

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE
E ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA



ISCAL

VOLATILIDADE IMPLÍCITA.
IMPORTÂNCIA NA VALORIZAÇÃO DAS
OPÇÕES FINANCEIRAS E SIGNIFICADO
DOS ÍNDICES DE VOLATILIDADE
IMPLÍCITA.

Carina Sofia Fernandes Rodrigues

Lisboa, Dezembro de 2010

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE E
ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA

VOLATILIDADE IMPLÍCITA
IMPORTÂNCIA NA VALORIZAÇÃO DAS
OPÇÕES FINANCEIRAS E SIGNIFICADO
DOS ÍNDICES DE VOLATILIDADE
IMPLÍCITA.

Carina Sofia Fernandes Rodrigues

Dissertação submetida ao Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Contabilidade Internacional, realizada sob a orientação científica de Doutor Domingos Silva Ferreira, Professor Coordenador, Área Científica de Contabilidade.

Constituição do Júri:

Presidente _____ Doutor Rui Pais de Almeida

Arguente _____ Doutora Sónia Margarida Ricardo Bentes

Vogal _____ Doutor Domingos da Silva Ferreira

Lisboa, Dezembro de 2010

IMPLIED VOLATILITY: THE IMPORTANCE IN THE APPRECIATION OF FINANCIAL OPTIONS AND THE SIGNIFICANCE OF THE IMPLIED VOLATILITY INDICES

Carina Sofia Fernandes Rodrigues

Master in: International Accounting

Supervisor: Doutor Domingos Ferreira

ABSTRACT

Given the actual conjuncture of the financial markets and their constant uncertainty, it has become plus important being able to predict behaviors and make decisions which minimize risks and consequent losses, sometimes difficult to recover. It's in this context that volatility arises. This concept shows a growing importance because it's an indicator that allows investors to assess the existing feelings exist in the principal financial markets: anxiety, satisfaction or dissatisfaction, panic, among others. For this, volatility has been chosen to be the subject of this study. The theoretical part, has the goal of contextualizing the study, understanding concepts and prepare the users of this dissertation to the second part which is to show implied volatility indices evolution and verify if they have statistical significance. We concluded that the relation observed between the stock index and its implied volatility index has statistical significance.

Keywords: financial options, Black-Scholes model, implied volatility, implied volatility indices, correlation, significance.

VOLATILIDADE IMPLÍCITA: IMPORTÂNCIA NA VALORIZAÇÃO DAS OPÇÕES FINANCEIRAS E SIGNIFICADO DOS ÍNDICES DE VOLATILIDADE IMPLÍCITA

Carina Sofia Fernandes Rodrigues

Mestrado em: Contabilidade Internacional

Orientador: Doutor Domingos Ferreira

RESUMO

Dada a actual conjuntura dos mercados financeiros, onde uma forte incerteza predomina no dia-a-dia dos investidores, torna-se cada vez mais importante conseguir prever comportamentos e tomar decisões que minimizem os riscos de desvalorização de investimentos e consequentes perdas, por vezes difíceis de recuperar. É neste contexto que surge a volatilidade. Este conceito tem tido crescente importância, pois constitui um indicador dos sentimentos que reinam nos principais mercados financeiros: ansiedade, satisfação ou insatisfação, pânico, entre outros. Neste sentido, escolheu-se a volatilidade para objecto desta dissertação. A primeira parte, de carácter teórico, tem como objectivo contextualizar o estudo, compreender conceitos e preparar os utilizadores deste estudo para a segunda parte que é mostrar a evolução dos índices de volatilidade implícita e verificar se os mesmos têm significado estatístico. Concluiu-se que a relação observada entre o índice de acções e o respectivo índice de volatilidade implícita é estatisticamente significativa.

Palavras-chave: opções financeiras, modelo *Black-Scholes*, volatilidade implícita, índices de volatilidade implícita, correlação, nível de significância.

ÍNDICE

Índice de Quadros	viii
Índice de Tabelas	viii
Índice de Figuras	viii
Introdução	1
1 - Opções Financeiras	4
1.1 – Instrumentos financeiros derivados.....	4
1.2 – Opções financeiras tipos, importância e características.....	6
1.3 – Modelos de valorização de opções financeiras	13
1.4 – As Greeks e a sua influência na valorização das opções	18
1.4.1 – Delta (Δ)	19
1.4.2 – Gamma (Γ).....	20
1.4.3 – Vega (v) e Volga	20
1.4.4 – Theta (θ).....	21
1.4.5 – Rho (ρ).....	21
2 – Volatilidade	22
2.1 – Tipos de volatilidade	23
2.2 – Volatilidade histórica ou estatística.....	24
2.3 – Volatilidade implícita	25
2.3.1 – Os sorrisos da volatilidade.....	30
3 – Índices de Volatilidade Implícita e os Sentimentos dos Mercados	33
3.1 – Índice de volatilidade de opções sobre S&P 500 (VIX).....	35
3.2 – Índice de volatilidade de opções sobre DAX-30 (VDAX)	39
3.3 – Índice de volatilidade de opções sobre o DJIA (VXD)	40

3.4 – Índice de volatilidade de opções sobre o NASDAQ-100 (VXN).....	40
4 – Interpretação da informação contida nos índices de volatilidade implícita	42
4.1 – Aspectos metodológicos	42
4.2 – Evolução dos índices de acções e dos IVI	44
4.2.1 - Índice S&P 500 e VIX	44
4.2.2 - Índice DAX-30 e VDAX.....	48
4.2.3 - Índice NASDAQ Composite e VXN	52
4.3 – Verificação do significado estatístico dos índices de volatilidade implícita.....	55
4.3.1 – Conceitos estatísticos.....	56
4.3.2 – Resultados dos testes efectuados aos índices S&P 500 e VIX.....	61
4.3.2.1 – Correlação entre os índices	61
4.3.2.2. – Correlação entre as rendibilidades dos índices (observações diárias)	65
4.3.3 – Resultados dos testes efectuados aos índices DAX-30 e VDAX	67
4.3.3.1 – Correlação entre os índices	67
4.3.3.2. – Correlação entre as rendibilidades dos índices (observações diárias)	69
Conclusão	73
Referências Bibliográficas	75

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1.1: Principais Instrumentos Derivados.....	5
Quadro 1.2: Representação das quatro situações básicas com opções	8
Quadro 1.3: Posição de Compra vs Posição de Venda	11
Quadro 1.4: Situações básicas do valor intrínseco de uma opção	13
Quadro 1.5: Referências no estudo das opções entre 1900 e 1979.....	14
Quadro 2.1: Volatilidade implícita vs volatilidade teórica e prêmios das opções de compra....	28
Quadro 3.1: Sentimentos do mercado em relação aos níveis de volatilidade implícita.....	35

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 4.1: Cotações e rendimentos do $^{\wedge}$ GSPC vs $^{\wedge}$ VIX	44
Tabela 4.2: Cotações e rendimentos do $^{\wedge}$ GDAXI vs $^{\wedge}$ VDAX	48
Tabela 4.3: Cotações e rendimentos do $^{\wedge}$ IXIC vs $^{\wedge}$ VXN.....	52

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1: Gráfico representativo da posição de compra de uma opção de compra.....	8
Figura 1.2: Gráfico representativo da posição de venda de uma opção de compra.....	9
Figura 1.3: Gráfico representativo da posição de compra de uma opção de venda.....	10
Figura 1.4: Gráfico representativo da posição de venda de uma opção de venda	10
Figura 2.1: Gráfico representativo do sorriso puro da volatilidade	31
Figura 2.2: Gráfico representativo do sorriso amarelo da volatilidade	32
Figura 2.3: Gráfico representativo do sorriso trombudo da volatilidade	33
Figura 3.1: Comportamento dos índices S&P 500 e VIX - Abril 2009 a Abril 2010.....	36
Figura 3.2: Comportamento dos índices DJIA e VXD - última semana de Março 2010.....	40
Figura 3.3: Comportamento dos índices NASDAQ e VXN - Abril 2009 a Abril 2010	41

Figura 4.1: Evolução das cotações do índice S&P 500.....	45
Figura 4.2: Evolução dos rendimentos do índice S&P 500.....	45
Figura 4.3: Evolução das cotações do índice de volatilidade VIX	46
Figura 4.4: Evolução dos rendimentos do índice de volatilidade VIX	46
Figura 4.5: Evolução dos rendimentos do índice S&P 500 vs VIX.....	47
Figura 4.6: Evolução das cotações do índice DAX-30	49
Figura 4.7: Evolução dos rendimentos do índice DAX-30	49
Figura 4.8: Evolução das cotações do índice de volatilidade VDAX.....	50
Figura 4.9: Evolução dos rendimentos do índice de volatilidade VDAX 50	
Figura 4.10: Evolução dos rendimentos do índice DAX-30 vs VDAX	51
Figura 4.11: Evolução das cotações do índice NASDAQ <i>Composite</i>	53
Figura 4.12: Evolução dos rendimentos do índice NASDAQ <i>Composite</i>	53
Figura 4.13: Evolução das cotações do índice de volatilidade VXN.....	54
Figura 4.14: Evolução dos rendimentos do índice de volatilidade VXN.....	54
Figura 4.15: Evolução dos rendimentos do índice NASDAQ <i>Composite</i> vs VXN.....	55
Figura 4.16: Cotações do índice S&P500 vs cotações do índice VIX - Abril 90 a Abril 10.....	61
Figura 4.17: Cotações do índice S&P 500 vs cotações do índice VIX –	62
Figura 4.18: Cotações do índice S&P500 vs cotações do índice VIX - Janeiro 2000 a Abril 2010	63
Figura 4.19: Distribuição dos rendimentos do índice S&P 500	66
Figura 4.20: Distribuição dos rendimentos do índice VIX	66
Figura 4.21: Cotações do índice DAX-30 vs cotações do índice VDAX	68
Figura 4.22: Distribuição dos rendimentos do índice DAX-30.....	70
Figura 4.23: Distribuição dos rendimentos do índice VDAX.....	71

Introdução

O objectivo desta dissertação é analisar e verificar a informação contida nos IVI (índices de volatilidade implícita) e, com isso, demonstrar a relevância e o papel que estes desempenham na economia mundial, bem como, mostrar a sua evolução ao longo do tempo. Para isso, são desenvolvidos aspectos como: opções financeiras, valorização de opções, tipos de volatilidade, VI (volatilidade implícita), sorrisos da volatilidade, IVI.

Nos mercados financeiros a volatilidade está associada ao sentimento de incerteza face às decisões que se tomam todos os dias. No entanto, e mesmo com riscos associados, as decisões têm de ser tomadas. É aqui que o papel da volatilidade assume a sua importância fornecendo orientação quando os agentes financeiros têm de assumir determinadas posições face a um activo. De acordo com D. Ferreira (2009), a volatilidade constitui assim uma medida de dispersão dos preços dos activos subjacentes em relação à sua média e durante um determinado período de tempo.

Os modelos de valorização de opções têm em conta esta medida o que faz dela um dos aspectos mais importantes na área das opções financeiras. Com o objectivo de conseguir prever o seu comportamento, o mais aproximadamente possível e, nas diversas tentativas de determinar a evolução da volatilidade, surgiram, e continuam a surgir, modelos de previsão de volatilidade. Neste contexto, a volatilidade deixa de ser vista como uma informação passada (estatística ou histórica), para ser um indicador das decisões a tomar no futuro. Por exemplo, pretende-se pagar um prémio de x montante por uma opção sobre acções, então é necessário determinar qual deve ser a VI para que o valor do prémio seja x . Por outro lado, a volatilidade estatística ou histórica é fornecida pelos índices de volatilidade.

Mesmo quando estão a subir, os preços das acções geram preocupações para a maioria dos investidores (Corrado et al, 2005). A VI tem uma importância tão significativa ao ponto de ter de ser reportada, de forma rotineira, pelas agências financeiras e seguida de perto por profissionais da área financeira. Desta forma, a informação contida na VI e a

qualidade das previsões da mesma constituem um dos mais importantes assuntos de investigação financeira da actualidade.

Associados à VI, surgem os IVI com a função de avaliar e prestar informação sobre os sentimentos e os níveis de confiança sentidos nos mercados. Os IVI funcionam como um indicador dos comportamentos nos principais mercados mundiais. Medem a estabilidade e a confiança que os investidores têm, por exemplo, no índice americano S&P 500. Nesta dissertação abordam-se alguns dos índices existentes: VIX que mede a volatilidade do índice americano S&P 500; VXD que mede a volatilidade do índice americano DJIA; VXN que mede a volatilidade do índice americano NASDAQ; VDAX que mede a volatilidade do índice alemão DAX-30.

Pela importância que a comunidade financeira atribui a estes indicadores, foram já realizados alguns estudos no sentido de perceber se podem ou não auxiliar os investidores no planeamento de estratégias futuras. Alguns destes estudos têm conteúdo relevante para esta dissertação e para auxiliar na compreensão do tema que é objecto de análise neste trabalho. Por exemplo, Corrado e Miller (2005) analisaram a qualidade da informação prestada por IVI, publicados pela CBOE (Chicago Board Options Exchange) sobre os índices NASDAQ, S&P 100 e S&P 500. Estes autores utilizaram como termo de comparação a volatilidade que efectivamente se verificou durante a vida da opção, concluindo que os referidos índices superam a volatilidade histórica enquanto previsores da volatilidade futura. Os dados, para este estudo, reportam ao período entre Janeiro de 1988 e Dezembro de 2003 e incluem a volatilidade associada aos índices em análise e a VI nos prémios das opções. Whaley (2008), nas semanas seguintes ao *crash* de Setembro de 2008, publicou um artigo denominado *Understanding VIX (Compreender o VIX - tradução nossa)*. Durante este período verificou-se um crescente pedido de informação, por parte dos investidores, sobre o índice de volatilidade VIX no sentido de os ajudar a avaliar o estado dos mercados e da economia. Constituindo este indicador uma referência mundial, Whaley elaborou este artigo para facilitar a compreensão, interpretação e utilidade da informação por este prestada. Costas e Athanasios (2009), publicaram um outro trabalho sobre este assunto intitulado *Implied Volatility Indices - A review (Revisão sobre IVI – tradução nossa)*. Os autores deste

último trabalho, verificaram que os IVI contêm informação sobre a volatilidade futura além da que está contida na volatilidade histórica.

Para desenvolvimento dos temas referidos, esta dissertação encontra-se organizada em cinco partes. Na primeira parte, é tratado o conceito de opções financeiras, desenvolvendo os aspectos teóricos que estão directamente relacionados com este assunto. Nesta primeira parte, existe também uma componente prática que passa pela apresentação e explicação de alguns modelos de valorização de opções. A segunda parte, é dedicada à volatilidade e aos conceitos ligados à mesma. Na terceira parte tratam-se os IVI e na quarta parte, parte prática, analisam-se os mesmos, através da elaboração e comparação de gráficos, e também através da realização de teste estatísticos. Na quinta e última parte, resumem-se as principais conclusões que se tiram desta dissertação.

1 - Opções Financeiras

Nesta primeira parte da dissertação faz-se um enquadramento de como surge a VI e qual a sua importância. Como ponto de partida, aborda-se o que são as opções financeiras e um dos modelos de valorização das mesmas - *Black-Scholes* - uma vez que é daí que se irá extrair o objecto de estudo deste trabalho. Este enquadramento abrange o significado de opções financeiras, os tipos de opções que existem, a importância e as principais características das opções financeiras, o modelo de valorização *Black-Scholes* e as variáveis que o compõem.

1.1 – Instrumentos financeiros derivados

Os instrumentos financeiros derivados são instrumentos de mercado que têm por base uma relação contratual. O valor dos derivados depende do valor de um activo, denominado de activo subjacente, que pode ser qualquer activo que se queira proteger: contratos de seguros, acções, matérias-primas, taxas de juro, entre outros. A relação contratual que existe, pode gerar um direito de trocar activos ou passivos financeiros, em condições potencialmente favoráveis, ou uma obrigação de trocar activos ou passivos financeiros em condições potencialmente desfavoráveis, de acordo com o parágrafo AG16, da IAS 32.

Um instrumento financeiro derivado é um contrato que se caracteriza pelo seguinte (parágrafo 9, das IAS 39):

- o seu valor altera-se em consequência de mudanças numa dada variável de mercado (resultam/derivam de alterações noutros activos), como por exemplo taxa de juro, taxa de câmbio, preço de uma mercadoria, preço de instrumento financeiro;
- não é necessário um investimento inicial;
- é liquidado numa data futura.

Os *forwards*, *futuros*, *opções* e *swaps* são alguns dos mais importantes tipos de instrumentos financeiros derivados que existem. Os *forwards* são contratos para uma transacção de compra ou venda, num momento futuro, em que as partes envolvidas têm de cumprir as condições acordadas sem poderem fechar a posição antes da data que foi

definida. Os futuros são contratos, entre duas partes, para compra ou venda de um activo ou instrumento financeiro, num momento futuro (data de vencimento) e por um preço certo e determinado. As opções são contratos pelos quais a parte compradora detém um direito, mas não uma obrigação, de comprar ou vender um activo financeiro a um preço contratado, numa data previamente estabelecida, ou em qualquer momento até essa data. Por fim, os *swaps* são contratos, entre duas partes, para efectuar troca de fluxos de tesouraria no futuro, em que existe um banco intermediário (*swap dealer*). Estes instrumentos derivados têm em comum uma mesma finalidade: defender o valor dos activos financeiros que se querem proteger.

QUADRO 1.1: PRINCIPAIS INSTRUMENTOS DERIVADOS

Instrumento Derivado	Intervenientes	Investimento inicial	Período	Aplicação
Forwards	Existe o risco de não cumprimento do contrato, uma vez que é um acordo entre particulares.	Não é exigido nenhum pagamento inicial.	São contratos a prazo, em que nenhuma das partes pode fechar a posição antes da data acordada.	Valorização ou desvalorização de moeda estrangeira face à moeda doméstica.
Futuros	São contratos realizados em bolsa. Não existe o risco de não cumprimento, pois a bolsa é a verdadeira parte oposta através do depósito inicial/reforços que exige.	É exigido o depósito de uma margem inicial para cobrir as primeiras alterações de valor. Posteriormente tem de se assegurar uma margem de referência/manutenção.	Data de vencimento.	Mercadorias e matérias-primas, acções, taxas de juro e divisas.
Opções	Existe o comprador e o vendedor. A parte vendedora tem uma posição de sujeição face ao direito (mas não obrigação) da parte compradora de comprar ou vender o activo subjacente à opção.	Preço da opção (prémio).	Data determinada.	Acções.
Swaps	Acordo entre duas partes, com a intervenção de um banco intermediário - <i>swap dealer</i> .	Não existe investimento inicial, mas é necessário fazer um conjunto de pagamento de juros nas datas definidas.	Número de pagamentos acordados.	Protecção da taxa de juro - <i>interest rate swap</i> .

Fonte: Elaboração própria

O quadro 1.1 resume as principais características dos instrumentos derivados anteriormente mencionados. É importante referir que estes instrumentos derivados podem ser aplicados noutras situações que não apenas as que se exemplificam no quadro 1.1 (apresentam-se as mais comuns).

Uma vez esclarecido o que são instrumentos financeiros derivados e quais os principais tipos, nos pontos seguintes aborda-se, em maior detalhe, as opções financeiras.

1.2 – Opções financeiras: tipos, importância e características

Como já foi referido, as opções financeiras constituem um instrumento financeiro derivado e

são contratos pelos quais o seu possuidor ou titular tem um direito, mas não uma obrigação, de comprar ou de vender um determinado activo subjacente.

(D. Ferreira, 2009;60)

O primeiro mercado de opções foi criado em 1973 na CBOE. As opções são uma estratégia financeira, em que o titular da opção detém um direito, que pode ou não ser exercido. Pretende-se, com a utilização de opções financeiras, proteger um activo que é importante para o investidor. De um modo geral, uma opção financeira é um direito de executar uma acção, como por exemplo diferir, expandir, manter ou abandonar um projecto durante um determinado período de tempo, período esse que corresponde à “vida da opção”.

As opções financeiras podem dividir-se em opções de compra (*call options*) e opções de venda (*put options*). O titular de uma opção de compra tem o direito, mas não a obrigação, de comprar acções (admitindo que o activo em causa são acções) de uma determinada empresa, emitidas ou a emitir, por um preço pré-definido (prémio) na data de vencimento da opção ou até à data de vencimento. O titular de uma opção de venda tem o direito, mas não a obrigação, de vender acções de uma determinada empresa, emitidas ou a emitir, por um preço pré-definido (prémio) na data de vencimento da opção ou até à data de vencimento.

As opções financeiras podem ainda dividir-se em função do momento em que podem ser exercidas (de acordo com o que for estabelecido no contrato):

- direito exercido na data de vencimento da opção – opção de tipo europeu;
- direito exercido até à data de vencimento da opção – opção de tipo americano.

Esta matéria pode ter utilizada para a avaliação de empresas, projectos de negócio a desenvolver ou para a avaliação de instrumentos financeiros. No âmbito da avaliação de empresas ou projectos de negócio, as opções podem ser uma alternativa quando os indicadores tradicionais se revelam insuficientes. Por exemplo, indicadores¹ como o VAL (valor actual líquido), TIR (taxa interna de rentabilidade) e PAY-BACK (prazo de recuperação do investimento) têm uma natureza estática, uma vez que não incorporam flexibilidade. Ao analisar-se um projecto de investimento, o seu valor pode aumentar se existir a possibilidade de crescimento ou expansão, com perspectivas futuras positivas, o que não é possível verificar se se recorrer apenas aos métodos comuns. Este tipo de análise também coloca em aberto possibilidades de diferimento (determinar qual o melhor momento para investir), abandono (quando é ou se é aconselhável abandonar o projecto, podendo assim reduzir-se os custos de saída) e mudança (o melhor momento para investir numa mudança). Este tipo de avaliação entra no campo das opções reais.

Sendo uma opção financeira um acordo contratual, existem sempre duas partes: compradora e vendedora. Cada uma destas partes assume uma posição, consoante seja o comprador/vendedor da opção de compra/venda:

- posição longa;
- posição curta.

O comprador/vendedor, que esteja numa posição longa, ganha sempre que a cotação de um determinado activo subir. Por outro lado o comprador/vendedor, que esteja numa posição curta, ganha sempre que a cotação de um determinado activo descer. Podem verificar-se quatro situações na transacção de opções de compra ou de venda.

¹ Para desenvolvimento deste tema consultar *Princípios de Gestão Financeira* de C. Menezes.

QUADRO 1.2: REPRESENTAÇÃO DAS QUATRO SITUAÇÕES BÁSICAS COM OPÇÕES

Tipos de Opções	Comprador	Vendedor
Call Option	Posição longa	Posição curta
Put Option	Posição longa	Posição curta

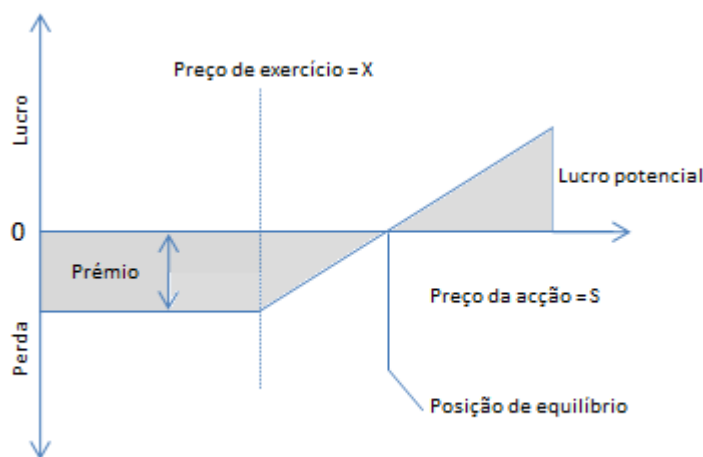
Fonte: Opções Financeiras de D.Ferreira (2009; 61)

➤ Compra de opção de compra

Esta estratégia é bem sucedida se forem seleccionados activos cuja cotação irá subir e o tempo certo para a transacção. Assim os investidores têm de decidir, adequadamente, quanto ao activo subjacente à opção, preço a contratar e a data de vencimento. A conjugação destes factores conduzirá a uma maior ou menor rendibilidade.

O investidor adquire uma opção de compra pagando um prémio no momento do contrato. Passa assim a ser o titular da opção de compra, tendo o direito de comprar o activo subjacente ao preço de exercício que foi contratado. Isto significa que os lucros serão tanto maiores quanto maior for a subida na cotação do activo, poi estará a comprar por x algo que vale $x+I$, por exemplo. A opção só não será exercida se o preço de mercado não for igual ou superior ao preço de exercício. Neste caso, o comprador perde o direito de exercer a opção de compra e o prémio que foi pago ao vendedor.

FIGURA 1.1: GRÁFICO REPRESENTATIVO DA POSIÇÃO DE COMPRA DE UMA OPÇÃO DE COMPRA

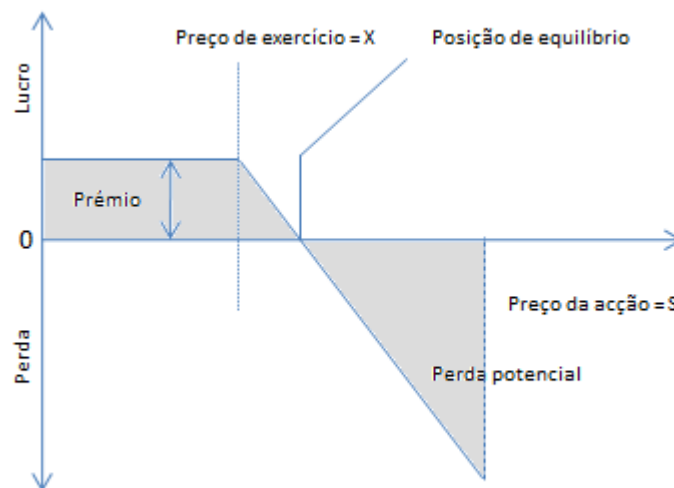


Fonte: Opções Financeiras de D.Ferreira (2009; 62)

➤ Venda de opção de compra

O investidor vende opções de compra recebendo o valor do prémio no momento inicial do contrato. Caso o titular da opção de compra queira exercer o seu direito de comprar ao preço de exercício acordado, o vendedor tem a obrigação de vender a esse preço. Isto significa que os lucros são tanto menores quanto maior for a subida na cotação do activo, pois terá de vender por x aquilo que lhe custou $x+I$, por exemplo.

FIGURA 1.2: GRÁFICO REPRESENTATIVO DA POSIÇÃO DE VENDA DE UMA OPÇÃO DE COMPRA

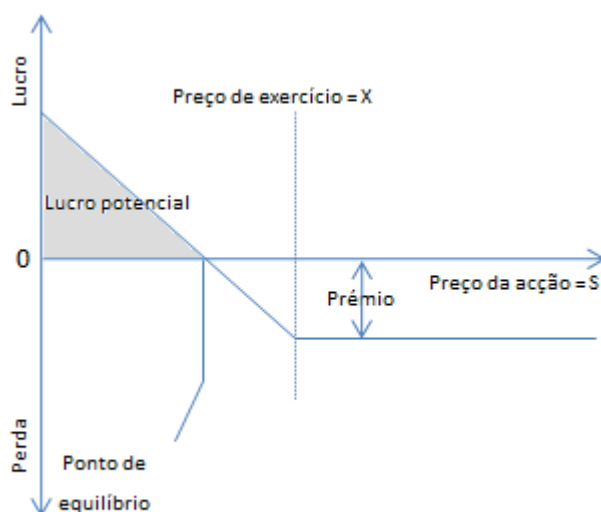


Fonte: Opções Financeiras de D.Ferreira (2009; 63)

➤ Compra de opção de venda

Neste caso, o investidor adquire uma opção de venda pagando um prémio no momento do contrato. Passa assim a ser o titular da opção de venda, tendo o direito de vender o activo subjacente ao preço de exercício contratado. Isto significa que os seus lucros serão tanto maiores, quanto maior for a descida na cotação do activo, pois estará a vender por x algo que vale $x-I$, por exemplo.

FIGURA 1.3: GRÁFICO REPRESENTATIVO DA POSIÇÃO DE COMPRA DE UMA OPÇÃO DE VENDA

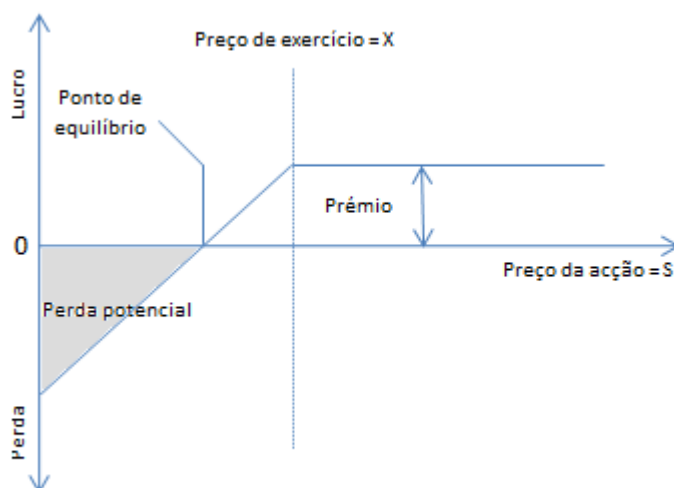


Fonte: Opções Financeiras de D.Ferreira (2009; 65)

➤ Venda de opção de venda

O investidor vende opções de venda pagando um prêmio no momento do contrato. Se o titular da opção de venda quiser exercer o direito de vender ao preço de exercício acordado, o investidor tem a obrigação de comprar a esse preço. Isto significa que os lucros serão tanto maiores quanto maior for a subida na cotação do activo.

FIGURA 1.4: GRÁFICO REPRESENTATIVO DA POSIÇÃO DE VENDA DE UMA OPÇÃO DE VENDA



Fonte: Opções Financeiras de D.Ferreira (2009; 67)

Como resumo apresenta-se o quadro 6, onde se distinguem as obrigações e os direitos, do comprador e vendedor, numa transacção de compra ou venda de uma opção.

QUADRO 1.3: POSIÇÃO DE COMPRA VS POSIÇÃO DE VENDA

Compra / Venda de Opções	Comprador / Vendedor
Compra de opção de compra	Investidor tem o direito de comprar. Vendedor tem obrigação de vender.
Compra de opção de venda	Investidor tem obrigação de vender. Comprador tem direito de comprar.
Venda de opção de compra	Vendedor tem obrigação de vender. Investidor tem direito de comprar.
Venda de opção de venda	Vendedor da opção tem obrigação de comprar. Vendedor do activo tem o direito de vender.

Fonte: Elaboração própria

Depois de se verificar em que consiste uma opção financeira, que tipos existem, como podem ser exercidos os direitos que lhe estão associados e qual a sua finalidade, é possível compreender a importância que tem a adequada valorização das opções.

Os investidores, que utilizam este tipo de instrumento financeiro, pretendem transferir para outra parte os riscos que estão associados aos seus investimentos e daí procurarem fazê-lo pelo menor valor possível. Assim sendo, é muito importante que o prémio a pagar pela opção de compra/venda esteja bem valorizado, pois caso o direito não seja exercido (na data de vencimento da opção ou até à data de vencimento, consoante seja uma opção tipo europeu ou tipo americano) esse valor não é recuperável e o investidor perde o direito de exercer a opção. Alguns modelos para valorizar e avaliar o prémio a pagar pelas opções são abordados no ponto seguinte.

É ainda importante referir os factores que exercem maior influência no preço das opções²:

- preço do activo subjacente;
- preço de exercício;
- tempo até ao termo;
- taxas de juro;
- volatilidade, variabilidade ou dispersão das cotações;
- dividendos distribuídos.

Em função do preço de exercício e do valor de mercado, as opções financeiras podem também classificar-se numa das seguintes situações:

- ITM (*in-the-money*);
- ATM (*at-the-money*);
- OTM (*out-of-the-money*).

No quadro 3 apresentam-se as situações que se podem verificar para *calls* e *puts* quando o valor de mercado é superior, igual ou inferior ao preço de exercício. A diferença entre estes dois valores representa o valor intrínseco de uma opção, isto é, o resultado que o seu possuidor pode obter se optar pelo exercício imediato - valor mínimo da opção (D. Ferreira, 2009; 69).

² “Opções Financeiras”, de Domingos Ferreira (2009; 75).

QUADRO 1.4: SITUAÇÕES BÁSICAS DO VALOR INTRÍNSECO DE UMA OPÇÃO

	IN-THE-MONEY	AT-THE-MONEY	OUT-OF-THE-MONEY
CALL OPTION	$S > X$	$S = X$	$S < X$
PUT OPTION	$S < X$	$S = X$	$S > X$

Fonte: Opções Financeiras de D. Ferreira (2009; 71)

Como já foi referido, uma opção de compra ganha quando os preços de mercado sobem pois o possuidor da opção de compra poderá comprar por dez um activo com um preço de mercado igual a 15. Isto significa que a diferença ($S - X$) é positiva, logo a opção encontra-se ITM. Quando o preço de mercado iguala o preço de exercício, o valor intrínseco ($S - X$) será zero, dizendo-se que a opção está ATM. Caso o preço de mercado seja inferior ao preço de exercício, ($S - X$) será uma diferença negativa pois o activo pode ser adquirido por um preço superior (X) ao que o mercado lhe atribui (S). De acordo com a definição de opção de compra, o detentor da opção não é obrigado a comprar, pelo que o valor intrínseco não pode ser inferior a zero.

Por outro lado, têm-se as opções de venda que ganham quando os preços descem, uma vez que o possuidor da opção de venda poderá vender por 15 um activo com um preço de mercado igual a 10. Isto significa que a diferença ($X - S$) é positiva, logo a opção encontra-se ITM. Quando o preço de mercado iguala o preço de exercício, o valor intrínseco ($X - S$) será zero, dizendo-se que a opção está ATM. Caso o preço de mercado seja superior ao preço de exercício, ($X - S$) será uma diferença negativa pois o activo pode ser vendido por um preço inferior (X) ao que o mercado lhe atribui (S). De acordo com a definição de opção de venda, o detentor da opção não é obrigado a vender, pelo que o valor intrínseco não pode ser inferior a zero.

1.3 – Modelos de valorização de opções financeiras

Desde 1900 até 1973, foram vários os autores que contribuíram para o desenvolvimento de um modelo que permitisse a valorização de opções financeiras. No quadro 1.5

apresenta-se o contributo de alguns dos modelos desenvolvidos, bem como, limitações inerentes às suas formulações.

O modelo com maior impacto, e que constituiu um ponto de partida para a formulação de outros modelos, foi desenvolvido em 1973 por *Fischer Black* e *Myron Scholes*, tendo sido designado por *Black-Scholes*³. A ideia base deste modelo é a construção de uma carteira, com opções e um activo subjacente, que pode ser ajustada no tempo, sendo a sua rendibilidade certa e conhecida em qualquer momento. Pressupõe-se que a carteira não tem risco associado, sendo a rendibilidade igual à taxa de juro dos activos sem risco, e que o preço da opção é calculado admitindo que não existe arbitragem no mercado.

QUADRO 1.5: REFERÊNCIAS NO ESTUDO DAS OPÇÕES ENTRE 1900 E 1979

ANO/AUTORES	CONTRIBUTO NA ÁREA DAS OPÇÕES	CONSTRANGIMENTOS
ANO 1900: BACHELIER	Teoria da especulação descrevendo conceitos que se tornaram fundamentais no estudo dos mercados, entre os quais que os mercados e os preços não têm memória e por isso se movem aleatoriamente (passeio aleatório -	O modelo possibilita valores negativos para o activo subjacente e que as opções tenham valor superior ao do próprio activo.
ANO 1931: KOLGOMOROV	Modelo padrão que permitiu resolver equações na teoria das finanças: equação regressiva.	-
ANO 1961: SPRENKLE	Adoptou a distribuição log-normal para o preço do activo subjacente, eliminando o problema dos preços negativos.	A taxa média de crescimento do activo subjacente e o grau de aversão ao risco eram impossíveis de estimar.
ANO 1964: BONESS	Introduziu a taxa de juro no modelo de avaliação.	O modelo ignora o impacto de diferentes níveis de risco no preço do activo e da opção.
ANO 1965: SAMUELSON	Teve em conta as diferenças de características existentes entre o risco do preço da opção e do activo subjacente.	O preço do activo segue um movimento com crescimento positivo.
ANO 1969: KASSOUF SAMUELSON-MERTON	As avaliações obtidas com o modelo de Kassouf são mais ajustadas para prazos longos. Samuelson e Merton, derivaram um modelo em que as taxas de crescimento esperadas para o preço da opção e do activo subjacente são determinadas através da combinação de uma distribuição de probabilidade com uma função	O modelo de Kassouf não produz simulações de valores médios, pelo que não constitui um método de avaliação racional de opções.
ANO 1973: BLACK-SCHOLES	Este modelo depende apenas de parâmetros observáveis e pressupõe que as cotações dos activos subjacentes variam de forma contínua e aleatória.	Não se adapta às puts americanas.
ANO 1979: COX-ROSS-RUBINSTEIN	Desenvolveram o modelo binomial (ou CCR), em que as alterações no preço de um activo subjacente são representados numa árvore de decisão binomial (admite subidas e descidas na cotação do activo).	Elaboração mais demorada, no entanto com as técnicas informáticas esse problema é diminuído.

Fonte: Elaborado com informação contida no livro *Opções Financeiras* de D. Ferreira (2009)

³ D. Ferreira, 2009 apu “The Pricing of Options and Corporate Liabilities”, *Journal of Political Economy*, 1973.

O modelo *Black-Scholes* assenta nos seguintes pressupostos:

- as variações das cotações durante o tempo de vida da opção seguem uma distribuição normal;
- volatilidade constante no curto prazo: a volatilidade mede o grau de incerteza que existe quanto às alterações que podem ocorrer no preço de um activo. *Black-Scholes* admitiram que a volatilidade seria constante no curto prazo;
- é possível obter e conceder empréstimos a uma taxa de rendimento sem risco⁴ que se mantém constante durante o tempo de contrato da opção;
- não existem custos de transacção;
- não há lugar ao pagamento de dividendos durante o contrato;
- não existem restrições à existência de *short selling*⁵;
- não existem oportunidades para a arbitragem⁶;
- a opção só pode ser exercida na data de vencimento (só funciona com opções tipo europeu).

⁴ Este conceito implica não existir o risco de incumprimento por parte do devedor. No entanto existem outros riscos associados como o risco de mercado (alteração nas taxas de mercado) e o risco de liquidez (risco de não se conseguir vender o activo, no curto prazo, sem incorrer em custos significativos).

⁵ *Short selling* significa vender um activo que pertence a uma terceira parte, com a intenção de comprar um outro activo semelhante que será devolvido ao originador.

⁶ Arbitragem significa tirar proveito da diferença de preços, de um dado activo, que se verifica entre dois ou mais mercados: comprando no mercado mais barato e vendendo no mercado mais caro, o lucro será a diferença.

Com base nestes pressupostos, *Black-Scholes* chegaram às seguintes fórmulas para o cálculo de uma *call option* e de uma *put option*, respectivamente⁷:

$$c(S,X,t) = S.N(d_1) - X e^{-rt} .N(d_2)$$

$$p(S,X,t) = X e^{-rt} .N(-d_2) - S.N(-d_1)$$

com:

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)t}{\sigma \sqrt{t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/X) + (r - \sigma^2/2)t}{\sigma \sqrt{t}}$$

- $N(d_j)$ = função de distribuição de probabilidade acumulada de uma variável normal estandardizada com média igual a zero e desvio-padrão igual a um;
- $X.e^{-rt}$ = valor actual do preço de exercício utilizando o regime de capitalização contínua;
- c = prémio da *call option*;
- p = prémio da *put option*;
- X = preço de exercício;
- S = preço de mercado ou corrente do activo;
- t = tempo de vida da opção, apresentado como uma percentagem do ano;
- σ = volatilidade dos preços do activo subjacente, medida como o desvio padrão anualizado instantâneo dos rendimentos desse activo subjacente;
- \ln = logaritmo natural;
- r = taxa de rendimento sem risco anualizada no regime de capitalização contínua.

⁷ “Opções Financeiras”, de Domingos Ferreira (2009; 121).

Os coeficientes, $N(d_1)$ e $N(d_2)$, representam duas probabilidades, sendo que $N(d_1)$ traduz o número de opções que é necessário vender por cada unidade do activo subjacente e $N(d_2)$ traduz a probabilidade de a opção de compra (europeia) ser exercida na data de vencimento.⁸

Ainda em 1973, Robert Merton apresentou um modelo alternativo ao modelo *Black-Scholes* para os casos, de opções tipo europeu, com pagamento contínuo de dividendos (constantes) durante o período de contrato da opção. Este autor considera duas situações para o exercício de opções tipo americano:

- sem distribuição de dividendos - não se justifica o exercício antecipado da opção, pois o seu valor será igual ao de uma opção tipo europeia;
- com distribuição de dividendos - o valor do activo diminui após a distribuição de dividendos, pelo que será preferível exercer a opção, adquirir o activo e receber os dividendos.

A formalização do modelo *Black-Scholes-Merton* é a seguinte:

$$c(S, X, t) = e^{-dt} S.N(d_1) - e^{-rt} X.N(d_2)$$

com:

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r - d + \sigma^2/2) t}{\sigma \sqrt{t}}$$

Introduz-se d para ajustar o valor de mercado do activo pelos dividendos (d representa a taxa de dividendo). O modelo *Black-Scholes* pode ser utilizado para o caso de distribuição de dividendos discretos, no entanto é necessário ajustar o valor de mercado do activo (S).

No ponto 2 introduz-se um exemplo de utilização do *Black-Scholes*, cujos dados servem também para a determinação da VI.

⁸ “Opções Financeiras”, de Domingos Ferreira (2009; 123).

O modelo binomial ou de Cox-Ross-Rubinstein surgiu em 1979 e funciona com os dois tipos de opções: europeias e americanas. Este modelo assume que no final de cada período existe a probabilidade p de o preço subir e a probabilidade $1-p$ de o preço descer. Tem como parâmetros fundamentais:

- coeficiente de subida u ;
- coeficiente de descida d .
- probabilidade de o preço subir p ;
- probabilidade de o preço descer q ($1-p$);

Estes parâmetros são representados pelas seguintes expressões:

- $u = e^{(\sigma * \sqrt{t/n})}$
- $d = 1/u$
- $p = [(e^{(rd-rt)(t/n)} - d) / (u - d)]^9$
- $q = 1 - p$

Além da importância dos modelos anteriormente mencionados, no que respeita à valorização das opções, no ponto seguinte abordam-se as *greeks*.

1.4 – As *Greeks* e a sua influência na valorização das opções

As *greeks* são medidas que traduzem a sensibilidade de um derivado, neste caso das opções, face a alterações nos parâmetros dos quais depende o valor do instrumento. É utilizada a designação de *greeks* pois representam letras no alfabeto grego.

Estas medidas de sensibilidade são ferramentas fundamentais para a gestão do risco, pois cada uma delas mede a sensibilidade do valor da opção, relativamente a uma pequena mudança num dos seus componentes: preço do activo subjacente, volatilidade, tempo e taxa de juro. Nestas análises, e de acordo com o factor que se pretende estudar,

⁹ O factor n representa o número de períodos.

assume-se que apenas um dos factores se altera e os restantes mantêm-se constantes. São úteis para quem negocia instrumentos derivados, especialmente para quem pretende proteger as suas carteiras de investimentos de mudanças adversas que possam ocorrer nos mercados.

O conjunto de greeks, que são utilizadas como método de cobertura, é o seguinte:

- (1) delta;
- (2) gamma;
- (3) vega;
- (4) volga;
- (5) theta;
- (6) rho.

1.4.1 – Delta (Δ)

O delta representa a sensibilidade (taxa) do valor da opção em relação a uma pequena alteração no preço do activo subjacente, assumindo que as restantes variáveis se mantêm constantes.

O delta será um número entre 0 e 1 para uma opção de compra e, entre -1 e 0 para uma opção de venda:

- opção de compra $0 \leq \Delta \leq 1$;

- opção de venda $-1 \leq \Delta \leq 0$.

Estes valores são apresentados como uma percentagem do número total de acções representadas pelo contrato de opção. Por exemplo, uma opção de compra que tenha um delta de 0,25 significa que um aumento de 1,00 € no preço do activo subjacente, aumentará 0,25 € no preço da opção.

Um delta positivo significa que o valor da opção aumenta com subidas no preço do activo subjacente e diminui com descidas no preço do mesmo. Por outro lado, um delta negativo significa que o valor da opção diminuirá com subidas no preço do activo subjacente e aumentará com as descidas (relação negativa).

No modelo *Black-Scholes* o delta é representado pela probabilidade $N(d_1)$, sendo que para as *calls* é positivo, pois existe uma relação positiva entre o valor da opção e o preço do activo subjacente, e para as *puts* é negativo, pois existe uma relação negativa entre o preço da opção e o preço do activo subjacente.

Esta medida de sensibilidade é influenciada por¹⁰:

- preço de mercado/cotação do activo subjacente (S) e preço de exercício (X);
- variações na volatilidade e no tempo até à maturidade;
- variações no preço do activo subjacente.

1.4.2 – *Gamma* (Γ)

O *gamma* – taxa de variação do *delta* – mede a variação que ocorre no *delta* sempre que se verifiquem alterações no preço do activo subjacente. Esta medida é importante pois permite corrigir a convexidade do valor (curvatura de como o preço de uma obrigação varia com as alterações da taxa de juro). Um *gamma* positivo traduz uma relação positiva entre as alterações no preço do activo subjacente e o delta da opção.

1.4.3 – *Vega* (v) e *Volga*

O *vega* mede a sensibilidade do preço da opção quando ocorrem alterações na volatilidade implícita. É expresso como o montante (por acção) que o valor da opção irá ganhar, ou perder, quando a volatilidade subir, ou descer, 1%.

¹⁰ “Opções Financeiras”, de Domingos Ferreira (2009; 318, 319, 321).

O *vega* pode ser muito importante na orientação de um *option trader* (negociador de opções - tradução nossa), principalmente em mercados muito voláteis, pois algumas estratégias com opções podem ser particularmente sensíveis a alterações na volatilidade.

Para um *vega* de, por exemplo, 0,375662, quando a volatilidade subir um ponto o preço da opção sobe 0,375662, pelo que uma subida de 1% na volatilidade implica que o preço da opção passe de 10 para $10 + 0,01 \times 0,375662$. No caso de uma descida de 1% na volatilidade, o valor da opção passará de 10 para $10 - 0,01 \times 0,375662$.

Assim, pode dizer-se que aumentos na volatilidade causam aumentos no valor das opções e vice-versa.

O *volga* representa a taxa de variação do *vega* face a alterações na volatilidade. Representa assim a segunda derivada da opção em relação a uma alteração na volatilidade e a primeira derivada do *vega* em relação a uma alteração na volatilidade.

1.4.4 – *Theta* (θ)

O *theta* mede a sensibilidade do valor de uma opção em relação ao tempo que falta até à maturidade (variação do tempo). Vem expresso em valor por ano (valor/ano).

Para *thetas* positivos o valor da opção aumenta à medida que o tempo passa, enquanto que para *thetas* negativos verifica-se o inverso. Desta forma, é preferível comprar opções com maiores vencimentos.

Este parâmetro é útil para planear transacções futuras e os seus custos, mas não é utilizado como um parâmetro de cobertura de risco.

1.4.5 – *Rho* (ρ)

O *rho* mede a sensibilidade do valor da opção face a alterações na taxa de juro aplicável.

Das medidas de sensibilidade do valor da opção aqui introduzidas, o *rho* é a menos utilizada pois o valor de uma opção é menos sensível a alterações nas taxas de juro,

dado serem mais estáveis do que o preço do activo subjacente ou a volatilidade implícita.

Assim como o *theta*, o *rho*, não é utilizado para cobertura de risco com opções, mas sim para análise de variação das opções relativamente a variações que possam ocorrer nas taxas de juro.

Apresentado o conceito de opções financeiras, alguns dos seus modelos de valorização, e a importância da mesma, é altura de entrar no ponto 2, onde se aborda a volatilidade implícita.

2 – Volatilidade

A volatilidade é um aspecto de grande importância na área das opções, pois é fundamental para que estas sejam correctamente valorizadas.

No ponto anterior foi referido que a volatilidade é uma das variáveis que compõe o modelo de valorização de opções *Black-Scholes*, sendo a única que não é observável.

A VI é a volatilidade que está implícita num dado preço de mercado de uma opção, utilizando um modelo de valorização de opções. Assumindo que o mercado é eficiente e o modelo de valorização é válido, a VI deveria ser uma previsão eficiente e não enviesada da volatilidade futura, para o restante tempo de vida da opção (*Li e Yang, 2008*).

A relação entre a VI e volatilidade efectiva, constitui um teste conjunto à eficiência do mercado e à aplicabilidade do modelo de valorização. *Latane e Rendleman*, utilizaram os preços de fecho das opções e acções de 24 empresas, cujas opções eram comercializadas na Bolsa de Chicago (CBOE). Concluíram que a VI supera a volatilidade histórica no que respeita à previsão da volatilidade futura.

Day e Lewis, examinaram as opções do índice S&P 100 (OEX opções), entre 1983 e 1989, verificando que a VI não continha mais informação do que a volatilidade histórica, sobre a volatilidade futura.

Para responder às diferentes conclusões que surgiram, *Jorion* (1995) sugeriu duas explicações: os testes realizados contêm erros ou as opções de mercado não são eficientes.

Este autor concluiu que a VI é uma previsão eficiente, mas enviesada da volatilidade futura. *Fleming*, utilizando o índice de opções S&P 100, para o período de análise entre 1985 e 1992, verificou que a VI tem maior poder de previsão, em relação à volatilidade efectiva, do que a volatilidade histórica. Ou seja, a volatilidade histórica pode conter parte da informação da qual será, efectivamente, a volatilidade futura.

2.1 – Tipos de volatilidade

A volatilidade pode ser histórica ou estatística, implícita, previsional ou futura. A volatilidade histórica, ou estatística, mede as variações nos preços que ocorreram no passado e é calculada pelo desvio-padrão das variações logarítmicas desses preços.

$$\ln \left[\frac{P_t}{P_{t-1}} \right] = \ln (P_t) - \ln (P_{t-1})$$

O valor que se obtém desta expressão é introduzido na fórmula do modelo *Black-Scholes* e, o preço da opção que daí advém é uma consequência.

A volatilidade histórica é pouco exacta para estimar a volatilidade futura pois, de um modo geral, o preço da opção que se obtém é diferente do preço de mercado, o que pode pôr em questão a validade dos modelos de valorização de opções. A resposta para esta diferença reside na VI: diferença entre a volatilidade histórica e a volatilidade que o mercado atribui às condições inerentes às opções, num dado momento.

O processo para obter a VI é o inverso ao que se utiliza para obter a volatilidade histórica, uma vez que é utilizado o preço da opção como *input* no modelo de valorização. Com esta aproximação é possível saber o que o mercado pensa sobre um activo num dado momento e fazer comparações entre os preços das opções em diferentes maturidades.

2.2 – Volatilidade histórica ou estatística

Quanto maior for a volatilidade, maior é a incerteza, o valor do tempo¹¹ e o prémio da opção.

A volatilidade é a única variável dos modelos de valorização que não é directamente observável, tendo de ser estimada:

$$\text{Desvio-padrão} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

- n = número de observações;
- x_t = logaritmo natural de quociente entre duas cotações sucessivas: $\ln (P_t / P_{t-1})$;
- \bar{x} = média aritmética de x_t .

Este método de cálculo da volatilidade, apesar de simples, implica que se obtenha diariamente a cotação de fecho do activo em estudo. Utilizando valores diários, obtém-se a volatilidade diária, pelo que é necessário anualizar o resultado obtido. Isto é, multiplicando o resultado anterior pelo valor da raiz quadrada do número de dias em que houve transacções (E. Duarte, 2007).

A volatilidade histórica tem como limitação, na previsão de valores futuros, o facto de que os valores históricos dificilmente se repetirão. No entanto, é relevante na previsão de valores futuros, uma vez que contribui para a formação de expectativas.

¹¹ O valor do tempo é a diferença entre o valor da opção e o seu valor intrínseco.

2.3 – Volatilidade implícita

Como já foi referido, a VI traduz aquilo que o mercado pensa sobre um activo em determinado momento. O preço da opção é o *input* e a volatilidade o *output*, do modelo de valorização.

Existe uma forte correlação entre o preço das opções e a VI sendo que, se a VI aumenta, o preço da opção também aumenta. O valor da VI está em constante mudança, o que se pode constatar comparando os valores de fecho de dias consecutivos.

É importante conhecer os valores da VI e da volatilidade histórica, pois com isso podem-se realizar estratégias com base nos diferenciais de prémios.

Se o preço de uma opção for calculado com base na volatilidade histórica e, se se verificar que o preço de mercado é diferente (assumindo que as restantes variáveis se mantêm constantes), pode concluir-se que esta diferença se deve à volatilidade.

De seguida e, através de um exemplo retirado do livro *Opções Financeiras*, de Domingos Ferreira, demonstra-se como calcular o preço de uma opção através do modelo *Black-Scholes* (manualmente e utilizando a aplicação *Option!*) e como calcular a VI utilizando o comando *Goal Seek*, do Excel.

Para cálculo do preço da opção de compra utilizar-se-ão as fórmulas apresentadas no ponto 1.3 e os dados do quadro 2.1.

➤ Cálculo de d_1

$$d_1 = \frac{\ln(11,83/12,60) + (0,02823 + 0,361^2/2) * 21/365}{0,361 \sqrt{(21/365)}}$$

$$d_1 = -0,666181179$$

➤ **Cálculo de d_2**

$$d_2 = \frac{\ln(11,83/12,60) + (0,02823 - 0,361^2/2)}{0,361\sqrt{21/365}}$$

$$d_2 = -0,752771713$$

➤ **Cálculo de $N(d_1)$ e $N(d_2)$**

Estas probabilidades podem ser determinadas, através do Excel, utilizando a fórmula *Normsdist*:

$$N(d_1) = \text{Normsdist}(-0,666181179)$$

$$N(d_1) = 0,253$$

$$N(d_2) = \text{Normsdist}(-0,752771713)$$

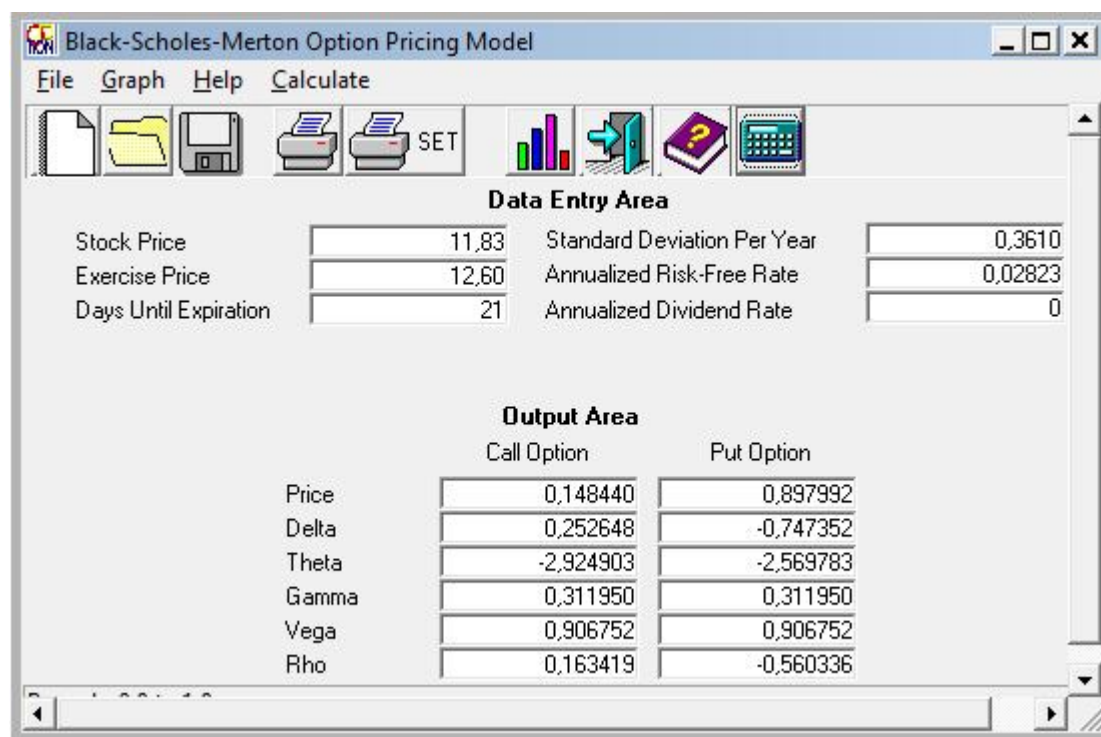
$$N(d_2) = 0,226$$

➤ **Cálculo do prémio da opção de compra**

$$c(11,83;12,60;21) = 11,83*0,253 - 12,6*e^{-0,02823*21/365}*0,226$$

$$c(11,83;12,60;21) = 0,148$$

Este procedimento deve ser repetido para todas as linhas do quadro 2.1. Como alternativa, poderá ser utilizada a aplicação *Option!*, em que, apenas com a introdução dos dados de base, é devolvido o valor do prémio da opção de compra e da opção de venda.



QUADRO 2.1: VOLATILIDADE IMPLÍCITA VS VOLATILIDADE TEÓRICA E PRÉMIOS DAS OPÇÕES DE COMPRA

Nº dias até à maturidade	Preço exercício X	Spot S	Volatilidade teórica	Taxa de juro	N(d1)	N(d2)	Preço teórico (B/S)	Preço mercado	Volatilidade implícita
21	12,6	11,83	36,10%	2,823%	0,253	0,226	0,148	0,123	33,35%
21	12,6	11,81	36,10%	2,823%	0,246	0,220	0,143	0,123	33,88%
49	12,6	11,88	36,50%	2,823%	0,365	0,316	0,369	0,336	34,45%
21	12,6	11,85	36,10%	2,823%	0,259	0,232	0,154	0,110	31,19%
21	12,6	11,88	36,10%	2,823%	0,268	0,241	0,161	0,112	30,63%
49	12,6	11,88	36,50%	2,823%	0,365	0,316	0,369	0,320	33,46%
21	12,6	11,91	36,10%	2,823%	0,278	0,250	0,170	0,120	30,74%
21	12,6	11,82	36,10%	2,823%	0,250	0,223	0,146	0,106	31,49%
21	12,4	11,84	36,10%	2,823%	0,319	0,288	0,202	0,168	32,65%
21	12,4	11,82	36,10%	2,823%	0,312	0,282	0,196	0,146	30,98%
49	12,4	11,84	36,50%	2,823%	0,401	0,350	0,420	0,396	35,04%
21	12,4	11,85	36,10%	2,823%	0,322	0,292	0,206	0,168	32,35%
21	12,4	11,88	36,10%	2,823%	0,333	0,302	0,215	0,172	31,83%
21	12,4	11,86	36,10%	2,823%	0,326	0,295	0,209	0,172	32,45%
21	12,4	11,88	36,10%	2,823%	0,333	0,302	0,215	0,172	31,83%
49	12,4	11,84	36,50%	2,823%	0,401	0,350	0,420	0,372	33,48%
21	12,2	11,85	36,10%	2,823%	0,392	0,359	0,271	0,230	32,37%
21	12,2	11,84	36,10%	2,823%	0,388	0,356	0,267	0,230	32,71%
21	12,2	11,81	36,10%	2,823%	0,377	0,345	0,255	0,212	32,06%
21	12	11,89	36,10%	2,823%	0,482	0,448	0,368	0,340	33,59%
21	12	11,9	36,10%	2,823%	0,486	0,452	0,373	0,352	34,75%
140	12	11,9	34,70%	2,745%	0,547	0,461	1,030	0,940	31,62%
322	12	11,9	32,30%	2,644%	0,580	0,459	1,514	1,320	27,86%
21	12	11,9	36,10%	2,823%	0,486	0,452	0,373	0,330	32,29%
21	11,8	11,87	36,10%	2,823%	0,552	0,517	0,454	0,424	33,39%
21	11,8	11,87	36,10%	2,823%	0,552	0,517	0,454	0,440	33,92%
21	11,8	11,9	36,10%	2,823%	0,563	0,529	0,471	0,440	33,32%
21	11,8	11,89	36,10%	2,823%	0,560	0,525	0,466	0,428	32,76%
140	11,6	11,82	34,70%	2,745%	0,596	0,512	1,177	1,140	33,40%
231	11,6	11,87	33,50%	2,681%	0,612	0,507	1,480	1,376	30,63%
49	11,6	11,87	36,50%	2,823%	0,605	0,553	0,794	0,820	38,06%
21	11,6	11,9	36,10%	2,823%	0,639	0,607	0,585	0,560	33,79%
49	11,6	11,84	36,50%	2,823%	0,598	0,546	0,776	0,780	36,75%

Fonte: Opções Financeiras de D.Ferreira (2009; 379)

De seguida, e utilizando os dados do mesmo quadro, apresenta-se o comando *Goal Seek* do Excel, como uma ferramenta a utilizar na determinação da VI.

➤ *Goal Seek*

Para que esta ferramenta funcione devem ser introduzidas as fórmulas que são necessárias à determinação do preço da opção, de modo a que o processo esteja devidamente automatizado. Caso a inserção dos valores seja manual, este comando não funcionará por não ser possível associar a célula da volatilidade aos preços de mercado e teórico.

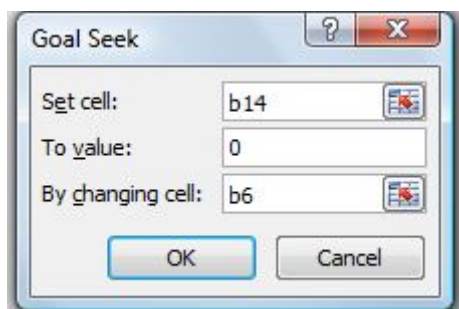
As etapas a seguir na utilização do *goal seek* são as seguintes:

1. inserir os dados base e as fórmulas de cálculo;
2. activar o comando, definir as células e dar ok;
3. verificar que o valor da volatilidade e o preço teórico se alteraram.

1.

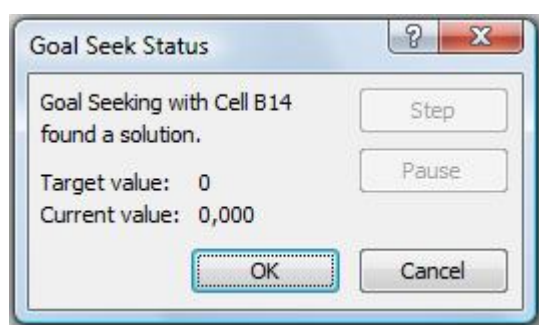
	A	B
1	Dados:	Fórmulas a inserir:
2	S	11,8
3	X	12,
4	t = 21/365	0,05753
5	r	2,823%
6	σ (teórica/implícita)	36,10%
7	d_1	-0,66618 (LN(\$B\$2/\$B\$3)+(\$B\$5+(POWER(\$B\$6;2)/2))*\$B\$4)/(\$B\$6*SQRT(\$B\$4))
8	d_2	-0,75277 (LN(\$B\$2/\$B\$3)+(\$B\$5-(POWER(\$B\$6;2)/2))*\$B\$4)/(\$B\$6*SQRT(\$B\$4))
9	N(d_1)	0,25 NORMSDIST(B7)
10	N(d_2)	0,22 NORMSDIST(B8)
11		
12	Preço (B/S)	0,14 B2*B9-B3*EXP(-B5*B4)*B10
13	Preço Mercado	0,12
14	Diferença (11-12)	0,02

2.



3.

	A	B
1	Dados:	
2	S	11,83
3	X	12,6
4	t = 21/365	0,057534
5	r	2,823%
6	σ (teórica/implícita)	33,40%
7	d_1	-0,726825
8	d_2	-0,806934
9	$N(d_1)$	0,234
10	$N(d_2)$	0,210
11		
12	Preço (B/S)	0,124
13	Preço Mercado	0,124
14	Diferença (11-12)	0,000



2.3.1 – Os sorrisos da volatilidade

Os sorrisos da volatilidade são formas gráficas que resultam da VI de opções com o mesmo activo subjacente e com a mesma data de vencimento, para os vários preços de exercício possíveis.

Só se consegue construir estes gráficos após determinar a VI para cada preço de exercício. Utilizando o modelo *Black-Scholes*, é possível avaliar a volatilidade de um activo introduzindo diferentes preços de mercado para as opções. Teoricamente, para opções com a mesma data de vencimento este modelo assume que a VI é a mesma, independentemente do preço de exercício que se utilize. No entanto, a VI que se obtém

é diferente para diferentes preços de exercício. Este comportamento, ou desvio, traduz-se nos *sorrisos da volatilidade*.

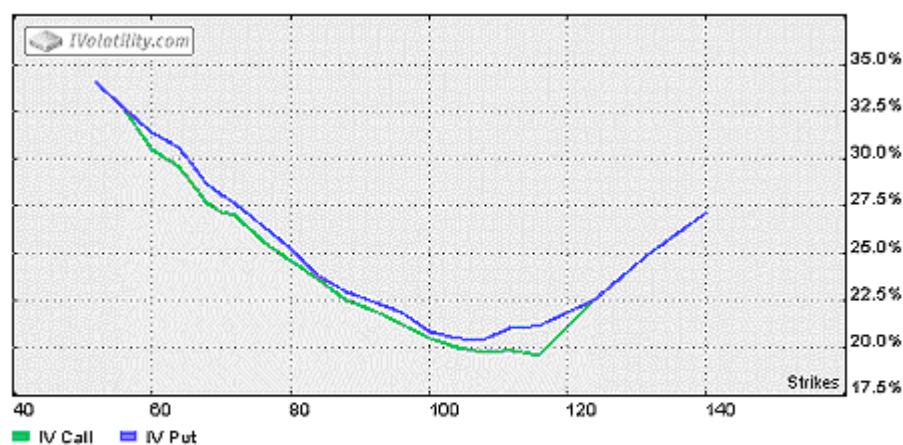
O gráfico dos sorrisos da volatilidade tem a forma de U, mostrando que para opções ITM e OTM a VI é elevada e baixa para opções ATM. (Os conceitos ITM, OTM e ATM traduzem as posições em que o valor intrínseco de uma opção de compra ou de venda pode encontrar-se, consoante o seu valor de mercado seja igual, maior ou menor do que o preço de exercício – exemplificado no quadro 1.4 do ponto 1.2).

Os sorrisos da volatilidade¹² podem ser:

- sorriso puro e franco – *smile* (figura 2.1);
- sorriso amarelo ou forçado – *skew*, *smirk* ou *sneer* (figura 2.2);
- sorriso trombudo – *frown* (figura 2.3).

Em 1972, *Black-Scholes*, analisaram opções sobre acções da NYSE (*New York Stock Exchange*) concluindo a existência desses mesmos desvios entre o preço determinado com o modelo e o preço de mercado¹³.

FIGURA 2.1: GRÁFICO REPRESENTATIVO DO SORRISO PURO DA VOLATILIDADE



Fonte: Ivolatility.com, Fevereiro 2010

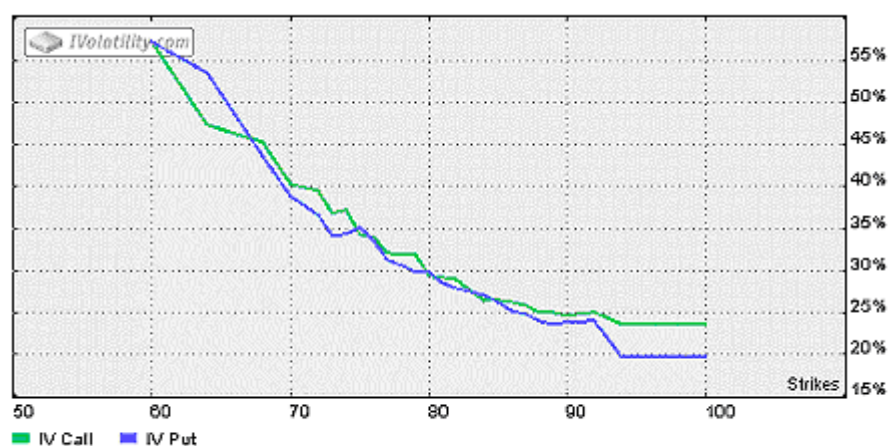
¹² “Opções Financeiras”, de Domingos Ferreira (2009; 386).

¹³ C. Lanari et al. apud Viana (1998).

A figura 2.1 mostra a volatilidade para opções com a mesma data de vencimento mas diferentes preços de exercício. A relação entre o preço de exercício e a VI é o que se tem estado a referir por *sorriso da volatilidade*. Numa opção de compra, se o preço de mercado (S) é superior ao preço de exercício (X) – a opção está ITM – a VI é superior. Numa opção de venda, se o preço de mercado (S) é superior ao preço de exercício (X) – a opção está OTM – a VI é superior.

De um modo geral, o ponto mais baixo na curva do sorriso da volatilidade corresponde à posição ATM (X = S).

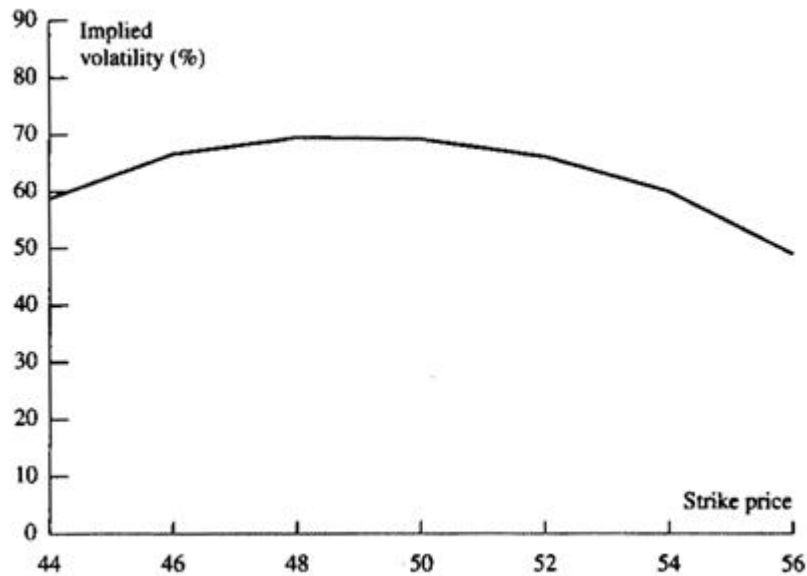
FIGURA 2.2: GRÁFICO REPRESENTATIVO DO SORRISO AMARELO DA VOLATILIDADE



Fonte: Ivolatility.com, Fevereiro 2010

A figura 2.2 mostra a forma de um sorriso amarelo. Este sorriso da volatilidade é assim denominado devido à linha ascendente que apresenta. O sorriso amarelo mostra que opções de compra *deep in-the-money* (no extremo ITM) e opções de venda *deep out-of-the-money* (no extremo OTM) são mais caras do que aquilo que o modelo *Black-Scholes* prevê, enquanto opções de compra *deep out-of-the-money* e opções de venda *deep in-the-money* são mais baratas. O sorriso amarelo mostra que os vendedores de opções acreditam que é muito mais provável que advenham perdas da venda de opções de *puts* OTM do que de *calls* OTM.

FIGURA 2.3: GRÁFICO REPRESENTATIVO DO SORRISO TROMBUDO DA VOLATILIDADE



Fonte: Ivolatility.com, Fevereiro 2010

A figura 2.3 mostra um sorriso trombudo, em que a curvatura é o inverso da que se tem com um sorriso aberto.

3 – Índices de Volatilidade Implícita e os Sentimentos dos Mercados

Alguns anos depois da CBOE ter introduzido a negociação do primeiro contrato de opções (Abril de 1973), *Gastineau* (1977) foi o primeiro académico a criar um IV (índice de volatilidade) baseado nos preços de mercado das opções. Nos anos seguintes, foram vários os estudiosos que seguiram e desenvolveram o trabalho de *Gastineau*, nomeadamente *Galai* (1979); *Cox e Rubinstein* (1985); *Brenner e Galai* (1993) e; *Whaley* (1993). Mas foi o trabalho deste último que definiu a *área de actuação* dos índices baseados na VI dos preços das opções de mercado. *Whaley* desenvolveu uma metodologia inovadora para o cálculo de um IVI, pois foi o primeiro a considerar índices de opções em vez de opções de mercado individuais (C. Siriopoulos e A.Fassas, 2009 apud Fleming et al, 1995).

Em 1993, CBOE tornou-se na primeira bolsa organizada que introduziu oficialmente um IVI, o VIX. Este índice baseou-se na metodologia de *Whaley* e rapidamente se tornou numa fonte de comparação e avaliação do risco no mercado de acções dos Estados Unidos (C.Siriopoulos e A.Fassas, 2009).

Seguindo o exemplo de sucesso da CBOE, bolsas de outros países desenvolveram os seus próprios índices: *Deutsche Börse* introduziu o índice VDAX em 1994 e *French Marché des Options Négotiables de Paris* (MONEP) introduziu, em 1997, dois IVI (VX1 e VX6). Em 2003, a CBOE lançou novamente o índice VIX mas com uma nova metodologia de valorização de *swaps*, baseada no trabalho de *Demeterfi* et al (1999). (C.Siriopoulos e A.Fassas, 2009). O índice mais recentemente adicionado à família de índices de VI, já existentes, foi o FTSE 100 (2008), tendo por base o índice de referência de opções do Reino Unido. Os índices de VI constituem um dos instrumentos mais utilizados para medir a VI.

Os índices de volatilidade implícita têm como principal objectivo avaliar as condições, os sentimentos e os níveis de confiança vividos nos mercados.

(D. Ferreira, 2009; 357)

Um IVI reflecte as expectativas de mercado em relação à volatilidade futura do índice de opções que lhe está subjacente:

- IVI elevado significa maior instabilidade e maior receio dos mercados;
- IVI baixo significa maior estabilidade e maior confiança dos investidores.

No quadro 3.1 apresentam-se os sentimentos no mercado face aos níveis de VI.

QUADRO 3.1: SENTIMENTOS DO MERCADO EM RELAÇÃO AOS NÍVEIS DE VOLATILIDADE IMPLÍCITA

Níveis de VI	Sentimentos no mercado
05-10	Não existe ansiedade; satisfação extrema
10-15	Alguma ansiedade, mas muito pouca: grande satisfação ainda
15-20	Pouca ansiedade; satisfação moderada
20-25	Ansiedade moderada; pouca satisfação
25-30	Ansiedade moderada mas em crescimento
30-35	Ansiedade elevada
35-40	Ansiedade muito elevada
40-45	Ansiedade extrema
45-50	Início de pânico
50-55	Pânico moderado
55-60	Pânico instalado
60-65	Pânico intenso
+ 65	Pânico extremo

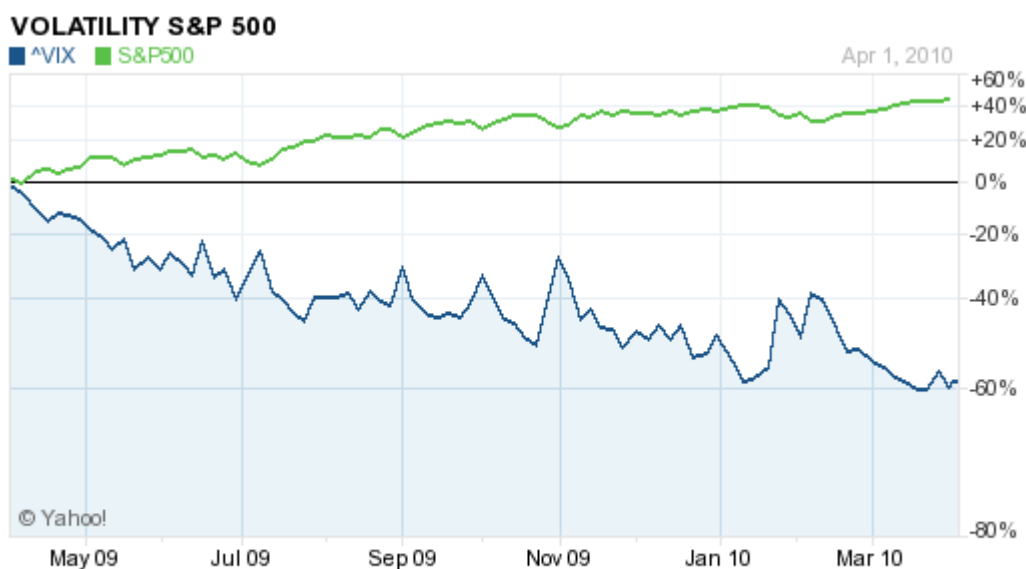
Fonte: Opções Financeiras de D.Ferreira (2009; 389)

3.1 – Índice de volatilidade de opções sobre o S&P 500 (VIX)

Este índice foi introduzido em Setembro de 2003 e tem duas diferenças essenciais quando comparado com o VIX inicialmente introduzido. Os dois índices têm subjacente índices diferentes, isto é, o novo VIX tem por base opções subscritas no índice S&P 500, enquanto o VXO (VIX inicial) tem por base opções do índice S&P 100. Os dois índices também utilizam diferentes métodos de cálculo da VI, sendo que o VIX é independente de qualquer modelo, não recorrendo assim ao método *Black-Scholes*. O VIX mede a VI de opções do índice S&P 500 para os 30 dias seguintes. Baseia-se no conceito de justo valor da variância futura, desenvolvido por *Demeterfi* e é calculado a partir de variáveis directamente observáveis, independentes de qualquer modelo de valorização, tais como os preços de mercado de uma opção de venda e de uma opção de compra e as taxas de juro. É considerado *the fear index* - o índice do medo (tradução nossa).¹⁴

¹⁴ www.cboe.com, acedido em 16 de Fevereiro de 2010

FIGURA 3.1: COMPORTAMENTO DOS ÍNDICES S&P 500 E VIX - ABRIL 2009 A ABRIL 2010



Fonte: finance.yahoo.com, acessado em 18 de Fevereiro e 3 de Abril de 2010

Os índices de mercado, tais como o S&P 500, são calculados utilizando os preços das ações que o compõem. Cada índice tem por base determinadas regras para a seleção das ações a incluir e uma fórmula de cálculo. O índice VIX é um IV composto por opções, em vez de ações, com o preço de cada opção a reflectir as expectativas de mercado em relação à volatilidade futura (para os próximos 30 dias).¹⁵

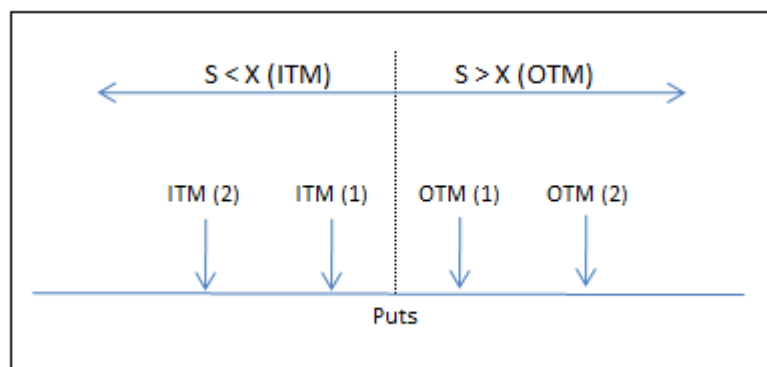
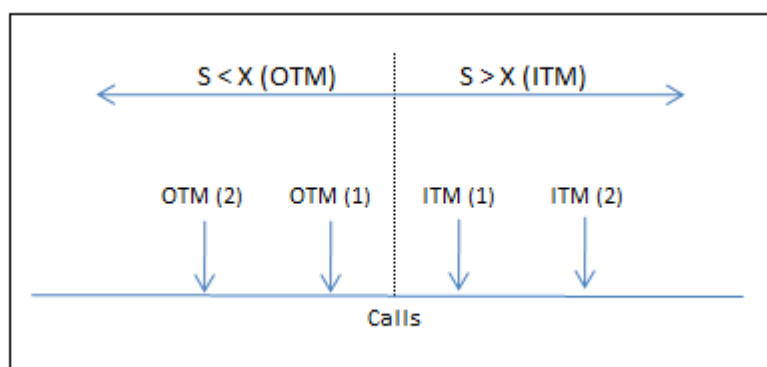
O cálculo deste índice é composto por três passos, de acordo com o descrito no site da CBOE: seleção das opções a serem utilizadas no cálculo do índice de volatilidade; cálculo da volatilidade para opções *near-term*¹⁶ e opções *next-term*; cálculo da média para 30 dias e multiplicação por 100 da raiz quadrada desse valor, obtendo-se assim o valor do VIX.

¹⁵ “The CBOE Volatility Index – VIX”, (2009; 2; 4)

¹⁶ Opções *near-term* têm no mínimo uma semana de vida antes da data de vencimento.

A explicação do cálculo dos IVI, apresentada pelo site da CBOE¹⁷, envolve maior detalhe e maior complexidade, pelo que se utiliza de seguida um exemplo retirado do livro *Opções Financeiras* de Domingos Ferreira.

São utilizadas oito opções de compra e venda (quatro de compra e quatro de venda) imediatamente ITM e OTM, em primeiro e em segundo nível.



Os preços das opções a utilizar são determinados através da média dos preços *bid/ask* (compra/venda – tradução nossa) que estão em vigor, no mercado, no momento em que é calculado o IVI. As volatilidades implícitas nesses preços são ponderadas de modo a representarem 30 dias de calendário ou 22 dias de transacções. Assim, e uma vez que os preços das opções têm por base dias de calendário e os índices de volatilidade dias de

¹⁷ Esta informação pode obter-se consultando o documento disponível em <http://www.cboe.com/micro/vxn/#method>.

transacções, é necessário fazer ajustamentos. Admitindo que N_c representa o número de dias de calendário e N_t o número de dias de transacção:

$$N_t = N_c - 2 \times \text{int} \left[\frac{N_c}{7} \right]$$

$$\sigma_t = \sigma_c \left[\frac{\sqrt{N_c}}{\sqrt{N_t}} \right]$$

A segunda fórmula serve para ajustar a VI e tem-se que:

- σ_t = taxa de VI associada aos dias de transacção e;
- σ_c = taxa de VI associada aos dias de calendário.

Posto isto, determinam-se as médias das volatilidades implícitas, das opções de compra e de venda, para o primeiro e para o segundo nível, o que irá gerar quatro volatilidades. Com estas volatilidades para cada maturidade, e através de interpolação, apuram-se as volatilidades implícitas para a posição ATM. Calculadas as volatilidades ATM, o IVI é obtido pela seguinte expressão:

$$\text{IVI} = \sigma_1 \left[\frac{N_{t,2} - 22}{N_{t,2} - N_{t,1}} \right] + \sigma_2 \left[\frac{22 - N_{t,1}}{N_{t,2} - N_{t,1}} \right]$$

$N_{t,1}$ e $N_{t,2}$ representam o número de dias de transacção até ao vencimento do primeiro e segundo nível.

3.2 – Índice de volatilidade de opções sobre o DAX-30 (VDAX)

Em 1994, a *Deutsche Börse*, na Alemanha, publicou uma série de índices baseados no índice de opções DAX-30. Foram introduzidos oito sub-índices de volatilidade, correspondentes ao número de meses até ao vencimento das opções (entre 2 a 24 meses) e calculados através de dois pares de opções (um par com o preço de exercício acima do preço calculado e outro par com o preço de exercício abaixo do preço calculado – utilização do modelo *Black-Scholes*). O índice VDAX, principal IVI alemão, é calculado, uma vez por minuto, por interpolação linear de dois sub-índices com cerca de 45 dias até ao vencimento.

O índice VDAX-New, introduzido a 20 de Abril de 2005, quantifica o risco esperado no mercado de acções alemão e expressa as expectativas do mercado em relação às variações no DAX-30. Este índice tornou-se uma referência para as empresas que constituem o DAX-30.

A metodologia utilizada para o seu cálculo passa por: avaliação dos sub-índices de volatilidade pelas datas de vencimento; cálculo dos sub-índices ao minuto; construção do índice de referência, a 30 dias da data de vencimento e através de interpolação linear, com os valores dos dois sub-índices que se encontrarem mais próximos.

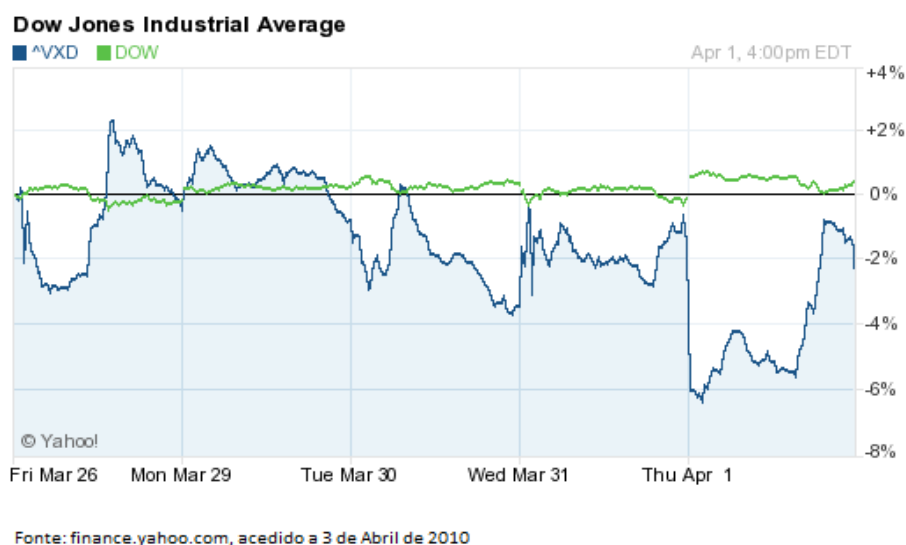
Os índices VDAX e VDAX-New apresentam diferenças relevantes na metodologia que utilizam. O primeiro mede a VI utilizando opções ATM, enquanto o segundo utiliza a VI nas opções ATM e OTM; o VDAX utiliza o modelo *Black-Scholes*, enquanto o VDAX-New não recorre a qualquer modelo de valorização de opções, envolvendo apenas somatórios sobre os preços das opções; o índice VDAX é determinado para os 45 dias seguintes, enquanto o VDAX-30 é determinado para os 30 dias seguintes.¹⁸

¹⁸ <http://deutsche-boerse.com>, acedido em 16 de Fevereiro de 2010

3.3 – Índice de volatilidade de opções DJIA (VXD)

O índice VXD foi introduzido em 2005 pela CBOE, sendo baseado nos preços reais das opções do índice DJIA e foi concebido para reflectir o consenso dos investidores relativamente à volatilidade futura esperada (também é calculado a 30 dias).

FIGURA 3.2: COMPORTAMENTO DOS ÍNDICES DJIA E VXD - ÚLTIMA SEMANA DE MARÇO 2010

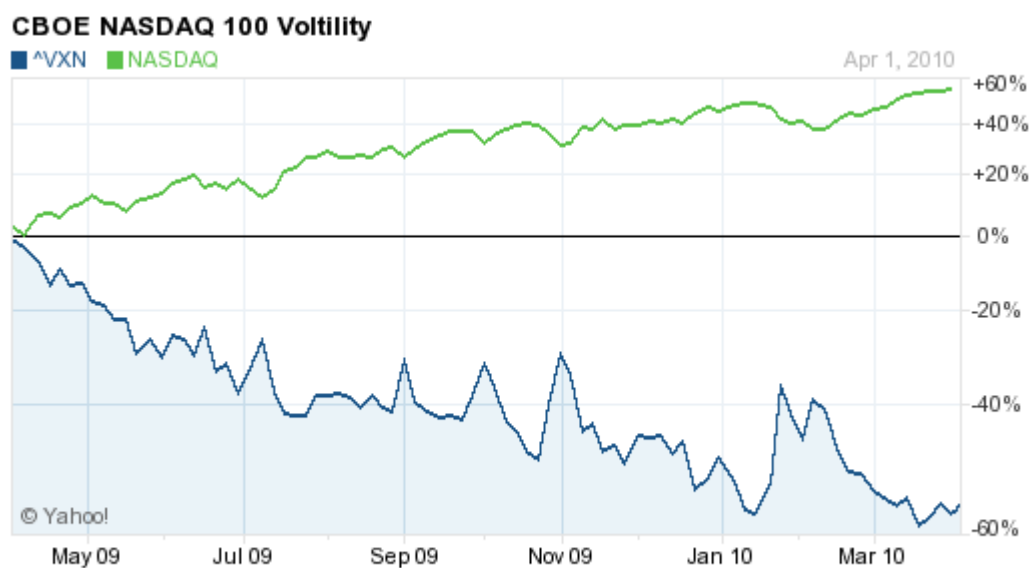


A metodologia utilizada para o cálculo deste índice é semelhante à do índice VIX, sendo que este é sobre opções do índice DJIA.

3.4 – Índice de volatilidade de opções sobre o NASDAQ-100 (VXN)

Introduzido em Janeiro de 2002, constitui uma medida das expectativas de mercado dos preços das opções associadas ao índice NASDAQ-100. Mede as expectativas de mercado de 30 dias da VI destas opções. O VXN é um barómetro dos sentimentos dos investidores e da volatilidade do mercado no que respeita ao índice NASDAQ-100.

FIGURA 3.3: COMPORTAMENTO DOS ÍNDICES NASDAQ E VXN - ABRIL 2009 A ABRIL 2010



Fonte: finance.yahoo.com, acessado em 18 de Fevereiro e 3 de Abril de 2010

A metodologia utilizada para o cálculo deste índice é semelhante à do índice VIX, sendo que este é sobre opções do índice NASDAQ.

4 – Interpretação da informação contida nos índices de volatilidade implícita

Sendo os IVI indicadores do nível de incerteza vivida, diariamente, nos mercados financeiros, nesta fase da dissertação apresenta-se a evolução de alguns deles, e faz-se uma análise das suas oscilações. Para isso, referem-se, de seguida, quais os aspectos metodológicos deste estudo, as bases de dados utilizadas e os procedimentos. Posteriormente apresentam-se os gráficos construídos com a informação obtida.

4.1 – Aspectos metodológicos

- **Objectivo geral:** contribuir para a compreensão, interpretação e leitura adequada da informação contida nos IVI;
- **Objectivos específicos:** elaboração de gráficos para os IVI, mostrar a evolução ao longo dos anos e fazer comparações entre os índices.
- **População:** cotações diárias dos índices de acções e dos IVI de opções sobre acções.
- **Amostra:** S&P 500, GSPC, VIX, DAX-30, GDAXI, VDAX, NASDAQ *Composite*, IXIC e VIXN.
- **Características de selecção:** são transaccionados nas principais bolsas do mundo, têm associados índices de acções mais antigos, traduzem os sentimentos dos mercados e constituem um meio de avaliação das oscilações que podem ocorrer nos mercados mundiais e, são também os mais utilizados para o planeamento de estratégias.
- **Recolha de dados:** os dados utilizados foram obtidos no site www.yahoofinance.com (site fidedigno, *Copyright* 2010).
- **Bases de dados:** os dados são apresentados à medida que se trata cada um dos índices seleccionados. No entanto, foi omitida parte da informação (referente ao período entre Abril de 1990 e Abril de 2010) por ser bastante extensa ainda que fosse apresentada em forma de apêndice.
- **Procedimentos:** foi seleccionada a informação dos últimos vinte anos, mais propriamente informação para o período compreendido entre Abril de 1990 e Abril de 2010. Contudo, nem todos os índices têm informação disponível para um período tão longo de tempo, dado alguns terem sido criados já na década de 2000.

A primeira abordagem que irá ser feita aos dados obtidos é a construção dos gráficos que demonstram a evolução dos índices. O tratamento da informação recolhida passou pelos seguintes momentos:

- 1 - cálculo da variação das cotações, numa base diária (cotação de fecho do dia X+1 / cotação de fecho do dia X);
- 2 - cálculo do logaritmo natural, numa base diária, para a variação apurada no ponto 1 [ln (variação)];
- 3 - cálculo da variação das cotações das opções sobre acções, numa base diária (cotação de fecho do dia X+1 / cotação de fecho do dia X);
- 4 - cálculo do logaritmo natural, numa base diária, para a variação apurada no ponto 3 [ln (variação)];
- 5 - representação gráfica da evolução das cotações, para cada índice de acções;
- 6 - representação gráfica da evolução dos rendimentos das cotações, obtida no ponto 2;
- 7 - representação gráfica da evolução das cotações das opções sobre acções, para cada IVI;
- 8 - representação gráfica da evolução dos rendimentos das cotações, obtida no ponto 4;
- 9 - representação gráfica da evolução dos rendimentos obtidos para o índice de acções e para o correspondente IVI, em simultâneo.

Resumidamente, cada um dos índices (por exemplo, S&P 500 ou DAX-30) referidos engloba diversas empresas e contém as cotações das acções das mesmas. A evolução dessas cotações pode observar-se consultando os índices \wedge GSPC ou \wedge GDAXI. Por sua vez, cada um destes índices tem associado um terceiro índice que mede a VI das opções que são transaccionadas sobre essas acções.

No ponto seguinte é apresentada, graficamente, a evolução dos índices seleccionados. Os gráficos são elaborados com recursos aos procedimentos anteriormente referidos e com recurso ao Excel.

4.2 – Evolução dos índices de ações e dos IVI

4.2.1 - Índice S&P 500 e VIX

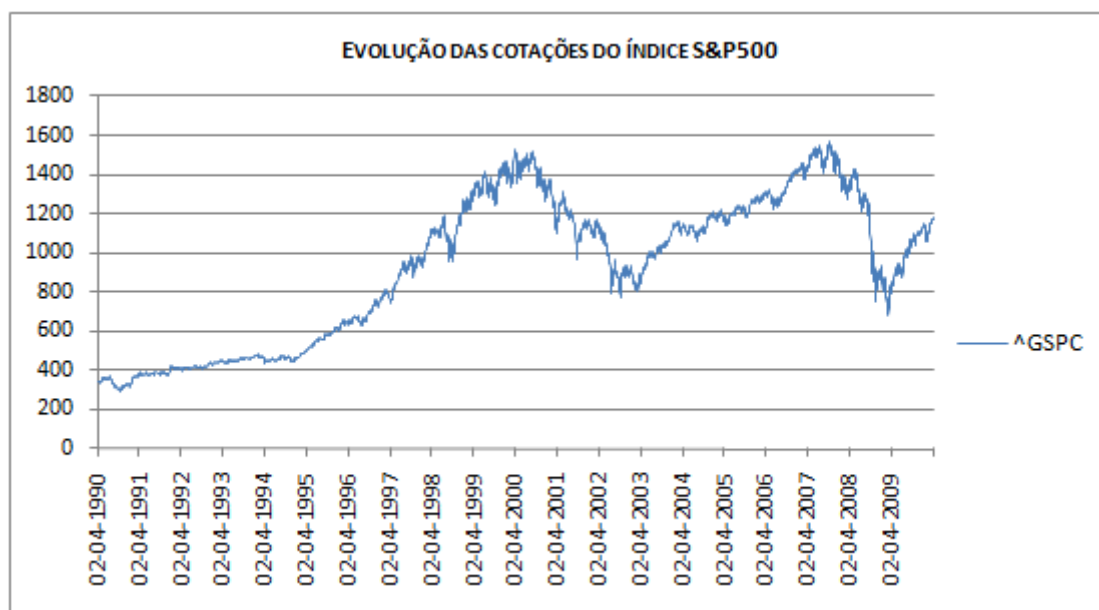
Para análise do índice S&P 500 e do correspondente IVI, VIX, os dados utilizados são os constantes na tabela 4.1.

TABELA 4.1: COTAÇÕES E RENDIMENTOS DO \wedge GSPC vs \wedge VIX

DATE	\wedge GSPC	DATE	LN GSPC	DATE	\wedge VIX	DATE	LN VIX
02-04-1990	339	02-04-1990	0,01	02-04-1990	23	02-04-1990	-0,11
02-04-1991	380	02-04-1991	0,00	02-04-1991	17	02-04-1991	0,01
02-04-1992	401	02-04-1992	0,00	02-04-1992	17	02-04-1992	0,02
02-04-1993	441	02-04-1993	0,00	02-04-1993	15	02-04-1993	-0,03
04-04-1994	439	04-04-1994	0,02	04-04-1994	24	04-04-1994	-0,28
03-04-1995	502	03-04-1995	0,01	03-04-1995	14	03-04-1995	-0,07
02-04-1996	655	02-04-1996	0,00	02-04-1996	16	02-04-1996	-0,01
02-04-1997	750	02-04-1997	0,00	02-04-1997	21	02-04-1997	-0,01
02-04-1998	1120	02-04-1998	0,00	02-04-1998	22	02-04-1998	-0,01
05-04-1999	1321	05-04-1999	0,00	05-04-1999	22	05-04-1999	0,02
03-04-2000	1506	03-04-2000	-0,01	03-04-2000	24	03-04-2000	0,12
02-04-2001	1146	02-04-2001	-0,03	02-04-2001	31	02-04-2001	0,11
02-04-2002	1137	02-04-2002	-0,01	02-04-2002	19	02-04-2002	0,05
02-04-2003	881	02-04-2003	-0,01	02-04-2003	28	02-04-2003	0,01
02-04-2004	1142	02-04-2004	0,01	02-04-2004	16	02-04-2004	-0,04
04-04-2005	1176	04-04-2005	0,00	04-04-2005	14	04-04-2005	-0,03
03-04-2006	1298	03-04-2006	0,01	03-04-2006	12	03-04-2006	-0,04
03-04-2007	1438	03-04-2007	0,00	03-04-2007	13	03-04-2007	-0,02
02-04-2008	1368	02-04-2008	0,00	02-04-2008	23	02-04-2008	-0,01
02-04-2009	834	02-04-2009	0,01	02-04-2009	42	02-04-2009	-0,06

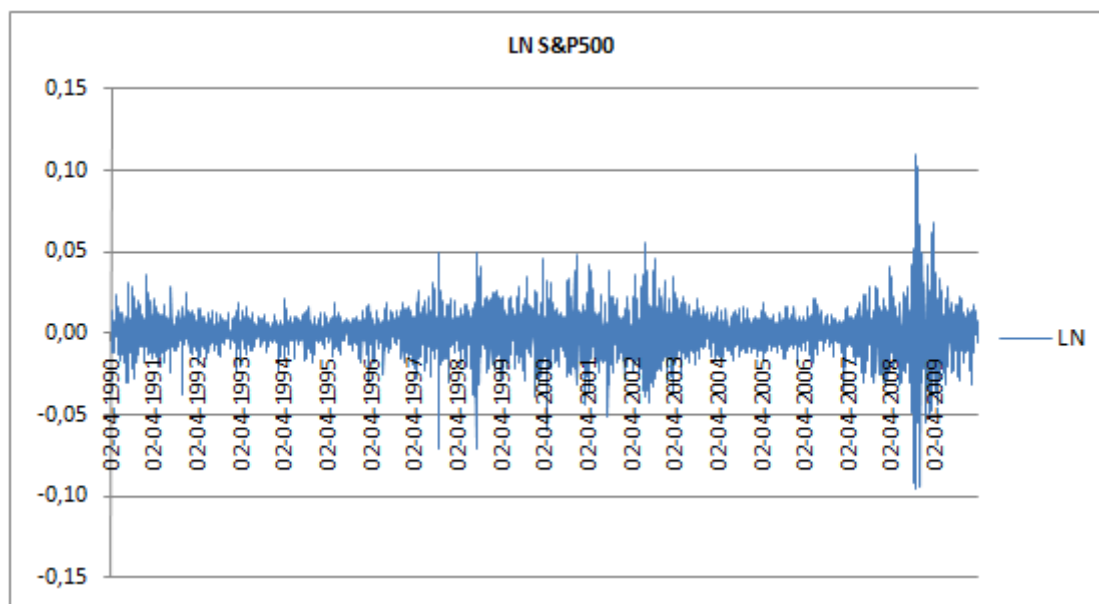
Fonte: Elaboração própria

FIGURA 4.1: EVOLUÇÃO DAS COTAÇÕES DO ÍNDICE S&P 500



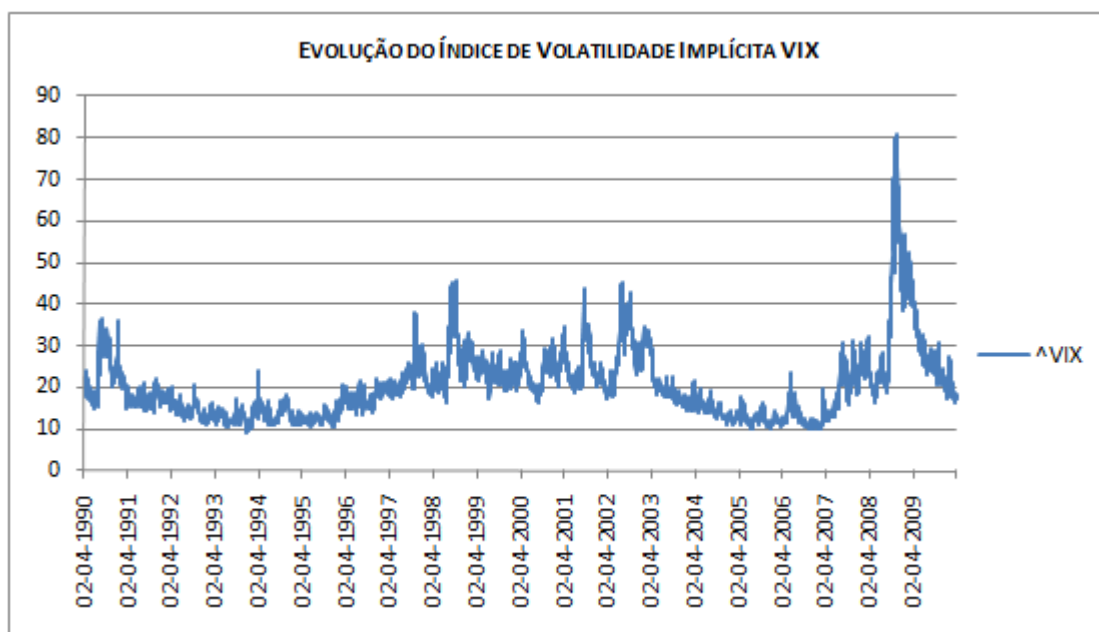
Fonte: Elaboração própria

FIGURA 4.2: EVOLUÇÃO DOS RENDIMENTOS DO ÍNDICE S&P 500



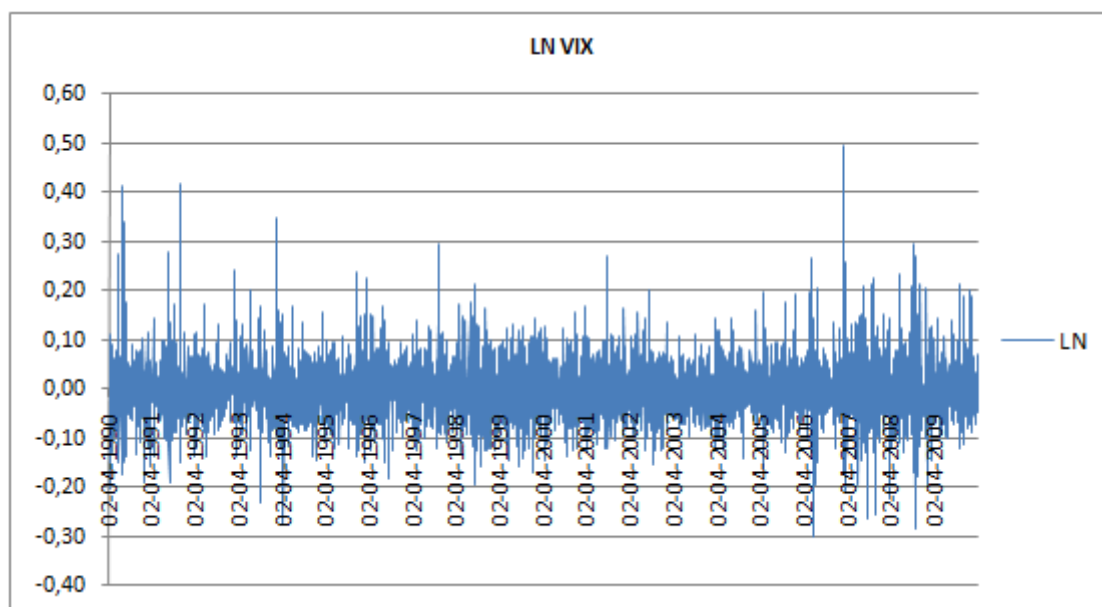
Fonte: Elaboração própria

FIGURA 4.3: EVOLUÇÃO DAS COTAÇÕES DO ÍNDICE DE VOLATILIDADE VIX



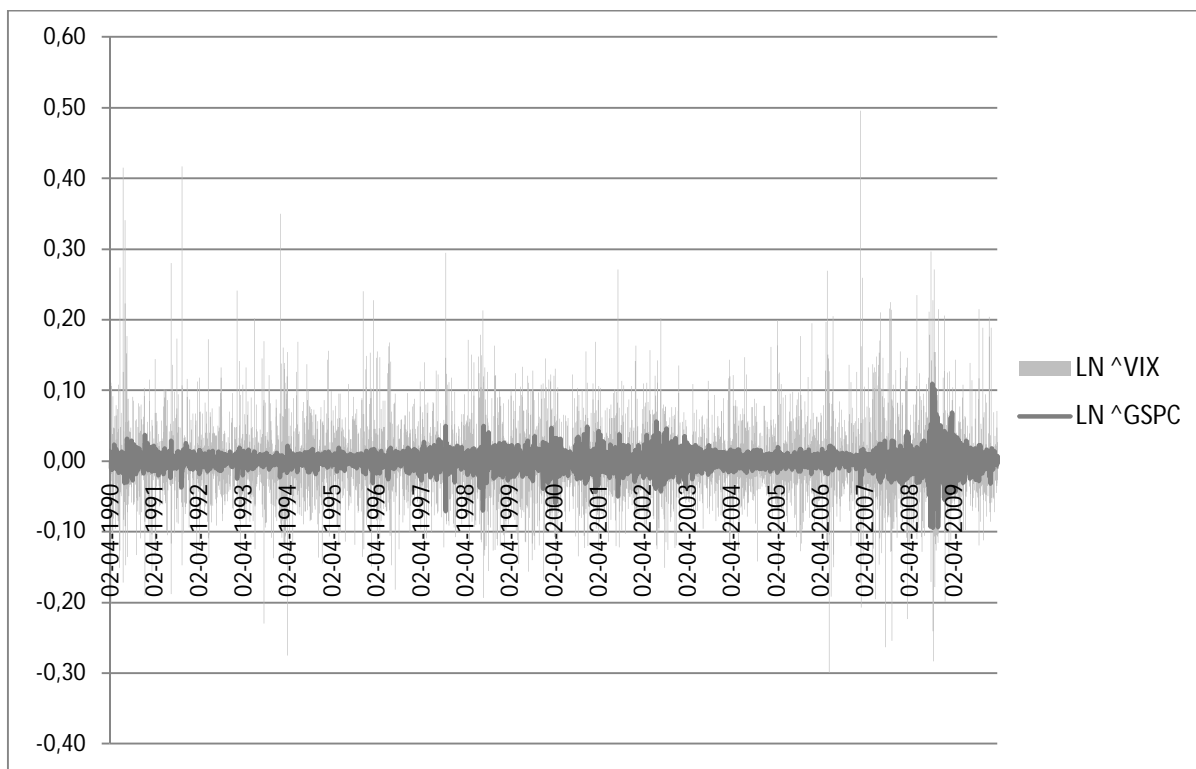
Fonte: Elaboração própria

FIGURA 4.4: EVOLUÇÃO DOS RENDIMENTOS DO ÍNDICE DE VOLATILIDADE VIX



Fonte: Elaboração própria

FIGURA 4.5: EVOLUÇÃO DOS RENDIMENTOS DO ÍNDICE S&P 500 VS VIX



Fonte: Elaboração própria

Pela análise dos gráficos anteriores pode confirmar-se a relação inversa que existe entre as cotações de um índice de acções e a correspondente volatilidade.

Para o período entre Abril de 1990 e Abril de 2000 as cotações do índice S&P 500 apresentam uma subida constante e a volatilidade mantém-se também em níveis aceitáveis, entre 10 e 30 (patamar entre a satisfação e a ansiedade moderada). No período compreendido entre Abril de 2000 e Junho de 2002, as cotações do S&P 500 desceram, descida esta que foi acompanhada por uma subida da volatilidade, uma vez que no início deste período esta se situa um pouco acima do nível 30 e no fim (Junho de 2002) encontra-se acima do nível 40. No período seguinte, entre Junho de 2002 e Abril de 2007, as cotações do índice S&P 500 apresentam novamente uma subida e a volatilidade uma descida, passando esta última de 40 para 10. Entre Abril de 2007 e Janeiro de 2009, a queda deste índice de acções é acentuada, e a maior de que há registo, o que é novamente acompanhado pelo aumento da volatilidade que atinge o nível de pânico extremo (nível 80), nunca antes antigido.

4.2.2 - Índice DAX-30 e VDAX

Para análise do índice DAX-30 e do correspondente IVI, VDAX, os dados utilizados são os constantes na tabela 4.2.

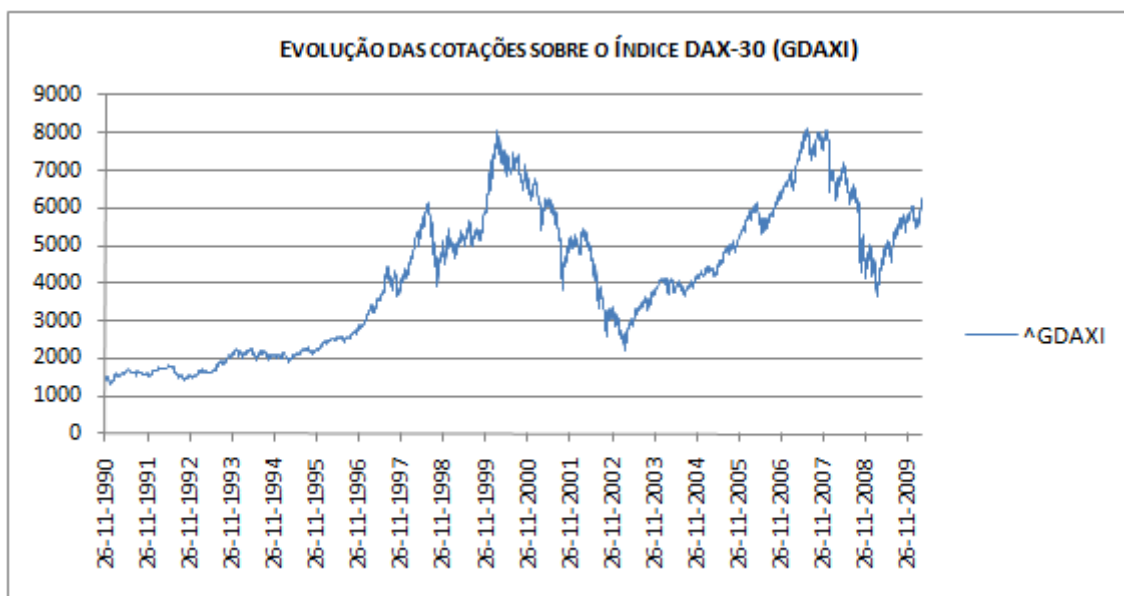
TABELA 4.2: COTAÇÕES E RENDIMENTOS DO ^GDAXI vs ^VDAX

DATE	^GDAXI	DATE	LN GDAXI	DATE	^VDAX	DATE	LN VDAX
30-11-1990	1441	30-11-1990	0,01	30-11-1990	-	30-11-1990	-
29-11-1991	1567	29-11-1991	-0,01	29-11-1991	-	29-11-1991	-
30-11-1992	1544	30-11-1992	0,00	30-11-1992	-	30-11-1992	-
30-11-1993	2058	30-11-1993	0,02	30-11-1993	-	30-11-1993	-
30-11-1994	2048	30-11-1994	0,00	30-11-1994	-	30-11-1994	-
30-11-1995	2243	30-11-1995	0,01	30-11-1995	-	30-11-1995	-
29-11-1996	2846	29-11-1996	0,00	29-11-1996	-	29-11-1996	-
28-11-1997	3972	28-11-1997	0,04	28-11-1997	-	28-11-1997	-
30-11-1998	5023	30-11-1998	-0,05	30-11-1998	-	30-11-1998	-
30-11-1999	5896	30-11-1999	0,01	30-11-1999	-	30-11-1999	-
30-11-2000	6372	30-11-2000	0,02	30-11-2000	-	30-11-2000	-
30-11-2001	4990	30-11-2001	0,00	30-11-2001	-	30-11-2001	-
29-11-2002	3320	29-11-2002	0,02	29-11-2002	-	29-11-2002	-
28-11-2003	3746	28-11-2003	0,02	28-11-2003	-	28-11-2003	-
30-11-2004	4126	30-11-2004	0,01	30-11-2004	-	30-11-2004	-
30-11-2005	5193	30-11-2005	0,01	30-11-2005	14	30-11-2005	-0,04
30-11-2006	6309	30-11-2006	-0,01	30-11-2006	15	30-11-2006	0,04
30-11-2007	7871	30-11-2007	0,00	30-11-2007	18	30-11-2007	0,02
28-11-2008	4669	28-11-2008	-0,06	28-11-2008	45	28-11-2008	0,14
30-11-2009	5626	30-11-2009	0,03	30-11-2009	26	30-11-2009	-0,10

Fonte: Elaboração própria

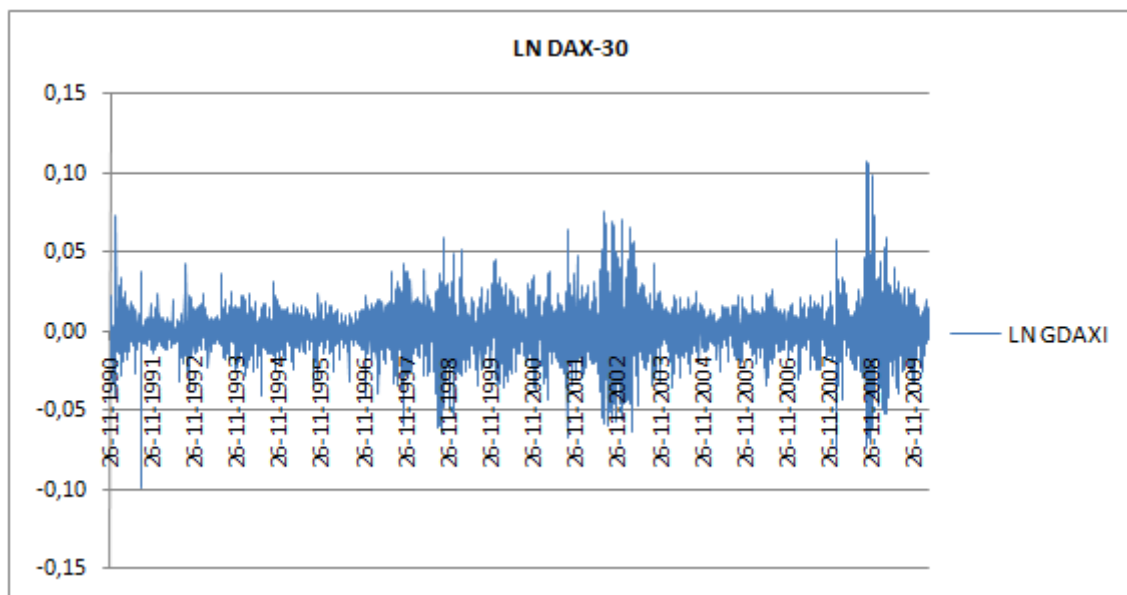
Este é um dos casos em que a comparação apenas pode ser feita a partir de 2005, pois o índice de volatilidade VDAX surgiu em 2005.

FIGURA 4.6: EVOLUÇÃO DAS COTAÇÕES DO ÍNDICE DAX-30



Fonte: Elaboração própria

FIGURA 4.7: EVOLUÇÃO DOS RENDIMENTOS DO ÍNDICE DAX-30



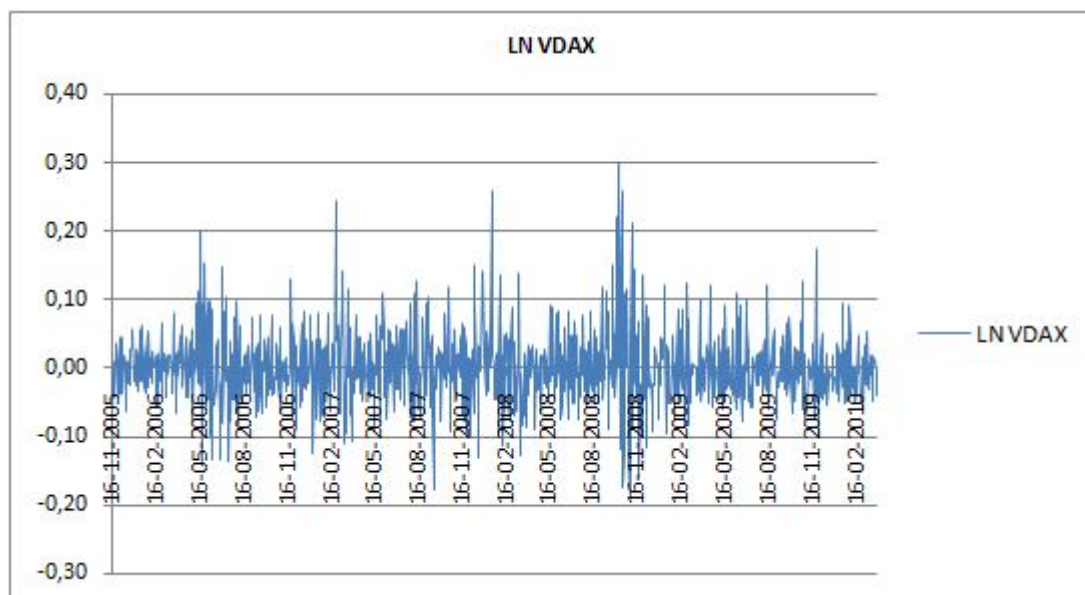
Fonte: Elaboração própria

FIGURA 4.8: EVOLUÇÃO DAS COTAÇÕES DO ÍNDICE DE VOLATILIDADE VDAX



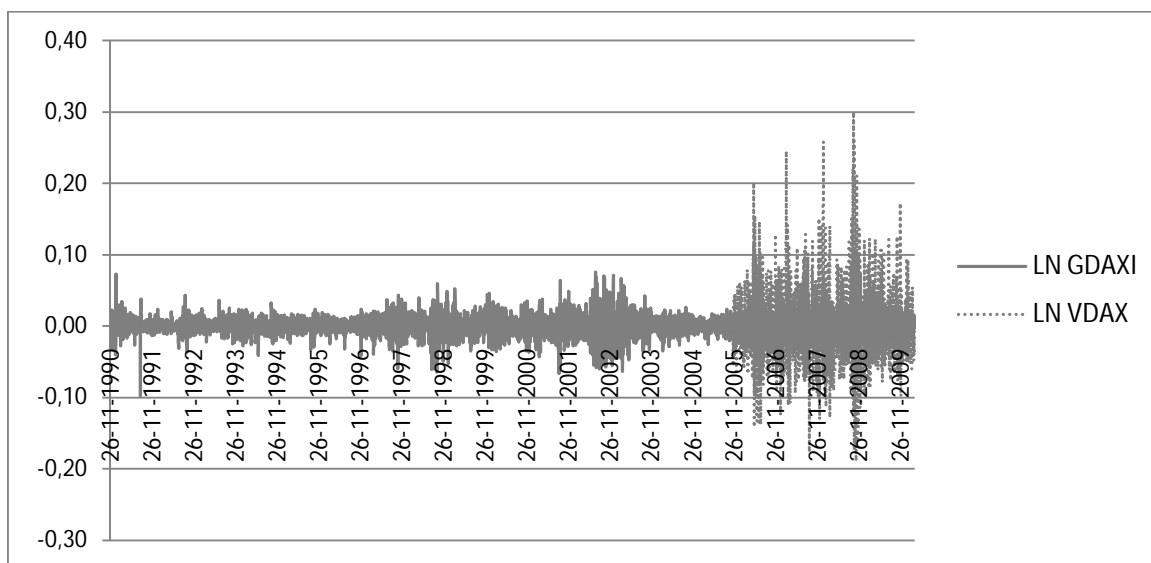
Fonte: Elaboração própria

FIGURA 4.9: EVOLUÇÃO DOS RENDIMENTOS DO ÍNDICE DE VOLATILIDADE VDAX



Fonte: Elaboração própria

FIGURA 4.10: EVOLUÇÃO DOS RENDIMENTOS DO ÍNDICE DAX-30 vs VDAX



Fonte: Elaboração própria

Dos gráficos anteriores verifica-se que, para o período entre Novembro de 2005 e Julho de 2007, o índice de acções DAX-30 está em subida constante, o que é acompanhado com satisfação pelos investidores: a volatilidade registada varia entre 10 e 15. Nesta altura, Julho de 2007, inicia-se uma descida que continua até Dezembro de 2008, o que leva os investidores ao pânico extremo (volatilidade com um nível de 75). Entre Dezembro de 2008 e Novembro de 2009, as cotações do DAX-30 começam a ganhar registando-se, em contrapartida, uma descida da volatilidade para o nível 20, o que significa pouca satisfação por parte dos investidores, mas ansiedade moderada.

4.2.3 - Índice NASDAQ Composite e VXN

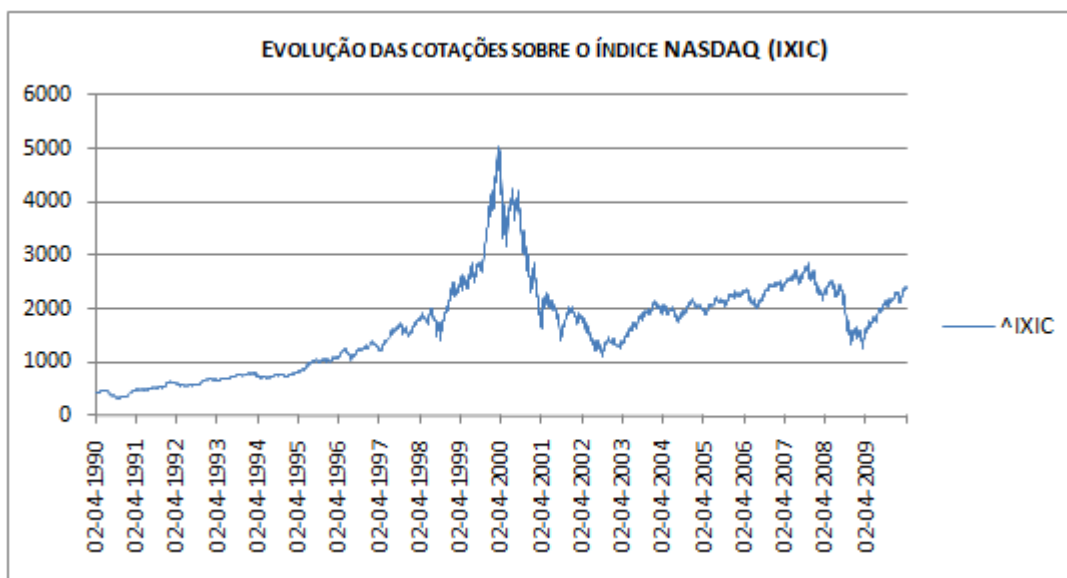
Para análise do índice NASDAQ Composite e do correspondente IVI, VXN, os dados utilizados são os constantes na tabela 4.3.

TABELA 4.3: COTAÇÕES E RENDIMENTOS DO ^IXIC vs ^VXN

DATE	^IXIC	DATE	LN IXIC	DATE	^VXN	DATE	LN VXN
02-04-1990	433	02-04-1990	0,01	-	-	-	-
01-04-1991	481	01-04-1991	0,02	-	-	-	-
01-04-1992	602	01-04-1992	-0,01	-	-	-	-
01-04-1993	687	01-04-1993	-0,02	-	-	-	-
04-04-1994	727	04-04-1994	0,03	-	-	-	-
03-04-1995	818	03-04-1995	-0,01	-	-	-	-
01-04-1996	1107	01-04-1996	0,00	-	-	-	-
01-04-1997	1217	01-04-1997	-0,01	-	-	-	-
01-04-1998	1848	01-04-1998	0,00	-	-	-	-
01-04-1999	2493	01-04-1999	0,03	-	-	-	-
03-04-2000	4224	03-04-2000	-0,02	-	-	-	-
02-04-2001	1783	02-04-2001	-0,06	02-04-2001	72	02-04-2001	0,04
01-04-2002	1863	01-04-2002	-0,03	03-04-2002	41	03-04-2002	-0,02
01-04-2003	1348	01-04-2003	0,04	04-04-2003	43	04-04-2003	-0,03
01-04-2004	2015	01-04-2004	0,02	06-04-2004	22	06-04-2004	-0,01
01-04-2005	1985	01-04-2005	0,00	06-04-2005	17	06-04-2005	-0,04
03-04-2006	2337	03-04-2006	0,00	06-04-2006	16	06-04-2006	0,02
02-04-2007	2422	02-04-2007	0,01	05-04-2007	17	05-04-2007	0,06
01-04-2008	2363	01-04-2008	0,00	04-04-2008	26	04-04-2008	0,02
01-04-2009	1552	01-04-2009	0,03	06-04-2009	42	06-04-2009	-0,01

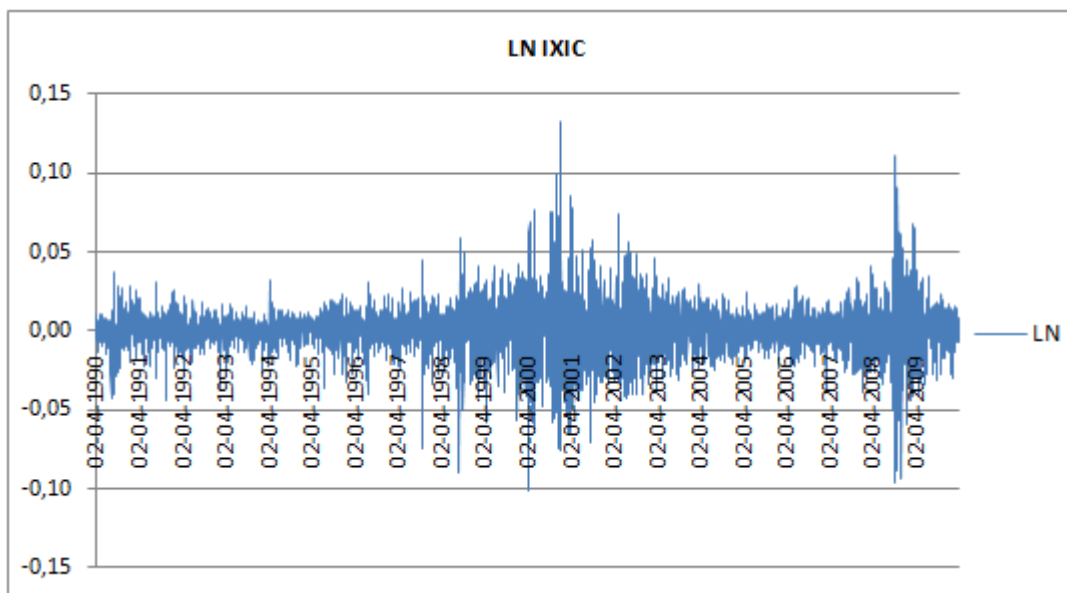
No caso destes índices, a comparação apenas pode ser feita a partir de 2001.

FIGURA 4.11: EVOLUÇÃO DAS COTAÇÕES DO ÍNDICE NASDAQ *COMPOSITE*



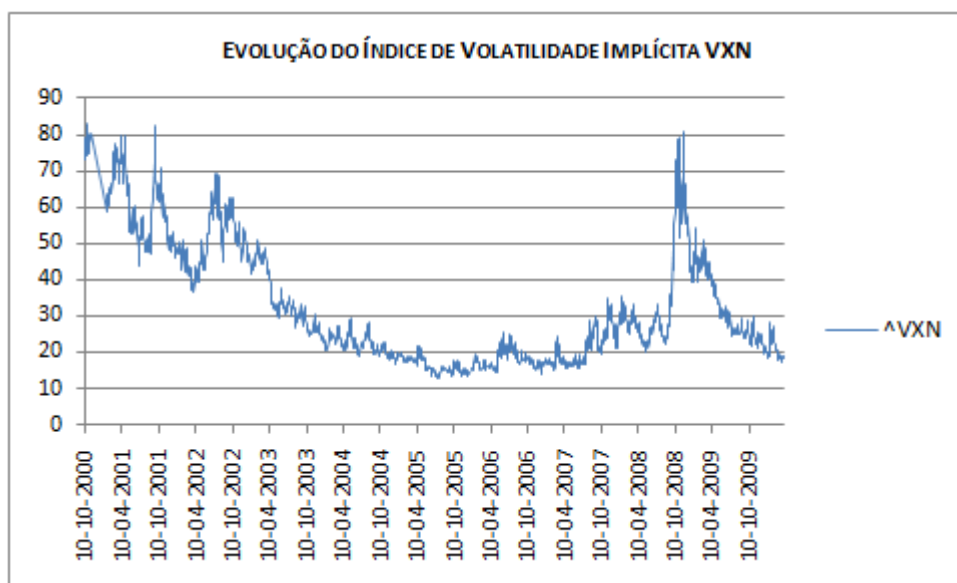
Fonte: Elaboração própria

FIGURA 4.12: EVOLUÇÃO DOS RENDIMENTOS DO ÍNDICE NASDAQ *COMPOSITE*



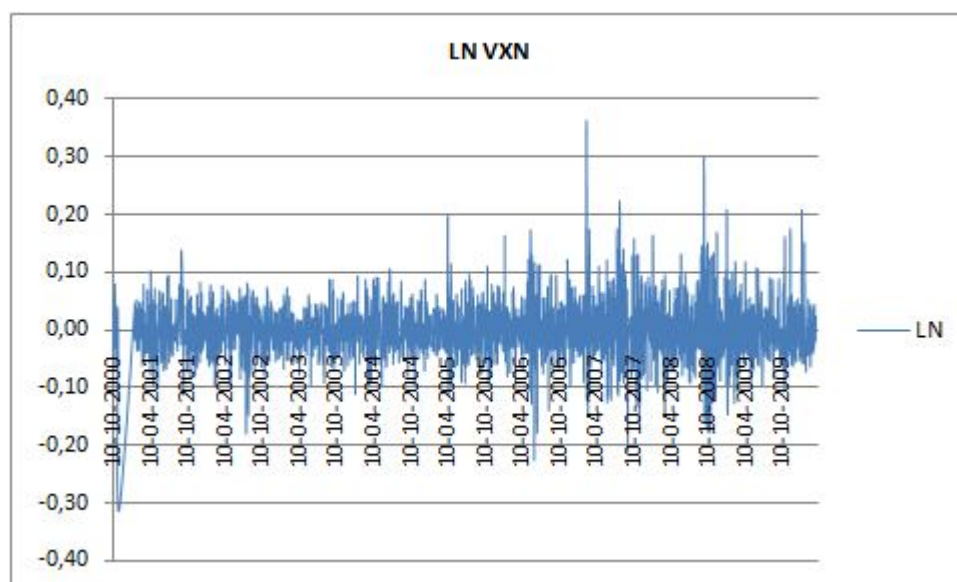
Fonte: Elaboração própria

FIGURA 4.13: EVOLUÇÃO DAS COTAÇÕES DO ÍNDICE DE VOLATILIDADE VXN



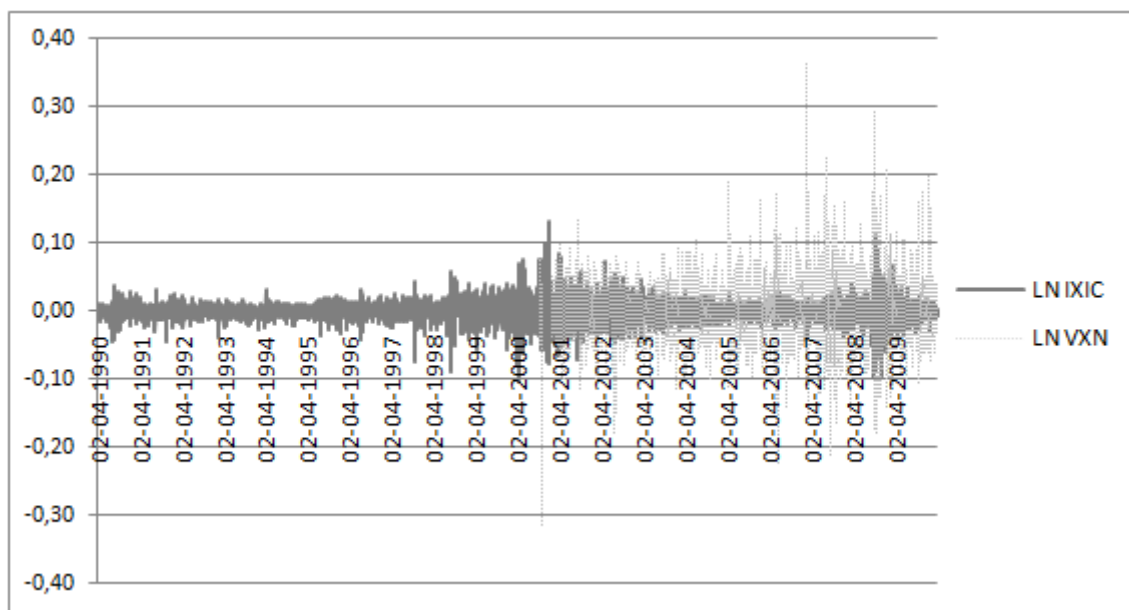
Fonte: Elaboração própria

FIGURA 4.14: EVOLUÇÃO DOS RENDIMENTOS DO ÍNDICE DE VOLATILIDADE VXN



Fonte: Elaboração própria

FIGURA 4.15: EVOLUÇÃO DOS RENDIMENTOS DO ÍNDICE NASDAQ *COMPOSITE* VS VXN



Fonte: Elaboração própria

Para o período entre Abril de 2001 e Abril de 2002, os valores das cotações do índice NASDAQ apresentam uma pequena descida, complementada pela subida da volatilidade do nível 45 para o nível 70. É de salientar que no início de 2001 (aparecimento do IVI VXN) os níveis de VI são bastante elevados, pois nesta altura o índice de acções encontra-se em queda acentuada. No período seguinte, entre Abril de 2002 e Abril de 2008, as cotações valorizam, o que é comprovado por níveis de volatilidade mais ou menos constantes, patamar entre 20 e 35 (ansiedade moderada mas em crescimento). Em Abril de 2008, as cotações descem novamente e a volatilidade atinge o seu valor mais alto, o que, como nos índices anteriores, representa uma situação de pânico extremo (volatilidade no nível 80).

4.3 – Verificação do significado estatístico dos índices de volatilidade implícita

O objectivo desta análise é verificar se os IVI apresentam um comportamento oposto aos dos índices de acções, a que estão ligados, e se têm significado estatístico. Para isso,

as bases de dados, anteriormente apresentadas, são objecto de análise através da realização de alguns testes.

Para que se compreendam os testes realizados e as conclusões que se obtêm, neste ponto são abordados conceitos como covariância, correlação, teste *t-statistic*, teste *Jarque-Bera*.

4.3.1 – Conceitos estatísticos

Existem alguns conceitos cuja essência é necessário compreender e que justifica a escolha dos testes que foram utilizados.

➤ *Covariância*

A covariância é uma medida de como duas variáveis variam conjuntamente. Determina a relação que existe entre duas bases de dados (no caso em estudo têm-se as cotações dos índices de acções e as cotações dos IVI). É a média do desvio-padrão multiplicado por cada valor, que constitui cada uma das bases de dados.

Sendo X e Y variáveis aleatórias e n o número total de observações, a covariância pode ser calculada pela seguinte fórmula:

$$cov(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{(n - 1)}$$

➤ *Correlação*

A correlação, também referida como coeficiente de correlação, é uma medida que indica a força e a direcção do relacionamento entre duas variáveis aleatórias. A correlação varia entre 1 e -1. Quando o seu valor é igual a 1, isso significa que existe uma

correlação perfeita positiva entre as duas variáveis em estudo; por outro lado, quando o valor é igual a -1, isso significa que existe uma correlação perfeita negativa entre as duas variáveis, ou seja, se uma aumenta a outra diminui. Todos os outros valores intermédios que a correlação possa assumir, indicam o grau de dependência linear que existe entre as duas variáveis (se for igual a 0, as variáveis não dependem uma da outra, dizendo-se que são descorrelacionadas).

A correlação é importante, na medida em que pode permitir estimar uma variável a partir de outra.

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

➤ *t-Statistic*

Quando se está a analisar uma dada população, tipicamente, não se sabe qual é o desvio-padrão inerente, pelo que é utilizada uma amostra dessa população para verificar se a média dessa amostra é ou não muito diferente de qualquer outro valor da população. Para conduzir este tipo de teste, utiliza-se o *t-statistic* ou *t-test*. A utilização deste teste pressupõe que as distribuições não seguem a lei normal, o que se deve ao facto de ter de se fazer uma estimativa do desvio-padrão da população, o que não é possível fazer de uma forma perfeita. A distribuição *t de Student* deriva naturalmente deste problema.

A distribuição *t de Student* é semelhante à distribuição normal, uma vez que é simétrica em torno da média que é igual a zero e, embora seja platicúrtica e apresente as *abas mais gordas*.

Uma variável aleatória X tem distribuição *t de Student*, com n graus de liberdade - $X \sim t(n)$ - quando a sua função densidade de probabilidade tem a forma:

$$f(x) = \frac{\Gamma\left[\frac{n+1}{2}\right]}{n \Gamma\left[\frac{n}{2}\right]} \left[1 + \frac{x^2}{n}\right]^{-\frac{n+1}{2}}$$

com $-\infty < x < +\infty$ e $n > 0$.

O parâmetro que caracteriza esta distribuição é também n (o número de graus de liberdade).

As características mais importantes desta distribuição são as que se seguem:

- se $X \sim t(n)$ então $E(X) = 0$ e $\text{var}(X) = n / (n-2)$, com $n > 2$;
- é uma distribuição simétrica em relação à origem e aproxima-se da distribuição normal à medida que n aumenta.

Esta distribuição relaciona-se com a normal e com a qui-quadrado¹⁹. Assim, se X e Y forem duas variáveis aleatórias independentes e se $X \sim N(\mu; \sigma)$ e $Y \sim \chi^2(n)$, então:

$$t = \frac{\frac{X - \mu}{\sigma}}{\sqrt{\frac{Y}{n}}} \sim t(n)$$

➤ *p-value* (Valor da probabilidade)

O *p-value* corresponde ao menor nível de significância que pode ser assumido para rejeitar a hipótese nula. Diz-se que um resultado é estatisticamente significativo quando o *p-value* é inferior ao nível de significância que se escolheu. Por exemplo, quando $p = 0,0001$ pode dizer-se que um resultado é estatisticamente significativo pois o p é muito inferior a um dos níveis de significância que habitualmente se utilizam (5 %). Por outro lado, se estiver muito próximo, como é o caso de $p = 0,048$, podem existir dúvidas, pois apesar de ser inferior, está muito perto do nível habitual. Quanto mais baixo é o valor do *p-value* menos provável é que a hipótese nula seja verdadeira e portanto mais significativo é o resultado (do ponto de vista estatístico). A hipótese nula é rejeitada se o *p-value* for menor ou igual do que o nível de significância utilizado.

¹⁹ Qui-quadrado é uma comparação entre os valores observados na tabela, desta distribuição, com os valores esperados se não existisse relação entre as duas variáveis.

O *p-value* responde à seguinte pergunta: se a população tem o mesmo significado no seu global, qual é a probabilidade de que uma amostra escolhida aleatoriamente possa conduzir a diferenças maiores do que aquelas que foram observadas na amostra inicial?

➤ **Desvio-padrão**

O desvio padrão mede a variabilidade dos valores de uma dada amostra. Quanto maior for o desvio padrão maior é a dispersão dos valores, o que significa que mais afastados se encontram da média.

➤ **Skewness (Assimetria)**

Skewness ou coeficiente de assimetria é um conceito extremamente importante para financeiros e investidores. Muitas bases de dados, incluindo preços de acções e as suas rendibilidades, são enviesadas à direita ou à esquerda, em vez de seguirem uma distribuição normal, cuja assimetria é igual a zero.

Associado a este conceito tem-se o *skewness risk*, ou seja, o risco de assimetria (tradução nossa), que traduz o risco de um modelo assumir uma distribuição normal quando a distribuição dos dados em causa é assimétrica à esquerda ou à direita da média dessa distribuição.

A assimetria pode ser calculada pela seguinte fórmula:

$$Skew [X] = \frac{E \left[\left(X - \bar{X} \right)^3 \right]}{\left(E \left[\left(X - \bar{X} \right)^2 \right] \right)^{3/2}}$$

➤ **Curtose**

Analisar a curtose significa verificar qual o grau de “achatamento” da curva, ou seja, saber se a curva que representa um dado conjunto de dados é mais “afilada” ou mais “achatada” em relação à curva de uma distribuição normal. Assim, a curva de uma

distribuição pode ser mesocúrtica (meio termo, nem muito achatada nem muito afilada), platicúrtica (muito achatada) ou leptocúrtica (mais afilada).

A fórmula para determinar a curtose é a seguinte:

$$Kurtosis [X] = \frac{E\left[\left(X - \bar{X}\right)^4\right]}{\left(E\left[\left(X - \bar{X}\right)^2\right]\right)^2}$$

➤ *Teste Jarque-Bera*

O teste Jarque-Bera é utilizado para testar a normalidade das distribuições e baseia-se no valor dos coeficientes de assimetria e da curtose. A realização deste teste passa pelas seguintes etapas:

1. Formulação das hipóteses

$$\begin{cases} H_0 : X \sim N(\mu, \sigma) \\ H_a : X \not\sim N(\mu, \sigma) \end{cases}$$

2. Escolha do teste

$$JB = n \left\{ \frac{S(X)^2}{6} + \frac{[K(X) - 3]^2}{24} \right\} \cap \chi^2_{(2)}$$

3. Tomada de decisão

A hipótese nula (H_0 é a hipótese que segue a normalidade) é rejeitada se $JB > \chi^2_{(2)}(\alpha)$.

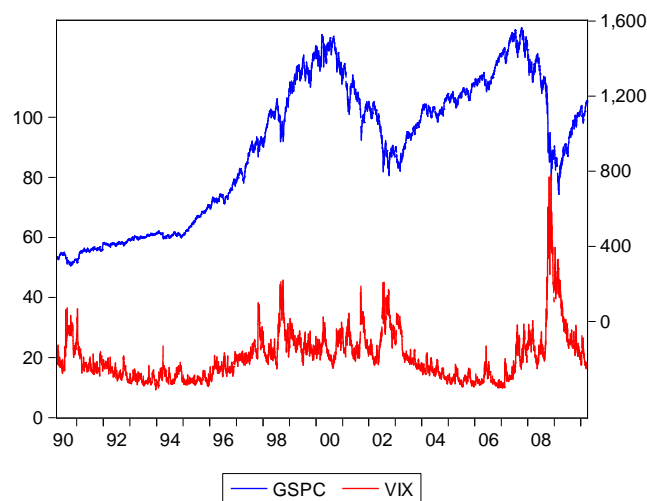
As amostras utilizadas neste trabalho têm grande dimensão: para o índice S&P 500, VIX e DAX-30, são cerca de 5000 observações; para o IVI VDAX são cerca 1000 (disponível apenas a partir 2005).

Os vários testes feitos aos índices S&P500, VIX, DAX-30 e VDAX. Os testes foram efectuados nos *softwares* SPSS 12.0 e EViews 6.0.

4.3.2 – Resultados dos testes efectuados aos índices S&P 500 e VIX

4.3.2.1 – Correlação entre os índices

FIGURA 4.16: COTAÇÕES DO ÍNDICE S&P500 VS COTAÇÕES DO ÍNDICE VIX - ABRIL 1990 A ABRIL 2010



Ao observar-se o gráfico anterior, não é fácil concluir que exista uma grande correlação entre o índice \wedge GSPC e o respectivo IVI, pois a tendência do \wedge GSPC é de subida e o VIX mantém-se mais ou menos constante. Em 2008, é mais visível a correlação existente entre estes dois índices, pois a descida acentuada do GSPC promove a subida do VIX.

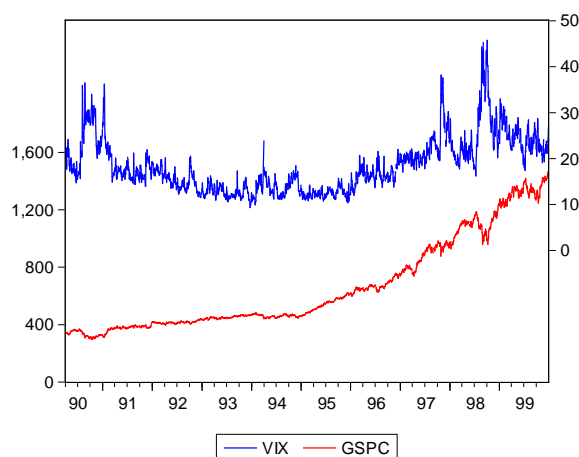
Os primeiros testes realizados aos dados destes índices, revelaram os resultados que se apresentam de seguida.

	GSPC		VIX
GSPC	138770,7		
	1		
	-		
	-		
VIX	489,4898	Covariância	69,68974
	0,157402	Correlação	1
	11,31212	Teste t	-
	0	p-value	-

Numa primeira análise, e sabendo que se estabeleceu um nível de significância de 5%, pode concluir-se que a relação observada é estatisticamente significativa, pois o *p-value* é 0,000000. Tal como referido anteriormente, o facto de o *p-value* ser bastante inferior aos níveis considerados normais, faz com que esta relação seja estatisticamente significativa. Por outro lado e, contrariamente ao que seria de esperar, existe uma correlação positiva entre os dois índices (0,157402), quando a mesma devia ser negativa, pois isso significaria que à subida de um corresponde a descida do outro.

Com o objectivo de analisar melhor esta situação, decidiu-se dividir o período em estudo (de Abril de 1990 a Abril de 2010) em duas partes: de Abril de 1990 até Dezembro de 1999 e, de Janeiro de 2000 até Abril de 2010. O comportamento dos índices no primeiro período está representado na figura 4.17.

FIGURA 4.17: COTAÇÕES DO ÍNDICE S&P 500 VS COTAÇÕES DO ÍNDICE VIX – ABRIL 1990 A DEZEMBRO 1999

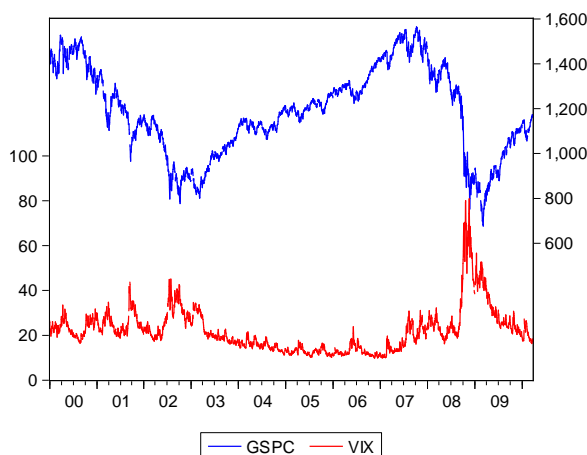


Neste período apenas em 1998 é que é mais visível a relação inversa entre os dois índices. Neste período sentiam-se os efeitos da crise que começou em 1997 e conhecida por *crise asiática*. Países como Malásia, Indonésia, Filipinas e Coreia do Sul viram as suas moedas desvalorizarem entre 15 e 25%. Em 1998 (*crise russa*), a Rússia sofria ainda com a *crise asiática*, principalmente com a desvalorização do preço das *commodities* (matérias-primas), já que os principais produtos de exportação eram o petróleo e o gás. Ao mesmo tempo, a moeda russa desvalorizou mais de 50%.

	VIX		GSPC
VIX	35,24816		
	1		
	-		
	-		
GSPC	1021,46	Covariância	102896,9
	0,536354	Correlação	1
	32	Teste t	
	0	p-value	

Tem-se agora uma correlação de 0,536354, o que leva a crer que no período seguinte será negativa, dado que a correlação calculada para todo o período é 0,157402. Mantém-se o *p-value* de 0, indicando que existe significância estatística.

FIGURA 4.18: COTAÇÕES DO ÍNDICE S&P500 VS COTAÇÕES DO ÍNDICE VIX - JANEIRO 2000 A ABRIL 2010



Aqui é bastante mais evidente que quando o GSPC desce, o VIX sobe, especialmente em 2002 e no período compreendido entre 2007 e 2009. Os picos que se verificam neste último período, são justificados pela crise do *subprime*. Em Julho de 2007, instalou-se uma crise mundial que veio interromper anos de prosperidade ininterrupta. Com o crescimento contínuo alargaram as suas linhas de crédito, sobretudo no sector imobiliário. O crédito ia sendo cedido em mercados distintos: mercado *prime*, mercado *subprime*, e mercado *default*. O primeiro é classificado como de primeira linha e relativo a pessoas com histórico de bom pagador. No mercado *subprime*, o crédito era cedido a pessoas que não conseguiam comprovar a sua capacidade de pagamento ou não eram pontuais nos pagamentos, havendo portanto maior risco de incumprimento. O mercado *default* englobava as situações de créditos em atraso, com negociação para recuperação.

Muitas pessoas recorreram ao crédito para adquirirem bens de consumo e uma boa parte dos créditos concedidos foram considerados como não sendo responsáveis ou prudentes, por Ben Bernanke (2008), presidente do FED (Banco Central Americano).

Com o aumento do não cumprimento, por parte dos clientes, e com a desvalorização dos imóveis, os juros começaram a subir e muitos deixaram de pagar os seus empréstimos por não terem como fazê-lo ou porque simplesmente já tinham uma dívida muito superior ao valor dos seus bens.

Como consequência da desvalorização dos mercados, os investidores perderam a confiança, a incerteza cresceu e os IVI atingiram níveis elevados.

	GSPC		VIX
GSPC	38439,21		
	1		
	-		
	-		
VIX	-967,4085	Covariância	96,01012
	-0,503575	Correlação	1
	-29,56040	Teste t	-
	0	p-value	-

Para o segundo período, tem-se a covariância e a correlação negativas, o que significa que as cotações do índice de ações e as cotações do IVI variam inversamente. São indicadores *ad contrarium*. Tem-se, novamente, o *p-value*, de 0,00000, a demonstrar que a relação observada é estatisticamente significativa.

4.3.2.2. – Correlação entre as rendibilidades dos índices (observações diárias)

	LNGSPC	LVIX
Mean	0,000247	-5,32E-05
Median	0,000524	-0,002987
Maximum	0,109572	0,496008
Minimum	-0,094695	-0,299872
Std. Dev.	0,011730	0,058746
Skewness	-0,204623	0,637045
Kurtosis	12,16591	7,285216
Jarque-Bera	17681,62	4195,475
Probability	0,000000	0,000000
Sum	1,246543	-0,268028
Sum Sq.Dev.	0,693449	17,38301
Observations	5041	5038

Os valores ajustados ao ano (multiplicando por 252 que é o número de dias de transacções num ano) para a média e para o desvio-padrão são:

	Média	Desvio-padrão
S&P500	0,0622440	2,9559600
VIX	0,0013406	14,803992

Destes resultados, pode-se verificar que a assimetria da distribuição dos rendimentos do índice ^GSPC é negativa, ou seja, a distribuição dos rendimentos é enviesada à esquerda. A curtose é de 12, o que significa que a distribuição é leptocúrtica (numa distribuição normal a curtose é igual a 3). De acordo com a medida de curtose e com o resultado do teste Jarque-Bera, que tem uma probabilidade associada igual a 0, verifica-se que a distribuição dos rendimentos não segue uma distribuição normal.

FIGURA 4.19: DISTRIBUIÇÃO DOS RENDIMENTOS DO ÍNDICE S&P 500

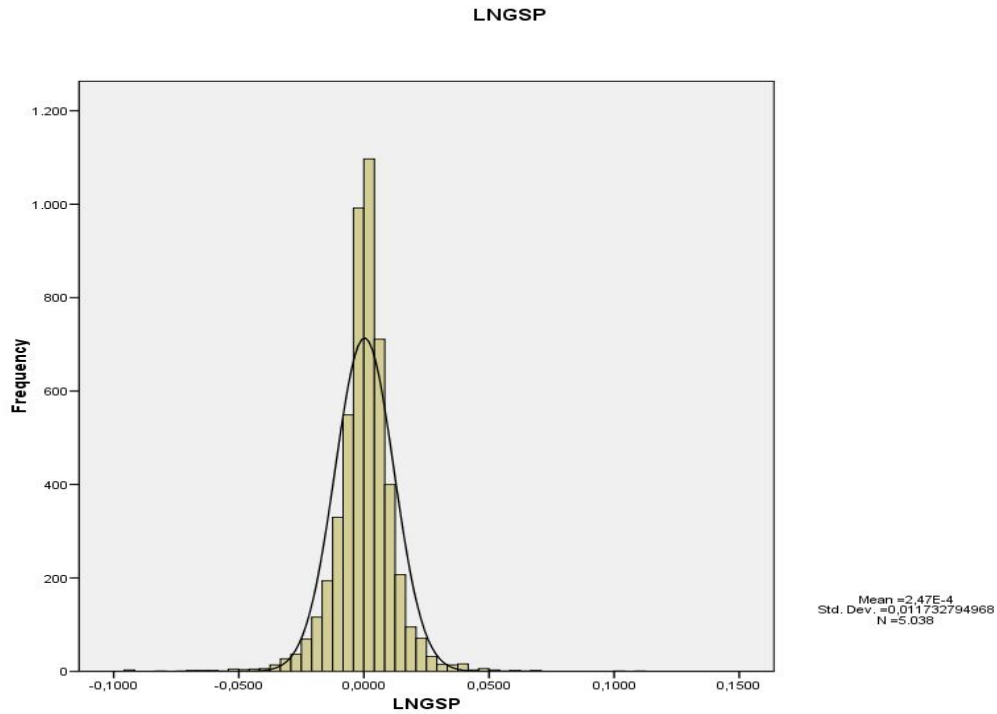
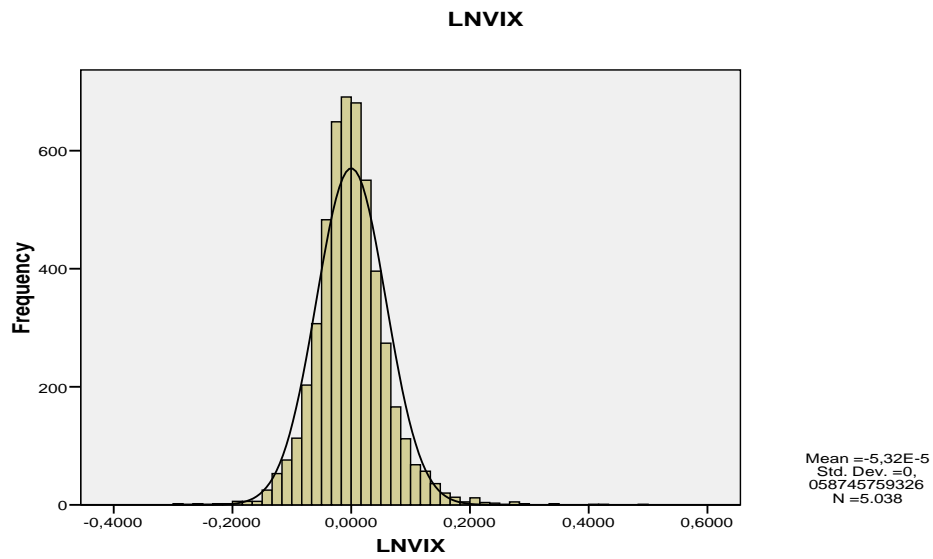


FIGURA 4.20: DISTRIBUIÇÃO DOS RENDIMENTOS DO ÍNDICE VIX



Os resultados dos testes à correlação entre as rendibilidades do \wedge GSPC e do VIX são os seguintes.

	LNGSPC		LNVIK
LNGSPC	0,000138		
	1		
	-		
	-		
LNVIK	1,23E-0,06	Covariância	0,003450
	0,001789	Correlação	1
	0,126979	Teste t	-
	0,8990	p-value	-

O *p-value* é 0,8990, portanto superior ao nível de significância definido de 5%, o que significa que a correlação observada não é estatisticamente significativa.

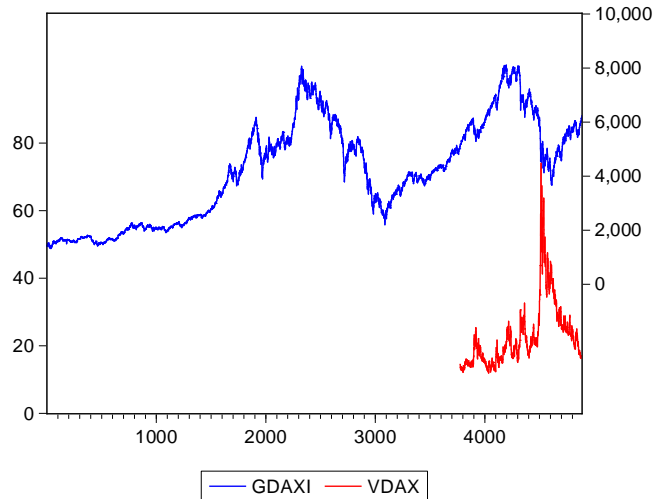
Como se verificou, os testes não são significativos para a totalidade do período em estudo.

De referenciar, que esta dissertação começou por avaliar o comportamento de dois índices de acções, americanos: o S&P 500 e o NASDAQ. Os testes efectuados ao NASDAQ apresentaram valores semelhantes aos que foram obtidos para o S&P 500. Neste sentido, optou-se por incorporar apenas o S&P 500 que é o índice mais representativo daquele mercado.

4.3.3 – Resultados dos testes efectuados aos índices DAX-30 e VDAX

4.3.3.1 – Correlação entre os índices

FIGURA 4.21: COTAÇÕES DO ÍNDICE DAX-30 VS COTAÇÕES DO ÍNDICE VDAX –
NOVEMBRO 1990 A ABRIL 2010



Neste caso, a análise apenas pode ser feita a partir de 2005, altura em que o índice VDAX foi criado.

Tal como no caso do S&P 500 e do VIX, também aqui é visível o comportamento oposto do índice de acções DAX-30 e do correspondente IVI VDAX, para o ano 2008.

Os níveis de incerteza (nível de pânico, de acordo com o quadro 3.1, do ponto 3) que se registaram nesta data, e que se podem verificar pelo traçado do VDAX, são justificados pelas mesmas razões que foram apresentadas no caso do índice VIX, pelo que se optou não as referir novamente.

Dos testes que foram efectuados a estes índices, obtiveram-se os resultados apresentados de seguida.

	GDAXI		VDAX
VDAX	1086277		
	1		
	-		
	-		
GDAXI	-5687,764	Covariância	94,20632
	-0,562252	Correlação	1
	-22,58039	Teste t	-
	0	p-value	-

Aqui também se tem a correlação e covariância, entre os índices, negativas, o que indica que os comportamentos são inversos. O resultado do *t-Statistic* comprova que as distribuições destes índices não seguem a a distribuição normal e o *p-value* igual a zero demonstra que o resultado é estatisticamente significativo.

4.3.3.2. – Correlação entre as rendibilidades dos índices (observações diárias)

	LNGDAX	LNVDAX
Mean	0,000300	9,28E-05
Median	0,000789	-0,003310
Maximum	0,107975	0,299830
Minimum	-0,098709	-0,189280
Std. Dev.	0,014673	0,052594
Skewness	-0,093441	0,716981
Kurtosis	7,967711	6,090163
Jarque-Bera	5030,142	534,3300
Probability	0,000000	0,000000
Sum	1,463406	0,102490
Sum Sq.Dev.	1,051505	3,053859
Observations	4885	1105

Os valores ajustados ao ano (multiplicando por 252 que é o número de dias de transacções num ano) para a média e para o desvio-padrão são:

	Média	Desvio-padrão
DAX-30	0,0756000	3,6975960
VDAX	0,0023386	13,253688

Dos resultados anteriores, é possível verificar que a assimetria da distribuição dos rendimentos do índice \wedge GDAXI é negativa, ou seja, a distribuição dos rendimentos é enviesada à esquerda, o que não acontece com a distribuição dos rendimentos do VDAX que é enviesada à direita. A curtose é de 6,9 e 7,0, respectivamente, o que significa que ambas as distribuições são leptocúrticas. De acordo com a medida de curtose e com o resultado do teste Jarque-Bera, que tem uma probabilidade associada igual a 0, verifica-se que a distribuição dos rendimentos não segue uma distribuição normal.

FIGURA 4.22: DISTRIBUIÇÃO DOS RENDIMENTOS DO ÍNDICE DAX-30

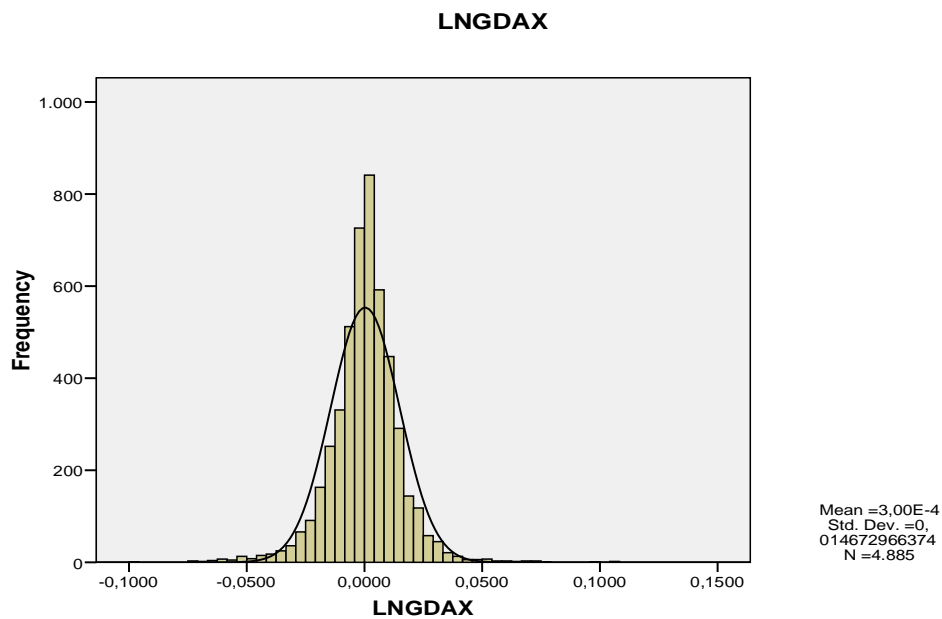
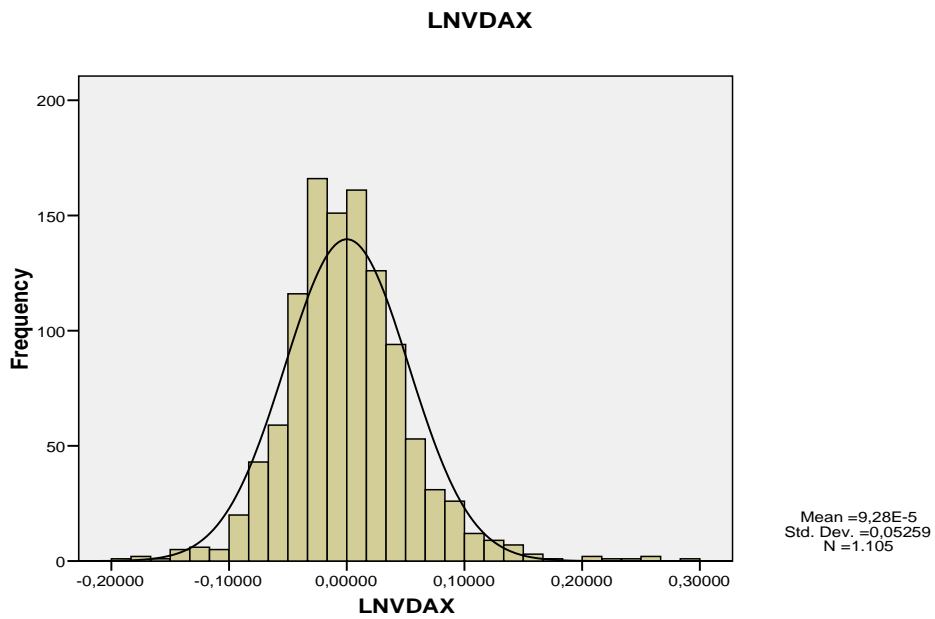


FIGURA 4.23: DISTRIBUIÇÃO DOS RENDIMENTOS DO ÍNDICE VDAX



Os resultados dos testes efectuados à correlação entre as rendibilidades do \wedge GDAXI e VDAX são apresentados na tabela seguinte.

	LNGDAX		LNVDAX
LNGDAX	0,000254		
	1		
	-		
	-		
LNVDAX	-3,76E-05	Covariância	0,002764
	-0,044856	Correlação	1
	-1,491241	Teste t	-
	0,1362	p-value	-

A correlação e a covariância indicam que existe uma relação oposta entre estes índices (a subida de um deles representa a descida do outro).

Contrariamente ao que se constatou no caso do S&P 500 e do respectivo IVI, o *p-value* é igual a 0,1362, valor este que se encontra distante do nível de significância que foi estabelecido para comparação com os resultados obtidos nesta dissertação. Conclui-se assim, que a relação observada não é estatisticamente significativa.

Conclusão

As opções financeiras são instrumentos de mercado, que permitem, através dos modelos de valorização, determinar quais devem ser as condições de mercado para obter os ganhos desejados ou quais os ganhos máximos que se podem obter com as condições de mercado que estejam em vigor numa dada altura. As opções podem ser contratualizadas sobre qualquer activo. A volatilidade é um dos factores determinantes na valorização de uma opção financeira e pode ser um factor decisivo, para alguns investidores, nas decisões que são tomadas nas actividades bolsistas. Daí que se venha tentando, ao longo do tempo, perceber se é possível determinar a volatilidade futura com base no seu comportamento passado. Até à data, os resultados de estudos desta natureza são diversos, uma vez que alguns concluem que a volatilidade histórica contém mais informação útil para a determinação da volatilidade futura, e outros concluem ser a volatilidade efectiva.

A volatilidade mede a probabilidade de ocorrerem mudanças no preço de mercado de um dado activo, ou seja, quanto é que esse activo poderá variar até à data de vencimento da correspondente opção. Ao introduzir-se a volatilidade implícita no modelo *Black-Scholes*, parece quase certo que o valor do prémio da opção que se obtém é o que está a ser utilizado no mercado. No entanto, os preços variam constantemente, o que implica que a sua probabilidade de variação (volatilidade) também se altere. Além disso e, ao contrário do que se assume com a utilização deste modelo, a volatilidade implícita não é a mesma para todas as opções sobre um mesmo activo, ainda que tenham a mesma data de vencimento. São estas dificuldades que impulsionaram o aparecimento dos modelos de previsão da volatilidade.

A importância da volatilidade, nos mercados financeiros, vai mais longe. Existem ainda os IVI. Um IVI com um valor elevado representa instabilidade e grande incerteza nos mercados podendo chegar ao pânico, como se verificou na crise financeira de 2008 (Setembro e Outubro). Um IVI com um valor baixo representa maior estabilidade e confiança. Os principais índices de acções, do mundo, têm associado um IVI. A principal verificação que se retira da análise dos gráficos construídos e dos testes efectuados é a confirmação de que existem comportamentos inversos entre o valor de um activo (neste caso o activo é representado por acções) a volatilidade que lhe está

implícita, uma vez que a um aumento das cotações corresponde uma diminuição da volatilidade implícita e vice-versa.

Dos testes efectuados concluiu-se que os índices de acções e os respectivos IVI são *ad contrarium*, isto é, que têm comportamentos opostos e que as relações observadas são estatisticamente significativas. Por outro lado, a relação entre as rendibilidades não é estatisticamente significativa.

O resumo dos valores que se obtiveram é o seguinte:

CORRELAÇÃO ENTRE OS ÍNDICES PARA O PERÍODO TOTAL		
	S&P 500/VIX	DAX-30/VDAX
Correlação	0,157402	-0,562252
Teste t	11,312120	-22,580390
p-value	0,000000	0,000000

CORRELAÇÃO ENTRE AS RENDIBILIDADES PARA O TOTAL DO PERÍODO		
	LNGSPC/LNVIX	LNGDAXI/LNVDAX
Correlação	0,001789	-0,044856
Teste t	0,126979	-1,491241
p-value	0,899000	0,136200

CORRELAÇÃO ENTRE OS ÍNDICES S&P 500/VIX		
	1º período	2º período
Correlação	0,536354	-0,503575
Teste t	31,53241	-29,56040
p-value	0,000000	0,000000

Referências Bibliográficas

- (1) CAPORIN, Massimiliano; MCALEER, Michael – **A Scientific Classification of Volatility Models**. Publicado em Janeiro, 2009. [Consult. 12 Dez. 2009]. Disponível em: <http://ssrn.com/abstract=1314231>.
- (2) CORRADO, Charles J. ; MILLER, Thomas W. - **The Forecast Quality of CBOE Implied Volatility Indexes**. Social Science Research Network. Publicado em Junho, 2003. Atualizado em Setembro, 2003. [Consult. 9 Nov. 2009]. Disponível em: <http://ssrn.com/abstract=436300>.
- (3) DEUSKAR, Prachi; GUPTA, Anurag; SUBRAHMANYAM, Marti G. – Interest Rate Option Markets: The Role of Liquidity in Volatility Smiles. Social Science Research Network. Publicado em Novembro, 2004. Atualizado em Dezembro, 2008. [Consult. 9 Nov. 2009]. Disponível em: http://papers.ssrn.com/sol3/Papers.cfm?abstract_id=1295852.
- (4) FELLER, W. - **An Introduction to Probability Theory and Its Applications**. New York. John Wiley & Sons (1968).
- (5) FERREIRA, Domingos – **Opções Financeiras – Gestão de Risco, Especulação e Arbitragem**. 2.^a ed. Lisboa: Edições Sílabo, 2009. ISBN 978-972-618-519-2.
- (6) FERREIRA, Domingos – **Fusões, Aquisições e Reestruturações de Empresas – Volume II**. Edições Sílabo, 2002. ISBN 978-972-618-280-1.
- (7) GEIGER, Heiko; SIPPEL, Konrad – **VDAX – NEW**. Deutsche Borse AG. Publicado em Abril, 2005. [Consult. 16 Fev. 2010]. Disponível em: <http://deutsche-borse.com>.
- (8) HASEN, David - **Financial Options in the Real World - An Economic and Tax Analysis**. Social Science Research Network. Publicado em Agosto, 2009. Atualizado em Outubro, 2009. [Consult. 16 Fev. 2010] Disponível em: <http://ssrn.com/abstract=1463759>.
- (9) JUNG, Do-Sub; CORRADO, Charles J. - **Tweaking Black-Scholes**. Social Science Research Network. Publicado em Março, 2009. [Consult. 17 Out. 2009] Disponível em: <http://ssrn.com/abstract=1330248>.
- (10) LI, Steven; YANG, Qianqian - **The relationship between implied and realized volatility: evidence from the Australian stock index option market**. Springer Netherlands. Publicado em Setembro, 2008. [Consult. 9 Nov. 2009]. Disponível em: <http://www.springerlink.com/content/234766051775204x/>.
- (11) OHSAKI, Schuichi; OZEKI, Takaaki; UMEZAWA, Akira – **A Note on the Black-Scholes Implied Volatility with Default Risk**. Social Science Research

Network. Publicado em Novembro, 2008. [Consult. 9 Set. 2009]. Disponível em: <http://ssrn.com/abstract=1299322>.

(12) OLIVEIRA, Luís Miguel - **A Extracção e a Importância da Informação Contida nos Preços dos Derivados Financeiros. Expectativas de Mercado e Prémios de Opções: uma Aplicação a Opções Sobre Futuros de Taxa de Juro**. Lisboa: Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior de Economia e Gestão, 2002. Dissertação de Mestrado.

(13) PARKER, Gareth; LIU, Berlinda; LOGGIE, Keith - **Directional Exposure to Volatility via Listed Futures S&P 500 VIX Short-Term Futures Index**. Social Science Research Network. Publicado em Janeiro, 2009. [Consult. 9 Set. 2009]. Disponível em: <http://ssrn.com/abstract=1333486>.

(14) SIRIOPOULOS, Costas; FASSAS, Athanasios - **Implied Volatility Indices – A Review**. Social Science Research Network. Publicado Junho, 2009). [Consult. 9 Set. 2009]. Disponível em: <http://ssrn.com/abstract=1421202>.

(15) SZADO, Edward - **VIX Futures and Options - A Case Study of Portfolio Diversification during the 2008 Financial Crisis**. Social Science Research Network. Publicado em Junho, 2009. Actualizado em Setembro, 2009. [Consult. 11 Nov. 2009]. Disponível em: <http://ssrn.com/abstract=1403449>.

(16) S.A. – **Serviços de Documentação da Universidade do Minho**. Universidade do Minho. Publicado em 2010. [Consult. 23 Mai. 2010]. Disponível em: <http://www.sdum.uminho.pt/Default.aspx?tabid=4&pageid=72&lang=pt-PT#DOCS>.

(17) S.A. - **The CBOE Volatility Index**. Chicago Board Options Exchange. Publicado em 2009. [Consult. 16 Fev. 2010]. Disponível em: <http://www.cboe.com/micro/vix/vixwhite.pdf>.

(18) S.A. – **Understanding Index Options**. Chicago Board Options Exchange. Publicado em 2001. [Consult. 18 Abr. 2010]. Disponível em: <http://www.cboe.com/LearnCenter/pdf/understandingindexoptions.pdf>.

(19) WHALEY, Robert E. - **Understanding VIX**. Social Science Research Network. Publicado em Novembro, 2008. Actualizado em Dezembro, 2008. [Consult. 9 Nov. 2009]. Disponível em: <http://ssrn.com/abstract=1296743>.