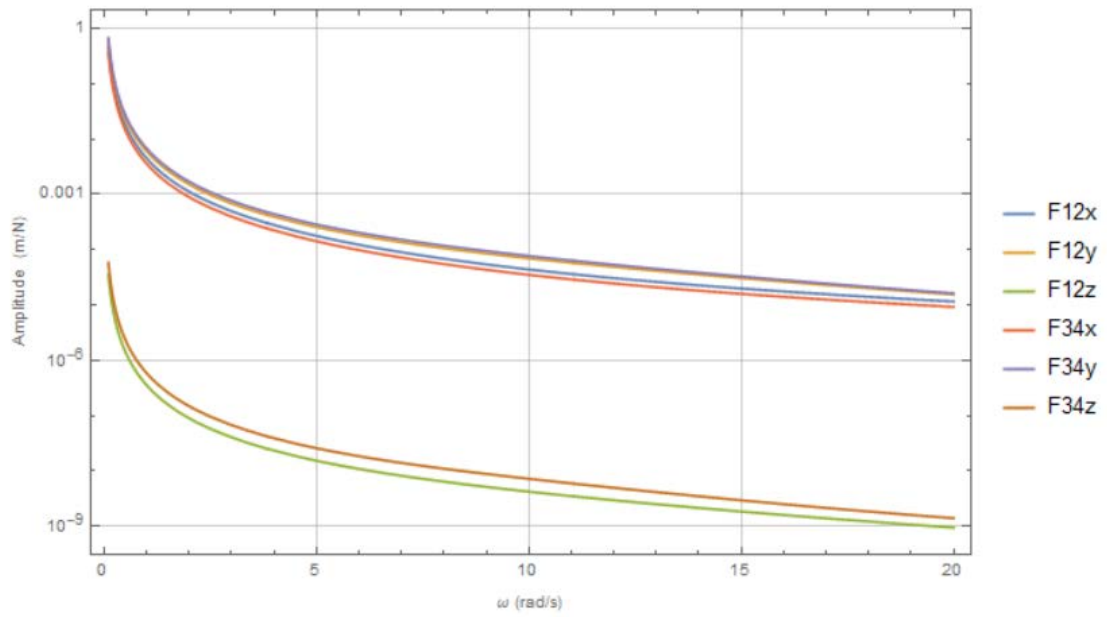


Figura C-57 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em y

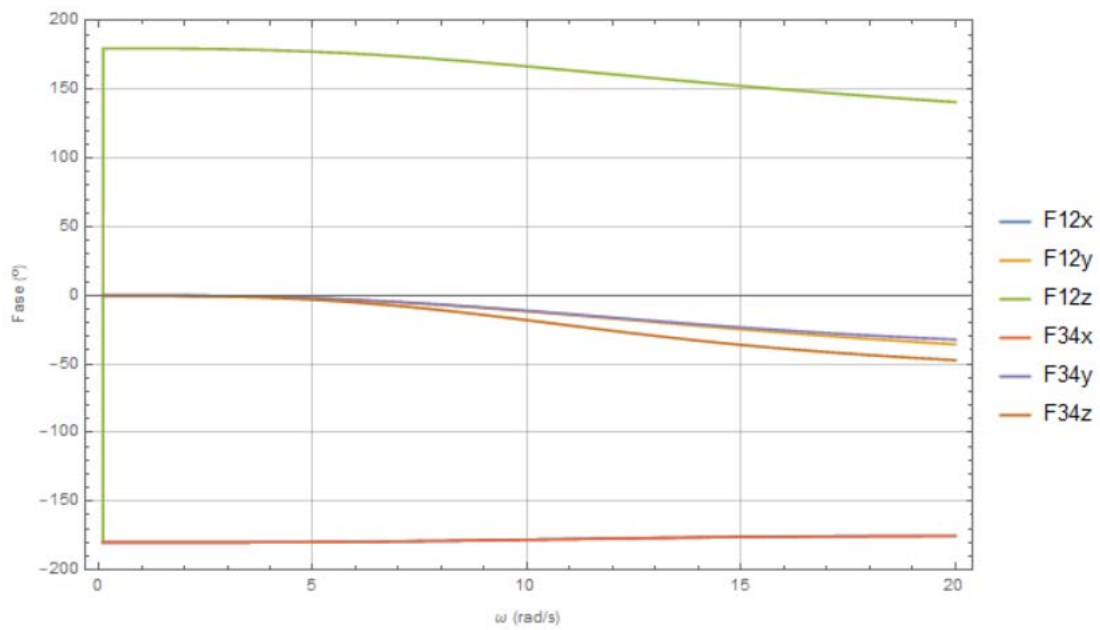


Figura C-58 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em y

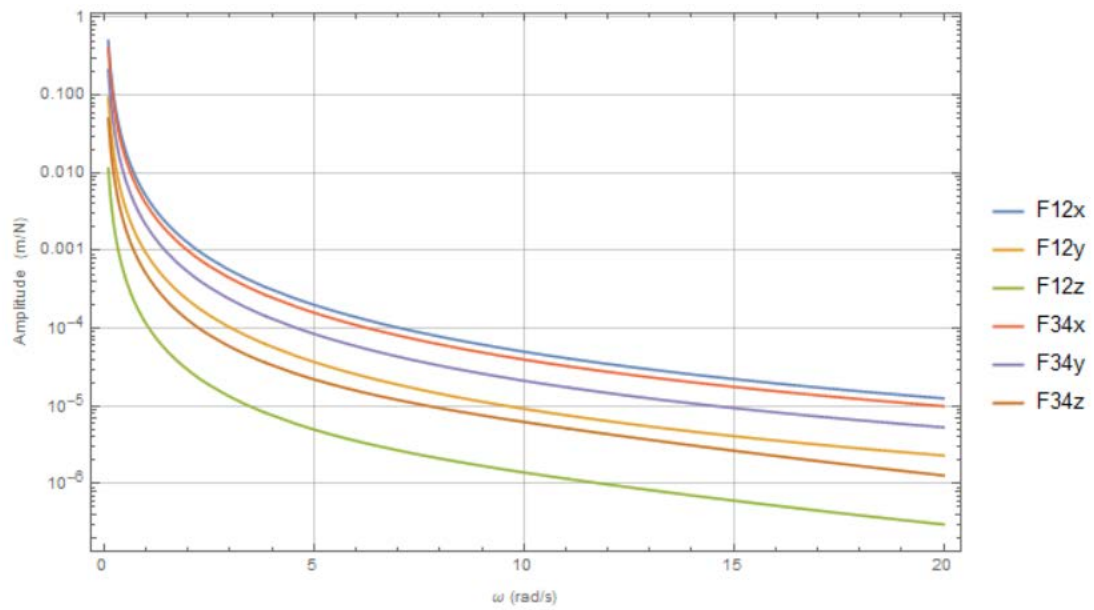


Figura C-59 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em z

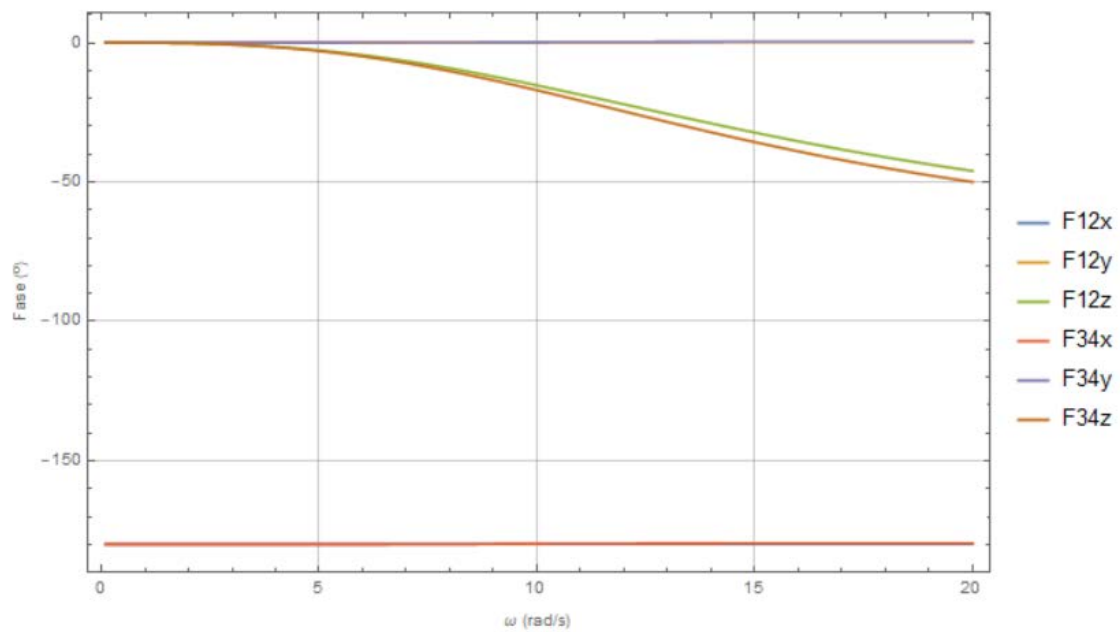


Figura C-60 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em z

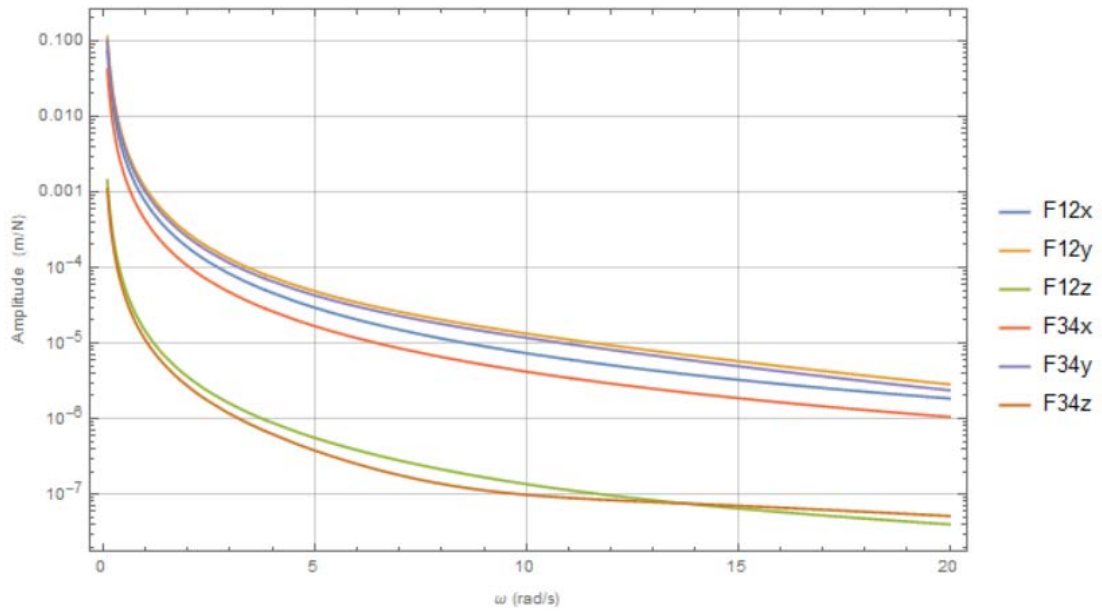


Figura C-61 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em θ

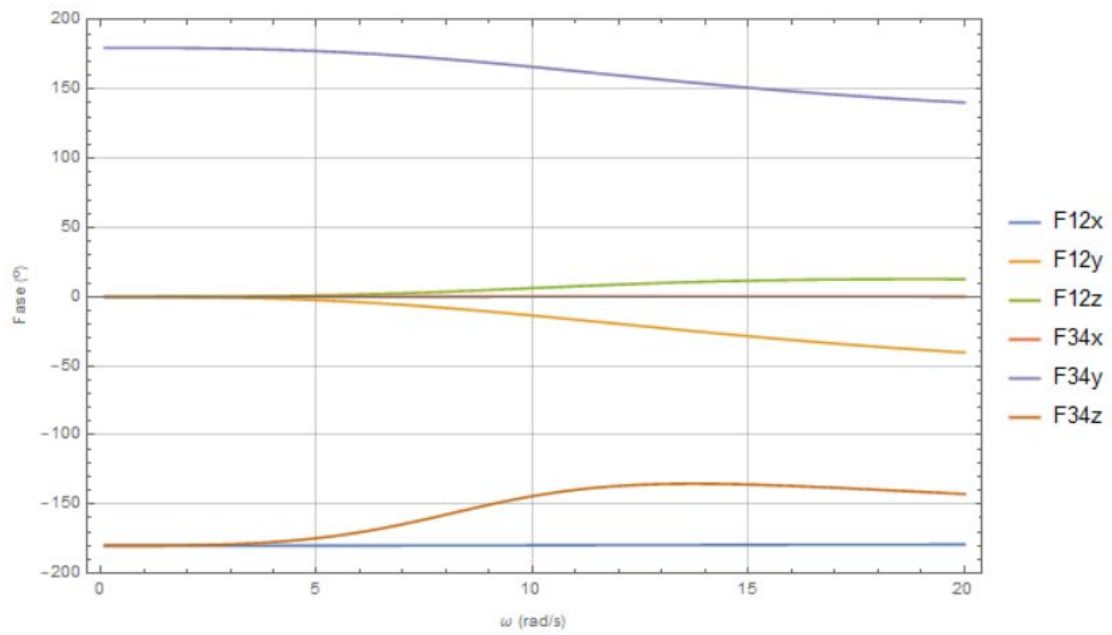


Figura C-62 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em θ

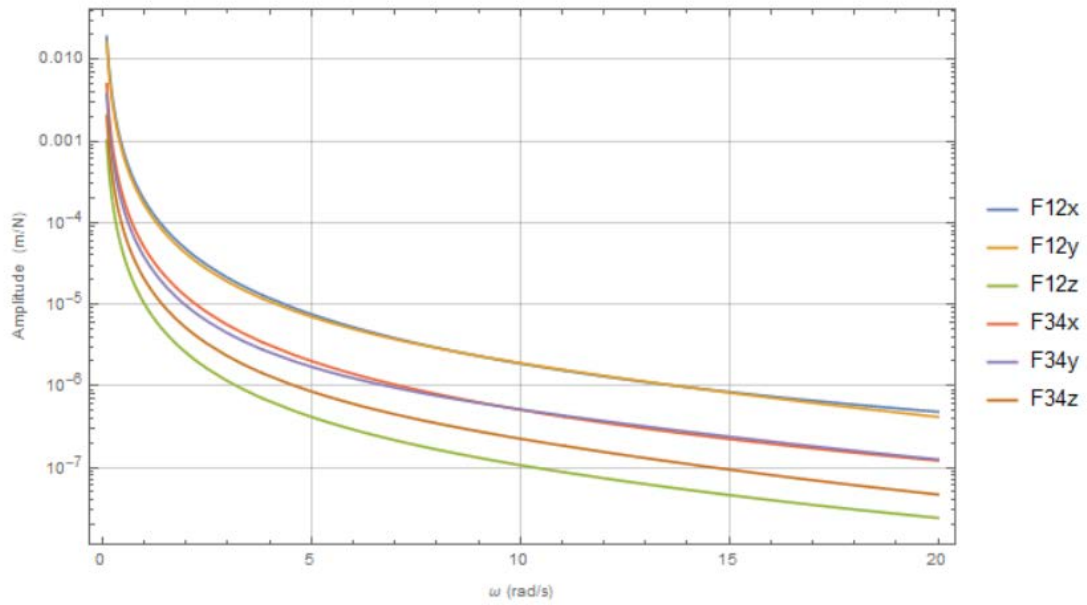


Figura C-63 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em ϕ

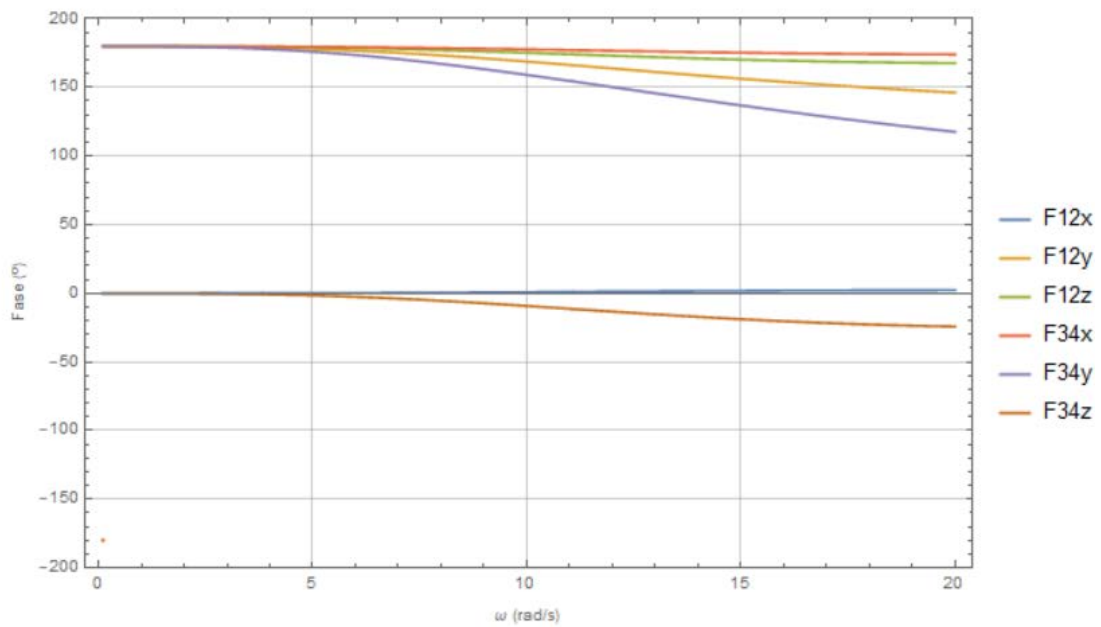


Figura C-64 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em ϕ

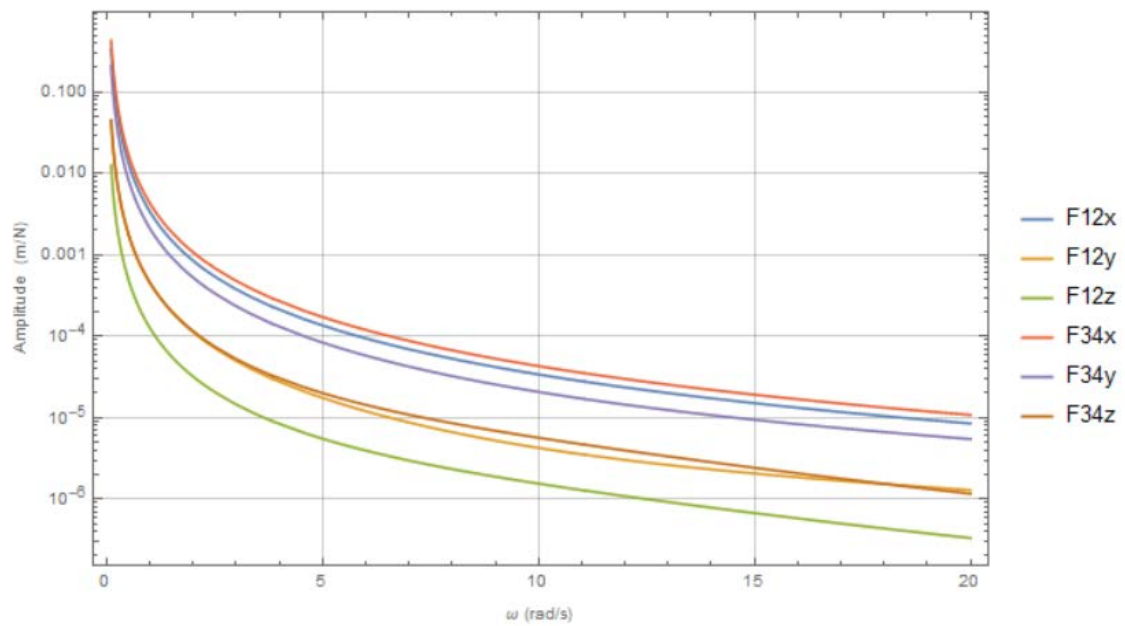


Figura C-65 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em ψ

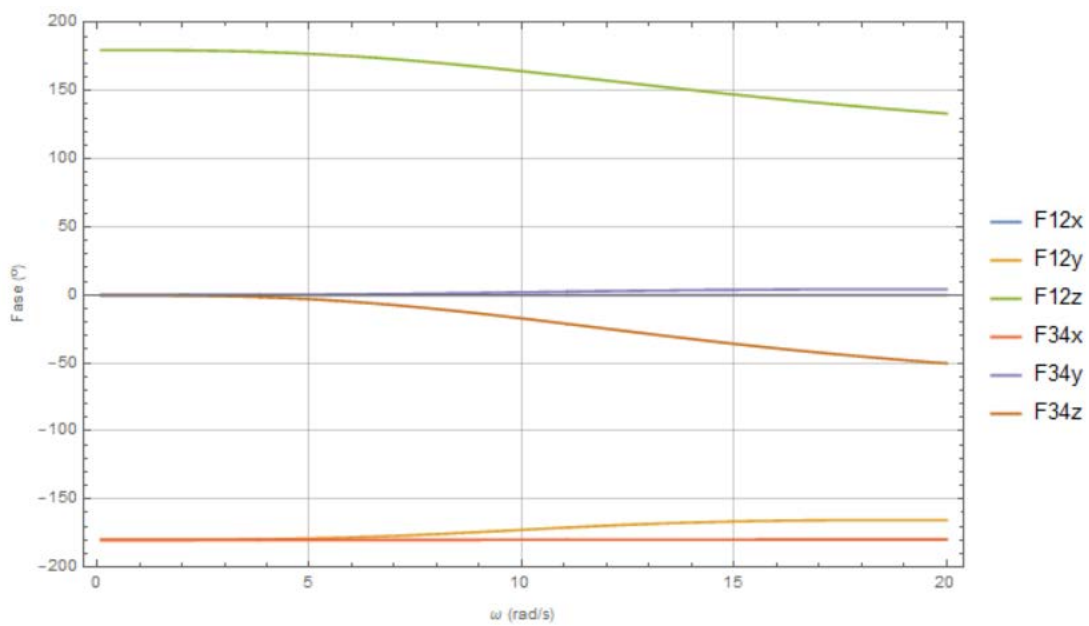


Figura C-66 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade em ψ

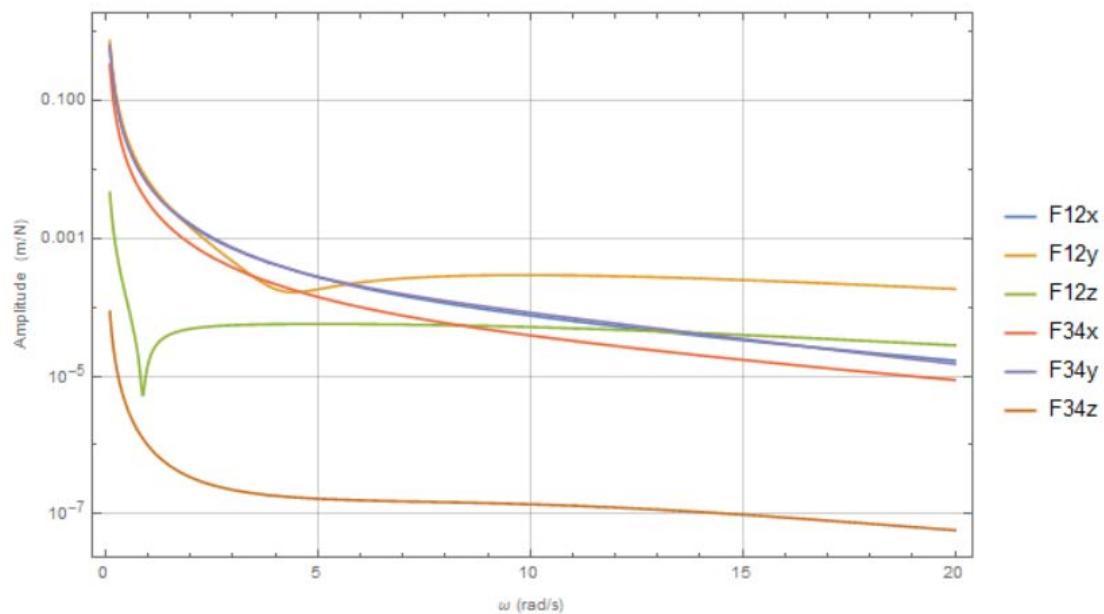


Figura C-67 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 1

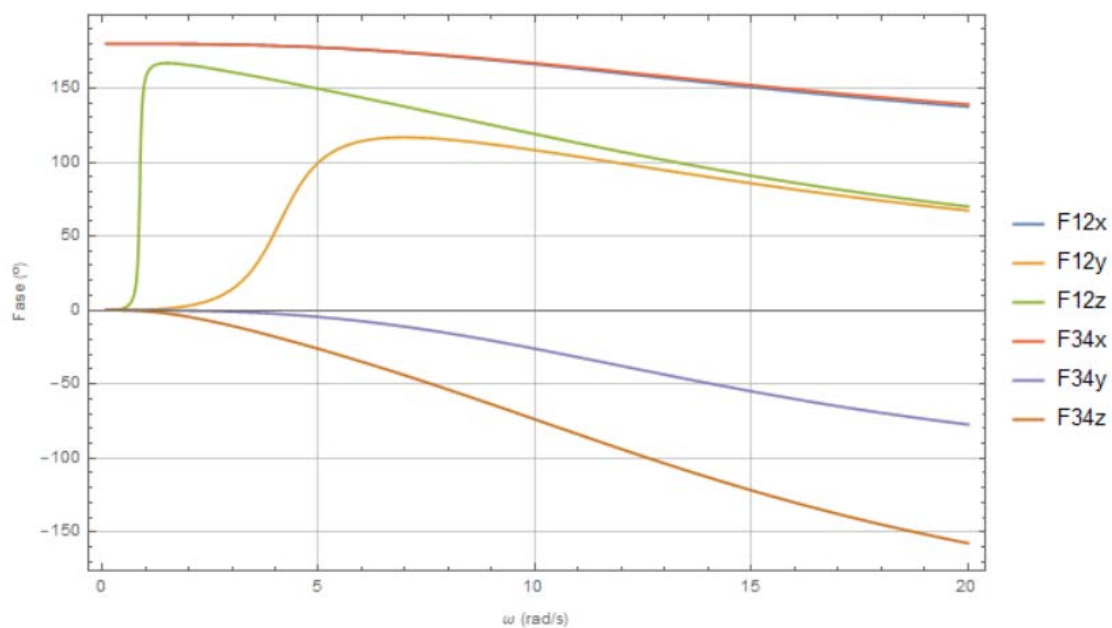


Figura C-68 - Diagrama de Bode em fase para o push-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 1

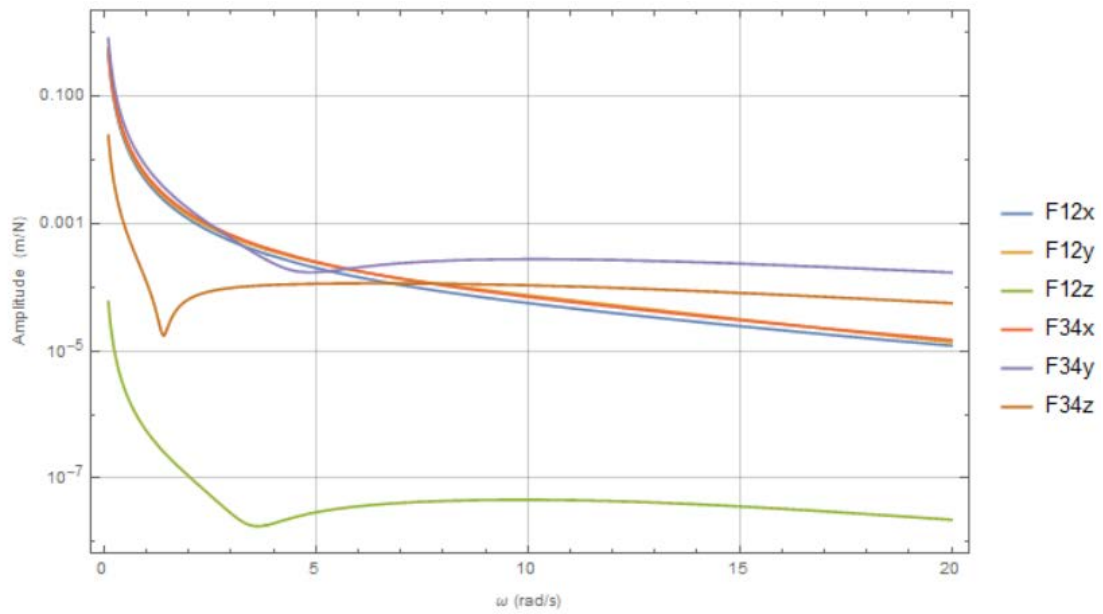


Figura C-69 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 3

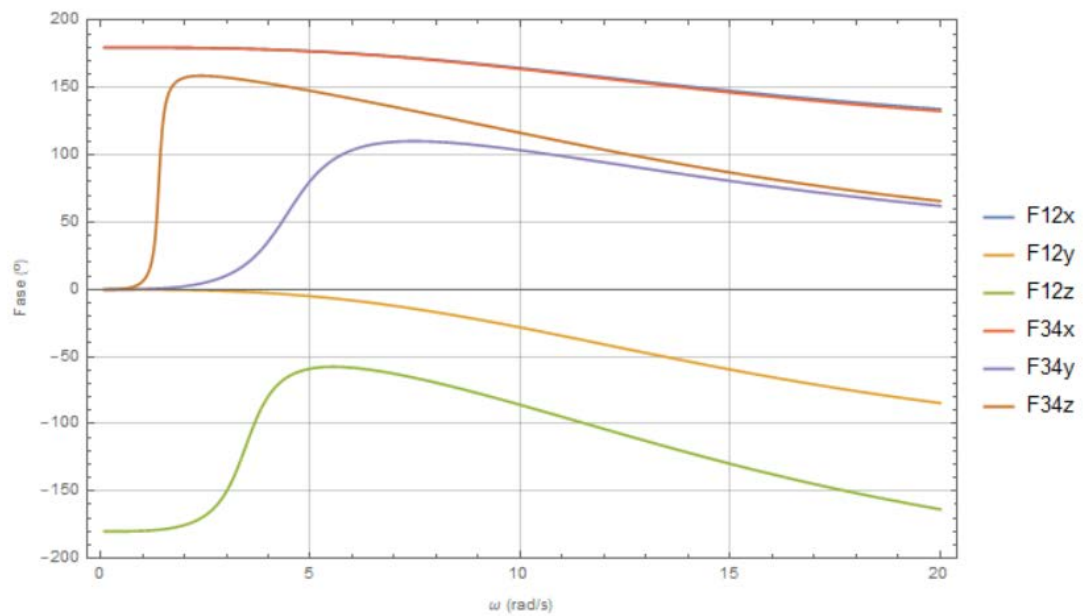


Figura C-70 - Diagrama de Bode em fase para o push-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 3

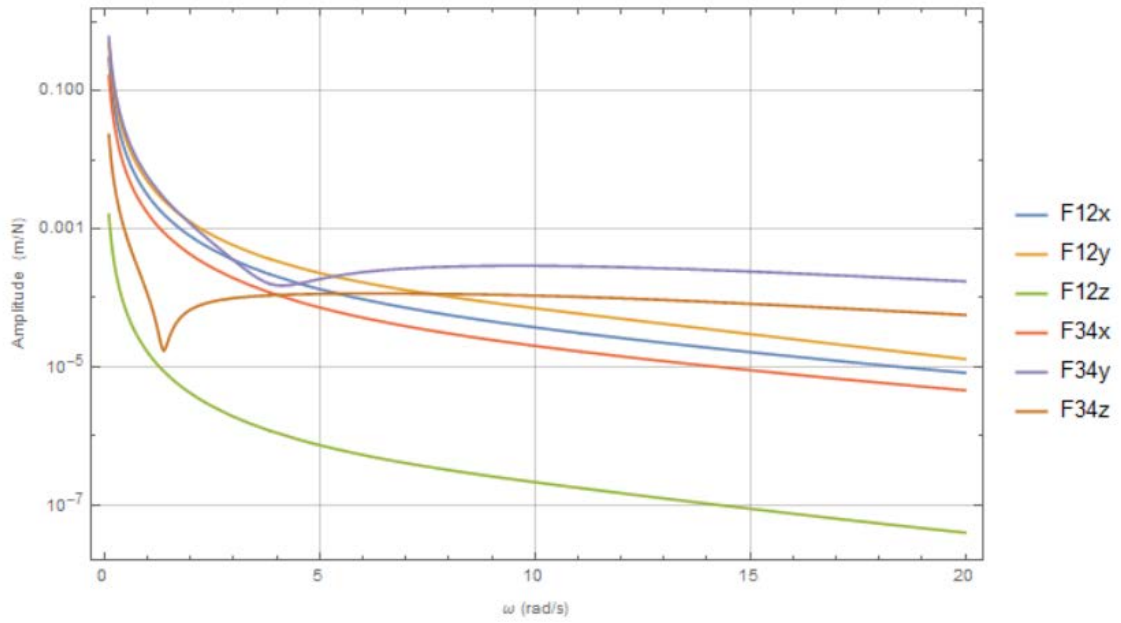


Figura C-71 - Diagrama de Bode em amplitude para o push-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 4

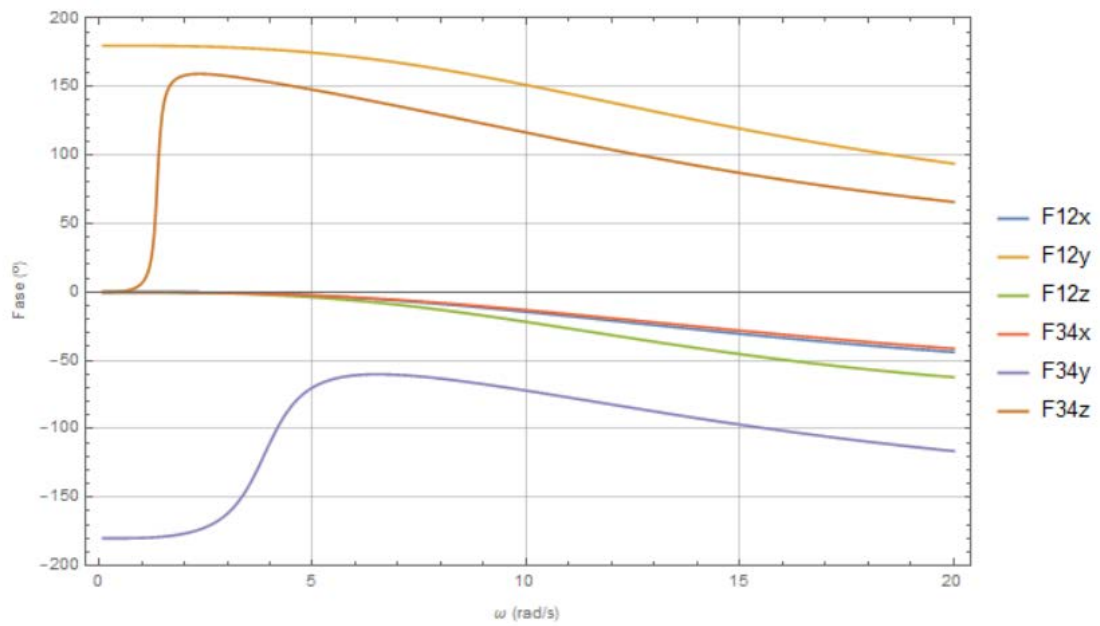


Figura C-72 - Diagrama de Bode em fase para o push-rod em sub-amortecido para o grau de liberdade da posição da roda 4