



ISEL

INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Área Departamental de Engenharia Civil



# **Análise do comportamento dinâmico de uma ponte pedonal**

**DIOGO CÂNDIDO DA COSTA**

Licenciado

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na Área de  
Especialização em Estruturas

*(Documento Definitivo)*

Orientador:

Doutor Paulo Jorge Henriques Mendes, Prof. Adjunto (ISEL)

Júri:

Presidente: Mestre Cristina Ferreira Xavier de Brito Machado, Prof. Coord. (ISEL)

Vogais:

Doutor Paulo Jorge Henriques Mendes, Prof. Adjunto (ISEL)

Licenciado José Santos Viseu, Eq. Prof. Adjunto (ISEL)

**Dezembro 2012**

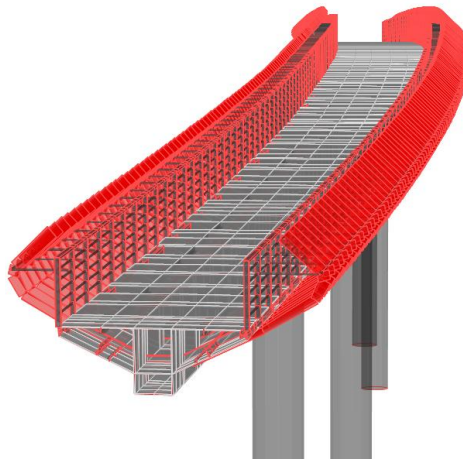




ISEL

INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Área Departamental de Engenharia Civil



# **Análise do comportamento dinâmico de uma ponte pedonal**

DIOGO CÂNDIDO DA COSTA

Licenciado

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na Área de  
Especialização em Estruturas

*(Documento Definitivo)*

Orientador:

Doutor Paulo Jorge Henriques Mendes, Prof. Adjunto (ISEL)

Júri:

Presidente: Mestre Cristina Ferreira Xavier de Brito Machado, Prof. Coord. (ISEL)

Vogais:

Doutor Paulo Jorge Henriques Mendes, Prof. Adjunto (ISEL)

Licenciado José Santos Viseu, Eq. Prof. Adjunto (ISEL)

**Dezembro 2012**



## *Agradecimentos*

Queria, neste capítulo, expressar o meu profundo agradecimento não só às pessoas que me acompanharam na realização da dissertação, mas também às que durante o meu percurso académico me ajudaram a evoluir a nível pessoal e académico:

Ao Engenheiro Paulo Mendes pela enorme disponibilidade e paciência na orientação e partilha de conhecimentos tanto académicos como pessoais. Agradeço ainda o apoio, motivação e interesse que demonstrou ao longo do tempo.

À Câmara Municipal de Lisboa pela cedência de elementos essenciais ao desenvolvimento da dissertação.

Ao Engenheiro Tiago e ao Pedro Mendes pela partilha de conhecimentos ao nível da construção de modelos numéricos em SAP2000, e ajuda na execução dos ensaios experimentais, respectivamente.

Gostaria de agradecer aos meus pais, António e Isabel Costa, pela excelente educação e formação que me proporcionaram e ainda pelos valores transmitidos ao longo do meu percurso académico.

À Pámela Rodrigues e à Daniela Costa pelo constante apoio, incentivo e motivação.

A todos os meus colegas do Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, pelos 6 anos de enorme companheirismo, destacando: o André Pascoalinho, o Ricardo Teixeira e o Manuel Alves.

Por fim deixo um grande obrigado ao Gonçalo Sobral, Bernardo Machado e Miguel Pereira, fundamentais nos momentos de maior tensão e também de descontração.



## RESUMO

No presente trabalho apresenta-se um estudo numérico e experimental que visa a avaliação do comportamento dinâmico de uma ponte pedonal, o qual envolve o desenvolvimento de modelos numéricos e a realização de ensaios dinâmicos para identificar experimentalmente os parâmetros modais da ponte, frequências naturais e modos de vibração.

Numa primeira parte do trabalho apresenta-se uma perspectiva histórica sobre a evolução na construção de pontes pedonais, abordam-se alguns critérios utilizados para definir a tipologia destas obras e introduz-se o tema da vibração excessiva, que usualmente afecta as obras mais esbeltas e conseqüentemente com menor massa.

Segue-se uma abordagem à análise dinâmica em pontes pedonais que envolve uma revisão dos principais fundamentos da dinâmica de estruturas, nomeadamente para os sistemas estruturais com um grau de liberdade e para os sistemas com múltiplos graus de liberdade, no domínio do tempo e da frequência. Introduzem-se e discutem-se os principais aspectos relacionados com a acção dos peões em pontes pedonais e alguns dos requisitos regulamentares utilizados no projecto destas obras. São ainda a florados alguns aspectos sobre o desenvolvimento de modelos numéricos e a realização de ensaios experimentais para caracterizar o comportamento dinâmico de pontes pedonais.

O trabalho termina com a apresentação do estudo de caso referente à caracterização do comportamento dinâmico da ponte pedonal sobre a avenida Santo Condestável em Chelas, no qual se começa por apresentar as principais hipóteses assumidas para o desenvolvimento do modelo numérico, seguindo-se a descrição de um ensaio de vibração ambiental para avaliar os parâmetros modais da obra, terminando com a comparação entre os resultados experimentais e numéricos.



## ABSTRACT

In this paper we present a numerical and experimental study to evaluate the dynamic behavior of a footbridge, which involves the development of numerical models and the realization of dynamic tests to identify experimentally the modal parameters of the bridge, natural frequencies and shape modes.

In the beginning it is presented a historical perspective of footbridges construction development, it is referred some of the criteria used to define the typology of these structures and it is introduced the problematic of excessive vibration, which usually affects slender structures which have less mass.

Then is submitted an approach of dynamic analysis in footbridges which involves a review of the main grounds of structural dynamics, in particular for structural systems with one degree of freedom and for systems with multiple degrees of freedom in time and frequency domain. It is introduced and discussed the main aspects related with pedestrians actions on footbridges and some regulatory requirements used in the design of these structures. It is also submitted some aspects of the development of numerical models and completion of experimental tests to characterize the dynamic behavior of footbridges.

At the end is presented the case study that allowed the characterization of the dynamic behavior of the footbridge over the Santo Condestável avenue, in Chelas, in which is demonstrate the main assumptions for the development of the numerical model, followed by the description of one environmental vibration test to evaluate the modal parameters of the structure. This work ends with the comparison between the experimental and numerical results.



## **PALAVRAS CHAVE / KEY WORDS**

Ponte pedonal / Footbridge

Vibração / Vibration

Frequência natural / Natural frequency

Modo de vibração / Mode shape

Modelo numérico / Numerical model

Ensaio de vibração ambiental / Ambient vibration test

Identificação modal / Modal Identification

Dinâmica de estruturas / Structural dynamics

Comportamento dinâmico / Dynamic behaviour



## ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	JUSTIFICAÇÃO E ENQUADRAMENTO DO TEMA .....	1
1.2	OBJECTIVOS.....	2
1.3	ESTRUTURA DA ORGANIZAÇÃO DO TEXTO.....	4
<b>2</b>	<b>PONTES PEDONAIS. CONSTRUÇÃO E PROBLEMAS DE VIBRAÇÃO .....</b>	<b>5</b>
2.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	5
2.2	EVOLUÇÃO DAS PONTES PEDONAIS. PERSPECTIVA HISTÓRICA.....	5
2.3	TIPOS DE PONTES PEDONAIS.....	14
2.3.1	<i>Classificação por tipo de material.....</i>	<i>14</i>
2.3.2	<i>Classificação por tipo de estrutura .....</i>	<i>17</i>
2.4	VIBRAÇÕES EXCESSIVAS EM PONTES PEDONAIS .....	20
<b>3</b>	<b>ANÁLISE DINÂMICA DE PONTES PEDONAIS.....</b>	<b>25</b>
3.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	25
3.2	FUNDAMENTOS DE DINÂMICA DE ESTRUTURAS.....	26
3.2.1	<i>Modelos com 1 grau de liberdade.....</i>	<i>26</i>
3.2.2	<i>Modelos com múltiplos graus de liberdade.....</i>	<i>30</i>
3.3	ACÇÃO DE PEÕES EM PONTES PEDONAIS .....	37
3.4	REQUISITOS DE DIMENSIONAMENTO.....	40
3.4.1	<i>Aspectos legislativos de referência.....</i>	<i>44</i>
3.4.2	<i>Controlo de vibrações.....</i>	<i>47</i>
3.5	CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE PONTES PEDONAIS .....	49
3.5.1	<i>Ensaio dinâmico.....</i>	<i>49</i>
3.5.2	<i>Preparação e realização de ensaios dinâmicos.....</i>	<i>52</i>
3.5.3	<i>Identificação modal.....</i>	<i>57</i>
3.5.4	<i>Calibração de modelos numéricos utilizando resultados experimentais.....</i>	<i>60</i>
3.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	61
<b>4</b>	<b>ANÁLISE DE UMA PONTE PEDONAL .....</b>	<b>63</b>
4.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	63
4.2	DESCRIÇÃO DA PONTE PEDONAL .....	63
4.3	MODELO NUMÉRICO.....	67
4.4	ENSAIOS DE VIBRAÇÃO AMBIENTAL.....	72
4.5	IDENTIFICAÇÃO MODAL .....	74
4.6	ANÁLISE E COMPARAÇÃO DE RESULTADOS .....	77
4.7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	82
<b>5</b>	<b>.....</b>	<b>84</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS.....</b>	<b>85</b>

6.1	PRINCIPAIS CONCLUSÕES .....	85
6.2	PERSPECTIVAS FUTURAS .....	87
<b>7</b>	<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>89</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1.1 MILLENNIUM BRIDGE, LONDRES. ADAPTADO DE (HUAKSSON, 2005).....	1
FIGURA 1.2 PONTE PEDONAL SOBRE A AV. SANTO CONDESTÁVEL EM CHELAS: A) ESQUEMA REPRESENTATIVO DE UM ENSAIO DE VIBRAÇÃO AMBIENTAL; B) MODELO NUMÉRICO EM SAP2000.....	3
FIGURA 2.1 REPRESENTAÇÃO DE ABRIGOS E FERRAMENTAS CONSTRUÍDAS PELO HOMO SAPIENS SAPIENS (UKRAINIAN SCIENCE CLUB, 2009).....	6
FIGURA 2.2 <i>CLAM BRIDGE</i> , LANCASHIRE (INGLATERRA) (TRANCOSO VAZ, 2011).....	6
FIGURA 2.3 A) PONTE PEDONAL CONSTRUÍDA COM CORDAS; B) PONTE PEDONAL COM CORDAS E MADEIRA, ADAPTADO DE (TRANCOSO VAZ, 2011).....	7
FIGURA 2.4 EXEMPLO DE UMA PONTE PEDONAL EM BAMBÚ; ADAPTADO DE (DENNIS, 2004).....	7
FIGURA 2.5 EXEMPLO DE CARGAS A QUE AS PONTES ROMANAS ESTAVAM SUJEITAS. ADAPTADO DE (DENNIS, 2004).....	8
FIGURA 2.6 PONTE DI PIETRA, VERONA.....	8
FIGURA 2.7 PONTE DO RIALTO, VENEZA (TOLLEY, 2009).....	9
FIGURA 2.8 PONTE PEDONAL CONSTITUÍDA POR ELEMENTOS PRÉ-FABRICADOS DE BETÃO, ENTRECAMPOS, LISBOA (CHAGAS CARVALHO, 2007).....	10
FIGURA 2.9 PONTE PEDONAL METÁLICO SOBRE FERROVIA, MOSCAVIDE (CHAGAS CARVALHO, 2007).....	10
FIGURA 2.10 PONTE PEDONAL METÁLICA SOBRE A AV. INFANTE DOM HENRIQUE, LISBOA.....	11
FIGURA 2.11 PONTE PEDONAL ATIRANTADA <i>LA ROSA</i> , CORUNHA (DOLEJS & ROTTER, 2011)....	11
FIGURA 2.12 <i>GATESHEAD MILLENNIUM BRIDGE</i> , GATESHEAD, REINO UNIDO; A) POSIÇÃO PARA PASSAGEM DE PEÕES; B) POSIÇÃO PARA PASSAGEM DE EMBARCAÇÕES; ADAPTADO DE (DOLEJS & ROTTER, 2011).....	12
FIGURA 2.13 PONTE ATIRANTADA <i>PULAU LANGKAWI FOOTBRIDGE</i> , PULAU LANGKAWI, MALÁSIA (SÁBADO, 2011).....	12
FIGURA 2.14 PONTE PEDONAL DA FUNDAÇÃO CHAMPALIMAUD, LISBOA; A) VISTA COMPLETA DA PONTE; B) VISTA DO TABULEIRO; (BRANCO, 2011) .....	13
FIGURA 2.15 A) PONTE PEDONAL KNOKKE HEIST, BÉLGICA; B) PONTE PEDONAL SAN FRUCTUOSO, ESPANHA; C) PONTE PEDONAL TE REWA REWA, NOVA ZELÂNDIA; D) PONTE PEDONAL LYON CONFLUENCE, FRANÇA (BRANCO, 2011). .....	13
FIGURA 2.16 A) <i>GAOLIANG BRIDGE</i> , BEIJING, CHINA; B) PONTE PEDONAL DE ZAPALLAR, CHILE; ADAPTADO DE (ARCHDAILY, 2008; WIKIPEDIA, 2006A). .....	15
FIGURA 2.17 A) <i>FAERY BRIDGE</i> , DUNBLANE, ESCÓCIA; B) PONTE PEDONAL PRÉ-ESFORÇADA. ADAPTADO DE (THE HAPPY PONTIST, 2012). .....	15
FIGURA 2.18 PONTE PEDONAL EM PONTE DE SOR, PORTUGAL; A) VISTA EM PERSPECTIVA DA PONTE; B) VISTA DO TABULEIRO; ADAPTADO DE (MOURA, 2011).....	16
FIGURA 2.19 <i>CORKTOWN FOOTBRIDGE</i> , ONTARIO, CANADA; ADAPTADO DE (DTAH, 2011).....	16
FIGURA 2.20 ROLLING-BRIDGE, LONDRES (SEARCH! TECH! FUN!, 2010). .....	17

FIGURA 2.21 <i>REDROW FOOTBRIDGE</i> , WEST MIDLANDS, REINO UNIDO; ADAPTADO DE (CTS BRIDGES, 2011).....	17
FIGURA 2.22 PONTE PEDONAL SOBRE O RIO ROGUE, OREGON, ESTADOS UNIDOS DA AMÉRICA (WIKIPEDIA, 2007).....	18
FIGURA 2.23 <i>THE INFINITY FOOTBRIDGE</i> , STOCKTON-ON-TEES, REINO UNIDO (NEWSTEELCONSTRUCTION, 2010).....	18
FIGURA 2.24 <i>MILLER'S CROSSING BRIDGE</i> , EXETER, REINO UNIDO; ADAPTADO DE (GEOGRAPH, 2011).....	19
FIGURA 2.25 <i>BROWING STREET FOOTBRIDGE</i> , BIRMINGHAM, REINO UNIDO; ADAPTADO DE (CTS BRIDGES, 2011).....	19
FIGURA 2.26 <i>MILLENIUM BRIDGE</i> , LONDRES (REINO UNIDO) (WIKIPEDIA, 2006B).....	21
FIGURA 2.27 A) <i>MILLENIUM BRIDGE</i> NO DIA DA INAUGURAÇÃO; B) TABULEIRO DA PONTE <i>MILLENIUM BRIDGE</i> "LOTADO"; (ALFRED, 2009).....	21
FIGURA 2.28 PONTE PEDRO E INÊS, COIMBRA (PORTUGAL) (VELOSO, 2012).....	22
FIGURA 2.29 ENSAIO DE VIBRAÇÃO COM EXCITAÇÃO POR PARTE DOS PEÕES. ADAPTADO DE (CAETANO, CUNHA, & MOUTINHO, 2007).....	23
FIGURA 2.30 PONTE PEDONAL DO TIPO <i>STRESS-RIBBON</i> NO CAMPUS DA FEUP; A) UTILIZAÇÃO DA PONTE; B) PORMENOR DO PILAR CENTRAL. ADAPTADO DE (CAETANO & CUNHA, 2004).....	23
FIGURA 2.31 PONTE PEDONAL CALATRAVA, VISTA DO CENTRO COMERCIAL VASCO DA GAMA (WIKIPEDIA, 2009).....	24
FIGURA 3.1 REPRESENTAÇÃO DE UM OSCILADOR DE 1 G.L. ....	26
FIGURA 3.2 RESPOSTA A UMA FORÇA IMPULSIVA UNITÁRIA APLICADA NUM INSTANTE GENÉRICO T .....	28
FIGURA 3.3 FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (FRF).....	29
FIGURA 3.4 DECOMPOSIÇÃO DE UMA SÉRIE TEMPORAL, DE COMPRIMENTO T EM ONDAS SINUSOIDAIS, ADAPTADO DE (OLIVEIRA, 2007) .....	36
FIGURA 3.5 METODOLOGIA DE PROJECTO SEGUNDO O (RFS2-CT, 2007B).....	37
FIGURA 3.6 FORÇAS EXERCIDAS POR UM PEÃO DE ESTATURA MÉDIA NA ESTRUTURA, ADAPTADO DE (MOURA MAIA FERNANDES DA SILVA, 2010).....	38
FIGURA 3.7 REPRESENTAÇÃO DAS FORÇAS EXERCIDAS PELO PEÃO NO PAVIMENTO, ADAPTADA DE (RFS2-CT, 2007A).....	39
FIGURA 3.8 ORGANIGRAMA PARA APLICAÇÃO DAS RECOMENDAÇÕES <i>Hivoss</i> (RFS2-CT, 2007B).....	40
FIGURA 3.9 SITUAÇÕES DE TRÁFEGO TÍPICAS EM PONTES PEDONAIS: A) PEÕES ISOLADOS; B) TRÁFEGO MUITO FRACO; C) TRÁFEGO OCASIONAL; D) TRÁFEGO DENSO, ADAPTADO DE (RFS2-CT, 2007B).....	41
FIGURA 3.10 DEMONSTRAÇÃO DA SUBJECTIVIDADE DO CONFORTO ENTRE DUAS PONTES DE CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS SEMELHANTES; A) PONTE PEDONAL WACHTELSTEG, PFORZHEIM (ALEMANHA); B) PONTE PEDONAL KOCHENHOFSTEG, STTUGART (ALEMANHA). ADAPTADO DE (RFS2-CT, 2007A).....	42
TABELA 3.1 VALORES MÁXIMOS DE ACELERAÇÃO VERTICAL SEGUNDO A BS 5400. ADAPTADO DE (F. TIGLI, 2011) .....	45

TABELA 3.2 VALORES MÁXIMOS DE ACELERAÇÃO VERTICAL SEGUNDO A ONT83. ADAPTADO DE (F. TIGLI, 2011) .....	46
TABELA 3.3 VALORES MÁXIMOS DE ACELERAÇÕES SEGUNDO A EN-1990. ADAPTADO DE (F. TIGLI, 2011).....	46
FIGURA 3.11 EXEMPLO DE AMORTECEDORES DE CONTROLO PASSIVOS A) AMORTECEDOR VISCOSO; B) AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADA (TMD). ADAPTADO (RFS2-CT, 2007B) E (CONSULTORIAEANÁLISE, 2009).....	48
TABELA 3.4 CARACTERIZAÇÃO DO TIPO DE AMORTECEDORES ADOPTADOS NOS DIFERENTES CASOS DE ESTUDO .....	48
FIGURA 3.13 ENSAIO DE VIBRAÇÃO EM REGIME LIVRE REALIZADO NA PONTE PEDRO INÊS; A) PESO A SER IÇADO; B) MOMENTO EM QUE O PESO É LIBERTADO. ADAPTADO DE (CAETANO ET AL., 2007).....	51
FIGURA 3.14 ENSAIO DE VIBRAÇÃO AMBIENTAL NA PONTE PEDONAL CAMPUS DA FEUP. FONTE: (MOUTINHO ET AL., 2010). .....	52
FIGURA 3.15 A) PONTE PEDONAL DOWLING HALL, BOSTON (EUA); A) MODELO NUMÉRICO EM SAP2000 DA PONTE PEDONAL DOWLING HALL.....	53
FIGURA 3.16 A) EXEMPLO DE SISTEMAS DE AQUISIÇÃO DE DADOS; B) EXEMPLO DE SENSORES.....	55
FIGURA 3.17 FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DE FILTROS: A) FILTRO IDEAL PASSA BAIXO; B) FILTRO IDEAL PASSA ALTO; C) FILTRO IDEAL PASSA BANDA (MENDES, 2012)(MENDES, 2012)(HENRIQUES MENDES, 2012)(HENRIQUES MENDES, 2012)(MENDES, 2010).....	56
FIGURA 3.18 REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DOS VALORES SINGULARES DE UMA MATRIZ DE FUNÇÕES DE DENSIDADE ESPECTRAL (MENDES, 2010).....	59
FIGURA 3.19 REPRESENTAÇÃO DE PARTE DO MODELO NUMÉRICO DA PONTE PEDRO INÊS. ADAPTADO DE (CAETANO ET AL., 2010). .....	61
FIGURA 4.1 PANORÂMICA DA PONTE PEDONAL OBTIDA A PARTIR DO <i>GOOGLE EARTH</i> . ADAPTADO DE (GOOGLEMAPS, N.D.).....	64
FIGURA 4.2 VISTA DA PONTE PEDONAL.....	64
FIGURA 4.3 ESQUEMA COM A PLANTA DA PONTE PEDONAL.....	65
FIGURA 4.4 ESQUEMA COM O ALÇADO DA PONTE PEDONAL.....	65
FIGURA 4.5 VISTA DO VÃO CENTRAL DA PONTE PEDONAL. ....	65
FIGURA 4.6 ESQUEMA REPRESENTATIVO DO PERFIL TRANSVERSAL DA PONTE PEDONAL.....	66
FIGURA 4.7 CONSTRUÇÃO EM OFICINA DE UM DOS TROÇOS QUE CONSTITUI O TABULEIRO DA PONTE (PPE, 2008).....	66
FIGURA 4.8 REPRESENTAÇÃO DO APOIO INTERMÉDIO A MEIO VÃO. ....	67
FIGURA 4.9 MONTAGEM DO TABULEIRO DA PONTE (PPE, 2008).....	67
FIGURA 4.10 DETALHE DAS SIMPLIFICAÇÕES REALIZADAS NO PERFIL TRANSVERSAL .....	68
FIGURA 4.11 LIGAÇÃO ENTRE OS <i>STICKS</i> E AS <i>GUARDAS</i> . ....	69
FIGURA 4.12 A) PERFIL TRANSVERSAL EM <i>AUTOCAD</i> ; B) PERFIL TRANSVERSAL EM <i>SAP2000</i> . ....	70
FIGURA 4.13 REPRESENTAÇÃO DE UM TROÇO DA ESTRUTURA EM ESTUDO A) <i>COM STICKS</i> ; B) <i>SEM STICKS</i> .....	70

FIGURA 4.14 REPRESENTAÇÃO DE DUAS VISTAS DA LIGAÇÃO ADOPTADA ENTRE PILAR/VIGA-CAIXÃO NO MODELO NUMÉRICO.....	71
FIGURA 4.15 MODELO NUMÉRICO DESENVOLVIDO EM SAP2000: A) REPRESENTAÇÃO EM PLANTA; B) REPRESENTAÇÃO EM ALÇADO.....	71
FIGURA 4.16 PLANTA DA PONTE PEDONAL COM OS SENSORES VOLANTES ASSINALADOS A VERMELHO E OS SENSORES REFERÊNCIA A AZUL.....	73
FIGURA 4.17 EQUIPAMENTO UTILIZADO NO ENSAIO DE VIBRAÇÃO AMBIENTAL; A) COMPUTADOR PORTÁTIL E SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE DADOS; B) ACELERÓMETROS PARA MEDIR AS COMPONENTES LONGITUDINAL, VERTICAL E TRANSVERSAL (DISPOSTOS JUNTO À GUARDA DO LADO NORTE); C) ACELERÓMETRO PARA MEDIR A COMPONENTE VERTICAL (JUNTO À GUARDA DO LADO SUL).....	74
FIGURA 4.18 REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO MODELO UTILIZADO NO PROGRAMA ARTEMIS TESTOR, A VERDE ESTÃO REPRESENTADOS OS SENSORES VOLANTES E A AZUL OS SENSORES REFERÊNCIA; A) DISPOSIÇÕES DOS SENSORES NA PRIMEIRA FASE DE ENSAIO; B) REPRESENTAÇÃO DOS SENSORES NA SEGUNDA FASE DE ENSAIO.....	75
FIGURA 4.19 SÉRIE TEMPORAL DE ACELERAÇÕES OBTIDA NO SENSOR TRIAXIAL PARA A COMPONENTE VERTICAL, NA FASE DE ENSAIO 1.....	76
FIGURA 4.20 ESPECTRO DE VALORES SINGULARES DAS DENSIDADES ESPECTRAIS DE POTÊNCIA DA RESPOSTA EM ACELERAÇÃO.....	76
FIGURA 4.21 ANÁLISE DO PRIMEIRO MODO DE VIBRAÇÃO DA PONTE PEDONAL EM ESTUDO.....	77
FIGURA 4.22 ANÁLISE DO SEGUNDO MODO DE VIBRAÇÃO DA PONTE PEDONAL EM ESTUDO.....	78
FIGURA 4.23 ANÁLISE DO TERCEIRO MODO DE VIBRAÇÃO DA PONTE PEDONAL EM ESTUDO.....	78
FIGURA 4.24 ANÁLISE DO QUARTO MODO DE VIBRAÇÃO DA PONTE PEDONAL EM ESTUDO.....	79
FIGURA 4.25 ANÁLISE DO QUINTO MODO DE VIBRAÇÃO DA PONTE PEDONAL EM ESTUDO.....	79
FIGURA 4.26 ANÁLISE DO SEXTO MODO DE VIBRAÇÃO DA PONTE PEDONAL EM ESTUDO.....	80
FIGURA 4.27 ANÁLISE DO SÉTIMO MODO DE VIBRAÇÃO DA PONTE PEDONAL EM ESTUDO.....	80
FIGURA 4.28 ANÁLISE DO OITAVO MODO DE VIBRAÇÃO DA PONTE PEDONAL EM ESTUDO.....	81

## ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 3.1 VALORES MÁXIMOS DE ACELERAÇÃO VERTICAL SEGUNDO A BS 5400. ADAPTADO DE (F. TIGLI, 2011) .....	45
TABELA 3.2 VALORES MÁXIMOS DE ACELERAÇÃO VERTICAL SEGUNDO A ONT83. ADAPTADO DE (F. TIGLI, 2011) .....	46
TABELA 3.3 VALORES MÁXIMOS DE ACELERAÇÕES SEGUNDO A EN-1990. ADAPTADO DE (F. TIGLI, 2011).....	46
TABELA 3.4 CARACTERIZAÇÃO DO TIPO DE AMORTECEDORES ADOPTADOS NOS DIFERENTES CASOS DE ESTUDO.....	48



## SIMBOLOGIA

### ➤ Letras maiúsculas latinas

$F(\omega)$	Transformada de Fourier de $f(t)$
$H(\omega)$	Função de resposta no domínio da frequência
$\underline{I}$	Matriz identidade
$U(\omega)$	Transformada de Fourier de $u(t)$

### ➤ Letras minúsculas latinas

$a$	Aceleração
$c$	Constante de amortecimento
$\underline{c}^*$	Matriz de amortecimento modal
$f(t)$	Forças externas
$\tilde{f}(t)$	Vector das forças externas
$f_A(t)$	Forças de amortecimento
$f_E(t)$	Forças elásticas
$f_I(t)$	Forças de inércia
$f_N$	Frequência natural
$k$	Rigidez da estrutura
$\underline{k}$	Matriz de rigidez
$\underline{k}^*$	Matriz de rigidez modal
$m$	Massa
$\underline{m}$	Matriz de massa
$\underline{m}^*$	Matriz de massa modal
$u(t)$	Deslocamento
$\underline{u}(t)$	Vector dos deslocamentos
$\dot{u}(t)$	Velocidade
$\dot{\underline{u}}(t)$	Vector da velocidade
$\ddot{u}(t)$	Aceleração
$\ddot{\underline{u}}(t)$	Vector das acelerações

$\underline{u}^*(t)$  Referencial de coordenadas modais

➤ Letras gregas maiúsculas

$\underline{\phi}$  Vector da configuração deformada da estrutura

$\hat{\underline{\phi}}$  Matriz Modal

$\underline{\Omega}^2$  Matriz espectral

➤ Letras minúsculas gregas

$\varphi$  Fase

$\xi$  Coeficiente de amortecimento

## ABREVIATURAS

AMD	Amortecedor de massa activa
C.G.	Centro de gravidade
CML	Câmara Municipal de Lisboa
E.U.A	Estados Unidos da América
Encil	Projectos e estudos de Engenharia Civil Lda.
FEUP	Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
G.L.	Grau de liberdade
Hivoss	Human induced vibrations of steel structures
MEF	Método dos Elementos Finitos
Ont83	Ontario Highway Bridge Design Code
TLCD	Amortecedor de colunas de líquido sintonizado
TLD	Amortecedor de líquido sintonizado
TMD	Amortecedor de massa sintonizada

# 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Justificação e enquadramento do tema

As passagens para peões também designadas por pontes pedonais, revelaram-se uma das primeiras obras de Engenharia por parte do Homem e foram bastante utilizadas na antiguidade para travessia de obstáculos naturais (por exemplo cursos de água). Possibilitaram ao Homem “conquistar” ou estabelecer ligação entre zonas de difícil acesso. No caso dos Romanos, por exemplo, permitiram unir o seu vasto império, reduzir tempos de viagens entre cidades e facilitar trocas comerciais.

Nos dias que correm as pontes pedonais desenvolveram-se “exclusivamente” para permitirem a travessia de peões, na maioria dos casos, sobre rodovias/ferrovias, cursos de água (ver Figura 1.1), são por vezes também utilizadas em espaços de lazer como parques e jardins nas grandes cidades, ou em campus universitários e até em parques industriais, para melhorar as acessibilidades pedonais.



Figura 1.1 Millennium Bridge, Londres. Adaptado de (Huaksson, 2005)

Nestas obras de arte o nível de carga é bastante mais baixo, quando comparado com as pontes rodoviárias e ferroviárias, o que permite que se construam estruturas mais económicas, esbeltas e flexíveis, no entanto, é necessário ter em conta as questões de segurança e de conforto para a circulação dos peões.

As pontes pedonais são estruturas nas quais os seus utilizadores raramente verificam problemas ao nível da sua resistência, no entanto, na maioria dos casos apercebem-se de problemas de vibrações excessivas, as quais podem tornar-se desconfortáveis ou até mesmo assustadoras. Na figura anterior está representada a *Millennium Bridge*, em Londres, esta estrutura é um exemplo emblemático de uma ponte pedonal susceptível a fenómenos de vibrações excessivas, como se explicará mais à frente no capítulo 2.

A fim de compreender melhor os problemas dinâmicos associados a este tipo de estruturas definiram-se os objectivos para o desenvolvimento do presente trabalho, os quais são descritos na secção seguinte.

## 1.2 Objectivos

O principal objectivo estabelecido para a realização deste trabalho incide na caracterização do comportamento dinâmico de uma ponte pedonal, que envolve o desenvolvimento de um modelo numérico de elementos finitos (ver Figura 1.2 b)) e a realização de um ensaio de vibração ambiental (ver Figura 1.2 a)) para estimar os principais parâmetros da resposta dinâmica da obra, frequências naturais e modos de vibração.

Contudo, para enquadrar, justificar e complementar o principal objectivo antes referido são estabelecidos um conjunto de outros objectivos dos quais se destacam:

- A introdução de uma abordagem sumária sobre a evolução no projecto e construção de pontes pedonais, enquadrando quando se justifique e seja necessário outros tipos de pontes;
- A discussão de algumas questões de projecto/regulamentares a ter em consideração, quer no projecto de novas obras, quer na verificação da segurança e das condições de utilização e de conforto para os utentes,

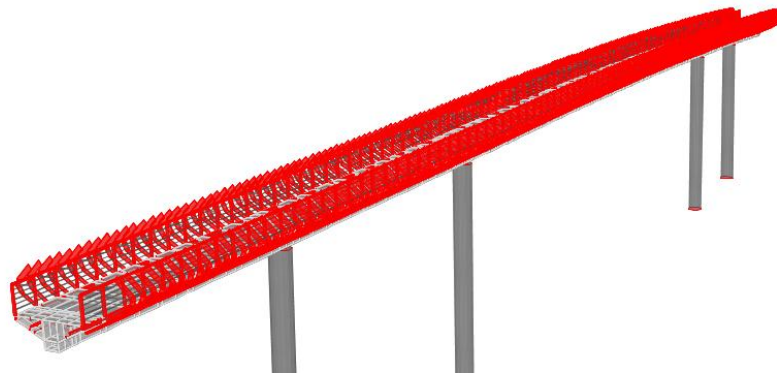
evidenciando-se sempre os aspectos relevantes para o comportamento dinâmico;

- A utilidade da realização de ensaios de vibrações para caracterizar o comportamento dinâmico de pontes pedonais, introduzindo-se algumas referências às técnicas de identificação modal utilizadas para analisar os resultados obtidos nos ensaios de vibrações;
- Uma abordagem sumária aos principais fundamentos da dinâmica de estruturas, necessários para o desenvolvimento do trabalho;

No final do trabalho será efectuada uma análise crítica dos resultados obtidos com o objectivo de tirar conclusões sobre o comportamento dinâmico deste tipo de estruturas.



(a)



(b)

**Figura 1.2** Ponte pedonal sobre a Av. Santo Condestável em Chelas: a) esquema representativo de um ensaio de vibração ambiental; b) modelo numérico em SAP2000.

### **1.3 Estrutura da organização do texto**

O presente trabalho encontra-se organizado em cinco capítulos, começando pela introdução, na qual se enquadra o tema, estabelecem-se os objectivos do trabalho e mostra-se a sua organização.

No segundo capítulo apresenta-se uma perspectiva histórica sobre a evolução das pontes pedonais, evidenciando-se algumas questões geométricas, estruturais e dos materiais usualmente utilizados na sua construção e abordam-se 4 casos de estudo de pontes pedonais susceptíveis a fenómenos de vibrações excessivas.

O terceiro capítulo é dividido em duas partes, na primeira expõem-se os principais fundamentos da dinâmica de estruturas, desde os sistemas de um grau de liberdade até aos sistemas com múltiplos graus de liberdade (no domínio do tempo e da frequência). Na segunda parte abordam-se os principais aspectos associados a vibrações excessivas, devidas à circulação de peões discutindo-se o seu enquadramento nos regulamentos e em documentos técnicos sobre o tema. Apresenta-se também uma perspectiva sobre o desenvolvimento de modelos numéricos, para a análise dinâmica de estruturas, introduzem-se os principais conceitos associados à realização de ensaios dinâmicos (evidenciando-se claramente os ensaios de vibração ambiental) e indicam-se as principais metodologias de identificação dos parâmetros modais a partir de séries temporais de acelerações, medidas nos ensaios de vibração ambiental.

No quarto capítulo apresenta-se o estudo de caso de uma ponte pedonal, descrevem-se os principais aspectos geométricos e estruturais da obra, as simplificações adoptadas na construção do modelo numérico e a metodologia utilizada na execução do ensaio de vibração ambiental e na obtenção das estimativas dos parâmetros modais, frequências naturais e correspondentes modos de vibração. Os parâmetros dinâmicos obtidos por ambos os métodos são comparados e discutidos.

Finalmente, no quinto capítulo referem-se as principais conclusões obtidas com a realização do presente trabalho e propõem-se algumas perspectivas de desenvolvimento futuro.

# 2

## PONTES PEDONAIS. CONSTRUÇÃO E PROBLEMAS DE VIBRAÇÃO

### 2.1 Considerações iniciais

Neste capítulo apresenta-se um enquadramento sumário sobre a evolução das pontes pedonais ao longo do tempo, as quais passaram a adoptar diferentes tipos de materiais de construção e soluções tipológicas, pelo que também se fará referência a estes dois factores.

Por serem estruturas sujeitas a baixos níveis de carregamento, quando comparadas com pontes/viadutos, e existir, nos dias de hoje, o cuidado do seu enquadramento ao nível estético em meio urbano e não-urbano algumas estruturas apresentaram fenómenos de vibrações excessivas, como se demonstrará através de 4 casos de estudo.

### 2.2 Evolução das pontes pedonais. Perspectiva histórica.

Ao longo da história da humanidade existem inúmeros marcos que revelam a inteligência e capacidade de raciocínio do Homem, os quais diferenciaram a nossa espécie de todas as outras do planeta.

Inicialmente as alterações provocadas no meio que o rodeava surgiram no sentido de melhorar ou superar as suas necessidades básicas, alimentação e segurança, tanto individual como de grupo. São exemplo destas alterações a construção de pequenos abrigos, ferramentas de caça e pequenos utensílios para uso doméstico e agrícola, como mostra a Figura 2.1.



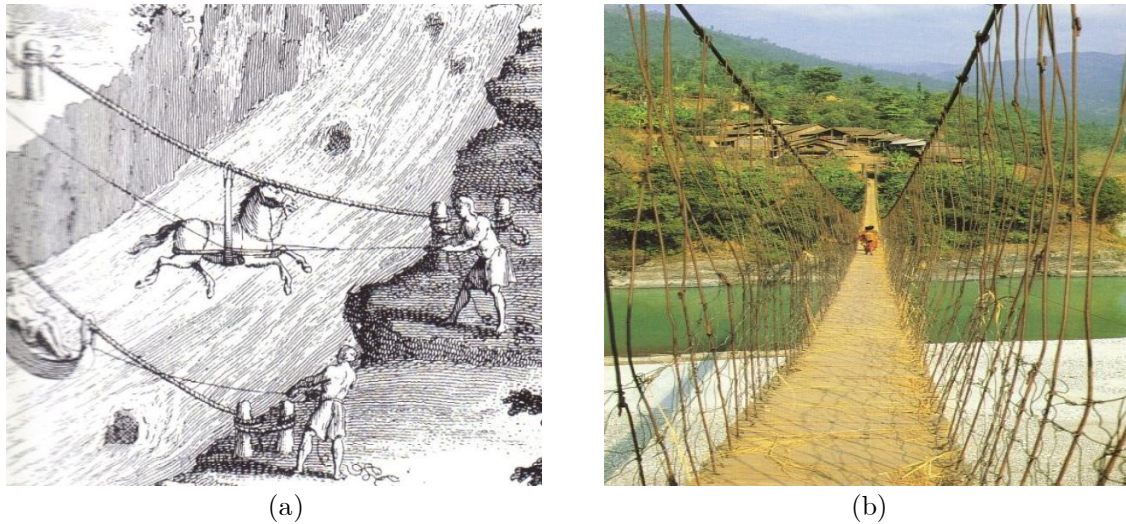
**Figura 2.1** Representação de abrigos e ferramentas construídas pelo Homo Sapiens Sapiens (Ukrainian Science Club, 2009)

Com a construção de abrigos mais seguros, o Homem deixou de ser nómada e sentiu a necessidade de explorar zonas vizinhas, alterando-as de modo a melhorar e facilitar, tanto a sua exploração, como a locomoção nas mesmas. Porém, a exploração destas zonas vizinhas tinha algumas limitações, como pequenos vales ou cursos de água, que por vezes eram difíceis de ultrapassar. As primeiras pontes (talvez o primeiro tipo de obra de arte erguido pelo Homem) foram construídas com materiais de fácil acesso na Natureza, tais como madeira, lianas e trepadeiras, ou ainda pequenas pranchas de pedra. A *Clam Bridge*, representada na Figura 2.2, situa-se numa pequena povoação de Lancashire, Inglaterra e é considerada a mais velha ponte do planeta, tendo mais de 10.000 anos de existência.



**Figura 2.2** *Clam Bridge*, Lancashire (Inglaterra) (Trancoso Vaz, 2011).

Sabe-se também que posteriormente, na civilização Persa em 493 a.C, terão sido utilizadas tábuas e lianas como cordas na travessia de vales e rios. Este tipo de ponte pedonal rudimentar servia não só para a travessia do Homem como para animais que o acompanhassem, como se mostra na Figura 2.3.



**Figura 2.3** a) Ponte pedonal construída com cordas; b) Ponte pedonal com cordas e madeira, adaptado de (Trancoso Vaz, 2011).

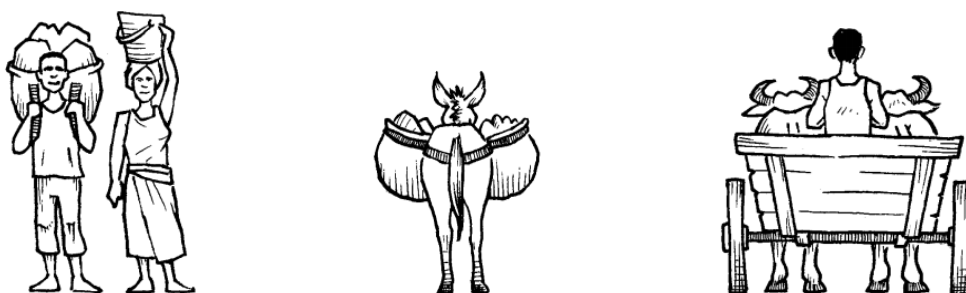
O desenvolvimento deste tipo de obra de arte está intimamente relacionado com a evolução da sociedade, tecnologias e materiais utilizados na sua construção, como se verá a seguir. Os materiais, no entanto, terão sido um dos principais factores responsáveis pelas alterações de geometria e estética das pontes. Na Figura 2.4 tem-se um exemplo de uma ponte pedonal construída na Ásia, de construção recente, mas inspirada nas técnicas anteriormente referidas, com um material típico e abundante nessa zona, o bambu.



**Figura 2.4** Exemplo de uma ponte pedonal em bambú; Adaptado de (Dennis, 2004)

No império Romano o conhecimento sobre as técnicas de construção de pontes desenvolveu-se bastante. Introduziram o arco e, na grande maioria, as suas pontes foram construídas em pedra, material mais resistente e durador do que a madeira, pelo que algumas das suas obras resistiram até aos dias de hoje ou ainda se mantêm em funcionamento.

A resistência que os romanos conferiram às estruturas tinha como objectivo a travessia segura por parte de peões mas também de animais de carga e de veículos daquela época, (ver Figura 2.5), tendo muitas delas resistido até aos dias de hoje e funcionando no presente apenas como pontes para travessia de peões.



**Figura 2.5** Exemplo de cargas a que as pontes romanas estavam sujeitas. Adaptado de (Dennis, 2004)

As pontes permitiram aos Romanos ligar o seu vasto império, facilitando deslocações e trocas comerciais entre povoações. A Ponte *di Pietra* em Verona (Itália) como mostra a Figura 2.6, é um exemplo de uma ponte Romana construída em pedra que mantém o seu funcionamento nos dias de hoje como ponte pedonal.



**Figura 2.6** Ponte di Pietra, Verona.

Somente no Renascimento volta a existir um grande desenvolvimento nesta área, a forma dos arcos e pilares altera-se permitindo vencer vãos maiores e a preocupação com a estética faz com que as novas pontes transmitam a sensação de estruturas mais “leves”, comparadas com as anteriores. A Ponte do Rialto em Veneza (Itália), apresentada na Figura 2.7, é um excelente exemplo de uma ponte renascentista.



**Figura 2.7** Ponte do Rialto, Veneza (Tolley, 2009).

No séc. XIX, com a revolução industrial e a “descoberta” do aço, muitas pontes passam a ser construídas utilizando este material, permitindo aos projectistas a adopção de novas soluções estruturais, as quais foram progressivamente evoluindo até aos dias de hoje, tornando-se cada vez mais arrojadas, nomeadamente em termos da esbelteza dos seus principais elementos estruturais.

Também durante o século XIX foi descoberto um outro material de construção, o betão, constituído por cimento Portland, água e inertes. Percebeu-se neste período que se o betão fosse armado com aço (betão armado) formava um material com propriedades resistentes de grande utilidade para a engenharia civil, pelo que o betão armado é um dos materiais mais utilizados nesta área nos dias que correm.

No que respeita à construção de pontes pedonais em betão armado, são usualmente obras pouco esbeltas, mas funcionais. Assentam muito na utilização de elementos pré-fabricados (ver Figura 2.8) e por vezes algumas soluções recorrem à utilização de elementos pré-esforçados.



**Figura 2.8** Ponte pedonal constituída por elementos pré-fabricados de betão, Entrecampos, Lisboa (Chagas Carvalho, 2007)

A revolução industrial trouxe consigo não só alterações ao nível industrial mas também ao nível da mentalidade social. As populações passaram a aglomerar-se nos grandes centros urbanos, verificando-se um grande aumento de rodovias e ferrovias, o que motivou o desenvolvimento de novas infra-estruturas para melhorar a mobilidade dos peões neste meio. Nesse contexto recorreu-se bastante à construção das pontes pedonais, para que se transpusessem esses obstáculos, melhorando-se assim a mobilidade pedonal.

Muitas das pontes pedonais existentes nas grandes cidades, como é o caso da cidade de Lisboa, recorrem usualmente a estruturas “padronizadas” (tal como se mostra na Figura 2.9 e Figura 2.10), onde o aspecto funcional se sobrepõe ao estético.



**Figura 2.9** Ponte pedonal metálico sobre ferrovia, Moscavide (Chagas Carvalho, 2007)



**Figura 2.10** Ponte pedonal metálica sobre a Av. Infante Dom Henrique, Lisboa.

No entanto, nos últimos 10 anos, o enquadramento das pontes pedonais em meio urbano tem-se vindo a alterar por se considerar que são estruturas com elevada visibilidade e que definem a paisagem urbana e não-urbana (Baus & Schlaich, 2007).

As pontes pedonais são estruturas sujeitas, usualmente, a cargas de pequeno valor quando comparadas com as pontes e viadutos, pelo que é possível construir estruturas mais esbeltas, flexíveis e económicas. Todos estes factores aliados ao progresso técnico e construtivo, imaginação e criatividade dos projectistas têm originado uma variedade considerável de pontes pedonais em termos arquitectónicos e estruturais (Baus & Schlaich, 2007), de que são exemplo as apresentadas na Figura 2.11, na Figura 2.12 e na Figura 2.13.



**Figura 2.11** Ponte pedonal atirantada *La Rosa*, Corunha (Dolejs & Rotter, 2011).

Contudo, as pontes pedonais também continuam a ser construídas em meio urbano para atravessar cursos de água, tal como se mostra na Figura 2.12, Figura 2.28 e a já referida Figura 1.1.



(a)



(b)

**Figura 2.12** *Gateshead Millennium Bridge*, Gateshead, Reino Unido; a) posição para passagem de peões; b) posição para passagem de embarcações; Adaptado de (Dolejs & Rotter, 2011)

Na Figura 2.13 mostra-se um outro exemplo de uma ponte pedonal inserida em meio não urbano, por vezes enquadradas em parques ou jardins facilitando a mobilidade e enquadrando-se na paisagem.



**Figura 2.13** Ponte atirantada *Pulau Langkawi Footbridge*, Pulau Langkawi, Malásia (Sábado, 2011)

As estruturas apresentadas anteriormente, ponte pedonal atirantada *La Rosa*, a *Gateshead Millennium Bridge* e a *Pulau Langkawi* pretendem demonstrar a funcionalidade ligada à beleza arquitectónica, que se pode tornar única, neste

tipo de estruturas. Actualmente são mesmo atribuídos prémios de *design* de pontes pedonais, o *Footbridge Awards*, onde são distinguidas várias pontes pedonais em todo o mundo, que se destacam pela sua beleza, funcionalidade, e inovação estrutural. Uma das pontes distinguidas no *Footbridge Awards 2011* foi a ponte pedonal do edifício da Fundação Champalimaud (ver Figura 2.14).



(a)



(b)

**Figura 2.14** Ponte pedonal da fundação Champalimaud, Lisboa; a) vista completa da ponte; b) vista do tabuleiro; (Branco, 2011)

Na Figura 2.15 apresentam-se mais alguns exemplos de pontes pedonais com um *design* digno de referência.



(a)



(b)



(c)



(d)

**Figura 2.15** a) Ponte pedonal Knokke Heist, Bélgica; b) Ponte pedonal San Fructuoso, Espanha; c) Ponte pedonal Te Rewa Rewa, Nova Zelândia; d) Ponte pedonal Lyon Confluence, França (Branco, 2011).

Atendendo aos exemplos apresentados nesta secção, ficou claramente evidenciado que actualmente as pontes pedonais podem ser construídas recorrendo a diversos tipos de materiais e a diversos tipos de soluções estruturais, pelo que se impõe uma pequena reflexão sobre este tema, a qual se apresenta na secção seguinte.

## **2.3 Tipos de pontes pedonais**

Como ficou patente na secção anterior, as pontes pedonais apresentam uma extensa variedade tipológica, o que por vezes pode dificultar o processo referente à sua classificação, sendo usual adoptar dois critérios de classificação distintos, designadamente, em função do tipo de material, utilizado na sua construção, ou alternativamente em função do tipo de estrutura adoptado.

Assim, nesta secção apresenta-se uma perspectiva sobre a utilização destes dois tipos de classificação de pontes pedonais, utilizando alguns exemplos para ilustrar as opções consideradas.

### ***2.3.1 Classificação por tipo de material***

As pontes pedonais são construídas utilizando diferentes tipos de materiais, sendo os mais usuais, a pedra, a madeira, o betão armado e pré-esforçado e o aço, contudo, existem diversas soluções que se baseiam na combinação dos materiais anteriores, de que são exemplo as estruturas mistas em aço-betão. Também começam a surgir soluções inovadoras, como a apresentada na Figura 2.14, que assenta numa solução mista em aço-vidro, na qual, os elementos estruturais principais são em aço que suportam placas de vidro (tendo estas uma espessura suficiente para funcionarem como elementos estruturais “secundários”), as quais são introduzidas neste tipo de estruturas visando sobretudo o aspecto estético final da obra.

Importa salientar que, facilmente se encontram exemplos cujas soluções envolvem outros tipos de combinações de materiais, como por exemplo, aço-madeira, pedra-madeira, etc., contudo neste trabalho fica apenas a referência.

Na Figura 2.16 a) apresenta-se um exemplo de uma ponte pedonal construída apenas em pedra (estrutura em arco), enquanto na Figura 2.16 b) mostra-se um

exemplo de uma ponte pedonal cujos elementos estruturais principais são de madeira.



(a)



(b)

**Figura 2.16** a) *Gaoliang Bridge*, Beijing, China; b) Ponte pedonal de Zapallar, Chile; Adaptado de (Archdaily, 2008; Wikipedia, 2006a).

Como se referiu, um material bastante utilizado em obras de engenharia civil, devido à sua boa resistência e capacidade de carga, é o betão. No âmbito das pontes pedonais podem-se considerar três categorias para soluções em betão: soluções constituídas por elementos estruturais pré-fabricados de betão (ver Figura 2.8); soluções com estrutura em betão armado; e soluções com estrutura em betão pré-esforçado.

As soluções anteriores revelam uma preocupação maior ao nível da funcionalidade, descurando um pouco a parte estética quando comparadas, por exemplo, com pontes pedonais metálicas. As pontes pedonais em elementos pré-fabricados de betão são estruturas “simples” com vãos “pequenos” à semelhança do segundo tipo de categoria referido, no entanto, quando a estrutura é constituída por betão armado em arco, como se pode ver na Figura 2.17 a) obtêm-se estruturas mais esbeltas que vencem vãos ligeiramente superiores. A solução que permite vencer vãos superiores é a de betão pré-esforçado (Figura 2.17 b).



(a)



(b)

**Figura 2.17** a) *Faery Bridge*, Dunblane, Escócia; b) Ponte pedonal pré-esforçada. Adaptado de (The Happy Pontist, 2012).

É de referir que as pontes pedonais em betão, comparativamente às metálicas, são menos susceptíveis a problemas de vibrações excessivas. As pontes pedonais constituídas por aço, apesar de ser um material com peso específico superior ao da pedra ou betão, globalmente são estruturas mais “leves” e flexíveis permitindo aos projectistas uma maior liberdade ao nível estético e arquitectónico. A Figura 2.18 apresenta uma ponte pedonal metálica em treliça que demonstra preocupação estética por parte do projectista.



**Figura 2.18** Ponte pedonal em Ponte de Sor, Portugal; a) vista em perspectiva da ponte; b) vista do tabuleiro; Adaptado de (Moura, 2011).

Como se referiu anteriormente, existem pontes pedonais que integram mais do que um tipo material de construção na sua estrutura. A conjugação de materiais permite obter soluções, por vezes, mais adequadas a nível funcional e estético. Na Figura 2.24 é dado o exemplo de uma estrutura mista aço-betão, o aço (em arco) tem a função principal de suportar o tabuleiro em betão e, ao mesmo tempo, “aligeirar” a estrutura, tornando-a estética e visualmente agradável.



**Figura 2.19** *Corktown Footbridge*, Ontario, Canada; Adaptado de (Dtah, 2011).

### 2.3.2 Classificação por tipo de estrutura

Como se referiu anteriormente, os avanços tecnológicos e a descoberta de novos materiais aliada à criatividade e imaginação dos projectistas permitiu a construção das mais diversificadas pontes pedonais. De entre os diferentes tipos existe a *rolling-bridge* (ver Figura 2.20), uma ponte pedonal fora do vulgar onde o tabuleiro, com recurso a cilindros hidráulicos, enrola sobre si próprio “fechando-se”, este tipo de estrutura é utilizado na travessia de pequenos cursos de água, possibilitando a passagem de peões quando aberta e de barcos quando fechada.

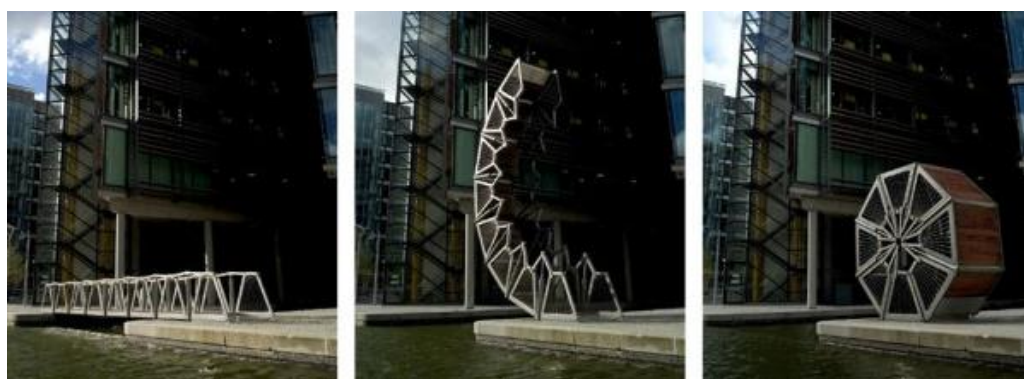


Figura 2.20 Rolling-bridge, Londres (Search! Tech! Fun!, 2010).

Existem, no entanto, tipos de estruturas mais “simples” como a ponte pedonal em viga, Figura 2.21, que são formadas por uma “viga”, usualmente em betão ou aço, apoiada nos encontros.



Figura 2.21 Redrow Footbridge, West Midlands, Reino Unido; Adaptado de (CTS Bridges, 2011).

As pontes pedonais do tipo *stress-ribbon*/catenária são constituídas por um tabuleiro (estrutura laminar de betão armado) contínuo, usualmente ancorado nos encontros e apoiado nos pilares. A forma curva da estrutura advém do equilíbrio estático entre as forças de tracção do pré-esforço e as forças gravíticas (Figura 2.22).



**Figura 2.22** Ponte pedonal sobre o rio Rogue, Oregon, Estados Unidos da América (Wikipedia, 2007).

Nas pontes pedonais também é usual utilizar o conceito de arco, contudo, existem algumas variantes, designadamente, o arco pode situar-se na parte inferior da estrutura, como se mostra na Figura 2.19, uma outra variante baseia-se na própria definição geométrica do tabuleiro da estrutura em arco, como se mostra na Figura 2.17 e ainda um outro tipo de ponte pedonal em que é utilizado o conceito de arco é apresentado na Figura 2.23, no qual o arco é formado por uma estrutura que suporta o tabuleiro por meio de tirantes, pelo que nestas circunstâncias é usual utilizar-se a designação de ponte pedonal suspensa.



**Figura 2.23** *The Infinity Footbridge*, Stockton-on-Tees, Reino Unido (Newsteelconstruction, 2010).

A utilização de tirantes no projecto e construção destas obras não se limita às soluções em arco anteriormente apresentadas, é muito usual nas modernas pontes pedonais modernas, como aliás está patente em figuras anteriores, nomeadamente na Figura 2.11, na Figura 2.12 e na Figura 2.13, tal como na Figura 2.24, em que se evidencia o recurso à utilização de pilares e outro tipo de estruturas (podendo estas ter diversas formas), para assegurar o equilíbrio dos cabos que ajudam a suportar o tabuleiro.



**Figura 2.24** *Miller's Crossing Bridge*, Exeter, Reino Unido; Adaptado de (Geograph, 2011).

Por último, existem também as pontes pedonais em treliça, este tipo de estrutura é usualmente constituída por aço e forma estruturas bastante flexíveis e esbeltas, Figura 2.25.



**Figura 2.25** *Browning Street Footbridge*, Birmingham, Reino Unido; Adaptado de (CTS Bridges, 2011).

A variedade de soluções e materiais existentes permite, aos projectistas e arquitectos conceberem estruturas bastante diversificadas (como se viu ao longo do capítulo), das quais poderá existir pouca informação a nível dinâmico. Em (Zivanovic, Pavic, & Reynolds, 2005) é referido que os problemas de vibrações em pontes pedonais ocorreram em diferentes tipologias e também em pontes constituídas por diferentes materiais de construção.

A secção seguinte pretende abordar a problemática das vibrações excessivas em pontes pedonais, apresentando para esse efeito 4 casos de estudo.

## 2.4 Vibrações excessivas em pontes pedonais

A concepção de pontes pedonais mais modernas (por exemplo tipo catenária e/ou atirantada), com utilização de materiais de construção mais eficientes e vãos maiores originaram estruturas mais esbeltas e flexíveis, nesse sentido, é importante ter presente que a reduzida massa deste tipo de estruturas e as acções dinâmicas a que estão sujeitas podem originar elevadas amplitudes de vibração, pelo que quanto mais esbelta for a estrutura maior será a probabilidade de ocorrência destes fenómenos.

A excitação que os peões induzem nas pontes pedonais é, segundo (RFS2-CT, 2007a)<sup>1</sup>, uma fonte importante de vibrações na estrutura, pelo que as pontes pedonais modernas não deverão ser projectadas para suportarem apenas cargas estáticas.

Quando a estrutura é excitada a sua vibração pode ocorrer na direcção horizontal, vertical e também pode existir torsão do tabuleiro.

Do ponto de vista do utilizador, as vibrações laterais são mais incómodas do que as vibrações verticais. Quando os peões estão sujeitos a oscilações laterais reagem ajustando o seu caminhar às mesmas. O reajustamento da forma de caminhar provoca uma amplificação das vibrações e conseqüente instabilidade dinâmica da estrutura, este fenómeno ficou conhecido por *synchronisation phenomenon* ou *lock-in effect* (Zivanovic et al., 2005).

---

<sup>1</sup> Este documento é o resultado de um projecto europeu designado por Human induced vibrations of steel structures, também conhecido pela sigla *Hivoss*.

Também (Dallard et al., 2001) refere “*Vãos longos, em particular aqueles que têm comprimentos entre os 80 e os 200 metros, mostram-se susceptíveis ao lock-in effect, o qual está associado a vibrações laterais provocados por excitações dos peões.*”

O efeito *lock-in* é um fenómeno que causa instabilidade estrutural e insegurança aos peões, podendo em casos extremos ocorrer o colapso da estrutura.

Um dos casos mais emblemáticos relativamente ao problema de amplificação de vibrações foi a *Millennium Bridge* (Figura 2.26), com 325 m de comprimento, em Londres.



**Figura 2.26** *Millennium Bridge*, Londres (Reino Unido) (Wikipedia, 2006b).

No dia da sua inauguração, a 10 de Junho de 2000, o movimento sincronizado da multidão Figura 2.27 que atravessou a ponte, provocou vibrações horizontais e torsionais excessivas.



(a)



(b)

**Figura 2.27** a) *Millennium Bridge* no dia da inauguração; b) tabuleiro da ponte *Millennium Bridge* “lotado”; (Alfred, 2009).

Devido ao excessivo movimento horizontal e torsional da estrutura as pessoas que a percorriam, numa tentativa de manterem o equilíbrio, sincronizaram os seus movimentos com os da ponte, esta sincronização provocou uma amplificação das vibrações e conseqüente instabilidade dinâmica. Com o aumento das oscilações gerou-se algum incómodo e insegurança na multidão. Alguns dias depois a ponte foi fechada ao público e após estudos efectuados verificou-se que o fenómeno que ocorrera foi o já referido *lock-in effect*.

À semelhança da *Millennium Bridge* a ponte Pedro e Inês, em Coimbra, Figura 2.28, que faz a ligação entre as margens do Rio Mondego também foi caso de estudo sobre o fenómeno *lock-in*.

A estrutura tem 275 m de comprimento e é constituída por um arco parabólico que vence um vão de 110 m, é também de realçar uma característica invulgar na sua geometria, aproximadamente a meio vão, apresenta um desalinhamento em planta.



**Figura 2.28** Ponte Pedro e Inês, Coimbra (Portugal) (Velo, 2012).

A frequência lateral que a ponte apresentava era considerada crítica e o fenómeno *lock-in* tinha uma grande probabilidade de ocorrência.

No programa de avaliação utilizou-se um modelo numérico da estrutura que permitiu saber qual o comportamento que se esperaria da mesma. O modelo numérico foi calibrado através de ensaios de vibrações, os quais identificaram a resposta da estrutura a diferentes tipos de excitação por parte dos peões, Figura 2.29.



**Figura 2.29** Ensaio de vibração com excitação por parte dos peões. Adaptado de (Caetano, Cunha, & Moutinho, 2007).

O cruzamento de dados permitiu, posteriormente, dimensionar o tipo de amortecedores que seriam utilizados para resolver os problemas de vibração (as soluções a adoptar no controlo de vibrações excessivas serão referidas em 3.4.2 (Caetano, Cunha, Magalhães, & Moutinho, 2010).

Outra estrutura, alvo de diversos estudos para análise de vibrações excessivas, mesmo quando atravessada por um número reduzido de peões, foi a ponte pedonal do tipo *stress-ribbon* do campus da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP), apresentada na Figura 2.30.



(a)



(b)

**Figura 2.30** Ponte pedonal do tipo *stress-ribbon* no campus da FEUP; a) utilização da ponte; b) pormenor do pilar central. Adaptado de (Caetano & Cunha, 2004).

Em (Caetano & Cunha, 2004), avaliou-se e verificou-se o grau de importância das vibrações face aos valores limite sugeridos por códigos estrangeiros.

Para tal, realizou-se um modelo numérico, sucessivamente calibrado tendo por base ensaios de campo, demonstrando desta forma a grande importância que os mesmos apresentam na validação dos modelos.

Como se verificaram vibrações excessivas e se considerou que a estrutura era susceptível a este tipo de fenómenos, foi proposto um sistema de controlo activo (Moutinho, Cunha, & Caetano, 2010).

Por último temos o caso da ponte pedonal projectada pelo Arquitecto Santiago Calatrava em treliça, Figura 2.31, que permite a ligação entre o centro comercial Vasco da Gama e a estação de comboios da Gare do Oriente. Trata-se de uma obra com 86,56 m de comprimento e uma largura de 2,4 m.



Figura 2.31 Ponte pedonal Calatrava, vista do Centro Comercial Vasco da Gama (Wikipedia, 2009).

No estudo da ponte pedonal de Calatrava foi desenvolvido um modelo numérico e realizaram-se ensaios dinâmicos, a partir dos quais se concluiu que para a acção de um ou dois peões, a ponte apresentava acelerações laterais praticamente nos limites regulamentares aceitáveis. Como as acelerações laterais se encontravam no limite para o caso de um ou dois peões e uma vez que não era possível realizar ensaios na ponte pedonal (encerrada ao público) presumiu-se que para o caso de grupos de peões esses limites seriam excedidos.

A solução apresentada para o problema das vibrações excessivas foi através da introdução de amortecedores na estrutura (Chagas Carvalho, 2007).

## ANÁLISE DINÂMICA DE PONTES PEDONAIIS

### 3.1 Considerações iniciais

Como se viu anteriormente, tem-se registado uma tendência para a construção de pontes pedonais cada vez mais leves e esbeltas, o que tem desencadeado uma maior preocupação com o comportamento dinâmico deste tipo de obras, pois as estruturas com massa reduzida têm uma maior susceptibilidade para sofrer amplitudes de vibração elevadas, como se viu no final do capítulo anterior.

Assim, neste capítulo apresentam-se os principais fundamentos da dinâmica de estruturas, referindo os modelos com um e múltiplos graus de liberdade, no domínio do tempo e frequência.

As acções dos peões assumem um papel importante relativamente à possibilidade da estrutura desenvolver fenómenos de vibrações excessivas pelo que será realizada uma breve descrição do modo como estas acções actuam no tabuleiro da estrutura, e quais os critérios de conforto, as situações de tráfego e as gamas de frequências que o projectista deverá respeitar por forma a minimizar esses fenómenos.

Os critérios de conforto são bastante subjectivos, uma vez que dependem de peão para peão e de situação para situação, pelo que são apresentadas algumas normas e os valores de frequências naturais e acelerações limites toleráveis por forma a evitar o aparecimento de vibrações excessivas. São também referidas formas de controlo de vibrações excessivas.

Uma forma de determinar os parâmetros modais das pontes pedonais passa pela realização de ensaios de vibrações. Nesse contexto apresentam-se neste capítulo os ensaios dinâmicos usualmente utilizados na avaliação dos parâmetros modais, abordando-se a sua preparação e realização. São também referidas as metodologias utilizadas na identificação dos parâmetros modais a partir de séries temporais de acelerações e ainda a importância dos resultados experimentais na calibração dos modelos numéricos.

## 3.2 Fundamentos de dinâmica de estruturas

Nesta secção apresentam-se os principais fundamentos que regem o comportamento dinâmico de estruturas de engenharia civil e discutem-se alguns métodos utilizados para determinar a resposta estrutural a acções dinâmicas, nomeadamente para o caso de modelos estruturais com um grau de liberdade (1 GL), envolvendo o estabelecimento da equação de equilíbrio dinâmico e análise da resposta no domínio do tempo e no domínio da frequência, seguindo-se a generalização para o caso de sistemas com múltiplos graus de liberdade (W. Clough & Penzien, 2003)(Chopra, 2001)(Mendes, 2012).

### 3.2.1 Modelos com 1 grau de liberdade

Os modelos matemáticos com um grau de liberdade (1 G.L.), também designados por osciladores de 1 G.L., são modelos simples bastante úteis para a análise de modelos estruturais simples, assim como para a introdução dos conceitos fundamentais da análise dinâmica de estruturas, como mais à frente se verá no estudo de osciladores com múltiplos graus de liberdade (3.2.2).

Os osciladores de 1 G.L. são usualmente retratados por sistemas com uma massa ( $m$ ), um amortecedor ( $c$ ) e uma mola ( $k$ ) como se pode ver na Figura 3.1.

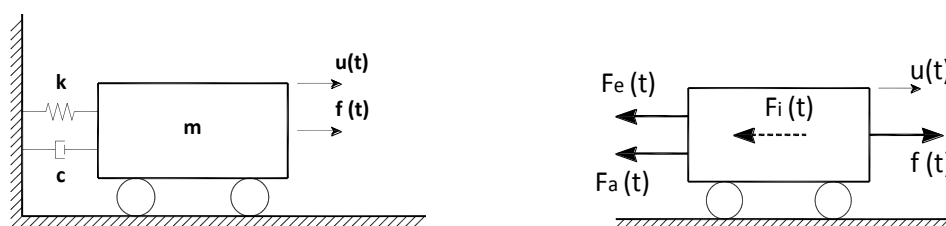


Figura 3.1 Representação de um oscilador de 1 G.L.

Na figura anterior  $u(t)$  representa o deslocamento. Neste enquadramento, pode-se estabelecer a equação do movimento através do conhecido equilíbrio de forças representado na Figura 3.1 b), o qual é sustentado pelo princípio de d'Alembert e assume a seguinte forma:

$$f_I(t) + f_A(t) + f_E(t) = f(t) \quad (2.1)$$

Na expressão anterior  $f_I(t) = m\ddot{u}(t)$ ,  $f_A(t) = c\dot{u}(t)$ ,  $f_E(t) = ku(t)$  e  $f(t)$  são, respectivamente, as forças de inércia, forças de amortecimento, forças elásticas e forças externas. Substituindo as expressões anteriores na equação (2.1) obtém-se a equação do movimento na forma de equação diferencial de segunda ordem:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = f(t) \quad (2.2)$$

A obtenção da equação anterior, bem como a introdução e exposição dos termos nela contidos, encontram-se extensamente abordados em (W. Clough & Penzien, 2003).

Nos pontos seguintes aborda-se a análise da resposta de um oscilador de 1 G.L. nos domínios do tempo e da frequência.

### 3.2.1.1 Análise no domínio do tempo

Em termos genéricos, a determinação da resposta de um sistema de 1 G.L. no domínio do tempo, para uma acção dinâmica qualquer, é facilmente obtida recorrendo à aplicação do integral de Duhamel, também conhecido como integral de convolução<sup>2</sup>, o qual é dado pela seguinte expressão:

$$u_p(t) = \int_0^t f(\tau) h(t-\tau) d\tau = f(t) * h(t) \quad (2.3)$$

Onde  $f(t)$  corresponde às já referidas forças externas e  $h(t-\tau)$  corresponde à função de resposta a um impulso unitário no instante  $t=\tau$  e é dado por:

$$h(t-\tau) = \frac{1}{m f_A} \text{sen}(f_N(t-\tau)) e^{-\xi f_N(t-\tau)} \quad , \quad t > \tau \quad (2.4)$$

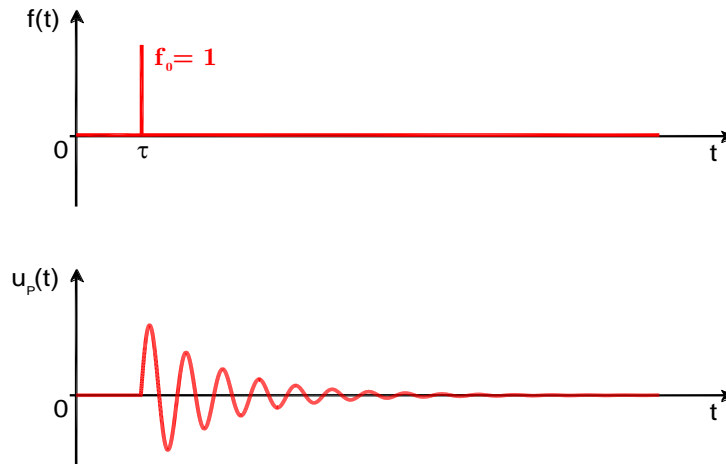
A função de resposta a um impulso unitário, definida anteriormente, modela o comportamento do oscilador em estudo pelo que depende das características do

---

<sup>2</sup> O operador de convolução permite calcular a área compreendida entre duas funções através do deslocamento entre as mesmas.

mesmo, massa ( $m$ ), frequência angular natural ( $\omega_N$ ) e coeficiente de amortecimento ( $\xi$ ), como aliás se verifica na equação (2.4).

A Figura 3.2 pretende representar a resposta de um oscilador de 1 G.L. a uma força impulsiva aplicada a um instante  $t$ .



**Figura 3.2** Resposta a uma força impulsiva unitária aplicada num instante genérico  $t$

### 3.2.1.2 Análise no domínio da frequência

A anterior análise também pode ser efectuada, no domínio da frequência, recorrendo-se à utilização do conceito de transformada de Fourier<sup>3</sup> (TF). Aplicando a ambos os membros da equação (2.2) o conceito de transformada de Fourier, obtém-se:

$$\begin{aligned} \text{TF}(m \ddot{u}(t) + c \dot{u}(t) + k u(t)) &= \text{TF}(f(t)) \\ -m \omega^2 U(\omega) + i c \omega U(\omega) + k U(\omega) &= F(\omega) \end{aligned} \tag{2.5}$$

---

<sup>3</sup> Transformada de Fourier do vector dos deslocamentos:

$$\text{TF}[u(t)] \rightarrow U(\omega)$$

Transformada de Fourier do vector das velocidades:

$$\text{TF}[\dot{u}(t)] \rightarrow i\omega U(\omega)$$

Transformada de Fourier do vector das acelerações:

$$\text{TF}[\ddot{u}(t)] \rightarrow -\omega^2 U(\omega)$$

Na expressão anterior,  $U(\omega)$  e  $F(\omega)$  são, respectivamente, as transformadas de Fourier de  $u(t)$  e  $f(t)$ , sendo que  $U(\omega)$  é uma função complexa no domínio da frequência e permite obter a resposta a partir da excitação:

$$U(\omega) = \frac{1}{(k - m\omega^2 + ic\omega)} F(\omega) = H(\omega)F(\omega) \quad (2.6)$$

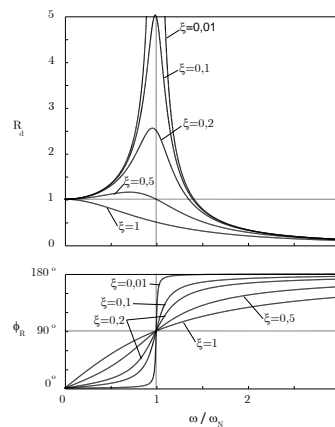
A função  $H(\omega)$  representada na equação anterior é usualmente designada por função de resposta no domínio da frequência (FRF) de um oscilador de um grau de liberdade e facilmente se demonstra que corresponde à transformada de Fourier da função de resposta a um impulso unitário  $h(t-\tau)$ , definida anteriormente na expressão (2.4).

A FRF é dada pela seguinte expressão:

$$H(\omega) = \frac{1}{(k - m\omega^2) + ic\omega} = \frac{1/m}{\omega_N^2 - \omega^2 + i2\xi\omega_N\omega} \quad (2.7)$$

Obtém-se a segunda igualdade da equação (2.7) dividindo o numerador e denominador por  $m$ , utilizando  $\omega_N = \sqrt{k/m}$  e  $c = 2\xi m\omega_N$ .

Na Figura 3.3 apresenta-se o gráfico da função FRF, caracterizado pela sua amplitude ( $\sqrt{R^2 + I^2}$ ) e fase ( $\arctg(-I/R)$ ), onde  $R$  corresponde à parte real e  $I$  à parte imaginária, para um oscilador com uma frequência natural  $f_N$  e coeficiente de amortecimento variável.



**Figura 3.3** Funções de Resposta em Frequência (FRF)

Através da figura anterior verifica-se rapidamente que para o valor de abcissa  $\omega = \sqrt{1 - \xi^2} \omega_N$  a amplitude da FRF apresenta um máximo.

É ainda de salientar que o valor de abcissa referido anteriormente é uma boa estimativa da frequência natural do oscilador para coeficientes de amortecimento baixos.

### 3.2.2 Modelos com múltiplos graus de liberdade

Na análise de estruturas, em geral, é usual recorrer-se a modelos numéricos com múltiplos graus de liberdade, os quais permitem obter resultados mais precisos. Deste modo, a equação (2.2), equação do movimento, passa a escrever-se na forma matricial, assumindo a seguinte forma:

$$\underline{m} \ddot{\underline{u}}(t) + \underline{c} \dot{\underline{u}}(t) + \underline{k} \underline{u}(t) = \underline{f}(t) \quad (2.8)$$

Onde  $\underline{m}$  corresponde à matriz de massas,  $\underline{c}$  à matriz de amortecimento e  $\underline{k}$  à matriz de rigidez da estrutura. Por sua vez,  $\ddot{\underline{u}}(t)$ ,  $\dot{\underline{u}}(t)$ ,  $\underline{u}(t)$  correspondem, respectivamente, aos vectores da aceleração, velocidade e deslocamentos relativos aos graus de liberdade da estrutura, enquanto  $\underline{f}(t)$  corresponde ao vector das forças externas.

A equação (2.8) resulta num sistema de  $n$  equações diferenciais de 2ª ordem dependentes (acopladas), o que torna a sua resolução bastante laboriosa.

Através da análise modal é possível resolver a equação (2.8) e determinar quais os modos de vibração e as frequências associadas a cada modo, ficando-se perante um problema de valores e vectores próprios, como se explicará em 3.2.2.1.

Porém, uma forma eficaz de se resolver o sistema de equações acopladas que resulta da equação (2.8) será através do conceito de coordenadas modais. As coordenadas modais permitem transformar o sistema de  $n$  equações de 2ª ordem acopladas num sistema de  $n$  equações de 2ª ordem independentes (desacopladas), este processo será abordado em 3.2.2.2.

### 3.2.2.1 Análise modal

A análise modal permite identificar as frequências de vibração de um determinado sistema, sendo apenas necessário que o seu estudo tenha por base a análise do movimento em regime livre sem amortecimento, pelo que a equação do movimento (2.8) passa a escrever-se da seguinte forma:

$$\underline{m} \ddot{\underline{u}}(t) + \underline{k} \underline{u}(t) = \underline{0} \quad (2.9)$$

Será ainda necessário considerar que a estrutura ao vibrar apresenta um movimento harmónico com uma frequência angular natural  $\omega$ , então o seu deslocamento é dado por:

$$\underline{u}(t) = \underline{\phi} \cos(\omega t - \varphi) \quad (2.10)$$

Onde  $\underline{\phi}$  representa o vector da configuração deformada da estrutura (modo de vibração) e  $\varphi$  a fase.

Se se proceder à derivação da equação (2.10) em ordem ao tempo duas vezes, obtemos a equação das acelerações:

$$\ddot{\underline{u}}(t) = -\omega^2 \underline{x} \cos(\omega t - \phi) \quad (2.11)$$

Substituindo as equações (2.10) e (2.11) na equação (2.9) obtém-se:

$$\left[ \underline{k} - \underline{m} \omega_N^2 \right] \underline{u}(t) = \underline{0} \quad (2.12)$$

Para que a resolução da equação (2.12) seja uma solução não nula ou trivial é necessário que o determinante da matriz principal seja nulo, ou seja:

$$\left| \underline{k} - \underline{m} \omega_N^2 \right| = 0 \quad (2.13)$$

Verifica-se assim, que para a obtenção de frequências e modos de vibração estamos perante um problema de determinação de valores e vectores próprios os

quais representam, respectivamente, as frequências e os modos de vibração, pelo que a cada frequência  $\omega$  corresponderá apenas um único modo de vibração  $\underline{\phi}$ . Os vectores correspondentes aos modos de vibração apresentam uma propriedade importante que se designa por condições de ortogonalidade a qual será abordada em 3.2.2.2, assim como os processos mais usuais de normalização dos modos de vibração.

### 3.2.2.2 Condições de ortogonalidade e normalização

Considera-se a condição de ortogonalidade uma propriedade importante dos modos de vibração por permitir obter as seguintes expressões:

$$\underline{\phi}^T \underline{m} \underline{\phi} = \underline{m}^* \quad (2.14)$$

$$\underline{\phi}^T \underline{k} \underline{\phi} = \underline{k}^* \quad (2.15)$$

$$\underline{\phi}^T \underline{c} \underline{\phi} = \underline{c}^* \quad (2.16)$$

As matrizes resultantes das equações (2.14), (2.15) e (2.16), matrizes de massa, rigidez e amortecimento modais, respectivamente, são matrizes diagonais.

As componentes dos modos de vibração, em valor, absoluto são apenas importantes quando comparadas entre si, permitindo ter uma noção do modo como a estrutura vibra, pelo que é comum representar os modos de vibração normalizados.

A nível experimental é usual normalizar os modos de vibração relativamente ao valor máximo (dividir o vector pelo maior valor absoluto de um determinado modo) ou a um dado elemento (considerar sempre igual à unidade o mesmo elemento dos diferentes vectores dos modos de vibração), no entanto, ao nível teórico, ou de cálculo, é usual proceder-se à normalização dos modos de vibração relativamente à matriz de massas pelas simplificações que confere à equação do movimento(2.8).

A normalização do modo de vibração relativamente à matriz de massas é então dada por:

$$\hat{\phi}_n = \frac{\phi_n}{\sqrt{\phi_n^T \underline{m} \phi_n}} = \phi_n \frac{1}{\sqrt{m_n^*}} \quad (2.17)$$

Como resultado da normalização anterior podemos verificar o seguinte:

$$\hat{\phi}^T \underline{m} \hat{\phi} = \underline{I} \quad (2.18)$$

$$\hat{\phi}^T \underline{k} \hat{\phi} = \underline{\Omega}^2 \quad (2.19)$$

$$\hat{\phi}^T \underline{c} \hat{\phi} = \underline{2\xi\omega} \quad (2.20)$$

Sendo  $\hat{\phi}$  a matriz modal, com os modos normalizados relativamente à matriz de massa,  $\underline{I}$  a matriz de identidade e  $\underline{\Omega}^2$  a matriz espectral, a qual é uma matriz diagonal e que contém os valores das frequências naturais ao quadrado, associadas a cada modo de vibração. Por sua vez  $\underline{2\xi\omega}$  representa a matriz de amortecimento normalizada em relação à matriz de massas, também diagonal. O sistema de equações dado por (2.8) é um sistema de equações diferenciais, as quais são dependentes entre si.

A dependência deve-se à existência de matrizes consistentes (matrizes com termos fora da diagonal principal), como a matriz rigidez ( $\underline{k}$ ), e nada impor que a matriz de massa ( $\underline{m}$ ) seja uma matriz diagonal (apesar de usualmente se representar como tal, assumindo-se que a massa da estrutura se encontra concentrada nos pisos, por exemplo), podendo ser também uma matriz consistente.

Esta dependência pode, no entanto, ser “quebrada”, permitindo que as equações diferenciais passem a ser todas independentes. Para tal é necessário recorrer a uma mudança de referencial (conceito de coordenadas modais) e a algumas transformações.

### 3.2.2.3 Coordenadas modais

Neste subcapítulo serão apresentadas as alterações necessárias para se obter um sistema de  $n$  equações diferenciais desacopladas, através do conceito de coordenadas modais. O primeiro passo será proceder à alteração de referenciais,

para o qual será necessário ter em conta a seguinte expressão e as restantes transformações matemáticas:

$$\underline{\hat{\phi}} \underline{\hat{\phi}}^{-1} = \underline{\mathbf{I}} \quad (2.21)$$

Multiplicando todos os membros da equação (2.8) por  $\underline{\hat{\phi}}^T$  e posteriormente introduzindo a expressão (2.21) nos “elementos” necessários obtém-se:

$$\underline{\hat{\phi}}^T \underline{\mathbf{m}} \ddot{\underline{\mathbf{u}}}(t) + \underline{\hat{\phi}}^T \underline{\mathbf{c}} \dot{\underline{\mathbf{u}}}(t) + \underline{\hat{\phi}}^T \underline{\mathbf{k}} \underline{\mathbf{u}}(t) = \underline{\hat{\phi}}^T \underline{\mathbf{f}}(t) \quad (2.22)$$

$$\underline{\hat{\phi}}^T \underline{\mathbf{m}} \underline{\hat{\phi}} \underline{\hat{\phi}}^{-1} \ddot{\underline{\mathbf{u}}}(t) + \underline{\hat{\phi}}^T \underline{\mathbf{c}} \underline{\hat{\phi}} \underline{\hat{\phi}}^{-1} \dot{\underline{\mathbf{u}}}(t) + \underline{\hat{\phi}}^T \underline{\mathbf{k}} \underline{\hat{\phi}} \underline{\hat{\phi}}^{-1} \underline{\mathbf{u}}(t) = \underline{\hat{\phi}}^T \underline{\mathbf{f}}(t) \quad (2.23)$$

Substituindo as expressões (2.18), (2.19) e (2.20) facilmente se obtém a seguinte equação:

$$\underline{\mathbf{I}} \underline{\hat{\phi}}^{-1} \ddot{\underline{\mathbf{u}}}(t) + \underline{2\xi\omega} \underline{\hat{\phi}}^{-1} \dot{\underline{\mathbf{u}}}(t) + \underline{\Omega^2} \underline{\hat{\phi}}^{-1} \underline{\mathbf{u}}(t) = \underline{\hat{\phi}}^T \underline{\mathbf{f}}(t) \quad (2.24)$$

Se se considerar como uma operação de mudança de coordenadas o produto da inversa da matriz modal  $\underline{\hat{\phi}}^{-1}$  com o vector dos deslocamentos  $\underline{\mathbf{u}}(t)$ , obtém-se o novo referencial de coordenadas, o referencial de coordenadas modais, representado por  $\underline{\mathbf{u}}^*(t)$ , e dado, como referido anteriormente, por:

$$\underline{\mathbf{u}}^*(t) = \underline{\hat{\phi}}^{-1} \underline{\mathbf{u}}(t) \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\mathbf{u}}(t) = \underline{\hat{\phi}} \underline{\mathbf{u}}^*(t) \quad (2.25)$$

A primeira equivalência da expressão (2.25) corresponde à transformação de coordenadas da estrutura para coordenadas modais e a segunda equivalência à transformação contrária.

Substituindo a primeira equivalência da expressão (2.25) na expressão (2.24) obtém-se um sistema de equações expresso em coordenadas modais:

$$\underline{\mathbf{I}} \ddot{\underline{\mathbf{u}}}(t) + \underline{2\xi\omega} \dot{\underline{\mathbf{u}}}(t) + \underline{\Omega^2} \underline{\mathbf{u}}(t) = \underline{\hat{\phi}}^T \underline{\mathbf{f}}(t) \quad (2.26)$$

Para o caso de um oscilador sem amortecimento e em regime livre a expressão (2.9) tem a seguinte configuração:

$$\underline{\mathbf{I}} \ddot{\underline{\mathbf{u}}}^*(t) + \underline{\mathbf{\Omega}}^2 \underline{\mathbf{u}}^*(t) = 0 \quad (2.27)$$

Obtém-se assim, para as expressões (2.26) e (2.27), um sistema de equações em que todas as matrizes intervenientes são diagonais, ou seja o sistema passa a ter equações desacopladas.

Se compararmos a equação (2.26) com a equação (2.2), de um oscilador de 1 G.L., as semelhanças são evidentes, pelo que se prova que é possível obter a solução para um oscilador de múltiplos graus de liberdade através de um oscilador de 1 G.L.

#### 3.2.2.4 *Análise no domínio do tempo*

Como foi referido anteriormente a solução de um oscilador de vários graus de liberdade pode ser obtida através de um oscilador de 1 G.L., assim a determinação da resposta de um oscilador de múltiplos graus de liberdade pode ser efectuada através da abordagem definida em 3.2.1.1, utilizando o integral de Duhamel.

#### 3.2.2.5 *Análise no domínio da frequência*

A determinação da resposta de um oscilador de múltiplos graus de liberdade no domínio da frequência obtém-se de forma análoga há já referida em 3.2.1.2. É assim necessário escrever a equação (2.8) no domínio da frequência através das transformadas de Fourier:

$$-\underline{\mathbf{m}} \omega^2 \underline{\mathbf{U}}(\omega) + i \omega \underline{\mathbf{c}} \underline{\mathbf{U}}(\omega) + \underline{\mathbf{k}} \underline{\mathbf{U}}(\omega) = \underline{\mathbf{F}}(\omega) \quad (2.28)$$

Podendo-se chegar a uma forma simplificada, representada de seguida:

$$\left[ (\underline{\mathbf{k}} - \underline{\mathbf{m}} \omega^2) + i \omega \underline{\mathbf{c}} \right] \underline{\mathbf{U}}(\omega) = \underline{\mathbf{F}}(\omega) \quad (2.29)$$

Analogamente à igualdade (2.6) temos que:

$$\underline{U}(\omega) = \underline{H}(\omega) \underline{F}(\omega) \quad (2.30)$$

Onde  $\underline{H}(\omega)$  é a matriz das funções de resposta no domínio da frequência (FRF) e é dada por:

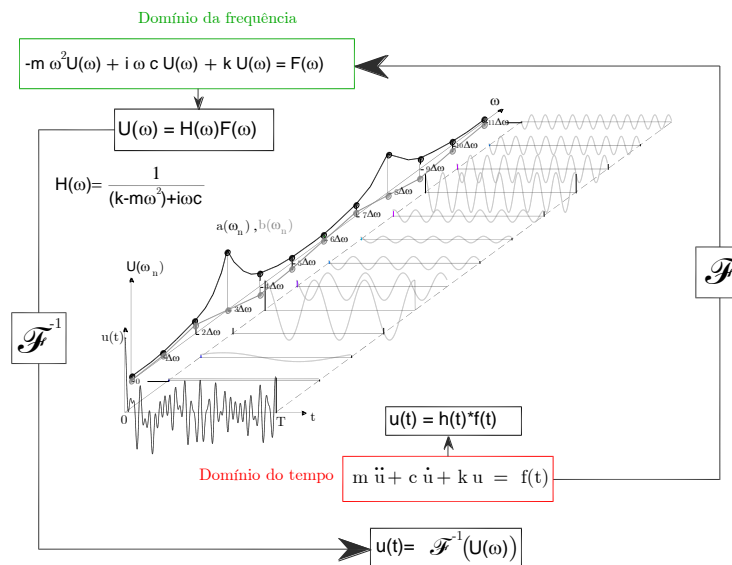
$$\underline{H}(\omega) = \left[ (\underline{k} - \underline{m} \omega^2) + i \omega \underline{c} \right]^{-1} \quad (2.31)$$

O cálculo da matriz FRF através da equação (2.31) é um processo bastante moroso computacionalmente, pelo que pode ser resolvido utilizando a já referida mudança de referencial de coordenadas de estrutura para coordenadas modais. O conjunto das FRFs pode ser correlacionado com a matriz  $\underline{H}(\omega)$  global, através da seguinte equação:

$$\underline{H}(\omega) = \hat{\underline{\phi}} \underline{H}^*(\omega) \hat{\underline{\phi}}^T \quad (2.32)$$

$\underline{H}^*(\omega)$  é uma matriz diagonal e contém os valores das FRF das diferentes equações diferenciais independentes,  $\underline{H}(\omega)$  e  $\hat{\underline{\phi}}$  são, respectivamente, a matriz das FRF e a matriz modal, como se tinha referido anteriormente.

Na Figura 3.4 apresenta-se um esquema que mostra a correlação entre a formulação no domínio do tempo e a formulação no domínio da frequência.



**Figura 3.4** Decomposição de uma série temporal, de comprimento  $T$  em ondas sinusoidais, **adaptado de** (Oliveira, 2007)

### 3.3 Acção de peões em pontes pedonais

Com o aumento de problemas de vibração verificados em pontes pedonais, como são exemplo os casos de estudo apresentados anteriormente, entre outros, verificou-se que este tipo de estruturas não deveria ser projectado apenas para suportar cargas estáticas, sendo necessário considerar também o seu comportamento dinâmico.

Deste modo, a estrutura deverá ser projectada tendo em conta o nível de vibrações induzidas pelos peões durante as travessias.

Apesar da importância da componente dinâmica (vibrações induzidas pelos peões) durante a fase de projecto, não existem actualmente códigos disponíveis para esse efeito, deixando esse aspecto ao critério do projectista, no entanto, o (RFS2-CT, 2007b) propõe que o projectista siga uma determinada metodologia, apresentada na Figura 3.5, a fim de verificar essa componente dinâmica.

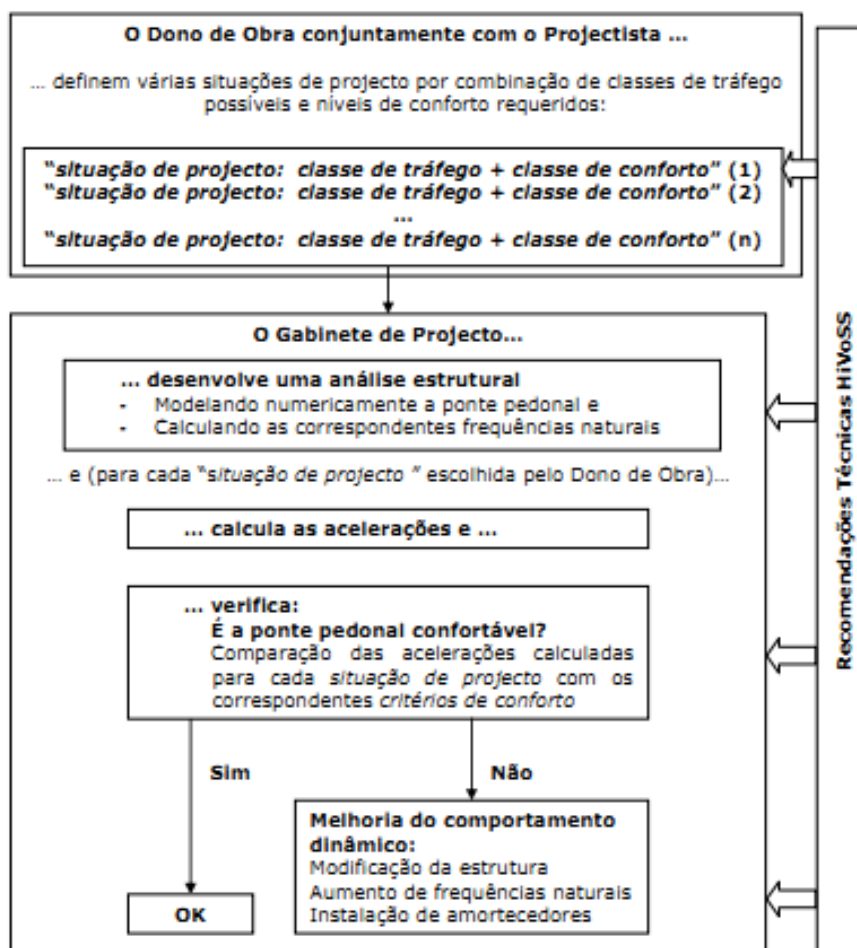


Figura 3.5 Metodologia de projecto segundo o (RFS2-CT, 2007b)

A liberdade dada ao projectista pela falta de regulamentação permite a adopção de estruturas inovadoras, no entanto, é importante que este não descure os requisitos de conforto e segurança ao nível da dinâmica.

Deste modo, será importante perceber como actuará, sobre a ponte pedonal, a acção imposta pelos peões, a qual depende da frequência da passada de cada utilizador, da densidade do fluxo de peões, da sua trajectória em andamento, assim como da respectiva sincronização, e ainda do peso de cada pessoa, entre outros factores. Por sua vez, a resposta da estrutura dependerá do tipo de acção e propriedades estruturais (massa, rigidez, amortecimento) (RFS2-CT, 2007a). Ao contrário do que se possa pensar a acção que um ou vários peões induzem numa ponte não é apenas vertical, existindo também uma acção transversal/horizontal. Quando o peão se desloca, a maior parte da carga que exerce na estrutura é vertical, contudo, devido à descentralização das passadas relativamente ao eixo vertical de simetria existe uma parte dessa carga que é transmitida transversalmente.

Este efeito é verificável na Figura 3.6, onde o valor das forças exercidas está de acordo com o de uma pessoa de estatura média (Moura Maia Fernandes da Silva, 2010).



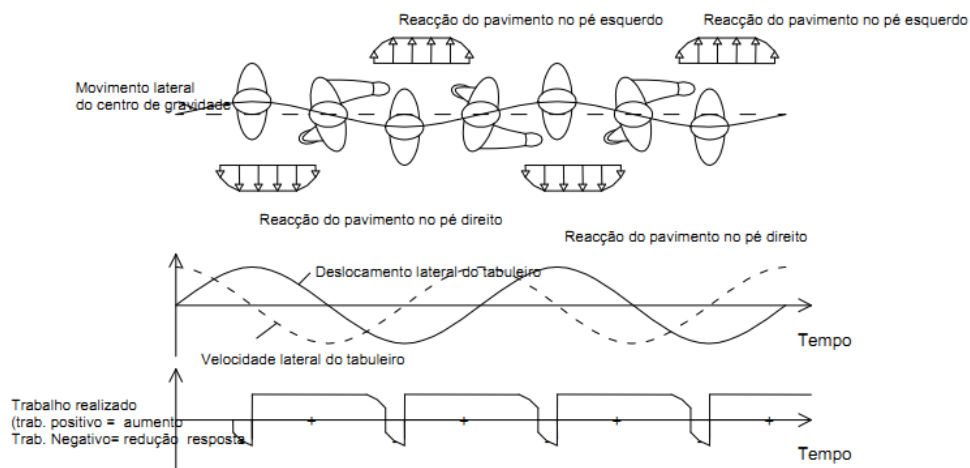
**Figura 3.6** Forças exercidas por um peão de estatura média na estrutura, adaptado de (Moura Maia Fernandes da Silva, 2010).

Devido à descentralização referida anteriormente, durante o andamento de um peão, o centro de gravidade (C.G.) oscila não só verticalmente, mas também lateralmente acompanhando as passadas, porém a frequência de oscilação do

C.G. na direcção lateral é metade da frequência da passada, facilmente perceptível na Figura 3.7.

Estudos efectuados sobre vibrações demonstraram que para vibrações verticais não é usual existir sincronização entre peões e estas oscilações. Quando o peão está sujeito a vibrações verticais as pernas e as articulações funcionam como um género de amortecedor, permitindo o equilíbrio do C.G., no entanto, o peão quando sujeito a vibrações laterais tenta compensar o movimento do C.G. movendo-se de acordo com o deslocamento da estrutura (RFS2-CT, 2007a).

Segundo o (RFS2-CT, 2007a) quando o utilizador está sujeito a vibrações laterais a alteração do movimento do C.G. é compensada por uma adaptação da frequência da passada e alargamento da mesma, ou seja, o utilizador anda com frequência dupla da frequência de vibração e desloca o C.G. ao ritmo desta. Após a sincronização do movimento do peão com o da estrutura, as forças exercidas lateralmente amplificam as amplitudes das vibrações, induzindo o alargamento da passada, provocando uma energia positiva no sistema, como se pode verificar na Figura 3.7.



**Figura 3.7** Representação das forças exercidas pelo peão no pavimento, adaptada de (RFS2-CT, 2007a)

As pontes pedonais são projectadas com maior rigidez vertical pelo simples facto das acções verticais possuírem maior valor absoluto que as restantes, contudo, e dada a explicação anterior, o projectista deverá ter sempre em atenção a rigidez transversal, uma vez que para baixas frequências, o ser humano demonstra ser mais susceptível a movimentos laterais que verticais (Moura Maia Fernandes da Silva, 2010).

### 3.4 Requisitos de Dimensionamento

A Figura 3.8 apresenta o modo de verificação do comportamento dinâmico da ponte pedonal na fase de projecto, segundo o *Hivoss*, e o modo como estas recomendações podem ser aplicadas. Apenas alguns passos serão mencionados e discutidos consoante a relevância para o presente trabalho. O *Hivoss* define que apesar das recomendações seguintes os Estados Limites de Utilização e Estados Limites Últimos devem ser verificados de acordo com as normas em vigor.

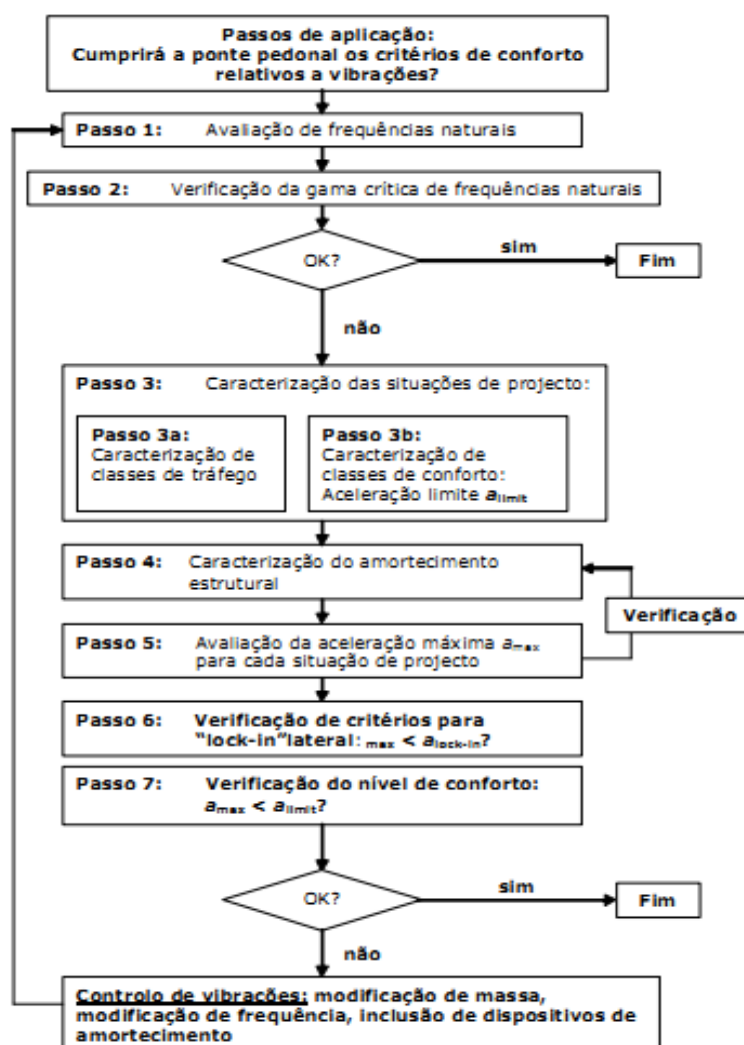


Figura 3.8 Organigrama para aplicação das recomendações *Hivoss* (RFS2-CT, 2007b).

Numa fase inicial, o projectista deverá considerar quais as acções dinâmicas e o comportamento vibratório da estrutura. O comportamento dinâmico calculado permitirá ao projectista ter uma noção de qual será o comportamento da

estrutura real e averiguar se existem frequências naturais situadas em gamas críticas.

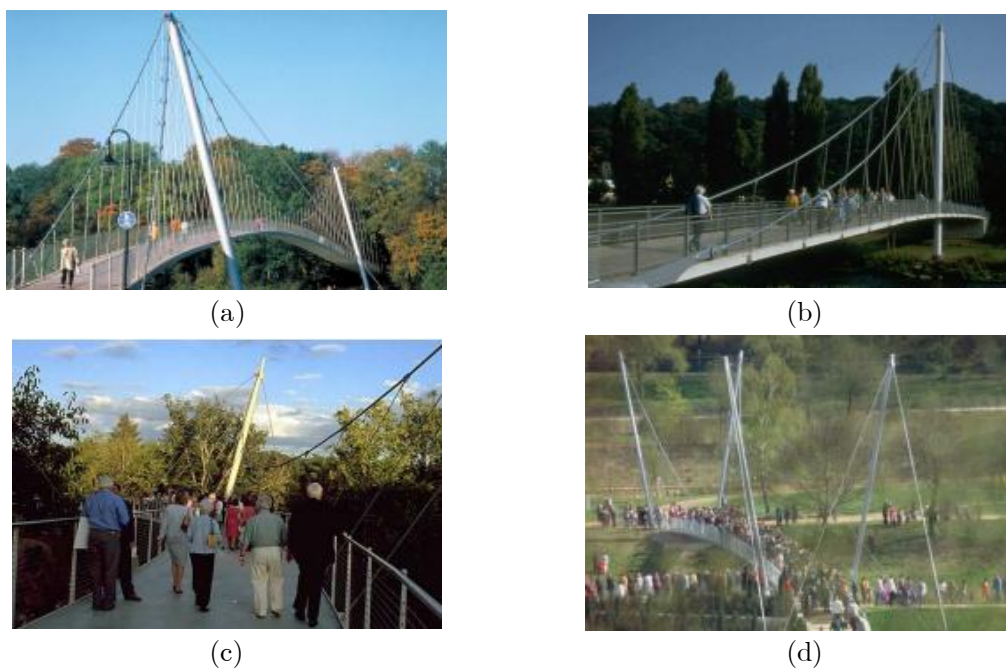
Como foi referido anteriormente, o Projectista deverá optar por seguir uma determinada metodologia (RFS2-CT, 2007b), essa metodologia passa por definir, com auxílio do Dono de Obra, combinações de classes de tráfego e níveis de conforto para a estrutura a projectar.

Assim, deverão ser contempladas situações que poderão ocorrer na realidade, durante um certo intervalo de tempo.

Para cada situação de projecto define-se uma classe de tráfego esperada e um nível de conforto. As classes de tráfego e os níveis de conforto estão abordados com detalhe em (RFS2-CT, 2007b).

Dependendo da importância da estrutura assim será esperado maior número de tráfego e, conseqüentemente, que a mesma esteja submetida a acções dinâmicas superiores. Temos o exemplo de pontes pedonais em grandes centros urbanos, sujeitas, usualmente, a um grande fluxo de peões e pontes pedonais situadas em locais mais remotos, onde o fluxo de peões é esporádico (RFS2-CT, 2007b).

Na Figura 3.9 estão representados, genericamente, algumas das situações de tráfego típicas existentes em pontes pedonais.



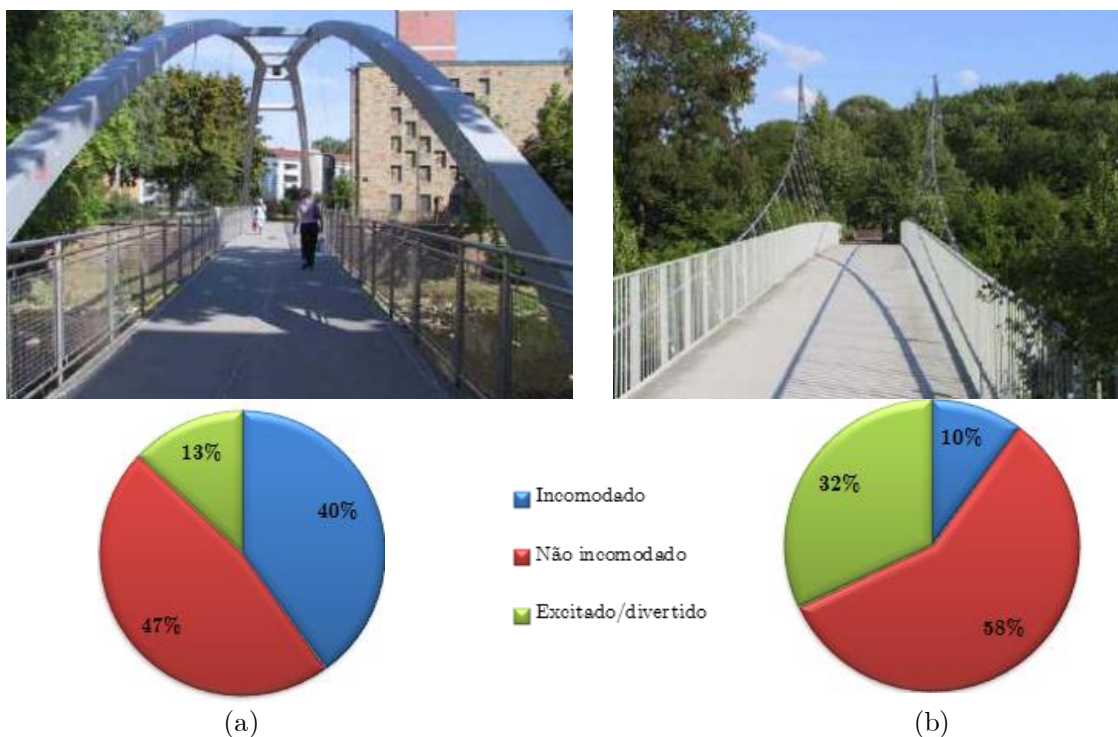
**Figura 3.9** Situações de tráfego típicas em pontes pedonais: a) peões isolados; b) tráfego muito fraco; c) tráfego ocasional; d) tráfego denso, adaptado de (RFS2-CT, 2007b).

Os critérios de conforto para peões, neste tipo de estruturas, são usualmente caracterizados por limites de acelerações, no entanto, os limites diferem entre regulamentos devido a inúmeras razões.

A razão pela qual estes valores são diferentes entre as diversas normas prende-se ao facto dos critérios de conforto para peões serem bastante subjectivos, de indivíduo para indivíduo e de situação para situação (RFS2-CT, 2007a).

Por forma a demonstrar esta subjectividade foi efectuado um estudo bastante interessante, comparando duas pontes pedonais com propriedades dinâmicas muito semelhantes, onde a apreciação das vibrações por parte dos utilizadores foi totalmente diferente, Figura 3.10.

O estudo foi realizado entre a ponte pedonal de Wachtelsteg, Pforzheim (Alemanha), do lado esquerdo e a ponte pedonal de Kochenhofsteg, Estugarda (Alemanha), do lado direito.



**Figura 3.10** Demonstração da subjectividade do conforto entre duas pontes de características dinâmicas semelhantes; a) Ponte pedonal Wachtelsteg, Pforzheim (Alemanha); b) Ponte pedonal Kochenhofsteg, Sttugart (Alemanha). Adaptado de (RFS2-CT, 2007a)

O estudo efectuado demonstrou que a percentagem de indivíduos que se sentiu incomodado durante a travessia da ponte Wachtelsteg, mais robusta foi quatro vezes superior ao da ponte pedonal de Kochenhofsteg, de aparência mais ligeira.

A percentagem de indivíduos que ficaram excitados/divertidos durante a travessia das pontes foi maior na ponte de Kochenhofsteg, aproximadamente três vezes superior relativamente à ponte pedonal mais robusta. O valor de percentagens entre os indivíduos que não sentiram incómodo durante a travessia de ambas as pontes revelou-se aproximadamente igual, diferindo apenas em 10% (RFS2-CT, 2007a).

Apesar dos valores de frequências naturais variarem de norma para norma existe um intervalo onde estes coincidem.

Em (Bachmann et al., 1994) demonstrou-se estatisticamente que a frequência média da passada de um indivíduo é próxima de 2 Hz apresentando desvio padrão de 0,175 Hz (para uma distribuição normal de 95%, os indivíduos caminham com frequências na ordem dos 1,65 a 2,35 Hz).

O regulamento *Hivoss* (RFS2-CT, 2007a) define que o projectista deverá ter em consideração a gama de frequências naturais críticas, estabelecendo os seguintes intervalos:

- para vibrações verticais e longitudinais:

$$1,25 \text{ Hz} \leq f_N \leq 2,3 \text{ Hz} \quad (2.33)$$

- para vibrações laterais:

$$0,5 \text{ Hz} \leq f_N \leq 1,2 \text{ Hz} \quad (2.34)$$

Pontes pedonais com frequências relativas a vibrações verticais ou longitudinais  $2,5 \text{ Hz} \leq f_N \leq 4,6 \text{ Hz}$  podem ser excitadas em ressonância pelo 2º modo de vibração da acção dos peões. Assim a gama de frequências para vibrações verticais e longitudinais alarga-se e a expressão (2.35) passa a:

$$1,25 \text{ Hz} \leq f_N \leq 4,6 \text{ Hz} \quad (2.35)$$

O *Hivoss* (RFS2-CT, 2007a) refere ainda que este tipo de estruturas não deve ser apenas dimensionado para suportar cargas estáticas, devendo o dimensionamento das mesmas contemplar casos de excitação intencional (acção

dinâmica), como pessoas a saltar em posição fixa, em ressonância, de modo a produzirem vibrações significativas.

*“Assim, no dimensionamento de pontes pedonais modernas, a análise das vibrações induzidas pela acção humana deve ser considerada pelo projectista por forma a assegurar que:*

- *as vibrações devidas ao tráfego de peões são aceitáveis para os utilizadores;*
- *o fenómeno de “lock-in” não tem lugar;*
- *a estabilidade da ponte pedonal é garantida quando sujeita a excitação intencional;”* (RFS2-CT, 2007a)

Estes são alguns dos requisitos mínimos sugeridos aos projectistas pelas recomendações técnicas do *Hivoss* (RFS2-CT, 2007a).

Existem no entanto, valores de acelerações limite toleráveis que o projectista deverá respeitar consoante a legislação em vigor. Assim, será apresentado no ponto seguinte uma breve referência dos valores de acelerações limites toleráveis de 3 normas diferentes.

### ***3.4.1 Aspectos legislativos de referência***

Ao nível legislativo optou-se pela realização de uma pequena comparação entre três normas distintas (Norma Britânica, Canadiana e Europeia), com o intuito de demonstrar a subjectividade ao nível do conforto dos peões (aceleração limite tolerável) quando sujeitos a vibrações em pontes pedonais.

#### ***3.4.1.1 British Standard (BS 5400, 1978)***

A norma britânica (BS 5400, 1978) foi dos primeiros regulamentos a contemplar o estado limite de vibração em pontes pedonais. O valor máximo de aceleração vertical tolerável obtém-se através da expressão (2.36) e para valores de frequências naturais verticais e/ou transversais inferiores a 5 e 1,5 Hz, respectivamente:

$$a_{\text{máx}} = 0,5 \times f_N^{0.5} \quad (\text{m} / \text{s}^2) \quad (2.36)$$

Onde  $a$  corresponde à aceleração máxima tolerável e  $f_N$  à frequência natural da estrutura.

Para o caso “crítico”, referido em (Bachmann et al., 1994), onde a frequência natural é aproximadamente 2 Hz, a aceleração máxima vertical tem o valor de  $0,7 \text{ m/s}^2$ , ou 7,21% da aceleração da gravidade, possível verificar na Tabela 3.1.

**Tabela 3.1** Valores máximos de aceleração vertical segundo a BS 5400. Adaptado de (F. Tigli, 2011)

$f_N$ (Hz)	$a_{\text{máx}}$ (% de g)
1,00	5,10
1,50	6,24
2,00	7,21
2,50	8,06
3,00	8,83
3,50	9,54
4,00	10,19
4,50	10,81
5,00	11,40

#### 3.4.1.2 Ontario Highway Bridge Design Code (Ont83, 1983)

A norma canadiana (Ont83, 1983) estabelece os seus critérios após inúmeros testes à sensibilidade humana a vibrações verticais, definindo a expressão (2.37), a qual corresponde ao valor de aceleração máxima tolerável dada pela média dessas respostas de sensibilidade e aplicada para casos onde as estruturas apresentem frequências naturais verticais inferiores a 4 Hz:

$$a_{\text{máx}} = 0,25 \times f_N^{0,78} \quad (\text{m} / \text{s}^2) \quad (2.37)$$

Para uma frequência natural de 2 Hz o valor obtido é de  $0.43 \text{ m/s}^2$  ou 4,38 % de g, demonstrando assim que esta norma é mais conservativa que a norma anterior.

De forma similar ao ponto 3.4.1.1, a Tabela 3.2 mostra os valores da aceleração máxima vertical tolerável segundo a (Ont83, 1983).

**Tabela 3.2** Valores máximos de aceleração vertical segundo a Ont83. Adaptado de (F. Tigli, 2011)

$f_N$ (Hz)	$a_{\text{máx}}$ (% de g)
1,00	2,55
1,50	3,50
2,00	4,38
2,50	5,21
3,00	6,00
3,50	6,77
4,00	7,51

É ainda de referir que na *Ont83* e *BS 5400* não é efectuado qualquer tipo de referência a limites para situações de travessia de vários peões em simultâneo.

#### 3.4.1.3 Eurocódigo 0, NP EN-1990: 2009

Nos dois regulamentos anteriores é possível verificar uma dependência entre a frequência natural da estrutura e os limites para as acelerações verticais, no entanto, essa dependência não se verifica neste regulamento (EN-1990, 2009).

A EN-1990 apresenta assim os seguintes valores limites para acelerações, Tabela 3.3:

**Tabela 3.3** Valores máximos de acelerações segundo a EN-1990. Adaptado de (F. Tigli, 2011)

Condições	$a_{\text{máx}}$ (% de g)
Vibrações verticais	7,14
Vibrações horizontais, utilização normal	2,04
Vibrações horizontais com multidão	4,08

Os valores menores de acelerações para vibrações horizontais devem-se, como foi referido anteriormente, ao facto das pessoas serem mais susceptíveis às vibrações laterais que verticais.

Os limites anteriores deverão ser verificados, no caso de vibrações verticais, para frequências naturais inferiores a 5 Hz e no caso de vibrações horizontais e torsionais para frequências naturais inferiores a 2,5 Hz.

### *3.4.2 Controlo de vibrações*

Quando não se verifica a satisfação dos limites estabelecidos nos regulamentos anteriores, existe a necessidade de melhorar o comportamento dinâmico da estrutura. Assim os procedimentos mais comuns passam por:

- Modificar a massa da estrutura;
- Modificar a frequência natural da estrutura;
- Modificar o amortecimento estrutural;

Para o caso de modificação da massa da estrutura é usual proceder a alterações no tabuleiro, utilizando lajes de betão pesadas, já a modificação da frequência natural considera a alteração de rigidez, pelo que é comum considerar estas alterações ao nível do projecto.

No caso de estruturas existentes, a forma mais simples de obter um melhor comportamento da estrutura baseia-se no aumento/modificação do amortecimento estrutural. A mais usual é o aumento de amortecimento e pode ser conseguido actuando ao nível de certos elementos no interior da estrutura ou implementando dispositivos de amortecimento externos (controlo activo (AMD), semi-activo ou passivo).

De entre as duas possibilidades anteriores a implementação de dispositivos de amortecimento externos, em especial os de controlo passivo, são considerados a solução mais fiável e eficaz ao nível de custos e manutenção.

Alguns exemplos de amortecedores de controlo passivo são: amortecedores viscosos, amortecedores de massas sintonizadas (TMD), amortecedores de colunas de líquido sintonizado (TLCD), amortecedores de líquidos sintonizados (TLD) e amortecedores de pêndulo, dos quais os TMDs e os amortecedores viscosos são os mais vulgares, na Figura 3.11 encontram-se exemplos de alguns amortecedores.



(a)



(b)

**Figura 3.11** Exemplo de amortecedores de controlo passivos a) amortecedor viscoso; b) amortecedor de massa sintonizada (TMD). Adaptado (RFS2-CT, 2007b) e (Consultoriae análise, 2009).

A Tabela 3.4 demonstra quais os tipos de amortecedores casos de estudo referidos em 2.4.

**Tabela 3.4** Caracterização do tipo de amortecedores adoptados nos diferentes casos de estudo

Ponte	Tipo	Sistema Adoptado
<b>Millenium Bridge, Londres</b>	Catenária Suspensa	Instalação de amortecedores viscosos e de TMDs para controlo de vibrações laterais. Amortecedores verticais para controlo da oscilação vertical
<b>Solferino Bridge, Paris</b>	Atirantada	Instalação de um TMD para controlo de vibração vertical
<b>Ponte Pedro Inês, Coimbra</b>	Arco abatido/viga	Instalação de um TMD para controlo de vibrações laterais e 6 TMDs para controlo de vibrações verticais
<b>Ponte pedonal Campus da FEUP, Porto</b>	<i>Stress-Ribbon</i>	Instalação de um dispositivo de controlo activo (AMD)

Pela tabela anterior facilmente verificamos que o tipo de dispositivo mais utilizado é o TMD, que pertence aos dispositivos de controlo passivo.

### 3.5 Caracterização do comportamento dinâmico de pontes pedonais

Actualmente é possível ter um conhecimento relativamente aprofundado sobre os materiais e as acções actuantes a considerar no projecto de pontes pedonais, também é possível desenvolver modelos numéricos que permitem obter uma elevada compreensão estrutural sobre o comportamento dinâmico destas obras. Contudo, permanecem ainda algumas incertezas na fase de projecto, que apenas podem ser compreendidas após uma adequada caracterização do seu comportamento dinâmico, que envolva a avaliação experimental das suas propriedades dinâmicas, todavia, esta tarefa apenas pode ser concretizada após a construção das obras.

Assim, nesta secção, introduzem-se os ensaios dinâmicos que são usualmente utilizados na avaliação experimental das propriedades dinâmicas das pontes pedonais, abordam-se igualmente os principais aspectos a considerar na preparação e realização dos ensaios, introduz-se uma abordagem sumária sobre as metodologias utilizadas para identificar os parâmetros modais a partir séries temporais de acelerações e refere-se a importância dos resultados experimentais na calibração dos modelos numéricos.

#### 3.5.1 *Ensaio dinâmicos*

Os ensaios dinâmicos, também conhecidos por ensaios de vibrações, permitem avaliar experimentalmente as principais propriedades dinâmicas das estruturas, nomeadamente, frequências naturais, modos de vibração e amortecimentos modais.

De acordo com a *Hivoss* (RFS2-CT, 2007b) a caracterização experimental do comportamento dinâmico de uma ponte pedonal pode constituir uma importante ferramenta de complemento ao projecto, podendo ser desenvolvida com dois níveis de complexidade distintos:

- Nível 1 – Consiste na identificação de parâmetros estruturais (frequências naturais, modos de vibração e amortecimentos modais) com o objectivo principal de calibrar modelos numéricos e também sintonizar dispositivos de controlo;

- Nível 2 – Medição da resposta dinâmica da ponte pedonal quando induzida pela acção dos peões para análise de critérios de conforto e/ou correlação com resposta simulada.

No âmbito deste trabalho, apenas serão desenvolvidas algumas componentes associadas aos ensaios de nível 1, que envolvem a identificação dos parâmetros modais, anteriormente referidos.

De seguida introduzem-se os três tipos de ensaios usualmente utilizados para identificar os parâmetros modais das pontes pedonais, designadamente, os ensaios de vibração forçada, ensaios de vibração em regime livre e ensaios de vibração ambiental.

#### *3.5.1.1 Ensaios de vibração forçada*

Os ensaios de vibração forçada, consistem na aplicação de uma excitação num determinado ponto da estrutura (ou num conjunto de pontos) e na medição da resposta em vários pontos dessa mesma estrutura.

Neste tipo de ensaios a excitação induzida é controlada por equipamentos geradores de vibrações, que podem ser do tipo servo-hidráulicos ou mecânicos de massas excêntricas (Rodrigues & Campos Costa, 1998), no entanto este tipo de equipamento não é eficiente na excitação de baixas frequências (próximas de 1 Hz). Na Figura 3.12 apresentam-se imagens de um ensaio de vibração forçada numa ponte pedonal.



**Figura 3.12** Ensaio de vibração forçada na ponte pedonal do Campus da FEUP; a) peão a saltar em posição fixa; b) peão em travessia; Adaptado de (Moutinho et al., 2010).

### 3.5.1.2 Ensaio de vibração em regime livre

Neste tipo de ensaios o objectivo é introduzir uma excitação do tipo impulsiva que coloque a estrutura a vibrar em regime livre, Figura 3.13, pelo que a análise da resposta poderá ser efectuada em um ou vários pontos e permitirá determinar as características dinâmicas da estrutura excitada. Nos ensaios em regime livre existem dois tipos de ensaios, o ensaio por libertação repentina duma força exterior e o ensaio com aplicação de uma força de impacto (Rodrigues & Campos Costa, 1998).



**Figura 3.13** Ensaio de vibração em regime livre realizado na ponte Pedro Inês; a) peso a ser içado; b) momento em que o peso é libertado. Adaptado de (Caetano et al., 2007).

### 3.5.1.3 Ensaio de vibração ambiental

Os ensaios de vibração ambiental (ver Figura 3.14) correspondem à determinação da resposta da estrutura a excitações ambientais, tais como o vento, microssismicidade ou tráfego de veículos/pedonal.

Este tipo de ensaio é o mais usual em pontes pedonais por não ser necessário interromper o normal funcionamento da estrutura e não utilizar aparelhos específicos para excitar a mesma, os quais têm custos de utilização e transporte associados.



**Figura 3.14** Ensaio de vibração ambiental na ponte pedonal Campus da FEUP. Fonte: (Moutinho et al., 2010).

### ***3.5.2 Preparação e realização de ensaios dinâmicos***

No âmbito do presente trabalho apenas serão realizados ensaios de vibração ambiental, pelo que os aspectos que se apresentam neste ponto visam preferencialmente o planeamento e a realização deste tipo de ensaios.

A realização de ensaios de vibração ambiental envolve a medição de séries temporais de aceleração, a partir das quais se identificam os parâmetros modais da resposta dinâmica (frequências naturais, configurações modais e amortecimentos modais). Contudo, a obtenção de bons resultados a partir da identificação modal requer a adopção de uma adequada metodologia de trabalho que tenha em consideração diversos aspectos, que vão desde a preparação dos ensaios até à interpretação dos resultados, os quais se procurará descrever sumariamente neste ponto.

#### ***3.5.2.1 Desenvolvimento de um modelo numérico preliminar***

Numa primeira fase deve ser desenvolvido um modelo numérico, da estrutura em análise (modelo de elementos finitos, por exemplo), para avaliar de uma forma preliminar os valores das frequências naturais e a configuração dos modos de vibração. A informação obtida neste tipo de análise preliminar é essencial para a preparação dos ensaios de vibrações, nomeadamente, para definir o valor a utilizar como frequência de amostragem e o número e localização dos pontos a medir, de maneira a garantir que as frequências naturais e as formas dos modos de interesse sejam convenientemente caracterizados com os ensaios a realizar.

Um modelo numérico é um modelo que pretende idealizar parte da realidade, que se considera relevante, na análise de um problema físico. Para efectuar a

análise pretendida, nem sempre é necessário utilizar o modelo mais completo e complexo, por vezes é possível efectuar simplificações que permitem economias no cálculo da análise.

Existem diversos programas que recorrem ao MEF para efectuar a análise numérica, são exemplo desses programas o SAP2000, o ANSYS e o ROBOT, na Figura 3.15 está representada a ponte pedonal Dowling Hall, Boston, e o seu modelo numérico construído em SAP2000.



**Figura 3.15** a) Ponte pedonal Dowling Hall, Boston (EUA); a) Modelo numérico em SAP2000 da ponte pedonal Dowling Hall.

No desenvolvimento de modelos numéricos, qualquer que seja o programa, será necessário discretizar a estrutura segundo os diferentes elementos finitos que se consideraram, definir as características dos materiais que constituem a estrutura e se necessário realizar simplificações que permitam ao modelo ter um comportamento mais próximo do da realidade. Ao nível das fundações é usual realizar simplificações relativas às características do solo.

### *3.5.2.2 Planeamento dos ensaios e interpretação de resultados*

A realização de um ensaio dinâmico envolve previamente um meticuloso planeamento de um conjunto de tarefas e a avaliação de vários aspectos essenciais para o sucesso da realização do mesmo, dos quais se destacam:

- A definição do número de pontos a instrumentar e respectiva localização, o que depende de estrutura para estrutura e fundamentalmente dos

modos de vibração que se pretendem analisar, estudados com o modelo numérico preliminar;

- As obras a ensaiar devem ser inspeccionadas numa visita de campo anterior à realização do ensaio, verificando-se assim previamente a possibilidade dos vários locais, já seleccionados para instrumentar, poderem ou não ser instrumentados;
- A definição do tipo de instrumentação a utilizar e a verificação e calibração dos transdutores;
- A estratégia da distribuição dos cabos e a sua movimentação, para a realização do ensaio, assim como a movimentação dos aparelhos de medição;
- Nos casos onde o número de pontos é superior ao número de sensores disponíveis e ao número de canais do sistema de aquisição é necessário utilizar metodologias de ensaios por fases. Nesse contexto, é usual existirem sensores que permanecerem fixos (sensores de referência), no mesmo local, para diferentes fases de ensaio enquanto os restantes sensores ocupam posições diferentes para diferentes fases de ensaio (sensores volantes).
- O valor mínimo a adoptar como frequência de amostragem deverá ser o dobro (frequência de Nyquist<sup>4</sup>) do valor que se obtém pela soma da máxima frequência natural, que se pretenda identificar, e uma margem que garanta um intervalo suficiente na identificação dessa frequência.

Após o adequado planeamento dos ensaios procede-se à execução dos mesmos, medindo-se as séries temporais de aceleração com recurso a instrumentação adequada, que permite o registo em forma de sinal. Este processo só é possível graças à utilização de sensores, os quais permitem a conversão de uma dada forma de energia noutra distinta, mais fácil de utilizar. Os sensores, por sua vez,

---

<sup>4</sup> A frequência de Nyquist corresponde a metade do valor da frequência de amostragem

fazem parte de um sistema composto por condicionadores, processador, unidade de aquisição e também um suporte de armazenamento.

A Figura 3.16 representa exemplos de sistemas de aquisição de dados e sensores.



**Figura 3.16** a) Exemplo de sistemas de aquisição de dados; b) exemplo de sensores.

Após o trabalho de campo segue-se o tratamento/análise da informação recolhida. O tratamento da informação recolhida, permite a interpretação do comportamento da estrutura. No geral, a informação recolhida não se encontra adequada para análise, sendo necessário remover a informação irrelevante, permitindo que a importante sobressaia e seja facilmente analisada.

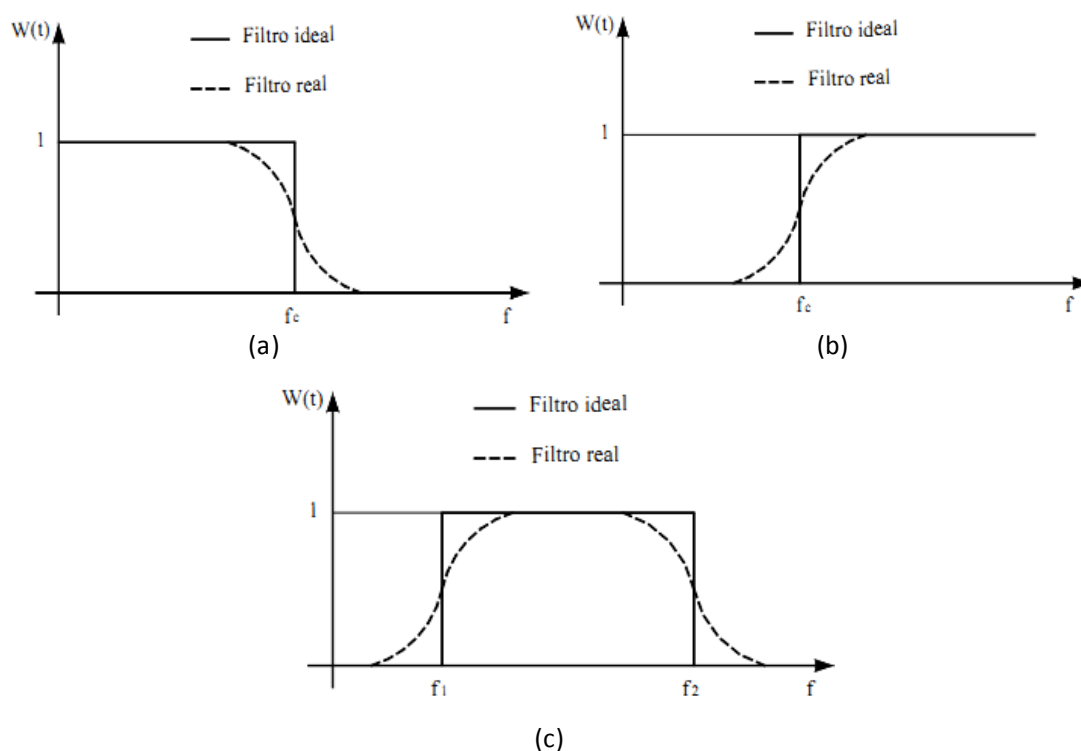
Uma forma de pré-tratar a informação recolhida consiste em eliminar certas bandas de frequência de sinal, ou seja, no domínio da frequência, excluir conteúdo energético de certas partes do sinal.

Existem três famílias de filtros ideais dependendo das bandas de frequência que se pretendem eliminar:

- Filtro ideal “passa baixo”, como o próprio nome indica é um filtro que permite a passagem de frequências “baixas”, ou seja, as frequências desde zero até um valor arbitrado (frequência de corte) não sofrem qualquer atenuação (atenuação nula), enquanto as frequências superiores às de corte sofrem atenuação infinita, Figura 3.17 a).
- Filtro ideal “passa alto”, este filtro funciona de forma inversa ao anterior. Enquanto no “passa baixo” todas as frequências superiores às de corte sofriam atenuação infinita, neste caso sucede o oposto. Define-se uma frequência corte e as frequências desde zero até essa valor sofrem

atenuação infinita, enquanto as frequências superiores à frequência de corte sofrem atenuação nula, Figura 3.17 b).

- Filtro ideal “passa banda”, é o resultado da associação dos dois filtros anteriores. Definem-se duas frequências de corte (banda), pelo que as frequências no interior desta banda têm atenuação nula e as exteriores à banda têm atenuação infinita, Figura 3.17 c).



**Figura 3.17** Funções de transferência de filtros: a) filtro ideal passa baixo; b) filtro ideal passa alto; c) filtro ideal passa banda (Mendes, 2012)(Mendes, 2012)(Henriques Mendes, 2012)(Henriques Mendes, 2012)(Mendes, 2010).

Na figura anterior  $f_c$  corresponde à frequência de corte e  $f_1$  e  $f_2$  correspondem à banda de frequências.

Esta fase de tratamento da informação experimental, também designada por pré-processamento, prepara os dados para a análise dos mesmos recorrendo à utilização das metodologias de identificação, as quais se introduzem de seguida.

### ***3.5.3 Identificação modal***

A análise dos resultados experimentais obtidos em ensaios de vibrações é uma etapa fundamental no processo de identificação modal, contudo apenas se conseguem bons resultados adoptando uma metodologia de trabalho que integre diversos aspectos, desde a preparação dos ensaios de vibrações ambiental até à interpretação de resultados, a qual será abordada de seguida.

Após a realização do ensaio de vibração e das etapas anteriormente referidas é possível realizar a identificação modal da estrutura. Este processo consiste em estimar os parâmetros modais (frequências naturais e modos de vibração) através das medições obtidas em pontos e direcções previamente determinados. Os métodos de identificação modal estão divididos em dois grandes tipos, determinísticos e estocásticos.

- Os métodos de identificação modal determinísticos baseiam-se na medição da resposta da estrutura quando submetida à actuação de forças harmónicas ao longo do tempo (*input-output*), ou seja são conhecidas as características de excitação;
- Os métodos de identificação modal estocástica baseiam-se exclusivamente na medição da resposta da estrutura (*output-only*) a excitações que usualmente ocorrem na mesma, ou seja ambientais e operacionais, no caso das pontes pedonais um exemplo de excitação operacional é a imposta pela travessia de peões.

O segundo método, onde as características da excitação são desconhecidas tem sido bastante utilizado na caracterização do comportamento de grandes obras de engenharia civil (Browjohn, Dumanoglu, Severn, & Blakeborough, 1989; Rodrigues, 2004), recorrendo aos resultados dos ensaios de vibrações ambientais, nos quais não é possível saber as características das forças actantes, pelo que se consideram as forças de excitação como um processo estocástico gaussiano do tipo ruído branco com média nula.

A identificação modal estocástica pode ser realizada em dois domínios, o domínio do tempo ou frequência.

No domínio do tempo os modelos são ajustados recorrendo a diferentes técnicas, aplicadas às próprias séries temporais ou às funções de correlação de resposta da estrutura. No domínio da frequência é realizada uma análise das séries temporais e estas são relacionadas entre si mediante a transposição das mesmas para o domínio da frequência utilizando a Transformada Discreta de Fourier (TDF), no entanto, em termos computacionais, esta transposição é assegurada pela transformada rápida de Fourier (FFT abreviatura da literatura inglesa de *Fast Fourier Transform*). Será apenas abordada a identificação modal no domínio da frequência por se ter utilizado na secção 4.5 um método referente a este domínio.

### 3.5.3.1 Identificação modal no domínio da frequência

A decomposição de ondas sinusoidais de uma história de acelerações, medidas num determinado ponto da estrutura sob a actuação de qualquer excitação, através da FFT, permite identificar as frequências dos principais modos de vibração (representadas pelas ondas de maior amplitude em que a história é decomposta).

Partindo deste princípio, surgiram diferentes métodos no domínio da frequência, dos quais é interessante destacar três no âmbito deste trabalho, o método básico no domínio da frequência, método de decomposição no domínio da frequência e método de decomposição no domínio da frequência melhorado.

#### **Método básico no domínio da frequência**

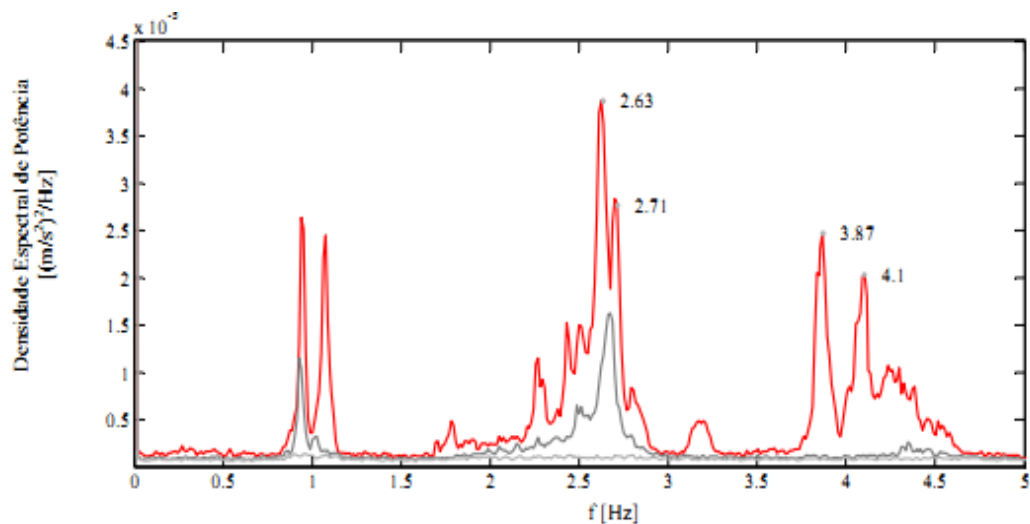
O método básico no domínio da frequência também conhecido por método de selecção de picos (em inglês *Basic Frequency Domain* (BFD) ou método de *Peak Picking* (PP), respectivamente). Este método é o método mais utilizado de entre os métodos no domínio da frequência, a sua comum utilização prende-se ao facto de ser um método simples e rápido, que permite estimar os parâmetros modais da estrutura recorrendo apenas ao sinal medido da sua resposta.

O método considera que a excitação de uma estrutura é idealizada por meio de um processo estocástico de intensidade espectral constante para as diferentes frequências (ruído branco). Esta suposição possibilita identificar os picos dos espectros de potência das respostas como os picos das funções de resposta em frequência, estimando-se a partir destes as frequências naturais da estrutura.

### Método de decomposição no domínio da frequência

O método de decomposição no domínio da frequência, conhecido na literatura inglesa como *Frequency Domain Decomposition* (FDD), é uma continuação/extensão do método anterior, pelo que também é de fácil utilização apresentando vantagens quando se pretendem estimar modos com frequências próximas.

O método FDD baseia-se na decomposição da matriz das densidades espectrais de potência de resposta em valores singulares, Figura 3.18. A matriz é decomposta em funções de densidade espectral e cada função passa a corresponder a um sistema de um grau de liberdade.



**Figura 3.18** Representação gráfica dos valores singulares de uma matriz de funções de densidade espectral (Mendes, 2010).

### Método de decomposição no domínio da frequência melhorado

O método FDD não permite estimar os valores do amortecimento associado a cada um dos modos de vibração, nesse contexto surgiu o método de decomposição no domínio da frequência melhorado, na literatura inglesa designado por *Enhanced Frequency Domain Decomposition* (EFDD). Este método permite também uma melhor estimativa das frequências próprias e configurações modais (Structural Vibration Solutions Aps, 2004).

#### ***3.5.4 Calibração de modelos numéricos utilizando resultados experimentais***

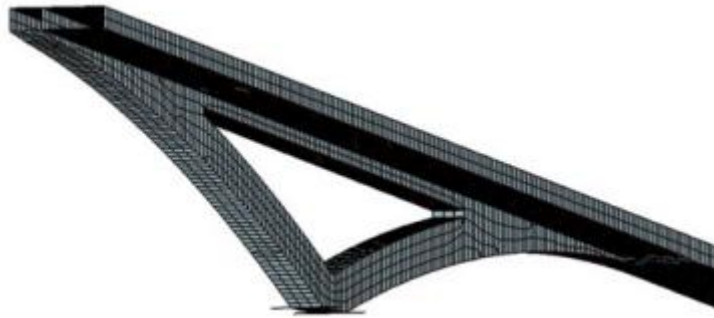
Na década de 1960, os E.U.A. investiram no programa de desenvolvimento da sua indústria aeroespacial. Na sequência de trabalhos pioneiros nesta área e com o aparecimento dos primeiros computadores assistiu-se a um grande desenvolvimento dos métodos numéricos para análise estrutural. De entre estes desenvolvimentos e “descobertas” a que merece maior destaque é o aparecimento do Método dos Elementos Finitos (MEF) (Zienkiewicz & Emeritus, 2000).

Após o aparecimento do MEF, a verificação da segurança na fase de projecto baseou-se em modelos numéricos e modelos físicos, no entanto, a evolução dos modelos numéricos tornou-os mais económicos e credíveis e passaram a ser considerados indispensáveis.

Neste contexto, os ensaios de vibrações ajudam a validar e calibrar os modelos numéricos desenvolvidos para estudar o comportamento dinâmico das estruturas. A comparação dos resultados entre modelos numéricos e ensaios de vibrações tem-se revelado um processo bastante importante na calibração dos modelos, permitindo ajustar os valores de frequências naturais calculadas com os modelos e as configurações modais que lhes estão associadas.

Em (RFS2-CT, 2007a) é referido que no projecto de pontes pedonais modernas é usual utilizar-se programas de cálculo baseados no MEF. Este modelo serve não só para calcular tensões e deformações como as frequências naturais da estrutura. Contudo, deve-se ter em consideração que a complexidade da estrutura, as propriedades dos materiais, o tipo de superfície do tabuleiro, as condições de fronteira e os guarda-corpos podem originar discrepâncias ao nível das frequências naturais calculadas e medidas (RFS2-CT, 2007b).

Pode-se verificar a utilização de modelos numéricos e ensaios de vibração *in situ* em diversos estudos dinâmicos importantes, como no caso da *Millennium Bridge*, ponte Pedro e Inês, entre outros. A Figura 3.19, representa um modelo numérico utilizado para determinar os parâmetros modais da ponte Pedro e Inês.



**Figura 3.19** Representação de parte do modelo numérico da Ponte Pedro Inês. Adaptado de (Caetano et al., 2010).

### 3.6 Considerações finais

Neste capítulo abordaram-se os conceitos fundamentais na análise dinâmica de estruturas, no domínio do tempo e no domínio da frequência. A passagem do domínio do tempo para o domínio da frequência é possível recorrendo ao conceito de transformada de Fourier.

Verificou-se que a acção dos peões nas pontes pedonais pode provocar fenómenos de vibração excessiva, como o *lock-in*, pelo que é essencial que o projectista determine as frequências naturais da estrutura e evite que estas se situem nas gamas críticas definidas pela regulamentação. Será também importante que defina, com auxílio do Dono de Obra, quais os critérios de conforto e as situações de tráfego esperadas. Se mesmo assim ocorrerem vibrações excessivas após a construção da estrutura deverá ser realizado um controlo de vibrações por forma a minimizar ao máximo esse fenómeno, recorrendo a aparelhos específicos para esse efeito (por exemplo TMD).

Uma boa forma de caracterizar o comportamento dinâmico da estrutura será através da realização de ensaios de vibrações, dos quais o ensaio de vibração ambiental se verifica o mais económico por não necessitar de aparelhos excitadores (normalmente pesados e com custos associados).

A preparação de um ensaio de vibração ambiental envolve a elaboração de um modelo numérico preliminar, o modelo permite definir as zonas a instrumentar e o tipo de aparelhos a utilizar, entre outras etapas, todas elas necessárias para uma boa realização do mesmo. Após serem obtidos os registos de acelerações estes são tratados e processados (através do FDD) possibilitando a sua análise.

A comparação dos parâmetros modais, entre modelo numérico e ensaio experimental, tem-se revelado um processo bastante importante na calibração dos modelos, permitindo ajustar os valores de frequências naturais calculadas com os modelos e as configurações modais que lhes estão associadas.

## ANÁLISE DE UMA PONTE PEDONAL

### 4.1 Considerações iniciais

Os capítulos anteriores permitiram a interiorização de conhecimentos fundamentais de dinâmica e modelação, assim como a percepção e consciencialização ao nível de frequências naturais e valores de acelerações limite toleráveis em pontes pedonais.

Deste modo, o presente capítulo abordará um estudo de caso, a ponte pedonal sobre a Avenida Santo Condestável, em Chelas, efectuando uma análise do comportamento dinâmico da mesma.

Será realizada uma pequena descrição da estrutura assim como as etapas seguidas para a construção do modelo numérico de elementos finitos. Neste capítulo será ainda explicado todo o processo de planeamento e execução de um ensaio de vibração ambiental que tem por objectivo a identificação dos principais parâmetros dinâmicos, frequências naturais e modos de vibração, com vista à calibração do modelo numérico desenvolvido.

### 4.2 Descrição da ponte pedonal

A ponte pedonal em estudo localiza-se em Lisboa, na Avenida Santo Condestável na freguesia de Chelas. Trata-se de uma obra que permite a ligação entre dois blocos de prédios numa urbanização existente nesta zona, (ver Figura 4.1), sendo a sua utilização efectuada maioritariamente por moradores locais, normalmente para aceder aos espaços comerciais existentes nesta urbanização.



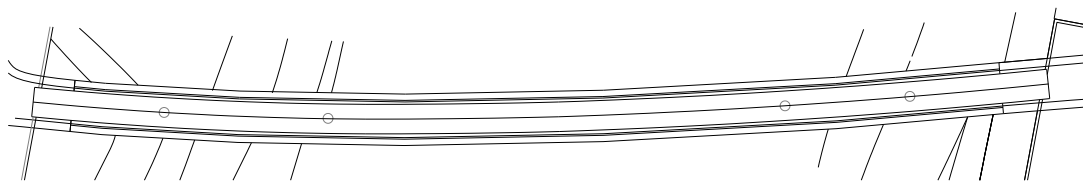
**Figura 4.1** Panorâmica da ponte pedonal obtida a partir do *Google Earth*. Adaptado de (Googlemaps, n.d.)

Comparando a Figura 4.2 com a figura anterior tem-se uma boa percepção relativamente ao tipo de estrutura em estudo e ao seu enquadramento na zona onde foi construída. Na figura seguinte vê-se claramente a estrutura a atravessar a Av. Santo Condestável.

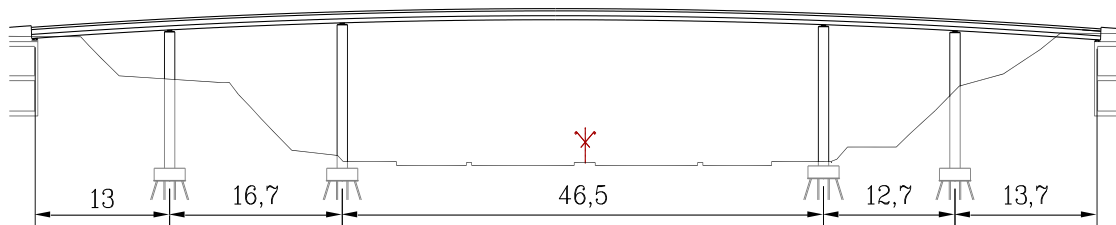


**Figura 4.2** Vista da ponte pedonal.

A ponte pedonal foi inaugurada em 2009 e encontra-se em funcionamento desde então. Nas figuras anteriores verifica-se que a estrutura apresenta uma geometria extensa e esbelta com dupla curvatura em planta e alçado que é facilmente perceptível na Figura 4.3 e na Figura 4.4, respectivamente.

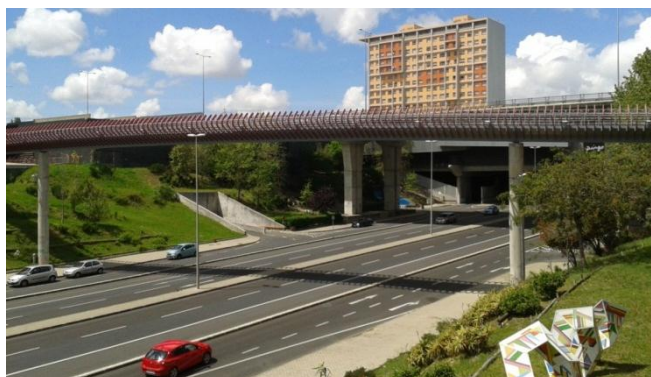


**Figura 4.3** Esquema com a planta da ponte pedonal.



**Figura 4.4** Esquema com o alçado da ponte pedonal.

A estrutura tem um comprimento de aproximadamente 102 m, sendo constituída por 5 vãos, os quais têm desenvolvimentos parciais de  $13+16,7+46,5+12,7+13,7$  m, como se mostra na Figura 4.4, a divisão dos troços é obtida através de quatro pilares circulares em betão armado, com 1 metro de diâmetro cada, as fundações são do tipo indirecto com 4 micro estacas cada. O gabarit vertical médio que a estrutura ostenta ronda os 11.66 metros. Na Figura 4.5 é possível ter uma noção da altura do gabarit.



**Figura 4.5** Vista do vão central da ponte pedonal.

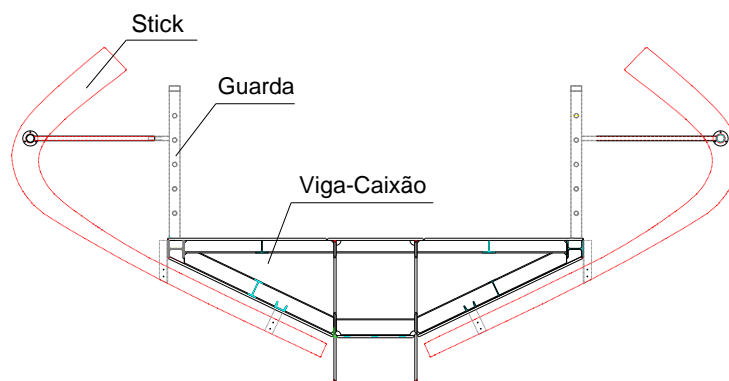
O tabuleiro da ponte pedonal é do tipo viga-caixão constituído por chapas metálicas de 16 mm soldadas (aço S355JR). As chapas metálicas formam uma secção trapezoidal reforçada por secções intermédias e interiores de

complementaridade, também elas de 16 mm. A secção trapezoidal possui 3,0 e 0,6 m nas bases superior e inferior, respectivamente, e 1,0 m de altura na alma da viga.

A viga-caixão apresenta regularmente “rigidificadores” formados por perfis IPE180 e IPE120 e ainda remates laterais na superfície superior recorrendo a perfis HEB120.

É de salientar que longitudinalmente a estrutura encontra-se também reforçada com perfis metálicos (IPE120, ½ IPE180 e UNP80) como é visível na Figura 4.6, todos os perfis metálicos são constituídos por aço S355JR.

Na Figura 4.6 apresenta-se um esquema do perfil transversal do tabuleiro.



**Figura 4.6** Esquema representativo do perfil transversal da ponte pedonal.

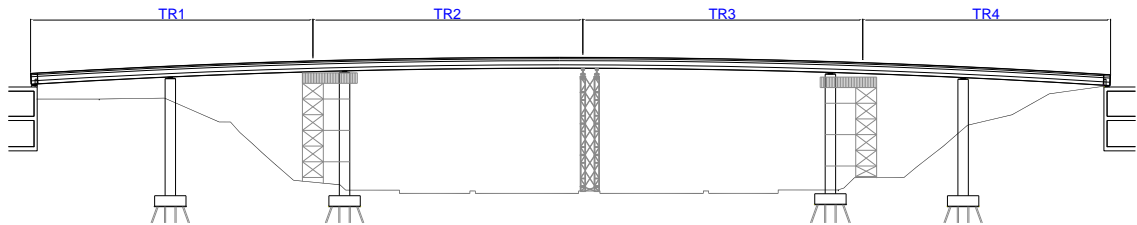
O perfil transversal da ponte é constituído pelo caixão, antes referido, pelas guardas e pelos *sticks* (representados na figura).

A construção do tabuleiro da estrutura foi realizada quase na sua totalidade em oficina, mostrando-se na Figura 4.7 uma das fases de construção do caixão da ponte pedonal, que é formado por 4 troços que posteriormente foram soldados em obra.



**Figura 4.7** Construção em oficina de um dos troços que constitui o tabuleiro da ponte (PPE, 2008).

A Figura 4.8 representa esquematicamente os apoios utilizados no processo construtivo. Os quatro troços de tabuleiro foram soldados após estarem apoiados nos pilares, encontros e apoio intermédio. O apoio intermédio auxiliou no apoio do troço de meio vão (troço 2 + troço 3), estes dois troços centrais foram soldados antes de serem içados e colocados sobre os apoios.



**Figura 4.8** Representação do apoio intermédio a meio vão.

Na figura anterior os tramos estão designados por TR.

Na Figura 4.9 pode observar-se o troço de meio vão, da ponte pedonal, apoiado num dos pilares e no apoio intermédio.



**Figura 4.9** Montagem do tabuleiro da ponte (PPE, 2008).

### 4.3 Modelo numérico

Elaborou-se um modelo numérico preliminar (tridimensional de elementos finitos), constituído por 2930 elementos de casca e 10523 elementos de barra, em SAP2000, este modelo foi posteriormente calibrado com base nos resultados obtidos nos ensaios experimentais.

Consideraram-se três tipos de material, betão, aço das chapas e perfis e aço das guardas, respeitando as características definidas em projecto. Considerou-se o

betão como um material homogêneo e isotrópico de comportamento elástico linear, módulo de elasticidade  $E = 32 \text{ Gpa}$  e coeficiente de Poisson  $\nu = 0,2$ , os aços apresentam um valor de coeficiente de Poisson, igual a  $0,3$  enquanto o módulo de elasticidade para o aço das chapas e perfis é igual a  $E = 205 \text{ Gpa}$  e para o aço das guardas  $E = 210 \text{ Gpa}$ .

A elaboração do modelo envolveu o estudo de peças desenhadas, do qual se percebeu que a dupla curvatura e os elementos estruturais apresentados seriam construídos de forma mais fácil utilizando o AutoCad, importando-se no final a partir do SAP2000.

Definiram-se algumas simplificações no posicionamento de perfis transversais e elementos finitos constituintes do tabuleiro, no entanto, teve-se sempre em atenção os centros geométricos dos mesmos por forma a respeitarem ao máximo o estabelecido nos desenhos.

As simplificações encontram-se sobretudo em ambos os extremos do topo do caixão, onde convergem três perfis, HEB120,  $\frac{1}{2}$  IPE180 e IPE120. Optou-se assim por deslocar o perfil HEB120, por forma a não desviar demasiado os perfis IPE dos seus centros de gravidade, como se verifica na Figura 4.10.

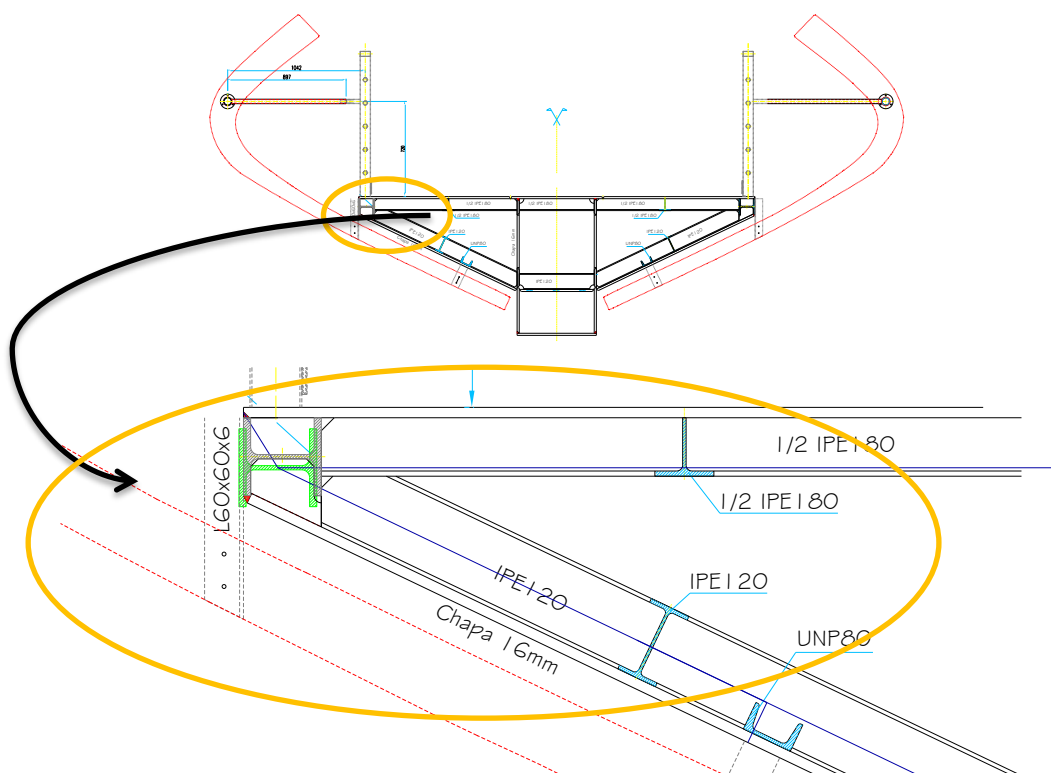


Figura 4.10 Detalhe das simplificações realizadas no perfil transversal.

Na imagem ampliada, a verde, podemos ver o novo posicionamento do perfil HEB120, enquanto as linhas a azul-escuro representam os centros de gravidade dos perfis IPE120 e ½ IPE180 já com as alterações.

Após a construção do tabuleiro com todos os perfis metálicos colocados definiram-se as guardas e os *sticks* (representados a vermelho na figura anterior).

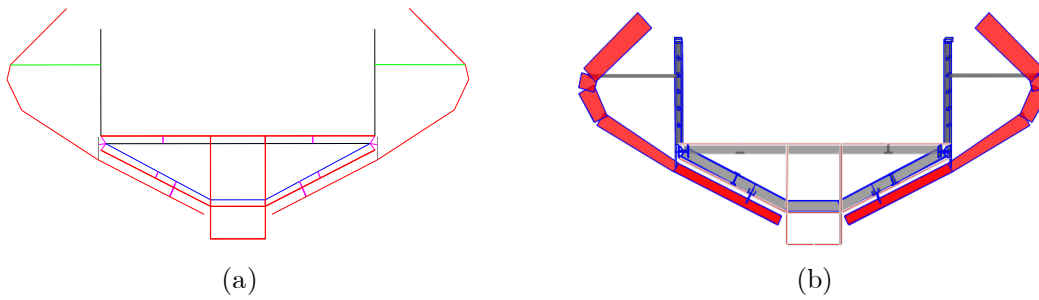
A geometria dos *sticks* obrigou à consideração de vários elementos de barra para os definir no modelo numérico e os ligar às guardas e caixão.

Na Figura 4.10 é possível observar duas das 3 ligações que o *stick* tem relativamente à estrutura, a primeira ao perfil UNP80, na parte inferior da viga-caixão e a segunda na zona lateral da viga-caixão, à chapa que está ligada ao perfil HEB120. A terceira ligação é perceptível na Figura 4.11, e ocorre entre os tubos rectangulares verticais das guardas e os tubos circulares que ligam os diferentes *sticks*.



**Figura 4.11** Ligação entre os *sticks* e as guardas.

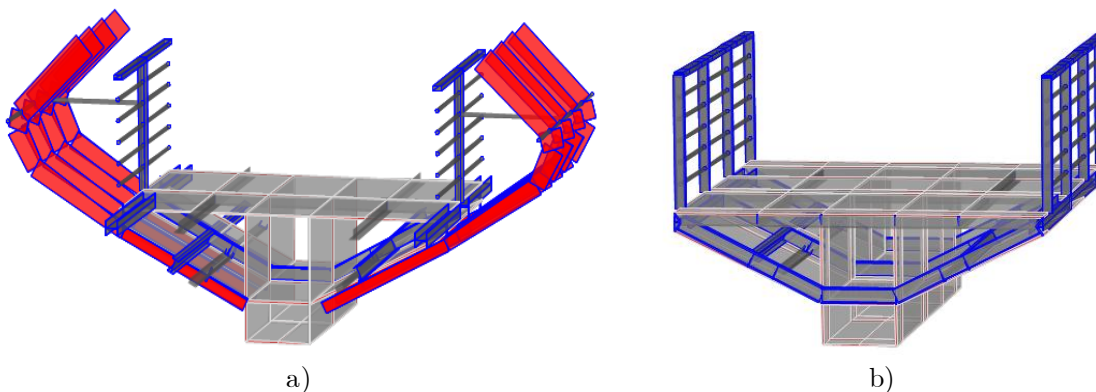
Na Figura 4.12, mostram-se esquemas da secção transversal do tabuleiro da ponte pedonal representados em Autocad (apenas as linhas que definem os elementos de barra e os elementos que definem as cascas – *3dface*) e em SAP2000 com uma extrusão dos elementos de barra e de casca.



**Figura 4.12** a) Perfil transversal em AutoCad; b) Perfil transversal em SAP2000.

Mais à frente, na análise e comparação de resultados irá mostrar-se que a consideração dos *sticks* no modelo numérico poderia ser efectuada considerando o seu efeito apenas como um acréscimo de massa nos elementos das guardas, uma vez que se verificou que em termos de rigidez estes elementos não tinham uma contribuição significativa. Esta opção foi tomada para aliviar o tempo de cálculo pois, devido ao elevado número de elementos que foi necessário considerar para implementar os *sticks* o modelo demorava um pouco mais de tempo a efectuar uma análise dinâmica.

Na Figura 4.13 a) apresenta-se um troço do modelo numérico inicial onde os *sticks* foram considerados e na Figura 4.13 b) apresenta-se um troço do modelo onde esses elementos não foram considerados, mas considerou-se o seu efeito como se referiu anteriormente.



**Figura 4.13** Representação de um troço da estrutura em estudo a) *com sticks*; b) *sem sticks*.

Os pilares da estrutura, constituídos por betão C35/45, definiram-se através de uma secção circular com um metro de diâmetro e respectiva altura de projecto. A ligação dos pilares ao caixão realizava-se apenas num ponto o que não

simulava o seu real comportamento. Desse modo considerou-se a ligação de cada pilar a 4 pontos do caixão, visível na Figura 4.14.

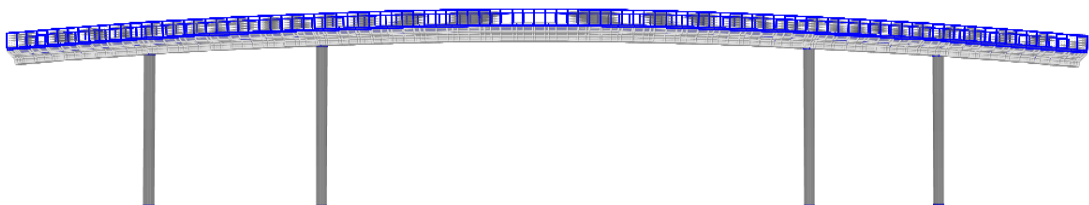


**Figura 4.14** Representação de duas vistas da ligação adoptada entre pilar/viga-caixão no modelo numérico.

Na Figura 4.15 apresenta-se uma vista em planta e outra em alçado do modelo numérico obtido, que permite uma comparação a nível geométrico com os desenhos fornecidos pela Câmara Municipal de Lisboa (CML), destacando-se mais uma vez a dupla curvatura, em planta e alçado.



(a)



(b)

**Figura 4.15** Modelo numérico desenvolvido em SAP2000: a) representação em planta; b) representação em alçado.

É de salvaguardar que algumas das primeiras simplificações que se utilizaram não fazem parte do modelo final, no entanto, serviram para a evolução do

modelo e também para um melhor conhecimento da estrutura, permitindo adoptar melhores simplificações, diferentes ligações entre elementos ou até reduções no número de elementos do modelo.

A conclusão do modelo permitiu ter noções ao nível dos parâmetros modais da estrutura, fundamentais para o planeamento e realização do ensaio experimental.

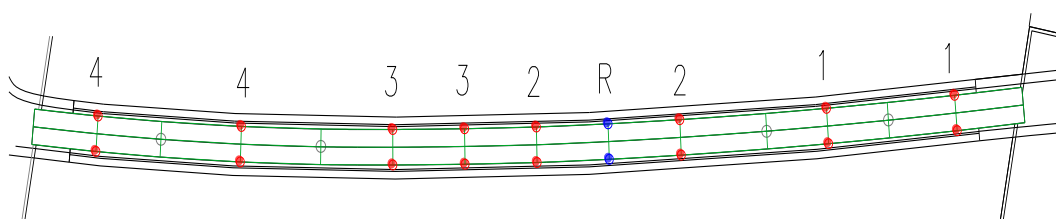
#### 4.4 Ensaio de vibração ambiental

Para caracterizar experimentalmente o comportamento dinâmico da ponte pedonal foi realizado um ensaio de vibração ambiental no dia 30 de Julho de 2012. Neste ensaio utilizou-se um sistema de medição de vibrações constituído por:

- Um sistema de aquisição de dados da Kinematics, “Altus K2”, com 12 canais de medida (cada canal possui um condicionador e amplificador de sinal);
- 9 transdutores de aceleração (grandeza física medida) uniaxiais do tipo *force balanced* (Episensor, Modelo FBA ES-U), com sensibilidade de 2,5 V/g e um transdutor de aceleração triaxial do tipo *force balanced* (Episensor, Modelo ES-T) com igual sensibilidade dos anteriores. Dos 9 transdutores dois foram colocados segundo a direcção longitudinal e outros dois segundo a direcção transversal enquanto cinco foram colocados segundo a direcção vertical, como se pode perceber com a ajuda da Figura 4.16 e Figura 4.17 b) e c);
- Utilizaram-se cabos do tipo Belden de 6 pares (P/N 9874) para alimentação dos acelerómetros e transmissão do sinal ao sistema de aquisição;
- Como forma de adquirir e armazenar as medições utilizou-se um computador portátil (Figura 4.17 a)) com o programa de aquisição *Quick*

*Talk da Kinematics*, específico para o sistema de aquisição utilizado (Kinematics, 2012).

Os acelerómetros foram dispostos ao longo do tabuleiro da estrutura e escolhidos com base nos parâmetros modais obtidos através do modelo numérico preliminar, como se representa na Figura 4.16. O número de pontos a medir era superior ao número de sensores disponíveis e ao número de canais do sistema de aquisição pelo que foi necessário realizar um ensaio de vibração ambiental por fases. O ensaio compreendeu 4 fases, cada uma com duração de 15 minutos e frequência de amostragem de 100 Hz.



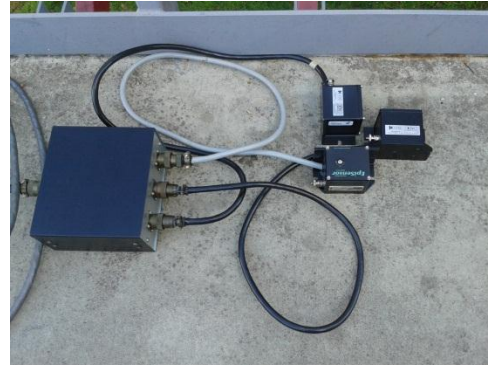
**Figura 4.16** Planta da ponte pedonal com os sensores volantes assinalados a vermelho e os sensores referência a azul.

Na figura anterior os sensores volantes estão assinalados a vermelho com o respectivo número de fase de ensaio enquanto os sensores referência estão assinalados a azul.

Na Figura 4.17 a) mostra-se o sistema de aquisição de dados e o computador portátil utilizados no ensaio de vibração ambiental, durante a preparação de uma das fases do ensaio. Relativamente à disposição dos acelerómetros importa referir que na zona côncava (junto à guarda do lado norte) do tabuleiro em planta ficaram instalados sensores que permitiram medir a resposta da estrutura em 3 direcções (vertical, longitudinal e transversal), Figura 4.17 b), enquanto na zona convexa (junto à guarda do lado sul) instalaram-se apenas sensores para medir a resposta da estrutura na direcção vertical, Figura 4.17 c).



(a)



(b)



(c)

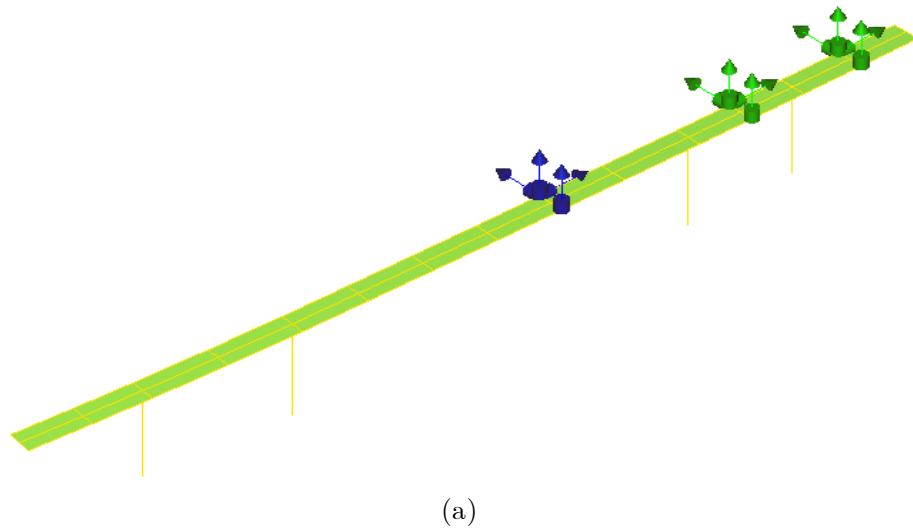
**Figura 4.17** Equipamento utilizado no ensaio de vibração ambiental; a) computador portátil e sistema de aquisição de dados; b) acelerómetros para medir as componentes longitudinal, vertical e transversal (dispostos junto à guarda do lado norte); c) acelerómetro para medir a componente vertical (junto à guarda do lado sul).

## 4.5 Identificação modal

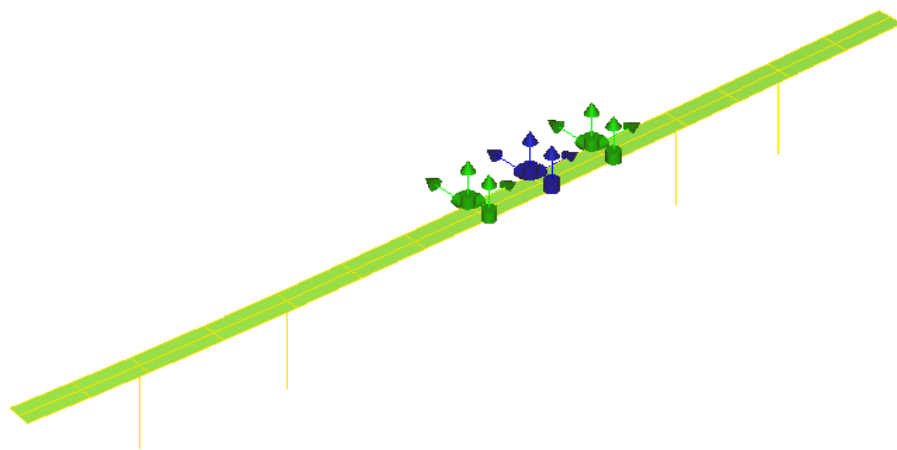
Após a medição da resposta dinâmica da estrutura no ensaio de vibração ambiental, é necessário tratar a informação “recolhida” e proceder à identificação modal dos parâmetros modais da estrutura.

Assume-se, neste tipo de ensaios, que o ruído branco excita toda a estrutura de igual forma. Como foi referido no ponto 3.5.3, a identificação dos parâmetros modais realizou-se no domínio da frequência, através do método FDD, com auxílio do programa ARTeMIS Extractor, versão 3.4 (*Ambient Response Testing and Modal Identification Software*)

No programa, referido anteriormente, é possível construir um modelo tendo por base a localização dos sensores no ensaio de vibração. Na Figura 4.18 apresenta-se o modelo utilizado no programa e as duas primeiras fases de ensaio.



(a)

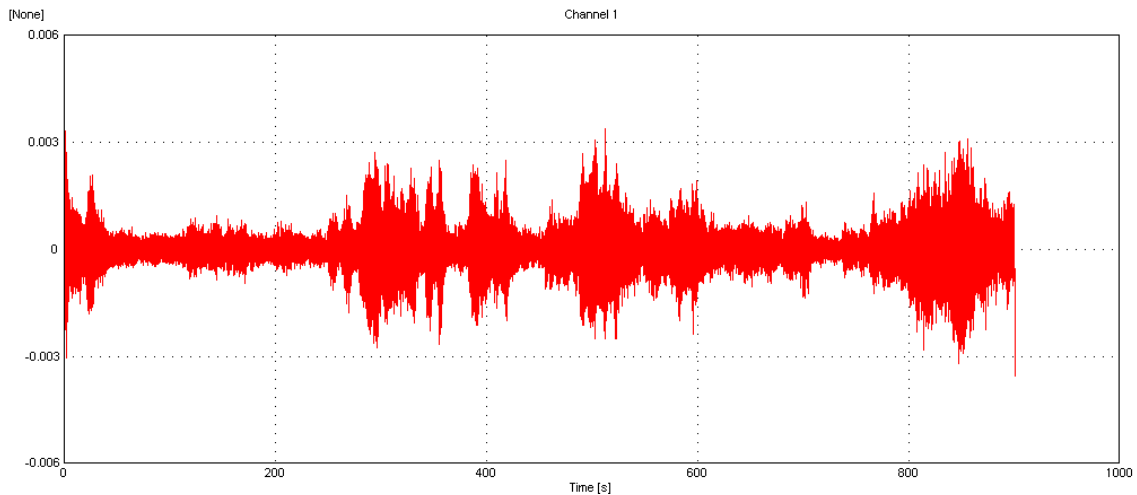


(b)

**Figura 4.18** Representação esquemática do modelo utilizado no programa ARTeMIS Testor, a verde estão representados os sensores volantes e a azul os sensores referência; a) disposições dos sensores na primeira fase de ensaio; b) representação dos sensores na segunda fase de ensaio.

Na figura anterior, os sensores fixos e volantes estão representados a azul e verde, respectivamente. Os vectores definem o sentido dos graus de liberdade que são medidos.

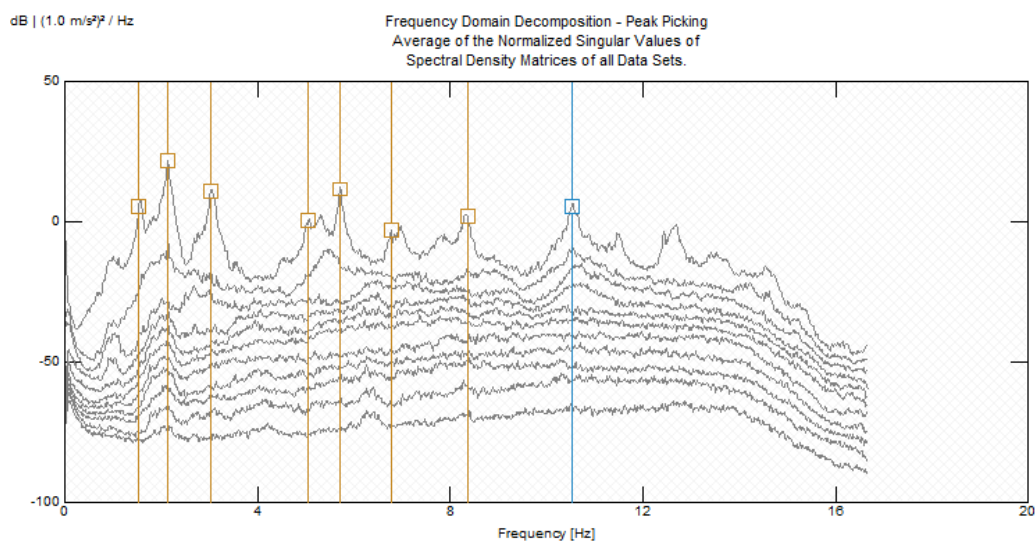
Os registos de acelerações obtidos através do ensaio de vibração ambiental foram associadas ao respectivo canal em cada uma das medições e podem ser consultados através do programa *ARTeMIS Testor*, a Figura 4.19 representa a série temporal do primeiro canal na primeira fase de medição do ensaio.



**Figura 4.19** Série temporal de acelerações obtida no sensor triaxial para a componente vertical, na fase de ensaio 1.

Antes de se proceder à identificação modal as séries temporais de aceleração foram pré-processadas aplicando um filtro passa-alto, para eliminar frequências abaixo de 0,1 Hz, e já no programa de identificação modal aplicou-se uma decimação de 100 Hz para 33,33 Hz, o que permite uma análise em frequência até 16,67 Hz.

A identificação modal realizou-se utilizando o método FDD (ponto 3.5.3.1) recorrendo ao programa *ARTEMIS Extractor* do qual se retirou o espectro de valores singulares das densidades espectrais de potência da resposta em aceleração, que se apresenta na Figura 4.20.



**Figura 4.20** Espectro de valores singulares das densidades espectrais de potência da resposta em aceleração.

No espectro anterior encontram-se assinalados 8 picos, aos quais estão associados os parâmetros modais da estrutura, frequência natural e respectivo modo de vibração, os parâmetros modais obtidos através do ensaio de vibração ambiental serão comparados aos do modelo numérico na secção seguinte.

#### 4.6 Análise e comparação de resultados

Esta secção destina-se exclusivamente à comparação dos parâmetros modais, frequências naturais e modos de vibração, obtidos através do ensaio de vibração ambiental e calculados com o modelo numérico.

Importa salientar que o modelo numérico foi calibrado, essencialmente ao nível dos valores das frequências naturais, tendo por base os resultados experimentais obtidos com a realização do ensaio de vibração ambiental. Esta calibração envolveu um ajuste nas hipóteses admitidas ao nível dos apoios (nos encontros) com a consideração de alguns apoios elásticos.

Também se verificou que os *sticks* podiam ser substituídos por um acréscimo de massa nos elementos das guardas uma vez que em termos de rigidez não tinham um contributo significativo.

Assim, nas figuras seguintes apresentam-se uma sequência de figuras com as configurações modais e as respectivas frequências naturais, obtidas experimentalmente pelo *ARTEMIS* (em cima), e as equivalentes calculadas numericamente com o *SAP2000* (por baixo).

##### 1º Modo de Vibração

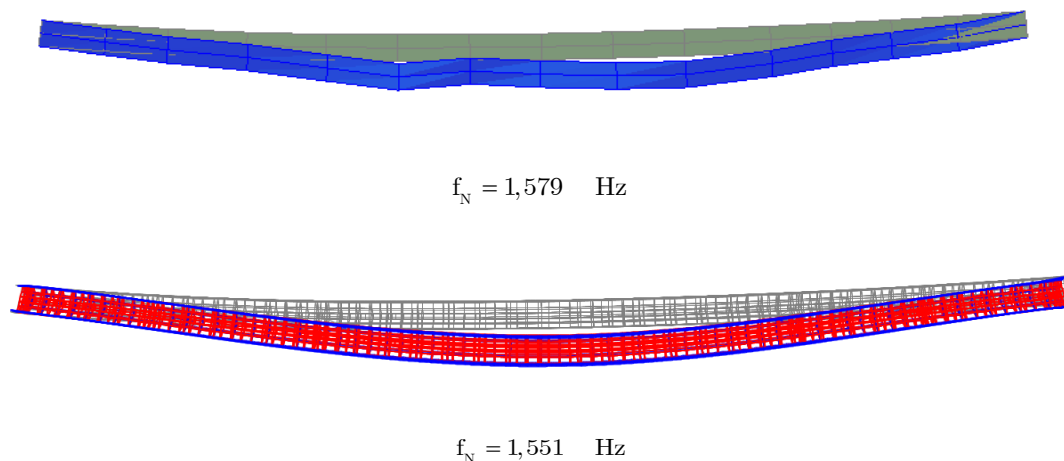
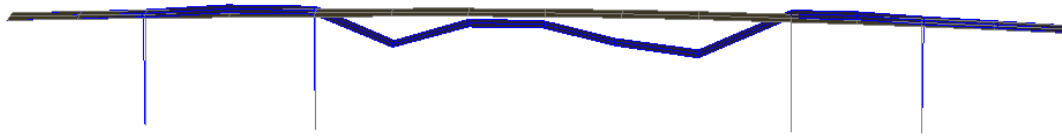
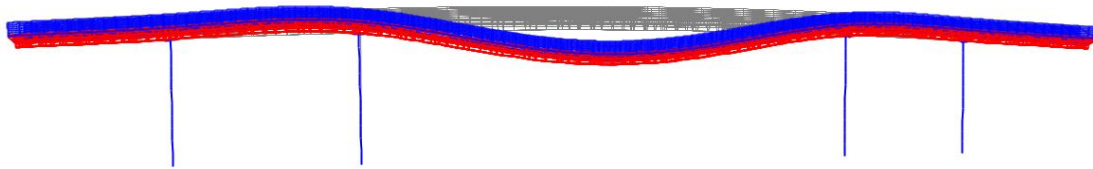


Figura 4.21 Análise do primeiro modo de vibração da ponte pedonal em estudo

## 2º Modo de Vibração



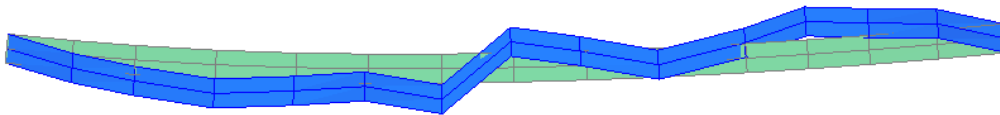
$$f_N = 2,132 \text{ Hz}$$



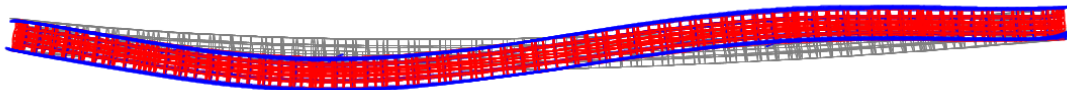
$$f_N = 2,211 \text{ Hz}$$

**Figura 4.22** Análise do segundo modo de vibração da ponte pedonal em estudo

## 3º Modo de Vibração



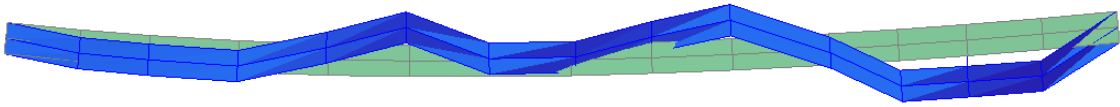
$$f_N = 3,027 \text{ Hz}$$



$$f_N = 3,046 \text{ Hz}$$

**Figura 4.23** Análise do terceiro modo de vibração da ponte pedonal em estudo

#### 4º Modo de Vibração



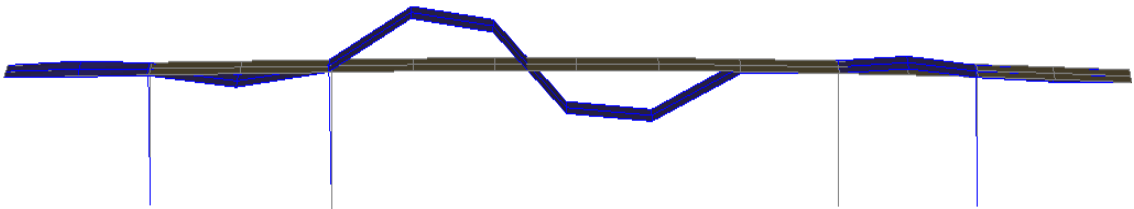
$$f_N = 5,078 \text{ Hz}$$



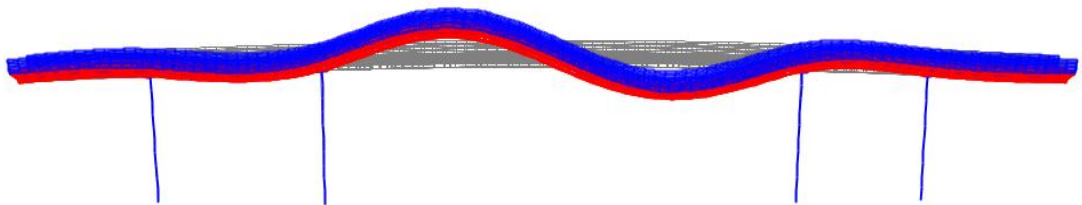
$$f_N = 4,731 \text{ Hz}$$

Figura 4.24 Análise do quarto modo de vibração da ponte pedonal em estudo.

#### 5º Modo de Vibração



$$f_N = 5,729 \text{ Hz}$$



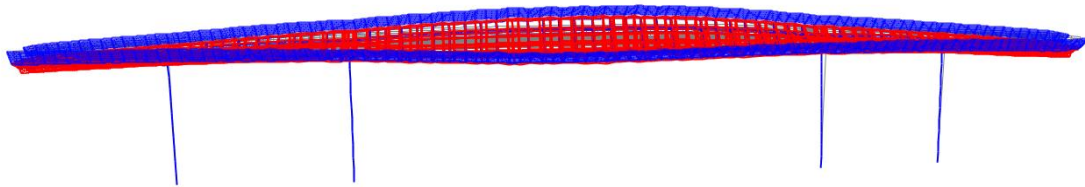
$$f_N = 6,017 \text{ Hz}$$

Figura 4.25 Análise do quinto modo de vibração da ponte pedonal em estudo.

## 6º Modo de Vibração



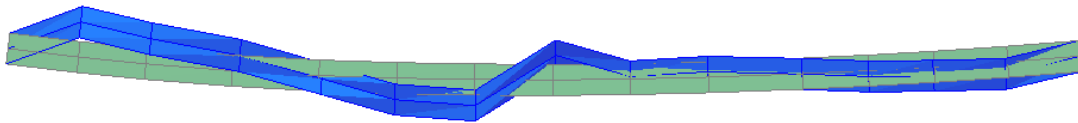
$$f_N = 6,771 \text{ Hz}$$



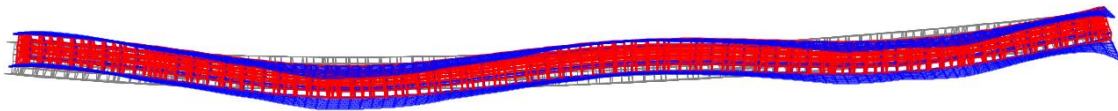
$$f_N = 6,778 \text{ Hz}$$

**Figura 4.26** Análise do sexto modo de vibração da ponte pedonal em estudo

## 7º Modo de Vibração



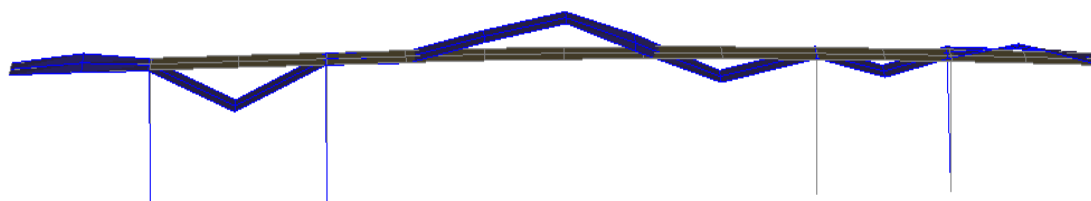
$$f_N = 8,285 \text{ Hz}$$



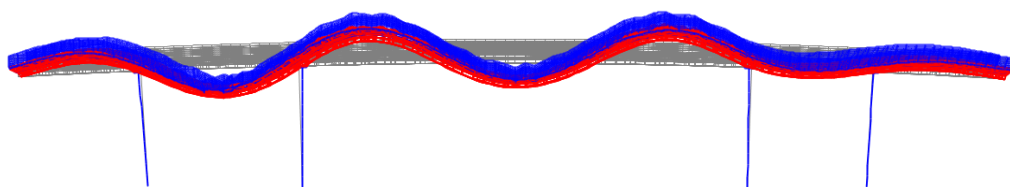
$$f_N = 8,573 \text{ Hz}$$

**Figura 4.27** Análise do sétimo modo de vibração da ponte pedonal em estudo.

## 8º Modo de Vibração



$$f_N = 10,560 \text{ Hz}$$



$$f_N = 10,992 \text{ Hz}$$

**Figura 4.28** Análise do oitavo modo de vibração da ponte pedonal em estudo

Numa primeira análise aos parâmetros modais, anteriormente apresentados, verifica-se que a maioria dos modos de vibração identificados (cerca de metade dos modos totais) tem características de vibração predominantemente transversais, seguindo-se os modos com características de vibração verticais e apenas um modo com características de torsão.

De um modo geral os parâmetros modais (frequências naturais e modos de vibração) calculados com o modelo numérico revelam aproximações razoáveis em relação aos identificados no ensaio de vibração ambiental.

Numa análise mais pormenorizada verifica-se que alguns valores de frequências naturais calculadas numericamente são quase coincidentes com as obtidas experimentalmente, como é o caso do 3º e 6º modos de vibração, enquanto os restantes apresentam diferenças que variam ente 2% e 6%.

Em relação às configurações modais, identificadas experimentalmente, têm uma aproximação satisfatória com as obtidas numericamente. Nos modos transversais (1º, 3º, 4º e 7º em termos globais) e no 1º modo vertical (2º global) as configurações modais identificadas apresentam ligeiras diferenças relativamente

às obtidas com o modelo numérico, no entanto, numa visualização animada das mesmas verifica-se uma “oscilação” idêntica.

Analisando as frequências naturais obtidas para esta ponte pedonal, verifica-se que as duas primeiras frequências naturais encontram-se nos intervalos de frequências críticas indicados nos regulamentos referidos em 3.4.1. O 2º modo de vibração (1º vertical), com uma frequência natural de 2,132 Hz, está no intervalo das frequências críticas em todos os regulamentos, enquanto o 1º modo de vibração (1º transversal) com frequência natural igual a 1,579 Hz tem de ser verificado apenas para a EN-1990. Após a análise dos resultados experimentais, nomeadamente em termos das configurações dos modos de vibração, verifica-se que algumas delas poderiam ser melhoradas instrumentando também as secções transversais por cima dos pilares.

Relativamente ao oitavo modo identificado facilmente se conclui que a configuração modal na zona do vão central não é coincidente com a obtida numericamente, embora o valor em frequência tenha uma aproximação aceitável. Apenas se poderá esclarecer esta situação após a realização de um ensaio com mais secções instrumentadas.

#### **4.7 Considerações finais**

No quarto capítulo realizou-se uma descrição pormenorizada da ponte pedonal sobre a Av. Santo Condestável, quer a nível geométrico quer estrutural.

A construção do modelo numérico respeitou de forma fiel os desenhos fornecidos pelo Dono de Obra e os materiais de construção aí designados, realizando-se apenas pequenas simplificações pontuais que facilitassem a construção do modelo.

Descreve-se também o modelo numérico preliminar que permitiu definir as zonas a instrumentar, o tipo e número (nove) de acelerómetros a utilizar assim como a frequência de amostragem (100 Hz) e o número de fases de ensaio (quatro).

Após a realização do ensaio experimental, e das diferentes fases de tratamento (filtro passa-alto e decimação) e processamento (método FDD) dos registos, os parâmetros modais obtidos através modelo numérico preliminar foram comparados com os experimentais.

A comparação, entre modelo numérico e ensaio experimental, verificou a necessidade de calibrar o modelo. As hipóteses adoptadas na calibração recaíram sobretudo ao nível dos encontros, onde foram colocados apoios elásticos no sentido transversal em cada um dos apoios. Optou-se também por diminuir o número de elementos do modelo a fim de “aligeirar” o mesmo durante o processo de cálculo, nesse sentido optou-se por retirar os *sticks* e distribuir a sua massa pelas guardas.

As duas hipóteses consideradas verificaram-se boas após comparação com os parâmetros modais do novo modelo numérico e os do ensaio experimental.

As configurações dos modos de vibração revelaram-se semelhantes e as frequências naturais variaram entre 2% e 6%. Nesta apreciação concluiu-se que a estrutura apresenta maioritariamente modos de vibração com configuração transversal e que uma forma de despistar algumas inconformidades nas configurações modais e também ao nível das frequências naturais passaria por efectuar um novo ensaio de vibração ambiental à estrutura no qual o número de fases de ensaio fosse maior, ou seja, realizar um ensaio de vibração ambiental com um maior número de zonas instrumentadas.



## CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

O presente capítulo tem como objectivo apresentar as conclusões obtidas com a realização deste trabalho e também algumas sugestões para estudos e investigações futuras tendo por base a análise dinâmica de pontes pedonais.

### 6.1 Principais conclusões

Na parte inicial do documento é descrita, de forma sumária, a evolução das pontes pedonais ao longo do tempo. A breve descrição permitiu compreender a importância dos diferentes tipos de materiais de construção na evolução deste tipo de estruturas, contudo a evolução das pontes pedonais deveu-se também aos avanços tecnológicos das técnicas, métodos de construção e ainda à imaginação e criatividade dos projectistas.

O aço, apesar de ter um peso específico superior ao da pedra e betão armado, possibilitou a construção de estruturas bastante esbeltas e globalmente mais “leves”, possibilitando a criação de soluções modernas e arrojadas, no entanto, estes dois factores tornaram as pontes susceptíveis a fenómenos de vibrações excessivas e/ou amplificação de vibrações.

Através da análise de 4 casos de estudo, verificou-se que estes fenómenos estão intimamente ligados ao tipo de acção que os peões induzem nestas estruturas. A frequência da passada dos peões é, em média, na ordem dos 2 Hz e a gama de frequências críticas verticais/longitudinais e laterais (segundo o *Hivoss*) está compreendido entre 1,25 e 4,6 Hz e 0,5 a 1,2 Hz. Pontes pedonais que apresentem frequências próprias no intervalo anteriormente referido serão susceptíveis a fenómenos de vibrações excessivas, pelo que a ponte pedonal analisada no presente trabalho é susceptível a este tipo de fenómenos.

Dada a subjectividade de estabelecer um critério de conforto neste tipo de estruturas, as normas existentes não apresentam valores concordantes de frequências naturais e acelerações máximas limites, no entanto, apresentam

intervalos de valores de frequências críticas semelhantes. Os intervalos são idênticos aos apresentados anteriormente. Se as frequências naturais das estruturas se encontrarem fora dos intervalos então os fenómenos de vibrações excessivas são mitigados.

As frequências naturais das pontes pedonais são usualmente determinadas recorrendo a ensaios de vibrações. No capítulo 3, secção 3.5.1, verifica-se que os ensaios mais económicos neste tipo de estruturas são os ensaios de vibração ambiental. Estes ensaios permitem identificar baixas frequências, típicas em pontes pedonais, além de terem um baixo custo de equipamento associado, relativamente a ensaios de vibração forçada.

Foi desenvolvido um modelo numérico da ponte pedonal em estudo, tendo-se procedido a pequenas simplificações ao nível do posicionamento de perfis metálicos a fim de facilitar a construção do modelo. Realizou-se também uma simplificação ao nível dos *sticks*, optou-se apenas por considerar a sua massa equivalente distribuída pelas guardas e retirá-los do modelo, diminuindo o número de elementos que o constituíam.

Através dos parâmetros modais, modos de vibração e frequências naturais, obtidos a partir do modelo numérico preliminar assumiram-se hipóteses relativamente às zonas a instrumentar na estrutura e sobre o tipo de acelerómetros a utilizar no ensaio de vibração ambiental.

Após o tratamento e processamento (método FDD) dos registos do ensaio de vibração ambiental o modelo numérico preliminar foi calibrado.

Através da comparação entre resultados experimentais e numéricos verificou-se que as configurações modais apresentavam semelhanças e que as frequências naturais variavam no máximo até 6%, o que denota aproximações razoáveis. Nesse contexto, pode-se afirmar que as hipóteses admitidas relativamente aos *sticks* e à adopção de apoios elásticos nos encontros, foi aceitável, revelando que os *sticks* apenas contribuem com massa para a estrutura, podendo-se desprezar a sua rigidez.

No âmbito do presente trabalho a calibração do modelo numérico assentou na colocação de hipóteses nos encontros que permitiram uma melhor aproximação dos resultados numéricos aos obtidos experimentalmente.

Numa apreciação relativamente ao tipo de configuração modal verifica-se que a estrutura apresenta maioritariamente modos de vibração com configuração

transversal, pelo que uma forma de despistar inconformidades nas configurações modais e também ao nível das frequências naturais passaria por efectuar um novo ensaio de vibração ambiental à estrutura onde o número de fases de ensaio fosse maior, ou seja, realizar um ensaio de vibração ambiental com um maior número de zonas instrumentadas, incluindo a zona superior dos pilares.

Por último se se tiver em conta os valores das frequências naturais da estrutura e os valores limites definidos pelos regulamentos referidos no capítulo 2 deste documento verifica-se que duas das frequências naturais da estrutura (1º e 2º modos de vibração) encontram-se nos designados intervalos de frequências críticas definidos por esses regulamentos. Nesse contexto é possível concluir que a estrutura é susceptível a desenvolver fenómenos de vibrações excessivas.

## 6.2 Perspectivas futuras

O desenvolvimento deste trabalho é apenas uma parcela da análise dinâmica relativamente à ponte pedonal em estudo.

Com o modelo numérico calibrado e validado pelos ensaios experimentais realizados é possível efectuar uma análise dinâmica mais aprofundada relativamente ao real comportamento da estrutura sob diversas acções.

O regulamento da *Hivoss* define 3 pontos essenciais, que deverão ser considerados pelo projectista a fim de diminuir o efeito de vibrações induzidas:

- *“as vibrações devidas ao tráfego de peões são aceitáveis para os utilizadores;*
- *o fenómeno de “lock-in” não tem lugar;*
- *a estabilidade da ponte pedonal é garantida quando sujeita a excitação intencional;”* (RFS2-CT, 2007a)

O presente trabalho demonstrou que a estrutura apresenta frequências naturais dentro da gama crítica definida pelo regulamentos referidos anteriormente, pelo que seria importante avaliar a susceptibilidade da estrutura relativamente a fenómenos de vibrações excessivas e ainda ao fenómeno *lock-in* em particular. Neste sentido o estudo poderia contemplar ainda a realização de inquéritos aos utilizadores verificando ou não desconforto na travessia da estrutura, e avaliar a

estabilidade, segurança e comodidade quando a ponte pedonal é submetida a excitações intencionais (peão a saltar em posição fixa, por exemplo).

Caso se verificassem vibrações excessivas e desconforto por parte dos utilizadores um estudo importante passaria por determinar o tipo de dispositivos de amortecimento a incorporar na estrutura.

Ao nível do modelo numérico seria interessante calibrar os parâmetros modais do mesmo, considerando os pilares exteriores enterrados (caso real), e comparar esses valores com os do modelo do presente trabalho, verificando as alterações efectuadas ao nível dos apoios elásticos dos encontros e se os parâmetros modais se aproximam ou não dos do ensaio experimental.

# 6

## BIBLIOGRAFIA

- Alfred, R. (2009). A London Bridge is Swaying Hard. Retrieved August 16, 2012, from [http://www.wired.com/thisdayintech/2009/06/dayintech\\_0610/](http://www.wired.com/thisdayintech/2009/06/dayintech_0610/)
- Archdaily. (2008). Pedestrian Bridge in Zapallar/Enrique Browne. Retrieved October 6, 2012, from <http://www.archdaily.com/10709/pedestrian-bridge-in-zapallar-enrique-browne/>
- BS 5400. (1978). *Steel, Concrete and Composite Bridges Part 2: Specification for Loads; Appendix C: Vibration Serviceability Requirements for Foot and Cycle Tack Bridges*. (UK: British Standards Association, Ed.). London.
- Bachmann, H., J. Ammann, W., Deischl, F., Eisenmann, J., Floegl, I., H. Hirsch, G., ... Steinbeisser, L. (1994). *Vibration Problems in Structures: Practical Guidelines* (p. 234). Basel: Birkhauser.
- Baus, U., & Schlaich, M. (2007). *Footbridge: Structure Design History* (p. 256). Birkhauser.
- Branco, C. (2011). As mais belas pontes pedonais do Mundo. Retrieved October 10, 2012, from <http://www.engenhariaportugal.com/as-mais-belas-pontes-pedonais-mundo>
- Browjohn, J., Dumanoglu, A., Severn, R., & Blakeborough, A. (1989). Ambient vibration survey of Bosphorus suspension bridge. *Earthquake Engineering Structural Dynamics*, 18, 263-283.
- CTS Bridges. (2011). Steel Bridges. Retrieved October 10, 2012, from <http://www.ctsbridges.co.uk/gallery/steel-gallery/redrow-steel-beam-bridge/>
- Caetano, E., & Cunha, Á. (2004). MODELAÇÃO NUMÉRICA E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UMA PONTE PEDONAL. In *Sísmica 2004 6º Congresso Nacional De Sismologia e Engenharia Sísmica* (pp. 601-610). Porto.

- Caetano, E., Cunha, Á., Magalhães, F., & Moutinho, C. (2010). Studies for controlling human-induced vibration of the Pedro e Inês footbridge , Portugal . Part 1 : Assessment of dynamic behaviour. *Engineering Structures*, 32(4), 1069-1081. doi:10.1016/j.engstruct.2009.12.034
- Caetano, E., Cunha, Á., & Moutinho, C. (2007). *Implementation of passive devices for vibration control at Coimbra footbridge*. Porto.
- Chagas Carvalho, A. C. (2007). *Análise Dinâmica de Pontes Pedonais: Caso de Estudo: "Calatrava - Travessia Gare do Oriente, C.C.Vasco da Gama."* Lisboa.
- Chopra, A. K. (2001). *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. New Jersey: Prentice Hall.
- Consultoriae análise. (2009). Vibration of the London Millennium Bridge. Retrieved August 30, 2012, from <http://www.consultoriaeanalise.com/2009/09/london-millennium-bridge.html>
- Dallard, P., Fitzpatrick, A. J., Flint, A., Le Bourva, S., Low, A., Ridsdill Smith, R. M., & Willford, M. (2001). The London millennium footbridge. *The Structural Engineer*, 79, 17-33.
- Dennis, R. (2004). *Footbridges: A Manual for Construction at Community and District Level*. Genebra.
- Dolejs, J., & Rotter, T. (2011). *Design of bridges*. Suécia.
- Dtah. (2011). Corktown footbridge. Retrieved October 8, 2012, from <http://dtah.com/project/corktown-footbridge/>
- EN-1990. (2009). *NP EN-1990: Bases para o projecto de estruturas - Anexo A2*. Lisboa: IPQ.
- F. Tigli, O. (2011). *Serviceability Criteria for Footbridges based on Internation Standards and Published Research*.
- Geograph. (2011). Millers crossing bridge. Retrieved October 12, 2012, from <http://www.geograph.org.uk/photo/2489543>

- Googlemaps. (n.d.). Googl. Retrieved July 8, 2012, from <https://maps.google.pt/maps?q=Avenida+Santo+Condestável,+Lisboa&hl=pt-PT&ie=UTF8&ll=38.747908,-9.115798&spn=0.004544,0.010568&sll=38.573938,-8.745117&sspn=1.165953,2.705383&coq=avenida+santo+&t=h&hnear=Avenida+Santo+Condestável&z=17>
- Huaksson, F. (2005). *Dynamic behaviour of footbridges subjected to pedestrian-induced vibrations*. Lund University.
- Kinematics. (2012). Kinematics. Retrieved September 1, 2012, from [www.kinematics.com](http://www.kinematics.com)
- Mendes, P. (2010). *Observação e Análise do Comportamento Dinâmico de Barragens de Betão*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Mendes, P. (2012). *Dinâmica de Estruturas*. Lisboa: Instituto Superior de Engenharia de Lisboa.
- Moura, L. (2011). Nova ponte em Ponte de Sor. Retrieved October 6, 2012, from <http://www.lxxl.pt/ponte.html>
- Moura Maia Fernandes da Silva, J. (2010). *ANÁLISE DE VIBRAÇÕES SOB ACÇÃO HUMANA NA PONTE PEDONAL SOBRE A LINHA VERMELHA – ILHA DO FUNDÃO (RIO DE JANEIRO)*. Porto.
- Moutinho, C., Cunha, A., & Caetano, E. (2010). *Analysis and control of vibrations in a stress-ribbon footbridge*. Porto. doi:10.1002/stc
- Newsteelconstruction. (2010). SDA 2010 - The infinity footbridge, Stockton-on-Tees. Retrieved October 7, 2012, from <http://www.newsteelconstruction.com/wp/ssda-2010-the-infinity-footbridge-stockton-on-tees/>
- Oliveira, S. (2007). *Folhas de apoio à disciplina de Matemática Aplicada à Engenharia Civil*. Lisboa.
- Ont83. (1983). *Ontario Highway Bridge Design Code, Highway Engineering Division, Ministry of Transportation and Communications*. (Highway Engineering Division, Ed.). Ontario, Canada: Ministry of Transportation and Communication.

- PPE. (2008). Passagem pedonal de Chelas. Retrieved August 10, 2012, from <http://www.ppe.pt/PPE.swf>
- RFS2-CT. (2007a). *Human induced Vibrations of Steel Structures Vibrações em Pontes Pedonais Documento Base*. Luxembourg.
- RFS2-CT. (2007b). *Human induced Vibrations of Steel Structures Vibrações em Pontes Pedonais Recomendações Técnicas de Projecto*. Luxembourg.
- Rodrigues, J. (2004). *Identificação Modal Estocástica. Métodos de Análise e Aplicações em Estruturas de Engenharia Civil*. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Rodrigues, J., & Campos Costa, A. (1998). Caracterização Dinâmica de Estruturas de Pontes com Base em Ensaio de Vibrações Ambiente. *Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas*, 44, 35-50.
- Search! Tech! Fun! (2010). Pontes criativas pelo mundo. Retrieved October 10, 2012, from <http://searchtechfun.wordpress.com/category/arquitetura/>
- Structural Vibration Solutions Aps. (2004). *ARTEMIS Extractor, Release 3.4, User's Manual*. Dinmarc.
- Sábado. (2011). Ponte suspensa Pulau Langkawi, Malásia. Retrieved October 5, 2012, from [http://www.sabado.pt/Multimedia/FOTOS/Mundo/Fotogaleria-\(73\)/Fotogaleria-1.aspx](http://www.sabado.pt/Multimedia/FOTOS/Mundo/Fotogaleria-(73)/Fotogaleria-1.aspx)
- The Happy Pontist. (2012). Scottish Bridges:21. Faery Bridge, Dunblane. Retrieved October 6, 2012, from <http://happypontist.blogspot.pt/2012/07/scottish-bridges-21-faery-bridge.html>
- Tolley, N. (2009). Analysis of the Rialto Bridge, Venice. In Department of Architecture and Civi Engineering (Ed.), *Proceedings of Bridge Engineering 2 Conference 2009*. Bath.
- Trancoso Vaz, C. J. (2011). *Breve história das pontes*. Lisboa.
- Ukrainian Science Club. (2009). What's cooking? Retrieved May 6, 2012, from <http://nauka.in.ua/en/>

- Veloso, J. (2012). 10 pontes tem Coimbra. Retrieved August 15, 2012, from [http://penedosaudade.blogspot.pt/2012\\_03\\_01\\_archive.html](http://penedosaudade.blogspot.pt/2012_03_01_archive.html)
- W. Clough, R., & Penzien, J. (2003). *Dynamics of structures*. (Computers & Structures Inc, Ed.) *Civil Engineering* (third.). Berkeley.
- Wikipedia. (2006a). Gaoliang Bridge. Retrieved October 6, 2012, from [http://en.wikipedia.org/wiki/File:Gaoliang\\_Bridge.JPG](http://en.wikipedia.org/wiki/File:Gaoliang_Bridge.JPG)
- Wikipedia. (2006b). Millennium Bridge (London). Retrieved June 10, 2012, from [http://en.wikipedia.org/wiki/File:London\\_millennium\\_wobbly\\_bridge.jpg](http://en.wikipedia.org/wiki/File:London_millennium_wobbly_bridge.jpg)
- Wikipedia. (2007). StressRibbonBridge. Retrieved October 10, 2012, from <http://en.wikipedia.org/wiki/File:StressedRibbonBridgeUnderside7138.JPG>
- Wikipedia. (2009). Gare do Oriente. Retrieved September 20, 2012, from [http://en.wikipedia.org/wiki/File:Gare\\_do\\_Oriente.jpg](http://en.wikipedia.org/wiki/File:Gare_do_Oriente.jpg)
- Zienkiewicz, O. C., & Emeritus, F. (2000). *The Finite Element Method Volume 1 : The Basis* (Fifth., Vol. 1). Oxford: Butterworth-Heinemann.
- Zivanovic, S., Pavic, A., & Reynolds, P. (2005). Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation:A Literature Review. (Elsevier, Ed.) *Journal of sound and vibration*, 279, 1-74.