

O desenvolvimento de estratégias de cálculo mental: Um estudo no 1.º Ciclo do Ensino Básico

Raquel Teixeira * e Margarida Rodrigues **

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa

rteixeira18@gmail.com*, margaridar@eselx.ipl.pt**

RESUMO

A presente comunicação irá incidir sobre um estudo realizado ao longo do ano letivo de 2013/2014, no âmbito da “Prática de Ensino Supervisionada II”, do Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico, que teve como objetivo compreender as estratégias de cálculo mental utilizadas pelos alunos, nas diversas operações, envolvendo números naturais, e o modo como as mesmas se desenvolvem. Neste artigo, são contempladas as seguintes questões: i) Qual a importância da implementação de uma rotina de cálculo mental?; ii) Que estratégias de cálculo mental usam os alunos?; iii) De que modo podem evoluir essas estratégias? A metodologia seguiu o paradigma interpretativo, assumindo uma natureza qualitativa. Foram utilizadas as seguintes técnicas de recolha de dados: observação, entrevista e análise documental. Os resultados demonstram que as alunas evoluíram, passando a utilizar estratégias mais complexas como, por exemplo, a decomposição decimal de um fator com uso da relação de metade ou estratégias baseadas na propriedade associativa para obter múltiplos de 10.

Palavras-chave: sentido de número, cálculo mental, estratégias de cálculo mental com números naturais

INTRODUÇÃO

O cálculo mental é fundamental para o desenvolvimento do sentido de número, através do qual os alunos se podem distanciar do algoritmo, quando usado como um treino sucessivo de uma habilidade em que, muitas vezes, os estudantes efetuam cálculos mecanizados, sem realmente atribuírem um sentido numérico a esses cálculos nem compreenderem as várias relações que podem ser estabelecidas.

O presente artigo incide sobre uma investigação integrada na prática de intervenção, que surgiu da diagnose de uma turma de 3.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico, em que foi detetada uma heterogeneidade elevada ao nível das competências do cálculo mental. A investigação teve como objetivo geral a compreensão das estratégias de cálculo mental utilizadas pelos alunos, nas diversas operações, envolvendo números naturais, e o modo como estas se desenvolvem. No âmbito deste objetivo, foram colocadas as seguintes questões: i) Qual a importância da implementação de uma rotina de cálculo mental?; ii) Que estratégias de cálculo mental usam os alunos?; iii) De que modo podem evoluir essas estratégias?; iv) Qual a importância da discussão oral das estratégias utilizadas? O presente artigo irá incidir apenas sobre as três primeiras, procurando assim dar-lhes resposta.

Embora se tenha analisado, de um modo global, enquanto turma, as estratégias utilizadas em três momentos diferentes (início, meio e fim da implementação da rotina), neste artigo, serão apresentados apenas os dados relativos a duas alunas que foram entrevistadas e das quais se fez a análise de todas as tiras de cálculo mental realizadas ao longo da intervenção.

O CÁLCULO MENTAL

O cálculo mental é valorizado pela comunidade de educação matemática, a nível nacional e internacional, tendo uma presença marcadamente distinta nos últimos dois Programas de Matemática recentemente homologados em Portugal. No Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), é enfatizada a importância de um cálculo mental sistemático, o qual deve ser desenvolvido desde o início do 1.º ciclo (ME, 2007), devendo, por isso, o professor ter a responsabilidade de “proporcionar aos alunos situações diversas que lhes permitam desenvolver o cálculo mental” (ME, 2007, p. 14), uma vez que este possibilita o desenvolvimento do sentido de número e de operação. Se neste documento orientador o cálculo mental aparece, constantemente, como um objetivo a ser valorizado na aprendizagem da matemática, no mais recente programa de matemática (MEC, 2013), o mesmo já não acontece. Inicialmente, é apresentada, como nota introdutória, a importância do cálculo mental no auxílio da aplicação dos algoritmos das quatro operações, surgindo o cálculo mental apenas “ao serviço do cálculo algorítmico ... e não como ferramenta de desenvolvimento de sentido operatório, nem como um processo de cálculo com raciocínio” (Velo, Brunheira & Rodrigues, 2013, p. 5). Assim, neste programa, é o cálculo algorítmico que ganha força, sugerindo uma involução ao ensino mecanizado de procedimentos, os quais têm de ser aplicados, na perfeição, pelos alunos. Especificamente, para o 3.º ano de escolaridade, no domínio de Números e Operações, nos conteúdos respetivos à adição e subtração de números naturais, nada é referido sobre as estratégias de cálculo mental, valorizando-se, uma vez mais, os algoritmos destas operações. No que diz respeito à multiplicação e à divisão, também muito ficou por dizer, uma vez que apenas valorizam a aprendizagem de produtos pelos fatores 10, 100 e 1000, não fazendo sequer referência à determinação de dobros, metades, etc. Desta forma, podemos concluir que este documento avilta o “papel formativo do cálculo mental” (Velo et al., 2013, p. 5), desprezando, por isso, também, o sentido de número e o sentido operatório.

Diversos autores apontam a dificuldade em encontrar uma definição para o sentido do número, alegando, porém, que conseguimos instantaneamente perceber em que situações existe falta de sentido de número (Castro & Rodrigues, 2008). Consequentemente, somos capazes de perceber que, quando existe uma compreensão geral dos números e das relações entre os mesmos, geralmente existe, também, perícia e habilidade para utilizar os números em variados contextos, de forma flexível. Esta competência pressupõe que se trabalhe com números e não com dígitos, reconhecendo os vários significados dos números, usando-os em variados contextos e estabelecendo novas e diferentes relações numéricas.

O cálculo mental é caracterizado, segundo Buys (2008), por: i) operar com os números e não com os dígitos; ii) usar propriedades das operações, relações numéricas e combinações entre elas; iii) implicar um bom desenvolvimento do número e um conhecimento dos factos numéricos elementares; e iv) permitir o recurso a registos intermédios em suporte de papel (em algumas situações). O cálculo mental apresenta, segundo Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), várias características, tais como: i) é variável, uma vez que as crianças podem utilizar várias estratégias para o mesmo cálculo; ii) é flexível, permitindo a adaptação dos números de forma a facilitar a operação; iii) é ativo, pois o indivíduo pode escolher a estratégia a adotar; iv) é holístico, ou global, pois os números são considerados como um todo e não separadamente pelos seus algarismos; v) é construtivo, pois começa-se a calcular, geralmente, pelo primeiro número apresentado; vi) solicita sempre a compreensão; e vii) fornece uma aproximação inicial da resposta, pois o cálculo é iniciado com o dígito da maior ordem de grandeza.

Assim, o desenvolvimento do sentido do número passa pela compreensão e construção de relações entre números, mesmo quando surgem num contexto completamente diferente. Assim, os factos memorizados podem ser usados no estabelecimento de relações numéricas.

O cálculo mental caracteriza-se por ser um cálculo pensado, e não mecanizado, pressupõe o domínio das propriedades das operações, dos números e das relações que podem ser estabelecidas entre os mesmos, podendo realizar-se alguns registos escritos (Brocardo & Serrazina, 2008). O cálculo mental nem sempre foi interpretado desta forma pois, na década de 80, Sowder (citado em Mendes, 2012, p. 101) afirmou que esta competência era caracterizada pelo “processo de efetuar cálculos aritméticos sem a ajuda de meios externos”. Atualmente, o cálculo mental é entendido para além dessa designação, como “o cálculo hábil e flexível baseado nas relações numéricas conhecidas e nas características dos números” (Buys, 2008, p. 121), dependendo o sucesso desta competência, em grande parte, do sentido de número da pessoa que a desenvolve. De facto, as definições mais recentes de cálculo mental tornam cada vez mais difícil a distinção entre cálculo mental e escrito. Se realizar o algoritmo mentalmente, posso considerar que estou a desenvolver a competência de cálculo mental? Segundo Verschaffel, Greer e De Corte (2007, p. 566) “não é a presença ou ausência de papel e lápis, mas sim a natureza das entidades matemáticas e as ações que são cruciais na distinção entre cálculo mental e algoritmos (escritos)”.

No cálculo mental está sempre subjacente a ideia de seleção de uma estratégia a usar, a qual varia de acordo com os números e as operações envolvidas nos cálculos. As estratégias podem ser definidas como “aplicações de factos numéricos conhecidos ou rapidamente calculados em combinação com propriedades específicas do sistema numérico para encontrar

a solução para um cálculo cuja resposta não é conhecida” (Thompson, 1999, p. 2). Neste sentido, um cálculo mental mais competente exige sempre a seleção das estratégias mais eficazes, as quais acabam por emergir naturalmente perante o contexto apresentado. Neste sentido, as propriedades são consideradas como fundamentais na aplicação e desenvolvimento da capacidade de cálculo mental, uma vez que “quando conhecidas, compreendidas e aplicadas permitem a realização eficaz e rápida do cálculo” (Ribeiro, Valério & Gomes, 2009, p. 33).

Para que ocorra o desenvolvimento de várias estratégias, é fundamental que o professor crie situações propícias a tal e que promova, também, momentos de discussão em grande grupo, em que os alunos podem explicar as estratégias utilizadas. Este momento ajuda-os a apropriarem-se de outras estratégias utilizadas pelos colegas e ensina-os a escolherem quais são as mais convenientes para cada situação. Nesta linha de pensamento, Carvalho e Ponte (2013) referem que as tarefas que promovem o desenvolvimento desta competência devem não só ser realizadas de forma constante e refletida, como também deve ser promovido um momento de discussão e partilha dos argumentos e justificações.

Além deste repertório que as crianças vão gradualmente construindo, também lhes deve ser dada a oportunidade de inventarem as suas próprias estratégias pois, “deste modo, têm uma melhor compreensão sobre os efeitos das operações e as características do sistema de numeração decimal, tais como aspetos associados ao valor de posição” (Heirdsfield et al., citado em Mendes, 2012, p. 122). Desta forma, as aprendizagens tornam-se bastante mais significativas, até porque as estratégias de cálculo mental não devem ser ensinadas, no sentido de serem reproduzidas.

METODOLOGIA

O contexto educativo em que foi realizado o presente estudo de investigação situa-se no concelho da Amadora, o qual pertence ao distrito de Lisboa. A turma em questão pertencia ao 3.º ano de escolaridade e era constituída por 23 alunos, 14 do género feminino e 9 do género masculino. As idades dos alunos estavam compreendidas entre os 8 e os 9 anos.

O estudo desenvolvido seguiu o paradigma interpretativo, assumindo uma natureza qualitativa (Bogdan & Biklen, 1994). A investigação qualitativa caracteriza-se por se centrar “na compreensão dos problemas, analisando os comportamentos, as atitudes ou os valores” (Sousa & Baptista, 2011, p. 56), assumindo o investigador um papel fulcral na recolha de dados.

De acordo com o problema em investigação, foi adotada a metodologia de investigação-ação, caracterizada por ser uma

metodologia dinâmica, que funciona como uma espiral de planeamento, ação e procura de factos sobre os resultados das ações tomadas, um ciclo de análise e reconceptualização do problema, planeando a intervenção, implementando o plano e avaliando a eficácia da intervenção (Sousa & Baptista, 2011, p. 66).

A recolha de dados incidiu na rotina de cálculo mental implementada diariamente em todo o período de intervenção. Era distribuída uma tira com cálculos, individualmente a cada aluno que dispunha de cinco minutos para a resolver. Seguidamente, a tira era corrigida e pontuada pelo colega, à medida que as estratégias usadas eram apresentadas pelos alunos, discutidas e registadas no quadro.

Optou-se pela combinação de várias técnicas de recolha de dados (triangulação de dados), de forma a tornar-se o processo mais fidedigno. No presente estudo, recorreu-se às técnicas de observação participante, de entrevista e de análise documental, tendo sido usadas como documentos as produções dos alunos, decorrentes da realização individual, e por escrito, das tiras de cálculo mental. Também foram usadas notas de campo, já que durante o período de tempo dedicado à partilha de estratégias, a estagiária, que não se encontrava a dinamizar a atividade, realizava registos escritos sobre as estratégias que os alunos iam partilhando.

A observação caracteriza-se, segundo Sousa e Baptista (2011, p. 88) por ser “uma técnica de recolha de dados que se baseia na presença do investigador no local”. Assim, optou-se pela realização de uma observação participante, em que o investigador “integra o meio a “investigar”, podendo, assim, ter acesso às perspetivas das pessoas com quem interage” (Sousa & Baptista, 2011, p. 88).

A entrevista foi aplicada, individualmente, no final da intervenção, a duas alunas da turma. O critério de seleção das alunas entrevistadas foi o de escolher um aluno que tivesse mostrado bons resultados ao nível do cálculo mental e um aluno mais mediano que não dominasse tão facilmente as estratégias. Assim, na análise dos resultados, chamar-se-á A1 à aluna que apresentou o melhor desempenho e B1 à aluna mediana. Apesar de a entrevista só ter sido aplicada a raparigas, não se considerou a questão do género na seleção dos entrevistados. A entrevista consistiu na aplicação de uma tira de cálculo mental, tendo sido pedido às alunas que resolvessem cada um dos cálculos propostos, recorrendo a uma estratégia e realizando o registo escrito. Após este registo, foi pedido a cada uma das alunas para explicar o seu raciocínio, para cada uma das operações efetuadas. A entrevista foi audiogravada.

Após a fase de recolha estar concluída, torna-se fundamental realizar a análise e interpretação dos dados. Nesta fase, foi tida em conta a observação participante realizada ao longo deste processo e os registos de campo decorrentes da mesma. Foram analisadas as tiras de cálculo mental das alunas A1 e B1, o que permitiu a realização de uma análise mais particular, no que diz respeito à evolução das estratégias utilizadas por cada uma delas. Por último, foi feita a análise de conteúdo das transcrições das entrevistas realizadas.

RESULTADOS

De forma a perceber-se a evolução das estratégias ao longo de todo o processo de intervenção, foram analisadas todas as tiras de cálculo mental realizadas pelas alunas A1 e B1 (em anexo).

A aluna AI mobilizou várias e diferentes estratégias ao longo do período de intervenção. No que diz respeito à adição/subtração, verificamos que, inicialmente, a aluna utilizava preferencialmente as adições sucessivas e aplicava estratégias de decomposição (decimal e não decimal) do subtrativo, tais como:

$$195 - 37 = 195 - 35 - 2 =$$
$$\begin{array}{r} \wedge \\ (35+2) = 160 - 2 = \\ = 158 \end{array}$$

Figura 1. Decomposição não decimal do subtrativo

Não obstante, a aluna usou também a compensação baseada na propriedade da invariância do resto durante a primeira tira, recorrendo novamente a esta estratégia nas últimas tiras:

$$\overset{-5}{185} - \overset{-5}{35} = 180 - 30 =$$
$$= 150$$

Figura 2. Compensação baseada na propriedade da invariância do resto

Gradualmente, verifica-se que a aluna incorporou no seu repertório de estratégias a decomposição decimal das parcelas (fig. 3) bem como a decomposição não decimal do aditivo. Ainda neste campo, foram esporadicamente utilizadas estratégias que se basearam no uso da propriedade associativa da adição, como se pode observar na figura 4. Todas as estratégias foram usadas de um modo flexível, de modo a facilitar o cálculo, manipulando-se os números para obter múltiplos de 10 ou números de referência.

$$155 + 22 + 12 = 175 + 20 + 12 = 177 + 12 = 189$$

Figura 3. Uso da estratégia da decomposição decimal da(s) parcela(s)

$$110 + 70 = 100 + 10 + 70 = 180$$

Figura 4. Estratégia baseada na propriedade associativa da adição para obter múltiplos de 10

Relativamente à multiplicação/divisão, verifica-se que nas primeiras tiras não é mobilizado qualquer tipo de estratégia para estas operações. Tal ocorrência está relacionada com o facto de as operações de multiplicação/divisão presentes nas primeiras tiras se resolverem facilmente, recorrendo a factos básicos. Contudo, progressivamente, a aluna adota algumas estratégias, tais como a decomposição decimal ou não decimal de um dos fatores (ex. $4 \times 12 = 4 \times 10 + 4 \times 2$ e $6 \times 8 = 5 \times 8 + 1 \times 8$), a decomposição decimal do dividendo (ex. $44:4 = 40:4 + 4:4$) e as relações de dobros e de metades (ex. $68:4 = 68:2:2$). A aluna utilizou ainda a decomposição não decimal do dividendo, como está ilustrado no seguinte exemplo:

$$68 \div 4 = 40 \div 4 + 28 \div 4 = 10 + 7 = 17$$

Figura 5. Estratégia de decomposição não decimal do dividendo

O exemplo apresentado mostra que a decomposição efetuada pela aluna não foi aleatória, uma vez que decompôs o 68 procurando múltiplos do divisor que entrem na tabuada do 4. Neste caso, a aluna também poderia ter optado por uma decomposição decimal, como regularmente fez, realizando $68:4 = 60:4 + 8:4$. Porém, uma vez que o 60 não aparece na tabuada do 4, poderia ser mais difícil para a aluna indicar o resultado de $60:4$, tendo, por isso, recorrido a uma decomposição não decimal do dividendo.

Ainda nas últimas tiras, a aluna opta por recorrer a uma decomposição decimal de um fator com uso da relação de metade, no cálculo de 150×32 :

$$\begin{array}{l}
 100 \times 32 + 100 \times 32 = \\
 3200 + 3200 = 6400 \\
 \hline
 3200 + 1600 = 4800
 \end{array}$$

Figura 6. Decomposição decimal de um fator com uso da relação de metade

Nesta operação, a aluna utilizou o 100 e realizou a operação duas vezes, multiplicando assim o 32 duas vezes por 100. Depois, como tinha multiplicado 50 vezes mais do que era pedido, a aluna teve de mobilizar a relação de dobros e de metades, chegando assim à conclusão de que teria de dividir por 2 um dos produtos parciais, uma vez que 50 é metade de 100. O seu raciocínio pode ser expresso na forma de $32 \times (100 + 100:2)$. Assim sendo, verifica-se que todas as decomposições efetuadas se basearam na propriedade distributiva da multiplicação/divisão em relação à adição.

No que diz respeito à aluna B1, nas operações de adição/subtração, verifica-se uma evolução no sentido de parar de usar as adições/subtrações sucessivas e começar a aplicar estratégias de decomposição decimal das parcelas, do subtrativo e do aditivo. Relativamente à decomposição não decimal do subtrativo, atente-se no seguinte exemplo:

$$\begin{array}{l}
 115 - 35 = \\
 \hline
 115 - 15 - 20 = \\
 = 100 - 20 = 80
 \end{array}$$

Figura 7. Decomposição não decimal do subtrativo

Neste caso particular, a aluna decompôs o subtrativo (35) em 15+20, de forma a trabalhar diretamente com o 100, que é um número muito mais cómodo.

Na multiplicação, ao contrário do que a aluna A1 fez, a aluna B1 aplicou logo desde o início estratégias, apesar de se tratar de operações que apenas requerem o uso de factos básicos. Assim, a aluna começou por utilizar a decomposição não decimal dos fatores, a qual foi regularmente usada ao longo de todas as tiras. Repare-se que o leque de estratégias desta aluna foi aumentando de uma forma muito notável, uma vez que, tal como aconteceu na adição/subtração, a aluna deixou de recorrer às adições sucessivas na multiplicação, começando a apropriar-se de novas estratégias, embora não as tendo usado regularmente, ou sempre de forma correta, como aconteceu com alguns casos que passamos a apresentar.

$32 \times 50 =$	$32 \times 100 - 2 \times 32$ $3200 - 2 \times 32 =$
------------------	--

Figura 8. Uso incorreto das relações de dobros e metades

Neste caso, a aluna mobilizou a relação de metade, no sentido de perceber que 50 é metade de 100. Contudo, depois deste raciocínio, e uma vez que duplicou um dos fatores, deveria ter dividido o produto por dois, de forma a obter a metade do mesmo. Desta forma, o cálculo correto deveria ser $32 \times 100 : 2$, pois o cálculo efetuado corresponde a 32×98 .

$7 \times 8 =$	$10 \times 8 = 80 - 2 \times 8 =$ $= 80 - 16 =$ $= 64$
----------------	--

Figura 9. Uso incorreto da compensação para obter uma dezena num dos fatores

Nesta operação, a aluna, por não ter memorizado ainda este facto da tabuada, recorreu ao número 10, por ser um número facilitador do cálculo. Assim, a aluna deveria ter compensado aquilo que multiplicou a mais, que neste caso foi o 3×8 , uma vez que o 7 é $10 - 3$; contudo, a aluna apenas retirou 2×8 , obtendo assim o resultado igual a 8×8 . A compensação efetuada baseia-se na propriedade distributiva e foi aplicada incorretamente pois equivale a $(10 - 2) \times 8$, quando deveria ser $(10 - 3) \times 8$.

Especificamente na divisão, a aluna começou a aplicar estratégias de decomposição decimal do dividendo:

$68 : 4 =$	$60 : 4 + 8 : 4 =$ $15 + 2 = 17$
------------	----------------------------------

Figura 10. Decomposição decimal do dividendo

Apesar de ambas as alunas terem mobilizado várias estratégias, a aluna A1 apresentou um repertório mais completo do que a aluna B1, tendo, inclusive, aplicado as mesmas sempre de forma correta.

Nas entrevistas, as estratégias utilizadas pelas alunas AI e BI estão em conformidade com as utilizadas pelas mesmas alunas durante as tiras de cálculo mental. Assim, de acordo com o repertório que foi aumentando durante a rotina de cálculo mental, as alunas mobilizaram as estratégias que acharam mais corretas para cada uma das operações.

Na terceira operação, $176-49$, a aluna AI aplicou incorretamente a compensação baseada na propriedade da invariância do resto, uma vez que a aplicou como se se tratasse de uma adição (fig. 11).

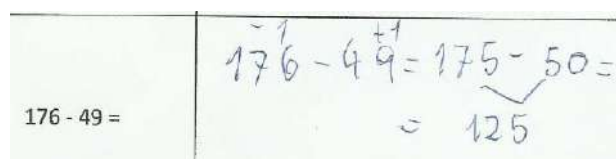

$$176 - 49 =$$
$$\overset{-1}{176} - \overset{+1}{49} = 175 - 50 =$$
$$= 125$$

Figura 11. Uso incorreto da estratégia da compensação baseada na propriedade da invariância do resto

Na última operação, $255+123-85$, a aluna AI optou por decompor o 85 em $70+15$, de acordo com o resultado da adição (378). A aluna salientou este facto durante a entrevista, afirmando que tinha dividido “o 85 em $70 + 15$ ”.

O momento de partilha de estratégias foi muito valorizado na rotina de cálculo mental implementada. Os alunos partilhavam as suas estratégias para um determinado cálculo e as professoras estagiárias registavam, com toda a exigência e rigor conceptual, o seu desenvolvimento. Fez-se questão de se registar no quadro todas as estratégias usadas pelos alunos e, assim sendo, os alunos puderam apropriar-se de uma série de estratégias para resolver uma mesma operação, aumentando de forma significativa o seu repertório.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos concluir que as duas alunas mobilizavam poucas estratégias no início, começando gradualmente a apropriar-se de mais. Evoluíram, gradualmente, de estratégias elementares para estratégias mais complexas. O aumento do seu repertório de estratégias conferiu-lhes um maior domínio sobre qualquer operação que tivessem de resolver, uma vez que a posse de variadas estratégias facilita a sua mobilização para as situações mais adequadas. Nesta linha de pensamento, ME (2007) refere que “progressivamente, os alunos devem ser capazes de utilizar as suas estratégias de modo flexível e de selecionar as mais eficazes para cada situação” (p.14). As alunas evidenciaram desenvolver o seu cálculo mental, estabelecendo relações numéricas e usando as propriedades das operações (Buys, 2008).

Para tal, considera-se que foi essencial implementar a rotina de cálculo mental bem como os momentos de partilha de estratégias. Importa ressaltar que a primeira pouco contribuirá para o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental se não for acompanhada pela segunda, uma vez que é esta partilha que ajudará os alunos a construir um repertório de estratégias, ajudando assim a decidir os registos mais adequados para cada situação (ME, 2007). Assim, não se considera apenas importante o facto de os alunos melhorarem as suas estratégias, mas também o facto de se poderem apropriar de outras e, para tal, o momento de partilha de estratégias é crucial. Por outro lado, a evolução das estratégias das alunas parece ter sido marcada pelo facto de se ter abordado o cálculo mental de forma contínua e sistemática.

O desenvolvimento pelas alunas da destreza de cálculo foi “essencial para a manutenção de uma forte relação com os números” (ME, 2007, p. 10), e para a sua interpretação apropriada. Assim sendo, esta destreza possibilitou um domínio sobre o cálculo, permitindo, simultaneamente, um domínio sobre os números e as operações bem como as suas relações.

REFERÊNCIAS

- Abrantes, P. Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.
- Castro, J. P. & Rodrigues, M. (2008). O sentido de número no início da aprendizagem. In J. Brocardo, L. Serrazina & I. Rocha (Eds.), *O sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 117-133). Lisboa: Escolar Editora.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Brocardo, J. & Serrazina, L. (2008). O sentido de número no currículo de Matemática. In J. Brocardo, L. Serrazina & I. Rocha (Eds.), *O sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 97-115). Lisboa: Escolar Editora.
- Buys, K. (2008). Mental arithmetic. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Children learn mathematics* (pp. 121-146). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Carvalho, R. & Ponte, J. (2014). O papel das tarefas no desenvolvimento de estratégias de cálculo mental com números racionais. In J. P. Ponte (Org.), *Práticas profissionais dos professores de Matemática* (pp. 31-54). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

- Mendes, M. F. (2012). *A aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número: um estudo com alunos do 1.º ciclo* (Tese de doutoramento não publicada). Instituto de Educação, Lisboa.
- Ministério da Educação e Ciência (2013). *Programa e Metas curriculares. Matemática – Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- ME (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC.
- Ribeiro, D. Valério, N. & Gomes, T. (2009). *Cálculo Mental*. Lisboa: Escola Superior de Educação de Lisboa.
- Sousa, M. J. & Baptista, C. S. (2011). *Como fazer investigação, dissertações, teses e relatórios – segundo bolonha*. Lisboa: Lidel.
- Thompson, I. (2009). Getting your head around mental calculation. In I. Thompson (Ed.), *Issues in Teaching Numeracy in Primary Schools*. Maidenhead: Open University Press.
- Veloso, G. Brunheira, L. & Rodrigues, M. (2013). A proposta de Programa de Matemática para o Ensino Básico: Um recuo de décadas. *Educação e Matemática*, 123, 3-8.
- Verschaffel, L. Greer, B. & De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 557-628). Reston, VA: NCTM.

ANEXOS

Evolução das estratégias ao longo da prática interventiva - A1																	
Tira de cálculo		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
		Estratégias															
Adição/Subtração	Decomposição decimal das parcelas								X	X	X		X	X	X		
	Decomposição decimal do subtrativo				X	X	X	X		X	X	X			X	X	
	Decomposição não decimal do subtrativo					X		X	X								
	Decomposição não decimal do aditivo										X						
	Compensação baseada na propriedade da invariância do resto				X								X	X	X		
	Uso da propriedade associativa para encontrar números de referência relativamente à composição do 100				X												
	Uso da propriedade associativa para obter múltiplos de 10				X		X							X			X
	Adições sucessivas					X		X					X	X	X	X	
Multiplicação/Divisão	Decomposição decimal do dividendo					X				X		X			X		
	Decomposição não decimal do dividendo							X						X			
	Relações de dobros e de metades									X			X		X	X	
	Decomposição não decimal de um dos fatores									X				X	X		
	Decomposição decimal de um dos fatores					X	X	X	X		X	X	X				X
	Decomposição decimal de um fator com uso dos múltiplos de 10 e da relação de metade										X				X		
	Compensação para obter uma dezena num dos fatores								X								

Nota. Tabela construída pela autora através da análise dos dados recolhidos nas tiras aplicadas ao longo da intervenção educativa

*Não foram registadas estratégias na 1.^a e 2.^a tira, uma vez que a aluna faltou nesses dois dias.

Evolução das estratégias ao longo da prática interventiva - BI																
Tira de cálculo		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Estratégias																
Adição/Subtração	Decomposição decimal das parcelas		X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	Decomposição decimal do subtrativo	X		X	X	X		X	X	X	X	X	X		X	X
	Decomposição decimal do aditivo							X	X		X	X				
	Compensação						X									
	Adições/Subtrações sucessivas	X	X													
Multiplicação/Divisão	Decomposição decimal do dividendo							X	X	X					X	
	Decomposição não decimal do dividendo			X												
	Decomposição não decimal do divisor				X									X		X
	Relações de dobros e de metades									X						
	Decomposição não decimal dos fatores	X	X			X	X	X	X	X	X	X	X		X	
	Decomposição decimal de fatores										X		X		X	X
	Compensação para obter uma dezena num dos fatores													X		
	Adições Sucessivas		X		X											

Nota. Tabela construída pela autora através da análise dos dados recolhidos nas tiras aplicadas ao longo da intervenção educativa

*O uso incorreto das estratégias por parte das alunas está assinalado a vermelho