



**A MULTIPLICAÇÃO E A DIVISÃO DE NÚMEROS NATURAIS:
UMA ANÁLISE DE MANUAIS ESCOLARES DE 1.º CICLO**

João Pedro Marques de Oliveira Condesso

Dissertação apresentada à Escola Superior de Educação de Lisboa para obtenção de grau de mestre em Educação Matemática na Educação Pré-escolar e nos 1.º e 2.º ciclos do Ensino

Básico

2015



**A MULTIPLICAÇÃO E A DIVISÃO DE NÚMEROS NATURAIS:
UMA ANÁLISE DE MANUAIS ESCOLARES DE 1.º CICLO**

João Pedro Marques de Oliveira Condesso

Dissertação apresentada à Escola Superior de Educação de Lisboa para obtenção de grau de mestre em Educação Matemática na Educação Pré-escolar e nos 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico

Orientador: Professora Doutora Margarida Rodrigues

2015

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais e pelas suas palavras de motivação e apoio incondicional.

À Senhora Professora Doutora Margarida Rodrigues por sua orientação e apoio ao longo deste meu processo de formação profissional.

À minha esposa pelo apoio incondicional que sempre me soube dar com sabedoria e amor.

Aos meus filhos.

Aos meus sogros pelo seu apoio.

Ao meu grande amigo Manuel Monteiro, que sempre me apoiou, pela sua disponibilidade e ajuda prestada.

Ao meu amigo João Barros pelas dúvidas que me esclareceu.

À minha formadora de matemática Alice Carvalho que me mostrou um outro lado da Matemática.

Dedico esta dissertação de mestrado, ao meu avô, José Dias Condesso.

RESUMO

Este estudo tem como objetivo saber de que modo os manuais escolares do 1.º Ciclo do ensino básico abordam a multiplicação e a divisão de números naturais, procurando responder às seguintes questões: (1) Que significados da multiplicação são abordados nas duas coleções em cada ano e como cada significado da multiplicação é tratado ao longo dos 2.º, 3.º e 4.º anos de escolaridade?; (2) Que significados da divisão são abordados nas duas coleções em cada ano de escolaridade e como cada significado da divisão é tratado ao longo dos 2.º, 3.º e 4.º anos?; (3) Como é abordada a relação entre a divisão e a multiplicação nas duas coleções em cada ano e ao longo do 2.º, 3.º e 4.º anos?; e (4) Que componentes do sentido de número estão contemplados nas duas coleções, relativamente à multiplicação e à divisão? Foi utilizado sobretudo o método quantitativo na análise do conteúdo dos dois manuais selecionados, *Grande Aventura* da Texto Editores e *Alfa* da Porto Editora.

Concluiu-se que todos os significados da multiplicação são abordados na coleção *Grande Aventura* nos 2.º e 3.º anos, exceto no 4.º ano, onde não apresenta tarefas relacionadas com o produto cartesiano. Na coleção *Alfa*, há sempre significados que não são abordados em qualquer um dos anos contemplados no estudo.

Na divisão, concluiu-se que na coleção *Grande Aventura*, são abordados todos os significados da divisão no 3.º ano, embora o produto de medidas/produto cartesiano esteja presente numa única tarefa. Nos 2.º e 4.º anos, são abordados todos os significados, exceto o produto de medidas/produto cartesiano, em ambas as coleções.

Considerando ambas as coleções, concluiu-se que a relação entre a divisão e a multiplicação apresenta uma representatividade muito pouco expressiva no 2.º ano, assumindo cerca de 50 % nos 3.º e 4.º anos.

Palavras-chave: manuais escolares, multiplicação, divisão, sentido de número, números naturais

ABSTRACT

This study aims to analyse how elementary school text books approach the multiplication and division of natural numbers, answering the following questions: (1) Which meanings of the multiplication are approached in each year and how each meaning is approached over the second, third and fourth grades?; (2) Which meanings of the division are approached in each year and how each meaning is approached over the second, third and fourth grades?; (3) How is the relation between division and multiplication approached in each year and over the second, third and fourth grades?; and (4) Which components of the number sense dealing with multiplication and division are in the two text books? It was mainly used the quantitative method in the content analysis of the two selected text books, *Grande Aventura* of Texto Editores and *Alfa* of Porto Editora.

It concludes that all the meanings of multiplication are approached in *Grande Aventura* in the second and third grades, but not in the fourth grade, in which there are no tasks concerning the cartesian product. In *Alfa*, there are always meanings that are not presented in any of the grades examined in the study.

All the meanings of division are approached in *Grande Aventura* in the third grade, although the cartesian product is presented in only one task. In the second and fourth grades, all the meanings are addressed, except the cartesian product in both text books.

Considering the two text books, the relation between the division and the multiplication has very little expression in the second grade, and around 50 % in the third and fourth grades.

Keywords: school text books, multiplication, division, number sense, natural numbers

ÍNDICE GERAL

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1. Motivação	1
1.2. Pertinência do estudo.....	2
1.3. Problema, objetivo e questões do estudo.....	3
CAPÍTULO 2 – ENQUADRAMENTO TEÓRICO	5
2.1. Manuais escolares.....	5
2.1.1. O conceito de manual escolar ao longo dos tempos	5
2.1.2. O manual escolar: problemas, legislação, funções e tipos	8
2.1.3. Investigação em Portugal sobre manuais escolares de Matemática	10
2.2. Multiplicação e divisão numa perspetiva de sentido de número	11
2.2.1. Sentido de número	11
2.2.2. Investigação sobre a aprendizagem da multiplicação e divisão	14
2.2.3. Situações modeladas pela multiplicação e divisão	18
CAPÍTULO 3- METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO	29
3.1. Opções metodológicas.....	29
3.2. Análise de Conteúdo.....	30
3.3. Recolha e análise de dados	32
3.3.1. Categorização	33
3.3.2. Leitura Flutuante	35
3.3.3. Recorte.....	36
3.3.4. Enumeração	36
CAPÍTULO 4 - ANÁLISE DAS DUAS COLEÇÕES	39

4.1. Estrutura das Coleções.....	39
4.1.1. Coleção Grande Aventura	39
4.1.2. Coleção Alfa	40
4.2. Análise das duas coleções.....	41
4.2.1. Multiplicação	44
4.2.1.1. <i>Significados da multiplicação</i>	47
4.2.1.2. <i>Componentes do sentido de número alusivos à multiplicação</i>	54
4.2.2. Divisão.....	59
4.2.2.1. <i>Significados da divisão</i>	61
4.2.2.2. <i>Componentes do sentido de número alusivos à divisão</i>	65
4.2.3. A relação entre a divisão e a multiplicação	69
CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES, CONSTRANGIMENTOS E	
RECOMENDAÇÕES.....	75
5.1. Conclusões.....	76
5.1.1. Significados da multiplicação.....	76
5.1.2. Significados da divisão.....	78
5.1.2. Relação entre a multiplicação e a divisão.....	79
5.1.3. Componentes do sentido de número.....	80
5.2. Constrangimentos do estudo.....	81
5.3. Recomendações	82
REFERÊNCIAS	83
ANEXOS	87
Anexo 1 - Tabela de frequências I.....	88
Anexo 2 - Tabela de frequências II	89
Anexo 3 - Grelhas de análise.....	91

Anexo 4 - Manuais adotados nos concelhos de Lisboa e do Porto	111
---	-----

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1.</i> Multiplicação como isomorfismo de medidas (Vergnaud, 2009, p. 240).	20
<i>Figura 2.</i> Análise das relações presentes na multiplicação como isomorfismo de medidas (Vergnaud, 2009, p. 243).	21
<i>Figura 3.</i> Divisão como partilha equitativa. Adaptado de Vergnaud (2009, p. 242).	24
<i>Figura 4.</i> Divisão como medida Adaptado de Vergnaud (2009, p. 243).	25
<i>Figura 5.</i> Multiplicação como produto de medidas. Adaptado de Vergnaud (2009, p. 255).	26
<i>Figura 6.</i> Divisão como produto de medidas. Adaptado de Vergnaud (2009, p. 256). .	26
<i>Figura 7.</i> Tarefas incidentes na multiplicação nas duas coleções, por ano.	45
<i>Figura 8.</i> Tarefas incidentes na multiplicação, por ano e por coleção.	46
<i>Figura 9.</i> Tarefas incidentes nos significados da multiplicação, no 2.º ano, por coleção.	47
<i>Figura 10.</i> Tarefas incidentes nos significados da multiplicação, no 3.º ano, por coleção.	48
<i>Figura 11.</i> Tarefas incidentes nos significados da multiplicação, no 4.º ano, por coleção.	49
<i>Figura 12.</i> Tarefas incidentes nos significados da multiplicação, de todos os anos, nas duas coleções.	50
<i>Figura 13.</i> Tarefas incidentes na multiplicação no significado soma de parcelas iguais, por ano e por coleção.	51
<i>Figura 14.</i> Tarefas incidentes na multiplicação no significado isomorfismo de medidas, uso explícito de tabela de razões, por ano e por coleção.	51
<i>Figura 15.</i> Tarefas incidentes na multiplicação no significado “rate”, preço por unidade, por ano e por coleção.	52
<i>Figura 16.</i> Tarefas incidentes na multiplicação no significado modelo retangular, por ano e por coleção.	53
<i>Figura 17.</i> Tarefas incidentes na multiplicação no significado multiplicação comparativa, por ano e por coleção.	53
<i>Figura 18.</i> Tarefas incidentes na multiplicação no significado produto cartesiano, por ano e por coleção.	54

<i>Figura 19.</i> Tarefas incidentes nos componentes de sentido de número alusivos à multiplicação, no 2.º ano, por coleção.....	55
<i>Figura 20.</i> Tarefas incidentes nos componentes de sentido de número alusivos à multiplicação, no 3.º ano, por coleção.....	56
<i>Figura 21.</i> Tarefas incidentes nos componentes de sentido de número alusivos à multiplicação, no 4.º ano, por coleção.....	57
<i>Figura 22.</i> Tarefas incidentes nas propriedades da multiplicação e em relações entre os números, por ano e por coleção.....	58
<i>Figura 23.</i> Tarefas incidentes em situações que levem à compreensão dos efeitos da multiplicação sobre os números naturais, por ano e por coleção.	58
<i>Figura 24.</i> Tarefas incidentes em situações de cálculo com a multiplicação que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado, por ano e por coleção.....	59
<i>Figura 25.</i> Tarefas incidentes na divisão nas duas coleções, por ano.	60
<i>Figura 26.</i> Tarefas incidentes na divisão, por ano e por coleção.	60
<i>Figura 27.</i> Tarefas incidentes na divisão, no 2.º ano, por coleção.....	61
<i>Figura 28.</i> Tarefas incidentes na divisão, no 3.º ano, por coleção.....	62
<i>Figura 29.</i> Tarefas incidentes na divisão no 4.º ano, por coleção.....	62
<i>Figura 30.</i> Tarefas incidentes nos significados da divisão, de todos os anos, nas duas coleções.	63
<i>Figura 31.</i> Tarefas incidentes na divisão como medida, por ano e por coleção.	64
<i>Figura 32.</i> Tarefas incidentes na divisão como partilha equitativa, por ano e por coleção.....	64
<i>Figura 33.</i> Tarefas incidentes no produto cartesiano, divisão, por ano e por coleção. ..	65
<i>Figura 34.</i> Tarefas incidentes nos componentes de sentido de número alusivos à divisão, no 2.º ano, por coleção.....	65
<i>Figura 35.</i> Tarefas incidentes nos componentes de sentido de número alusivos à divisão, no 3.º ano, por coleção.....	66
<i>Figura 36.</i> Tarefas incidentes nos componentes de sentido de número alusivos à divisão, no 4.º ano, por coleção.....	67

<i>Figura 37.</i> Tarefas incidentes em dar sentido ao resto de uma divisão não exata, por ano e por coleção.....	67
<i>Figura 38.</i> Tarefas incidentes em situações que levem à compreensão dos efeitos da divisão sobre os números naturais, por ano e por coleção.....	68
<i>Figura 39.</i> Tarefas incidentes em situações de cálculo com a divisão que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado, por ano e por coleção.....	68
<i>Figura 40.</i> Tarefas incidentes em estabelecer relações e recorrer a padrões para fazer cálculos com divisão, por ano e por coleção.	69
<i>Figura 41.</i> Tarefas incidentes na relação entre a divisão e a multiplicação nas duas coleções, por ano.	70
<i>Figura 42.</i> Tarefas incidentes na relação entre a divisão e a multiplicação, por ano e por coleção.....	70
<i>Figura 43.</i> Tarefas incidentes na relação entre a divisão e a multiplicação, no 2.º ano, por coleção.....	71
<i>Figura 44.</i> Tarefas incidentes na relação entre a divisão e a multiplicação, no 3.º ano, por coleção.....	71
<i>Figura 45.</i> Tarefas incidentes na relação entre a divisão e a multiplicação, no 4.º ano, por coleção.....	72
<i>Figura 46.</i> Tarefas incidentes na identidade fundamental da divisão exata, por ano e por coleção.....	72
<i>Figura 47.</i> Tarefas incidentes na identidade fundamental da divisão não exata, por ano e por coleção.....	73

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1 - Estrutura do Sentido de Número (McIntosh et al., 1992)	12
Quadro 2. Situações modeladas pela multiplicação e pela divisão de números inteiros (Greer, 1992).	23
Quadro 3. Tabela cartesiana. Adaptado de Vergnaud (2009, p. 254).....	26
Quadro 4. Fases da análise	32
Quadro 5. A multiplicação e as suas subcategorias.....	34
Quadro 6. A divisão e as suas subcategorias	34
Quadro 7. A relação entre a multiplicação e a divisão e as suas subcategorias	35
Quadro 8. Exemplos das subcategorias da multiplicação.....	41
Quadro 9. Exemplos das subcategorias da divisão.....	43
Quadro 10. Exemplos das subcategorias da relação entre a divisão e a multiplicação ..	44

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta as minhas motivações, as razões que justificam a pertinência do estudo, o objetivo do estudo e o problema. Termina com a explicitação das questões de investigação.

1.1. Motivação

No ano letivo 2002/2003, trabalhei numa instituição de ensino particular como professor de apoio de Matemática de dois grupos de alunos: um grupo de 6.º ano e um outro grupo de 7.º ano. Verifiquei que os alunos tinham muitas dificuldades em aplicar o raciocínio multiplicativo em situações de proporcionalidade direta. Não conseguiam distinguir as situações de proporcionalidade direta de outras em que as relações entre os valores das variáveis não eram proporcionais e recorriam constantemente à «regra de três simples», evidenciando uma mecanização dos algoritmos, aplicando-os inclusivamente em situações em que não eram adequados. No caso destes alunos, ficou nítido para mim que as competências relacionadas com o raciocínio multiplicativo não tinham sido suficientemente desenvolvidas.

Ao longo dos vários anos como professor de 1.º Ciclo, verifiquei que os manuais de Matemática, dos vários anos de escolaridade; 2.º, 3.º e 4.ºanos, nos capítulos relacionados com a multiplicação propunham atividades que focavam situações em que o conceito de multiplicação era apresentado quase exclusivamente como uma adição de parcelas iguais e outras nas quais se pedia um treino e mecanização de regras associadas ao algoritmo de multiplicação, sem sentido para o aluno, ou seja, não tendo em conta tudo aquilo que o sentido do número propõe; o conhecimento para a compreensão das operações por parte dos alunos. Daí a minha motivação para investigar a abordagem dos manuais escolares de 1.º Ciclo no que respeita às operações aritméticas da multiplicação e da divisão.

1.2. Pertinência do estudo

No relatório *Matemática 2001* (APM, 1998), que tem por base um levantamento da situação da altura do ensino da Matemática em Portugal, afirma-se que, de um modo geral, o manual escolar era o recurso mais utilizado pelos professores (90% dos docentes do 1.º Ciclo e 82% dos docentes dos 2.º e 3.º ciclos e do ensino secundário usavam-no em muitas aulas ou sempre ou quase sempre). Embora nos dias de hoje exista uma grande oferta de recursos educativos, em que «os suportes informáticos e tecnológicos ocupam um lugar de destaque, não suscita grande controvérsia a ideia de que o manual escolar continua a ser um dos recursos didáticos-pedagógicos mais utilizados no quotidiano educativo» (Viseu & Morgado, 2011, p. 991). O manual continua, assim, a ter um papel preponderante no processo ensino-aprendizagem nos nossos tempos.

O raciocínio multiplicativo é o raciocínio que lida com situações de multiplicação, divisão e proporcionalidade. No campo da Educação Matemática, surgiram vários estudos incidentes no raciocínio proporcional nas crianças (Lesh, Post, & Behr, 1988; Nunes & Bryant, 1997; Singer, Kohn, & Resnick, 1997). Assim, a multiplicação e a divisão são conceitos determinantes para a aprendizagem da proporcionalidade. A compreensão da natureza multiplicativa das relações proporcionais é uma das condições associada ao raciocínio proporcional (Ponte, Silvestre, Garcia, & Costa, 2010). Para que haja essa compreensão, é necessário que os alunos no 1.º Ciclo trabalhem com regularidades, estruturas multiplicativas em situações modeladas pela divisão e multiplicação.

Anghileri (1989), Fosnot e Dolk (2001) e Mulligan e Mitchelmore (1997) foram investigadores que revelaram as várias etapas que os alunos atravessam para construir a multiplicação e a divisão. Greer (1992), nas suas investigações, relaciona a categorização de situações modeladas pela multiplicação e divisão, através de problemas de palavras, de acordo com a natureza das quantidades envolvidas e das relações entre elas. Fosnot e Dolk (2001) e Mendes (2012), nos seus estudos, abordaram a aprendizagem da multiplicação e da divisão numa perspetiva do sentido de número.

Alguns dos documentos oficiais de referência internacional e nacional, tais como Princípios e Normas para a Matemática Escolar (2007) e o Programa de Matemática do Ensino Básico (2007) recentemente revogado, enfatizam o desenvolvimento do sentido de número na abordagem do tema Números e Operações. Dentro deste tema, as operações de multiplicação e de divisão são abordadas com mais ênfase a partir do 3.º ano, como é referido pelo NCTM (2007): «Do 3.º ao 5.º ano, os alunos deverão continuar a desenvolver o sentido do número, embora com mais ênfase na multiplicação e na divisão» (p. 102).

1.3. Problema, objetivo e questões do estudo

Segundo Choppin (referido por Viseu & Morgado, 2011, p. 993), os manuais escolares têm quatro funções essenciais nos dias de hoje «que podem variar significativamente de acordo com o ambiente sociocultural, as disciplinas, os níveis de ensino, os métodos e as formas de utilização: função curricular ou pragmática, função instrumental, função ideológica e cultural e função documental». Das quatro funções essenciais dos manuais, pretendo abordar duas neste estudo: a função curricular ou pragmática e a função instrumental. A função curricular ou pragmática decorre do manual escolar visar a tradução do programa em vigor, como um suporte de conteúdos educativos e um consignatário de conhecimentos, técnicas e competências que a sociedade considera ser necessário transmitir às novas gerações. A função instrumental relaciona-se com o facto de o manual escolar sugerir exercícios e atividades e tentar «pôr em prática metodologias de aprendizagem que favoreçam a aquisição de competências e a apropriação de habilidades que estimulem a adoção de métodos de análise e de resolução de problemas» (Viseu & Morgado, 2011, p. 993).

Tendo em conta a problemática do estudo, tenciono explorar na minha análise de manuais: o estudo das operações de multiplicação e divisão de acordo com as situações modeladas por estas operações, ou seja, identificar (i) problemas de palavras categorizados por Greer (1992) e Vergnaud (2009), (ii) situações em que emergem os modelos que sustentam o raciocínio multiplicativo (Fosnot & Dolk, 2001; Nunes, Bryant, Magina & Campos, 2005), (iii) situações nas quais se promova a conexão entre as duas operações, multiplicação e divisão (Nunes et al., 2005; Vergnaud, 2009) e (iv) a

sua utilização em situação de resolução de problemas (Fosnot & Dolk, 2001; Greer, 1992; ME, 2007; Vergnaud, 2009).

Situando-se no contexto apresentado anteriormente, este estudo tem como objetivo saber de que modo os manuais escolares do 1.º Ciclo do ensino básico abordam a multiplicação e a divisão de números naturais. Mais especificamente, procuro responder às seguintes questões:

1- Que significados da multiplicação são abordados nas duas coleções em cada ano e como cada significado da multiplicação é tratado ao longo dos 2.º, 3.º e 4.º anos de escolaridade?

2- Que significados da divisão são abordados nas duas coleções em cada ano de escolaridade e como cada significado da divisão é tratado ao longo dos 2.º, 3.º e 4.º anos?

3- Como é abordada a relação entre a divisão e a multiplicação nas duas coleções em cada ano e ao longo do 2.º, 3.º e 4.º anos?

4- Que componentes do sentido de número estão contemplados nas duas coleções, relativamente à multiplicação e à divisão?

CAPÍTULO 2 – ENQUADRAMENTO TEÓRICO

O presente capítulo está dividido em duas grandes seções: uma ligada ao manual escolar e outra relacionada com as operações de multiplicação e divisão. A primeira seção apresenta o conceito de manual escolar ao longo dos tempos, o manual escolar e a sua problemática e por fim, algumas investigações que foram realizadas sobre os manuais de Matemática em Portugal. A segunda seção aborda a multiplicação e divisão numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número e as várias situações modeladas pela divisão e multiplicação de números naturais. São ainda referidas as investigações sobre a aprendizagem do raciocínio multiplicativo.

2.1. Manuais escolares

2.1.1. O conceito de manual escolar ao longo dos tempos

Ferraro (2011) refere que Schubring, no seu estudo, revela que já existiam livros direcionados para o ensino muito antes de existir uma tecnologia que os pudesse imprimir e distribuir. Na Mesopotâmia, por volta de 2500 a.C., com o aparecimento de escribas, apareceram as primeiras produções textuais como exercícios para resolução e documentos para o uso de mestres. Na antiga Grécia, aparecem os *Elementos de Euclides*, textos que apresentam as bases da geometria euclidiana. Segundo Choppin (citado por Ferraro, 2011), no século XVI, o trabalho editorial na Europa era diminuto visto que a escolarização não estava instituída na sociedade e existia pouco avanço tecnológico a nível da produção editorial, apesar de já existirem textos impressos a preto e branco. No século XVIII, a produção editorial e a educação estavam sob a tutela da Igreja Católica que assim assegurava a transmissão de temas religiosos. Já no século XIX, o historiador francês Jean-Yves Mollier (2008) diz que a partir de uma resolução do Ministério da Instrução Pública da França, instituída a 29 de janeiro de 1890, o uso de manuais escolares nas salas de aula das escolas primárias torna-se obrigatório. «A partir de então, em princípio, nenhum aluno escaparia a escolarização e à aculturação pelo livro» (Mollier, citado por Ferraro, 2011, p. 171).

Também em Portugal, entre 1863 e 1875, o manual escolar começa a ser obrigatório na escola elementar. Em Portugal, as Cartilhas e os Compêndios Escolares foram concebidos e produzidos no interior de instituições como a Corte, a Universidade de Coimbra, as Dioceses, as Ordens Religiosas e Monásticas e os Mestres Régios no decorrer do século XVIII. O conceito de manual escolar, ao longo dos séculos XVIII, XIX e XX sofreu algumas alterações, como refere Magalhães (2006), e foi considerado, a partir da Escola Nova, como «uma iniciação, uma abertura de caminhos, uma estruturação básica do raciocínio, com vista ao alargamento e aprofundamento da informação, remetendo para outras leituras e para outras fontes de conhecimento» (p. 13). Já no século XX, com o aparecimento do Estado Novo até aos anos sessenta há um único manual escolar para cada disciplina «sobre o qual o estado controlava todo o processo, desde a aprovação de um projeto educativo até ao projeto editorial, passando ainda por um controle que compreendia a chancela do estado e a numeração do exemplar» (Carvalho, 2006, p. 14). A partir do 25 de abril de 1974, existiu uma grande liberdade editorial para a sua conceção, o que fez com que houvesse uma massificação de manuais para cada ano e disciplina específica. A responsabilidade da adoção dos manuais passou a ser dos professores e das instituições escolares (Moreira, Ponte, Pires & Teixeira, 2006), ao contrário do que acontecia no Estado Novo.

No final do século XX, em Portugal, o conceito de manual escolar é definido pelo Decreto-Lei n.º 369/90, de 26 de novembro que o define como

o instrumento de trabalho, impresso, estruturado e dirigido ao aluno, que visa contribuir para o desenvolvimento de capacidades, para a mudança de atitudes e para a aquisição dos conhecimentos propostos nos programas em vigor, apresentando a informação básica correspondente às rubricas programáticas, podendo ainda conter elementos para o desenvolvimento de atividades de aplicação e avaliação da aprendizagem efectuada. (Artigo 2.º, p. 4836)

Já no século XXI, em Portugal, é aprovado o Decreto-Lei n.º 47/2006 de 28 de agosto, 3.º artigo, alínea b, que define o regime de avaliação, certificação e adoção dos

manuais escolares do ensino básico e secundário. Com esta lei, surge um novo conceito de manual escolar percecionado da seguinte forma:

«Manual escolar» o recurso didáctico-pedagógico relevante, ainda que não exclusivo, do processo de ensino e aprendizagem, concebido por ano ou ciclo, de apoio ao trabalho autónomo do aluno que visa contribuir para o desenvolvimento das competências e das aprendizagens definidas no currículo nacional para o ensino básico e para o ensino secundário, apresentando informação correspondente aos conteúdos nucleares dos programas em vigor, bem como propostas de actividades didácticas e de avaliação das aprendizagens, podendo incluir orientações de trabalho para o professor. (Artigo 3-º, alínea b, p. 6213)

Este decreto inclui quatro novas ideias que o anterior não contemplava. A primeira é que o manual escolar é um recurso didáctico-pedagógico relevante, *ainda que não exclusivo*, do processo de ensino e aprendizagem. Como consequência desta ideia, o Decreto-Lei legisla a alínea c do mesmo artigo:

Outros recursos didáctico-pedagógicos» os recursos de apoio à acção do professor e à realização de aprendizagens dos alunos, independentemente da forma de que se revistam, do suporte em que são disponibilizados e dos fins para que foram concebidos, apresentados de forma inequivocamente autónoma em relação aos manuais escolares. (Artigo 3-º, alínea c, p. 6213)

A segunda é que o manual *escolar é caracterizado como sendo de apoio ao trabalho autónomo dos alunos*. A terceira é que o manual *obrigatoriamente* traz actividades didácticas, o que não acontecia no decreto anterior. A quarta é que *poderá conter* orientações de trabalho para o professor. De acordo com o que foi dito anteriormente, esta nova conceção de manual escolar é muito mais completa do que a anterior. Também neste caso, o manual é um instrumento que revela as políticas educativas em ações didáctico-pedagógicas, ou seja, é um mediador entre o currículo intencional e o currículo implementado (Valverde et al., 2002).

2.1.2. O manual escolar: problemas, legislação, funções e tipos

A maioria dos conhecimentos é transmitida de duas formas: pela comunicação pessoal oral e por textos escritos, e mesmo hoje, apesar da perda de terreno para a internet, o livro continua a ser o meio de transmissão privilegiado dos saberes matemáticos (Carvalho, 2006, p. 6). No entanto, o manual levanta muitos problemas. Em Portugal, o *Relatório sobre os Manuais escolares* (1997) dá a conhecer vários problemas, agrupando-os em 7 categorias gerais: problemas decorrentes da reforma curricular; problemas relativos à qualidade científica-pedagógica dos manuais escolares; problemas relativos à sua qualidade gráfica e durabilidade; problemas relativos ao seu preço; problemas relativos à edição e à distribuição; problemas relativos à adoção dos manuais escolares pelos professores; problemas relativos à análise da qualidade e certificação dos manuais escolares. Devido aos problemas que os manuais apresentam, o Decreto-Lei n.º 47/2006 de 28 de agosto é legislado para tentar colmatar alguns desses problemas. O Decreto-Lei no Capítulo I refere o objeto como

A presente lei define o regime de avaliação, certificação e adoção aplicável aos manuais escolares e outros recursos didáctico-pedagógicos do ensino básico e do ensino secundário, bem como os princípios e objectivos a que deve obedecer o apoio sócio-educativo relativamente à aquisição e ao empréstimo de manuais escolares. (Artigo 1.º, p. 6213)

O Artigo 8.º diz que os procedimentos de adoção e certificação desenvolvem-se em duas etapas: uma fase de avaliação e de certificação dos manuais e uma fase de avaliação e adoção. A avaliação e certificação dos manuais ficam a cargo de comissões de avaliação, que atribuem uma certificação de qualidade científica-pedagógica. Estas comissões são constituídas por ciclo, por ano de escolaridade, por disciplina ou por área curricular e são constituídas por um mínimo de três ou cinco especialistas: docentes e investigadores do ensino superior das áreas científicas e pedagógicas, docentes do quadro de nomeação definitiva, membros de sociedades ou associações científicas e pedagógicas (Artigo 9.º). As comissões de avaliação e de certificação são regidas obrigatoriamente pelos seguintes critérios:

- a) Rigor científico, linguístico e conceptual;
- b) Adequação ao desenvolvimento das competências definidas no currículo nacional;
- c) Conformidade com os objectivos e conteúdos dos programas ou orientações curriculares em vigor;
- d) Qualidade pedagógica e didáctica, designadamente no que se refere ao método, à organização, a informação e a comunicação;
- e) Possibilidade de reutilização e adequação ao período de vigência previsto;
- f) A qualidade material, nomeadamente a robustez e o peso. (Artigo 11.º, 2, p. 6215)

Após a avaliação dos manuais, efetuada pelas comissões de avaliação, será atribuída uma menção de *Certificado* ou *Não Certificado* (Artigo 12.º). A segunda etapa de avaliação e adoção é «efetuada pelos professores nas escolas, tendo em vista a apreciação da adequação dos manuais escolares ao projeto educativo de cada instituição». (Artigo 8.º, p. 6214).

Gérard e Roegiers (1998) atribuem aos manuais escolares duas funções. A função que o manual escolar desempenha em relação ao uso que os alunos lhe dão e a função que desempenha em relação ao uso que os professores lhe dão. Em relação ao aluno, o manual tem como função promover a aprendizagem. Este conceito de aprendizagem, para os autores, envolve a transmissão de conhecimentos, desenvolvimento de capacidades e competências, consolidação das aquisições e avaliação das aquisições, tendo em conta que esta aprendizagem deve permitir uma conexão entre as aprendizagens escolares, a vida quotidiana e a vida futura profissional. Em relação ao uso dado pelos professores, são consideradas quatro funções: conhecimento científico e geral; formação pedagógica; auxílio nas aprendizagens e na gestão das aulas; auxílio na avaliação das aquisições.

Gérard e Roegiers (1998) caracterizam o manual do aluno de acordo com duas tipologias: manual fechado se contém toda a informação necessária à aprendizagem do

grupo e aberto se o aluno tem autonomia para explicitar as suas ideias antes do docente iniciar o tema.

2.1.3. Investigação em Portugal sobre manuais escolares de Matemática

Moreira et al. (2006) referem que, na última década, tem havido um crescente interesse da comunidade portuguesa de educação matemática em investigar o manual escolar de Matemática. No entanto, Carvalho (2006) diz que em Portugal há ainda pouca investigação acerca dos manuais escolares em geral, e de Matemática principalmente. Os estudos desenvolvidos, nas últimas décadas, permitem realçar diferentes resultados, quer em relação ao manual escolar como objeto do estudo (manuais atuais ou do passado), quer aos diferentes modos de utilização dados pelos professores (sendo estes os principalmente estudados) e pelos alunos (Moreira et al., 2006). Henriques e Almeida (2005) investigam algumas características da história do manual escolar como a presença de aspetos lúdicos nos problemas propostos nos primeiros livros de Aritmética publicados em Portugal no século XVI. Mais recentemente, Martins (2010), no seu estudo, procurou saber, através da aplicação de questionários, que papel é que os professores atribuem ao manual escolar nas práticas do ensino da Matemática, nomeadamente no ensino das frações. Os seus resultados apontam para o facto de os docentes utilizarem continuamente o manual escolar, quer na planificação quer na lecionação das aulas.

O estudo de Viseu e Morgado (2011), com docentes de Matemática, que lecionam os 9.º e 12.º anos de escolaridade, de dois agrupamentos de escolas, tentou averiguar como é que os professores integram os manuais nas atividades letivas bem como o sentido que conferem à sua utilização. Este estudo revelou que existe uma certa inaptidão de produzir dinâmicas próprias do processo ensino-aprendizagem que concretizem o currículo. Os mesmos autores corroboram a ideia que

a centralidade do manual escolar não deve comprometer a autonomia do professor, a quem compete organizar, operacionalizar e avaliar os processos de ensino-aprendizagem, sem descurar as especificidades e expectativas dos alunos, as características sociais e culturais da comunidade escolar e o

protagonismo que deve assumir nesses processos. (Viseu & Morgado, 2011, p. 992)

2.2. Multiplicação e divisão numa perspetiva de sentido de número

2.2.1. Sentido de número

Diz-se que um aluno tem um bom sentido de número quando este consegue explicitar e compreender os números e as suas relações no seio das operações e ser capaz de as relacionar. O sentido de número relaciona-se com a compreensão geral sobre os números e as operações e com a destreza flexível no cálculo com números, nas suas várias representações matemáticas. A valorização desta abordagem entra em confronto com um ensino dos números só baseado num algoritmo estanque e sem sentido.

Para McIntosh, Reys e Reys (1992) a construção do sentido de número é um sistema complexo, envolvendo os números e as operações e as interligações presentes em ambos. Estes autores, para além de elucidarem o que entendem por sentido de número, sugerem um modelo que organiza e inter-relaciona todos os componentes do sentido de número. É proposta por McIntosh et al. (1992) a seguinte descrição sobre o sentido do número:

O sentido de número refere-se a uma compreensão geral que cada pessoa tem sobre os números e as operações juntamente com a capacidade e propensão para usar esta compreensão de forma flexível para fazer apreciações matemáticas e devolver estratégias úteis na manipulação dos números e das operações. O sentido de número reflete uma propensão e uma habilidade para usar o número e métodos de cálculo como um meio de comunicação, processamento e interpretação de informações. (McIntosh et al., 1992, p. 3)

Este modelo compreende três grandes áreas:

- 1) Conhecimento e destreza com os números;
- 2) Conhecimento e destreza com as operações;

3) Aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações.

Quadro 1 - Estrutura do Sentido de Número (McIntosh et al., 1992)

1. Conhecimento e destreza com os números	Sentido da regularidade dos números
	Múltiplas representações dos números
	Sentido da grandeza relativa e absoluta dos números
	Uso de sistemas de referência para avaliar uma resposta ou arredondar um número de modo a facilitar o cálculo
2. Conhecimento e destreza com as operações	Compreensão do efeito das operações
	Compreensão das propriedades de cada operação
	Compreensão das relações entre as operações
3. Aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações, em situações de cálculo.	Compreensão para relacionar o contexto e os cálculos
	Consciencialização da existência de múltiplas estratégias
	Apetência para usar representações eficazes
	Sensibilidade para rever os dados e o resultado

Passo a desenvolver os componentes da primeira área, *conhecimento e destreza com os números*:

O sentido da regularidade dos números implica perceber como a numeração Indo-Árabe organiza e representa os números na reta numérica de acordo com a ordem de grandeza, com as várias representações dos mesmos e o que representa cada algarismo, ou seja, o valor de posição no número. Quando os alunos contam oralmente e escrevem uma sequência de números vão identificando padrões e regularidades, ou seja, referenciais, que são próprias do sistema de base 10, sistema de numeração decimal e posicional, que vai ajudar na construção de números maiores. Estes padrões e regularidades, referenciais, também vão ajudar os alunos a saber comparar e ordenar os números.

O conhecimento das múltiplas representações dos números é muito importante para se adquirir o sentido de número, nomeadamente perceber as várias representações pictóricas e simbólicas do mesmo número. O número 6 tem várias representações, como

podemos constatar: $5+1$ ou $2+2+2$ ou $3+3$ ou 3×2 ou 2×3 ou $12-6$ ou $12:2$, em contextos do dia-a-dia e de acordo com a situação a resolver.

O sentido da grandeza, relativa e absoluta dos números inclui perceber o valor relativo de um número ou de uma quantidade em comparação com outro número ou quantidade em diferentes contextos. Para uma criança do 1.º ano, 100 é um número grande, pois esta não tem a conceção clara da sua ordem de grandeza. Então é necessário dar vários contextos familiares ao aluno, onde entre o 100, para que este consiga perceber o valor absoluto e relativo do número. Se tivermos em conta o valor de 100 segundos, estes passam rapidamente; se pensarmos em 100 bonecos, é uma grande quantidade. O 100 tem sempre o mesmo valor absoluto em múltiplos contextos. No entanto, o seu sentido relativo pode variar consoante seja comparado com um número pequeno, o 1 ou o 2, ou com um número superior, por exemplo, o 1000.

O sistema de valores de referência permite ao aluno ter pontos de referência, onde este se apoie para efetuar diversos raciocínios matemáticos, ou utilizar determinadas estratégias. Para cada aluno, cada um assume um significado próprio e passa a ser auxiliar precioso de cálculo e raciocínio. Estes números de referência estão associados aos múltiplos de 2, 5 e 10 e a pontos intermédios, como sejam a metade, um quarto, um quinto, um oitavo e uma décima.

Apresento, em seguida, o sentido dos componentes da segunda área, *conhecimento e destreza com as operações*:

A questão de perceber o efeito de uma operação está intimamente ligada ao conhecimento dos números usados num determinado conjunto numérico. Na multiplicação, por exemplo, os alunos começam por considerar que ao multiplicar números naturais positivos, o produto é sempre maior, ou igual, aos fatores da multiplicação (por exemplo, $15 \times 10 = 150$). No entanto, ao multiplicarem com números racionais, quando um dos fatores está entre 0 e 1, o produto obtido é menor do que um dos fatores envolvidos (por exemplo, $1,5 \times 0,5 = 0,75$), o que implica que tenham de reconsiderar a ideia previamente construída de que multiplicar tem o efeito de aumentar. É muito importante variar os vários contextos para que os alunos consigam adquirir modelos matemáticos onde compreendam estas relações das operações, ou seja, os efeitos das operações em determinados conjuntos numéricos.

Entender as propriedades matemáticas de cada operação, como a comutativa e a distributiva e associativa, no caso da multiplicação, permite uma grande habilidade e destreza em situações de cálculo em determinados contextos.

Estar sensibilizado para as várias relações que existem entre as várias operações dá acesso a uma escolha mais eficaz, por parte do aluno, de uma estratégia que melhor se adequa ao contexto. Ter noção, por exemplo, da relação existente entre a adição e a multiplicação permite aos alunos, em determinados contextos, recorrer a esta última operação, de modo a tornar o cálculo mais eficiente e rápido.

Por fim, apresento os componentes da terceira área, *aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo*:

É necessário que os alunos compreendam o contexto de um problema e quais os cálculos que necessitam para o resolver, levando-os a utilizar estratégias onde entrem ou não, valores arredondados ou exatos para uma solução apropriada. Por exemplo, num problema, dados os preços de dois cadernos, 0,99 € e 1,49 €, para obter um valor exato, posso arredondar para 1€ e 1,50 € para facilitar o cálculo e depois compensar, retirando dois cêntimos.

Consciencializar os alunos de que há várias estratégias na resolução de um problema permite-lhes escolher aquela que parece ser a mais adequada para a sua resolução. Se a estratégia a que se recorreu não for eficaz, é necessário recorrer uma outra que se torne eficaz na resolução. Por exemplo, um aluno do 2.º ano ao querer saber quantos cromos estão, no total, em seis carteiras, acabadas de comprar, cada uma com 5 cromos, pode usar diferentes estratégias: adicionar o número 5, 6 vezes, ou efetuar a multiplicação 6×5 .

Por fim, a sensibilidade para rever os dados e o resultado diz respeito à capacidade de o aluno analisar a solução, se tem ou não sentido no contexto em que se encontra o problema.

2.2.2. Investigação sobre a aprendizagem da multiplicação e divisão

Para Fosnot e Dolk (2001), no campo da multiplicação, a passagem do cálculo por contagem, *fase da contagem*, para estratégias eficientes de cálculo é apoiada pelo recurso a modelos retangulares em situações contextualizadas do dia-a-dia. Ou seja, o

recurso a modelos retangulares, como caixas de frutas e vegetais, onde estes estão arrumados numa disposição retangular, promove a capacidade de perceber as relações numéricas e as propriedades da multiplicação. Para os autores, o cálculo por contagem um a um de objetos, numa disposição retangular, não é considerado como uma estratégia multiplicativa. Mas desde o cálculo por contagem um a um até às estratégias formais da multiplicação, os alunos passam por várias etapas de desenvolvimento (Ell, Irwin, & McNaughton 2004; Fosnot & Dolk, 2001).

No início, os alunos resolvem problemas de situações modeladas pela multiplicação contando de um em um (*counting-by-ones*, no original). Por exemplo, no problema "Se cada saco tiver 6 bolachas, quantas bolachas existem em 3 sacos?", quando os alunos já conseguem perceber que um grupo pode ser constituído por seis unidades e que mais seis unidades é outro grupo, é indicador de dominarem o conceito de *unitizing*. Este conceito requer uma nova forma de tratar os números que é bastante difícil para os alunos da faixa etária dos 1.º e 2.º anos de escolaridade, uma vez que requer que as crianças usem o número não só para contar o número de objetos mas também o número de grupos. O conjunto é assim considerado como um certo número de grupos de um número de objetos. As partes, ou seja, o multiplicador e o multiplicando juntos, formam um todo; o produto. A relação entre as partes e o produto explica a reciprocidade entre a divisão e a multiplicação. Se conhecermos as partes (multiplicador e multiplicando) conseguimos descobrir o produto. Se soubermos só uma parte e o produto conseguimos descobrir a outra parte que pode ser o número de objetos de cada grupo ou o número de grupos, através da divisão. *Unitizing* para Fosnot e Dolk (2001) é um conceito muito importante porque este abrange perceber a posição de valor da base dez: «dez objetos é um grupo de dez» e também referem que é o pilar para mais tarde entender a ideia de expoente.

Uma outra estratégia para resolver o mesmo problema é usar para cada grupo de seis um dedo: «eu tenho seis, doze e dezoito.» Apesar dos dedos serem usados para marcar cada grupo, a atenção está sempre centrada em contar o número total de objetos. A este tipo de estratégia, Fosnot e Dolk (2001), designam-na como *skip counting* e é mais avançada do que a anterior. Uma terceira estratégia, para resolver o mesmo problema, é adicionar: $6+6+6$. Trata-se da estratégia de adição repetida. Por exemplo,

na resolução do problema «Quantas bolachas há em 4 caixas se cada uma tiver oito bolachas?», foram desenhadas quatro barras para representar as caixas e pensou-se que oito mais oito é dezasseis, e dezasseis mais dezasseis é trinta e dois. Aqui foi usada a estratégia dos dobros.

Uma estratégia diferente é a da decomposição de um dos fatores, com uso da propriedade distributiva, como por exemplo: $5 \times 7 = 5 \times 5 + 5 \times 2$. Esta propriedade permite entender o algoritmo da multiplicação de números inteiros (Fosnot & Dolk, 2001; Vergnaud, 2009). Por exemplo, quando o aluno calcula 43×12 , realiza a decomposição aditiva do multiplicador e a distributividade da multiplicação em relação à adição. $12 = 10 + 2$ (decomposição aditiva) e $43 \times 12 = 43 \times (10 + 2) = (43 \times 10) + (43 \times 2)$. Segundo Fosnot e Dolk (2001), a compreensão desta propriedade implica perceber que 6×5 pode ser resolvido adicionando 4×5 com 2×5 , ou qualquer outra combinação de grupos de 5. Envolve perceber a combinação que existe entre o todo e as partes. O todo é seis grupos de cinco e as partes são: 4×5 e 2×5 . A relação entre as partes e o todo aborda dois conceitos: a compensação e a reversibilidade. A compensação implica $(4 \times 5) + (2 \times 5) = (5 \times 5) + (1 \times 5)$, ou seja, o quatro passa a cinco e o dois a um: um ganha um grupo de cinco e outro perde um grupo de cinco. Os autores expõem que a reversibilidade é aparente entre o todo e as partes: $4 + 2 = 6$ então $6 - 4 = 2$. Se temos 4 grupos de cinco, quantos grupos de 5 preciso ter para fazer 6 grupos de cinco?

Para Fosnot e Dolk (2001) a estratégia denominada de *dobros e metades* está diretamente conectada com a propriedade associativa. Para resolver 4×7 , os alunos-poderão fazer $2 \times (2 \times 7)$. Para calcular 4×35 , pode-se fazer metade de 4×35 que é $2 \times 35 = 70$ e seguidamente fazer o dobro: 140, então $4 \times 35 = 2 \times (2 \times 35) = 140$. Ou, em 50×42 , usando primeiro o dobro: $(2 \times 50) \times 42 = 100 \times 42 = 4200$ e depois a metade: $\frac{1}{2} \times (100 \times 42) = 2100$, logo $50 \times 42 = 2100$. Vários autores (Anghileri, 1989; Ell et al., 2004; Fosnot & Dolk, 2001) consideram uma estratégia eficiente utilizar o dobro e a metade simultaneamente.

Para que os alunos passem pelas várias etapas, Fosnot e Dolk (2001) mencionam grandes ideias a desenvolver, que são fundamentais serem trabalhadas, pelos alunos, no

campo multiplicativo, tais como: *unitizing*, *propriedades distributiva*, *associativa* e *comutativa*.

Para os alunos investigarem a propriedade comutativa, Fosnot e Dolk (2001) propõem a contagem do número de filas e de colunas numa disposição retangular para calcular o número de objetos que estão dispostos, já que os alunos poderão compreender que tanto faz fazer o cálculo por filas ou por colunas, dependendo da perspectiva com que se vê o arranjo retangular. Vergnaud (2009) refere que a propriedade comutativa da multiplicação permite alterar o papel do multiplicador e do multiplicando. Por isso, são necessárias algumas precauções didáticas para que os alunos aceitem essa comutatividade já que é preciso fazer a abstração do que cada número representa.

Fosnot e Dolk (2001) referem que para perceber a relação entre a divisão e a multiplicação, é fundamental entender as relações parte/todo que existem numa estrutura multiplicativa. Inicialmente, os alunos resolvem situações modeladas pela divisão, recorrendo à subtração sucessiva e à adição sucessiva, tendo como suporte o conceito de *unitizing*. Numa fase mais avançada, os alunos recorrem à multiplicação para resolver problemas modelados pela divisão e começam a perceber, através de modelos e problemas contextualizados, que, por exemplo, $54 : 9 = 6$ porque $6 \times 9 = 54$. Os autores referem que, não obstante este processo facilitar a relação entre a divisão e a multiplicação, é necessário matematizar a relação entre as duas operações. Diversos autores partilham da perspectiva de que a multiplicação e a divisão devem ser ensinadas paralelamente, através de problemas, e não de uma forma linear e estanque (Fosnot & Dolk, 2001; Vergnaud, 2009) já que ambas as operações envolvem a estrutura multiplicativa.

De acordo com Fosnot e Dolk (2001), é fundamental dar sentido ao resto de uma divisão. A forma de se dar sentido ao resto de uma divisão é, inicialmente, recorrendo a problemas em que o resto não ofereça dificuldades. Para tal, é necessário que os alunos estejam envolvidos no contexto e o encarem de um ponto de vista realista. Os autores referem a seguinte situação: «Hoje virão, à escola, 81 pais para uma reunião. Cada mesa levará 6 cadeiras, de quantas mesas irá precisar a escola para sentar todos os pais? (p.58).» A solução desta tarefa incidente nas 14 mesas envolve ter em consideração o contexto realista. Assim, este tipo de problema permite aos alunos perceberem o resto

de uma divisão, com sentido, adaptando a solução ao contexto. Vergnaud (2009) refere que este sentido, que é dado ao resto da divisão, deverá também estar presente no algoritmo da divisão porque o quociente sozinho não é só por si o resultado da aplicação do operador ao operando, mas sim o par quociente/resto, podendo este ser ou não nulo. Daí que Vergnaud (2009, p. 190) refira que a divisão não é exatamente o inverso da multiplicação: «no plano dos números e dos operadores numéricos as transformações xn e $\div n$ são inversas uma da outra, a operação de divisão por n não é o inverso da multiplicação por n» O mesmo refere Caraça (1998), a propósito da *identidade fundamental da divisão* no conjunto numérico dos números naturais:

Para que a operação de divisão seja possível, deve o dividendo ser múltiplo do divisor; caso contrário, não existe número inteiro que satisfaça a $c.b = a$; é o caso, por exemplo, de $7 \div 3$ – não há inteiro cujo produto por 3 dê 7. Neste caso, existe um quarto número $r < b$ – resto – tal que é verificada a igualdade $a = b . c + r$. (Caraça, 1998, p. 22)

2.2.3. Situações modeladas pela multiplicação e divisão

A multiplicação e a divisão de números naturais são consideradas do ponto de vista da Matemática como situações relativamente simples. Mas muitos estudos revelam que são estruturas complexas no que respeita ao seu entendimento pelas crianças. Em particular, quando esta complexidade se manifesta não apenas do ponto de vista computacional, mas também nas situações modeladas pelas operações de multiplicação e divisão (Greer, 1992; Nunes & Bryant, 1997; Nunes et al., 2005; Vergnaud, 2009).

«O raciocínio multiplicativo é a existência de uma relação fixa entre duas variáveis ou duas grandezas ou quantidades; qualquer situação multiplicativa envolve duas quantidades em relação constante entre si» (Nunes et al., 2005, p. 85). A esta relação fixa entre as duas variáveis, Nunes et al., (2005) designam-na como um esquema de ação chamado de *correspondência um-a-muitos*. Como exemplo temos: Uma caixa de bombons contém 25 bombons; quantos bombons há em cinco caixas? As variáveis são o número de caixas e o número de bombons e a relação fixa entre elas é 25 bombons por caixa. Nunes et al., (2005) afirmam que há níveis diferentes de raciocínio

multiplicativo e classificam os seguintes tipos de problemas: (i) correspondência um-a-muitos envolvendo os subtipos multiplicação, problema inverso de multiplicação e produto cartesiano; (ii) relação entre variáveis (co-variação); e (iii) distribuição. No meu estudo, irei só abordar o esquema de ação correspondência um-a-muitos na multiplicação.

A relação multiplicativa conduz a três classes de estruturas diferentes, no conjunto de situações das estruturas multiplicativas, de acordo com a Teoria dos Campos Conceptuais de Vergnaud (2009), mais especificamente no Campo Conceptual das Estruturas Multiplicativas: *isomorfismo de medidas*, *produto de medidas* e *proporção múltipla*. O Campo Conceptual das Estruturas Multiplicativas refere-se ao conjunto das situações que envolvem multiplicações e divisões ou a combinação destas operações, uma vez que não podemos separar a divisão da multiplicação. Há vários conceitos matemáticos envolvidos nas situações que formam este campo conceptual, tais como: função linear, função não-linear, espaço vetorial, análise dimensional e números racionais. No meu estudo, irei abordar só o isomorfismo de medidas e o produto de medidas dentro do conjunto dos números inteiros.

Vergnaud (2009) refere que o isomorfismo de medidas é uma estrutura que envolve uma proporção direta simples entre duas grandezas, ou seja, envolve uma relação quaternária entre quatro quantidades: duas quantidades são medidas de certo tipo e as duas outras medidas são de outro tipo. Segundo o autor, o isomorfismo de medidas é a relação multiplicativa que impera na maioria nos problemas de divisão e multiplicação, sendo uma relação quaternária e não uma relação binária. Por isso, a relação multiplicativa não é adequadamente representada pela expressão $a \times b = c$, pois esta expressão tem só três termos. Para Vergnaud (2009), uma relação quaternária apresenta a seguinte estrutura: «a está para b assim como c está para d». Podemos verificar que a «relação entre a e b é a mesma que a relação entre c e d» (p. 72), como acontece no seguinte exemplo: nove sobre doze é igual a três sobre quatro. Segundo o autor, as relações quaternárias colocam em evidência um novo aspeto que é o facto de estas relações ocorrerem entre dois conjuntos de referência e não só num e de haver correspondência entre eles. Esta proporção entre grandezas pode ser entre pessoas e objetos, bens e custos, tempo e distância. Dentro desta estrutura, isomorfismo de

medidas, Vergnaud (2009) distingue situações modeladas pela multiplicação, pela divisão como partilha equitativa, pela divisão como medida e pela regra de três; esta última não irei abordar no meu estudo.

Como exemplo de uma situação onde a multiplicação surge com significado de isomorfismo de medidas temos: Tenho 3 pacotes de iogurtes. Há 4 iogurtes em cada pacote. Quantos iogurtes eu tenho? Este problema pode ser representado por um quadro de correspondência entre duas grandezas de quantidades: os pacotes de iogurtes e os iogurtes. Este quadro de correspondência (Figura 1) representa a relação existente entre as quatro quantidades e é um isomorfismo de dois tipos de medidas; **X** designa o número de iogurtes que queremos saber.



Figura 1. Multiplicação como isomorfismo de medidas (Vergnaud, 2009, p. 240).

O 1 e o 3 são números que revelam as quantidades de pacotes, ou seja, são medidas. O 4 e o X são números que representam as quantidades de iogurtes; também são medidas, mas de outro tipo. Analisemos a Figura 2.

O operador escalar $\times 3$ é vertical. Os operadores verticais são operadores sem dimensão que permitem passar da linha de cima para a linha de baixo dentro da mesma categoria; onde podemos verificar que 3 pacotes de iogurtes têm 3 vezes mais iogurtes do que 1 pacote, consistindo um procedimento escalar. Os operadores horizontais (operadores funcionais) representam funções lineares e traduzem a passagem de uma categoria de medidas para outra categoria de medidas, onde podemos expressar esta passagem na relação: $\text{iogurtes por pacote} = \text{iogurtes}/\text{pacote}$. Existem duas maneiras de encontrar o x . A primeira consiste em usar o operador escalar sem dimensão $\times 3$ à quantidade de 4 iogurtes; análise vertical. A segunda consiste em aplicar a função $\text{iogurtes}/\text{pacote}$ ($\times 4$) à quantidade de 3 pacotes; análise horizontal (Vergnaud, 2009).

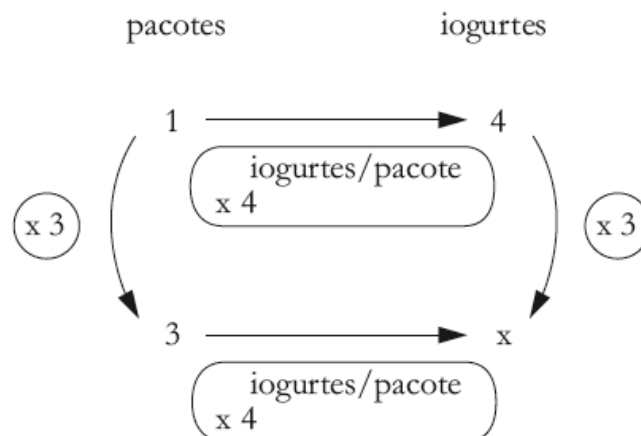


Figura 2. Análise das relações presentes na multiplicação como isomorfismo de medidas (Vergnaud, 2009, p. 243).

Também Nunes et al., (2005) referem a análise vertical e horizontal de uma estrutura multiplicativa, que é representada por uma multiplicação, designando-a por correspondência de um-a-muitos. Esta correspondência de um-a-muitos envolve dois conceitos: *a proporção* e *o fator escalar*. Para os autores, a proporção é expressa por uma constante, «que permanece inalterável e que mantém constante a relação de um-para-muitos mesmo quando o tamanho dos conjuntos variam» (p. 98). As ações efetuadas para manter uma proporção entre dois conjuntos são designadas por *replicação* e pelo *inverso da replicação*. A replicação envolve «adicionar a cada conjunto a unidade correspondente de modo que a constante entre as variáveis seja mantida» ((Nunes et al., 2005, p. 99). Por exemplo, na situação «Um carro tem quatro rodas. Quantas rodas têm dois carros?», quando se junta um carro ao conjunto dos carros e 4 rodas ao conjunto das rodas, está-se a efetuar a ação de replicação. O inverso da replicação é retirar unidades correspondentes de cada conjunto: três carros têm doze rodas, dois carros têm oito rodas. O número de vezes que efetuamos uma replicação denominamos de fator escalar. Um carro tem quatro rodas; se replicarmos sete vezes a situação inicial, temos sete carros e vinte e oito rodas. O número sete refere-se ao número de replicações. O mesmo número de replicações deve ser aplicado a cada conjunto para que a proporção seja constante entre as variáveis.

Tanto Vergnaud (2009) como Nunes e Bryant (1997) não consideram a adição sucessiva de parcelas iguais como um procedimento multiplicativo, As multiplicações

podem ser resolvidas através da adição de parcelas iguais porque a multiplicação é distributiva em relação à adição, mas os fundamentos teóricos de cada operação são muito diferentes. De acordo com Nunes et al., (2005), as crianças devem aprender um novo conjunto de situações modeladas pelas estruturas multiplicativas e um novo conjunto de invariáveis conectadas à multiplicação e à divisão e não à adição e subtração, pois o raciocínio multiplicativo não envolve situações de unir e separar. Esta situação ocorre porque na sala de aula, a multiplicação é normalmente apresentada como uma adição de parcelas iguais, ou seja, a multiplicação é apresentada como uma continuidade ou extensão da adição e a divisão como uma extensão da subtração.

Segundo Greer (1992) existem vários tipos de situações modeladas pela multiplicação e divisão: (i) *grupos iguais (soma de parcelas iguais, modelo retangular e «rate»: preço por unidade)*; (ii) *multiplicação comparativa*; (iii) *área*; e (iv) *produto cartesiano*. A cada uma destas situações, modeladas pela multiplicação, existem as correspondentes para a divisão. As situações dividem-se em dois grandes grupos: as situações não comutativas (assimétricas) e situações comutativas (simétricas). Em situações assimétricas, na operação de multiplicação, o multiplicador e o multiplicando poderão ter funções diferentes; o multiplicador opera sobre o multiplicando, em termos conceptuais, dando um produto. Passo a apresentar exemplos dos tipos de situações propostos por Greer (1992) no Quadro 2, em que para cada classe de situações, esses exemplos são colocados em justaposição, apresentando os mesmos dados e o mesmo contexto, explicitando, de modo claro, que as situações se enquadram na mesma estrutura multiplicativa.

Quadro 2. Situações modeladas pela multiplicação e pela divisão de números inteiros (Greer, 1992).

Classe de situações	Multiplicação 4 x 5	Divisão como partilha (divisão pelo multiplicador) 20:4	Divisão como medida (divisão pelo multiplicando) 20:5	Divisão como operação inversa da multiplicação (produto de medidas/produto cartesiano) 20:5 ou 20:4
Grupos iguais: soma de parcelas iguais	As folhas de cartolina colorida são vendidas em pacotes de 5. Quantas folhas de cartolina têm 4 pacotes?	Distribuí 20 cartolinas por 4 pacotes. Quantas cartolinas tem cada pacote?	Distribuí 20 cartolinas por pacotes com 5 cartolinas cada um. De quantos pacotes precisei?	
Grupos iguais: «rate» - preço por unidade	Se um livro custa 5 euros, quanto pagarei se comprar 4 livros iguais?	Paguei 20 euros pela compra de 4 livros iguais. Qual é o preço de cada livro?	Paguei 20 euros pela compra de livros a 5 euros cada. Quantos livros comprei?	
Grupos iguais: modelo retangular	Se numa sala há 4 filas de cadeiras com 5 cadeiras cada uma, quantas cadeiras há ao todo?	Se há 20 cadeiras numa sala dispostas em 4 filas, quantas cadeiras tem cada fila?	Se há 20 cadeiras dispostas em filas com 5 cadeiras cada uma, quantas são as filas?	
Multiplicação comparativa: multiplicação por um escalar	O João tem o quádruplo do dinheiro do António. Se António tem 5 euros, quantos euros tem o João?	Se o João tem 20 euros que é o quádruplo do dinheiro do António, quanto tem o António?	O João tem 20 euros e o António tem 5 euros, quantas vezes mais dinheiro tem o João em relação ao António?	
Área: produto de medidas	Um retângulo tem 5 cm de comprimento e 4 cm de largura. Qual é a área do retângulo?			Um retângulo tem de área 20 centímetros quadrados. Se o comprimento mede 5 cm, quanto mede a largura?
Produto Cartesiano: formação de todos os pares possíveis)	Tenho 4 camisolas e 5 saias. Quantos conjuntos diferentes é possível fazer?			Faço 20 conjuntos diferentes usando camisolas e saias. Se tiver 5 saias, quantas são as camisolas?

No contexto do isomorfismo de medidas, há dois significados para a divisão, a divisão como *partilha equitativa* e a *divisão como medida* (Vergnaud, 2009). Na divisão como partilha equitativa, é necessário encontrar o valor unitário, conhecendo-se o elo de correspondência entre as duas grandezas de natureza diferente. Como exemplo temos: O Pedro pagou 12 euros por 3 garrafas de espumante. Quanto é que custou cada garrafa? Divide-se os 12 euros por 3 para encontrar o valor de euros x , tal como é representado na relação vertical de baixo para cima. O operador $\div 3$ é operador escalar que apenas reproduz o que se passa na coluna da direita para a coluna da esquerda, que representa a passagem de 3 garrafas para 1 garrafa. Logo o operador $\div 3$ é, deste modo, o operador inverso do operador $\times 3$ que faz passar de 1 garrafa para 3 garrafas. Vergnaud (2009) não considera a distribuição um-a-um como um procedimento multiplicativo. Segundo Fosnot e Dolk (2001), as situações modeladas pela divisão como partilha equitativa são mais difíceis para os alunos inicialmente porque implica perceber a ideia de distribuição, ou seja, dar o mesmo número de objetos a todos dado um determinado número de grupos.

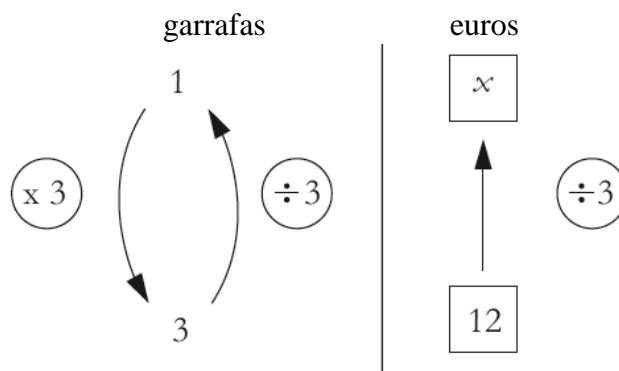


Figura 3. Divisão como partilha equitativa. Adaptado de Vergnaud (2009, p. 242).

Nas situações modeladas de divisão como medida, Vergnaud (2009) refere que o dividendo e o divisor são da mesma natureza. Vejamos o seguinte problema: O Pedro tem 12 euros e quer comprar miniaturas de carros. Se cada miniatura custar 4 euros, quantas consegue comprar? Aqui é dado o preço de uma miniatura. Dividimos os 12 euros por 4 euros para se calcular o número de miniaturas, x , tal como é representado na relação horizontal da direita para a esquerda (Figura 4). A operação $\div 4$ é uma função

inversa da função direta $x \cdot 4$ euros/miniaturas, já que 1 miniatura corresponde a 4 euros. Ou também podemos aplicar o operador escalar para saber quantas vezes cabe o 4 em 12. Pretende-se saber o número de grupos, sabendo a dimensão de um grupo. Para Vergnaud (2009), a subtração e a adição sucessivas não são procedimentos multiplicativos.

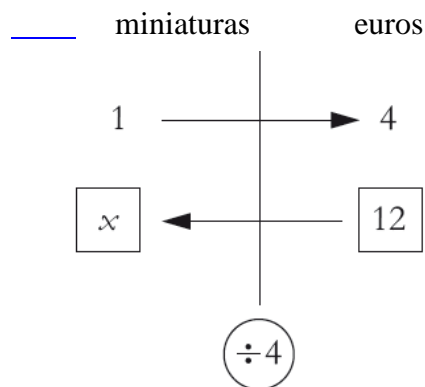


Figura 4. Divisão como medida Adaptado de Vergnaud (2009, p. 243).

O *produto de medidas* é uma estrutura multiplicativa de uma relação ternária entre três quantidades, das quais uma é o produto das outras duas quantidades ao mesmo tempo no plano numérico e dimensional (Vergnaud, 2009). A esta estrutura multiplicativa pertencem situações relativas ao volume, à área, ao produto cartesiano e a várias situações da Física. O esquema que se usa para representar este tipo de relação é a tabela cartesiana porque "é a noção de produto cartesiano de conjuntos que explica a estrutura do produto de medidas" (Vergnaud, 2009, p. 254). O autor refere que no produto de medidas identifica-se situações de multiplicação e divisão.

A multiplicação com o sentido de produto de medidas abrange situações onde temos 2 quantidades e se pede o valor do produto dessas duas quantidades. Uma situação envolvendo o produto cartesiano de conjuntos com este sentido é exemplificada a seguir: Se 3 rapazes e 4 raparigas querem dançar e cada rapaz dançar com todas as raparigas, quantos casais será possível formar? Ao conjunto dos rapazes designamos por $R = \{a, b, c\}$ e M o conjunto das raparigas $M = \{d, e, f, g\}$. O conjunto C dos casais possíveis é o produto cartesiano do conjunto dos rapazes pelo conjunto das raparigas, $C = R \times M$ como podemos verificar na tabela cartesiana abaixo:

Quadro 3. Tabela cartesiana. Adaptado de Vergnaud (2009, p. 254).

		M			
		d	e	f	g
R	a	(a,d)	(a,e)	(a,f)	(a,g)
	b	(b,d)	(b,e)	(b,f)	(b,g)
	c	(c,d)	(c,e)	(c,f)	(c,g)

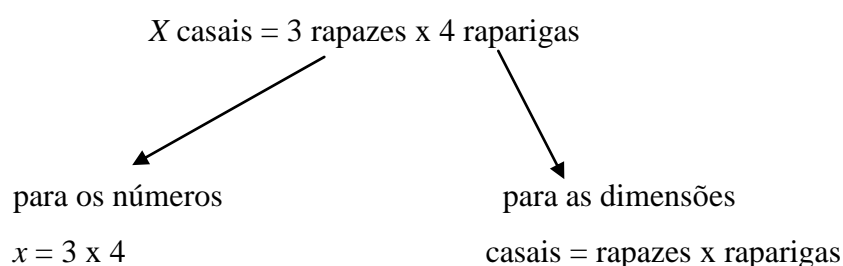


Figura 5. Multiplicação como produto de medidas. Adaptado de Vergnaud (2009, p. 255).

Nas situações modeladas pela divisão com o sentido de produto de medidas, Vergnaud (2009) refere que se pretende encontrar uma quantidade inicial (valor de uma grandeza) onde sabemos o produto (valor de uma grandeza) e a outra quantidade inicial (valor de uma grandeza). Por exemplo: na pista de dança, há a possibilidade de fazer 15 pares de dança. Cada par é formado por um rapaz e uma rapariga. Estão na pista 3 rapazes. Quantas raparigas poderão estar na pista para se poder fazer 15 pares? Para encontrar o número de raparigas é preciso dividir o número de pares possíveis pelo número de rapazes. Vejamos as relações que estão inseridas nesta situação na seguinte figura:

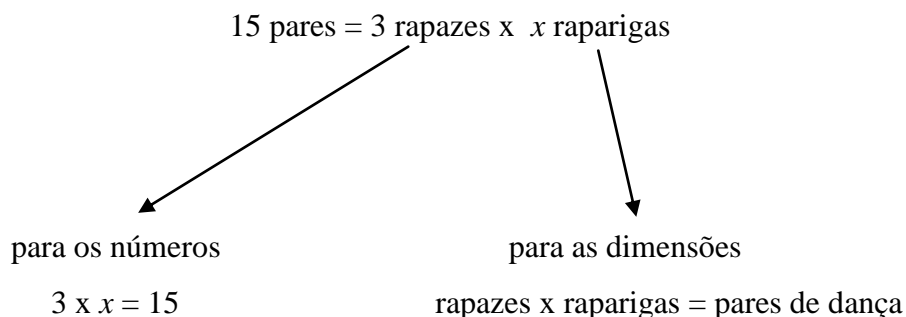


Figura 6. Divisão como produto de medidas. Adaptado de Vergnaud (2009, p. 256).

Confrontando a terminologia de Vergnaud (2009) e a de Greer (1992), verificamos que Vergnaud (2009) abrange no sentido de isomorfismo de medidas todas as classes de situações propostas por Greer (1992) relativas a grupos iguais. Assim, os problemas que Greer (1992) categorizou como pertencendo à classe de grupos iguais - soma de parcelas iguais são problemas inseridos no sentido de isomorfismo de medidas, usando a terminologia de Vergnaud (2009), embora este autor refira explicitamente que a adição repetida não constitui um procedimento de natureza multiplicativa e que esses problemas envolvem uma relação quaternária. As situações que Greer (1992) classifica como área e produto cartesiano estão incluídas no sentido de produto de medidas, de acordo com Vergnaud (2009). A classe multiplicação comparativa proposta por Greer (1992) não é referida por Vergnaud (2009).

CAPÍTULO 3- METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo, descrevo a metodologia usada no meu estudo, incluindo também as opções metodológicas, o processo de seleção de manuais e dos livros de fichas a estudar e os processos de análise usados.

O estudo tem como objetivo conhecer de que modo os manuais escolares do 1.º Ciclo do ensino básico abordam a multiplicação e a divisão de números naturais, respondendo às seguintes questões:

1-Que significados da multiplicação são abordados nas duas coleções em cada ano e ao longo dos 2.º, 3.º e 4.º anos de escolaridade?;

2-Que significados da divisão são abordados nas duas coleções em cada ano de escolaridade e ao longo dos 2.º, 3.º e 4.º anos?

3-Como é abordada a relação entre a divisão e a multiplicação em cada ano nas duas coleções e ao longo dos 2.º, 3.º e 4.º anos?;

4- Que componentes do sentido de número se encontram nas duas coleções?

3.1. Opções metodológicas

A investigação recorre ao método quantitativo na análise do conteúdo, uma vez que a base da informação é a frequência com que surgem nos manuais as características de conteúdo correspondentes às categorias definidas (Quivy & Campenhoudt, 2008). Assim, são apresentados e analisados dados numéricos na forma de frequência absoluta e percentagem. Foi também usada uma análise qualitativa das coleções, seja na identificação das tarefas a enquadrar nas diferentes categorias, como também na análise da estrutura dos manuais, nomeadamente no que se refere à abordagem das operações de multiplicação e divisão.

A fonte direta são os manuais escolares e os livros de fichas, de 1.º ciclo, dada a necessidade de observar e analisar o seu conteúdo. Construí grelhas de análise, para a recolha de dados, com o intuito de determinar a frequência das ocorrências e não com o objetivo de «confirmar ou infirmar hipóteses previamente construídas» (Bogdan & Biklen, 1994, p.47). Foram aplicadas contagens e técnicas elementares de tratamento

estatístico para determinar as frequências das diferentes categorias e subcategorias analíticas, no sentido de auxiliar na interpretação dos resultados obtidos.

3.2. Análise de Conteúdo

Bardin (2009) refere que a análise de conteúdo é constituída por várias técnicas de análise das comunicações, ou seja, a análise de conteúdo é essencialmente um instrumento de análise de comunicações. Como refere Bardin (2009), citando a definição de Berelson, «a análise de conteúdo é uma técnica de investigação que tem por finalidade a descrição objetiva, sistemática e quantitativa de conteúdo manifesto da comunicação» (p. 20). Assim, no meu trabalho, a análise de conteúdo foi aplicada em comunicações escritas, designadamente nos manuais escolares e livros de fichas.

Passo a apresentar muito sumariamente as fases de análise de conteúdo do método segundo Bardin (2009), visto que irei abordar algumas destas etapas nas fases do processo de análise. Para Bardin (2009), a análise de conteúdo incide em três fases fundamentais: «1) a *pré-análise*; 2) a *exploração do material*; e 3) o *tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação*» (p. 121).

A primeira fase, a *pré-análise*, serve para sistematizar as ideias iniciais, ou seja, é a fase de organização das ideias intuitivas. A operacionalidade da *pré-análise* requer cinco atividades: *a leitura flutuante*; *a escolha dos documentos*; *a formulação das hipóteses e dos objetivos*; *a referenciação dos índices e a elaboração de indicadores* que fundamentem a interpretação final; e *a preparação do material* (Bardin, 2009, p. 129).

A segunda fase, a *exploração do material*, consiste essencialmente em operações de *codificação*, *decomposição* ou *enumeração*, em função de regras previamente estabelecidas na *pré-análise*. É uma fase longa e fastidiosa. A codificação é a transformação dos dados em bruto do texto, segundo regras precisas, para serem agrupados em unidades de registo que permitam uma descrição das características pertinentes do conteúdo. A transformação em unidades de registo faz-se por *recorte*, *agregação*, *enumeração* e *classificação*. O recorte consiste na escolha das unidades de registo, sendo estas as unidades de significação a codificar que correspondem aos segmentos de conteúdo a considerar como unidades de base, tendo em conta a

categorização. A enumeração é a escolha das regras de contagem, ou seja, refere-se ao modo como é efetuada a contagem. A classificação e a agregação referem-se à escolha das categorias, ou seja, os procedimentos de análise encontram-se organizados em torno de um processo de categorização. A categorização não é nada mais do que uma operação de classificação de elementos de um conjunto por diferenciação e, a seguir, o reagrupamento dos elementos, segundo critérios bem definidos. As categorias são classes em que os elementos, de cada uma, apresentam as mesmas características, partes comuns, sob um título genérico. Assim, a categorização consiste num processo estruturalista que abrange duas etapas: o *inventário* e a *classificação*. O inventário isola os elementos e a classificação reparte os elementos para impor uma certa organização às mensagens.

Segundo Bardin (2009), um conjunto de boas categorias deve ter cinco qualidades: *a exclusão mútua; a homogeneidade; a pertinência; a objetividade e a fidelidade; e a produtividade*. A exclusão mútua determina que cada elemento do conjunto, unidade de registo, não pode ser classificado em 2 categorias. A homogeneidade indica que deve existir um único princípio de classificação e organização que deve reger a criação de cada categoria, tendo como consequência o princípio de exclusão mútua. Uma categoria é considerada pertinente quando está adaptada ao material de análise escolhido e quando pertence ao quadro teórico definido. A objetividade e a fidelidade indicam que as diferentes unidades de registo pertencentes a uma mesma grelha categorial devem ser codificadas da mesma maneira, mesmo quando submetidas a várias análises. As categorias são produtivas se fornecerem resultados «férteis em índices de inferências, em hipóteses novas e em dados exactos» (Bardin, 2009, p. 148).

Na terceira fase, *o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação*, os resultados em bruto são tratados de forma a serem reveladores e válidos. Operações estatísticas simples (percentagens), ou mais complexas (análise fatorial), permitem elaborar um conjunto de resultados que põem em evidência as informações dadas pela análise. O analista, tendo resultados significativos e fiéis, pode propor inferências e interpretações de acordo com os objetivos propostos. Nesta fase, a interpretação é essencial, mas deve estar claramente relacionada com o *corpus* existente, de modo que

seja validada pela comunidade científica da área. Finalmente, deve-se sistematizar os resultados relativamente aos objetivos iniciais, visando a construção de conhecimento científico sobre o objeto pesquisado.

3.3. Recolha e análise de dados

Foi objeto de análise o conjunto das duas coleções, coleção Alfa e Grande Aventura. O critério de escolha das coleções incidiu sobre as duas das três coleções mais vendidas no mercado, nos concelhos de Lisboa e do Porto, no ano letivo 2011/2012. Uma vez que as duas coleções mais vendidas pertencem ao mesmo grupo editorial (Porto Editora e Areal Editores), eu escolhi apenas uma delas. A segunda escolha foi uma editora de um grupo diferente, a Texto Editores, com a terceira coleção mais vendida (Anexo 4). Os dados foram recolhidos do manual do aluno e do respetivo caderno de fichas (fontes primárias), de cada ano de escolaridade (2.º, 3.º e 4.º anos), em cada coleção. As diferentes coleções são referidas, ao longo do estudo, como coleção Grande Aventura e coleção Alfa.

As fases do processo de análise são apresentadas de forma resumida no quadro 4.

Quadro 4. Fases da análise

Fases	Descrição
A classificação e a agregação: escolha das categorias	Organização da codificação de acordo com categorias e subcategorias. Construção e codificação das várias categorias e subcategorias da multiplicação e da divisão e a relação entre as duas, de acordo com a literatura que fundamenta o enquadramento teórico.
Leitura Flutuante	Leitura global dos manuais e livros de fichas das duas coleções.
Recorte: escolha das unidades	Identificação dos capítulos dos manuais e livros de exercícios sujeitos a análise. Leitura com o objetivo de selecionar setores nos manuais e livros de fichas onde são abordadas a multiplicação e divisão de acordo com as categorias e subcategorias

	do estudo.
Enumeração: escolha das regras de contagem	Análise de conteúdo com vista a determinar a frequência (absoluta e relativa) de cada uma das subcategorias nas diferentes. Esta análise foi feita dentro de cada coleção.

Nas seções seguintes abordarei em pormenor as fases do processo de análise.

3.3.1. Categorização

A codificação das categorias e subcategorias, ou seja, a necessidade de criar classes ou categorias emerge das características próprias do estudo de isolar elementos, o que Bardin (2009) apelida de inventário. À etapa de os repartir para poder organizá-los em critérios previamente definidos no enquadramento teórico, Bardin (2009) designa de *classificação e agregação*. Esses critérios abrangem características comuns dos mesmos elementos de cada categoria em que cada uma é constituída por várias subcategorias. Cada subcategoria é um construto teórico que visa fundamentar teoricamente cada categoria.

Esta categorização é construída por mim tendo como base o enquadramento teórico e as questões do estudo. Como tal, emergem três categorias: a multiplicação, a divisão e a relação entre a multiplicação e a divisão. Para facilitar o trabalho de análise de dados, procedi à codificação das várias categorias e subcategorias. As subcategorias relativas aos sentidos da multiplicação (A1.1, A1.2, A1.3, A1.4, A1.5 e A1.6), da divisão (A2.1, A2.2 e A2.7) e da sua relação (A3.1 e A3.2) adotam a terminologia de Greer (1992) e de Vergnaud (2009). As subcategorias relativas aos componentes do sentido de número (A1.7, A1.8, A1.9, A2.3, A2.4, A2.5 e A2.6) provêm de McIntosh et al. (1992) e de Dolk e Fosnot (2001).

A categoria A1, a multiplicação, é constituída por nove subcategorias como mostra o seguinte quadro (Quadro 5):

Quadro 5. A multiplicação e as suas subcategorias

Categoria	Subcategoria
A1- Multiplicação	A1.1- Grupos iguais: soma de parcelas iguais
	A1.2- Isomorfismo de medidas: uso explícito de tabela de razões
	A 1.3- Grupos iguais: “rate” – preço por unidade
	A 1.4- Grupos iguais: modelo retangular
	A 1.5- Multiplicação comparativa (multiplicação por um escalar)
	A 1.6 – Produto de medidas: Produto Cartesiano.
	A 1.7 – Cálculos através das propriedades da multiplicação e de outras relações entre números (comutativa, distributiva, associativa)
	A 1.8 – Situações que levem à compreensão dos efeitos da multiplicação sobre os números naturais
	A1.9 – Situações de cálculo com a multiplicação que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado

A categoria A2, a divisão, é constituída por cinco subcategorias como se apresenta no quadro 6.

Quadro 6. A divisão e as suas subcategorias

Categoria	Subcategoria
A2- Divisão	A2.1 – Divisão como medida
	A2.2 – Divisão como partilha equitativa
	A2-3- Dar sentido ao resto de uma divisão não exata
	A2.4- Situações que levem à compreensão dos efeitos da divisão sobre os números naturais
	A2.5 – Situações de cálculo com a divisão

	que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado
	A2.6 - Estabelecer relações e recorrer a padrões para fazer cálculos
	A2.7 - Produto de medidas/produto cartesiano (divisão)

A categoria A3, a relação entre a multiplicação e a divisão, é constituída por duas subcategorias como podemos verificar no quadro 7.

Quadro 7. A relação entre a multiplicação e a divisão e as suas subcategorias

Categoria	Subcategoria
A3- A relação entre a multiplicação e a divisão	A3.1- Identidade fundamental da divisão exata
	A3.2- Identidade fundamental da divisão não exata

3.3.2. Leitura Flutuante

A leitura flutuante da fase de pré-análise consiste em estabelecer contato com os documentos a analisar, as duas coleções de manuais, ou seja, em conhecer a estrutura dos manuais e dos livros de fichas (Bardin, 2009).

A coleção Grande Aventura, da Texto Editores, é composta por 4 manuais e os respectivos cadernos de fichas; um para cada ano de escolaridade. Como recursos complementares, a coleção tem diversos materiais para o aluno e para o professor. Todos os manuais do 2.º, 3.º e 4.º ano, apresentam uma estrutura similar. Todos têm um índice onde está esquematizada uma planificação anual dividida por meses. A cada mês, os autores apelidaram de aventura. Tem início na aventura 0, setembro, e acaba com a aventura 9, mês de junho. Em cada aventura são discriminados os temas e os objetivos, ou seja, os conteúdos que vão ser trabalhados. O 1.º período compreende as aventuras 0 à 3. O 2.º período é representado pela aventura 4 até a aventura 6. As aventuras 7 até a 9 representam o 3.º período.

O projeto Alfa, da Porto Editora, é composto por 4 manuais e os respetivos livros de fichas; um por cada ano de escolaridade. Como recursos complementares, o projeto Alfa tem diversos materiais para o aluno e para o professor.

Os manuais escolares do projeto Alfa, do 2.º ano ao 4.º ano, da Porto Editora, apresentam uma estrutura similar. Encontram-se todos organizados em 10 unidades temáticas mensais (planificação anual), contendo: separadores de abertura, abordagem de conteúdos, «Vou resolver!», Alfamatic e «Já sei!» sendo a ordem pela qual se apresentam nos manuais.

3.3.3. Recorte

Que elementos do texto se deverão ter em conta (Bardin, 2009)? Que unidades de registo devem responder de maneira pertinente às questões do estudo?

Houve uma necessidade de primeiro identificar os capítulos relacionados com a divisão e a multiplicação de acordo com o tópico Operações com Números Naturais dentro do tema Números e Operações nos manuais escolares e nos respetivos livros de fichas e cadernos de fichas. Então, as unidades de registo que foram propostas para serem analisadas são todas as tarefas matemáticas ligadas às subcategorias de cada categoria nos respetivos capítulos, dentro do tópico *Operações com números naturais* dentro do tema *Números e operações*.

3.3.4. Enumeração

A análise de conteúdo dos textos das coleções teve como objetivo determinar a frequência (absoluta e relativa) de cada uma das subcategorias. Para tal, construí duas tabelas: tabela de frequências I (Anexo 1) e tabela de frequências II (Anexo 2).

Na tabela de frequências I, é feita a análise do manual do aluno e do livro de fichas ou o caderno de fichas, da Texto Editores ou da Porto Editora, segundo cada categoria e as respetivas subcategorias, tendo como análise cada ano de escolaridade. Na tabela de frequências II, é feita a análise do manual do aluno e do caderno de fichas ou livro de fichas ao longo da mesma coleção ou do mesmo projeto, ao longo dos três anos de escolaridade: 2.º, 3.º e 4.º anos; tendo em conta cada subcategoria.

Para a referida análise foi necessário calcular a frequência relativa 1 e 2. A frequência relativa 1 são as percentagens calculadas considerando o total de tarefas de cada subcategoria, por ano de escolaridade, do manual do aluno e do livro de fichas, relativamente ao total de tarefas, do manual do aluno e do livro de fichas, de todos os anos de escolaridade da mesma subcategoria. Na frequência relativa 2, a letra N corresponde ao número total de tarefas do manual do aluno e do livro de fichas, do 2.º, 3.º e 4.º anos de todas as subcategorias da categoria em questão, de cada coleção. As percentagens na frequência relativa 2 são calculadas considerando o total de tarefas de cada subcategoria, da categoria em questão, do manual do aluno e do livro de fichas, de todos os anos com o total de tarefas, do manual do aluno e do livro de fichas, de todos os anos, de todas as subcategorias da categoria, para tentar perceber que subcategorias são mais abordadas e em que ano de escolaridade é que isto acontece e a importância que é dada a cada subcategoria no mesmo ano de escolaridade.

Os dados das tabelas de frequência foram depois apresentados graficamente, colocando-se as diversas subcategorias codificadas no eixo horizontal e as frequências, verificadas nas duas coleções, no eixo vertical. A interpretação destes dados fundamentou-se no quadro teórico.

CAPÍTULO 4 - ANÁLISE DAS DUAS COLEÇÕES

Este capítulo está dividido em duas seções. A primeira refere-se a uma breve descrição da estrutura de cada coleção, e à descrição do manual do aluno e do livro de fichas. A segunda apresenta a análise das duas coleções do estudo, ou seja, a análise do número de ocorrências dos aspetos que constituem as categorias e subcategorias de análise em cada uma das coleções, através de gráficos de barras. Cada categoria ou subcategoria é representada pela sua frequência absoluta ou relativa dentro de cada coleção. A análise das coleções está dividida em três subseções: multiplicação nas duas coleções, divisão nas duas coleções e relação entre a divisão e a multiplicação nas duas coleções. Em cada subseção, a análise incide nas subcategorias relativas aos significados da operação em questão e nas subcategorias relativas ao sentido de número.

4.1. Estrutura das Coleções

4.1.1. Coleção Grande Aventura

Em todos os manuais, antes de iniciar uma aventura, um tema, os autores apresentam sempre duas páginas onde informam quais os conteúdos a serem trabalhados. Também apresentam um poema alusivo aos conteúdos da unidade com o objetivo de promover a ligação com a Língua Portuguesa. Também recorrem a «problemas que promovem o uso de competências de cálculo mental, pensamento crítico e raciocínio lógico» (Manual do 2.º ano, p.2). Os conteúdos são apresentados recorrendo a situações problemáticas. As atividades propõem o uso de materiais manipuláveis para desenvolver os vários conceitos matemáticos. Apresenta sempre uma atividade para ser feita em casa. Também disponibilizam uma proposta de trabalho investigativo, que designam de projeto, que aparece no fim da aventura, que integra os conhecimentos apreendidos ao longo desta e uma página onde orienta os alunos de como devem abordar os problemas matemáticos: interpretar, planear, resolver e verificar. Nas duas últimas páginas de cada aventura, aparece um jogo matemático e avaliação formativa designada de *Recapitulando*. O jogo tem como objetivo o trabalho a pares e a aplicação dos conteúdos matemáticos trabalhados durante a aventura. O

caderno de fichas apresenta um índice onde propõe uma planificação anual. A planificação está dividida por meses. Cada mês é uma aventura. Cada aventura é constituída por várias fichas e está de acordo com os temas e objetivos abordados em cada aventura do manual escolar.

A coleção aborda a multiplicação e a divisão de forma simultânea, colocando-as em relação uma com a outra. No entanto, não se verifica a justaposição dos problemas, já que estes são apresentados com diferentes dados e contextos.

4.1.2. Coleção Alfa


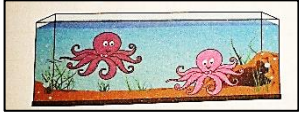
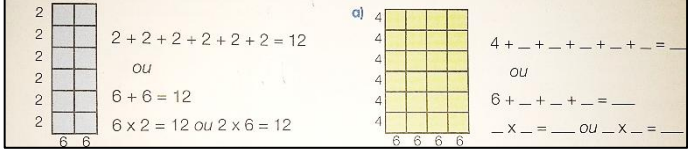
A coleção Alfa é composta por 3 manuais para o aluno, do 2.º ao 4.º ano e os respetivos livros de fichas. Os manuais dos vários anos apresentam uma estrutura similar: são divididos em 10 unidades temáticas. Cada unidade temática tem um separador de abertura, uma abordagem de conteúdos, *Vou resolver!*, *Alfamatic* e um *Já sei!*. Os separadores de abertura têm curiosidades relativas à história e ao papel da Matemática no mundo atual; sugestões de exploração de imagens reais para que os alunos façam investigações e projetos em grupo; e apresentação dos conteúdos a abordar na unidade temática. A abordagem de conteúdos é um espaço onde são apresentados: os conteúdos de uma forma contextualizada; as atividades para a aplicação dos conteúdos; e sugestões, *Alfadicas*, que convidam à utilização de materiais manipuláveis. No *Vou resolver!*, o principal objetivo é resolver vários problemas. O *Alfamatic* é formado por jogos, problemas e desafios matemáticos para tentar desenvolver a comunicação matemática. O *Já sei!* é composto por exercícios de consolidação dos conhecimentos e de autoavaliação por parte do aluno. Os livros de fichas apresentam a mesma estrutura, incluindo um índice. Este índice está dividido por fichas. Cada ficha representa um conteúdo que foi trabalhado no manual escolar e segue a ordem cronológica do manual do aluno.

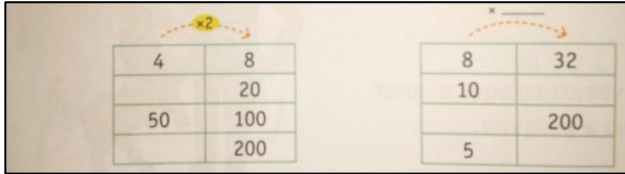
A coleção reserva uma unidade para a multiplicação, uma unidade para a divisão e uma outra para a relação entre a multiplicação e a divisão, constituindo capítulos autónomos. Há uma abordagem sequencial, iniciando-se pela multiplicação, a que se segue a divisão e por fim a relação entre ambas. Os problemas são apresentados de modo independente uns dos outros, com diferentes dados e contextos, sem justaposição.

4.2. Análise das duas coleções

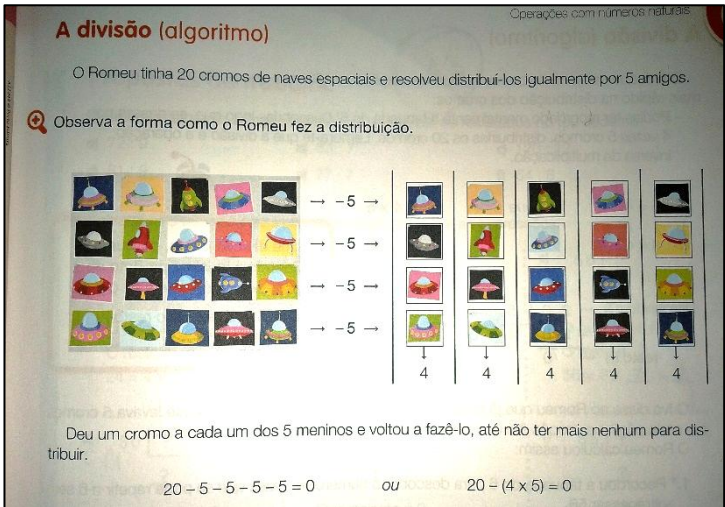
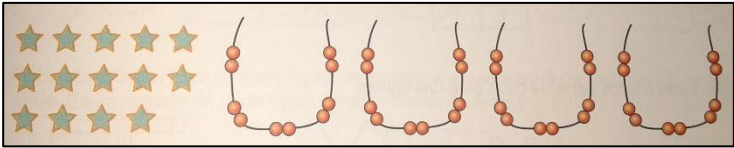
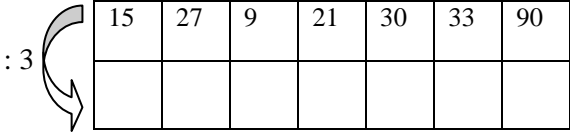
Em seguida, apresento três quadros com exemplos de cada subcategoria, retirados das duas coleções.

Quadro 8. Exemplos das subcategorias da multiplicação

Subcategoria	Exemplo																																				
A1.1- Grupos iguais: soma de parcelas iguais	<p>Observa as imagens e completa.</p>  <p>Cada jarra tem ___ flores. As duas jarras têm ___ + ___ = ___ ou $2 \times$ ___ = ___</p>  <p>Cada polvo tem ___ braços. Os dois polvos têm ___ + ___ = ___ ou $2 \times$ ___ = ___</p> <p><i>2.º Ano, Coleção Alfa, Livro de Fichas, p. 35, ex. 1</i></p>																																				
A1.2 - Isomorfismo de medidas: uso explícito de tabela de razões	<p>Em cada fato das 11 raparigas vão ser gastas 6 folhas de papel colorido e 8 flores. Qual é quantidade de folhas de papel e de flores que é necessário comprar? Usa a tabela para descobrir.</p> <table border="1" data-bbox="644 1158 1291 1265"> <tr> <td>Raparigas</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> <td>10</td> <td>11</td> </tr> <tr> <td>Folhas</td> <td>6</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Flores</td> <td>8</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p><i>3.º Ano, Coleção Grande Aventura, Caderno de Fichas, p. 37, ex.1.1</i></p>	Raparigas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Folhas	6											Flores	8										
Raparigas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11																										
Folhas	6																																				
Flores	8																																				
A 1.3- Grupos iguais: “rate” – preço por unidade	<p>Na florista, perto da casa do Luís, um cravo custa 50 cent. Quanto custa meia dúzia de cravos?</p> <p><i>2.º Ano, Coleção Alfa, Livro de Fichas, p. 56, ex.2</i></p>																																				
A 1.4- Grupos iguais: modelo retangular	<p>1. O Óscar apresentou os seguintes modelos para representar alguns resultados da tabuada do 6. Em alguns dos modelos, as operações que os acompanham estão incompletas.</p> <p>1.1. Completa-as.</p>  <p>$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 12$ ou $6 + 6 = 12$ $6 \times 2 = 12$ ou $2 \times 6 = 12$</p> <p>$4 + _ + _ + _ + _ + _ = _$ ou $6 + _ + _ + _ = _$ $_ \times _ = _$ ou $_ \times _ = _$</p> <p><i>2.º Ano, Coleção Alfa, Manual, p. 83, ex.1</i></p>																																				
A 1.5- Multiplicação comparativa (multiplicação por um escalar)	<p>Numa casa de três pisos há 3 varandas, uma em cada piso. Na varanda do primeiro piso há seis vasos. Na varanda do segundo piso há o dobro dos vasos da varanda do primeiro piso. No terceiro piso, a varanda tem o quádruplo dos vasos da varanda do primeiro piso. Quantos vasos há em todas as varandas?</p> <p><i>2.º Ano, Coleção Alfa, Manual, p. 81, ex. 3</i></p>																																				


<p>A 1.6 – Produto de medidas: Produto Cartesiano</p>	<p>A Carolina gosta muito de fazer as suas próprias sandes, mas sempre com ingredientes diferentes. Ela tem à escolha: queijo, fiambre, pasta de atum, presunto, e manteiga. Quantas sandes diferentes poderá ela fazer juntando sempre dois ingredientes? Resolve o problema utilizando desenhos, esquemas ou uma tabela.</p> <p style="text-align: right;"><i>3.º Ano, Coleção Alfa, Livro de Fichas, p. 75, ex.10</i></p>												
<p>A 1.7 – Cálculos através das propriedades da multiplicação e de outras relações entre números (comutativa, distributiva, associativa)</p>	<p>Utilizando a mesma estratégia do exemplo, efetua os cálculos no teu caderno.</p> <p style="text-align: center;">$26 \times 200 = 26 \times 2 \times 100 = 52 \times 100 = 5200$</p> <p>32 x 300 45 x 400 16 x 5000</p> <p style="text-align: right;"><i>3.º Ano, Coleção Alfa, Manual, p. 38, ex.3</i></p>												
<p>A 1.8 – Situações que levem à compreensão dos efeitos da multiplicação sobre os números naturais</p>	<p>Completa as tabelas.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: right;"><i>2.º Ano, Coleção Grande Aventura, Manual, p. 116, ex.4</i></p>												
<p>A1.9 – Situações de cálculo com a multiplicação que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado</p>	<p>4 Completa a tabela com as estimativas das quantidades e, de seguida, efetua os cálculos seguindo a estratégia que achares mais adequada.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr style="background-color: #d9ead3;"> <th>NÚMERO TOTAL DE UNIDADES</th> <th>ESTIMATIVA</th> <th>ESTRATÉGIA DE CÁLCULO</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>24 autocarros com 43 passageiros cada um.</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>125 sacos de batatas com 50 kg cada um.</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>46 caixas de bombons com três dúzias de bombons em cada uma.</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: right;"><i>4.º Ano, Coleção Alfa, Livro de Fichas, p. 16, ex.4</i></p>	NÚMERO TOTAL DE UNIDADES	ESTIMATIVA	ESTRATÉGIA DE CÁLCULO	24 autocarros com 43 passageiros cada um.			125 sacos de batatas com 50 kg cada um.			46 caixas de bombons com três dúzias de bombons em cada uma.		
NÚMERO TOTAL DE UNIDADES	ESTIMATIVA	ESTRATÉGIA DE CÁLCULO											
24 autocarros com 43 passageiros cada um.													
125 sacos de batatas com 50 kg cada um.													
46 caixas de bombons com três dúzias de bombons em cada uma.													

Quadro 9. Exemplos das subcategorias da divisão

Subcategoria	Exemplo
A2.1 – Divisão como medida	<p>Na sala do 3.º A há 192 lápis, distribuídos por caixas que contêm 6 lápis cada uma. Quantas caixas há na sala?</p> <p><i>3.º Ano, Coleção Grande Aventura, Manual, p. 115, ex.3.2</i></p>
A2.2 – Divisão como partilha equitativa	 <p><i>4.º Ano, Coleção Alfa, Manual, p. 47</i></p>
A2-3- Dar sentido ao resto de uma divisão não exata	<p>A Petra fez 14 estrelinhas e quer colocar 4 estrelinhas em cada um dos quatro colares que está a fazer. Será que tem estrelinhas que cheguem? Distribui as estrelinhas pelos colares e responde.</p>  <p>R.: A Petra só tem estrelinhas para ___ colares. Para fazer quatro colares precisa de mais ___ estrelinhas.</p> <p><i>2.º Ano, Coleção Alfa, Livro de Fichas, p. 49, ex.3</i></p>
A2.4- Situações que levem à compreensão dos efeitos da divisão sobre os números naturais	<p>Completa</p>  <p><i>2.º Ano, Coleção Grande Aventura, Manual, p. 144, ex.3</i></p>
A2.5 – Situações de cálculo com a divisão que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado	<p>Se cada saco tivesse 12 laranjas e se com essas laranjas se fizessem 4 sumos, quantos sumos se fariam com 15 sacos de laranjas? No teu caderno, apresenta uma estimativa para a questão colocada e resolve o problema para verificares a tua estimativa.</p>

	<i>4.º Ano, Coleção Alfa, Manual, p. 45 ex. 1</i>			
A2.6 - Estabelecer relações e recorrer a padrões para fazer cálculos	<p>Completa.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;">$10 : 2 = \underline{\quad}$ $100 : 2 = \underline{\quad}$ $\underline{\quad}$</td> <td style="padding: 5px;">$100 : 10 = \underline{\quad}$ $100 : 20 = \underline{\quad}$ $200 : 20 = \underline{\quad}$</td> <td style="padding: 5px;">$64 : 4 = \underline{\quad}$ $64 : 8 = \underline{\quad}$ $32 : 8 = \underline{\quad}$</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;"><i>4.º Ano, Coleção Grande Aventura, Manual, p. 65 ex.3</i></p>	$10 : 2 = \underline{\quad}$ $100 : 2 = \underline{\quad}$ $\underline{\quad}$	$100 : 10 = \underline{\quad}$ $100 : 20 = \underline{\quad}$ $200 : 20 = \underline{\quad}$	$64 : 4 = \underline{\quad}$ $64 : 8 = \underline{\quad}$ $32 : 8 = \underline{\quad}$
$10 : 2 = \underline{\quad}$ $100 : 2 = \underline{\quad}$ $\underline{\quad}$	$100 : 10 = \underline{\quad}$ $100 : 20 = \underline{\quad}$ $200 : 20 = \underline{\quad}$	$64 : 4 = \underline{\quad}$ $64 : 8 = \underline{\quad}$ $32 : 8 = \underline{\quad}$		
A2.7 - Produto de medidas/produto cartesiano	<p>O Ulisses tem 4 camisolas diferentes para usar nas caminhadas pela serra. Se ele combinar as camisolas com os diferentes calções que tem, pode fazer 20 conjuntos diferentes. Quantos calções tem?</p> <p style="text-align: right;"><i>3.º Ano, Coleção Grande Aventura, Caderno de Fichas, p. 88 ex.3</i></p>			

Quadro 10. Exemplos das subcategorias da relação entre a divisão e a multiplicação

Subcategoria	Exemplo
A3.1- Identidade fundamental da divisão exata	 <p style="text-align: right;"><i>3.º Ano, Coleção Grande Aventura, Manual, p. 115 ex.2</i></p>
A3.2- - Identidade fundamental da divisão não exata	<p>Efetua os algoritmos e verifica-os aplicando a propriedade da divisão.</p> <p>$d \times q + r = D$</p> <p>a) $1246 : 38 =$</p> <p>b) $14\ 709 : 67 =$</p> <p style="text-align: right;"><i>4.º Ano, Coleção Alfa, Livro de Fichas, p. 30 ex.4</i></p>

4.2.1. Multiplicação

Nas duas coleções analisadas, ao longo dos três anos de escolaridade, há 370 tarefas relacionadas com a multiplicação, categoria A1, tendo em conta as tabelas de frequência I e II (Anexos 1 e 2). Em relação às 370 tarefas apresentadas nas duas coleções observamos, que, deste total, 190 (51,3 %), estão presentes no 2.º ano; 116

(31,3 %) estão presentes no 3.º ano e 64 (17,4 %) no 4.º ano. Verifica-se que de ano para ano o número de tarefas diminui muito. O número de tarefas do 4.º ano é quase a terça-parte do número de tarefas do 2.º ano. O grande enfoque da multiplicação é no 2.º ano. A Figura 7 apresenta o gráfico representativo dos dados.

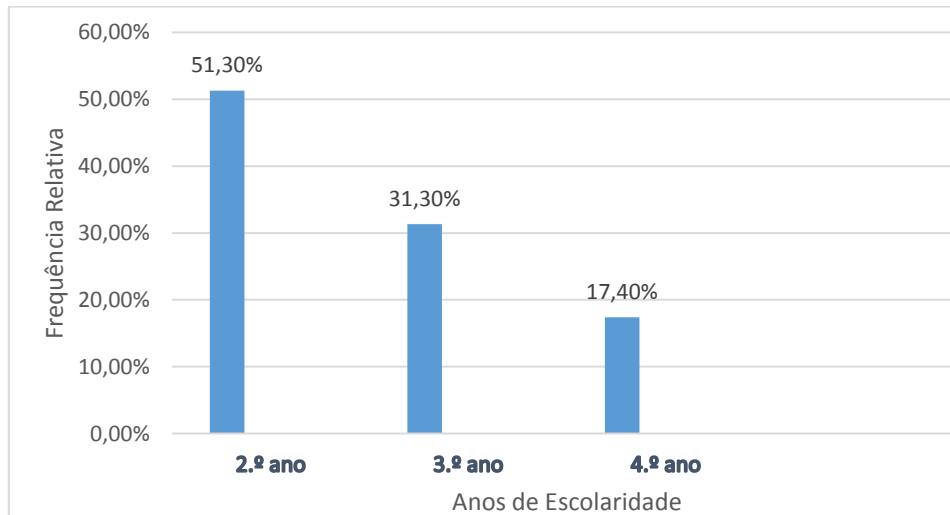


Figura 7. Tarefas incidentes na multiplicação nas duas coleções, por ano.

Apesar da frequência relativa do gráfico (Figura 7) demonstrar que há um decréscimo tão acentuado de ano para ano, tendo em conta a frequência absoluta do número total de tarefas das duas coleções, o mesmo não se passa quando se analisa cada coleção individualmente (Figura 8).

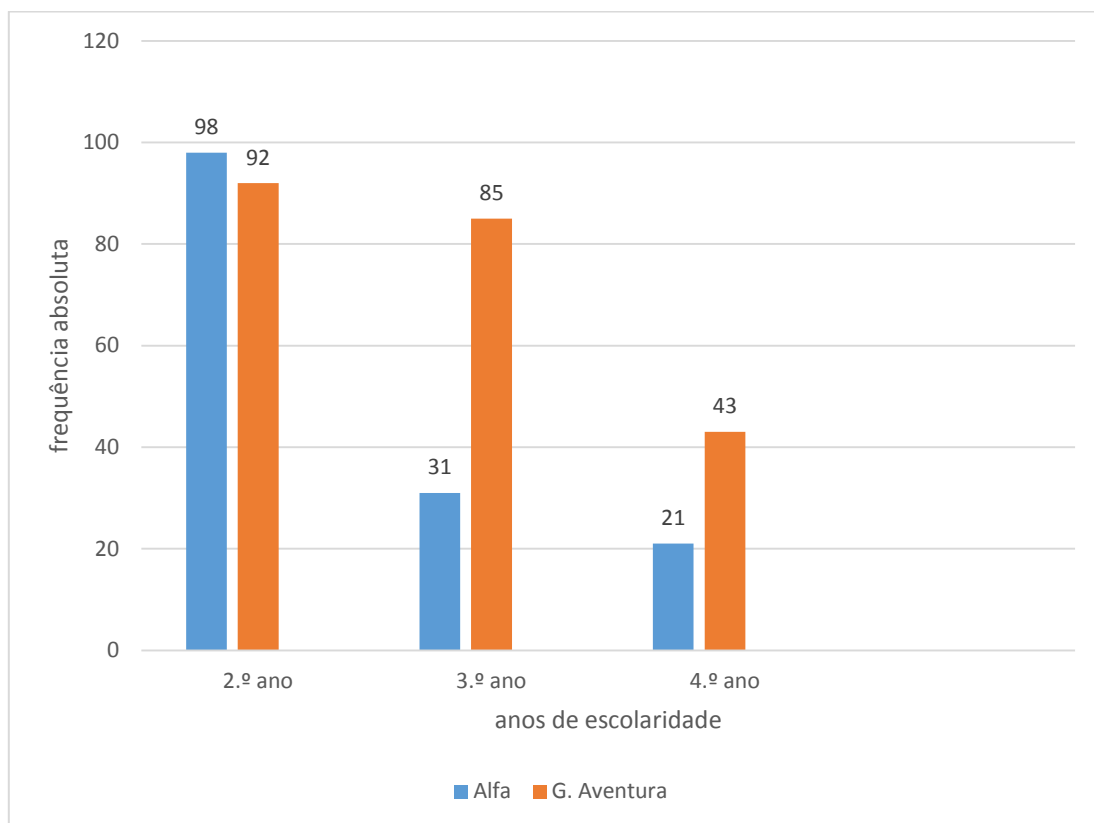


Figura 8. Tarefas incidentes na multiplicação, por ano e por coleção.

É possível observar que a coleção Grande Aventura mantém mais ou menos o mesmo número de tarefas relacionadas com a multiplicação no 2.º e 3.º anos, apesar de no 4.º ano reduzir para menos de metade a frequência absoluta em relação aos outros dois anos. Situação inversa se passa na coleção Alfa. Há uma frequência absoluta no 2.º ano que é muito superior aos outros dois anos; mais do que o triplo em relação ao 3.º ano e o mais do que o quádruplo em relação ao 4.º ano. No entanto, mantém mais ou menos a mesma frequência absoluta nos 3.º e 4.º anos. Também é possível observar que o número de tarefas do 2.º ano é mais ou menos o mesmo nas duas coleções; o mesmo não se passa no 3.º ano e 4.º ano. No 3.º ano, na coleção Grande Aventura o número de tarefas é quase o triplo do número de tarefas da coleção Alfa. No 4.º ano, o número de tarefas da coleção Alfa é quase metade do número de tarefas da coleção Grande Aventura.

4.2.1.1. Significados da multiplicação

Nem todas as coleções abordam os mesmos significados da multiplicação no mesmo ano de escolaridade como bem representam os gráficos a seguir.

No 2.º ano (Figura 9), a coleção Grande Aventura explora todos os significados da multiplicação ao contrário da coleção Alfa que não apresenta nenhuma tarefa relacionado com A1.6 (Produto de medidas: produto cartesiano). Na coleção Alfa as duas subcategorias que apresentam a maior expressão são a A1.5 (multiplicação comparativa: multiplicação por um escalar) e a A1.1 (grupos iguais: soma de parcelas iguais) e na coleção Grande Aventura são a A1.4 (grupos iguais: modelo retangular), a A1.1 (grupos iguais: soma de parcelas iguais) e a A1.2 (isomorfismo de medidas: uso explícito de tabela de razões).

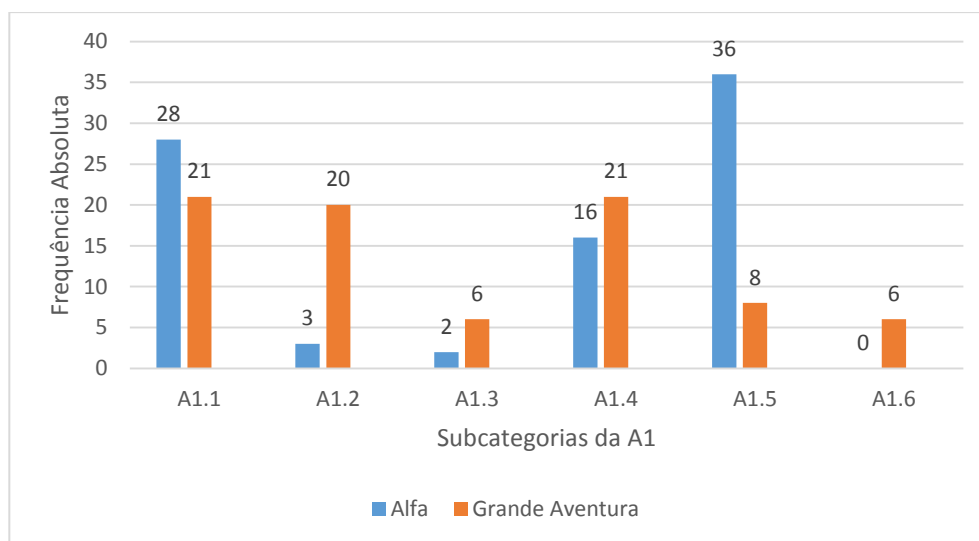


Figura 9. Tarefas incidentes nos significados da multiplicação, no 2.º ano, por coleção.

A coleção Alfa, no 3.º ano (Figura 10), não explora todos os significados da multiplicação. Não apresentou qualquer tarefa para as subcategorias A1.1 (grupos iguais: soma de parcelas iguais) e A1.3 (grupo iguais: «rate» preço por unidade). A coleção Grande Aventura explora todos os significados da multiplicação. A subcategoria que apresenta a maior expressão é a A1.2 (isomorfismo de medidas: uso explícito de tabela de razões), com 22 tarefas, e ainda com alguma expressão temos mais duas subcategorias, a A1.4 (grupos iguais: modelo retangular), a A1.5

(multiplicação comparativa: multiplicação por um escalar) cada uma com 13 tarefas e a subcategoria com menor expressão é a A1.1 (grupos iguais: soma de parcelas iguais), com 5 tarefas. A coleção Alfa apresenta a A1.4 (grupos iguais: modelo retangular) com maior expressão, 7 tarefas, e com menor expressão é a A1.5 (multiplicação comparativa: multiplicação por um escalar).

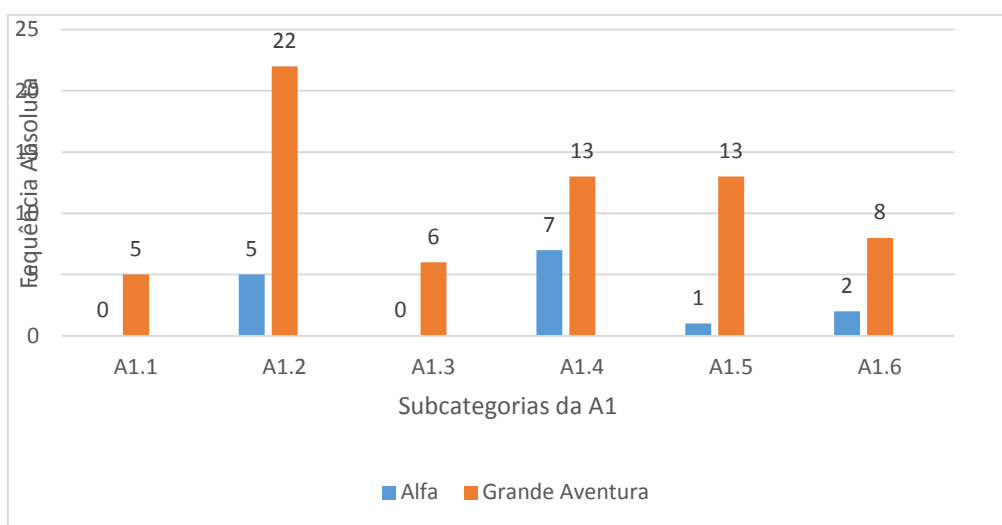


Figura 10. Tarefas incidentes nos significados da multiplicação, no 3.º ano, por coleção.

No 4.º ano (Figura 11), a coleção Alfa só explora dois significados da multiplicação que são representados pelas subcategorias A1.2 (isomorfismo de medidas: uso explícito de tabela de razões) e A1.6. (produto de medidas: produto cartesiano), cada uma com uma tarefa. O mesmo não se passa na coleção Grande Aventura que no 4.º ano só não explora um significado da multiplicação que é representado pela A1.6 (produto de medidas: produto cartesiano). Na coleção Grande Aventura as subcategorias com maior expressão são a A1.2 (isomorfismo de medidas: uso explícito de tabela de razões), a A1.4 (grupos iguais: modelo retangular) cada uma com 7 tarefas e com menor expressão é a A1.3 (grupos iguais: “rate”- preço por unidade), com 2 tarefas.

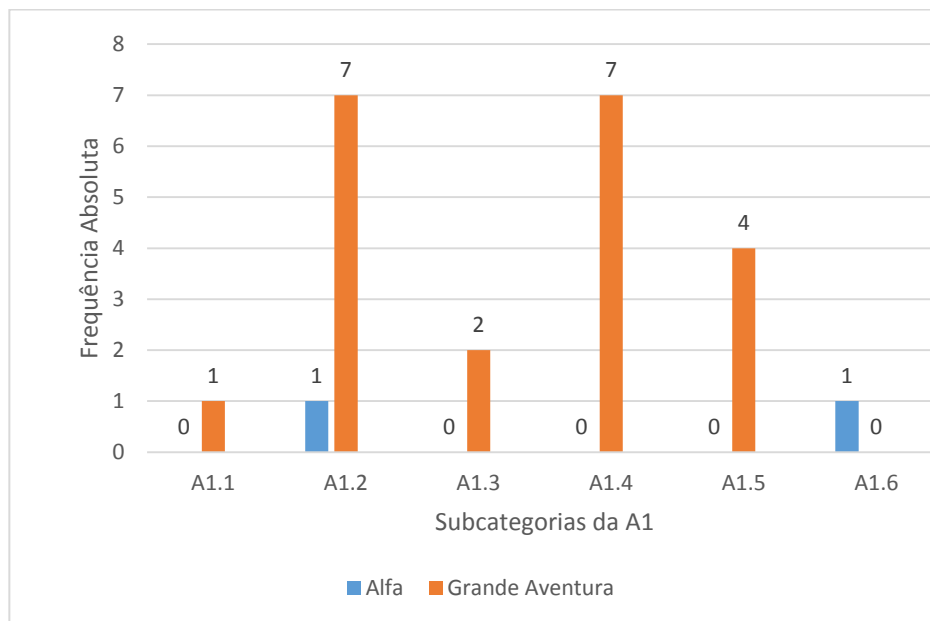


Figura 11. Tarefas incidentes nos significados da multiplicação, no 4.º ano, por coleção.

Como se pode observar na Figura 12, a A1.4 (grupos iguais: modelo retangular) é a subcategoria com maior expressão e com a menor expressão são a A1.3 (grupos iguais: “rate” – preço por unidade) e a A1.6 (produto de medidas: produto cartesiano). Apesar de a A1.4 ter a maior expressão, as subcategorias A1.1 (grupos iguais: soma de parcelas iguais), A1.2 (isomorfismo de medidas: uso explícito de tabela de razões), e A1.5 (multiplicação comparativa: multiplicação por um escalar) apresentam valores muito similares à A1.4. Se observarmos cada coleção, facilmente percebemos que a coleção Grande Aventura apresenta valores muito superiores em quatro subcategorias relativamente à coleção Alfa: uso explícito de tabela de razões, preço por unidade, modelo retangular e produto cartesiano. As duas coleções apresentam valores similares na A1.1 (grupos iguais: soma de parcelas iguais) e na A1.5 (multiplicação comparativa: multiplicação por um escalar), a coleção Alfa apresenta um maior número de tarefas do que a coleção Grande Aventura.

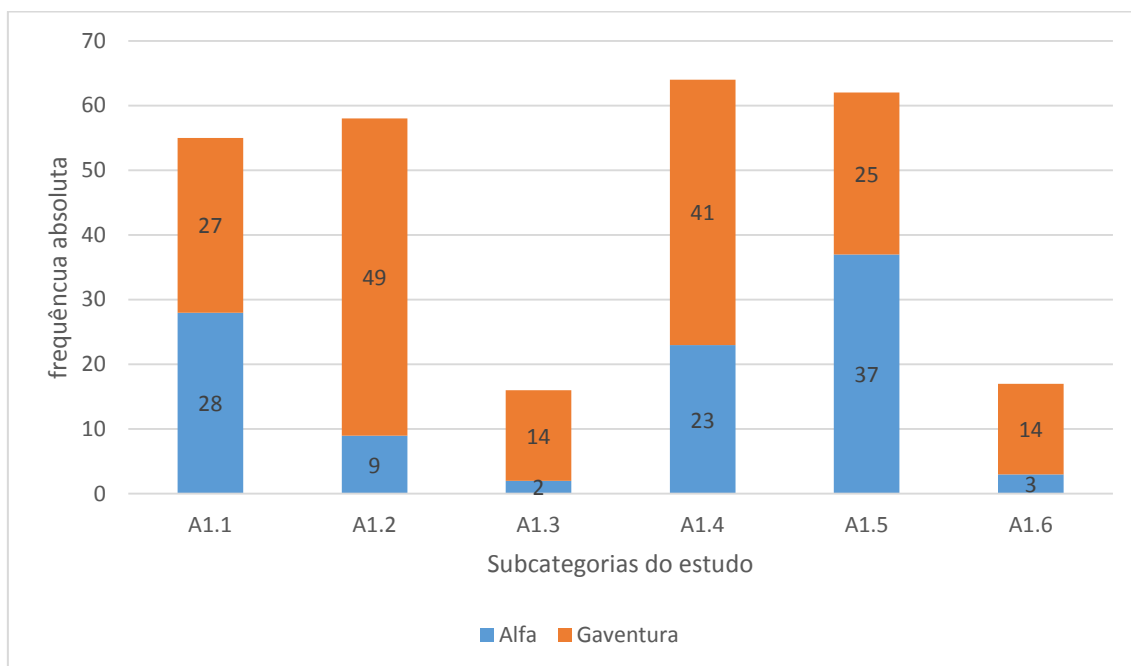


Figura 12. Tarefas incidentes nos significados da multiplicação, de todos os anos, nas duas coleções.

Passo a apresentar os gráficos representativos da frequência relativa 1 de cada subcategoria da multiplicação de cada coleção, ao longo dos três anos de escolaridade, cujo processo de determinação se encontra explicitado no capítulo da Metodologia.

Ao longo dos três anos de escolaridade, a coleção Alfa só apresenta a A1.1 (grupos iguais: soma de parcelas iguais) no 2.º ano (Figura 13). Na coleção Grande Aventura, este significado está distribuído pelos três anos de escolaridade. É no 2.º ano que apresenta a maior percentagem, 77,7%, e tem um decréscimo acentuado no 3.º ano e é praticamente inexistente no 4.º ano.

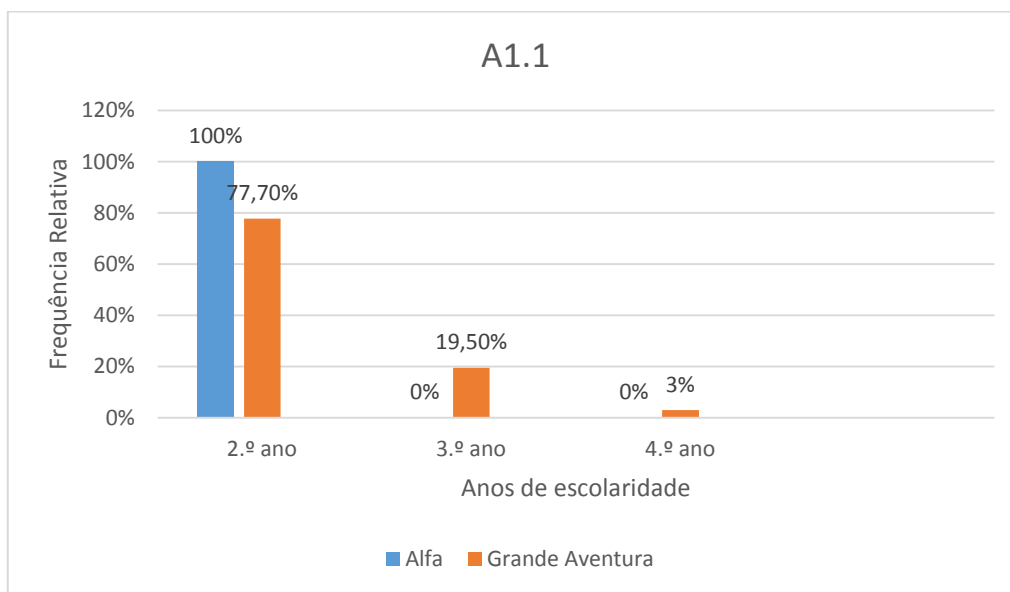


Figura 13. Tarefas incidentes na multiplicação no significado soma de parcelas iguais, por ano e por coleção.

De acordo com a Figura 14, as duas coleções apresentam resultados similares. É no 3.º ano que ambas as coleções apresentam o maior número de tarefas com a A1.2 (isomorfismo de medidas: uso explícito de tabela de razões). Há um decréscimo do número de tarefas do 3.º ano para o 2.º ano e o mesmo acontece do 2.º para o 4.º ano. É no 4.º ano que apresentam a percentagem mais baixa.

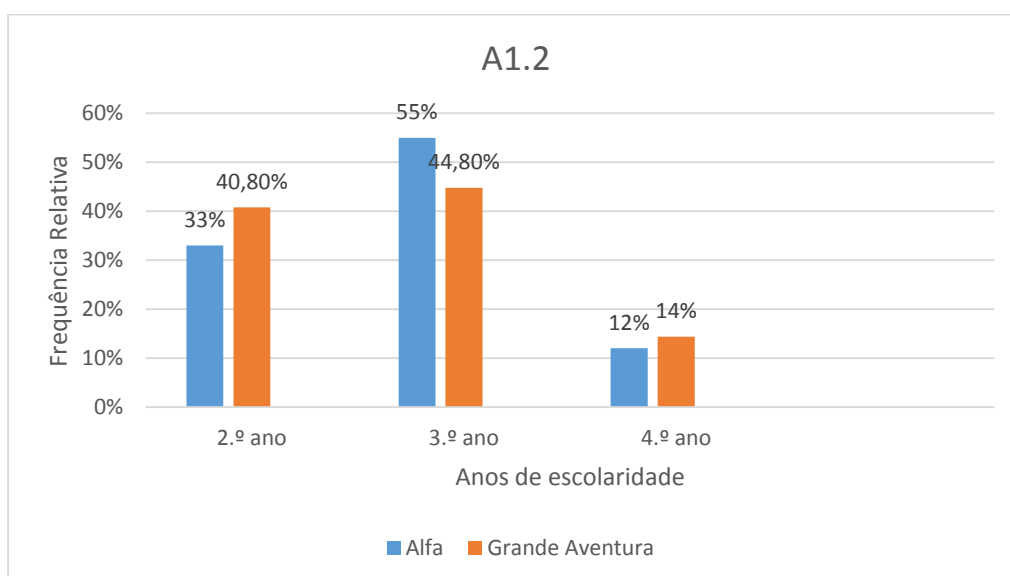


Figura 14. Tarefas incidentes na multiplicação no significado isomorfismo de medidas, uso explícito de tabela de razões, por ano e por coleção.

A subcategoria A1.3 (grupos iguais: “rate” – preço por unidade), na coleção Alfa, é só trabalhada no 2.º ano e nos restantes anos não (Figura 15). O número de tarefas com este significado, na coleção Grande Aventura, é o mesmo no 2.º e no 3.º ano. No 4.º ano, também surge esta subcategoria, apesar da percentagem ser quase um quarto do número total de tarefas de qualquer um dos outros dois anos.

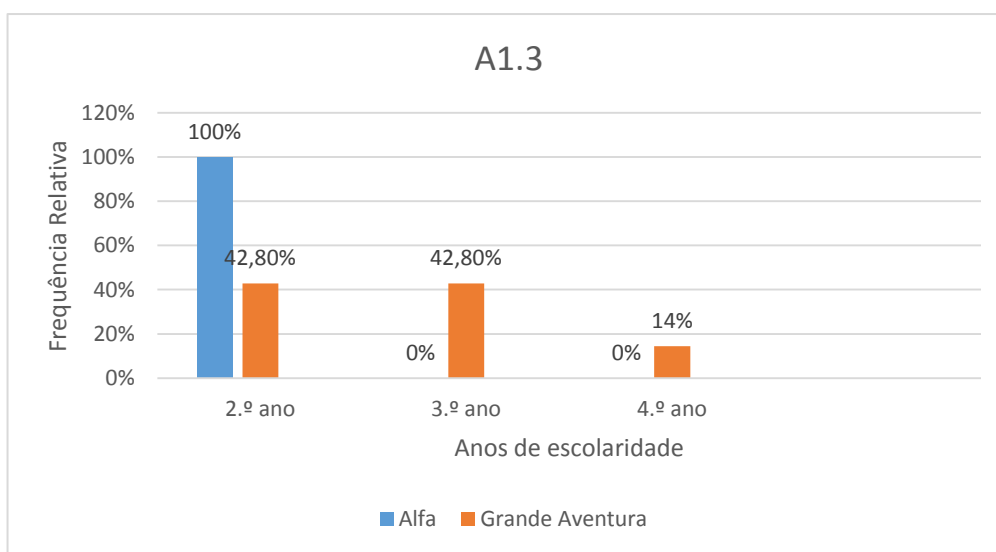


Figura 15. Tarefas incidentes na multiplicação no significado “rate”, preço por unidade, por ano e por coleção.

No que respeita ao significado modelo retangular, as duas coleções apresentam resultados similares no 2.º e 3.º ano (Figura 16). É no 2.º ano que é mais trabalhado nas duas coleções. No 3.º ano, há um decréscimo na percentagem comparando com o 2.º ano. No 4.º ano, só a coleção Grande Aventura é que trabalha este significado da multiplicação.

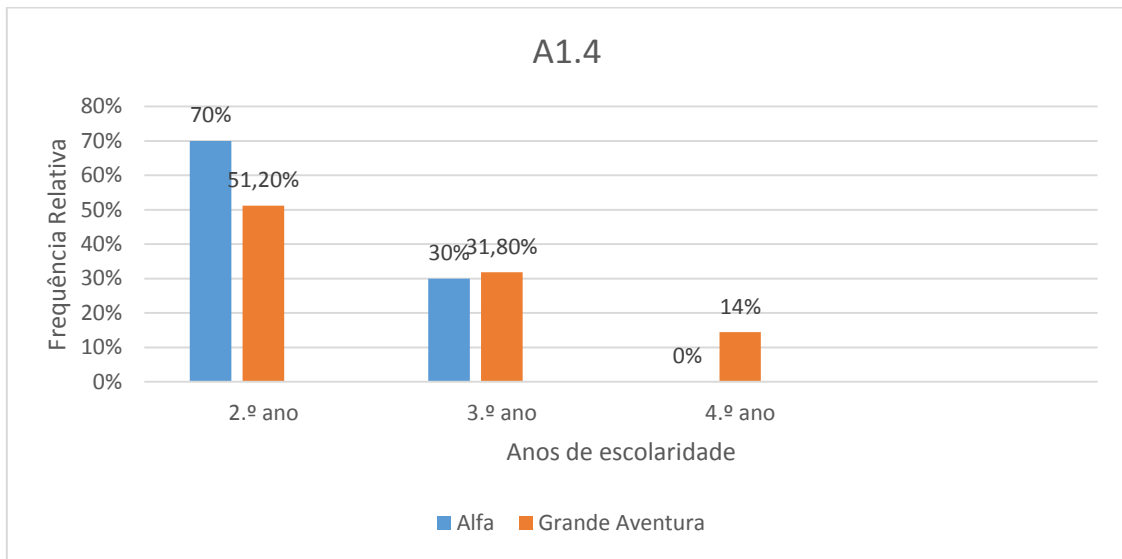


Figura 16. Tarefas incidentes na multiplicação no significado modelo retangular, por ano e por coleção.

De acordo com a Figura 17, a coleção Alfa só apresenta tarefas incidentes na multiplicação comparativa nos 2.º e 3.º anos. A maioria é trabalhada no 2.º ano e no 3.º ano apresenta uma percentagem muito baixa. Ao contrário da coleção Alfa, a coleção Grande Aventura aborda em todos os anos do estudo. A maior percentagem é no 3.º ano e a menor no 4.º ano.

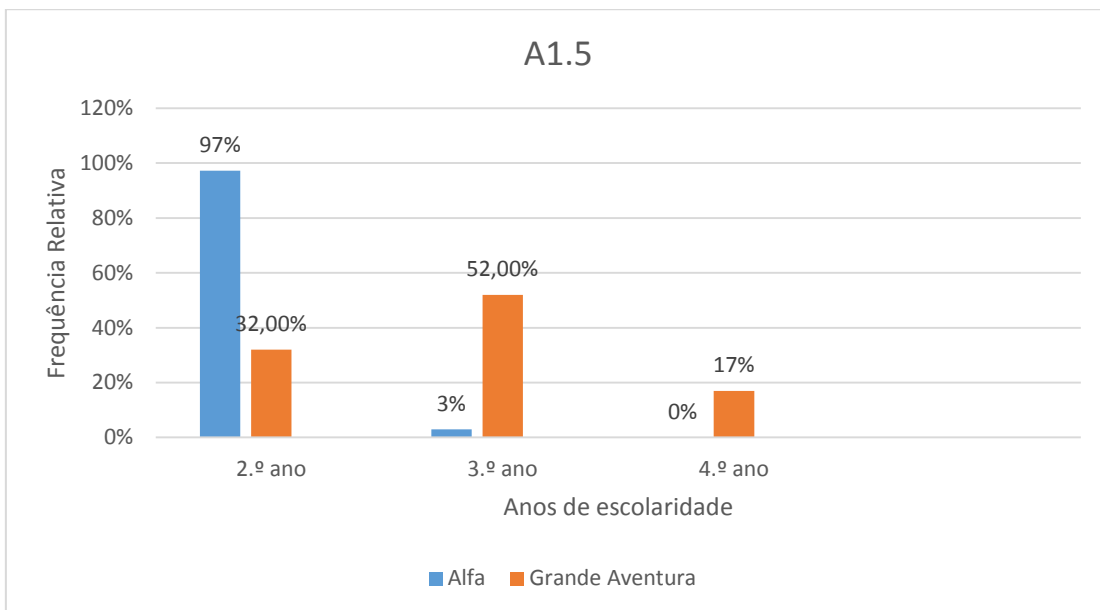


Figura 17. Tarefas incidentes na multiplicação no significado multiplicação comparativa, por ano e por coleção.

Na subcategoria A1.6 (produto de medidas: produto cartesiano), a figura 18 revela que tanto a coleção Alfa com a Grande Aventura trabalham mais este significado da multiplicação no 3.º ano. A frequência relativa de 33% no 4.º ano na coleção Alfa corresponde a uma única tarefa, tal como se pode verificar na Figura 11. A coleção Alfa não tem tarefas relacionadas com A1.6 no 2.º ano, o que acontece com a coleção Grande Aventura no 4.º ano.

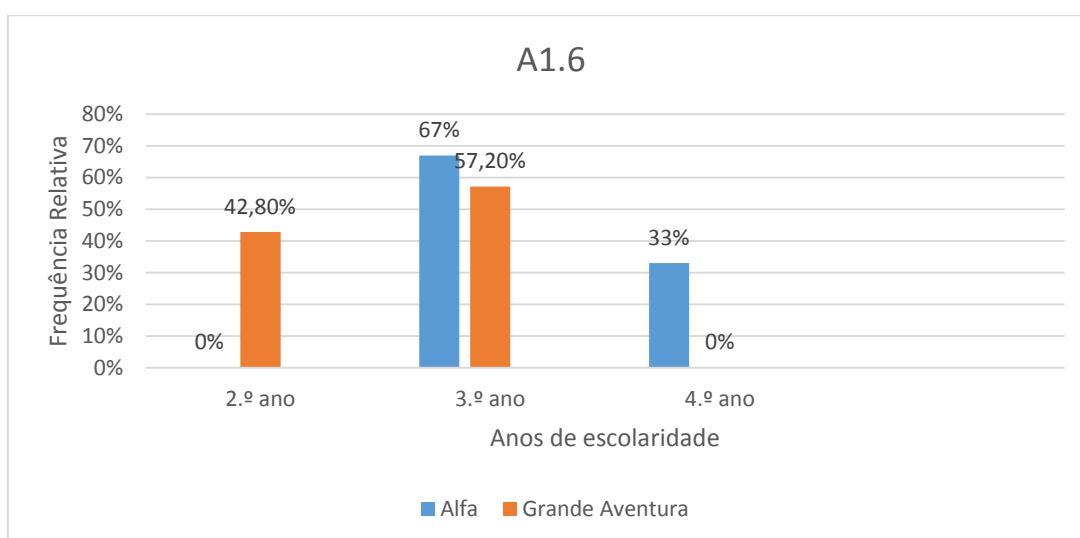


Figura 18. Tarefas incidentes na multiplicação no significado produto cartesiano, por ano e por coleção.

4.2.1.2. Componentes do sentido de número alusivos à multiplicação

De acordo com a Figura 19, no 2.º ano, a A1.8 (situações que levem à compreensão dos efeitos da multiplicação sobre os números naturais) não é trabalhada nas duas coleções. A A1.9 (situações de cálculo com a multiplicação que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado) só surge na coleção Alfa. Parece ser dada maior importância à subcategoria A1.7 (cálculo através das propriedades da multiplicação: comutativa, distributiva e associativa, e de outras relações entre os números), sendo que as coleções apresentam valores muito similares nesta subcategoria.

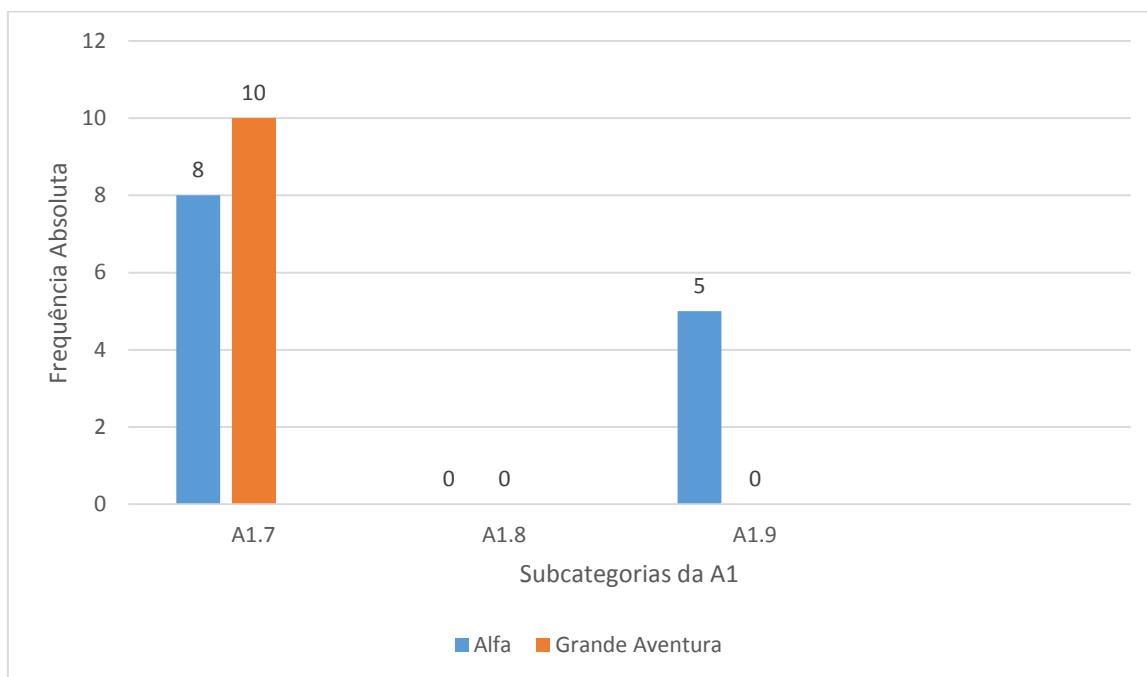


Figura 19. Tarefas incidentes nos componentes de sentido de número alusivos à multiplicação, no 2.º ano, por coleção.

Em relação à Figura 20, no 3.º ano, a coleção Alfa só apresenta a A1.7 (cálculo através das propriedades da multiplicação: comutativa, distributiva e associativa, e de outras relações entre os números). Na coleção Grande Aventura, a A1.7 tem o quintuplo das tarefas da A1.9 (situações de cálculo com a multiplicação que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado). Assim, as duas coleções têm como moda a A1.7.

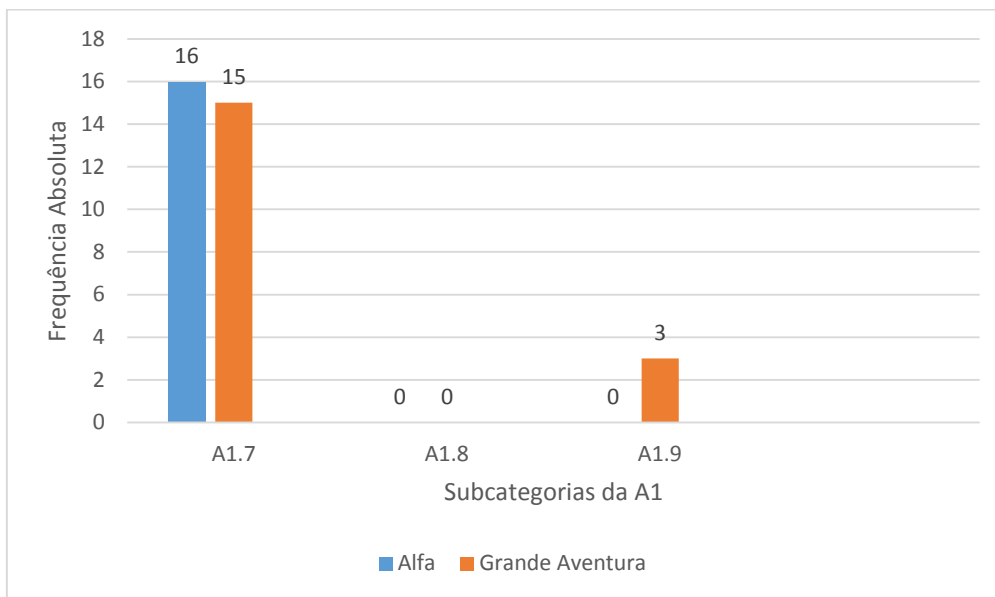


Figura 20. Tarefas incidentes nos componentes de sentido de número alusivos à multiplicação, no 3.º ano, por coleção.

No 4.º ano (Figura 21), podemos verificar que a coleção Grande Aventura apresenta tarefas relacionadas com as três subcategorias e a coleção Alfa só apresenta tarefas relacionadas com A1.7 (cálculo através das propriedades da multiplicação: comutativa, distributiva e associativa, e de outras relações entre os números) e A1.9 (situações de cálculo com a multiplicação que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado). As coleções continuam a eleger A1.7 como moda e A1.9 apresenta uma frequência relativa muito inferior, nas duas coleções, à da A1.7. A subcategoria A1.8 (situações que levem à compreensão dos efeitos da multiplicação sobre os números naturais) nunca é abordada na coleção Alfa.

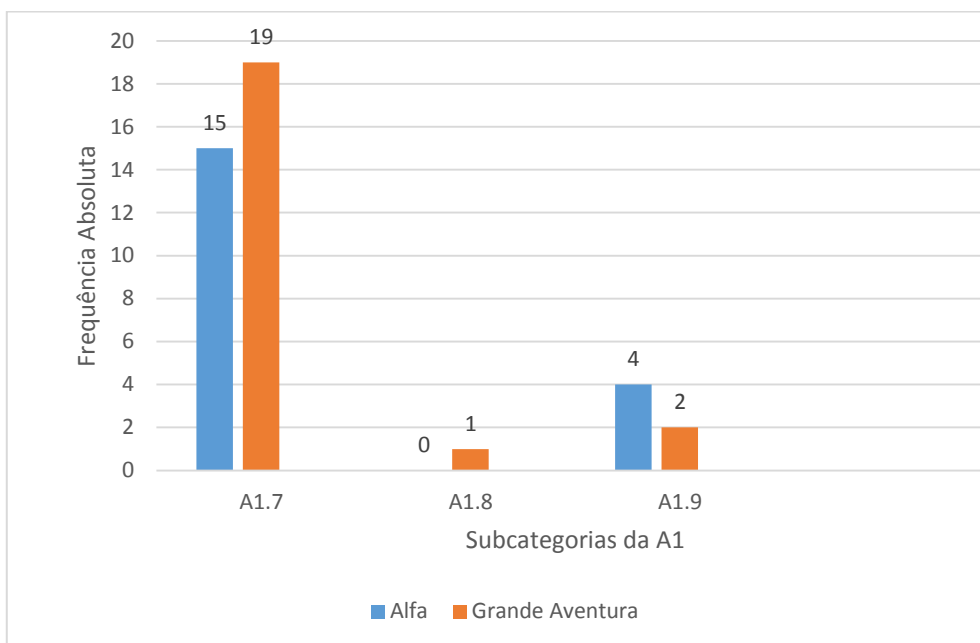


Figura 21. Tarefas incidentes nos componentes de sentido de número alusivos à multiplicação, no 4.º ano, por coleção.

No que respeita à subcategoria A1.7 alusiva às propriedades da multiplicação (Figura 22), as duas coleções trabalham em todos os anos do estudo esta subcategoria e a percentagem em cada ano, nas duas coleções, é muito similar. Esta subcategoria apresenta os valores mais baixos de percentagem no 2.º ano. A coleção Alfa tem a maior expressão nesta subcategoria no 3.º ano, ao passo que a outra coleção é no 4.º ano.

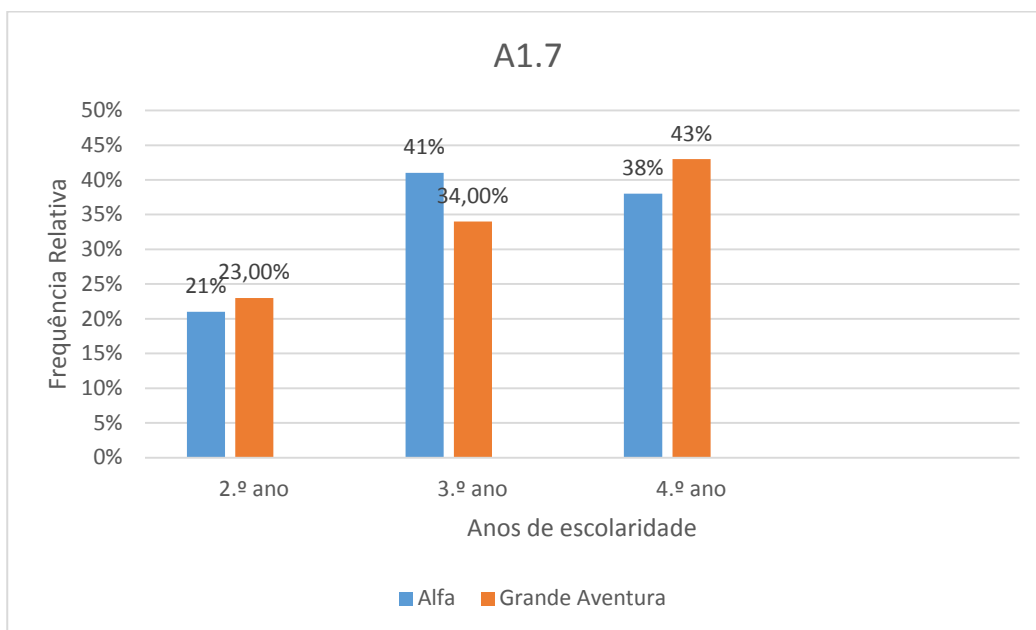


Figura 22. Tarefas incidentes nas propriedades da multiplicação e em relações entre os números, por ano e por coleção.

A Figura 23 demonstra que a A1.8 (situações que levem à compreensão dos efeitos da multiplicação sobre os números naturais) pouco ou nada é trabalhada. Nas duas coleções, esta subcategoria não é abordada nem no 2.º nem no 3.º ano. Só aparece no 4.º ano na coleção Grande Aventura. A coleção Alfa apresenta sempre uma percentagem de 0 % nos três anos de escolaridade.

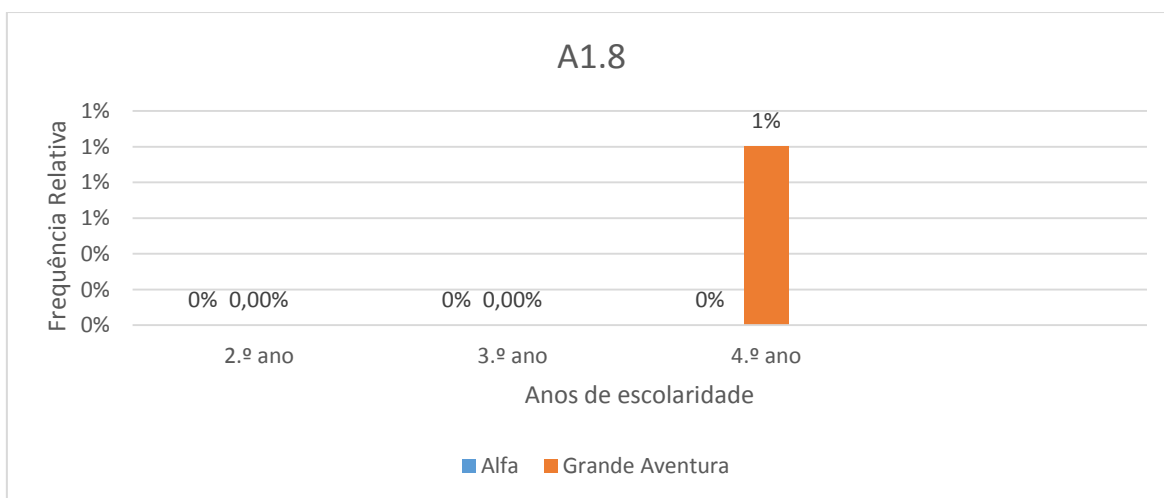


Figura 23. Tarefas incidentes em situações que levem à compreensão dos efeitos da multiplicação sobre os números naturais, por ano e por coleção.

Só no 4.º ano é que a A1.9 (situações de cálculo com a multiplicação que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado) surge em ambas as coleções (Figura 24). No 2.º ano, só a coleção Alfa aborda este tipo de tarefas e no 3.º ano, é unicamente a coleção Grande Aventura que aborda esta subcategoria. A coleção Grande Aventura apresenta uma maior percentagem no 3.º ano, e a coleção Alfa, no 2.º ano.

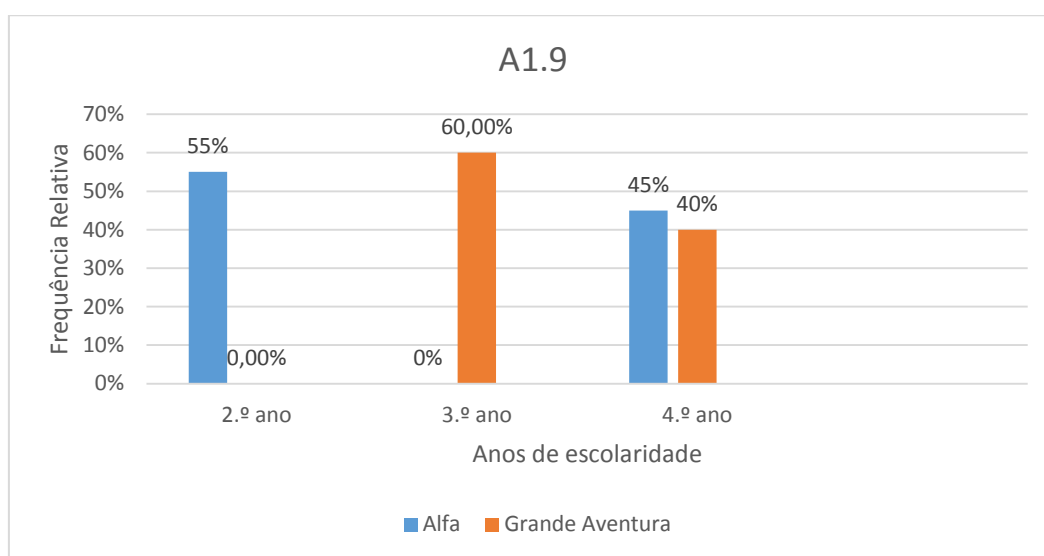


Figura 24. Tarefas incidentes em situações de cálculo com a multiplicação que levam a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado, por ano e por coleção.

4.2.2. Divisão

Nas duas coleções analisadas, ao longo dos três anos de escolaridade, há 205 tarefas relacionadas com a divisão, tendo em conta as tabelas de frequência I (Anexo 1) e II (Anexo 2). De entre o total de tarefas, 79 (38,5 %), estão presentes no 2.º ano; 73 (35,6 %), estão presentes no 3.º ano e 53 (25,9 %), no 4.º ano. Verifica-se, pois, que a divisão apresenta uma percentagem muito idêntica no 2.º e 3.º ano. Há decréscimo, pouco significativo, dos valores da frequência relativa dos 2.º e 3.º anos para o 4.º ano. A Figura 25 representa os dados.

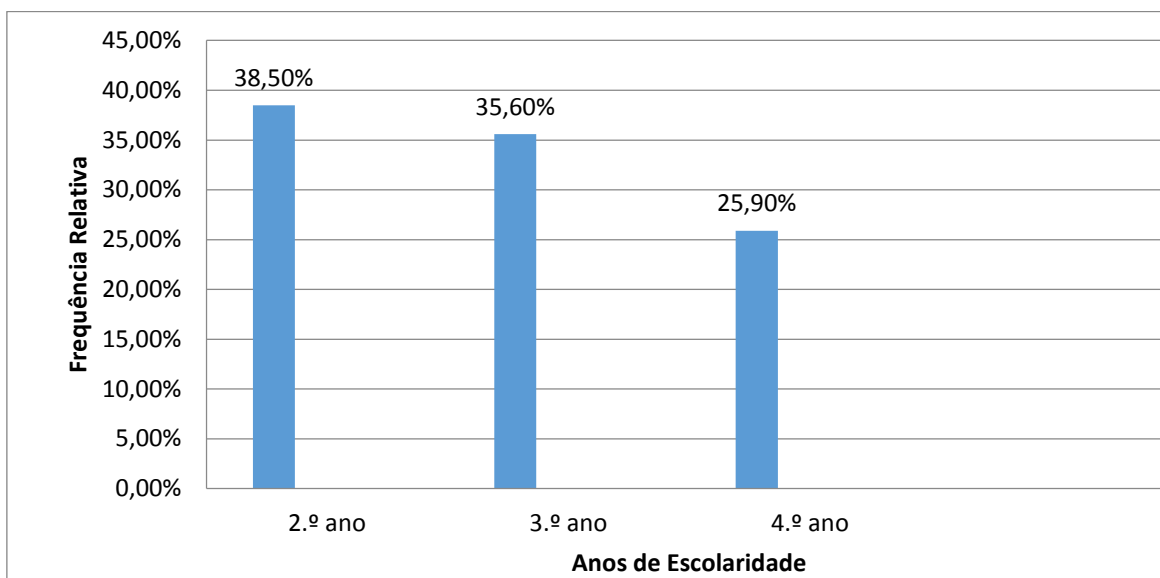


Figura 25. Tarefas incidentes na divisão nas duas coleções, por ano.

Quando analisamos cada coleção (Figura 26) é facilmente observável que a coleção Grande Aventura tem mais do que o dobro das tarefas no 2.º e no 3.º ano do que a coleção Alfa. No 4.º ano, a situação é completamente diferente. As duas coleções apresentam valores muito idênticos. Também se verifica que a coleção Alfa, ao longo dos três anos, não apresenta grande disparidade no número de tarefas, embora apresente um número superior no 4.º ano. Na coleção Grande Aventura, o grande enfoque na divisão é nos 2.º e 3.º anos e há um decréscimo no 4.º ano, menos de metade do que em cada um dos outros dois anos.

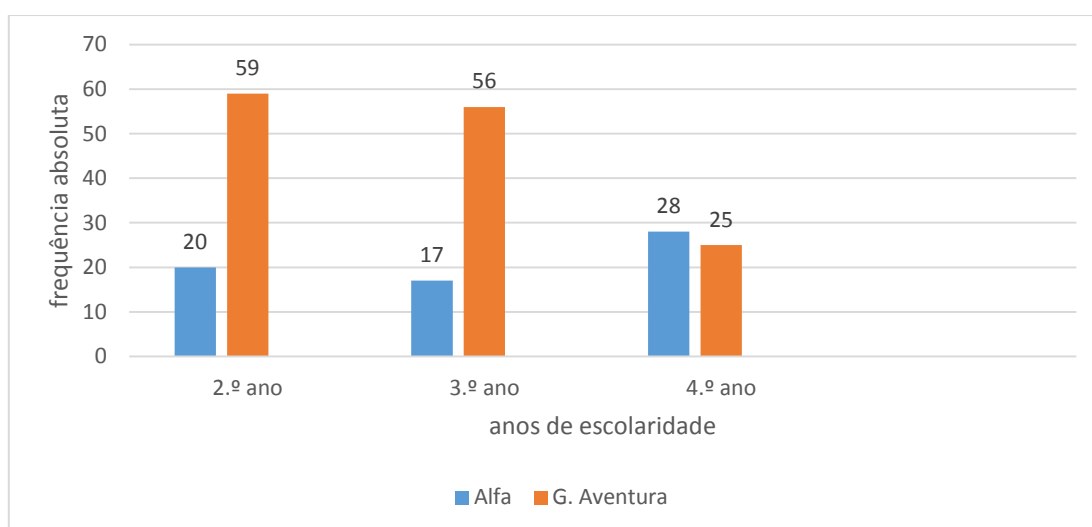


Figura 26. Tarefas incidentes na divisão, por ano e por coleção.

4.2.2.1. Significados da divisão

Nem os todos os significados da divisão são trabalhados nas duas coleções. Em qualquer coleção, o enfoque no 2.º ano (Figura 27) é o significado da divisão representado pela subcategoria A2.2 (divisão como partilha equitativa). Há mais tarefas relacionadas com a A2.2 (divisão como partilha equitativa) do que com a A2.1 (divisão como medida) nas duas coleções. Com a A2.7 (produto de medidas/produto cartesiano), não há qualquer tarefa.

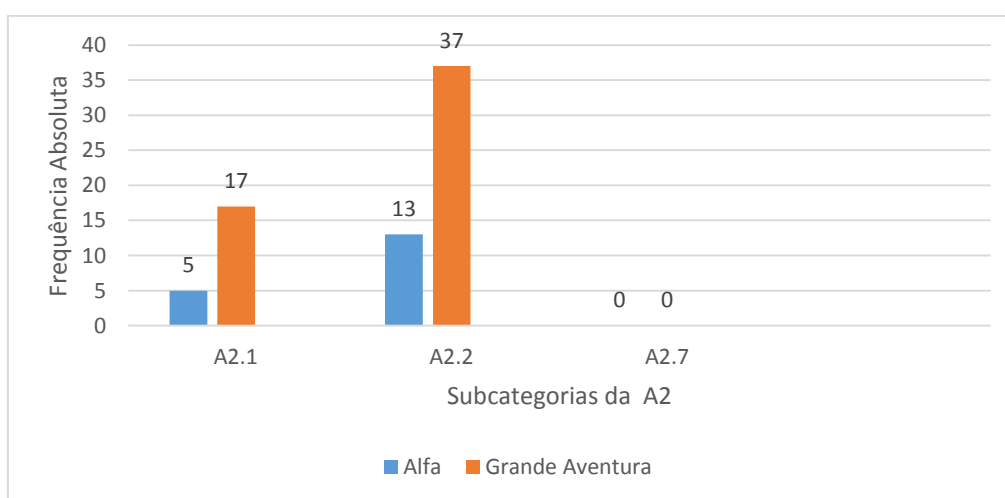


Figura 27. Tarefas incidentes na divisão, no 2.º ano, por coleção.

No 3.º ano (Figura 28), as duas coleções trabalham os dois significados da divisão, tendo a coleção Grande Aventura mais enfoque na A2.1 (divisão como medida). A A2.7 (Produto de medidas/produto cartesiano – divisão) só surge numa tarefa, na coleção Grande Aventura.

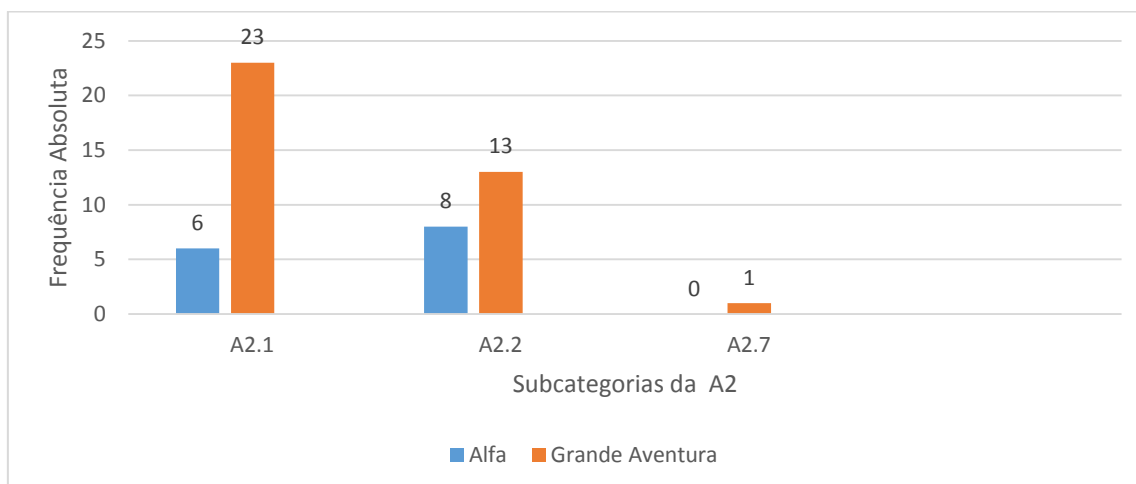


Figura 28. Tarefas incidentes na divisão, no 3.º ano, por coleção.

Na Figura 29, é possível verificar que a coleção Alfa tem um maior número de tarefas na A2.2 (divisão como partilha equitativa) e a coleção Grande Aventura, na subcategoria A2.1 (divisão como medida). No 4.º ano, há mais tarefas relacionadas com a A2.1 (divisão como medida) do que com a A2.2 (divisão como partilha equitativa) no total das duas coleções. A A2.7 (Produto de medidas/produto cartesiano – divisão) não surge em nenhuma tarefa.

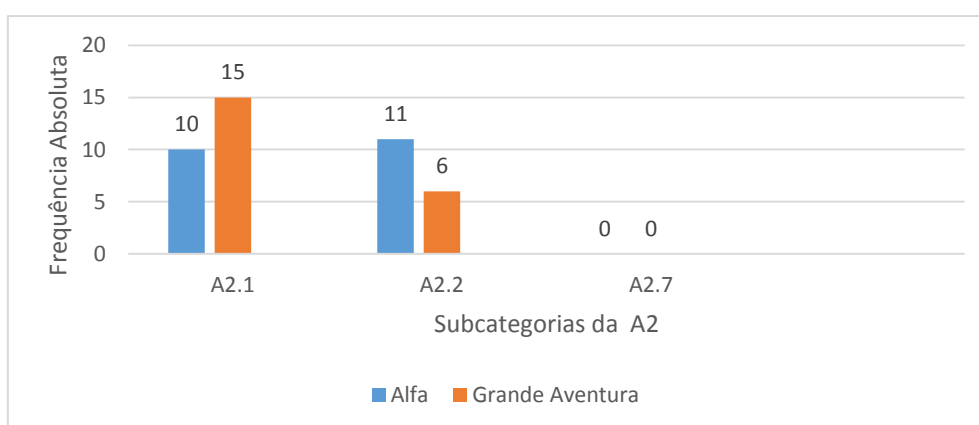


Figura 29. Tarefas incidentes na divisão no 4.º ano, por coleção.

Em relação à Figura 30, verifica-se que a A2.2 (divisão como partilha equitativa) apresenta um maior número de ocorrências, considerando as duas coleções. A A2.7 (produto de medidas/produto cartesiano – divisão) é a que tem o menor número de

tarefas, só uma, na coleção Grande Aventura. Se analisarmos cada coleção, é possível verificar que a coleção Alfa tem como enfoque a A2.2 (divisão como partilha equitativa), mas na coleção Grande Aventura, as duas subcategorias apresentam valores muito similares. A coleção Grande Aventura tem mais tarefas do que a coleção Alfa, em todas as subcategorias.

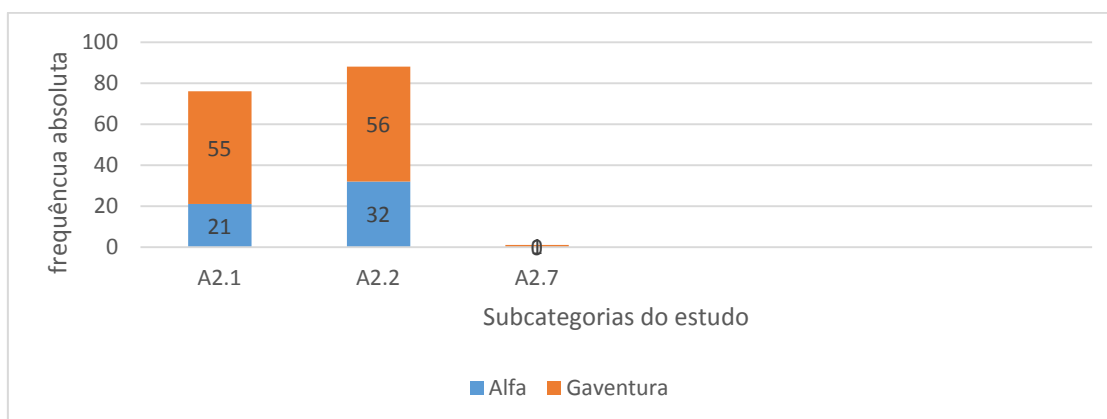


Figura 30. Tarefas incidentes nos significados da divisão, de todos os anos, nas duas coleções.

Passo a apresentar a frequência relativa 1 de cada subcategoria da divisão, de cada coleção, ao longo dos três anos de escolaridade.

Como apresenta a Figura 31, na subcategoria A2.1 (divisão como medida), ao longo dos três anos, existe um maior enfoque no 4.º ano, na coleção Alfa, e no 3.º ano, na coleção Grande Aventura. Regista-se um maior número de ocorrências nos 2.º e 3.º anos na coleção Grande Aventura enquanto na outra coleção, tal verifica-se nos 3.º e 4.º anos.

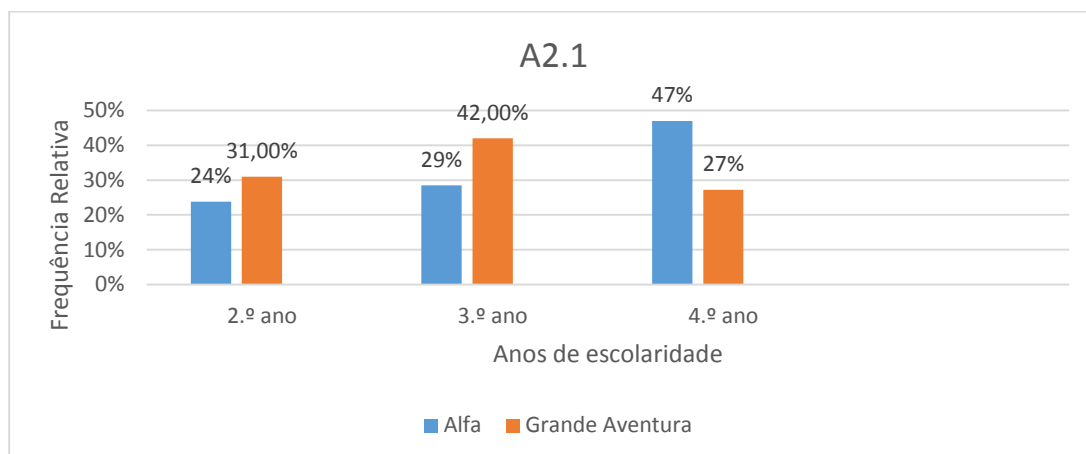


Figura 31. Tarefas incidentes na divisão como medida, por ano e por coleção.

Como apresenta a Figura 32, na subcategoria A2.2 (divisão como partilha equitativa), ao longo dos três anos, o ano que apresenta a maior percentagem é o 2.º ano nas duas coleções. A coleção Alfa apresenta uma menor percentagem no 3.º ano e na coleção Grande Aventura, tal verifica-se no 4.º ano.

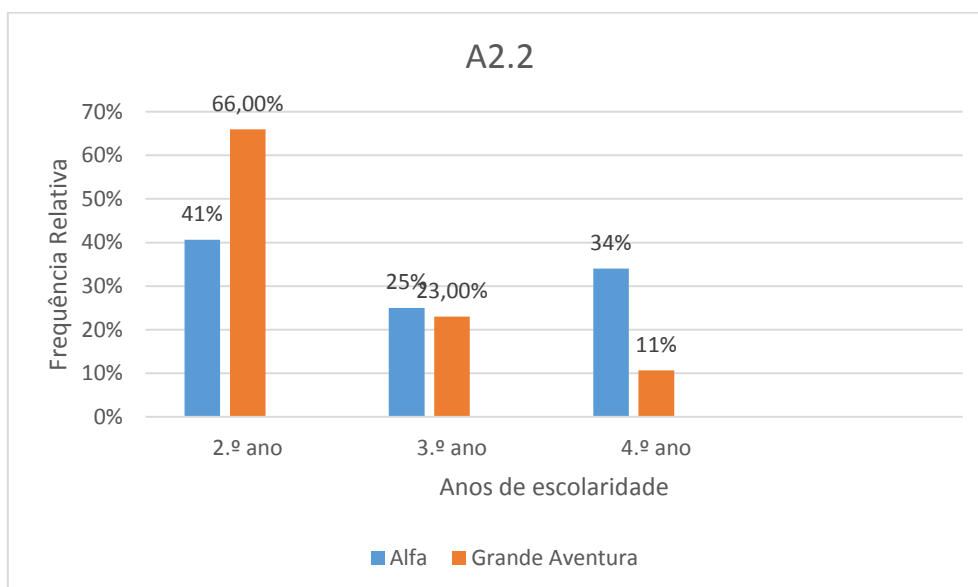


Figura 32. Tarefas incidentes na divisão como partilha equitativa, por ano e por coleção.

Na Figura 33, só a coleção Grande Aventura é que aborda a subcategoria A2.7 (produto de medidas/produto cartesiano – divisão) no 3.º ano.

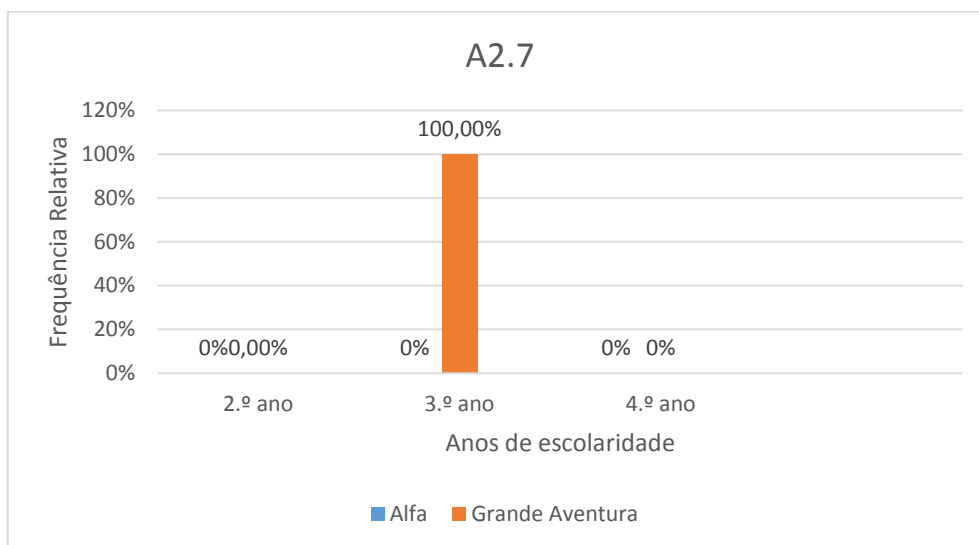


Figura 33. Tarefas incidentes no produto cartesiano, divisão, por ano e por coleção.

4.2.2.2. Componentes do sentido de número alusivos à divisão

Os componentes de sentido de número alusivos à divisão são muito pouco trabalhados no 2.º ano, em qualquer das coleções (Figura 34). A coleção Alfa só apresenta a subcategoria A2.3 (dar sentido ao resto de uma divisão não exata) e a outra coleção só aborda a A2.4 (situações que levem à compreensão dos efeitos da divisão sobre os números naturais).

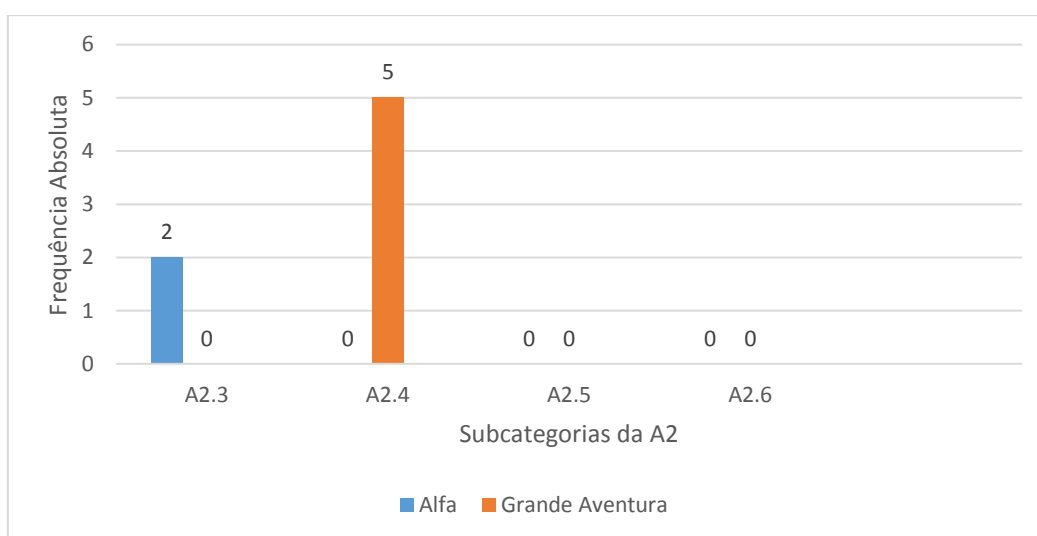


Figura 34. Tarefas incidentes nos componentes de sentido de número alusivos à divisão, no 2.º ano, por coleção.

De acordo com a Figura 35, as duas coleções só apresentam duas subcategorias relativas aos componentes de sentido de número, no 3.º ano: a A2.3 (dar sentido ao resto de uma divisão não exata) e a A2.6 (estabelecer relações e recorrer a padrões para fazer cálculos). Estas subcategorias têm uma expressão muito reduzida na coleção Alfa. No que respeita à coleção Grande Aventura, o enfoque é a A2.3.

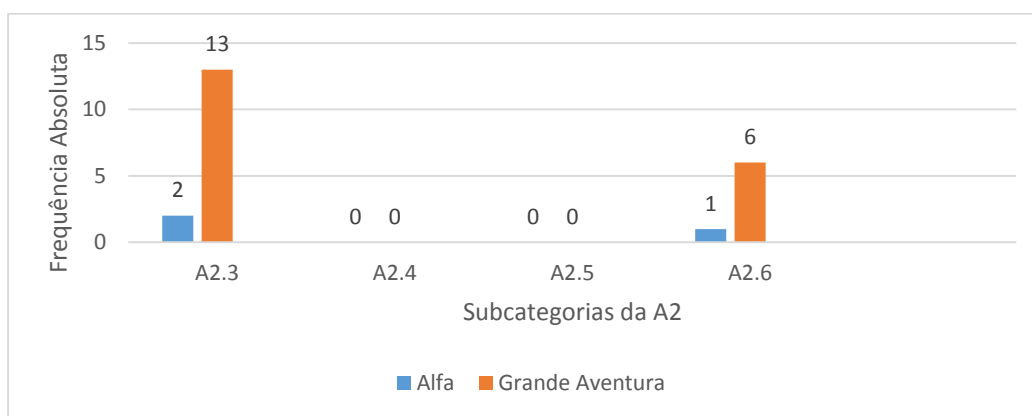


Figura 35. Tarefas incidentes nos componentes de sentido de número alusivos à divisão, no 3.º ano, por coleção.

Na Figura 36, no 4.º ano, a coleção Grande Aventura só não aborda a A2.4 (situações que levem à compreensão dos efeitos da divisão sobre os números naturais). As percentagens são muito idênticas nas três subcategorias. A coleção Alfa só apresenta duas subcategorias, com valores de frequência absoluta similares: a A2.3 (dar sentido ao resto de uma divisão não exata) e a A2.5 (situações de cálculo com a divisão que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado).

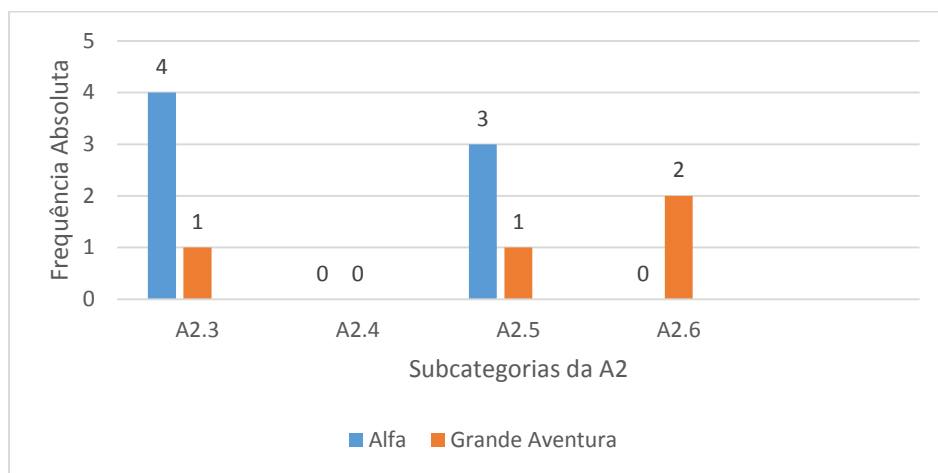


Figura 36. Tarefas incidentes nos componentes de sentido de número alusivos à divisão, no 4.º ano, por coleção.

A A2.3 (dar sentido ao resto de uma divisão não exata) é trabalhada em todos os anos na coleção Alfa, o que não acontece com a coleção Grande Aventura, que no 2.º ano não trabalha esta subcategoria. É no 4.º ano que esta subcategoria apresenta a maior percentagem, 50 %, na coleção Alfa. A Grande Aventura regista no 3.º ano uma esmagadora percentagem de 92,8% (Figura 37).

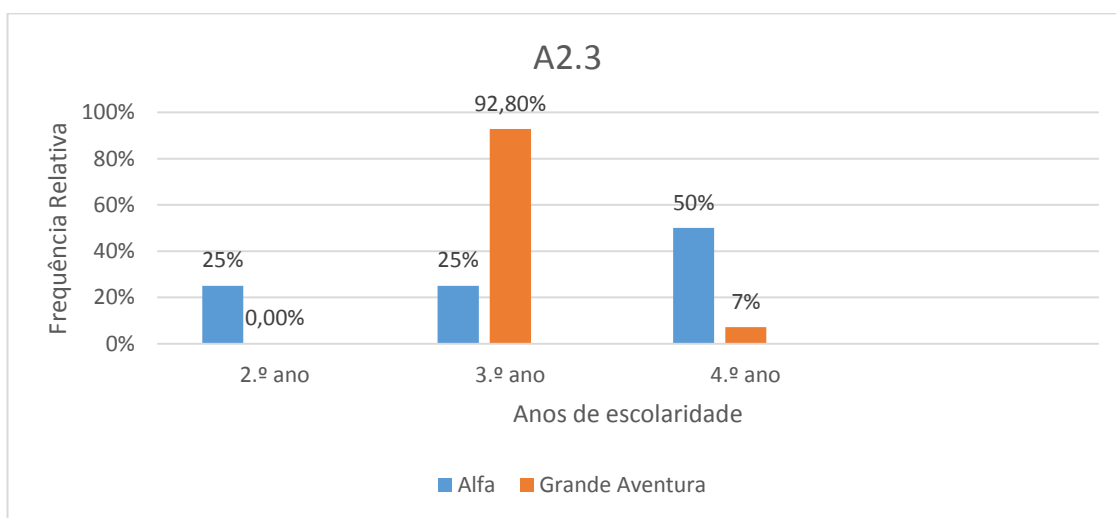


Figura 37. Tarefas incidentes em dar sentido ao resto de uma divisão não exata, por ano e por coleção.

A subcategoria A2.4 (situações que levem à compreensão dos efeitos da divisão sobre os números naturais) só aparece na coleção Grande Aventura, no 2.º ano (Figura 38).

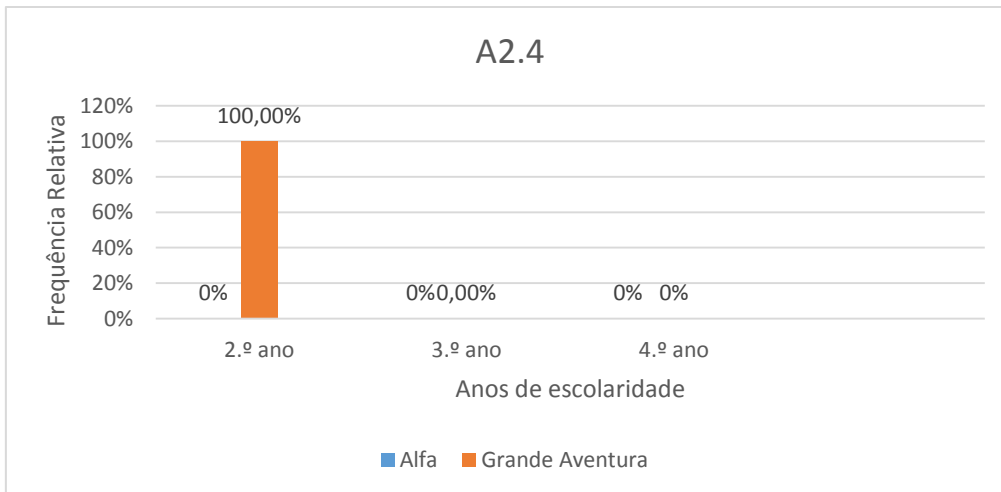


Figura 38. Tarefas incidentes em situações que levem à compreensão dos efeitos da divisão sobre os números naturais, por ano e por coleção.

A subcategoria A2.5 (situações de cálculo com a divisão que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado) só é trabalhada no 4.º ano em ambas as coleções (Figura 39).

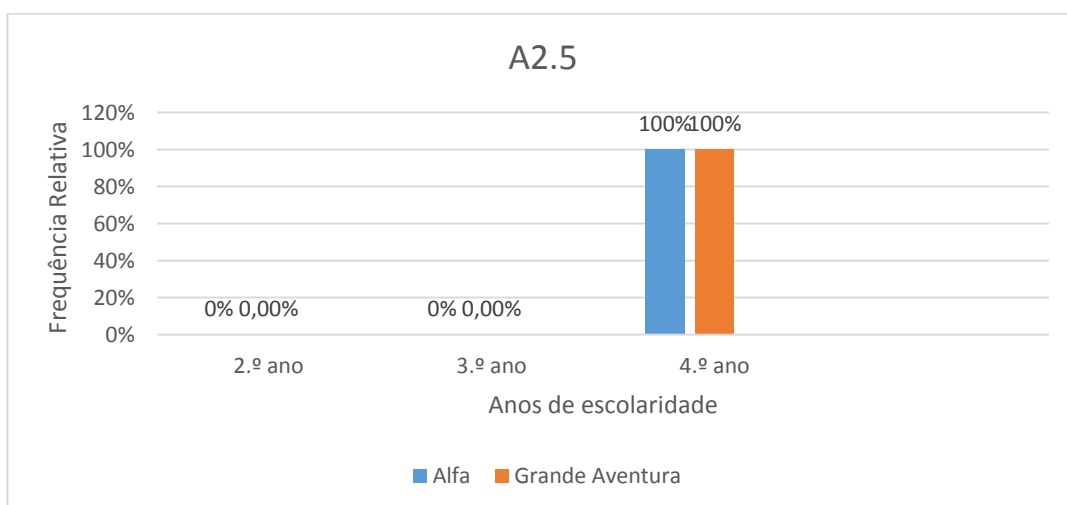


Figura 39. Tarefas incidentes em situações de cálculo com a divisão que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado, por ano e por coleção.

A subcategoria A2.6 (estabelecer relações e recorrer a padrões para fazer cálculos), não surge no 2.º ano, nas duas coleções. É no 3.º ano que a A2.6 apresenta a maior percentagem, sendo que na coleção Alfa só aparece no 3.º ano (Figura 40).

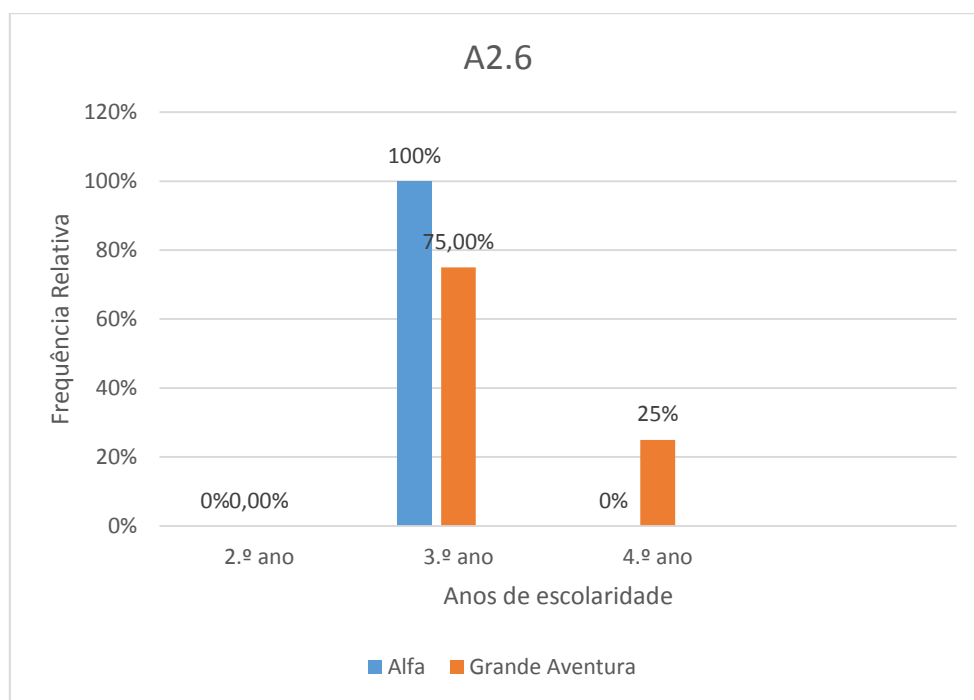


Figura 40. Tarefas incidentes em estabelecer relações e recorrer a padrões para fazer cálculos com divisão, por ano e por coleção.

4.2.3. A relação entre a divisão e a multiplicação

Considerando ambas as coleções, a A3 (relação entre a divisão e a multiplicação) apresenta uma percentagem muito baixa no 2.º ano. É no 3.º ano e no 4.º ano que esta relação tem uma maior expressão (Figura 41).

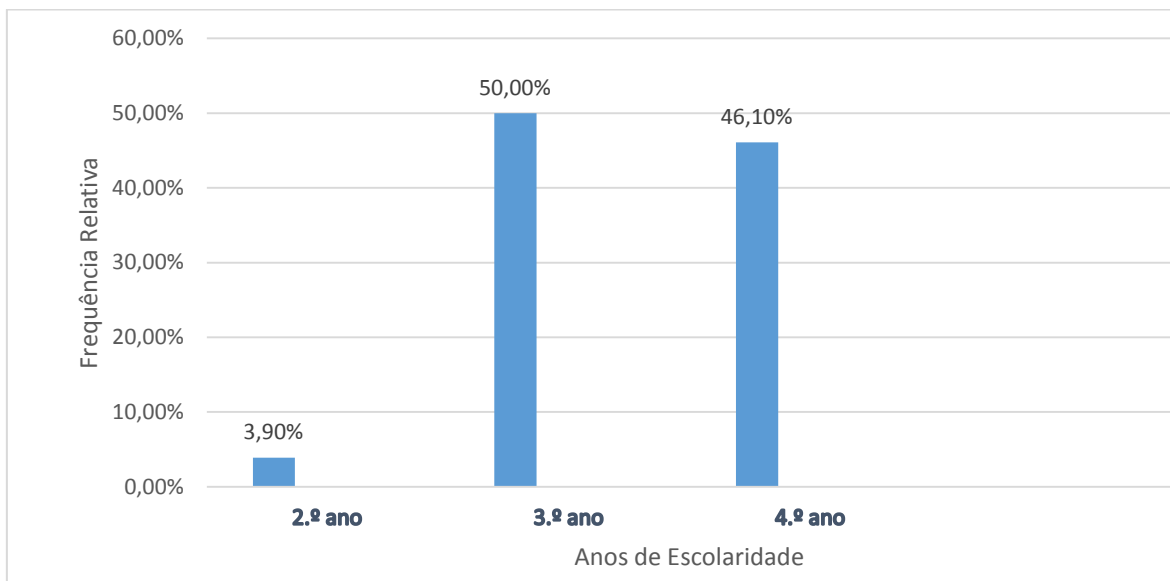


Figura 41. Tarefas incidentes na relação entre a divisão e a multiplicação nas duas coleções, por ano.

Conforme se pode observar na Figura 42, as duas coleções não apresentam grandes diferenças em relação uma à outra, no que respeita à relação entre a divisão e a multiplicação.

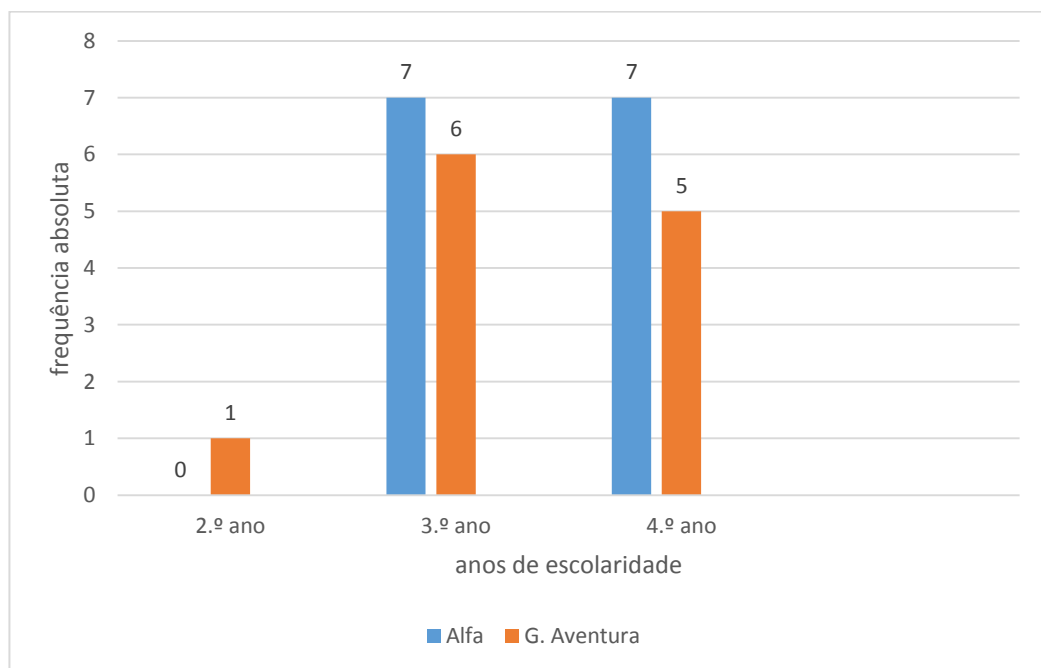


Figura 42. Tarefas incidentes na relação entre a divisão e a multiplicação, por ano e por coleção.

No 2.º ano, só a coleção Grande Aventura aborda uma das subcategorias, a A3.1 (identidade fundamental da divisão exata) (Figura 43).

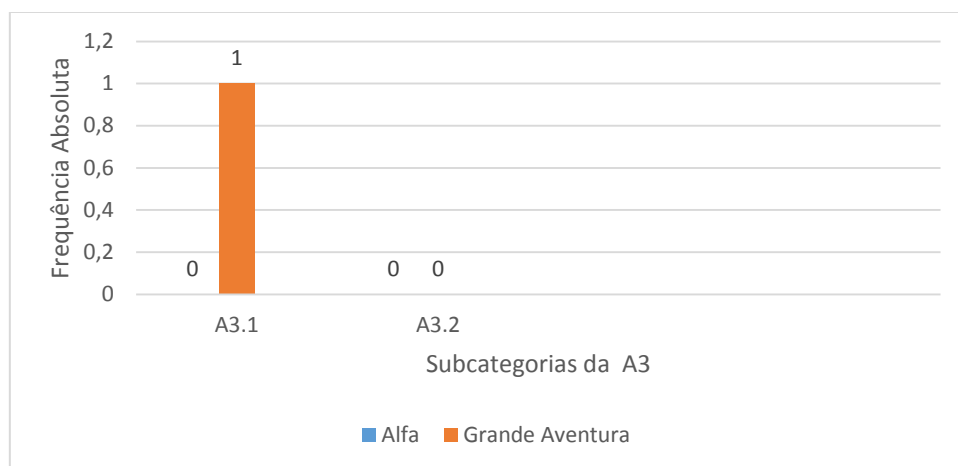


Figura 43. Tarefas incidentes na relação entre a divisão e a multiplicação, no 2.º ano, por coleção.

No 3.º ano (Figura 44), a A3.1 (identidade fundamental da divisão exata) é trabalhada nas duas coleções e com um número de tarefas similar. Na A3.2 (identidade fundamental da divisão não exata), só a coleção Alfa é que apresenta uma frequência absoluta diferente de zero.

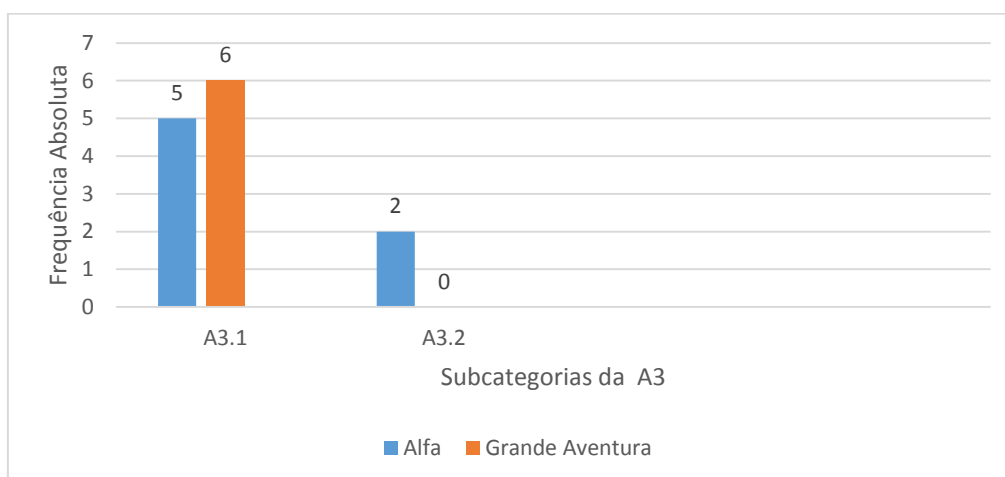


Figura 44. Tarefas incidentes na relação entre a divisão e a multiplicação, no 3.º ano, por coleção.

No 4.º ano (Figura 45), a coleção Grande Aventura só trabalha a A3.1 (identidade fundamental da divisão exata) e outra coleção só trabalha a A3.2 (identidade fundamental da divisão não exata).

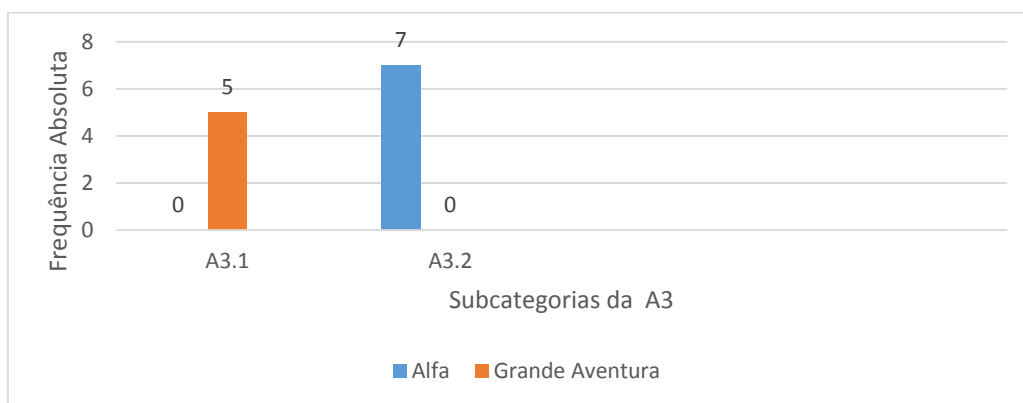


Figura 45. Tarefas incidentes na relação entre a divisão e a multiplicação, no 4.º ano, por coleção.

Ao longo dos três anos de escolaridade, a coleção Alfa só aborda no 3.º ano a subcategoria da identidade fundamental da divisão exata (Figura 46), ao contrário da outra coleção em que esta subcategoria registra ocorrências em todos os anos do estudo. Na Grande Aventura, é no 3.º ano que apresenta a maior expressão e no 2.º ano, a menor expressão.

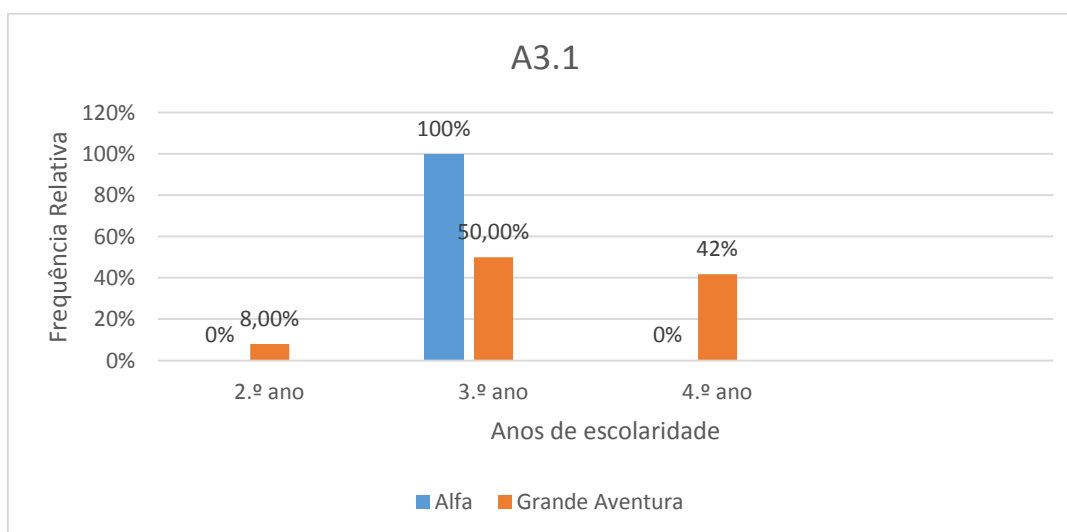


Figura 46. Tarefas incidentes na identidade fundamental da divisão exata, por ano e por coleção.

Na Figura 47, pode verificar-se que a A3.2 (identidade fundamental da divisão não exata) só é trabalhada na coleção Alfa, nos 3.º e 4.º anos, registando-se uma percentagem muita elevada no 4.º ano em relação ao 2.º ano.

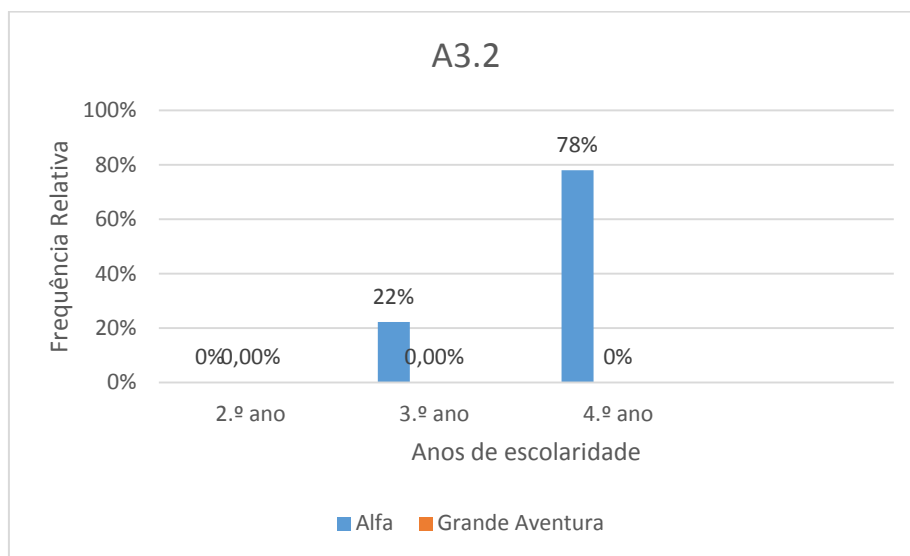


Figura 47. Tarefas incidentes na identidade fundamental da divisão não exata, por ano e por coleção.

CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES, CONSTRANGIMENTOS E RECOMENDAÇÕES

Este capítulo está dividido em três seções. A primeira seção refere-se às conclusões do estudo, de acordo com o problema, e de forma a poder responder às questões; a segunda seção apresenta os constrangimentos do estudo e a terceira seção, as recomendações para trabalhos futuros.

Este estudo tem como objetivo saber de que modo os manuais escolares do 1.º Ciclo do ensino básico abordam a multiplicação e a divisão de números naturais. Mais especificamente, procuro responder às seguintes questões:

- 1- Que significados da multiplicação são abordados nas duas coleções em cada ano e como cada significado da multiplicação é tratado ao longo dos 2.º, 3.º e 4.º anos de escolaridade?
- 2- Que significados da divisão são abordados nas duas coleções em cada ano de escolaridade e como cada significado da divisão é tratado ao longo dos 2.º, 3.º e 4.º anos?
- 3- Como é abordada a relação entre a divisão e a multiplicação nas duas coleções em cada ano e ao longo do 2.º, 3.º e 4.º anos?
- 4- Que componentes do sentido de número estão contemplados nas duas coleções?

Para tal, recorri a uma metodologia quantitativa na análise de conteúdo (Bardin, 2009) de duas coleções de manuais. Foi também usada uma análise qualitativa das coleções, seja na identificação das tarefas a enquadrar nas diferentes categorias, como também na análise da estrutura dos manuais, nomeadamente no que se refere à abordagem das operações de multiplicação e divisão. Elaborei grelhas de análise de acordo com o enquadramento teórico e recorri a operações simples de estatística para calcular a frequência absoluta e relativa das categorias e subcategorias do estudo.

5.1. Conclusões

5.1.1. Significados da multiplicação

Todos os significados da multiplicação são abordados na coleção Grande Aventura nos 2.º e 3.º anos, exceto no 4.º ano, onde não apresenta tarefas relacionadas com o produto cartesiano. Na coleção Alfa, há sempre significados que não são abordados em qualquer um dos anos contemplados no estudo: (i) o produto cartesiano, no 2.º ano; (ii) soma de parcelas iguais e “rate” – preço por unidade, no 3.º ano; e (iii) soma de parcelas iguais, “rate” – preço por unidade, modelo retangular, e multiplicação comparativa, no 4.º ano. Assim, os significados da multiplicação são muito pouco expressivos no 4.º ano da Coleção Alfa, uma vez que apresenta unicamente duas tarefas associadas aos significados, uma relacionada com o uso explícito de tabela de razões e a outra com o produto cartesiano.

De um modo geral, existe um decréscimo de tarefas incidentes na multiplicação ao longo dos anos. Por conseguinte, esse decréscimo verifica-se para os diversos significados em particular.

A soma de parcelas iguais e o modelo retangular apresentam a sua maior expressão no 2.º ano, nas duas coleções, havendo um decréscimo acentuado do número de tarefas de ano para ano, ou seja, no 3.º ano ainda existem algumas tarefas, mas no 4.º ano é praticamente inexistente. A coleção Alfa apresenta o significado “rate” – preço por unidade exclusivamente no 2.º ano, com apenas duas tarefas, sendo que na coleção Grande Aventura, a frequência relativa deste significado é a mesma tanto no 2.º ano como no 3.º ano.

Considerando que a estratégia de adição repetida é uma das estratégias usadas pelos alunos na resolução de problemas multiplicativos, numa fase inicial da sua aprendizagem da multiplicação (Fosnot & Dolk, 2001), e que o recurso a modelos retangulares apoia os alunos a evoluírem do uso de estratégias de contagem unitária para estratégias eficientes de cálculo (Ell et al., 2004; Fosnot & Dolk, 2001), justifica-se a predominância destes significados no 2.º ano, tal como se verifica em ambas as coleções.

A multiplicação comparativa tem uma maior representatividade no 2.º ano na coleção Alfa e na Grande Aventura é no 3.º ano. Nas duas coleções, o uso explícito de tabela de razões e o produto cartesiano têm a maior representatividade no 3.º ano. No 4.º ano, o produto cartesiano é quase inexistente, no caso da coleção Alfa, e mesmo inexistente, no caso da Grande Aventura. A coleção Grande Aventura apresenta grande expressão do uso explícito de tabela de razões tanto no 2.º ano como no 3.º ano, com uma frequência absoluta muito superior à registada na coleção Alfa.

Considerando que a tabela de razões representa, de forma explícita, a relação quaternária associada à proporção direta simples entre duas grandezas, envolvida no isomorfismo de medidas, sendo esta a relação multiplicativa que impera na maioria nos problemas de multiplicação (Vergnaud, 2009), pode justificar-se a relevância que lhe é dada, desde cedo, na coleção Grande Aventura, que aborda a tabela de razões num total de 49 tarefas, tendo em conta todos os anos contemplados no estudo. A coleção Alfa parece assumir uma perspetiva diferente, apresentando apenas um total de nove tarefas com o uso da tabela.

Ambos os significados “rate” – preço por unidade e produto cartesiano têm um menor número de ocorrências, comparativamente com os restantes significados, nas duas coleções. No entanto, apresentam alguma expressão na coleção Grande Aventura (cada um deles com um total de 14 tarefas), enquanto que na coleção Alfa, a representatividade é quase nula (2 e 3 tarefas, respetivamente).

O significado “rate” – preço por unidade está associado a um raciocínio no âmbito de uma estrutura multiplicativa (Nunes & Bryant, 1997; Vergnaud, 2009), pelo que seria de valorizar uma abordagem que desse uma maior expressão a este significado, fato que não se verifica em nenhuma das coleções, sobretudo na coleção Alfa.

Atendendo ao facto de os manuais escolares, que foram objeto de estudo, terem sido elaborados no contexto da implementação do Programa de Matemática do Ensino Básico (2007) que referia, nos objetivos específicos para os 1.º e 2.º anos, a importância de o aluno «compreender a multiplicação nos sentidos aditivos e combinatório» (p. 16), revela-se problemática a opção da coleção Alfa em não apresentar uma única tarefa no 2.º ano incidente no produto cartesiano, e abordar este significado apenas no 3.º ano,

com duas tarefas, e no 4.º ano, com uma única tarefa. Assim, os autores deste manual parecem ter ignorado a importância do sentido combinatório. Relativamente ao 2.º ano, parecem ter atendido sobretudo ao sentido aditivo e à multiplicação comparativa, já que a maior frequência absoluta se regista nas subcategorias soma de parcelas iguais e multiplicação comparativa.

No que respeita à coleção Grande Aventura, embora os diversos significados da multiplicação tenham diferentes percentagens em termos da sua representatividade ao longo dos anos, pode concluir-se que existiu uma preocupação, por parte dos seus autores, em contemplar todos os significados, sendo de destacar o facto de nos 3.º e 4.º anos terem privilegiado os significados da multiplicação que «dão lugar ao raciocínio multiplicativo e que não envolvem as ações de unir e separar» (Nunes et al., 2005, p.143).

5.1.2. Significados da divisão

Na coleção Grande Aventura, são abordados todos os significados da divisão no 3.º ano, embora a subcategoria produto de medidas/produto cartesiano esteja presente numa única tarefa. Nos 2.º e 4.º anos, são abordados todos os significados, exceto o produto de medidas/produto cartesiano, em ambas as coleções.

É no 2.º ano que há mais tarefas ligadas ao significado de divisão como partilha equitativa, nas duas coleções. Nos 3.º e 4.º anos, é no sentido de divisão como medida que se registam mais ocorrências em ambas as coleções, embora na coleção Alfa, seja uma diferença muito reduzida. A predominância do significado de divisão como partilha equitativa no 2.º ano, correspondendo a uma abordagem de se privilegiar este sentido numa fase inicial, diverge da perspectiva de Fosnot e Dolk (2001) quando estes referem que os alunos sentem mais dificuldades neste tipo de situações, decorrentes das suas estratégias intuitivas.

Considerando o número total de tarefas nas duas coleções analisadas, verifica-se existir uma percentagem muito idêntica de tarefas incidentes na divisão, nos 2.º e 3.º anos, existindo um decréscimo muito pouco acentuado do 3.º para o 4.º ano. Essa regularidade é patente sobretudo na coleção Alfa, que não apresenta grande disparidade no número de tarefas, ao longo dos três anos. Já na coleção Grande Aventura, existe um

decréscimo significativo no 4.º ano, menos de metade do que em cada um dos outros dois anos.

Há, ainda, a referir, o facto de a coleção Alfa apresentar a divisão, tanto num significado como noutra, como uma extensão da subtração, em qualquer um dos anos de escolaridade, como se pode verificar no exemplo do 4.º ano, incluído no Quadro 9 (p. 43), contrariamente ao defendido por (Nunes et al., 2005) e Vergnaud (2009). No entanto, esta abordagem no âmbito de uma estrutura aditiva faz parte do processo de aprendizagem da divisão, de acordo com Greer (1992) e Fosnot e Dolk (2001), o que poderia justificar a ocorrência no 2.º ano mas não no 4.º ano. Esta situação não se verifica na coleção Grande Aventura.

5.1.2. Relação entre a multiplicação e a divisão

Considerando ambas as coleções, a relação entre a divisão e a multiplicação apresenta uma representatividade muito pouco expressiva no 2.º ano, assumindo cerca de 50 % nos 3.º e 4.º anos.

No 2.º ano, só a coleção Grande Aventura apresenta a identidade fundamental da divisão exata, numa única tarefa. No 3.º ano, a coleção Alfa apresenta a identidade fundamental da divisão exata e da divisão não exata, enquanto a coleção Grande Aventura só tem tarefas relacionadas com a identidade fundamental da divisão exata. No 4.º ano, só a coleção Grande Aventura aborda a identidade fundamental da divisão exata, e só a coleção Alfa aborda a identidade fundamental da divisão não exata.

No entanto, tal como se pode verificar numa tarefa exemplificada no Quadro 10 (p. 44), em que é dada a fórmula da identidade para os alunos aplicarem nos algoritmos a efetuar, as tarefas incidentes na identidade fundamental da divisão, na coleção Alfa, são de natureza algorítmica, não apelando à mobilização de relações construídas de forma significativa pelos alunos. Esta coleção aborda a identidade fundamental da divisão com regras. Tal não se verifica na coleção Grande Aventura que recorre a problemas para matematizar a relação entre as duas operações, como mostra o exemplo incluído no Quadro 10, em que a expressão da identidade fundamental da divisão surge associada a um contexto que lhe dá sentido.

A forma de apresentação das duas operações nos manuais Alfa é distinta da forma da Grande Aventura. Nos manuais Alfa, há uma clara distinção entre a divisão e a multiplicação, como fossem raciocínios distintos, apresentando capítulos separados para a divisão e para a multiplicação. Dentro do capítulo da divisão, há subcapítulos para a relação entre a divisão e a multiplicação, e tarefas relacionadas para dar sentido ao resto, outro subcapítulo para a identidade fundamental da divisão exata e não exata, para os significados da divisão como partilha equitativa, medida e razão. Esta forma de apresentação sequencial das operações diverge do defendido por diversos autores que partilham da perspectiva de que a multiplicação e a divisão devem ser ensinadas paralelamente, através de problemas, e não de uma forma linear e estanque (Fosnot & Dolk, 2001; Vergnaud, 2009), já que ambas as operações envolvem a estrutura multiplicativa. Tal não acontece com a coleção Grande Aventura, onde se recorre a problemas para matematizar a relação entre as duas operações. Por isso, os capítulos são chamados de divisão e multiplicação, não havendo capítulos estanques.

No que respeita à justaposição de problemas, nenhuma coleção a aborda para promover a relação entre a divisão e a multiplicação, como referido por Greer (1992) e Vergnaud (2009).

5.1.3. Componentes do sentido de número

De entre os componentes do sentido de número na multiplicação, ao longo dos três anos contemplados no estudo, o que surge com mais frequência, em ambas as coleções, é o envolvido na utilização das propriedades e de outras relações entre os números. Os componentes relativos a situações que levem à compreensão dos efeitos sobre os números naturais, e a situações que levem a efetuar estimativas e a avaliar a razoabilidade de um dado resultado, têm uma expressão muito reduzida, e nalguns casos, mesmo nula, em ambas as coleções.

Um dos componentes do sentido de número na divisão, com representatividade nas duas coleções, é o respeitante ao sentido dado ao resto de uma divisão não exata, estando presente, ao longo dos três anos, na coleção Alfa, e nos 3.º e 4.º anos na coleção Grande Aventura. Os componentes relativos a (i) situações que levem à compreensão dos efeitos da divisão sobre os números naturais, (ii) situações que levem a efetuar

estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado, e (iii) a estabelecer relações e recorrer a padrões para fazer cálculos, têm uma presença muito reduzida ao longo destes três anos, em ambas as coleções.

Em suma, pode concluir-se que a atenção dada aos diferentes componentes do sentido de número, nas duas operações, é muito similar nas duas coleções. Os mais representativos são, como referido atrás, o dar sentido ao resto de uma divisão não exata e o cálculo através das propriedades e de outras relações entre números, na multiplicação. Apesar da pouca ênfase colocada nos restantes componentes, a mobilização das propriedades é fundamental no desenvolvimento do sentido de número e na aprendizagem destas duas operações, de acordo com Fosnot e Dolk (2001) e McIntosh et al. (1992), consistindo no componente mais representativo nas duas coleções.

5.2. Constrangimentos do estudo

A escolha dos manuais para o estudo revelou ser uma grande dificuldade porque o critério de adoção inicial previsto seria as duas coleções mais adotadas a nível nacional. Uma vez que não existe nenhum organismo onde se possa consultar este tipo de informação, vi-me obrigado a mudar o critério de seleção para as duas das três coleções mais adotadas nos concelhos de Lisboa e do Porto. Dado que as duas mais vendidas pertencem ao mesmo grupo editorial (Porto Editora e Areal Editores), escolhi uma delas e a segunda escolha foi uma editora de um grupo diferente, a Texto Editores. Para obter esta informação, fiz um primeiro contacto com as editoras e depois tive de consultar os sites de todas as escolas dos concelhos de Lisboa e do Porto, onde se encontra a informação do manual de Matemática adotado. Este processo foi muito moroso, ocupando bastante tempo.

Outro constrangimento foi o fato de existir poucos estudos relacionados com a análise de manuais escolares de Matemática, no 1.º Ciclo. A definição das subcategorias, pela necessidade de articular os vários quadros teóricos e manter as subcategorias disjuntas, foi também uma dificuldade.

5.3. Recomendações

Este trabalho poderá apontar algumas sugestões para a elaboração de manuais e para a formação de professores no estudo da divisão e multiplicação como um conhecimento que pode ser partilhado. Para futuros trabalhos, seria importante analisar também o 1.º ano para saber se os alunos são expostos a situações modeladas pela divisão e multiplicação, visto que Nunes e Bryant (1997) referem que os alunos já conseguem resolver tarefas relacionadas com o raciocínio multiplicativo num esquema de ação. Também seria pertinente complementar a análise quantitativa com uma análise qualitativa mais desenvolvida incidente na forma de apresentação das várias subcategorias.

REFERÊNCIAS

- Anghileri, J. (1989). An investigation of young children's understanding of multiplication. *Educational Studies in Mathematics*, 20(4), 367-385.
- APM (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM.
- Bardin, L. (2009). *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.
- Caraça, B. (1998). *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Lisboa: Publicações Gradiva.
- Carvalho, C. (2006) *A calculadora gráfica na trigonometria do 11.º ano - Uma análise de manuais escolares de Matemática* – (Dissertação apresentada para obtenção do grau de Mestre em Educação na especialidade de Didáctica da Matemática) - Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Lisboa.
- Chopin, A. (2000). Pasado y presente de los manuales escolares. In J. R. Errio (Ed.), *La cultura escolar de Europa*. Madrid: Editorial Biblioteca Nueva.
- Decreto-Lei 369/1990 de 26 de Novembro. *Diário da República*, I Série, n.º 273, pp. 4835-4838, *Sistema de adopção e período de vigência dos manuais escolares*.
- Decreto-Lei nº 47/2006, de 28 de Agosto. *Diário da República*, I Série, n.º 165, pp. 6213-6218, *Regime de avaliação, certificação e adopção dos manuais escolares*.
- Ell, F., Irwin, K., & McNaughton, S. (2004). Two pathways to multiplicative thinking. In I. Putt, R. Faragher & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third Millennium, towards 2010. Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Townsville* (pp. 199-206). Sydney: MERGA.
- Ferraro, J. R. (2011). A produção dos livros didáticos: uma reflexão sobre imagem, texto e autoria. *Cadernos do CEOM*, 25(34), *Arquivos e tecnologias digitais*, 169 – 188.

- Fosnot, C., & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: Constructing multiplication and division*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Gérard, F., & Roegiers, X. (1998). *Conceber e avaliar manuais escolares*. Porto: Porto Editora.
- Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 276-295). New York: Macmillan.
- Henriques, H. C., & Almeida, C. (2005). O lúdico nas aritméticas do século XVI. In D. Moreira & J. M. Matos (Eds.), *História do Ensino da Matemática em Portugal*. Lisboa: SEM-SPCE.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.) *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 93-118). Reston, VA: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics.
- Magalhães, J. (2006). O manual escolar no quadro da história cultural: Para uma historiografia do manual escolar em Portugal. *Sísifo. Revista de Ciências da Educação*, 1, 5-14.
- Martins, C. (2010). *O uso do manual escolar no ensino da Matemática: Um estudo com professores do 2.º Ciclo do Ensino Básico* (Dissertação de mestrado não publicada). Universidade do Minho, Instituto de Educação, Braga.
- McIntosh, A., Reys, B., & Reys, R. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12, 2-8.
- ME (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME-DGIDC.
- Mendes, M. (2012). *A aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número: Um estudo com alunos do 1.º ciclo* (Tese de doutoramento não publicada). Universidade de Lisboa, Instituto de Educação, Lisboa.
- Moreira, D., Ponte, J., Pires, M. & Teixeira, P. (2006). *Manuais escolares: Um ponto de situação* (texto de apoio ao Grupo de discussão – Manuais Escolares, XV EIEM) acedido em 25/04/2011 em

http://www.observatorio.org.pt/filesobservatorio/pdf/manuais_%20GDiscussao_publicacoes.pdf.

- Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (1997). Young children's intuitive models of multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 309-330.
- NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- Nunes, T., & Bryant, P. (1997). *Crianças fazendo Matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Nunes, T., Campos, T., Magina, S., & Bryant, P. (2005). *Introdução à Educação Matemática: Números e operações numéricas*. São Paulo: Cortez Editora.
- Ponte, J., & Costa, S. (2008). O Raciocínio proporcional dos alunos do 2.º ciclo do Ensino Básico. *Revista da Educação*, 16(2), 65–100.
- Ponte, J., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J., Silvestre, A., Garcia, C. & Costa, S. (2010). *O desenvolvimento do conceito de proporcionalidade directa pela exploração de regularidades. Tarefas para o 1.º e o 2.º ciclos do Ensino Básico. Materiais de apoio ao professor*. Projeto IMLNA - Promover a aprendizagem matemática em números e álgebra. Lisboa: Instituto da Educação e Universidade da Beira Interior.
- Quivy, R., & Campenhoudt, L. (2008). *Manual de Investigação em Ciências Sociais*. Lisboa: Gradiva.
- Relatório sobre os Manuais Escolares: Principais Problemas Detectados, Propostas e Recomendações* (1997). Grupo de Trabalho Constituído pelo Despacho N.º 43/ME/97, de 17 de Março.
- Schubring, G. (2003). *Análise histórica do livro didático de Matemática: Notas de aula*. Campinas: Autores Associados.
- Singer, J., Kohn, A., & Resnick, L. (1997). Knowing about proportions in different contexts. In T. Nunes & P. Bryant (Orgs.), *Learning and teaching mathematics: An international perspective* (pp. 115-132). Hove: Psychology Press.

- Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., & Schmidt, W. H. (2002). *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. London: Kluwer Academic Publishers.
- Vergnaud, G. (2009). *A criança, a matemática e a realidade, problemas do ensino da matemática na escola elementar*. Curitiba: Editora UFBR.
- Viseu, F., & Morgado, J. C. (2011). Manuais escolares e desprofissionalização docente: um estudo de caso com professores de matemática. In A. A. Lozano, M. P. Uzquiano, A. P. Rioboo, J. C. B. Blanco, C. S. Silva, & L. Almeida (Orgs.), *Actas do XI Congreso Internacional Galego-Português de Psicopedagogía* (pp. 991-1002). A Coruña: Universidade da Coruña.

ANEXOS

Anexo 1 - Tabela de frequências I

Na 1.^a fila, há a identificação do ano de escolaridade. Seguidamente, temos o nome da categoria, que neste exemplo é a multiplicação. Na 1.^a coluna, aparecem as subcategorias. Ao preencher a tabela, insere-se o número total de tarefas que se encontraram no manual do aluno ou no livro de fichas com cada uma das subcategorias, ou seja, a frequência absoluta de cada subcategoria e a respetiva frequência relativa.

Quadro 1 – Tabela de frequências I da multiplicação

Ano				
Categoria				
Subcategoria	Manual do aluno (Frequência absoluta)	Caderno de fichas (Frequência absoluta)	Total	Frequência relativa
A1.1- grupos iguais: soma de parcelas iguais				
A1.2- Isomorfismo de medidas: uso explícito de tabela de razões				
A 1.3- grupos iguais: “rate” – preço por unidade				
A 1.4- grupos iguais: modelo retangular				
A 1.5- Multiplicação comparativa (multiplicação por um escalar)				
A 1.6 – Produto de medidas: Produto Cartesiano				
A 1.7 – Cálculo através das propriedades da multiplicação (comutativa, distributiva e associativa) e de outras relações entre números				
A 1.8 – Situações que levem à compreensão dos efeitos da multiplicação sobre os números naturais				
A1.9 – Situações de cálculo com a multiplicação que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado				
Total				

Anexo 2 - Tabela de frequências II

Nas últimas duas filas da tabela de frequências II, temos a frequência relativa 1 e a frequência relativa 2. A frequência relativa 1 são as percentagens que são calculadas considerando o total de tarefas de cada subcategoria da categoria em causa, que neste exemplo é a multiplicação, por ano de escolaridade, do manual do aluno e do livro de fichas, com o total de tarefas, do manual do aluno e do livro de fichas, de todos os anos de escolaridade da mesma subcategoria. Na frequência relativa 2, a letra N corresponde ao número total de tarefas do manual do aluno e do livro de fichas, dos 2.º, 3.º e 4.º anos de todas as subcategorias da categoria em causa, de cada coleção. As percentagens são calculadas, considerando o total de tarefas de cada subcategoria do manual do aluno e do livro de fichas, de todos os anos, com o total de tarefas, do manual do aluno e do livro de fichas, de todos os anos de todas as subcategorias da categoria em causa.

Quadro 1 – Tabela de frequências II da multiplicação

Coleção																														
Categoria																														
Coleção	Subcategorias																													
	A1.1			A1.2			A1.3			A1.4			A1.5			A1.6			A1.7			A1.8			A1.9					
	Anos			Anos			Anos			Anos			Anos			Anos			Anos			Anos			Anos					
	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º
Manual do aluno (frequência absoluta)																														
Livro de fichas (Frequência absoluta)																														
Frequência relativa 1	N= %	N= %	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=	N=		
Frequência relativa 2																														
N= 100%																														

Anexo 3 - Grelhas de análise

Quadro 1 – Análise de frequência I da multiplicação, no 2.º ano, na Grande Aventura

Grande Aventura – 2.º ano				
A1 - multiplicação				
Subcategoria	Manual do aluno (Frequência absoluta)	Caderno de fichas (Frequência absoluta)	Total	Frequência relativa
A1.1- Grupos iguais: soma de parcelas iguais	11	10	21	22,8%
A1.2- Isomorfismo de medidas: uso explícito de tabela de razões	8	12	20	21,7%
A 1.3- Grupos iguais: “rate” – preço por unidade	1	5	6	6,5%
A 1.4- Grupos iguais: modelo retangular	11	10	21	22,8%
A 1.5- Multiplicação comparativa (multiplicação por um escalar)	5	3	8	8,7%
A 1.6 – Produto de medidas: Produto Cartesiano	4	2	6	6,5%
A 1.7 – Cálculo através das propriedades da multiplicação (comutativa, distributiva e associativa) e de outras relações entre números	6	4	10	10,8%
A 1.8 – Situações que levem à compreensão dos efeitos da multiplicação sobre os números naturais	0	0	0	0%
A1.9 – Situações de cálculo com a multiplicação que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado	0	0	0	0%
Total	46	46	92	100%

Quadro 2 – Análise de frequência I da multiplicação, no 3.º ano, na Grande Aventura

Grande Aventura – 3.º ano				
A1- multiplicação				
Subcategoria	Manual do aluno (Frequência absoluta)	Caderno de fichas (Frequência absoluta)	Total	Frequência relativa
A1.1- Grupos iguais: soma de parcelas iguais	1	4	5	5,8%
A1.2- Isomorfismo de medidas: uso explícito de tabela de razões	10	12	22	25,8%
A 1.3- Grupos iguais: “rate” – preço por unidade	3	3	6	7%
A 1.4- Grupos iguais: modelo retangular	5	8	13	15,3%
A 1.5- Multiplicação comparativa (multiplicação por um escalar)	6	7	12	14,1%
A 1.6 – Produto de medidas: Produto Cartesiano	7	1	8	9,4%
A 1.7 – Cálculo através das propriedades da multiplicação (comutativa, distributiva e associativa) e de outras relações entre números	8	7	15	17,6%
A 1.8 – Situações que levem à compreensão dos efeitos da multiplicação sobre os números naturais	0	0	0	0%
A1.9 – Situações de cálculo com a multiplicação que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado	3	0	3	3,5%
Total	43	42	85	100%

Quadro 3 - Análise de frequência I da multiplicação, no 4.º ano, na Grande Aventura

Grande Aventura – 4.º ano				
A1 - multiplicação				
Subcategoria	Manual do aluno (Frequência absoluta)	Caderno de fichas (Frequência absoluta)	Total	Frequência relativa
A1.1- Grupos iguais: soma de parcelas iguais	0	1	1	2,3%
A1.2- Isomorfismo de medidas: uso explícito de tabela de razões	4	3	7	16,2 %
A 1.3- Grupos iguais: “rate” – preço por unidade	1	1	2	4,6%
A 1.4- Grupos iguais: modelo retangular	3	4	7	16,2%
A 1.5- Multiplicação comparativa (multiplicação por um escalar)	4	0	4	9,2%
A 1.6 – Produto de medidas: Produto Cartesiano	0	0	0	0%
A 1.7 – Cálculo através das propriedades da multiplicação (comutativa, distributiva e associativa) e de outras relações entre números	12	7	19	44%
A 1.8 – Situações que levem à compreensão dos efeitos da multiplicação sobre os números naturais	0	1	1	2,3%
A1.9 – Situações de cálculo com a multiplicação que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado	0	2	2	4,6%
Total	24	19	43	100%

Quadro 4 - Análise de frequência II da multiplicação, na Grande Aventura

Coleção Grande Aventura																														
A1 - Multiplicação																														
Coleção	Subcategorias																													
	A1.1			A1.2			A1.3			A1.4			A1.5			A1.6			A1.7			A1.8			A1.9					
	Anos			Anos			Anos			Anos			Anos			Anos			Anos			Anos								
	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º
Manual do aluno (frequência absoluta)	11	1	0	8	10	4	1	3	1	11	5	3	5	6	4	4	7	0	6	8	12	0	0	0	0	0	0	0	3	0
Livro de fichas (Frequência absoluta)	10	4	1	12	12	3	5	3	1	10	8	4	3	7	0	2	1	0	4	7	7	0	0	1	0	0	1	0	0	2
Frequência relativa 1	N=21 77,7%	N=5 19,3%	N=1 3%	N=8 40,8%	N=10 44,8%	N=4 14,4%	N=1 4,8%	N=3 42,8%	N=1 14,4%	N=11 51,2%	N=5 31,8%	N=3 17%	N=5 32%	N=6 52%	N=4 16%	N=6 42,8%	N=8 57,2%	N=0 0%	N=1 23%	N=15 34%	N=19 43%	N=0 0%	N=0 0%	N=1 100%	N=0 0%	N=3 60%	N=2 40%			
Frequência relativa 2	N= 27 12,2%			N= 49 22,1%			N= 14 6,4%			N= 41 18,5%			N= 25 11,3%			N= 14 6,4%			N= 45 20,4%			N= 1 0,4%			N= 5 2,3%					
N= 221 100%																														

Quadro 5 – Análise de frequência I da divisão, no 2.º ano, na Grande Aventura

Grande Aventura – 2.º ano				
A2 - divisão				
Subcategoria	Manual do aluno (Frequência absoluta)	Caderno de fichas (Frequência absoluta)	Total	Frequência relativa
A 2.1 – Divisão por medida	11	6	17	28,8%
A 2.2 – Divisão por partilha equitativa	17	20	37	62,8%
A2-3- Dar sentido ao resto de uma divisão não exata	0	0	0	0%
A 2.4- Situações que levem à compreensão dos efeitos da divisão sobre os números naturais	3	2	5	8,4%
A 2.5- – Situações que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado em situações de cálculo com a divisão	0	0	0	0%
A2.6 - Estabelecer relações e recorrer a padrões para fazer cálculos	0	0	0	0%
A2.7 – Produto de medidas/produto cartesiano	0	0	0	0 %
Total	31	28	59	100%

Quadro 6 – Análise de frequência I da divisão, no 3.º ano, na Grande Aventura

Grande Aventura – 3.º ano				
A2 - divisão				
Subcategoria	Manual do aluno (Frequência absoluta)	Caderno de fichas (Frequência absoluta)	Total	Frequência relativa
A 2.1 – Divisão por medida	11	12	23	41 %
A 2.2 – Divisão por partilha equitativa	3	10	13	23,2 %
A2-3- Dar sentido ao resto de uma divisão não exata	7	6	13	23,2%
A 2.4- Situações que levem à compreensão dos efeitos da divisão sobre os números naturais	0	0	0	0%
A 2.5- – Situações que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado em situações de cálculo com a divisão	0	0	0	0%
A2.6 –Situações que levem a estabelecer relações e recorrer a padrões para fazer cálculos	3	3	6	11 %
A2.7 – Produto de medidas/produto cartesiano	0	1	1	1,6 %
Total	24	32	56	100%

Quadro 7 – Análise de frequência I da divisão, no 4.º ano, na Grande Aventura

Grande Aventura – 4.º ano				
A2 - divisão				
Subcategoria	Manual do aluno (Frequência absoluta)	Caderno de fichas (Frequência absoluta)	Total	Frequência relativa
A 2.1 – Divisão por medida	9	6	15	60%
A 2.2 – Divisão por partilha equitativa	5	1	6	24%
A2-3- Dar sentido ao resto de uma divisão não exata	0	1	1	4%
A 2.4- Situações que levem à compreensão dos efeitos da divisão sobre os números naturais	0	0	0	0%
A 2.5- – Situações que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado em situações de cálculo com a divisão	1	0	1	4%
A2.6 –Situações que levem a estabelecer relações e recorrer a padrões para fazer cálculos	2	0	2	8%
A2.7 – Produto de medidas/produto cartesiano	0	0	0	0 %
Total*	17	8	25	100%

Quadro 8 - Análise de frequência II da divisão, na Grande Aventura

Coleção – Grande Aventura																					
A2 - divisão																					
	Subcategorias																				
	A2.1			A2.2			A2.3			A2.4			A2.5			A2.6			A2.7		
	Anos			Anos			Anos			Anos			Anos			Anos			Anos		
	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º
Manual do aluno (frequência Absoluta)	11	11	9	17	3	5	0	7	0	3	0	0	0	0	1	0	3	2	0	0	
Livro de fichas (Frequência absoluta)	6	12	6	20	10	1	0	6	1	2	0	0	0	0	0	0	3	0	0	1	
Frequência relativa 1	N=17 30,9%	N=23 41,8%	N=15 27,2%	N=37 66%	N=13 23,2%	N=6 10,7%	N=0 0%	N=13 92,8%	N=1 7,2%	N=5 100%	N=0 0%	N=0 0%	N=0 0%	N=0 0%	N=1 100%	N=0 0%	N=6 75%	N=2 25%	0 0%	1 100%	0 0%
Frequência relativa 2	N=55 39,2 %			N=56 40 %			N=14 ,10 %			N=5 3,5 %			N=1 0,7 %			N=8 5,7 %			N= 1 0,7 %		
N= 140 100%																					

Quadro 9- Análise de frequência I da relação entre a divisão e a multiplicação, no 2.º ano, na Grande Aventura

Grande Aventura – 2.º ano				
A3 - A relação entre a divisão e a multiplicação				
Subcategoria	Manual do aluno (Frequência absoluta)	Caderno de fichas (Frequência absoluta)	Total	Frequência relativa
A3.1- Identidade fundamental da divisão com resto nulo	1	0	1	100%
A3.2- - Identidade fundamental da divisão com resto não nulo	0	0	0	0 %
Total	1	0	1	100%

Quadro 10 - Análise de frequência I da relação entre a divisão e a multiplicação, no 3.º ano, na Grande Aventura

Grande Aventura – 3.º ano				
A3 - A relação entre a divisão e a multiplicação				
Subcategoria	Manual do aluno (Frequência absoluta)	Caderno de fichas (Frequência absoluta)	Total	Frequência relativa
A3.1 - Relação entre a divisão exata e a multiplicação	5	1	6	100 %
A 3.2 - Identidade fundamental da divisão	0	0	0	0 %
Total	5	1	6	100 %

Quadro 11 - Análise de frequência I da relação entre a divisão e a multiplicação, no 4.º ano, na Grande Aventura

Grande Aventura – 4.º ano				
A3 - A relação entre a divisão e a multiplicação				
Subcategoria	Manual do aluno (Frequência absoluta)	Caderno de fichas (Frequência absoluta)	Total	Frequência relativa
A3.1 - Relação entre a divisão exata e a multiplicação	3	2	5	100 %
A 3.2 - Identidade fundamental da divisão	0	0	0	0 %
Total	3	2	5	100 %

Quadro 12 - Análise de frequência II da relação entre a divisão e a multiplicação, na Grande Aventura

Coleção Grande Aventura									
A3 – A relação entre a divisão e a multiplicação									
	Subcategorias								
	A3.1			A3.2					
	Anos			Anos					
	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º			
Manual do aluno (frequência Absoluta)	1	5	3	0	0	0			
Livro de fichas (Frequência absoluta)	0	1	2	0	0	0			
Frequência relativa 1	N= 1 8,3 %	N= 6 50 %	N= 5 41,7 %	N= 0 0 %	N= 0 0%	N= 0 0 %			
Frequência relativa 2	N= 12 100 %			N = 0 0%					
Total	N= 12 100%								

Quadro 13 – Análise de frequência I da multiplicação, no 2.º ano, no Alfa

Alfa – 2.º ano				
A1 - multiplicação				
Subcategoria	Manual do aluno (Frequência absoluta)	Caderno de fichas (Frequência absoluta)	Total	Frequência relativa
A1.1- grupos iguais: soma de parcelas iguais	17	11	28	28,5 %
A1.2- isomorfismo de medidas: uso explícito de tabela de razões	2	1	3	3,06 %
A 1.3- grupos iguais: “rate” – preço por unidade	0	2	2	2,04 %
A 1.4- grupos iguais: modelo retangular	8	8	16	16,3 %
A 1.5- Multiplicação comparativa (multiplicação por um escalar)	27	9	36	36,7 %
A 1.6 – Produto de medidas: Produto Cartesiano	0	0	0	0 %
A 1.7 – Cálculo através das propriedades da multiplicação (comutativa, distributiva e associativa) e de outras relações entre números	7	1	8	8,2 %
A 1.8 – Situações que levem à compreensão dos efeitos da multiplicação sobre os números naturais	0	0	0	0%
A1.9 – Situações de cálculo com a multiplicação que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado	4	1	5	5,1 %
Total	65	33	98	100%

Quadro 14 – Análise de frequência I da multiplicação, no 3.º ano, no Alfa

Alfa – 3.º ano				
A1 - multiplicação				
Subcategoria	Manual do aluno (Frequência absoluta)	Caderno de fichas (Frequência absoluta)	Total	Frequência relativa
A1.1- grupos iguais: soma de parcelas iguais	0	0	0	0 %
A1.2- isomorfismo de medidas: uso explícito de tabela de razões	3	2	5	16,1 %
A 1.3- grupos iguais: “rate” – preço por unidade	0	0	0	0 %
A 1.4- grupos iguais: modelo retangular	3	4	7	22,5 %
A 1.5- Multiplicação comparativa (multiplicação por um escalar)	1	0	1	3,2 %
A 1.6 – Produto de medidas: Produto Cartesiano	0	2	2	6,4 %
A 1.7 – Cálculo através das propriedades da multiplicação (comutativa, distributiva e associativa) e de outras relações entre números	9	7	16	51,6 %
A 1.8 – Situações que levem à compreensão dos efeitos da multiplicação sobre os números naturais	0	0	0	0 %
A1.9 – Situações de cálculo com a multiplicação que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado	0	0	0	0 %
Total	16	15	31	100%

Quadro 15 – Análise de frequência I da multiplicação, no 4.º ano, no Alfa

Alfa – 4.º ano				
A1 - multiplicação				
Subcategoria	Manual do aluno (Frequência absoluta)	Caderno de fichas (Frequência absoluta)	Total	Frequência relativa
A1.1- grupos iguais: soma de parcelas iguais	0	0	0	0
A1.2- isomorfismo de medidas: uso explícito de tabela de razões	1	0	1	4,8 %
A 1.3- grupos iguais: “rate” – preço por unidade	0	0	0	0 %
A 1.4- grupos iguais: modelo retangular	0	0	0	0 %
A 1.5- Multiplicação comparativa (multiplicação por um escalar)	0	0	0	0 %
A 1.6 – Produto de medidas: Produto Cartesiano	1	0	1	4,8 %
A 1.7 – Cálculo através das propriedades da multiplicação (comutativa, distributiva e associativa) e de outras relações entre números	12	3	15	71,2 %
A 1.8 – Situações que levem à compreensão dos efeitos da multiplicação sobre os números naturais	0	0	0	0 %
A1.9 – Situações de cálculo com a multiplicação que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado	1	3	4	19,2 %
Total	15	6	21	100%

Quadro 16 - Análise de frequência II da multiplicação, no Alfa

Projeto Alfa																														
A1 - Multiplicação																														
Coleção	Subcategorias																													
	A1.1			A1.2			A1.3			A1.4			A1.5			A1.6			A1.7			A1.8			A1.9					
	Anos			Anos			Anos			Anos			Anos			Anos			Anos			Anos								
	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º
Manual do aluno (frequência absoluta)	17	0	0	2	3	1	0	0	0	8	3	0	27	1	0	0	0	1	7	9	12	0	0	0	4	0	1			
Livro de fichas (Frequência absoluta)	11	0	0	1	2	0	2	0	0	8	4	0	9	0	0	0	2	0	1	7	3	0	0	0	1	0	3			
Frequência relativa 1	N=28 100 %	N=0 0 %	N=0 0 %	N=3 33 %	N=5 55 %	N=1 12 %	N=2 100 %	N=0 0 %	N=0 0 %	N=16 70 %	N=7 30 %	N=0 0 %	N=36 97,3 %	N=1 0,7 %	N=0 0 %	N=0 0 %	N=2 67 %	N=1 33 %	N=8 21 %	N=16 41 %	N=15 38 %	N=0 0 %	N=0 0 %	N=0 0 %	N=5 55 %	N=0 0 %	N=4 45 %			
Frequência relativa 2	N=28 18,6 %			N=9 6 %			N= 2 1,3 %			N= 23 15,3 %			N= 37 24,6 %			N= 3 2 %			N= 39 26 %			N= 0 0 %			N= 9 6 %					
N= 150 100%																														

Quadro 17 – Análise de frequência I da divisão, no 2.º ano, no Alfa

Projeto Alfa – 2.º ano				
A2 - divisão				
Subcategoria	Manual do aluno (Frequência absoluta)	Livro de fichas (Frequência absoluta)	Total	Frequência relativa
A 2.1 – Divisão por medida	5	0	5	25 %
A 2.2 – Divisão por partilha equitativa	10	3	13	65 %
A2-3- Dar sentido ao resto de uma divisão não exata	1	1	3	15 %
A 2.4- Situações que levem à compreensão dos efeitos da divisão sobre os números naturais	0	0	0	0 %
A 2.5- – Situações que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado em situações de cálculo com a divisão	0	0	0	0 %
A2.6 - Estabelecer relações e recorrer a padrões para fazer cálculos	0	0	0	0 %
A2.7- Produto de medidas/produto cartesiano	0	0	0	0%
Total	16	4	20	100%

Quadro 18 – Análise de frequência I da divisão, no 3.º ano, no Alfa

Projeto Alfa – 3.º ano				
A2 - divisão				
Subcategoria	Manual do aluno (Frequência absoluta)	Livro de fichas (Frequência absoluta)	Total	Frequência relativa
A 2.1 – Divisão por medida	3	3	6	35,3 %
A 2.2 – Divisão por partilha equitativa	6	2	8	47 %
A2-3- Dar sentido ao resto de uma divisão não exata	2	0	2	11,8 %
A 2.4- Situações que levem à compreensão dos efeitos da divisão sobre os números naturais	0	0	0	0 %
A 2.5- – Situações que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado em situações de cálculo com a divisão	0	0	0	0 %
A2.6 - Estabelecer relações e recorrer a padrões para fazer cálculos	1	0	1	5,9 %
A2.7- Produto de medidas/produto cartesiano	0	0	0	0%
Total	12	5	17	100%

Quadro 19 – Análise de frequência I da divisão, no 4.º ano, no Alfa

Projeto Alfa – 4.º ano				
A2 - divisão				
Subcategoria	Manual do aluno (Frequência absoluta)	Livro de fichas (Frequência absoluta)	Total	Frequência relativa
A 2.1 – Divisão por medida	7	3	10	35,7 %
A 2.2 – Divisão por partilha equitativa	7	4	11	39,3 %
A2-3- Dar sentido ao resto de uma divisão não exata	3	1	4	14,3 %
A 2.4- Situações que levem à compreensão dos efeitos da divisão sobre os números naturais	0	0	0	0 %
A 2.5- – Situações que levem a efetuar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado em situações de cálculo com a divisão	3	0	3	10,7 %
A2.6 - Estabelecer relações e recorrer a padrões para fazer cálculos	0	0	0	0 %
A2.7- Produto de medidas/produto cartesiano	0	0	0	0%
Total	20	8	28	100%

Quadro 20 - Análise de frequência II da divisão, no Alfa

Coleção – projeto Alfa																		
A2 - divisão																		
	Subcategorias																	
	A2.1			A2.2			A2.3			A2.4			A2.5			A2.6		
	Anos			Anos			Anos			Anos			Anos			Anos		
	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º
Manual do aluno (frequência Absoluta)	5	3	7	10	6	7	1	2	3	0	0	0	0	0	3	0	1	0
Livro de fichas (Frequência absoluta)	0	3	3	3	2	4	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Frequência relativa 1	N=5 23,8 %	N=6 28,5 %	N=1 0 47,6 %	N=1 3 40,6 %	N=8 1 38 %	N=1 1 34,4 %	N=2 2 25 %	N=2 2 25 %	N=4 1 50 %	N=0 0 0 %	N=0 0 0 %	N=0 0 0 %	N=0 0 0 %	N=3 3 100 %	N=0 0 0 %	N=1 1 100 %	N=0 0 0 %	
Frequência relativa 2	N=21 32,3 %			N=32 49,2 %			N=8 12,4%			N=0 0 %			N=3 4,6 %			N=1 1,5 %		
N= 65 100%																		

Quadro 21 – Análise de frequência I da relação entre a divisão e a multiplicação, no 2.º ano, no Alfa

Projeto Alfa – 2.º ano				
A3 - A relação entre a divisão e a multiplicação				
Subcategoria	Manual do aluno (Frequência absoluta)	Caderno de fichas (Frequência absoluta)	Total	Frequência relativa
A3.1 - Relação entre a divisão exata e a multiplicação	0	0	0	0 %
A 3.2 - Identidade fundamental da divisão	0	0	0	0 %
Total	0	0	0	100%

Quadro 22 – Análise de frequência I da relação entre a divisão e a multiplicação, no 3.º ano, no Alfa

Projeto Alfa – 3.º ano				
A3 - A relação entre a divisão e a multiplicação				
Subcategoria	Manual do aluno (Frequência absoluta)	Caderno de fichas (Frequência absoluta)	Total	Frequência relativa
A3.1 - Relação entre a divisão exata e a multiplicação	4	1	5	71,4 %
A 3.2 - Identidade fundamental da divisão	2	0	2	28,6 %
Total	6	1	7	100%

Quadro 23 – Análise de frequência I da relação entre a divisão e a multiplicação, no 4.º ano, no Alfa

Projeto Alfa – 4.º ano				
A3 - A relação entre a divisão e a multiplicação				
Subcategoria	Manual do aluno (Frequência absoluta)	Caderno de fichas (Frequência absoluta)	Total	Frequência relativa
A3.1 - Relação entre a divisão exata e a multiplicação	0	0	0	0 %
A 3.2 - Identidade fundamental da divisão	3	4	7	100 %
Total	3	4	7	100%

Quadro 24 - Análise de frequência II da relação entre a divisão e a multiplicação, no Alfa

Projeto Alfa									
A3 – A relação entre a divisão e a multiplicação									
	Subcategorias								
	A3.1			A3.2					
	Anos			Anos					
	2.º	3.º	4.º	2.º	3.º	4.º			
Manual do aluno (frequência Absoluta)	0	4	0	0	2	3			
Livro de fichas (Frequência absoluta)	0	1	0	0	0	4			
Frequência relativa 1	N= 0 0 %	N= 5 100%	N= 0 0 %	N= 0 0 %	N= 2 22,2 %	N= 7 77,8 %			
Frequência relativa 2	N= 5 35,7%			N = 9 64,3%					
Total	N= 14 100%								

Anexo 4 - Manuais adotados nos concelhos de Lisboa e do Porto

Quadro 1 - Manuais adotados no 2.º ano

2.º ano				
		Concelhos		
		Lisboa	Porto	N.º total de escolas que adotaram
Posição	Editora			
1.ª	Alfa – Porto Editora	21	38	59
2.ª	Grande Aventura – Texto Editores	46	10	56
3.ª	Pasta Mágica – Areal Editores	50	5	55
4.ª	O Mundo da Carochinha - Gailivro	16	12	28
5.ª	Desafios - Santilla	14	13	27
6.ª	Os Tagarelas – Edições Livro Direto	5	3	8
7.ª	Segredos dos Números – Raiz Editora	4	0	4

Quadro 2 - Manuais adotados no 3.º ano

3.º ano				
		Concelhos		
		Lisboa	Porto	N.º total de escolas que adotaram
Posição	Editora			
1.ª	Alfa – Porto Editora	29	47	76
2.ª	Pasta Mágica – Areal Editores	56	12	68
3.ª	Grande Aventura – Texto Editores	41	11	52
4.ª	O Mundo da Carochinha - Gailivro	29	4	33
5.ª	Segredos dos Números – Raiz Editora	10	1	11

6. ^a	Os Tagarelas – Edições Livro Direto	5	5	10
7. ^a	Desafios - Santilla	0	0	0

Quadro 3 - Manuais adotados no 4.º ano

4.º ano				
		Concelhos		
		Lisboa	Porto	N.º total de escolas que adotaram
Posição	Editora			
1. ^a	Pasta Mágica – Areal Editores	52	22	74
2. ^a	Alfa – Porto Editora	27	34	61
3. ^a	Grande Aventura – Texto Editores	36	8	44
4. ^a	O Mundo da Carochinha - Gailivro	21	6	27
5. ^a	Desafios - Santilla	20	5	25
6. ^a	Os Tagarelas – Edições Livro Direto	6	4	10
7. ^a	Segredos dos Números – Raiz Editora	4	0	4

Quadro 4 - Manuais adotados em todos os anos do estudo

Todos os Anos do Estudo dos dois Concelhos		
		N.º total de escolas que adotaram
Posição	Editora	
1. ^a	Pasta Mágica – Areal Editores	197
2. ^a	Alfa – Porto Editora	196
3. ^a	Grande Aventura – Texto Editores	152
4. ^a	O Mundo da Carochinha – Gailivro	88
5. ^a	Desafios -Santilla	63

6. ^a	Os Tagarelas – Edições Livro Directo	28
7. ^a	Segredos dos Números – Raiz Editora	19