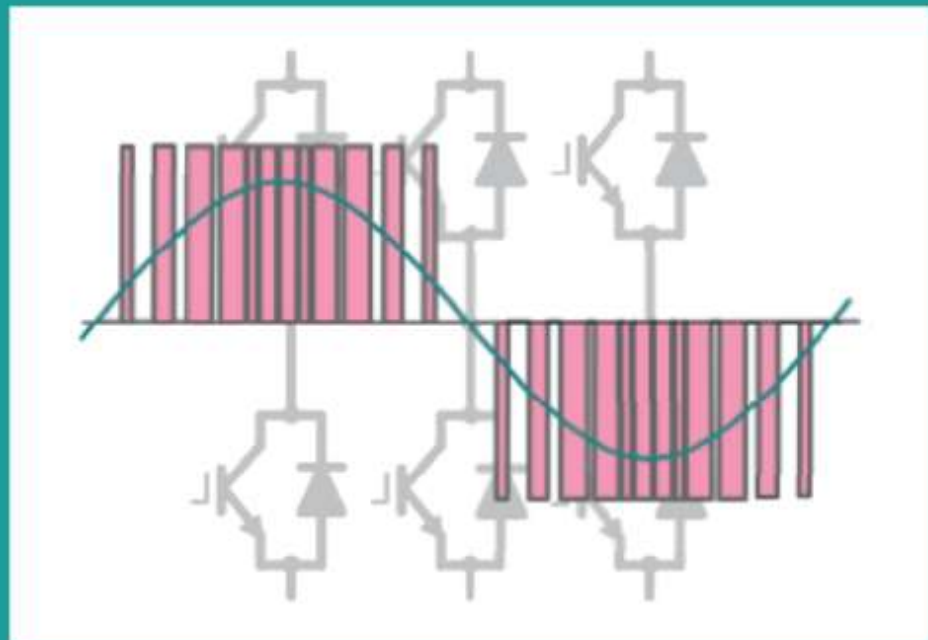
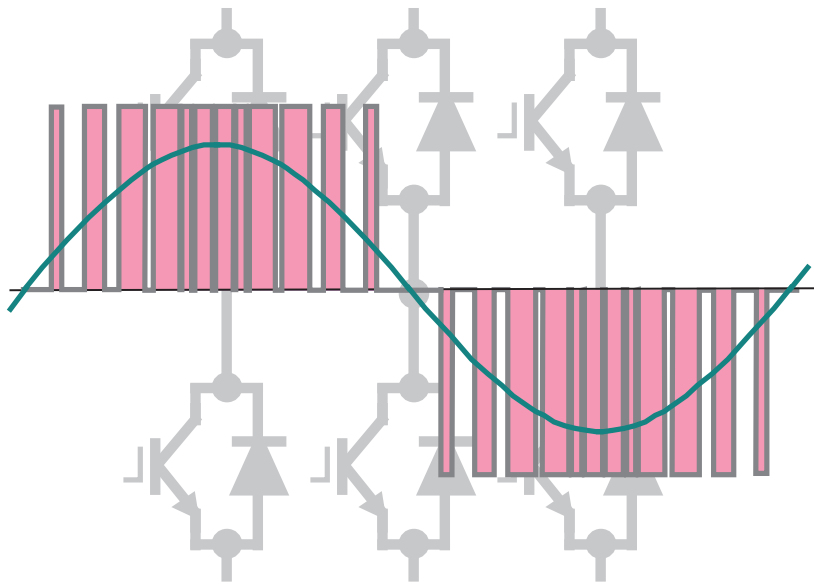


FUNDAMENTOS DE ELECTRÓNICA DE POTÊNCIA



JOÃO C. P. PALMA

FUNDAMENTOS DE ELECTRÓNICA DE POTÊNCIA



O livro mantém a escrita original e, por isso, não segue o Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa, aprovado em Lisboa em 12 de Outubro de 2009.

TÍTULO

Fundamentos de Electrónica de Potência

AUTOR

João C. P. Palma

EDITOR

Instituto Politécnico de Lisboa

DESIGN DA CAPA

Pedro Antunes

EXECUÇÃO GRÁFICA

Gráfica 99

© Instituto Politécnico de Lisboa, 2018



Todos os direitos reservados

Junho de 2018

ISBN 978-989-98774-4-3

DEP. LEGAL N.º 441 665/18

NOTA INTRODUTÓRIA

O Politécnico de Lisboa retoma a edição de livros científicos e artísticos, organizados nas coleções Caminhos do Conhecimento e Estudos e Reflexões, da autoria dos seus docentes e investigadores, pretendendo deste modo divulgar trabalhos de maior relevância, com carácter científico, ensaístico ou mais empírico e aplicado, e disseminar o conhecimento produzido, tanto para um público académico especializado, como para apoiar o ensino ministrado.

Este primeiro volume, da autoria do Prof. João Palma, inscreve-se no âmbito da engenharia, concretamente da engenharia electrotécnica e no domínio específico da electrónica de potência.

Foi deliberada a escolha deste livro para esta primeira edição da coleção Caminhos do Conhecimento, prestando, desta forma, o merecido e devido reconhecimento ao autor: cientista, professor e cidadão exemplar.

Pena foi não ter tido o autor a oportunidade de ver este seu gigantesco e meritoso trabalho dado à estampa na forma de livro.

Estou certo, de que todos aqueles que com o Prof. João Palma conviveram, família, amigos, colegas, estudantes e até os leitores ocasionais desta obra, que considero uma obra de vida, reconhecerão o valor do autor e, particularmente, aqueles que com ele mais de perto conviveram orgulhar-se-ão do autor, dos seus ensinamentos, sugestões e conselhos.

Estamos seguros de que este livro é um contributo para a formação de novos engenheiros electrotécnicos, no domínio da electrónica de potência, e um suporte científico e técnico aos profissionais de engenharia que trabalham nesta área.

O Politecnico de Lisboa agradece ao Prof. Miguel Chaves a revisão desta obra.

Lisboa, 2017
O Presidente do Politécnico de Lisboa



PREÂMBULO

A electrónica de potência constitui uma área da engenharia electrotécnica cuja evolução recente tem contribuído, embora de uma forma não mediatizada, para uma enorme melhoria do desempenho e do consumo racional de energia em numerosos equipamentos e sistemas industriais, o que se traduz em benefícios de produtividade e de qualidade dos serviços e dos produtos, e se reflecte de forma sensível na conservação do ambiente e na qualidade de vida das pessoas.

Como noutras áreas fortemente tecnológicas esta evolução está a acontecer desde há poucas décadas. Contudo, já existiam soluções de engenharia para conversão estática de formas de energia eléctrica, classificáveis como electrónica de potência, desde os anos 20 do século passado. Muitas das ideias teóricas começaram a ser exploradas desde então, mas foi com o progresso da tecnologia dos semicondutores, nos anos 60, que se começaram a concretizar realizações mais sofisticadas, em maior escala e com custos cada vez menores. Para tudo isto têm contribuído igualmente os desenvolvimentos registados na microelectrónica, quer proporcionando meios para realizar as funções de comando e controlo necessárias aos circuitos electrónicos de potência, quer fornecendo soluções tecnológicas para a fabricação de novos semicondutores de potência.

Tanto quanto é do meu conhecimento o ensino sistemático da electrónica de potência nas escolas portuguesas de engenharia começou durante os anos 70. O primeiro texto didáctico escrito em Português sobre Electrónica de Potência surgiu no Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, em 1975, e foi da autoria do Prof. Hermínio Duarte Ramos. Tive o privilégio de ser aluno desse curso pioneiro e rapidamente me entusiasmei com a matéria, interesse que continuou no IST com a frequência da disciplina homónima leccionada por Adragão Anunciada e Ferreira de Castro. Alguns anos mais tarde elaborava eu próprio um texto de apoio a aulas, com a minha visão pessoal do assunto, influenciada naturalmente pelo que aprendi de base e pelo aprofundamento que entretanto empreendi.

Existe bibliografia estrangeira abundante e de boa qualidade sobre este tema. Quanto ao melhor e mais completo texto produzido em Português deve-se aos Prof.^{tes} Francis Labrique e João Santana (*Electrónica de Potência*, ed. F. Gulbenkian, 1991). No entanto, constatei que o manuscrito que produzi em 1984 continuou a ser utilizado como manual em vários locais, julgo que por ter um carácter introdutório e possuir diversos exemplos apresentados com explicação minuciosa, apesar da sua deficiente qualidade gráfica, da desactualização de alguns conteúdos e do seu âmbito restrito.

Com esta edição procuro tornar apresentáveis as antigas *folhas*, revendo-as numa perspectiva mais amadurecida do ponto de vista da engenharia e não só da matemática envolvida, aproveitando para fundamentar melhor os aspectos relativos a topologias e à sistematização de classes de conversores e suas associações, e ainda para actualizar a abordagem das técnicas de comando dos conversores. Para um maior aprofundamento ou estudo avançado dos assuntos existe a literatura referenciada no texto.

O estudo efectivo da matéria aqui tratada deve ser complementado com trabalho experimental em laboratório e com contacto com equipamentos industriais, devendo a abordagem destes últimos ser guiada numa óptica de articulação da teoria com as soluções tecnológicas e com as regras impostas por normalização e por regulamentação de segurança.

João Carlos Pires da Palma, 2003

NOTA À EDIÇÃO EM LIVRO

O texto editado em 2003 foi usado como manual de apoio aos estudantes na matéria de Electrónica de Potência. Desde então mereceu a atenção de colegas docentes, os quais que me alertaram para erros e insuficiências que foram detectando e, dessa forma, contribuíram para a sua melhoria. Destaco e agradeço as numerosas chamadas de atenção e sugestões feitas pelo Prof. Henrique Maia. Fico igualmente reconhecido ao Prof. Miguel Chaves pelos comentários que me fez chegar.

Na oportunidade de publicar este texto como livro, cumpre-me agradecer ao Sr. Presidente do Instituto Politécnico de Lisboa, Prof. Elmano Margato, a iniciativa de impulsionar uma forma de divulgação com maior projecção para este tipo de manuais.

João Carlos Pires da Palma, 2017

ÍNDICE

SIMBOLOGIA.....	vii
1 – INTRODUÇÃO	1
1.1- Noção e objectivo da Electrónica de Potência	1
1.2- Dispositivos de manobra utilizados	3
1.3- Formas das grandezas convertidas e tipos de conversores.....	7
1.4- Campos de aplicação.....	9
1.5- Os equipamentos de electrónica de potência	11
1.6- Recapitulação sobre regimes transitórios.....	11
2 – RECTIFICADORES NÃO CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS	13
2.1- Aspectos gerais	13
2.2- Rectificador monofásico de meia onda.....	14
2.3- Rectificador bifásico de ponto médio	19
2.4- Rectificador trifásico de ponto médio.....	28
2.5- Rectificador hexafásico de ponto médio.....	36
2.6- Conceção dos rectificadores em ponte.....	39
2.7- Rectificador monofásico em ponte.....	40
2.8- Rectificador trifásico em ponte.....	42
2.9- Funcionamento de rectificadores com carga possuindo f.e.m.	46
2.10- Funcionamento de rectificadores com carga capacitiva.....	48
2.11- Dimensionamento de díodos e alusão a outros órgãos.....	52
2.12- Correntes deformadas que os rectificadores criam na rede.....	56
3 – RECTIFICADORES NÃO CONTROLADOS EM CONDIÇÕES REAIS; ASSOCIAÇÃO DE RECTIFICADORES.....	63
3.1- Presença de reactância indutiva nas fontes de tensão	63
3.1.1- Rectificador bifásico de ponto médio	63
3.1.2- Rectificador trifásico de ponto médio.....	68
3.1.3- Rectificador trifásico em ponte.....	70
3.1.4- Rectificador monofásico em ponte.....	73
3.1.5- Característica de carga de um rectificador no caso geral	75
3.2- Presença de resistência interna nas fontes de tensão e de q.d.t. nos díodos	77
3.3- Associação de rectificadores em série.....	80
3.3.1- Aspectos gerais	80
3.3.2- Exemplo de associação em série de duas pontes trifásicas	81
3.3.3- Caso da topologia em ponte	83
3.4- Associação de rectificadores em paralelo	84
3.4.1- Aspectos gerais	84
3.4.2- Exemplo de associação de duas pontes trifásicas	87
4 – TRANSFORMADORES E BOBINAS.....	89
4.1- Introdução aos transformadores de rectificação.....	89
4.1.1- Definições e cálculos em circuitos magnéticos de transformadores	90
4.1.2- Esquemas de enrolamentos de transformadores trifásicos – grupos horários	93
4.2- Estudo de casos de transformadores aplicados em rectificações	96
4.2.1- Transformador estrela-estrela em rectificação trifásica de ponto médio	96
4.2.2- Transformador triângulo-estrela em rectificação trifásica de ponto médio	99
4.2.3- Transformador estrela-zigue-zague em rectificação trifásica de ponto médio.....	101

4.2.4- Transformador estrela-estrela em rectificação trifásica em ponte.....	103
4.2.5- Transformador triângulo-estrela em rectificação trifásica em ponte.....	104
4.2.6- Transformador de quatro enrolamentos em rectificação bifásica de ponto médio.....	106
4.2.7- Transformador de seis enrolamentos em rectificação bifásica de ponto médio.....	107
4.2.8- Transformador de quatro enrolamentos em rectificação monofásica em ponte.....	108
4.3- Tranformadores com núcleo de ferrite.....	110
4.4- Bobinas.....	112
4.5- Transformadores de impulso.....	115
5 – REGULADORES DE CORRENTE ALTERNADA.....	117
5.1- Introdução.....	117
5.1.1- Comando dos tiristores.....	119
5.1.2- Ângulo de disparo e ângulo de condução do tiristor.....	121
5.2 - Regulador de fase monofásico com carga resistiva pura.....	122
5.3- Alusão aos conceitos de potências em regimes deformados.....	125
5.4- Regulador de fase monofásico com carga resistiva e indutiva.....	127
5.5- Conversores trifásicos para regulação de potência em AC.....	131
5.6- Controlador de fase trifásico simétrico com carga resistiva.....	132
5.7- Controlador de fase trifásico assimétrico com carga resistiva.....	137
5.8- Dimensionamento e protecção dos tiristores.....	141
5.8.1- Dimensionamento de tiristores em corrente e em tensão.....	141
5.8.2- Protecção de tiristores contra di/dt excessivo.....	144
5.8.3- Protecção de tiristores contra du/dt excessivo.....	147
5.9- Controladores tudo-ou-nada; relés de estado sólido.....	151
5.10- Circuitos de comando dos tiristores.....	153
5.10.1- Pormenores do funcionamento do tiristor.....	153
5.10.2- Características de disparo dos tiristores.....	155
5.10.3- Exemplos de um circuito de disparo para controladores de fase.....	158
6 – RECTIFICADORES CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS.....	161
6.1- Introdução.....	161
6.2- Rectificador controlado monofásico de meia onda.....	162
6.3- Rectificador controlado bifásico de ponto médio.....	164
6.3.1- Funcionamento básico com carga resistiva pura.....	164
6.3.2- Funcionamento com carga R-L.....	166
6.3.3- Relação entre U_d e α	171
6.4- Rectificador controlado bifásico de ponto médio com carga activa (R-L-E).....	173
6.4.1- Arranque do circuito e funcionamento contínuo.....	173
6.4.2- Ângulo de condução no caso de funcionamento descontínuo.....	176
6.4.3- Relação entre U_d e α	182
6.4.4- Quadrantes de funcionamento; balanço de potências.....	184
6.4.5- Decomposição harmónica.....	186
6.4.6- Dimensionamento dos tiristores.....	188
6.5- Rectificador controlado trifásico de ponto médio.....	189
6.5.1- Funcionamento contínuo e descontínuo; presença de f.e.m.....	189
6.5.2- Valores médios; funcionamento como ondulator; decomposição harmónica.....	192
6.5.3- Dimensionamento dos tiristores.....	196
6.6- Rectificador controlado trifásico em ponte.....	197
6.6.1- Funcionamento contínuo e descontínuo na presença de f.e.m.....	197
6.6.2- Valores médios; funcionamento como ondulator.....	201

6.6.3-	Dimensionamento dos tiristores.....	204
6.6.4-	Limites práticos do ângulo de disparo; defeito como ondulator	205
6.6.5-	Exemplo de circuito de disparo para o rectificador trifásico em ponte.....	207
7 –	RECTIFICADORES CONTROLADOS – ASPECTOS COMPLEMENTARES	211
7.1-	Funcionamento dos rectificadores controlados em condições não ideais	211
7.1.1-	Rectificador controlado trifásico de ponto médio com indutância na fonte de AC	211
7.1.2-	Rectificador controlado trifásico em ponte com indutância na fonte de AC	215
7.1.3-	Presença de resistência na fonte de AC e de q.d.t. nos díodos; generalização de resultados.....	219
7.2-	Rectificadores de quatro quadrantes	221
7.2.1-	Rectificador de quatro quadrantes com corrente circulante.....	221
7.2.2-	Rectificador de quatro quadrantes sem corrente circulante	224
7.3-	Efeitos dos rectificadores sobre as redes e compatibilidade electromagnética	226
7.3.1-	Introdução aos conceitos de potências em regimes deformados.....	226
7.3.2-	Consumo de potência reactiva pelos rectificadores	228
7.3.3-	Golpes na tensão devidos à comutação de dispositivos	230
7.3.4-	Poluição harmónica.....	231
7.3.5-	Normalização e regulamentação de CEM e de qualidade de energia	237
8 –	CONVERSORES CONTÍNUA-CONTÍNUA (<i>Choppers</i>).....	239
8.1-	Introdução	239
8.2-	Montagem do 1º quadrante	241
8.2.1-	Funcionamento ideal.....	241
8.2.2-	Funcionamento com carga R-L.....	243
8.2.3-	Funcionamento com carga R-L-E.....	246
8.2.4-	O conversor real e o seu comando; controlo da corrente i_o	250
8.3-	Montagem do 2º quadrante	253
8.3.1-	Funcionamento com carga R-L-E (<i>elevador de tensão</i>).....	255
8.4-	Montagem de 2 quadrantes – 1º e 2º.....	258
8.4.1-	Funcionamento com carga R-L-E.....	260
8.5-	Montagem de 2 quadrantes – 1º e 4º.....	264
8.6-	Montagem de 4 quadrantes	266
8.6.1-	Funcionamento com carga R-L-E.....	268
8.7-	Dispositivos semicondutores comutáveis	271
8.7.1-	Funcionamento do transistor bipolar de porta isolada (IGBT)	271
8.7.2-	Dimensionamento e protecção do IGBT.....	274
8.8 -	Outras montagens de conversoresDC-DC	276
9 –	ONDULADORES DE TENSÃO	281
9.1-	Introdução	281
9.2-	Ondulador de tensão monofásico de ponto médio	281
9.2.1-	Funcionamento com carga R-L.....	284
9.2.2-	Funcionamento com carga R-L-E	287
9.3-	Ondulador de tensão monofásico em ponte	290
9.3.1-	Funcionamento com carga R-L-E.....	292
9.3.2-	Necessidade de técnicas de comando mais elaboradas	294
9.4-	Ondulador de tensão trifásico em ponte.....	295
9.4.1-	Funcionamento com carga R-L-E.....	300
9.5-	Comando de onduladores por modulação de largura de impulso (PWM).....	303
9.5.1-	Modulação triangular-sinusoidal.....	303
9.5.2-	Modulação com eliminação de harmónicas especificadas.....	309

9.5.3- Optimização de grandezas físicas na carga.....	312
9.5.4- Modulação vectorial.....	312
9.5.5- Controlo de correntes com onduladores de tensão.....	319
9.6- Semicondutores de potência e circuitos de comando.....	321
9.7- Associações de conversores envolvendo onduladores de tensão.....	326
10 – TOPOLOGIAS DOS CONVERSORES ESTÁTICOS.....	329
10.1- Introdução.....	329
10.2- Definição de estruturas elementares em quadripólo.....	329
10.2.1- Estruturas elementares de conversores DC-DC.....	330
10.2.2- Estruturas elementares de conversores AC-DC.....	331
10.2.3- Estruturas elementares de conversores AC-AC.....	333
10.3- Dedução de outras topologias de conversores DC-DC.....	338
10.4- Dedução de outras topologias de conversores AC-DC.....	342
10.4.1- Observações sobre a manobrabilidade dos dispositivos e as designações de <i>rectificador e ondulator</i>	348
10.4.2- Onduladores de tensão multinível.....	349
10.5- Dedução de outras topologias de conversores AC-AC.....	352
10.6- Funcionamento de rectificadores/onduladores de comutação forçada.....	357
10.7- Breve alusão ao funcionamento de conversores matriciais.....	364
BIBLIOGRAFIA.....	369
ANEXO A – Recapitulação sobre regimes transitórios.....	371
ANEXO B – Recapitulação sobre séries de Fourier.....	391
ANEXO C – Bases de diagramas para treino no estudo do funcionamento de conversores.....	401

SIMBOLOGIA

Bases gerais de notação

x	grandeza instantânea (variável)
X	amplitude de grandeza contínua constante; valor eficaz de grandeza alternada sinusoidal
\bar{X}	fator de amplitude de grandeza alternada sinusoidal
x_i	grandeza instantânea x indexada; o índice i serve para distinguir diversas situações, p. ex.:
<i>i</i>	entrada (<i>input</i>)
<i>o</i>	saída (<i>output</i>)
<i>d</i>	grandeza directa (rectificada)
<i>F</i>	no sentido directo de um semiconductor com função de válvula
<i>R</i>	no sentido inverso de um semiconductor com função de válvula
1, 2, 3, a, b, c	fases em sistemas polifásicos
X_i	valor da grandeza X indexada; o índice i serve para distinguir diversas situações, p. ex.:
<i>i</i>	entrada (<i>input</i>)
<i>o</i>	saída (<i>output</i>)
<i>d</i>	valor médio de grandeza directa (retificada)
<i>F</i>	no sentido directo de um semiconductor com função de válvula
<i>R</i>	no sentido inverso de um semiconductor com função de válvula
1, 2, 3, a, b, c, 12,23,31	fases em sistemas polifásicos
<i>av</i>	valor médio de grandeza variável (<i>average</i>)
<i>rms</i>	valor eficaz de grandeza variável (<i>root mean square</i>)

Abreviaturas e acrónimos

A	ânodo
AC	grandeza alternada (<i>alternating current</i>), não necessariamente sinusoidal, mas cuja componente sinusoidal fundamental é a parte de interesse essencial
BJT	transistor bipolar de junção (<i>bipolar junction transistor</i>)
BT	baixa tensão
D	dreno (<i>drain</i>)

SIMBOLOGIA

DC	grandeza contínua ou apenas unidirecional (<i>direct current</i>), não necessariamente constante, mas cujo valor médio é a componente de interesse essencial
d.p.m.	diferença de potencial magnético
f.e.m.	força electromotriz
FET	transistor de efeito de campo (<i>field effect transistor</i>)
f.m.m.	força magnetomotriz
G	porta (<i>gate</i>)
GTO	tiristor de corte controlado (<i>gate-turn off</i>)
IGBT	transistor bipolar de porta isolada (<i>isolated gate bipolar transistor</i>)
K	cátodo
MOSFET	transistor de efeito de campo de porta isolada (<i>metal oxid semiconductor field effect transistor</i>)
MT	média tensão
PWM	modulação de largura de impulso (<i>pulse-width modulation</i>)
q.d.t.	queda de tensão
S	fonte (<i>source</i>)

Lista dos principais símbolos de grandezas

a_k	parcela de desenvolvimento em série de Fourier
b_k	parcela de desenvolvimento em série de Fourier
B	indução magnética (ou densidade de fluxo)
B_{\max}	indução magnética (ou densidade de fluxo) máxima
B_{sat}	indução magnética (ou densidade de fluxo) de saturação
C_p	capacidade numa malha de amortecimento (<i>snubber</i>)
D	potência deformante
D_r	decrécimo (de tensão) resistivo
D_x	decrécimo (de tensão) indutivo
D_v	decrécimo (de tensão) devido à q.d.t. nas válvulas
e	f.e.m. sinusoidal
\bar{e}	representação de um sistema de f.e.m. trifásicas em notação complexa (fasor de espaço em coordenadas α, β)
E	f.e.m. constante
\bar{E}	fasor de amplitude de f.e.m. alternada sinusoidal

SIMBOLOGIA

f	frequência
F	factor de tremor
F	força magnetomotriz (f.m.m.)
h	variável inteira de contagem de harmónicas
i	(intensidade de) corrente instantânea
\bar{i}	representação de um sistema de correntes trifásicas em notação complexa (fasor de espaço em coordenadas α, β)
\bar{I}	fasor de amplitude de corrente alternada sinusoidal
i_c	corrente que atravessa um condensador
I_{CAV}	valor médio de corrente de colector máximo admissível à condução num IGBT
I_{CM}	valor contínuo máximo de corrente de colector admissível à condução num IGBT
I_{CRM}	valor máximo de pico repetitivo da corrente de colector admissível à condução num IGBT
i_d	(intensidade de) corrente rectificadora
I_d	valor médio de corrente rectificadora
i_{df}	regime forçado da corrente i_d
i_{dl}	regime livre da corrente i_d
I_{dk}	valor médio de curto-circuito da corrente rectificadora
I_{dN}	valor médio nominal da corrente rectificadora
I_{FAV}	valor médio admissível da corrente directa (<i>forward average</i>) num diodo
I_{FAVM}	máximo valor médio admissível da corrente directa (<i>forward average maximum</i>) num diodo
I_{FRM}	máximo valor de pico repetitivo admissível da corrente directa – (<i>forward repetitive maximum</i>) num diodo ou num tiristor
I_{FRMS}	máximo valor eficaz admissível da corrente directa (<i>forward root-mean-square</i>) num diodo ou num tiristor
I_{FSM}	máximo valor de pico não repetitivo admissível da corrente directa (<i>forward surge maximum</i>) num diodo ou num tiristor
i_g	corrente através da junção <i>gate</i> -cátodo num tiristor
I_{GM}	valor máximo da corrente directa na junção <i>gate</i> -cátodo de um tiristor
I_H	intensidade de sustentação (<i>holding current</i>)
i_o	(intensidade de) corrente à saída de um <i>chopper</i> ou de um ondulator
I_o	valor eficaz da corrente i_o ; valor médio da corrente de saída num <i>chopper</i>
i_{of}	regime forçado da corrente i_o

SIMBOLOGIA

i_{o1}	regime livre da corrente i_o
i_R	corrente que atravessa um resistor
i_T	corrente directa num tiristor
I_{TAV}	máximo valor médio admissível da corrente directa (<i>forward average</i>) num tiristor
I_{TAVM}	máximo valor médio admissível da corrente directa (<i>forward average maximum</i>) num tiristor
k	variável inteira (de contagem); índice inteiro
K	valor constante
L	coeficiente de auto-indução
L_k	coeficiente de auto-indução (de curto-circuito) por fase
L_p	auto-indução em série num circuito de controlo de fase em AC
m	razão entre a f.e.m. da carga e o valor de pico da tensão rectificadora
M	índice de modulação
n	variável inteira (de contagem); índice inteiro
N	número de espiras num enrolamento de um transformador ou bobina
p	potência instantânea; (índice de) pulsação de um rectificador
P	potência activa (ou média)
p_d	potência instantânea entregue por um rectificador à carga DC
P_d	valor médio da potência entregue por um rectificador à carga DC
P_e	potência activa entregue por um ondulator a uma f.e.m. na carga
p_g	potência dissipada na junção <i>gate-cátodo</i> de um tiristor
P_{GM}	valor máximo da potência dissipada na junção <i>gate-cátodo</i> de um tiristor
p_k	amplitude de harmónica de corrente
p_o	potência instantânea entregue por um <i>chopper</i> ou um ondulator à carga
P_o	potência activa entregue por um <i>chopper</i> ou um ondulator à carga
P_{tot}	valor máximo da potencia dissipável num IGBT
q_k	amplitude de harmónica de tensão
Q_1, Q_{1h}	potência reactiva associada à 1ª harmónica de corrente
R	resistência óhmica
R	relutância
r_F	resistência incremental directa de um díodo ou de um tiristor
r_k	resistência (de curto-circuito) por fase
R_p	resistência numa malha de amortecimento (<i>snubber</i>)

SIMBOLOGIA

R_{thCA}	resistência térmica cápsula-ambiente
R_{thJC}	resistência térmica junção-cápsula
S	potência aparente
S_{cc}	potência de curto-circuito
S_p	potência aparente no primário de um transformador
S_s	potência aparente no secundário de um transformador
S_t	potência tipo de um transformador
t	variável tempo; instante
T	período
$t_{d(off)}$	tempo de atraso na passagem ao corte de um IGBT
$t_{d(on)}$	tempo de atraso (<i>delay time</i>) na passagem à condução num IGBT
t_f	tempo de descida da corrente de colector na passagem ao corte de um IGBT
$t_{f(u_{CE})}$	tempo de descida (<i>fall time</i>) da tensão colector-emissor na passagem à condução num IGBT
T_{jM}	temperatura máxima de junção admissível
t_r	tempo de subida (<i>rise time</i>) da corrente de colector na passagem à condução num IGBT
t_{tail}	tempo de cauda da corrente de emissor na passagem à condução de um IGBT
T_{vjM}	temperatura virtual máxima admissível da pastilha de silício, num diodo ou num tiristor (<i>virtual junction maximum</i>)
t_z	instante de extinção da corrente i_o num <i>chopper</i>
u	tensão instantânea
u^*	tensão modulante usada em modulação de largura de impulso
\bar{u}	representação de um sistema de tensões trifásicas em notação complexa (fasor de espaço em coordenadas α, β)
U	valor eficaz de tensão alternada sinusoidal
\bar{U}	fasor de amplitude de tensão alternada sinusoidal
u_a	componente de distorção da tensão rectificadora
U_{BF}	tensão directa de disrupção (<i>forward breakdown</i>) num diodo ou num tiristor
U_{BO}	tensão directa de disrupção
U_{BR}	tensão inversa de disrupção (<i>reverse breakdown</i>) num diodo ou num tiristor
u_C	tensão aos terminais de um condensador
U_{CES}	valor máximo admissível da tensão colector-emissor ao corte num IGBT
U_{CEsat}	tensão de saturação colector-emissor num IGBT

SIMBOLOGIA

u_d	tensão rectificada
u_D	tensão directa num díodo
U_d	valor médio de tensão rectificada
U_{def}	valor eficaz de tensão rectificada
u_{di}	tensão rectificada ideal (sem decréscimo indutivo)
U_{di}	valor médio da tensão rectificada ideal (sem decréscimo indutivo)
$U_{di\alpha}$	valor médio da tensão rectificada ideal (sem decréscimo indutivo) para um ângulo de disparo α
U_{d0}	valor médio da tensão rectificada para $\alpha=0$
u_F	tensão directa num tiristor
U_{FRM}	tensão directa máxima de pico repetitivo (<i>forward repetitive maximum</i>) num tiristor em estado de bloqueio
U_{FSM}	tensão directa máxima de pico esporádico (<i>forward surge maximum</i>) num tiristor em estado de bloqueio
U_{FWM}	tensão directa máxima de trabalho (<i>forward working maximum</i>) num tiristor em estado de bloqueio
u_g	tensão <i>gate</i> -cátodo num tiristor
U_{GEth}	tensão limiar de condução (<i>threshold voltage</i>) entre <i>gate</i> e emissor num IGBT
U_{GM}	valor máximo da tensão directa na junção <i>gate</i> -cátodo de um tiristor
U_H	tensão de sustentação (<i>holding voltage</i>)
u_k	amplitude de (componente) harmónica de tensão
u_o	tensão à saída de um <i>chopper</i> ou de um ondulador
\bar{u}_o	valor médio local da tensão de saída de um ondulador com p.w.m.
U_o	valor eficaz da tensão u_o ; valor médio da tensão de saída num <i>chopper</i>
u_p	tensão simples no primário do transformador
U_p	valor eficaz da tensão simples no primário do transformador
U_{RRM}	tensão inversa máxima de pico repetitivo (<i>reverse repetitive maximum</i>) num díodo ou num tiristor
U_{RSM}	tensão inversa máxima de pico esporádico (<i>reverse surge maximum</i>) num díodo ou num tiristor
U_{RWM}	tensão inversa máxima de trabalho (<i>reverse working maximum</i>) num díodo ou num tiristor
u_s	tensão simples no secundário do transformador
U_s	valor eficaz da tensão simples no secundário do transformador
U_{TO}	tensão limiar de condução (<i>threshold</i>)

SIMBOLOGIA

u_δ	tensão portadora usada em modulação de largura de impulso
v	potencial
V	diferença de potencial magnético (d.p.m.)
V_{ar}	diferença de potencial magnético no ar
V_{Fe}	diferença de potencial magnético no ferro
W_m	energia magnética
Z	módulo da impedância em corrente alternada sinusoidal
\bar{Z}	impedância em regime sinusoidal
Z_k	módulo da impedância à frequência da harmónica de ordem k
α	ângulo de disparo
$\alpha_{m\acute{a}x}$	ângulo máximo admissível de disparo num rectificador controlado
$\alpha_{m\acute{i}n}$	ângulo mínimo admissível de disparo num rectificador controlado
δ	relação cíclica; variável de ajuste de modulação da largura de impulso num ondulator
λ	factor de potência; ângulo de condução
μ	ângulo de comutação
Φ	fluxo magnético
ϕ, φ	ângulo de fase inicial
Φ_k	ângulo de fase inicial da harmónica de ordem k
Ψ	fluxo magnético ligado com um enrolamento de um transformador
η	rendimento
τ	constante de tempo em circuito R-L; período
ω	frequência angular
Ω	frequência angular



1 – INTRODUÇÃO

1.1- Noção e objectivo da Electrónica de Potência

A **electrónica de potência** é uma matéria que abrange a análise e o projecto de circuitos electrónicos destinados à conversão de formas de energia eléctrica (ou seja, à modificação de formas de tensões e correntes, de frequência, do número de fases, etc.) função a que também se chama *processamento de energia eléctrica*.

Chamam-se **electrónicos** os circuitos que contêm semicondutores ou componentes funcionando à base de fenómenos de condução no vácuo ou em gases ou vapores. A electrónica convencional usa estes dispositivos com vista à produção, tratamento, transmissão, recepção e armazenamento de sinais, i.e., de informação. O seu principal objectivo é manter os sinais eléctricos, de baixa ou muito baixa potência, tão perfeitos quanto possível, ou seja, sem ruído.

O ramo tradicional de **energia** da engenharia electrotécnica ocupa-se essencialmente da produção, transporte e distribuição da energia eléctrica, da sua transformação, dos sistemas de controlo e de protecção requeridos, etc. Uma condicionante importante nesta área é o **rendimento** dos sistemas, procurando-se ter sempre o mínimo de perdas de energia por razões económicas. A **electrónica de potência** que, como o nome indica, lida com potências elevadas, requer altos rendimentos nos seus dispositivos e sistemas – em geral bastante acima dos 90%. Pelo contrário, o rendimento não é o aspecto mais relevante nos circuitos destinados ao tratamento de sinais, onde frequentemente se desce abaixo dos 15%, porque aí quase sempre se lida com potências insignificantes.

Os circuitos electrónicos de potência têm a designação genérica de **conversores estáticos de potência** ou simplesmente **conversores**. São constituídos por **dispositivos** electrónicos cuja operação produz o desejado processamento da energia com conversão de formas de tensão e de corrente. Esses dispositivos recebem por vezes a designação genérica de **válvulas**, não na acepção dos antigos dispositivos de ampola, mas no sentido de órgãos interpostos nos circuitos que permitem ou bloqueiam a passagem de corrente eléctrica.

Os dispositivos electrónicos usados nos conversores, por imperativos de rendimento, operam sempre como **interruptores**. Com efeito, um interruptor aberto “é atravessado” por corrente nula, não causando perdas de energia. Se estiver fechado, como apresenta resistência nula, também não causa dissipação de energia.

Para melhor compreender o tipo de opções que estão em causa considere-se o exemplo de circuito esquematizado na fig. 1.1a, com o qual se pretende controlar a aplicação de uma potência de 3200 W numa resistência de carga com $0,5 \Omega$, a partir de uma fonte de 100 V. Para o efeito, dispõe-se de um transistor que se vai controlar na zona linear por forma a deixar

INTRODUÇÃO

passar exactamente a intensidade de corrente de 80 A que provocará a dissipação de 3200 W na resistência de carga.

Mas repare-se na distribuição de quedas de tensão (q.d.t.) no circuito: na resistência de carga aparece $u_o = 0,5\Omega \times 80A = 40\text{ V}$ e aos terminais do transistor surge $u_T = 100 - 40 = 60\text{ V}$. Por aqui se conclui que, sendo o transistor atravessado por 80 A e tendo 60 V aos terminais, está a receber potência eléctrica no valor de 4800 W. Esta potência exorbitante é dissipada no dispositivo desenvolvendo calor. Para além de esta energia térmica ter de ser removida para não ocasionar a fusão do semiconductor, também contribui para o baixo rendimento da operação de controlo de potência que está a ser realizada: $\eta = 3200 / (3200 + 4800) = 40\%$.

Outra solução possível para o objectivo em vista, de controlar a entrega de energia à resistência de carga, consiste na utilização do mesmo dispositivo (transistor bipolar) operando como interruptor, conforme está esquematizado na fig. 1.1b. Nestas condições, quando o “interruptor” estiver fechado (transistor à saturação) estabelece-se uma intensidade de corrente de 200 A e a resistência recebe 20000 W; se o interruptor for aberto (transistor ao corte) a potência entregue à resistência passa a ser nula. Procedendo ciclicamente ao fecho do dispositivo durante um intervalo de 0,016 s e à sua abertura durante 0,084 s (ou outros intervalos em idêntica proporção) a potência média entregue à resistência terá o valor desejado de 3200 W.

Este tipo de solução é utilizado em muitas aplicações práticas onde o facto de a potência ter carácter pulsante não ocasiona problemas. Recorde-se que a própria corrente alternada monofásica a 50 Hz, quando usada para produzir calor numa resistência, desenvolve uma potência variável periódica que se anula e atinge um máximo 100 vezes por segundo.

O rendimento do processo descrito na fig. 1.1b é muito elevado, pois quando o transistor está fechado (a conduzir a corrente de carga) apresenta uma q.d.t. quase nula (p.ex. 0,5 V), logo dissipa uma potência relativamente baixa (100 W). Por outro lado, quando o dispositivo se encontra bloqueado, não é atravessado por corrente (as fugas no semiconductor são muito baixas) e, por conseguinte, não dissipa energia. O rendimento médio global, atendendo a que o intervalo de condução representa 0,16 do total, será de $\eta = 3200 / (3200 + 100 \times 0,16) = 99,5\%$.

O princípio de funcionamento dos conversores estáticos de potência é, pelas razões expostas, baseado na operação de dispositivos que actuam à condução e ao corte. Em alguns casos esses dispositivos operam espontaneamente, noutros, obedecendo a comandos para fechar e/ou para abrir.

DISPOSITIVOS DE MANOBRA UTILIZADOS

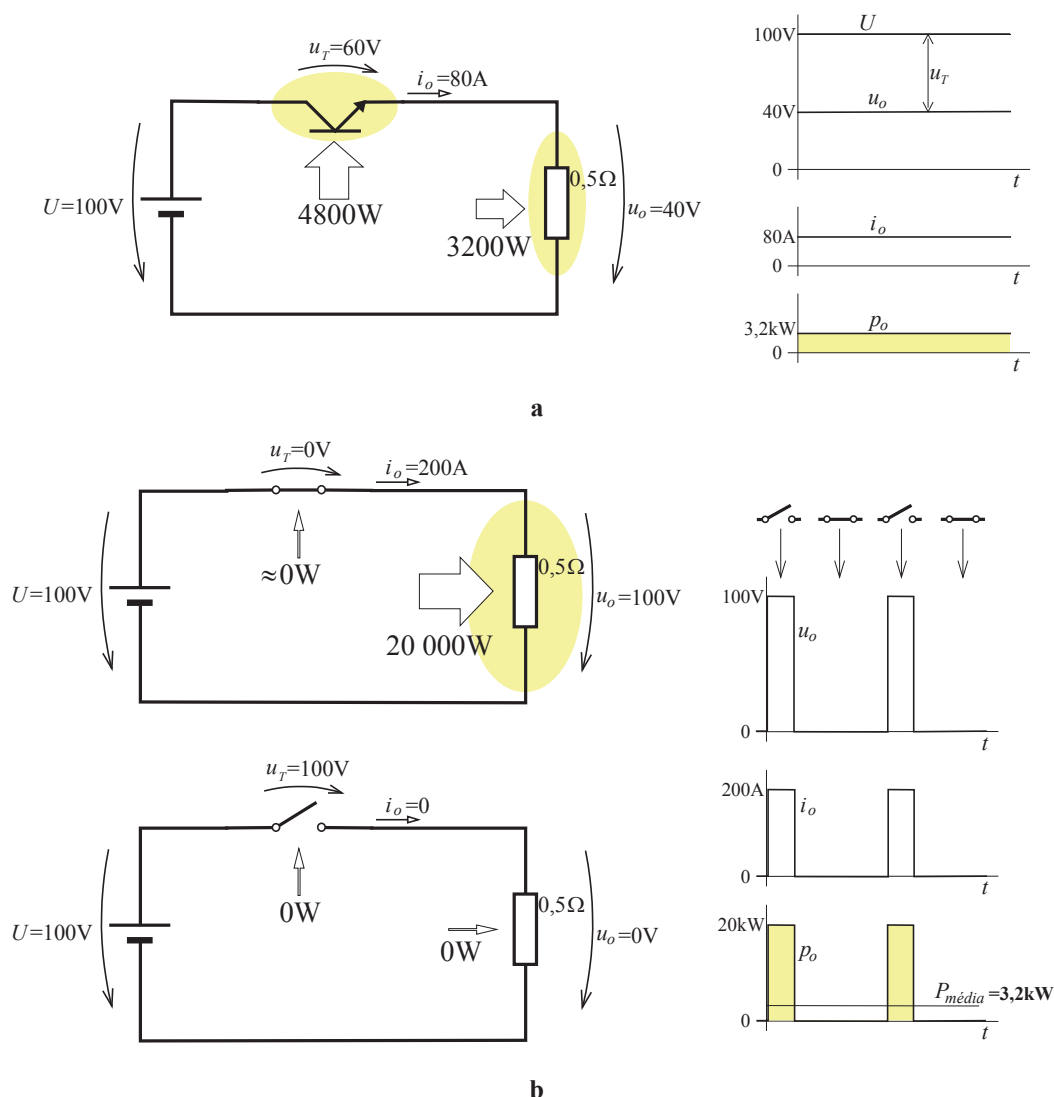


Fig. 1.1 - Regulação da potência entregue a uma resistência por dois métodos distintos: **a**: utilizando um transistor a funcionar na zona activa (i.e. como amplificador linear). **b**: utilizando o mesmo transistor a operar como interruptor, fechando e abrindo ciclicamente.

1.2- Dispositivos de manobra utilizados

Para quem está agora a iniciar o estudo da electrónica de potência as sistematizações que a seguir se apresentam têm um carácter informativo, não sendo acompanhadas de justificações. No entanto, esta primeira alusão julga-se conveniente para preparar o leitor para um estudo em que irá atravessar diversos capítulos antes de adquirir uma visão global que lhe permita encarar qualquer ensaio de sistematização.

INTRODUÇÃO

Sabe-se já que as válvulas utilizadas nos conversores estáticos de potência terão funções do tipo *interruptor*. Mas vão surgir variantes dessa função básica tendo em mente diferentes possibilidades de operação quanto aos sentidos da tensão e da corrente. Dão-se a conhecer desde já os quatro tipos de funções que mais irão interessar no âmbito da electrónica de potência (cf. fig. 4).

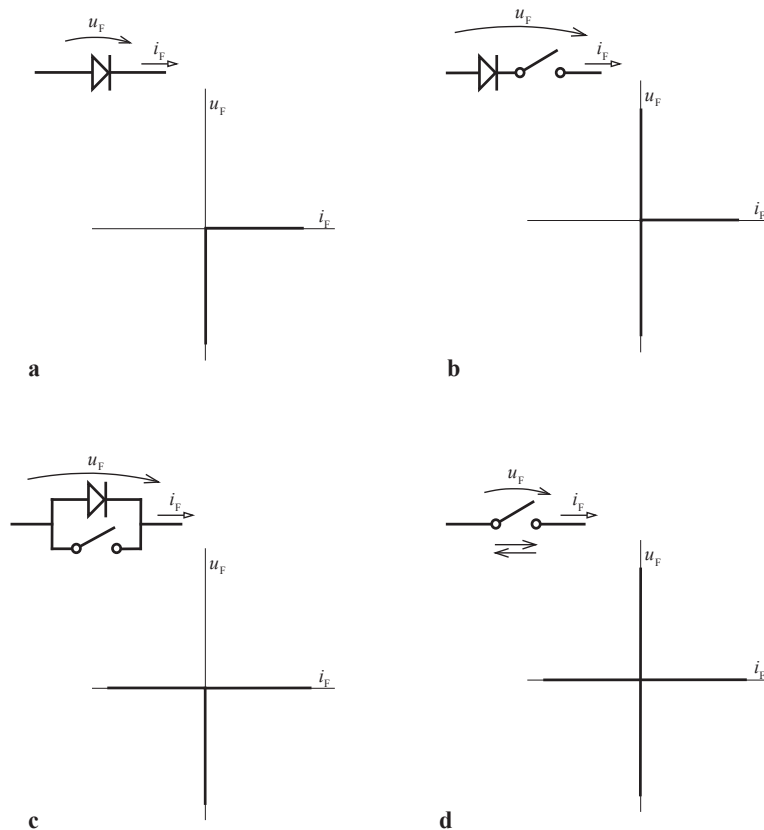


Fig. 1.2 – Principais tipos de funções a realizar pelos dispositivos dos conversores estáticos – símbolos e lugares geométricos dos pontos de funcionamento: **a** - função *válvula simples*; **b** - função *interruptor unidireccional em corrente*; **c** - função *interruptor unidireccional em tensão*; **d** - função *interruptor bidireccional*.

Um dispositivo com a função **válvula simples** permite o atravessamento de corrente apenas no sentido directo e a aplicação de tensão aos seus terminais apenas no sentido inverso (no sentido oposto conduz e apresenta q.d.t. nula). Não tem associada qualquer possibilidade de comando externo.

Um dispositivo com a função **interruptor unidireccional em corrente** pode permanecer no estado aberto aceitando a aplicação de tensões positivas ou negativas, ou pode ser fechado e passar a ter o comportamento do tipo válvula.

DISPOSITIVOS DE MANOBRA UTILIZADOS







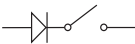

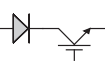
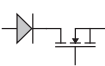
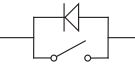
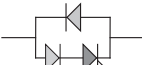
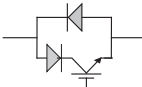
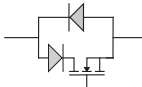
Um dispositivo com a função **interruptor unidireccional em tensão** pode permanecer com o interruptor incorporado no estado aberto, tendo então um comportamento do tipo válvula, ou pode ser fechado, passando então a aceitar a passagem de correntes com qualquer dos sentidos.

O **interruptor bidireccional** pode permanecer no estado aberto, suportando a ocorrência de tensões com qualquer do sentidos sem passagem de corrente, ou no estado fechado, caso em que admite ser atravessado por corrente em qualquer dos sentidos.

Estas últimas três funções pressupõem a existência de comando externo para comutar de estado.

Os **dispositivos** actualmente mais utilizados para operar como interruptores aceitando tensões e/ou correntes elevadas são: o *díodo*, o *tiristor*, o *tiristor de corte controlado* (GTO – *gate-turn off thyristor*), o *transistor bipolar de porta isolada* (IGBT – *isolated gate bipolar transistor*) e o *transistor MOSFET* (*metal oxid semiconductor field effect transistor*) São exclusivamente construídos com semicondutores de silício. No quadro 1.1 mostra-se como os mesmos podem ser utilizados para implementar as principais funções que interessam para os conversores estáticos.

Quadro 1.1 - Dispositivos semicondutores mais utilizados em electrónica de potência e sua aplicação para realizar as principais funções requeridas nos conversores estáticos.

símbolo do dispositivo → função a implementar ↓	díodo  A: ânodo; K: cátodo	GTO  A: ânodo; K: cátodo; G: porta (gate)	IGBT  C: colector; E: emissor; G: porta	MOSFET  D: drain; S: source; G: porta
		-	-	-
	-			
	-			

O *díodo* é um dispositivo que opera espontaneamente com função de válvula simples sem receber comandos exteriores: fecha quando polarizado directamente no sentido ânodo-

INTRODUÇÃO

cátodo, deixando-se atravessar pela corrente apenas nesse sentido; bloqueia (ou seja, abre o circuito) se lhe for solicitada a passagem duma corrente com sentido cátodo-ânodo.

O *tiristor* pode receber apenas o comando de fecho; a abertura será espontânea. O tiristor é equivalente a um interruptor em série com um diodo (cf. quadro 1.1). O comando de fecho do interruptor é dado através dum sinal de disparo na junção porta-cátodo; uma vez lançado à condução, e enquanto for atravessado por uma corrente directa não inferior a um valor mínimo de sustentação, o sinal na junção porta-cátodo deixa de ser necessário. Finalmente, quando todo o circuito exterior obrigar a corrente a vir abaixo do limiar de sustentação (p.ex. tendendo a inverter o sentido) o interruptor abrir-se-á espontaneamente. Apesar da sua modesta capacidade de manobra, o tiristor foi o elemento mais importante para o desenvolvimento da Electrónica de Potência entre os anos 60 e 80, continuando a ter ainda hoje grande importância em muitas aplicações. Existem modelos comercializados que suportam milhares de volt e dezenas de milhar de ampère.

O *transistor bipolar de junção* (BJT – *bipolar junction transistor*) teve a sua importância durante os anos 80, enquanto constituiu o único elemento semiconductor de potência comandável à abertura e ao fecho. O seu funcionamento é equivalente a um interruptor em série com um diodo. Para manter o interruptor fechado injecta-se uma corrente na junção base-emissor; suspendendo a corrente o interruptor abre. Esta corrente de base é um pouco inferior à corrente principal (no sentido colector-emissor) mas não é propriamente um simples "sinal": com efeito, nos BJT de potência a corrente de comando pode ser igual a 1/4 da corrente principal e, por isso, tem de ser elaborada em circuitos de guiamento com amplificação e perdas significativas. Os tempos de comutação aproximam-se do microssegundo.

O *transistor de efeito de campo* do tipo MOSFET (*metal oxid semiconductor field effect transistor*) é comandável à abertura e ao fecho, sendo este último estado mantido pela aplicação de uma tensão com determinado valor entre os terminais *gate* e *source*; trata-se de um sinal de potência muito menor do que nos transistores bipolares, que pode ser gerado p. ex. com circuitos lógicos usuais, sem amplificação. Como os tempos de comutação nestes dispositivos são muito inferiores ao microssegundo os mesmos admitem frequências de manobra muito elevadas.

O *transistor bipolar de porta isolada* (ou *com injector FET – field effect transistor*), conhecido por IGBT (*isolated gate bipolar transistor*) tem um comportamento equivalente à associação de um MOSFET com um BJT, de tal modo que a corrente principal é manobrada como se se tratasse de um TBJ (com um grande alcance em tensões e correntes e pequena q.d.t. directa) enquanto que o sinal de comando é veiculado através da *porta* de um MOSFET. Isto é, beneficia da grande facilidade de comando do MOSFET, mas permite manobrar maiores intensidades de corrente, sob tensões mais elevadas e com menores perdas.

Pode dizer-se que, modernamente, o IGBT substituiu quer o BJT quer o MOSFET em electrónica de potência, ocupando um lugar proeminente no fabrico de conversores de pequena e média potência (até à ordem dos megawatt).

O *tiristor de corte controlado*, designado por tiristor GTO (*gate-turn off*), permite o comando de abertura e de fecho. Equivale praticamente a um tiristor convencional no respeitante ao processo de disparo porta-cátodo para ser lançado à condução. Para comutar um GTO que se encontre à condução tem de ser aplicado bruscamente um impulso de corrente no sentido cátodo-gate com crescimento muito rápido e amplitude considerável. Os *drivers* para o efeito são, por isso, muito mais dispendiosos do que os destinados aos IGBT e os tempos de comutação também são muito maiores. Os tiristores GTO permitem, no entanto, manobrar milhares de ampere sob milhares de volt em cada dispositivo.

1.3- Formas das grandezas convertidas e tipos de conversores

O modo como as válvulas têm de operar (como interruptores) dá origem a que as grandezas eléctricas criadas pelos conversores não apresentem geralmente as formas ideais desejadas, mas sim aproximações mais ou menos grosseiras como as que a fig. 1.3 mostra. Em muitos casos as cargas toleram a distorção nas formas das grandezas convertidas. Todavia, existem diversas técnicas de modulação e de filtragem que, por vezes, são usadas para melhorar essas formas e as tornar adequadas para os receptores mais sensíveis à distorção.

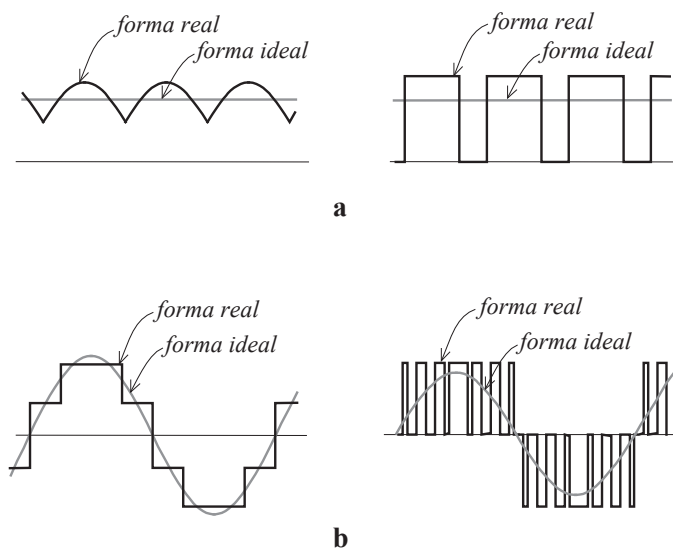
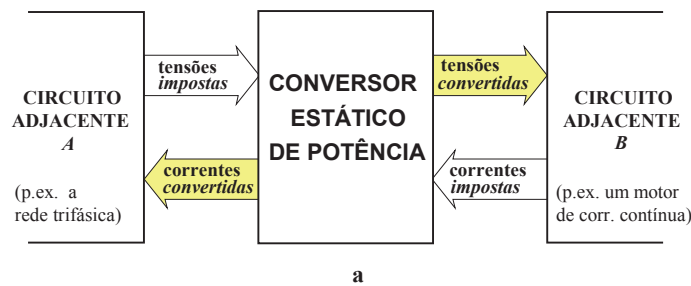


Fig. 1.3 - Exemplos de formas grandezas elaboradas por conversores estáticos de potência comparadas com as suas formas ideais: **a** - grandezas contínuas. **b** - grandezas alternadas.

INTRODUÇÃO

É também devido a este princípio de funcionamento que, em electrónica de potência, a designação de *contínua* e a sigla **DC** (*direct current*) não se referem exclusivamente à corrente ou tensão contínua constante, mas a formas de corrente ou tensão cuja componente contínua (ou, por outras palavras, cujo valor médio) é a componente fundamental. Identicamente, a designação de *alternada* e a sigla **AC** (*alternating current*) significam corrente ou tensão alternada não necessariamente sinusoidal, mas com formas mais ou menos aproximadas da sinusóide, i.e. que têm uma componente fundamental sinusoidal.

Os conversores, que consistem em circuitos contendo válvulas, são intercalados entre circuitos adjacentes. De ambos os lados recebem normalmente grandezas cuja continuidade é **imposta** por fontes ou por elementos de armazenamento de energia (bobinas ou condensadores). O conversor, ao funcionar, utiliza grandezas impostas de um lado para elaborar as formas das grandezas **convertidas** no outro. Isto significa que o funcionamento do conversor tem conseqüências para ambos os lados. A fig. 1.4a esquematiza, com alguma generalidade, estes aspectos, e a fig. 1.4b ilustra algumas formas de grandezas impostas e convertidas.



exemplos de conversão

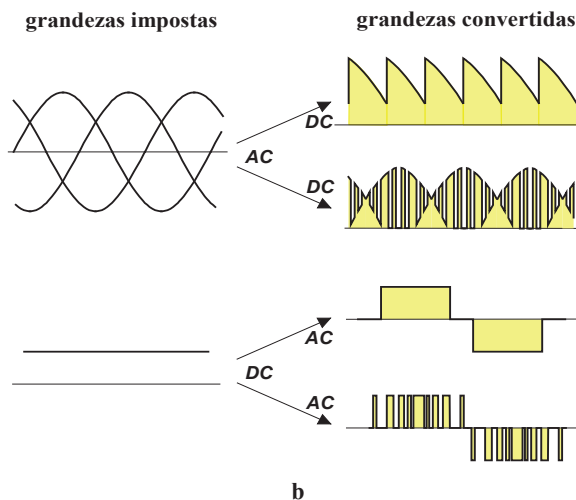


Fig. 1.4 - O conversor estático de potência como processador de energia eléctrica. **a**: existem grandezas impostas pelos circuitos adjacentes e grandezas que o conversor elabora à custa daquelas, de ambos os lados. **b**: exemplos de formas de grandezas impostas e de grandezas convertidas (elaboradas) a partir das primeiras.

CAMPOS DE APLICAÇÃO

Resumem-se no quadro 1.2 os nomes e funções dos principais tipos de conversores, numa classificação baseada no tipo de transformação que operam com as tensões e correntes e no sentido em que podem transmitir energia.

Quadro 1.2 – Principais classes de conversores estáticos de potência.

Designação	Tipo de conversão produzida	Outros detalhes
RECTIFICADOR (<i>rectifier, redresseur</i>)	AC-DC	pode permitir regular o valor médio das grandezas à saída
ONDULADOR ou INVERSOR (<i>inverter, ondulateur</i>)	DC-AC	pode permitir regular o valor eficaz das grandezas à saída
REGULADOR CONTÍNUA- CONTÍNUA (<i>chopper, hacheur</i>)	DC-DC	permite regular o valor médio das grandezas à saída
REGULADOR DE FASE DE CORRENTE ALTERNADA (<i>AC controller, gradateur AC</i>)	AC-AC	permite regular o v. eficaz das grandezas à saída sem mudar a frequência
CONVERSOR DE CORRENTE ALTERNADA DIRECTO E CICLOCONVERSOR (<i>frequency changer, cycloconverter</i>)	AC-AC	permite regular a frequência, mudar o número de fases e variar a amplitude da tensão de saída

Os circuitos conversores também costumam ser classificados, quanto à maneira como acontece a interrupção da corrente nos dispositivos, em:

- circuitos com **comutação natural** (pela linha ou pela carga), quando a passagem das válvulas do estado de condução para o de corte acontece espontaneamente através da evolução das grandezas no próprio circuito;
- circuitos com **comutação forçada**, quando a passagem das válvulas ao estado de corte tem de ser imposta por comando exterior dirigido a cada dispositivo.

1.4- Campos de aplicação

Os conversores de electrónica de potência modernos empregam componentes semi-condutores de estado sólido que são bastante compactos, robustos, requerem pouco dispêndio de manutenção, têm longa duração e alta fiabilidade e rendimento. Substituem vantajosamente muitos equipamentos que antes requeriam peças móveis e outros que empregavam válvulas de descarga no vácuo ou em gases ou os chamados amplificadores magnéticos.

Prestam-se bem à regulação e ao controlo automático dos equipamentos que alimentam, por exemplo: o binário ou a velocidade de motores de corrente contínua ou de corrente alternada; a temperatura em fornos industriais, o nível de iluminação, a intensidade de

INTRODUÇÃO

corrente numa soldadura, etc. Na fig. 1.5 mostra-se o esquema de princípio do controlo automático de um sistema alimentado por um conversor de potência.

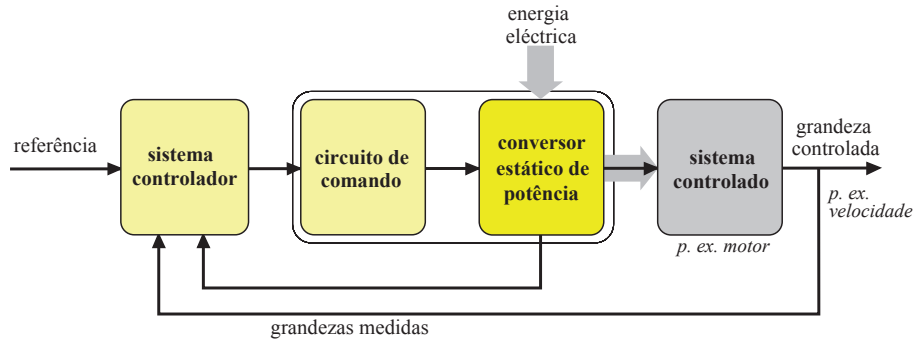


Fig. 1.4 - Esquema genérico de um sistema de controlo em cadeia fechada incorporando um conversor estático de potência.

As funções de *comando dos conversores* e de *controlo de processos* à custa destes são, por vezes, relativamente complexas. Os circuitos de lógica programada, microprocessadores, microcontroladores e processadores digitais de sinal vêm facilitar um pouco mais a sua realização.

Referem-se seguidamente algumas aplicações importantes dos conversores estáticos de potência. Existem muitas outras e, sem dúvida, aparecerão muitas mais no futuro.

- Controlo de accionamentos electromecânicos com máquinas eléctricas de corrente contínua e de corrente alternada para tracção, accionamento industrial, máquinas ferramentas.
- Sistemas de alimentação ininterrupta de energia (p.ex. de computadores, de sistemas de automação, de iluminação de emergência).
- Electrólise, galvanização, electrometalurgia.
- Aquecimento industrial, controlo de aquecimento em fornos (de resistências, de indução, de arco, etc.). Máquinas de soldadura.
- Excitação de alternadores em centrais.
- Transmissão de energia em corrente contínua a alta ou muito alta tensão, onde se encontram geralmente os conversores com as mais elevadas potências.
- Compensadores estáticos de potência reactiva. Filtros activos para compensação da distorção harmónica (causada p.ex. por conversores estáticos de maior potência).
- Fontes de alimentação de aeronaves e navios a frequência constante.

- Equipamentos de electromedicina: p.ex. de raios X e de ressonância magnética.
- Controlo de intensidade luminosa com lâmpadas incandescentes ou de descarga.

1.5- Os equipamentos de electrónica de potência

O estudo da electrónica de potência que se vai empreender tem uma forte componente teórica baseada em modelação matemática. No entanto, não se pode descurar que os conversores são equipamentos físicos, instalados em caixas ou armários, necessitando de órgãos de comando, de manobra e de protecção, de aparelhagem de medição e de painéis de interface com os operadores. Como muitos outros equipamentos requerem cuidados especiais de montagem, de protecção de pessoas, de adequação ambiental. Podem ocasionar perturbações noutros sistemas mais sensíveis, designadamente de comunicação, de informática e de automação. São unidades que ocupam espaço, têm peso, estão sujeitos a vibrações, dissipam calor que tem de ser removido e requerem alguma manutenção.

A alusão a todos estes aspectos destina-se a mostrar que se está perante uma matéria de engenharia e não apenas um exercício de modelação matemática. Os equipamentos de electrónica de potência e as respectivas instalações estão sujeitos a preceitos de segurança e de qualidade traduzidos em normas, regulamentos e directivas que o engenheiro tem de conhecer com algum pormenor.

O presente estudo irá incidir sobretudo na parte de potência dos conversores, mas estes são constituídos também por circuitos electrónicos de sinal destinados ao comando dos dispositivos, às funções de controlo e à interface com os operadores e com sistemas de automação industrial mais vastos onde os conversores se integram. Como em muitos outros casos, estas realizações de engenharia são multidisciplinares. Embora existam alusões a aspectos de matérias complementares (em especial do âmbito da electrónica de regulação e comando, da automação, ou do controlo de sistemas) esses assuntos serão desenvolvidos em disciplinas específicas.

1.6- Recapitulação sobre regimes transitórios

Antes de iniciar o estudo do capítulo seguinte recomenda-se a leitura atenta do Anexo A a fim de rever algumas noções relativas a regimes transitórios em circuitos, noções essas que são indispensáveis para avançar no estudo detalhado do funcionamento dos conversores.



2 – RECTIFICADORES NÃO CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

2.1- Aspectos gerais

Os **rectificadores convencionais** são conversores que aceitam tensões impostas no lado de alterna (AC) e correntes impostas no lado de contínua (DC) e são constituídos por díodos ou tiristores. Quando são apenas constituídos por díodos designam-se por rectificadores **não controlados**. Quando são apenas constituídos por tiristores designam-se por rectificadores **controlados**. Quando são mistos recebem a designação de rectificadores **semicontrolados**.

Diz-se destes rectificadores que são conversores de **comutação natural** pois a passagem das válvulas ao corte ocorre espontaneamente pela evolução das grandezas nos circuitos adjacentes (sem obedecer a qualquer comando): a corrente em cada dispositivo, por força dos circuitos exteriores, acaba por passar por zero e o dispositivo bloqueia em consequência disso.

Também existem conversores AC-DC com **rectificação forçada** que serão estudados mais adiante. Nesses, há dispositivos que recebem comandos quer para passar à condução quer para passar ao corte.

Neste capítulo é analisado o funcionamento dos principais circuitos monofásicos e polifásicos de rectificação a díodos, sendo também estudado o dimensionamento dos semicondutores para cada caso. Evidencia-se a função de alisamento da corrente rectificadora à custa da inserção de uma bobina em série no circuito da carga, o que se faz frequentemente em aplicações de potência elevada. Estuda-se também o efeito de alisamento da tensão na carga conseguido com a aplicação de um condensador (de filtragem) em paralelo com a mesma, solução habitual em potências reduzidas.

Segue-se uma abordagem clássica dividindo o estudo em duas partes: neste capítulo é feito um estudo dos circuitos de rectificação em condições ideais, admitindo diversas hipóteses simplificativas; no capítulo seguinte entrar-se-á em conta com vários aspectos reais na análise destes circuitos, segundo a chamada “teoria convencional”.

Os rectificadores não controlados são conversores estáticos relativamente simples que não oferecem possibilidades de comando. Com efeito, têm um funcionamento espontâneo em que é a própria evolução alternada das tensões que desencadeia o fecho e a abertura das válvulas. Inicia-se o estudo pela montagem mais simples conhecida, com um só díodo, mas cujo funcionamento com carga indutiva, como se verá, não é trivial.

Ao longo deste capítulo admite-se que: as fontes de tensão têm impedância interna nula, os díodos têm q.d.t. directa nula e resistência inversa infinita e os elementos passivos são lineares.

2.2- Rectificador monofásico de meia onda

O circuito com um só diodo interposto entre uma fonte de tensão alternada e uma carga, cujo esquema está representado na fig. 2.1, é conhecido por rectificador monofásico não controlado de meia onda. Na fig. 2.2 mostram-se os diagramas correspondentes ao funcionamento deste conversor rudimentar com carga puramente resistiva.

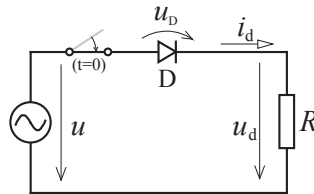


Fig. 2.1 - Esquema do circuito de rectificação monofásico de meia onda não controlado com carga resistiva.

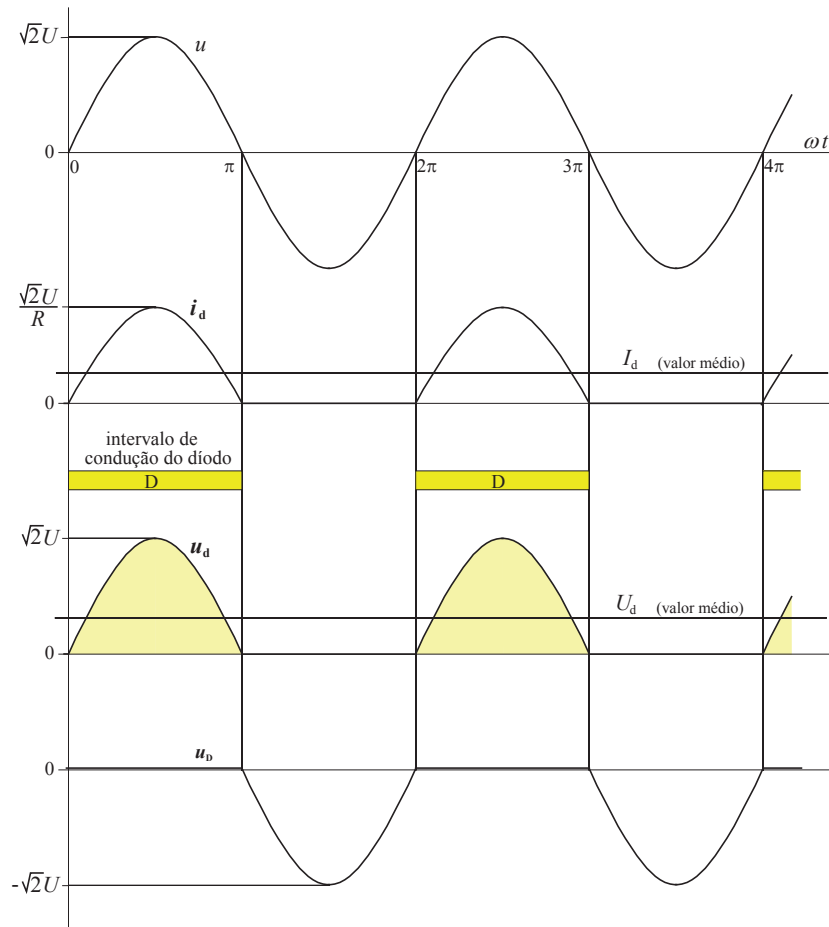


Fig. 2.2 - Diagramas de funcionamento do circuito de rectificação monofásico de meia onda não controlado com carga puramente resistiva: u =tensão sinusoidal de entrada com valor eficaz U , u_d =tensão rectificadora, i_d =corrente rectificadora, u_d =tensão registada aos terminais do diodo.

RECTIFICADOR MONOFÁSICO DE MEIA ONDA

Neste circuito o diodo fica bloqueado enquanto a tensão alternada u (também designada por "tensão de entrada") for negativa e começa a conduzir no início das alternâncias positivas. Mas chama-se desde já a atenção para o facto de esta coincidência entre as alternâncias de tensão e o intervalo de condução dos diodos não constituir a regra geral de funcionamento dos circuitos de rectificação; bastará reparar no que se passa no circuito com carga R-L, isto é, com resistência R e coeficiente de autoindução L (cf. fig^{as}. 2.4 e 2.5).

Desprezando a queda de tensão (q.d.t.) no diodo, a tensão rectificada u_d coincide com a tensão de entrada enquanto o diodo conduz e fica nula quando o mesmo bloqueia e deixa de haver corrente no circuito. A corrente rectificada i_d tem a mesma forma que u_d , pois

$$i_d = \frac{u_d}{R} \quad (2.1)$$

A tensão alternada é sinusoidal com valor eficaz U , ou seja, $u = \sqrt{2}U \sin(\omega t)$. O diagrama da tensão de saída está novamente representado na fig. 2.3 mostrando os limites de integração para o cálculo do valor médio da tensão rectificada; a expressão analítica de u_d num dado período é a seguinte

$$\begin{cases} u_d = \sqrt{2}U \sin(\omega t) & \text{para } 0 \leq \omega t \leq \pi \\ u_d = 0 & \text{para } \pi \leq \omega t \leq 2\pi \end{cases} \quad (2.2)$$

e o seu valor médio obtém-se por

$$U_d = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} u_d(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_d(\omega t) d(\omega t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \sqrt{2}U \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{\sqrt{2}U}{2\pi} [-\cos(\omega t)]_{\omega t=0}^{\omega t=\pi}$$

$$U_d = \frac{\sqrt{2}U}{\pi} \approx 0,45U \quad (2.3)$$

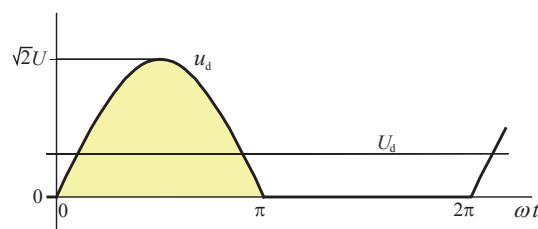


Fig. 2.3 – Detalhe relativo ao cálculo do valor médio da tensão rectificada.

Atendendo a (2.1) o valor médio da corrente rectificada calcula-se por

$$I_d = \frac{U_d}{R} = \frac{\sqrt{2}U}{\pi R} \quad (2.4)$$

A fig. 2.4 apresenta o esquema deste mesmo conversor com carga resistiva e indutiva e a fig. 2.5 descreve o seu funcionamento através dos diagramas das principais grandezas.

RECTIFICADORES NÃO CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

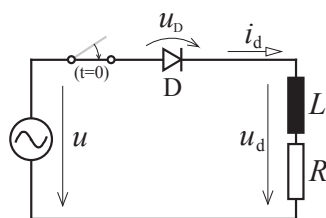


Fig. 2.4 - Esquema do circuito de rectificação monofásico de meia onda não controlado com carga R-L.

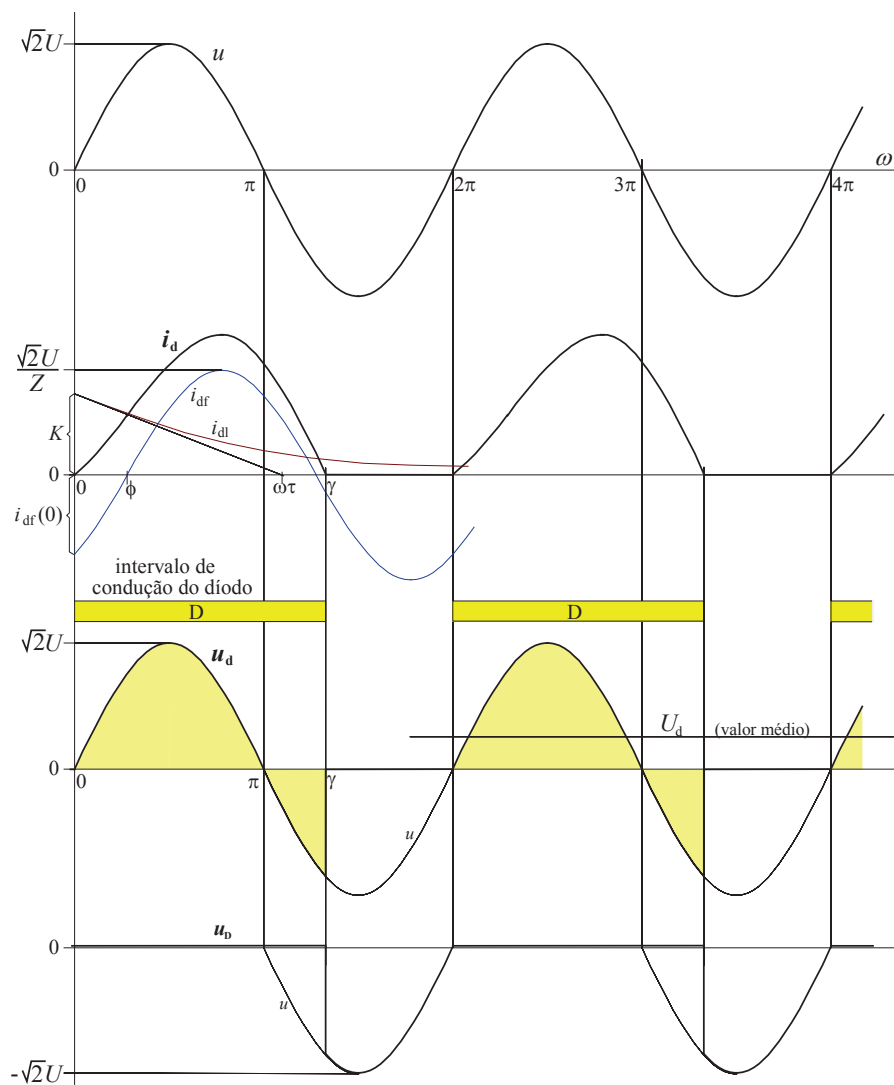


Fig. 2.5 - Diagramas de funcionamento do circuito de rectificação monofásico de meia onda não controlado no caso de carga R-L.

A análise que se segue faz apelo à teoria dos regimes transitórios em circuitos lineares, recomendando-se, por isso, o estudo antecipado dos primeiros exemplos do Anexo A.

À partida, o circuito encontra-se em repouso com o interruptor aberto. O interruptor é fechado imediatamente antes de $t=0$. Logo que a tensão u se torna positiva o diodo começa a ficar polarizado no sentido directo (potencial mais elevado no ânodo do que no cátodo) e, por isso, conduz. Uma vez estabelecida a corrente pela carga R-L esta obedece a um regime transitório para o qual contribui uma componente sinusoidal i_{df} , que é forçada pela fonte alternada, e uma componente livre i_{dl} que traduz fisicamente a maneira como um circuito R-L reage às mudanças de estado que lhe sejam solicitadas pelas fontes exteriores.

Com corrente a circular o circuito é regido por

$$u = L \frac{di_d}{dt} + Ri_d \quad (2.5)$$

A *componente forçada* da corrente tem todos os seus parâmetros fixados pela fonte de tensão e pela carga R-L:

$$i_{df} = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\omega t - \phi), \quad \text{com } Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad \text{e } \phi = \arctg(\omega L/R) \quad (2.6)$$

A *componente livre* tem evolução exponencial decrescente com constante de tempo $\tau = L/R$:

$$i_{dl} = K e^{-\frac{R}{L}t} \quad (2.7)$$

A sua amplitude tem de ser tal que assegure a continuidade da corrente na passagem de $t=0^-$ para $t=0^+$. Ou seja, no instante $t=0$ tem de registar-se a igualdade $i_{df}(0) + i_{dl}(0) = i_d(0)$.

Por conseguinte, tem-se $i_{df}(0) + K e^{-\frac{R}{L}0} = 0$, donde resulta

$$K = -i_{df}(0) = -\frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(-\phi) = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\phi).$$

A corrente que circula na carga tem, então, a seguinte expressão analítica, válida apenas no intervalo em que esta corrente for positiva:

$$i_d = i_{df} + i_{dl} = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\omega t - \phi) + \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\phi) e^{-\frac{R}{L}t} \quad (2.8)$$

Neste caso há a assinalar o facto de, uma vez estabelecida a passagem de corrente através do diodo, esta só terminar quando tender a inverter de sentido, i.e após um *ângulo de condução* γ , conforme se vê na fig. 2.5. Este ângulo pode ser calculado a partir da eq. (2.8), como o ângulo $\omega t = \gamma$ para o qual fica $i_d=0$, o que, após simplificação, dá

$$0 = \sin(\gamma - \phi) + \sin(\phi) e^{-\frac{R\gamma}{\omega L}} \quad (2.9)$$

Trata-se de uma equação que, no caso geral, tem de ser resolvida numericamente. Uma vez conhecido o valor de γ , pode determinar-se o valor médio da tensão rectificadora por integração, à semelhança do que se fez com (2.2) e (2.3), ou seja (cf. fig. 2.6):

$$\begin{cases} u_d = \sqrt{2}U \sin(\omega t) & \text{para } 0 \leq \omega t \leq \gamma \\ u_d = 0 & \text{para } \gamma \leq \omega t \leq 2\pi \end{cases} \quad (2.10)$$

$$U_d = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} u_d(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_d(\omega t) d(\omega t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\gamma} \sqrt{2}U \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{\sqrt{2}U}{2\pi} [-\cos(\omega t)]_{\omega t=0}^{\omega t=\gamma}$$

$$U_d = \frac{\sqrt{2}U}{2\pi} [1 - \cos(\gamma)] \quad (2.11)$$

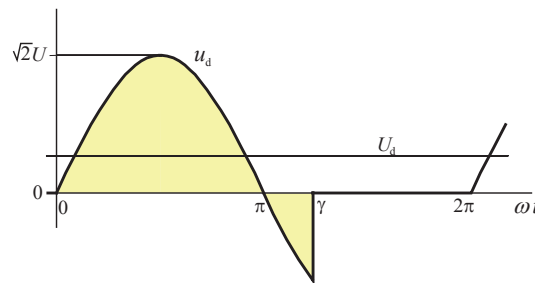


Fig. 2.6 – Detalhe relativo ao cálculo do valor médio da tensão rectificadora.

Sublinha-se que o intervalo de condução deixou de ser coincidente com a duração da alternância positiva de u , facto que se verificava no circuito com carga resistiva pura (cf. fig. 2.2). No presente caso, a condução do diodo continua mesmo depois de a tensão na entrada se tornar negativa, pois a corrente só tende a inverter de sentido algum tempo depois de a tensão o ter feito. Isto implica a ocorrência de intervalos nos quais a tensão rectificadora tem valor negativo e, conseqüentemente, origina valor médio inferior ao do caso anterior.

Chama-se desde já a atenção para um dos aspectos importantes a ter em conta no dimensionamento dos semicondutores: a tensão que aparece aos terminais do diodo quando este se encontra polarizado em sentido inverso. No presente caso a tensão inversa tem um valor de pico igual a $\sqrt{2}U$, valor este que se repete em cada ciclo e que o diodo terá de suportar em permanência acrescido de uma significativa margem de sobredimensionamento (na ordem de 100%, por motivos que mais tarde se verão). É igualmente importante a caracterização da corrente que atravessa o diodo (neste caso igual a i_d) e que na prática é a causa essencial do aquecimento deste dispositivo.

2.3- Rectificador bifásico de ponto médio

As montagens rectificadoras de **ponto médio** recebem várias tensões alternadas simples (formando um sistema polifásico) na entrada bem como o respectivo ponto médio (ou neutro). O caso bifásico está esquematizado na fig. 2.7a. O rectificador estudado na secção anterior pode considerar-se como um caso particular desta classe, no qual só existe uma fase.

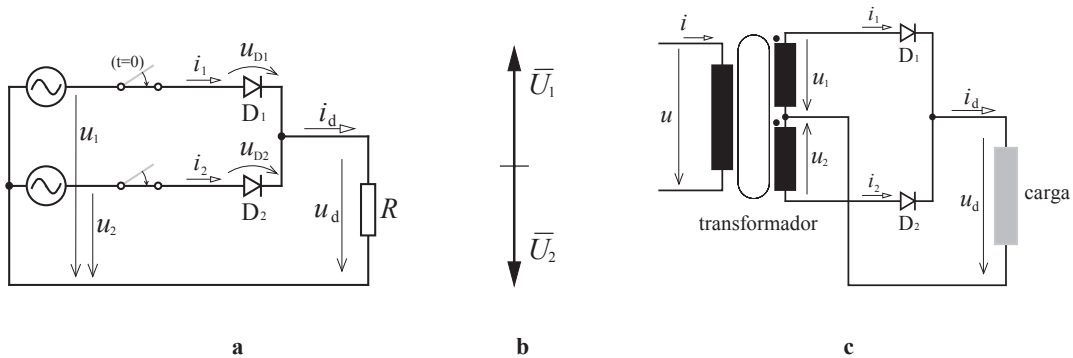


Fig. 2.7 – a: representação esquemática do circuito de rectificação bifásico de ponto médio não controlado com carga resistiva; b: fasores de um sistema bifásico de tensões; c: esquema de enrolamentos de um transformador utilizado na prática para criar um sistema bifásico de tensões.

Um sistema bifásico equilibrado e simétrico de tensões é constituído por duas tensões alternadas sinusoidais simétricas; os respectivos fasores têm a disposição indicada na fig. 2.7b. Na prática, tais sistemas são geralmente obtidos a partir de uma fonte monofásica, através de um transformador possuindo um enrolamento secundário com ponto médio como mostra o esquema da fig. 2.7c. A tensão por fase (tensão simples) tem valor eficaz U , ou seja,

$$u_1 = \sqrt{2}U \sin(\omega t), \quad u_2 = -\sqrt{2}U \sin(\omega t) \quad (2.12)$$

No rectificador representado na fig. 2.7a existem dois díodos com os respectivos cátodos interligados entre si e ao pólo positivo da carga. Esta disposição implica que, em cada instante, só poderá conduzir aquele diódo que tiver potencial mais elevado no respectivo ânodo, ficando o outro diódo polarizado inversamente (bloqueado). Este facto está ilustrado para duas situações na fig. 2.8.

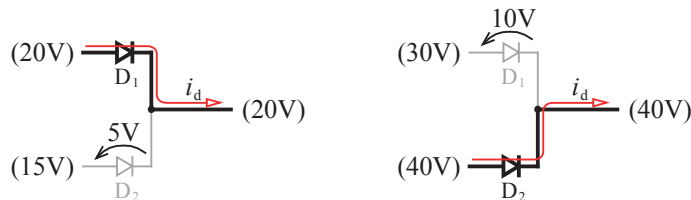


Fig. 2.8 – Díodos ideais com cátodos ligados entre si: em qualquer instante só poderá conduzir aquele que tiver maior potencial no ânodo; conforme se observa, o outro diódo fica polarizado inversamente.

RECTIFICADORES NÃO CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

Tomando o ponto médio da fonte como referência dos potenciais no circuito em estudo (cf. fig. 2.7a), o potencial no cátodo de cada diódo terá o valor da tensão na respectiva fase. Assim, a partir do instante $t=0$ o diódo D_1 vai conduzir a corrente de carga, situação que se manterá enquanto se verificar $u_1 > u_2$; logo que se comece a ter $u_2 > u_1$ o diódo D_2 passa a conduzir sozinho a corrente de carga. A fig. 2.9 mostra os diagramas de funcionamento deste conversor com carga puramente resistiva.

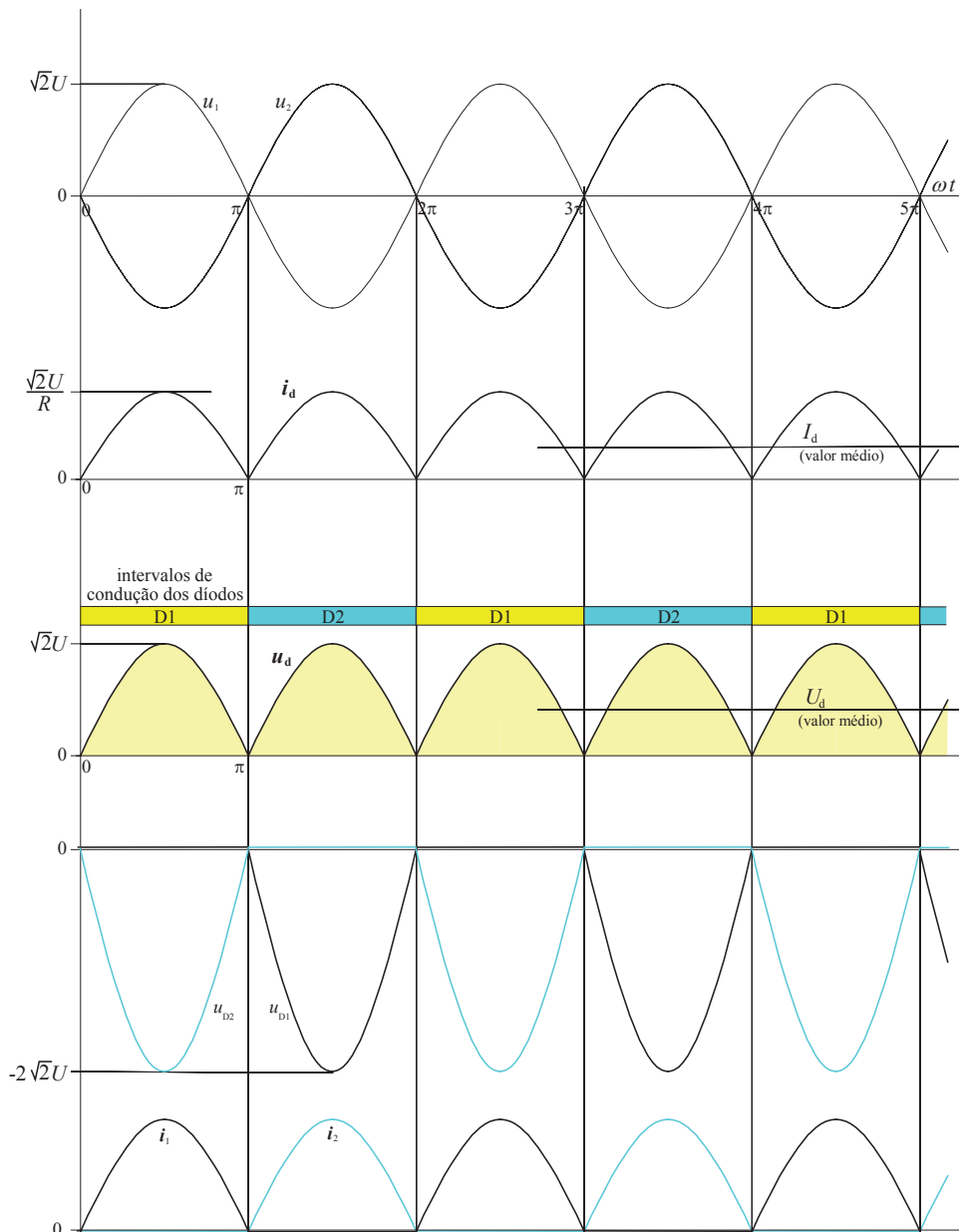


Fig. 2.9 - Diagramas de funcionamento do circuito de rectificação bifásico de ponto médio não controlado com carga puramente resistiva: u_1, u_2 =sistema bifásico de tensões sinusoidais com valor eficaz U , u_d =tensão rectificada, i_d =corrente rectificada, u_{D1}, u_{D2} =tensões aplicadas aos diodos.

RECTIFICADOR BIFÁSICO DE PONTO MÉDIO

Como conduz sempre o diodo que tem maior potencial no ânodo, ficando esse potencial automaticamente imposto no terminal positivo da carga, a tensão rectificada coincide com a envolvente superior das tensões u_1 e u_2 . Ou seja,

$$u_d = \max_t \{u_1, u_2\} \quad (2.13)$$

O seu valor médio obtém-se por (cf. fig. 2.10):

$$U_d = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} u_d(t) dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} u_d(\omega t) d(\omega t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sqrt{2}U \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{\sqrt{2}U}{\pi} [-\cos(\omega t)]_{\omega t=0}^{\omega t=\pi}$$

$$U_d = \frac{2\sqrt{2}U}{\pi} \approx 0,9U \quad (2.14)$$

Como é óbvio, o valor médio da tensão neste caso é duplo daquele que se tinha com a eq. (2.3) para o circuito rectificador de meia onda com igual valor eficaz U .

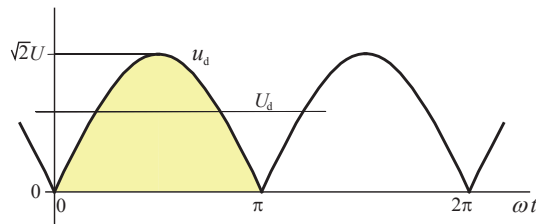


Fig. 2.10 – Detalhe relativo ao cálculo do valor médio da tensão rectificada.

Cada diodo deste circuito fica sujeito a uma tensão inversa de pico de $\sqrt{2}U$ e é atravessado por uma corrente com valor médio igual a metade do valor médio da corrente na carga (vide diagramas inferiores da fig. 2.9).

É oportuno nesta ocasião rever as noções relativas aos desenvolvimentos em série de Fourier, em especial o Ex. 1 do Anexo B que se refere exactamente a esta forma de tensão.

Conforme se ilustra na fig. 2.11, a tensão rectificada é constituída por uma componente contínua U_d (que é normalmente a parte de interesse) e uma parcela u_a correspondente a distorção (geralmente indesejável):

$$u_d = U_d + u_a \quad (2.15)$$

A parcela u_a não contribui para o valor médio de u_d , mas sim para o seu valor eficaz, que neste caso coincide com o valor eficaz U :

$$U_{\text{def}} = \sqrt{U_d^2 + U_{\text{aef}}^2} = U \quad (2.16)$$

O **factor de tremor** quantifica o peso do valor eficaz da distorção face ao valor médio:

$$F = \frac{U_{\text{aef}}}{U_d} = \frac{\sqrt{U_{\text{def}}^2 - U_d^2}}{U_d} = \sqrt{\frac{\pi^2}{8} - 1} \approx 0,48 \quad (2.17)$$

RECTIFICADORES NÃO CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

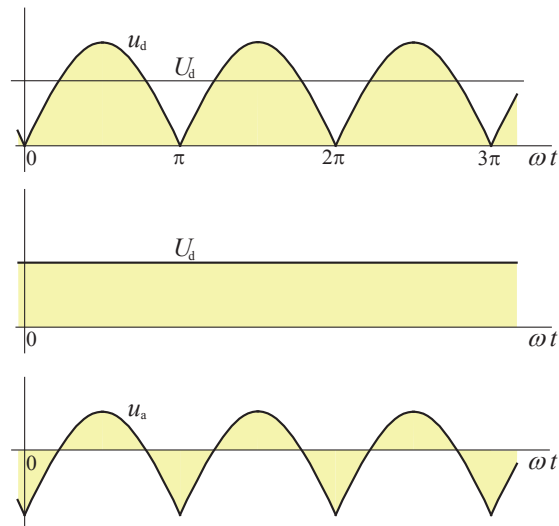


Fig. 2.11 – Tensão rectificadora u_d decomposta na sua componente contínua U_d e na parte de distorção u_a .

A decomposição harmónica de u_d , calculada no Ex. 1 do Anexo B, é a seguinte:

$$u_d = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{k+1}}{4k^2 - 1} \cos(2k\omega t) \right] \quad (2.18)$$

Neste desenvolvimento, k representa a ordem da harmónica referida à frequência base da grandeza periódica u_d . Note-se que esta frequência é dupla da frequência da tensão u de entrada. O espectro de amplitudes das harmónicas de u_d está representado na fig. 2.12. Nele se vê o valor médio (risca correspondente a $k=0$) bem como as amplitudes das harmónicas que constituem a parte de distorção.

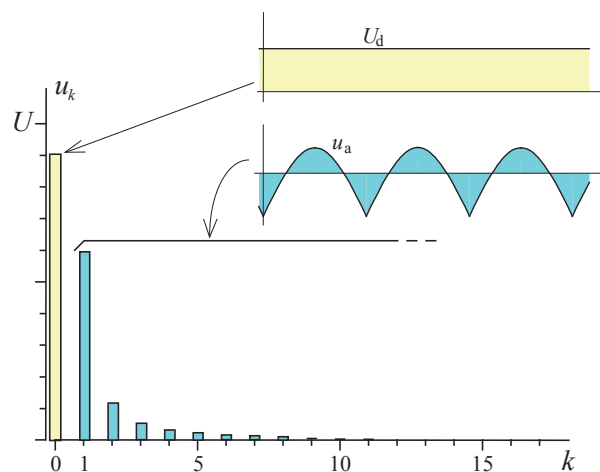


Fig. 2.12 – Espectro de amplitudes das harmónicas da tensão rectificadora. Habitualmente u tem frequência de 50Hz, pelo que a primeira harmónica de u_d ($k=1$) corresponderá a 100Hz.

RECTIFICADOR BIFÁSICO DE PONTO MÉDIO

A fig. 2.13 mostra o mesmo esquema de rectificador com **carga R-L** e a fig. 2.14 apresenta os diagramas correspondentes ao funcionamento desta montagem a partir do estado de repouso. Globalmente, regista-se uma **fase transitória** de funcionamento do circuito, composta de sucessivos fenómenos transitórios que ocorrem com cada comutação de válvulas; com o decurso do tempo o circuito tende para o funcionamento periódico que caracteriza o **regime permanente**.

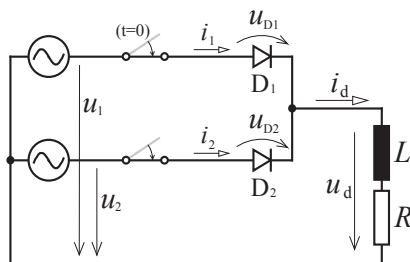


Fig. 2.13 – Circuito de rectificação bifásico de ponto médio não controlado com carga resistiva-indutiva.

Admite-se que o circuito estava em repouso (i.e. com corrente nula) e, em $t=0$, é fechado o interruptor, começando a circular corrente através de D_1 que é o diodo que passa a ter maior potencial no ânodo. Nessa situação aparece uma tensão $u = \sqrt{2}U \sin(\omega t)$ aplicada à carga e o comportamento do circuito é regido por

$$u = L \frac{di_d}{dt} + Ri_d \quad (2.19)$$

O regime transitório que começa por ocorrer calcula-se exactamente como foi visto na secção 2.2. A componente forçada exprime-se por

$$i_{df} = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\omega t - \phi), \quad \text{com } Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad \text{e } \phi = \arctg(\omega L/R) \quad (2.20)$$

e a componente livre por

$$i_{dl} = K e^{-\frac{R}{L}t} \quad (2.21)$$

A amplitude desta exponencial decrescente com constante de tempo $\tau = L/R$ tem de ser tal que assegure a continuidade da corrente na passagem de $t=0^-$ para $t=0^+$. Assim, em $t=0$ terá de ser $i_{df}(0) + i_{dl}(0) = i_d(0)$, ou seja, $i_{df}(0) + K e^{-\frac{R}{L}0} = 0$, donde

$$K = -i_{df}(0) = -\frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(-\phi) = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\phi).$$

RECTIFICADORES NÃO CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

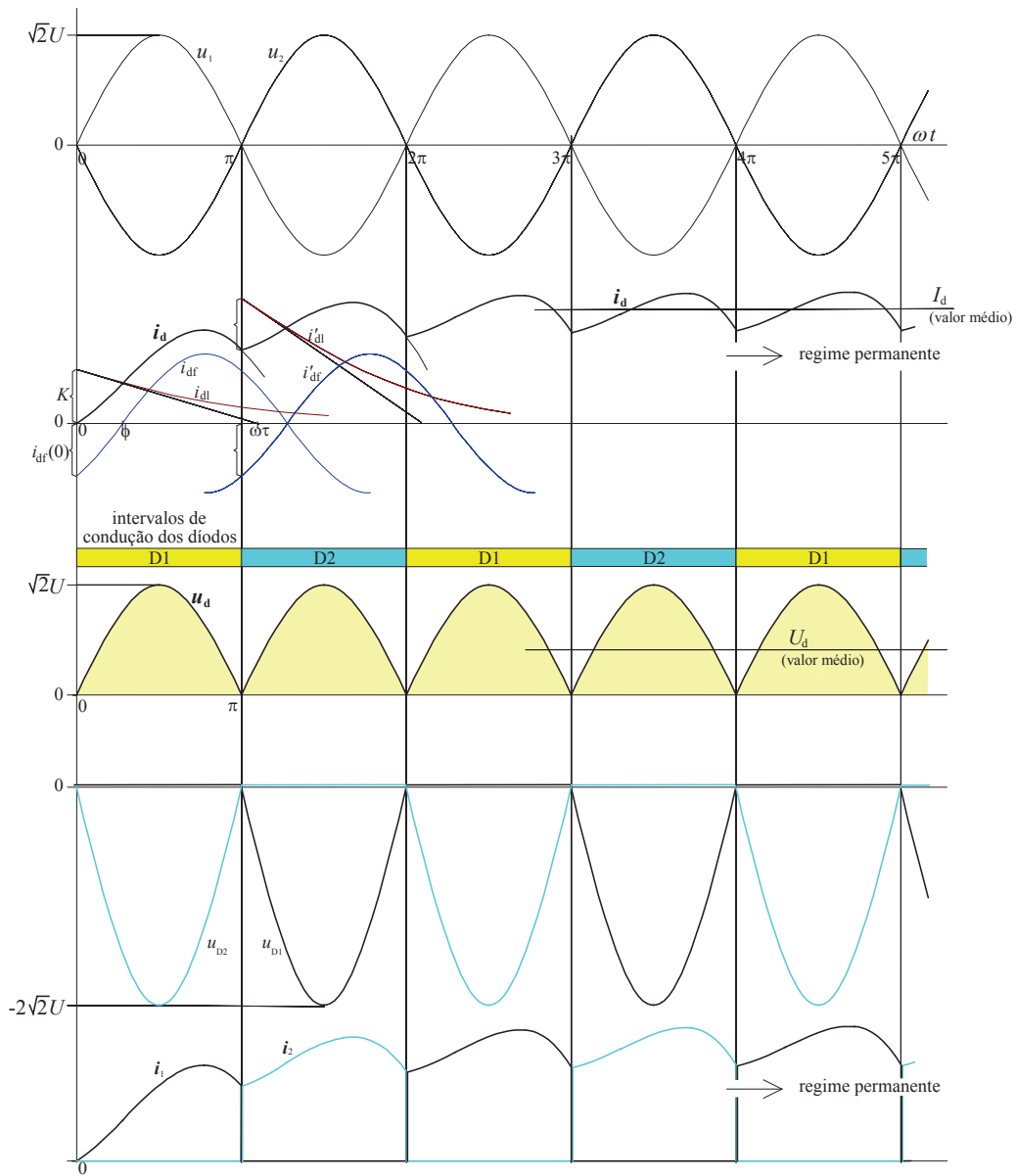


Fig. 2.14 - Diagramas de funcionamento do circuito de rectificação bifásico de ponto médio, não controlado, com carga $R-L$.

Estes aspectos estão patentes com mais destaque na fig. 2.15a. A corrente na carga tem, pois, a expressão analítica seguinte enquanto o diodo D_1 estiver a conduzir:

$$i_d = i_{df} + i_{dl} = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\omega t - \phi) + \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\phi) e^{-\frac{R}{L}t} \quad (2.22)$$

RECTIFICADOR BIFÁSICO DE PONTO MÉDIO

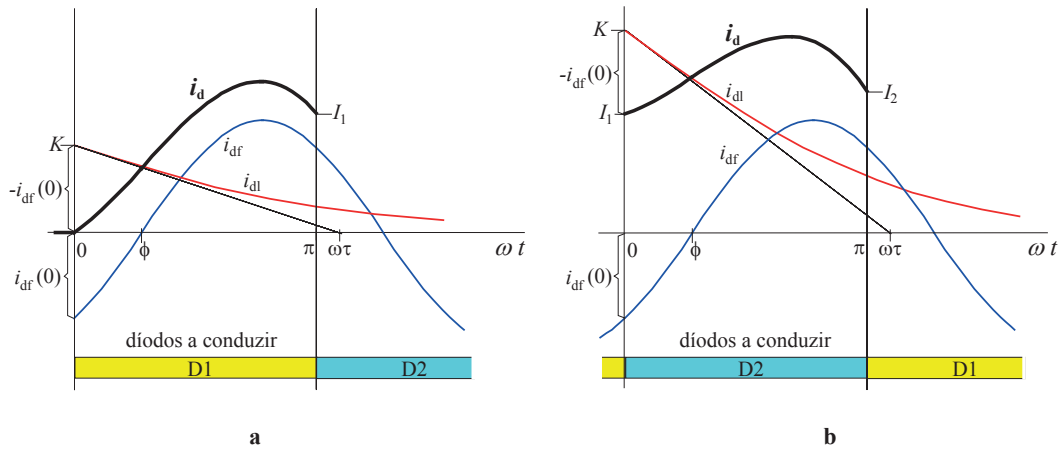


Fig. 2.15 – Detalhes do regime transitório do circuito a partir do repouso: **a** - durante o primeiro intervalo de condução de D_1 ; **b** - durante o intervalo imediatamente a seguir em que D_2 passou à condução (convencionou-se nova origem do tempo neste caso).

A partir de $\omega t = \pi$ o diodo D_2 passa a ter o maior potencial de ânodo e toma conta da condução da corrente de carga, passando D_1 ao estado de bloqueio (polarizado inversamente). Surge então uma nova situação transitória que pode ser acompanhada através da fig. 2.15b. Para maior simplicidade adoptou-se uma nova origem de tempo no instante de comutação entre os díodos; nestas condições a tensão aplicada à carga é $u = \sqrt{2}U \sin(\omega t)$ e o comportamento do circuito obedece às equações (2.19) a (2.21) vistas atrás.

Todavia, agora o valor inicial de corrente não será nulo, mas antes um valor I_1 que se pode calcular através da eq. (2.21) para $\omega t = \pi$:

$$I_1 = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\pi - \phi) + \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\phi) e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}$$

Assim, a condição de continuidade da corrente em $t=0$ obriga a ter $i_{df}(0) + i_{dl}(0) = I_1$, ou seja, $i_{df}(0) + K e^{-\frac{R}{L}t} = I_1$, donde

$$K = I_1 - i_{df}(0) = I_1 + \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\phi)$$

Finalmente, a expressão analítica da corrente no intervalo de condução de D_2 , tendo em atenção o referencial de tempo com a origem adoptada na fig. 2.15b, será

$$i_d = i_{df} + i_{dl} = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\omega t - \phi) + \left[I_1 + \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\phi) \right] e^{-\frac{R}{L}t} \quad (2.23)$$

A partir do instante em que a tensão u_1 se tornar novamente maior do que u_2 , D_1 volta a entrar à condução, dando lugar a uma nova situação transitória, agora com corrente inicial I_2 ligeiramente superior a I_1 . Depois, segue-se outro intervalo de condução de D_2 findo o qual a

corrente fica com um valor ligeiramente superior ao valor inicial I_x , e assim sucessivamente, como se observa na fig. 2.14. Registam-se sempre pequenos acréscimos entre o valor da corrente no início e no fim de cada intervalo de condução. Mas trata-se de acréscimos cada vez menores, de modo que a corrente no circuito tende para uma evolução periódica (de regime permanente ou estacionário) em que a corrente tem valores iguais no início e no fim de cada intervalo.

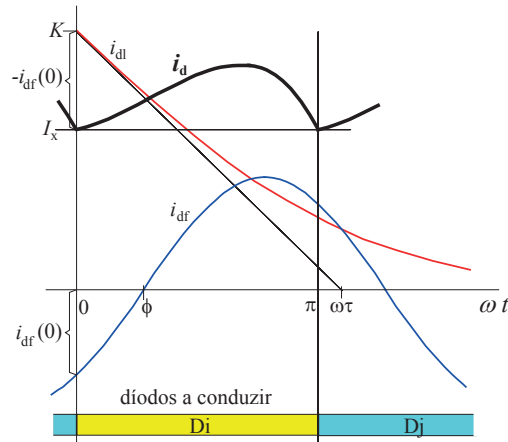


Fig. 2.16 – Detalhes da evolução da corrente rectificada em regime permanente (origem do tempo foi convencionada para o início de um intervalo de condução).

Uma vez estabelecido o **regime permanente**, em cada intervalo de condução de um diodo a corrente i_d tem a evolução representada na fig. 2.16, começando e terminando com o mesmo valor I_x . A expressão analítica desta corrente pode obter-se pelo processo visto antes, sendo a seguinte:

$$i_d = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\omega t - \phi) + \left[I_x + \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\phi) \right] e^{-\frac{R}{L}t} \quad (2.24)$$

com $i_d(\omega t = \pi) = I_x$, ou seja,

$$I_x = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\pi - \phi) + \left[I_x + \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\phi) \right] e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}$$

$$I_x = \frac{\sqrt{2}U \sin(\pi - \phi) + \sin(\phi) e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}{1 - e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}}$$

É interessante averiguar o **efeito do coeficiente de autoindução L** no comportamento do circuito em estudo. O caso de $L=0$ (carga puramente resistiva) já foi analisado antes. Tomando valores crescentes de L , após análise, constata-se (cf. fig. 2.17) que a corrente no circuito tem crescimento mais lento na fase de arranque do circuito e tem uma ondulação mais

suave, mas acaba com o mesmo valor médio de regime permanente. Com L muito grande ($L \rightarrow \infty$) a corrente tende a ser perfeitamente lisa.

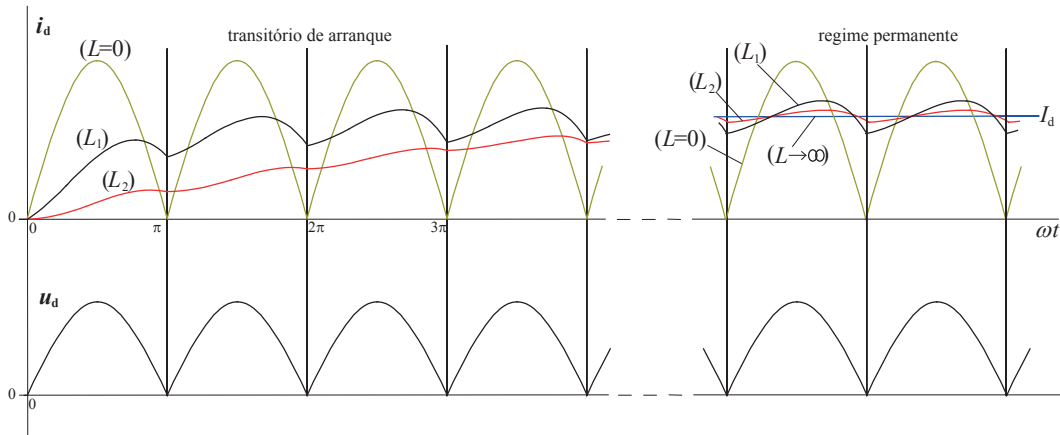


Fig. 2.17 – Evolução da corrente i_d para diferentes valores de L ($0 < L_1 < L_2$) e com R invariável.

Podem encarar-se globalmente o estabelecimento da corrente no circuito, ignorando a ondulação ao nível de cada ciclo, como uma evolução de tipo exponencial com constante de tempo $\tau=L/R$. Logo, quanto maior for L (para R constante) mais tempo demora a atingir o regime permanente.

É altura de recorrer ao Ex. 2 do Anexo B, onde foi calculado o desenvolvimento em série de Fourier de uma corrente idêntica a i_d em regime permanente. Nesse exemplo prova-se que o aumento de L (para R constante) provoca o alisamento da corrente mas, por outro lado, não afecta o seu valor médio que continua a ser dado por $I_d=U_d/R$.

Esta última relação também pode ser comprovada procedendo ao cálculo do valor médio de u_d por integração ao longo de um período T desta, tendo em conta que $u_d = L \frac{di_d}{dt} + Ri_d$:

$$\begin{aligned}
 U_d &= \frac{1}{T} \int_0^T u_d(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \left[L \frac{di_d}{dt} + Ri_d \right] dt = \frac{1}{T} \int_0^T L \frac{di_d}{dt} dt + \frac{1}{T} \int_0^T Ri_d dt = L \frac{1}{T} \int_0^T di_d + R \frac{1}{T} \int_0^T i_d dt = \\
 &= L \frac{1}{T} \underbrace{[i_d(T) - i_d(0)]}_0 + R \frac{1}{T} \int_0^T i_d dt = RI_d
 \end{aligned}$$

Teve-se em consideração que $i_d(T) = i_d(0) = I_x$ e atendeu-se à definição de valor médio de i_d . Conforme se esperava, o resultado confirma que só a resistência interfere na relação entre valores médios (componentes contínuas) de tensão e de corrente.

Uma vez que a forma da tensão rectificada é igual à que se regista com carga resistiva pura, o seu valor médio continua a ser dado por:

$$U_d = \frac{2\sqrt{2}U}{\pi} \approx 0,9U \quad (2.14)$$

Conforme visto no caso da carga puramente resistiva, cada diódo está sujeito a uma tensão inversa de pico de $\sqrt{2}U$ e, em regime permanente, é atravessado por uma corrente com valor médio igual a metade do valor médio da corrente na carga (cf. fig. 2.13).

2.4- Rectificador trifásico de ponto médio

As topologias de rectificadores polifásicos de ponto médio surgem naturalmente como generalizações dos rectificadores estudados antes para um maior número de fases.

Antes de prosseguir convém rever o funcionamento de grupos de díodos com terminais interligados, pois estas configurações surgem sistematicamente nos rectificadores. Num grupo de **díodos com cátodos ligados entre si** (cf. fig. 2.18a) só pode conduzir o diódo que tiver o maior potencial no ânodo, pois todos os outros díodos (com potenciais inferiores nos ânodos) ficam polarizados inversamente. Num grupo de **díodos com ânodos ligados entre si** (cf. fig. 2.18b) só pode conduzir o diódo que tiver o menor potencial no ânodo, pois todos os outros díodos (com potenciais superiores nos cátodos) ficam polarizados inversamente.

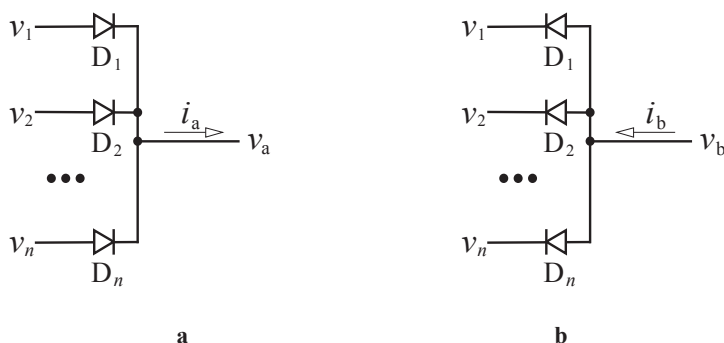


Fig. 2.18 – **a** - Grupo de díodos ligados com cátodo-comum: se existir um diódo a conduzir será D_i : $v_i = \max\{v_1, \dots, v_n\}$ e $v_a = v_i$. **b** - Grupo de díodos ligados com ânodo-comum: se existir um diódo a conduzir será D_i : $v_i = \min\{v_1, \dots, v_n\}$ e $v_a = v_i$.

Passa a analisar-se o funcionamento do circuito de rectificação trifásico de ponto médio, não controlado, cujo esquema está representado na fig. 2.19. No lado de alterna é aplicado um sistema trifásico simétrico de tensões sinusoidais simples com valor eficaz U :

$$u_1 = \sqrt{2}U \sin(\omega t), \quad u_2 = \sqrt{2}U \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad u_3 = \sqrt{2}U \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.25)$$

RECTIFICADOR TRIFÁSICO DE PONTO MÉDIO

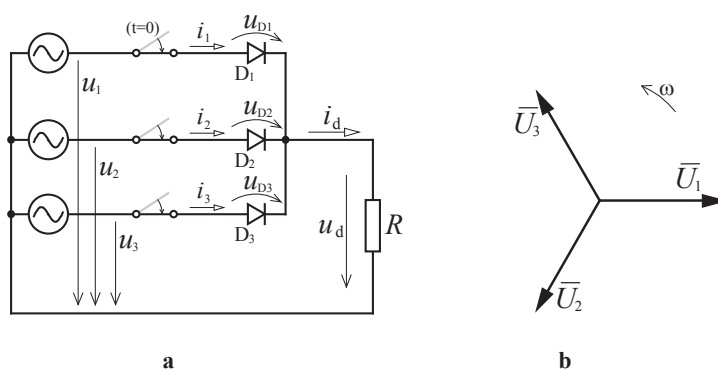


Fig. 2.19 – a: Esquema do circuito de rectificação trifásico de ponto médio não controlado com carga resistiva; b: fasores de um sistema trifásico de tensões.

Tome-se mais uma vez o ponto médio da fonte como referência dos potenciais no circuito (i.e. como ponto de potencial 0). O potencial no cátodo de cada diodo tem o valor da tensão na respectiva fase.

A fig. 2.20 mostra os diagramas de funcionamento deste conversor com carga puramente resistiva. Admitindo que existe um interruptor trifásico que fecha no instante $t=0$, como nessa ocasião u_3 é a tensão mais elevada, o diodo D_3 entra à condução, circulando através dele a corrente na carga; esta situação mantém-se enquanto D_3 continuar a ser aquele que tem maior potencial no ânodo, pois, como este potencial fica aplicado ao terminal positivo da carga, os restantes díodos mantêm-se polarizados inversamente. A partir de $\omega t = \pi/6$, u_1 torna-se a tensão mais elevada e o diodo D_1 passa a conduzir sozinho a corrente de carga até $\omega t = 5\pi/6$, impondo $u_d = u_1$. A partir daí e até $\omega t = 7\pi/6$, u_2 torna-se a tensão mais elevada e o diodo D_2 fica a conduzir. Depois volta a entrar D_3 à condução, assim prosseguindo ciclicamente.

A tensão rectificada, em cada instante, coincide com a tensão de fase com valor mais elevado; por outras palavras, coincide com a envolvente superior das tensões u_1 , u_2 e u_3 :

$$u_d = \max_t \{u_1, u_2, u_3\} \quad (2.26)$$

O seu valor médio obtém-se por:

$$\begin{aligned} U_d &= \frac{1}{\tau} \int_0^\tau u_d(t) dt = \frac{1}{2\pi/3} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} u_d(\omega t) d(\omega t) = \frac{3}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} \sqrt{2}U \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{3\sqrt{2}U}{2\pi} [-\cos(\omega t)]_{\omega t = \pi/6}^{\omega t = 5\pi/6} \\ &= \frac{3\sqrt{2}U}{2\pi} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right] \\ U_d &= \frac{3\sqrt{6}U}{2\pi} \approx 1,17U \end{aligned} \quad (2.27)$$

O valor médio da corrente rectificada quando a carga é linear passiva, como se sabe, vem dado por $I_d = U_d / R$.

RECTIFICADORES NÃO CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

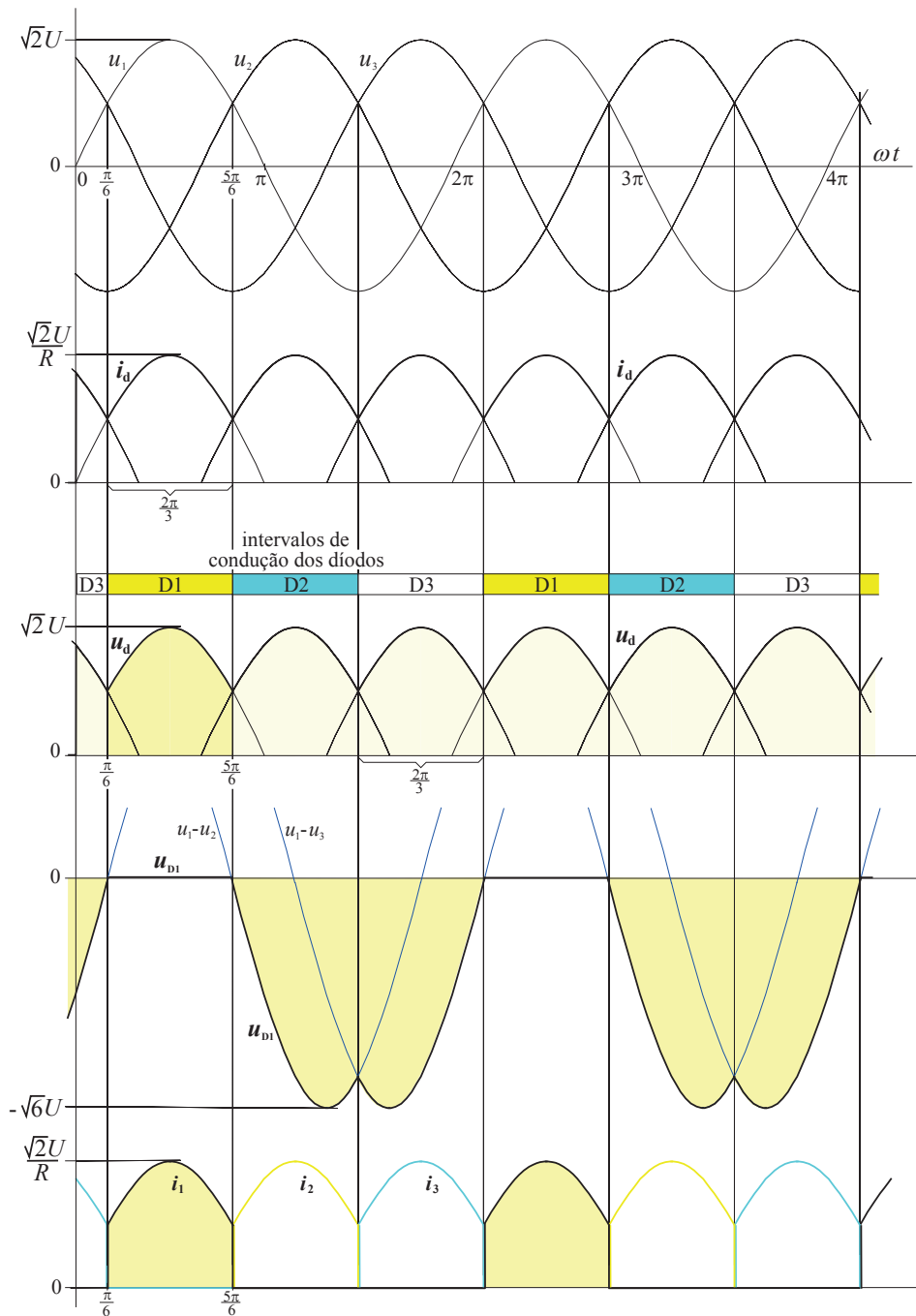


Fig. 2.20 - Diagramas de funcionamento do circuito de retificação trifásico de ponto médio não controlado com carga puramente resistiva: u_1, u_2, u_3 =sistema trifásico de tensões sinusoidais com valor eficaz U , u_d =tensão retificada, i_d =corrente retificada, u_{D1}, u_{D2}, u_{D3} =tensões aplicadas aos diodos, i_1, i_2, i_3 =correntes que atravessam os diodos.

Neste conversor cada diodo é submetido periodicamente a uma tensão inversa de pico de $\sqrt{6}U$, ou seja, ao valor máximo da tensão composta (entre fases), e é atravessado por uma corrente com valor médio igual a um terço do valor médio da corrente na carga (cf. fig. 2.20).

Para uma mesma frequência das tensões alternadas de entrada a tensão u_d tem uma componente de distorção (u_a) com amplitude nitidamente menor do que no caso do rectificador bifásico de ponto médio (cf. fig^{as}. 2.11 e 2.21a). O período de u_d é igual a um terço do período das tensões de entrada; no rectificador bifásico era metade. Costuma caracterizar-se este facto definindo uma grandeza chamada **índice de pulsação** (símbolo p) que traduz a relação entre o período T das tensões de entrada e o período τ da tensão rectificada. Assim, o presente circuito tem índice de pulsação 3 e o anterior tinha índice de pulsação $p=2$.

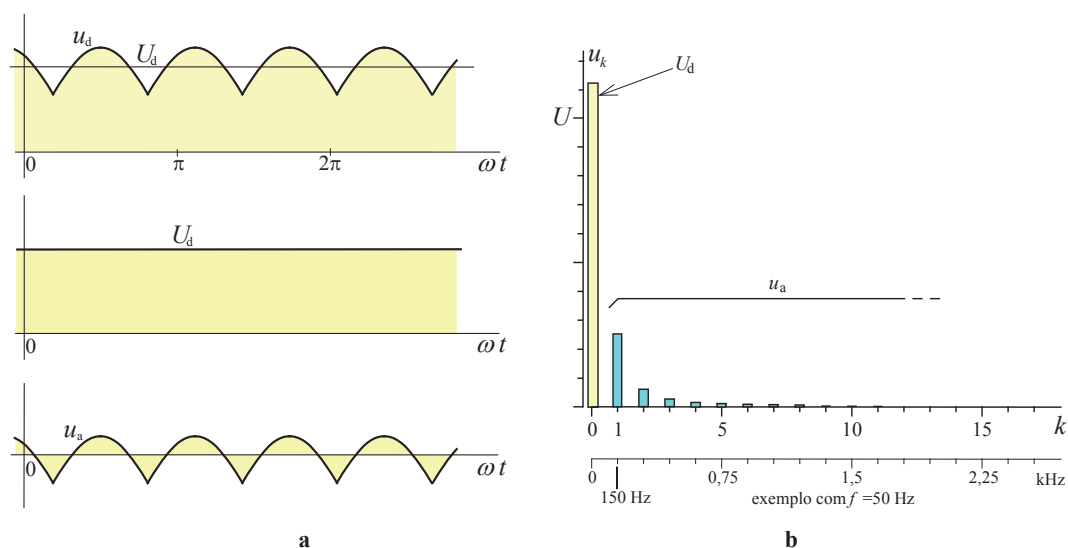


Fig. 2.21 – a: tensão rectificada u_d decomposta na sua componente contínua U_d e na parte de distorção u_a .
b: espectro harmónico de u_d , mostrando as frequências das harmónicas no caso de alimentação a 50Hz.

O valor eficaz da tensão rectificada determina-se por

$$U_{\text{def}} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} u_d^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi/3} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} u_d^2(\omega t) d(\omega t)} = \sqrt{\frac{3}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} [\sqrt{2}U \sin(\omega t)]^2 d(\omega t)} = \sqrt{\frac{3U^2}{\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} [\sin(\omega t)]^2 d(\omega t)}$$

Como $\sin^2(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2x)$, $\int \sin^2(x) dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \sin(2x) + K$, logo,

$$U_{\text{def}} = \sqrt{\frac{3U^2}{\pi} \left[\frac{1}{2}\omega t - \frac{1}{4} \sin(2\omega t) \right]_{\omega t=\pi/6}^{\omega t=5\pi/6}} = \sqrt{\frac{3U^2}{4\pi} \left[2 \frac{2\pi}{3} - \sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \right]}$$

$$U_{\text{def}} = U \sqrt{1 + \frac{3\sqrt{3}}{4\pi}} \approx 1,19U \tag{2.28}$$

O factor de tremor neste caso tem o valor

$$F = \frac{U_{\text{aef}}}{U_d} = \frac{\sqrt{U^2 - U_d^2}}{U_d} \approx 0,19 \tag{2.29}$$

que é um valor bastante inferior ao da rectificação bifásica de ponto médio (cf. eq. 2.17).

A análise harmónica de u_d pode ser feita adoptando um referencial como o da fig. 2.22, no qual a mesma é uma função par (cf. Anexo B). Assim resulta $a_k=0$ para todo o $k \geq 1$. Nestas condições

$$u_d = \sqrt{2}U \cos(\omega t) \text{ para } -\pi/6 \leq \omega t \leq \pi/6 \quad (2.30)$$

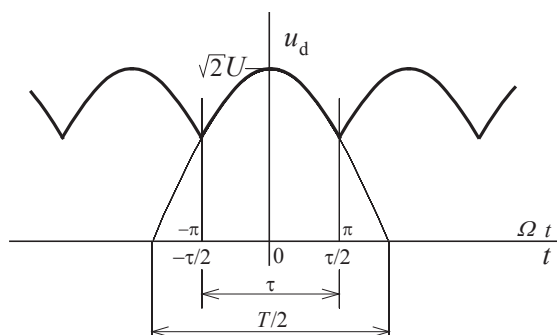


Fig. 2.22 - Diagrama de u_d num referencial onde esta constitui uma função par.

O termo que representa o valor médio U_d já foi calculado – eq. (2.27). Os restantes coeficientes não nulos, tendo em atenção que $\tau=T/3$ e que $\Omega=3\omega$, calculam-se por

$$\begin{aligned} b_k &= \frac{2}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \sqrt{2}U \cos(\omega t) \cos(k\Omega t) dt = \frac{6}{T} \int_{-T/6}^{T/6} \sqrt{2}U \cos(\omega t) \cos(k3\omega t) dt \\ &= \frac{6\sqrt{2}U}{2\pi/\omega} \int_{-\pi/3}^{\pi/3} \cos(\omega t) \cos(3k\omega t) \frac{d(\omega t)}{\omega} = \frac{3\sqrt{2}U}{2\pi} \int_{-\pi/3}^{\pi/3} \cos(\omega t) \cos(3k\omega t) \frac{d(\omega t)}{\omega} \\ &= \frac{3\sqrt{2}U}{\pi} \int_{-\pi/3}^{\pi/3} \cos(\alpha) \cos(3k\alpha) d\alpha = \frac{3\sqrt{2}U}{2\pi} \int_{-\pi/3}^{\pi/3} \left\{ \cos[(3k+1)\alpha] + \cos[(3k-1)\alpha] \right\} d\alpha \\ &= \frac{3\sqrt{2}U}{2\pi} \left\{ \frac{2 \sin\left[(3k+1)\frac{\pi}{3}\right]}{3k+1} + \frac{2 \sin\left[(3k-1)\frac{\pi}{3}\right]}{3k-1} \right\} = \frac{3\sqrt{2}U}{2\pi} \left[\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}(-1)^k}{3k+1} + \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}(-1)^{k+1}}{3k-1} \right] \\ b_k &= \frac{3\sqrt{6}U}{2\pi} \frac{2(-1)^{k+1}}{9k^2 - 1} \quad (2.31) \end{aligned}$$

É importante conhecer o teor harmónico, i.e., os módulos das amplitudes das harmónicas, cujo espectro pode ser observado na fig. 2.21b:

$$|b_k| = \frac{3\sqrt{6}U}{2\pi} \frac{2}{9k^2 - 1} = U_d \frac{2}{9k^2 - 1} \quad (2.32)$$

A série de Fourier de $u_d(t)$ exprime-se por

$$u_d = \frac{3\sqrt{6}U}{2\pi} \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{k+1}}{9k^2 - 1} \cos(3k\omega t) \right] \quad (2.33)$$

O esquema do mesmo rectificador com **carga R-L** consta da fig. 2.23. Os diagramas temporais correspondentes ao seu funcionamento a partir do estado de repouso estão representados na fig. 2.24. Naturalmente ocorre primeiro uma fase global transitória de “arranque” do circuito, composta de sucessivos fenómenos transitórios na sequência de cada comutação entre díodos, tendendo para um funcionamento periódico que corresponde ao chamado regime permanente.

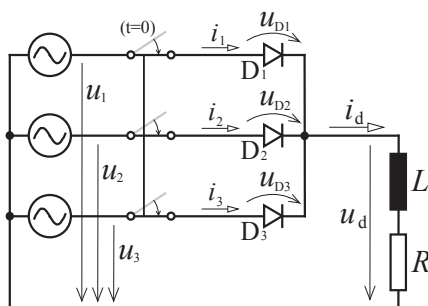


Fig. 2.23 – Circuito de rectificação trifásico de ponto médio não controlado com carga resistiva-indutiva.

O processo transitório pode ser estudado de forma idêntica ao que se fez na secção 2.3 – eq. (2.19) e seguintes – e que aqui não se apresenta para maior brevidade: quando cada diódo termina o seu intervalo de condução, a corrente i_d tem valor superior ao que tinha no início desse intervalo de condução; todavia, esses acréscimos tendem para zero e, em regime permanente, a corrente adquire um andamento periódico em torno do valor médio.

Considerando o início dos tempos quando um diódo começa a conduzir (cf. fig. 2.25), a expressão analítica da corrente será

$$i_d = i_{dl} + i_{df} = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6} - \phi) + Ae^{-\frac{R}{L}t} \quad (2.34)$$

Em $t=0$ regista-se $i_d(0)=I_x$ e em $t = \frac{2\pi}{3\omega}$ também se tem $i_d\left(\frac{2\pi}{3\omega}\right) = I_x = i_d(0)$, logo,

$$\frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin\left(\frac{\pi}{6} - \phi\right) + A = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6} - \phi\right) + Ae^{-\frac{2R\pi}{3\omega L}}$$

donde se obtém

$$A = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \left[\sin\left(\frac{\pi}{6} - \phi\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{6} - \phi\right) \right] / \left(1 - e^{-\frac{2R\pi}{3\omega L}} \right) = \frac{\sqrt{2}U \sin(\phi)}{Z \left(e^{-\frac{2R\pi}{3\omega L}} - 1 \right)}$$

RECTIFICADORES NÃO CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

Pode escrever-se então a expressão analítica da corrente em regime permanente:

$$i_d = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6} - \phi) + \frac{\sqrt{3} \sin \phi}{\frac{2R\pi}{3\omega L} - 1} e^{-\frac{R}{L}t} \quad \text{para } 0 \leq \omega t \leq 2\pi/3 \quad (2.35)$$

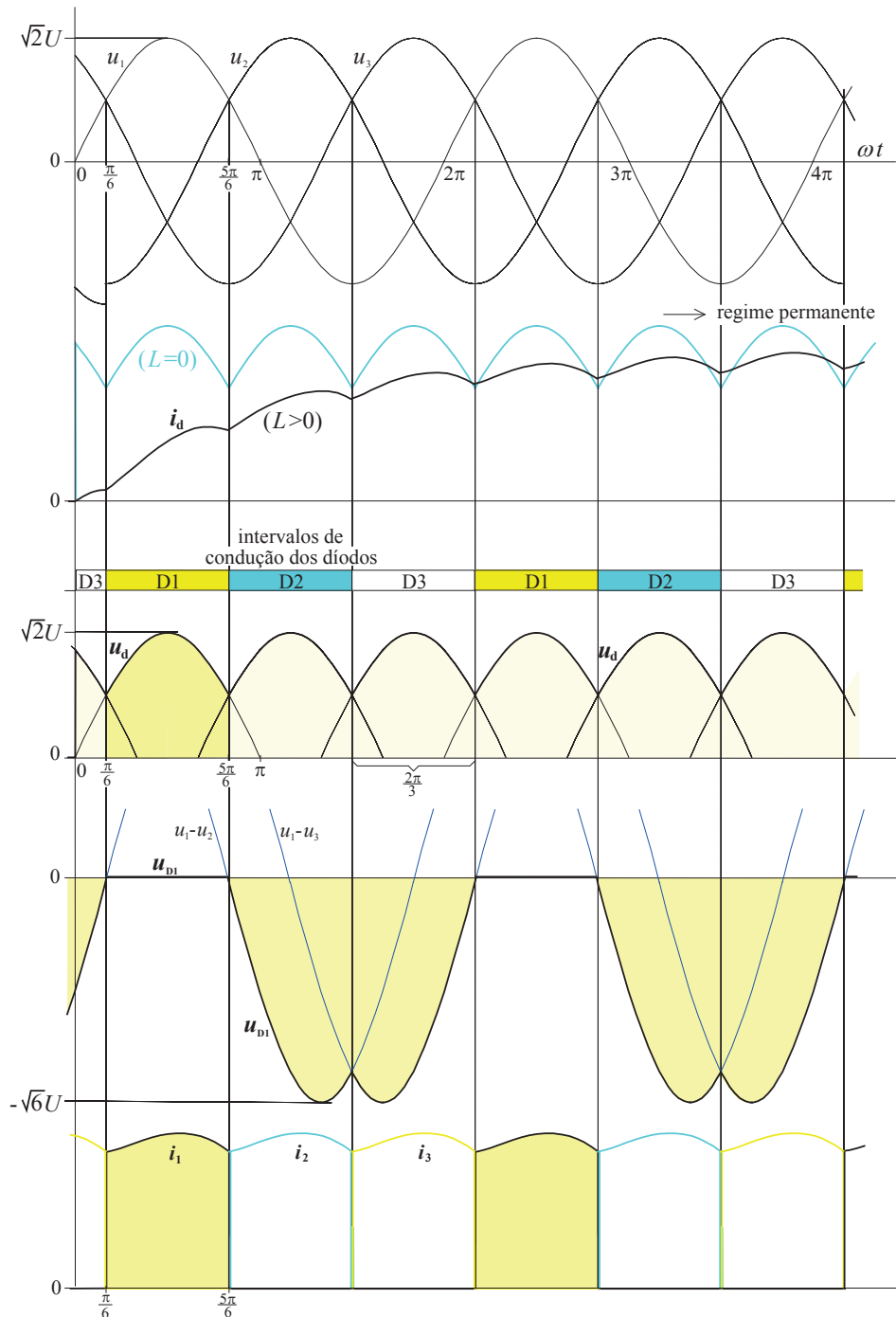


Fig. 2.24 - Diagramas de funcionamento do circuito de rectificação trifásico de ponto médio, não controlado, com carga $R-L$.

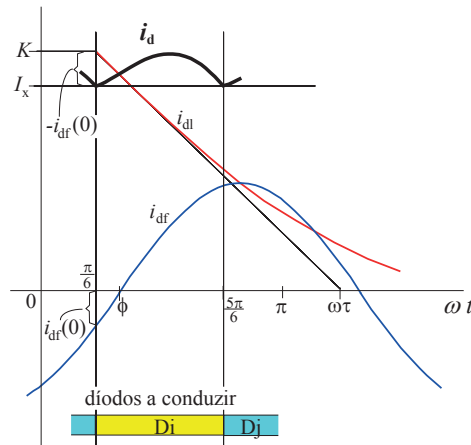


Fig. 2.25 – Detalhes da evolução da corrente rectificadora em regime permanente (a origem do tempo foi convenionada para o início de um intervalo de condução).

As amplitudes das harmónicas da corrente obtêm-se das correspondentes de tensão por

$$p_k = 0, \quad |q_k| = \frac{|b_k|}{Z_k} = \frac{3\sqrt{6}U}{2\pi Z_k} \frac{2}{(9k^2 - 1)} \quad \text{com } Z_k = \sqrt{R^2 + (3k\omega L)^2} \quad (2.36)$$

Considerando como primeira hipótese de análise o **caso de $L=0$** (carga resistiva pura) encontra-se

$$|q_k| = \frac{3\sqrt{6}U}{2\pi R} \frac{2}{(9k^2 - 1)}$$

Neste caso, $i_d = u_d / R$ e, em valores eficazes, também será $I_{\text{def}} = \frac{U_{\text{def}}}{R} \approx \frac{1,19U}{R}$. Mas como $U_d \approx 1,17U$ fica $I_{\text{def}} \approx \frac{1,19U_d}{1,17R} \approx 1,017I_d$, i.e. I_{def} é superior a I_d em menos de 2%.

Considere-se agora o **caso de $\omega L=R$** . Tem-se $Z_k = \sqrt{R^2 + (3kR)^2} = R\sqrt{9k^2 + 1}$ e a amplitude de cada harmónica será

$$|q_k| = \frac{3\sqrt{6}U}{2\pi R} \frac{2}{(9k^2 - 1)\sqrt{9k^2 + 1}}$$

O valor eficaz de cada harmónica é igual ao obtido na última expressão dividido por $\sqrt{2}$. O valor eficaz total da corrente pode calcular-se por

$$I_{\text{def}} = \sqrt{I_d^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{q_k}{\sqrt{2}} \right)^2} = \frac{3\sqrt{6}U}{2\pi R} \sqrt{1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{(9k^2 - 1)^2 (9k^2 + 1)}}$$

cujo resultado aproximado obtido por cálculo numérico é $I_{\text{def}} \approx 1,00158I_d$, ou seja, I_{def} é superior a I_d em menos de 0,2%.

Pelos exemplos analisados conclui-se que, para dimensionamento, se poderá tomar $I_{\text{def}} \approx I_d$ sem grande erro. Também se conclui, mais uma vez, que quanto maior for L mais lisa fica a corrente. Neste rectificador com índice de pulsação 3, o valor de L requerido para um bom alisamento da corrente rectificadora é manifestamente inferior ao necessário num rectificador com índice de pulsação 2, como se verifica comparando os resultados de ambos no caso de $\omega L=R$.

2.5- Rectificador hexafásico de ponto médio

Na prática, os esquemas de rectificação mais comuns são baseados em sistemas monofásicos, trifásicos, ou com números de fases múltiplos destes. O circuito de rectificação cujo esquema se observa na fig. 2.26a serve essencialmente para ilustrar um caso polifásico com seis fases.

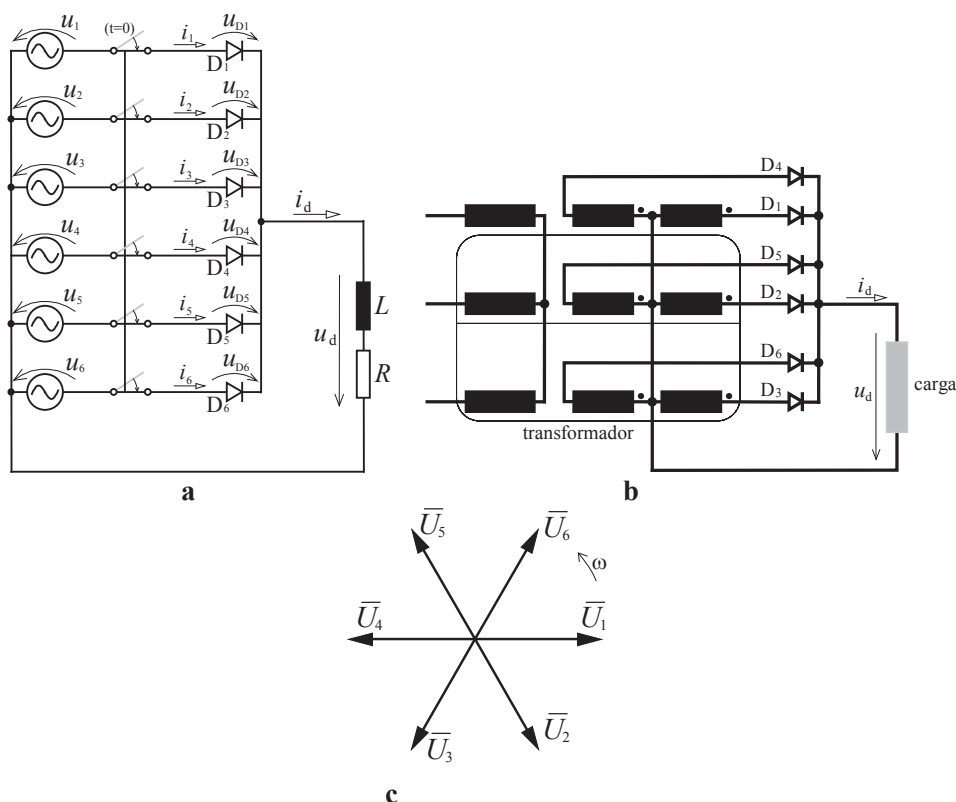


Fig. 2.26 – a: representação esquemática do circuito de rectificação hexafásico de ponto médio não controlado com carga R-L; b: esquema de enrolamentos de um transformador que pode ser utilizado para criar um sistema hexafásico de tensões a partir de um sistema trifásico; c: fasores do sistema hexafásico de tensões.

A fig. 2.26b mostra como tal sistema se pode construir a partir de um transformador trifásico, usando dois enrolamentos secundários em oposição em cada coluna do transformador. Deste modo obtém-se o sistema de tensões simples cujos fasores estão representados na fig. 2.26c e cuja evolução temporal, para o caso de valor eficaz U , se exprime por

$$u_i = \sqrt{2}U \sin\left(\omega t - (i-1)\frac{\pi}{3}\right), \quad i = 1, \dots, 6 \quad (2.37)$$

Note-se que neste sistema se podem encontrar três tipos diferentes de tensões compostas: um tipo com amplitude igual à das tensões simples (entre fases consecutivas), outro com amplitude $\sqrt{3}$ vezes maior (entre fases com fasores desfasados de 120°) e outro com amplitude duas vezes maior (entre fases com fasores em oposição).

O funcionamento do circuito pode ser inferido dos diagramas da fig. 2.27, não se repetindo aqui a descrição textual por ser análoga à dos casos anteriores. No caso geral de carga R-L volta a encontrar-se um transitório global quando o circuito começa a funcionar a partir do repouso, culminando no funcionamento de regime permanente. O circuito é constituído por díodos ligados com cátodo comum, pelo que a tensão rectificada se exprime por $u_d = \max\{u_1, u_2, \dots, u_6\}$. O seu valor médio calcula-se por

$$U_d = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau u_d(t) dt = \frac{1}{\pi/3} \int_{\pi/3}^{2\pi/3} u_d(\omega t) d(\omega t) = \frac{3}{\pi} \int_{\pi/3}^{2\pi/3} \sqrt{2}U \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{3\sqrt{2}U}{\pi} [-\cos(\omega t)]_{\omega t=\pi/3}^{\omega t=2\pi/3}$$

$$U_d = \frac{3\sqrt{2}U}{\pi} \approx 1,35U \quad (2.38)$$

O valor eficaz desta tensão obtém-se por

$$U_{\text{def}} = \sqrt{\frac{3}{\pi} \int_{\pi/3}^{2\pi/3} (\sqrt{2}U \sin(\omega t))^2 d(\omega t)} = U \sqrt{1 + \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}} \quad (2.39)$$

e o factor de tremor por $F = \frac{\sqrt{U_{\text{def}}^2 - U_d^2}}{U_d} \approx 0,042$.

Trata-se de um rectificador com índice de pulsação $p=6$; a distorção da forma da tensão rectificada é naturalmente menor do que nos casos de índices $p=2$ e $p=3$.

A tensão inversa máxima que aparece periodicamente aplicada a um díodo tem um valor máximo igual a $2\sqrt{2}U$ (duplo da amplitude da tensão simples). Por exemplo, quando D_1 passa ao estado de bloqueio, D_2 entra à condução e fica $u_{D1}=u_1-u_2$; quando D_3 entrar à condução fica $u_{D1}=u_1-u_3$, etc.; o valor de pico ocorre quando estiver D_4 a conduzir.

Neste rectificador cada díodo só conduz durante $1/6$ do período, sendo atravessado por uma corrente cujo valor médio é $1/6$ do valor médio I_d da corrente de carga. Este facto traduz um fraco aproveitamento dos díodos. A montagem encontrou alguma utilização no passado com rectificadores de vapor de mercúrio que encerravam seis ânodos dentro de uma mesma ampola, mas actualmente, com as válvulas de semicondutores, está posta de parte.

RECTIFICADORES NÃO CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

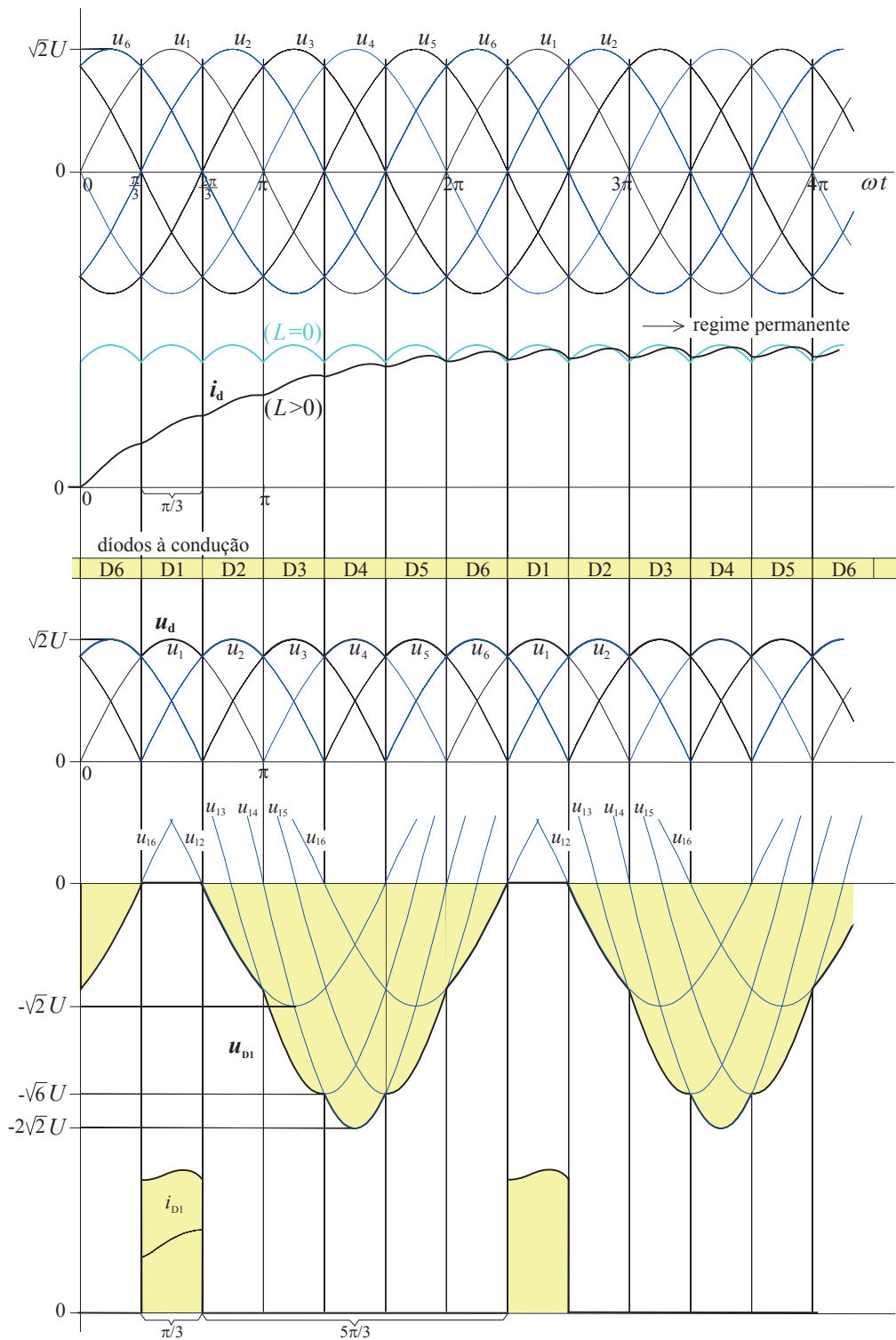


Fig. 2.27 - Diagramas de funcionamento do circuito de rectificação hexafásico de ponto médio, não controlado, com carga $R-L$.

2.6- Concepção dos rectificadores em ponte

Os rectificadores de ponto médio têm uma configuração esquemática onde surge um grupo de díodos com os respectivos cátodos (ou ânodos) todos ligados a um mesmo ponto. Mas podem-se estabelecer esquemas mais complexos pela associação em série ou em paralelo de duas ou mais montagens. É o caso dos chamados **rectificadores em ponte**, cuja topologia pode ser obtida pela associação em série, no lado de contínua, de duas montagens de ponto médio, uma com díodos ligados em cátodo comum e outra com díodos ligados em ânodo comum. A fig. 2.28 mostra como isso se passa, no caso geral polifásico.

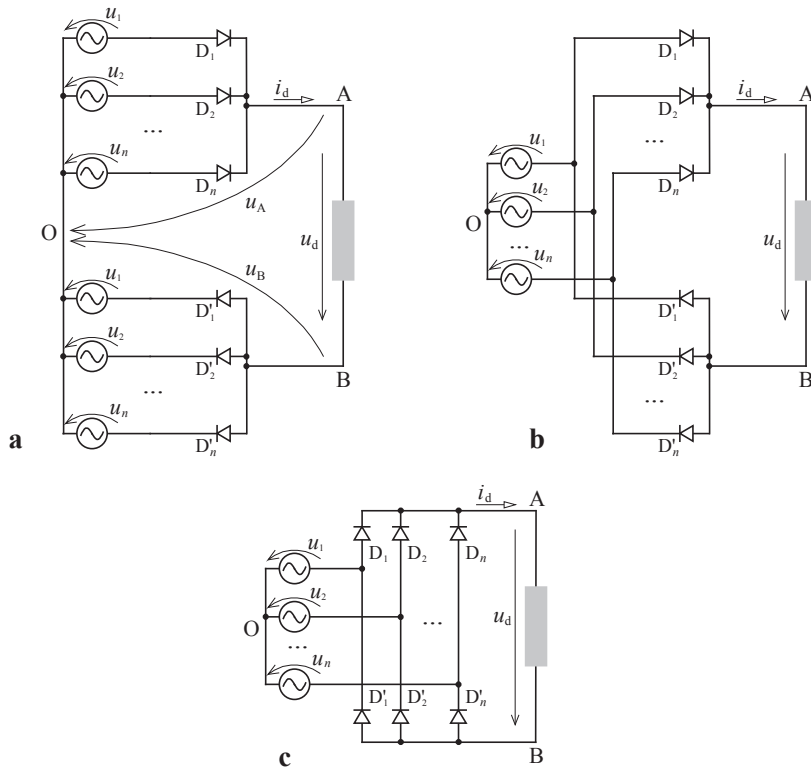


Fig. 2.28 – **a** - Associação de dois rectificadores polifásicos de ponto médio em série pelo lado de DC. **b** - Simplificação da montagem partilhando a mesma fonte de AC. **c** - Outra forma de representar a topologia de rectificador obtido em **b**, chamada topologia *em ponte*.

Como já se demonstrou, no grupo de díodos com cátodo comum poderá conduzir, em cada instante, apenas o diódo que tiver maior potencial de ânodo e, no grupo de díodos em ânodo comum só pode conduzir, em cada instante, o diódo que apresentar menor potencial no cátodo. Isto implica que a tensão rectificada, que corresponde à diferença de potencial entre os terminais A e B, resulte da diferença entra as envolventes superior e inferior das tensões simples:

RECTIFICADORES NÃO CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

$$u_d = u_A - u_B = \max_t \{u_1, \dots, u_n\} - \min_t \{u_1, \dots, u_n\} \quad (2.40)$$

Note-se também que, se não houver causas para interrupção da corrente, existirá sempre um diodo a conduzir em cada grupo e, portanto, numa montagem em ponte a tensão rectificada será, em cada instante, igual à maior das tensões entre fases. Estes aspectos estão ilustrados na fig. 2.29.

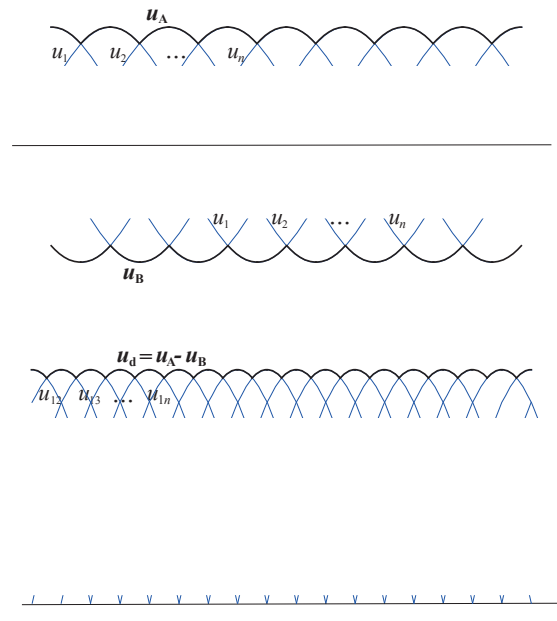


Fig. 2.29 – Diagramas das tensões num rectificador polifásico em ponte.

2.7- Rectificador monofásico em ponte

Passa a analisar-se o funcionamento do circuito de rectificação monofásico em ponte, não controlado, cujo esquema está representado na fig. 2.30a: no lado de alterna é aplicado um sistema bifásico de tensões ou então uma única tensão u com valor eficaz U . Na fig. 2.30b estão patentes algumas formas vulgares de representar a mesma topologia.

Para interpretar a operação do circuito poderia fazer-se a representação das duas tensões u_1 e u_2 e, atendendo às regras de funcionamento dos grupos de díodos com cátodo comum e com ânodo comum, concluir que conduzirão D_1 e D_4 enquanto $u_1 > u_2$ e D_2 e D_3 enquanto $u_2 > u_1$. Mas isso equivale a dizer que D_1 e D_4 conduzem enquanto $u > 0$ e D_2 e D_3 conduzem enquanto $u < 0$, conforme se representou na fig. 2.31; a tensão rectificada será $u_d = u$ sempre que D_1 e D_4 estão a conduzir e $u_d = -u$ quando estiverem D_2 e D_3 a conduzir.

RECTIFICADOR MONOFÁSICO EM PONTE

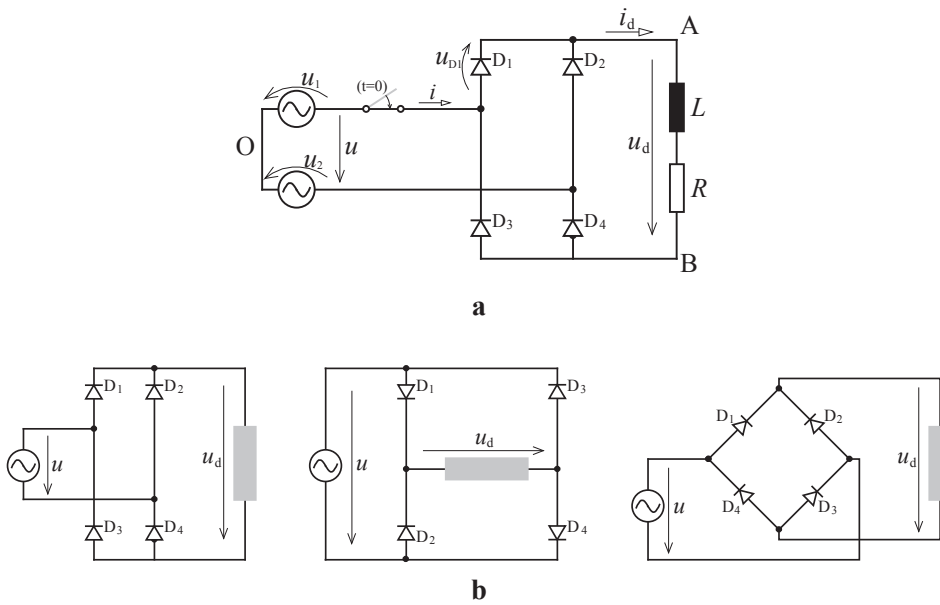


Fig. 2.30 – a - Esquema do circuito de rectificação monofásico em ponte, não controlado, com carga R-L.
b - Várias representações habituais da mesma topologia.

Dada a perfeita semelhança da forma da tensão rectificada com a do circuito bifásico de ponto médio, com valor eficaz por fase igual ao da tensão u , a evolução de correntes também coincidirá, tal como os resultados obtidos na secção 2.3 relativamente a valores médios e eficazes e à decomposição harmónica. Também se trata de um rectificador com índice de pulsação $p=2$. Apenas difere na corrente i à entrada que agora tem evolução alternada: $i=i_d$ com D_1 e D_4 a conduzir e $i=-i_d$ com D_2 e D_3 a conduzir (cf. último diagrama da fig. 2.31).

Em idênticas condições de tensão e corrente na carga, nesta montagem cada diódo está sujeito a corrente igual à da montagem bifásica de ponto médio e a metade do valor de pico de tensão inversa que se registava naquela montagem; em contrapartida a ponte monofásica necessita do dobro dos díodos.

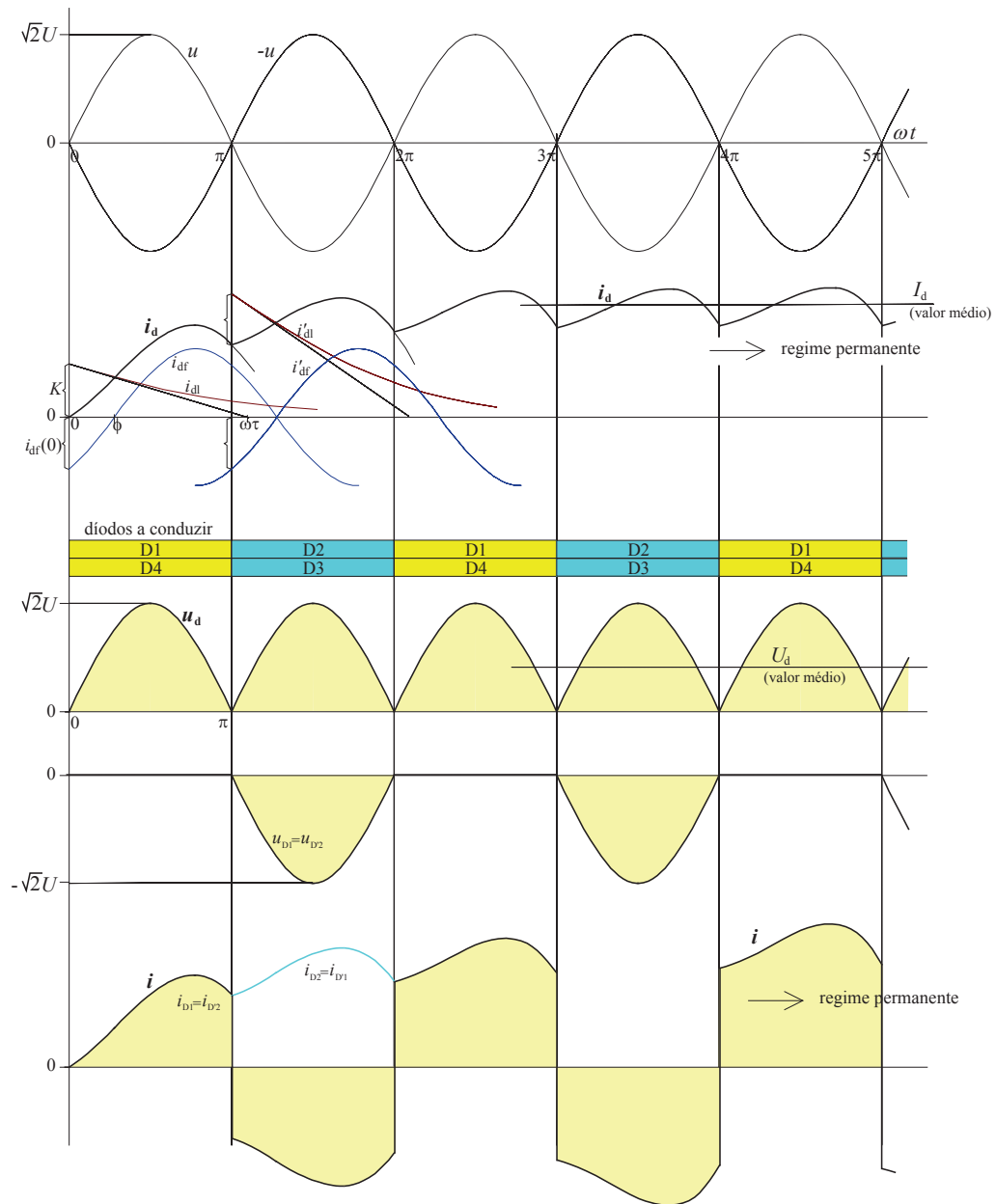


Fig. 2.31 - Diagramas de funcionamento do circuito de rectificação monofásico em ponte, não controlado, com carga R-L, mostrando a fase de arranque do circuito.

2.8- Rectificador trifásico em ponte

As rectificações alimentadas a partir de rede trifásica de distribuição de energia são as mais utilizadas industrialmente, em virtude de produzirem tensões e correntes bastante mais lisas do que as variantes monofásicas ou bifásicas e ainda por haver interesse em aproveitar as três fases para distribuir grandes potências. Com alimentação monofásica não se conseguem

índices de pulsação melhores do que $p=2$ e, por isso, em potências elevadas tais rectificações só se usam quando alguma razão obriga a ter apenas alimentação monofásica, como acontece, por exemplo, em viaturas de caminhos de ferro alimentadas por catenária.

De entre as topologias de rectificação para aplicações industriais a montagem **trifásica em ponte** é a mais utilizada na prática. A fig. 2.32 mostra o seu esquema com carga R-L e a fig. 2.33 apresenta os respectivos diagramas de funcionamento desde o estado de repouso.

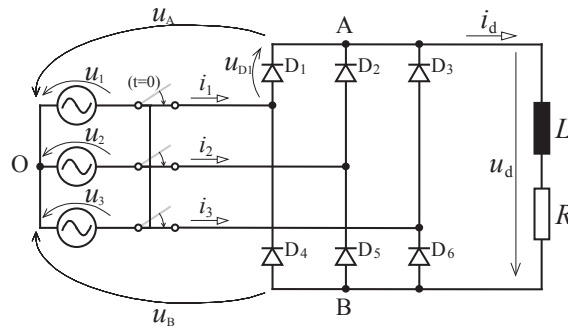


Fig. 2.32 – Esquema do circuito de rectificação trifásico em ponte, não controlado, com carga R-L.

Seja o seguinte sistema trifásico de tensões:

$$u_1 = \sqrt{2}U \sin(\omega t), \quad u_2 = \sqrt{2}U \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad u_3 = \sqrt{2}U \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.41)$$

Para interpretar o funcionamento do circuito tenham-se em conta os métodos de análise anteriormente estudados, ou seja, no grupo de díodos D_1, D_2, D_3 conduz sempre aquele que tiver maior potencial no cátodo, ao passo que no grupo de díodos D_4, D_5, D_6 conduz o que tiver menor potencial no cátodo. Este facto implica que o potencial no ponto A (tomando o ponto O como referência) acompanhe a envolvente superior das tensões simples, ao passo que o potencial no ponto B coincide com a envolvente inferior das tensões simples; isto porque se consideram válvulas ideais. Acompanhe-se na fig. 2.33 os intervalos de condução dos díodos.

A tensão rectificada pode obter-se por

$$u_d = u_A - u_B = \max_t \{u_1, u_2, u_3\} - \min_t \{u_1, u_2, u_3\} = \max_t \{u_{12}, u_{13}, u_{23}, u_{21}, u_{31}, u_{32}\} \quad (2.42)$$

i.e. pela envolvente superior das tensões compostas. Trata-se de um circuito com índice de pulsação 6*. O valor médio de u_d pode calcular-se por

$$U_d = \frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+\tau} u_d dt = \frac{1}{\pi/3} \int_{\pi/6}^{\pi/2} u_{12} d(\omega t) = \frac{3}{\pi} \int_{\pi/6}^{\pi/2} \sqrt{6}U \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) d(\omega t) = \frac{3\sqrt{6}U}{\pi} \left[-\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \right]_{\omega t=\pi/6}^{\omega t=\pi/2}$$

* também se diz “de seis pulsos”

RECTIFICADORES NÃO CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

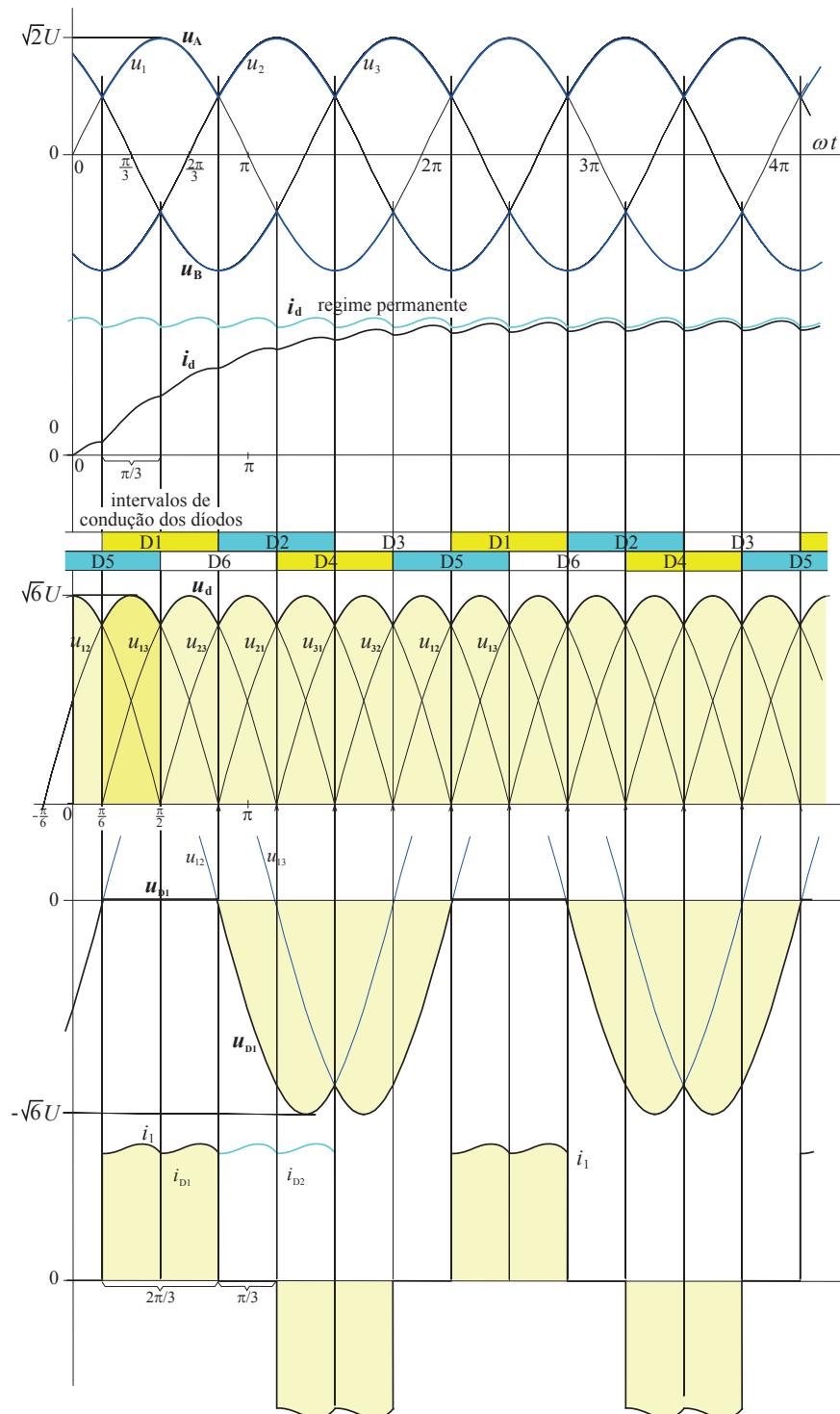


Fig. 2.33 - Diagramas de funcionamento do circuito de retificação trifásico em ponte, não controlado, com carga R-L, mostrando a fase de arranque do circuito e o regime permanente.

$$U_d = \frac{3\sqrt{6}U}{\pi} \approx 2,34U \quad (2.43)$$

O valor eficaz desta tensão obtém-se por

$$U_{\text{def}} = \sqrt{\frac{3}{\pi} \int_{\pi/3}^{2\pi/3} (\sqrt{6}U \sin(\omega t))^2 d(\omega t)} = \sqrt{3}U \sqrt{1 + \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}} \quad (2.44)$$

e o factor de tremor por $F = \frac{\sqrt{U_{\text{def}}^2 - U_d^2}}{U_d} \approx 0,042$ tal como sucede com qualquer outra montagem de $p=6$.

Como é sabido, o valor médio da corrente numa carga do tipo R-L exprime-se por $I_d = U_d / R$.

A tensão inversa máxima que cada válvula tem de suportar repetidamente à frequência da rede tem o valor $\sqrt{6}U$ (amplitude da tensão composta). Quanto à corrente que atravessa cada diodo equivale à da montagem trifásica de ponto médio, i.e. $I_d/3$.

Escolhendo um referencial onde $u_d(t)$ seja par, os coeficientes não nulos do desenvolvimento em série de Fourier da tensão rectificadora podem calcular-se tendo em atenção que $\tau=T/6$ e $\Omega=6\omega$:

$$\begin{aligned} b_k &= \frac{2}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \sqrt{6}U \cos(\omega t) \cos(k\Omega t) dt = \frac{12}{T} \int_{-T/12}^{T/12} \sqrt{6}U \cos(\omega t) \cos(k6\omega t) dt \\ &= \frac{12\sqrt{6}U}{2\pi/\omega} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \cos(\omega t) \cos(6k\omega t) \frac{d(\omega t)}{\omega} = \frac{6\sqrt{6}U}{\pi} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \cos(\omega t) \cos(6k\omega t) \frac{d(\omega t)}{\omega} \\ &= \frac{6\sqrt{6}U}{\pi} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \cos(\alpha) \cos(6k\alpha) d\alpha = \frac{6\sqrt{6}U}{2\pi} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \{\cos[(6k+1)\alpha] + \cos[(6k-1)\alpha]\} d\alpha \\ &= \frac{3\sqrt{6}U}{\pi} \left\{ \frac{2 \sin\left[(6k+1)\frac{\pi}{6}\right]}{6k+1} + \frac{2 \sin\left[(6k-1)\frac{\pi}{6}\right]}{6k-1} \right\} = \frac{3\sqrt{6}U}{\pi} 2 \left[\frac{\frac{1}{2}(-1)^k}{6k+1} + \frac{\frac{1}{2}(-1)^{k+1}}{6k-1} \right] \\ b_k &= \frac{6\sqrt{6}U}{\pi} \frac{(-1)^{k+1}}{36k^2 - 1} \end{aligned} \quad (2.45)$$

$$|b_k| = \frac{3\sqrt{6}U}{\pi} \frac{2}{36k^2 - 1} = U_d \frac{2}{36k^2 - 1} \quad (2.46)$$

A série de Fourier de $u_d(t)$ exprime-se por

$$u_d = \frac{3\sqrt{6}U}{\pi} \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{k+1}}{36k^2 - 1} \cos(6k\omega t) \right] \quad (2.47)$$

O espectro surge com menores amplitudes do que nos circuitos com $p < 6$ conforme se pode ver na fig. 2.21b; e as frequências das harmónicas também são mais rarefeitas.

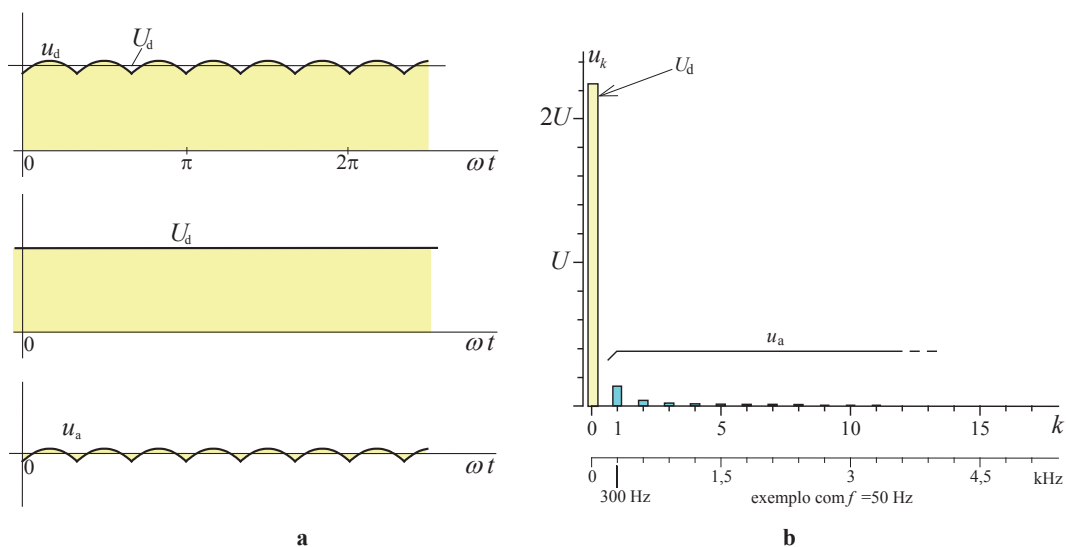


Fig. 2.34 - a: tensão rectificada u_d decomposta na sua componente contínua U_d e na parte de distorção u_a .
b: espectro harmónico de u_d , mostrando as frequências das harmónicas no caso de alimentação a 50Hz.

2.9- Funcionamento de rectificadores com carga possuindo f.e.m.

Há vários tipos de cargas muito comuns em rectificação que podem ser descritas por um modelo R-L-E, i.e., que inclui uma força electromotriz (f.e.m.), uma componente resistiva e uma componente indutiva, conforme está representado na fig. 2.35. São exemplos de cargas às quais se ajusta este modelo as máquinas de corrente contínua, as tinas de galvanoplastia, ou até outros conversores estáticos reversíveis com uma fronteira em DC.

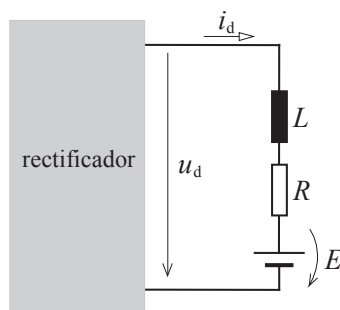


Fig. 2.35 – Caso geral de um rectificador com carga R-L-E.

Neste caso a relação entre valores médios passa a ser a seguinte:

$$U_d = RI_d + E \quad (2.48)$$

Com efeito, a corrente na malha representada na fig. 2.35 rege-se por

$$u_d = L \frac{di_d}{dt} + Ri_d + E \tag{2.49}$$

Procedendo ao cálculo do valor médio pela sua definição, tendo em conta que, em regime permanente, $i_d(T) = i_d(0)$, e reconhecendo depois uma parcela que corresponde à definição do valor médio de i_d , encontra-se a relação (2.37):

$$\begin{aligned} U_d &= \frac{1}{T} \int_0^T u_d(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \left[L \frac{di_d}{dt} + Ri_d + E \right] dt = \frac{1}{T} \int_0^T L \frac{di_d}{dt} dt + \frac{1}{T} \int_0^T Ri_d dt + \frac{1}{T} \int_0^T E dt = \\ &= L \frac{1}{T} \int_0^T di_d + R \frac{1}{T} \int_0^T i_d dt + E = L \frac{1}{T} \underbrace{[i_d(T) - i_d(0)]}_0 + R \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T i_d dt}_{I_d} + E = RI_d + E \end{aligned}$$

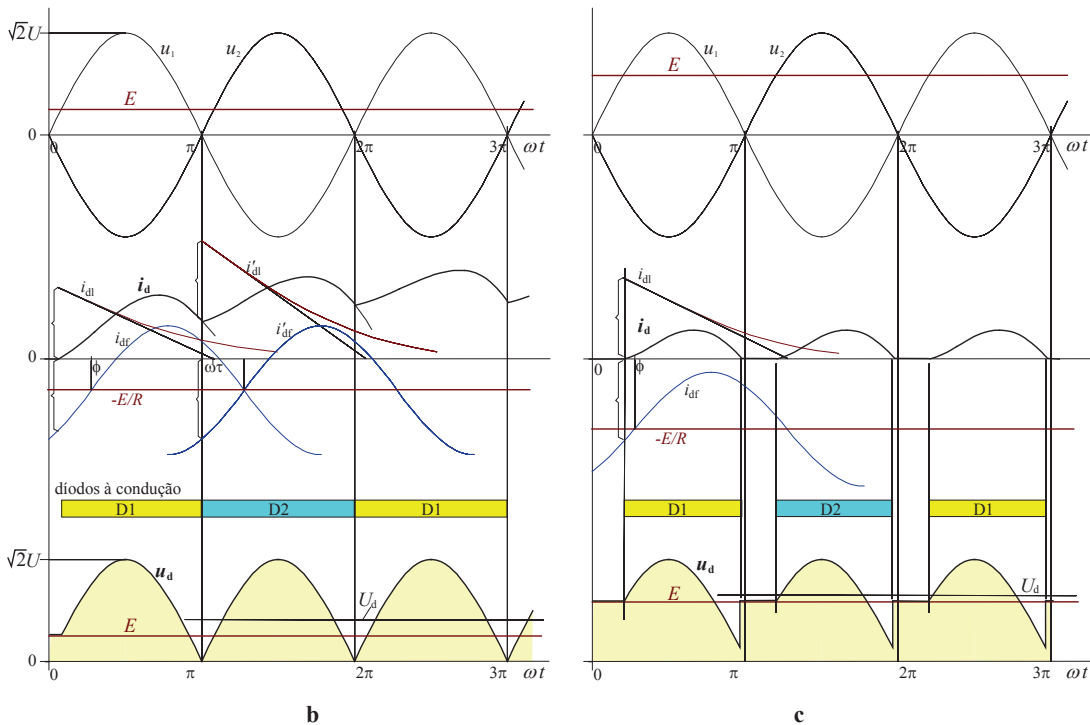
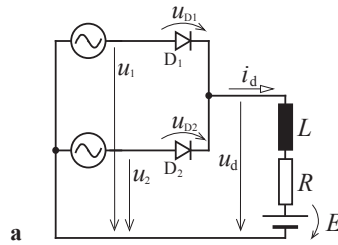


Fig. 2.36 – Funcionamento do rectificador bifásico de ponto médio, não controlado (a), com carga R-L-E: b- exemplo do modo de funcionamento com corrente contínua; c- exemplo com E elevado originando corrente interrompida (descontínua).

O início da passagem de corrente num rectificador com uma carga R-L-E só ocorrerá quando u_d puder começar a tornar-se superior a E , conforme se ilustra na fig. 2.36. Se a f.e.m. for suficientemente elevada podem surgir intervalos com corrente interrompida (cf. fig. 2.36b) e diz-se que há **funcionamento descontínuo**. Note-se que, durante esses intervalos em que não há díodos a conduzir, a tensão u_d coincide com a f.e.m. E . Se em regime permanente não existirem intervalos com corrente nula diz-se que há **funcionamento contínuo**.

Um estudo mais detalhado com carga R-L-E, permitindo delimitar as condições em que pode acontecer cada modo de funcionamento, será feito a propósito dos rectificadores controlados.

2.10- Funcionamento de rectificadores com carga capacitiva

As cargas capacitivas não são inteiramente adaptadas ao funcionamento dos rectificadores pois, se a fonte for ideal (ou pelo menos tiver muito baixa impedância interna), a manobra inicial de fecho do circuito pode desencadear a passagem de um pico de corrente de curto-circuito. No entanto, este tipo de carga é largamente utilizada em aplicações de electrónica com potência reduzida, especialmente em fontes de alimentação de corrente contínua, onde o condensador se destina a ter um efeito regularizador ou de filtragem da tensão, através da acumulação de energia que permite.

A fig. 2.37a apresenta o esquema de uma montagem deste tipo. Na prática, a corrente de pico de ligação inicial do circuito (que acontece se $|u| > u_C$) é atenuada essencialmente pela impedância do transformador que existe sempre a montante.

Admitindo que o circuito é fechado num instante em que $|u| \leq u_C$, e considerando a fonte ideal, por simplicidade, tem-se o funcionamento descrito na fig. 2.37b.

Começam por entrar D_1 e D_4 à condução, sendo as correntes expressas por

$$i_R = \frac{\sqrt{2}U}{R} \sin(\omega t), \quad i_C = \sqrt{2}U\omega C \cos(\omega t), \quad i_d = i_R + i_C = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\omega t + \phi)$$

com $Z = \frac{1}{\sqrt{(1/R)^2 + (\omega C)^2}}$ e $\phi = \text{arctg}(\omega RC)$.

A corrente i_d anula-se em $\omega t = \pi - \phi$ e tem o seu valor máximo em $\omega t = \pi - \phi - \pi/2 = \pi/2 - \phi$.

A tensão rectificada coincide com a tensão aos terminais do condensador. Enquanto D_1 e D_4 conduzem vale $u_d \equiv u_C \equiv u_R = \sqrt{2}U \sin(\omega t)$. Quando i_d se anula, D_1 e D_4 deixam de conduzir, mas D_2 e D_3 ainda não ficaram polarizados directamente. No instante em que i_d se anula tem-se $u_d = \sqrt{2}U \sin(\pi - \phi)$. A partir desse instante o condensador descarrega-se livremente na malha R-C, sendo u_C exponencialmente decrescente:

$$u_C = A e^{-\frac{1}{RC} \left(t - \frac{\pi - \phi}{\omega} \right)}$$

FUNCIONAMENTO DE RECTIFICADORES COM CARGA CAPACITIVA

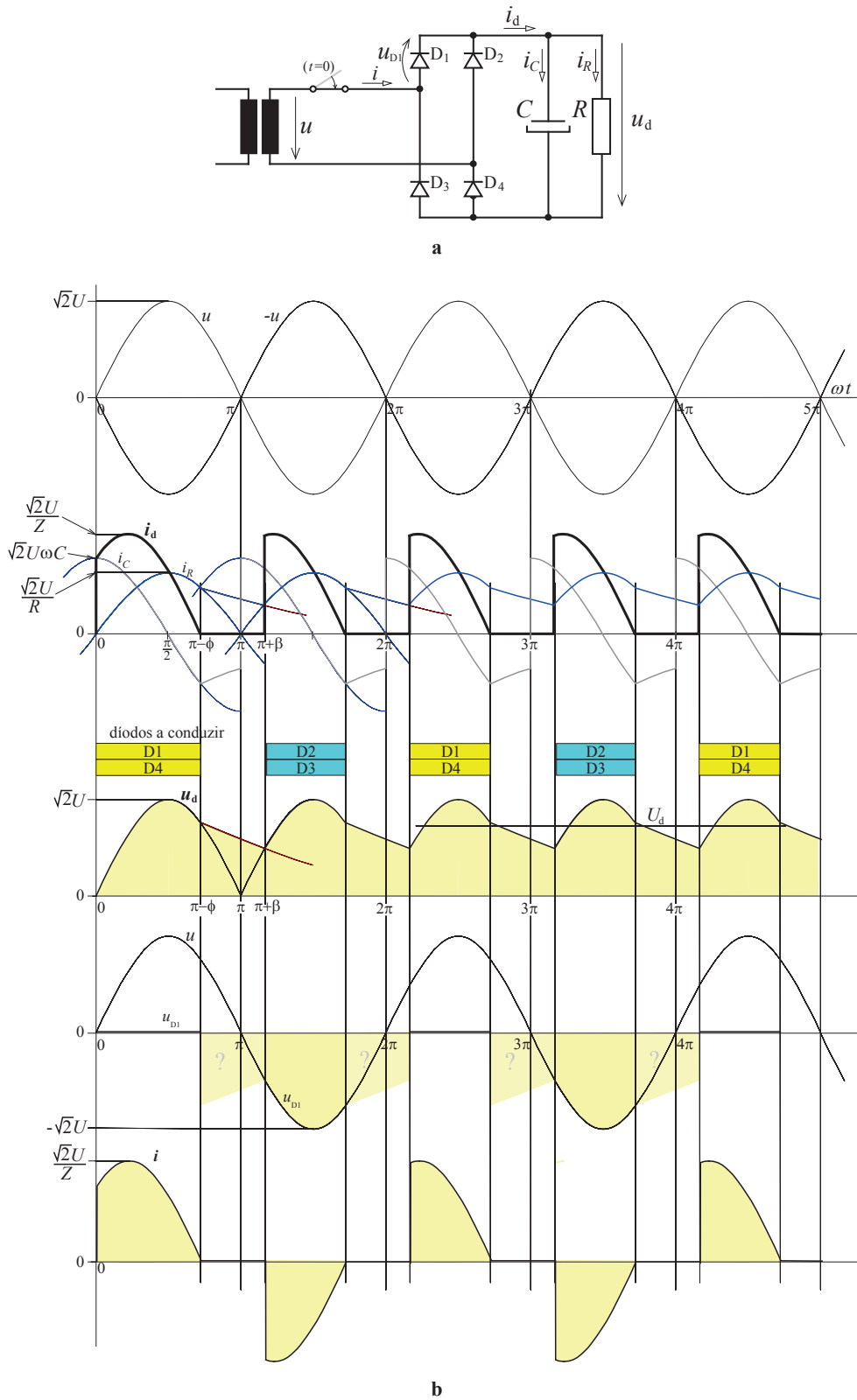


Fig. 2.37 – a- Esquema do retificador monofásico em ponte, não controlado, com carga R-C; b- Diagramas de funcionamento do mesmo, supondo que a ligação do circuito se fez com $u=0$ e $u_c=0$.

Como em $\omega t = \pi - \phi$ a tensão valia $u_C = \sqrt{2}U \sin \phi = A$, obtém-se a expressão

$$u_C = \sqrt{2}U \sin(\phi) e^{-\frac{1}{RC}\left(t - \frac{\pi - \phi}{\omega}\right)} \quad (2.50)$$

válida enquanto não há díodos a conduzir.

Logo que $-u$ se torna maior do que u_C , D_2 de D_3 entram à condução. O instante em que isso acontece pode determinar-se resolvendo a equação

$$\begin{aligned} \sqrt{2}U \sin(\phi) e^{-\frac{1}{RC}\left(t - \frac{\pi - \phi}{\omega}\right)} &= \sqrt{2}U \sin(\omega t), \text{ ou seja, chamando } \beta = \omega t, \\ \sin(\phi) e^{-\frac{1}{RC\omega}(\beta + \phi)} &= \sin(\beta) \end{aligned} \quad (2.51)$$

A resolução da equação anterior pode ser feita por cálculo numérico. O diagrama da fig. 2.38b mostra a relação entre β e ϕ , evidenciando que só com ϕ muito elevado (i.e. com ωRC suficientemente grande) se consegue ter na carga uma tensão razoavelmente lisa.

Depois da primeira alternância fica estabelecido o regime permanente, com

$$u_R = \sqrt{2}U \sin(\omega t), \quad i_R = \frac{\sqrt{2}U}{R} \sin(\omega t) \quad \text{para } \beta \leq \omega t \leq \pi - \phi$$

$$u_R = \sqrt{2}U \sin(\phi) e^{-\frac{1}{RC}\left(t - \frac{\pi - \phi}{\omega}\right)}, \quad i_R = \frac{\sqrt{2}U}{R} \sin(\phi) e^{-\frac{1}{RC}\left(t - \frac{\pi - \phi}{\omega}\right)} \quad \text{para } \pi - \phi \leq \omega t \leq \pi + \beta$$

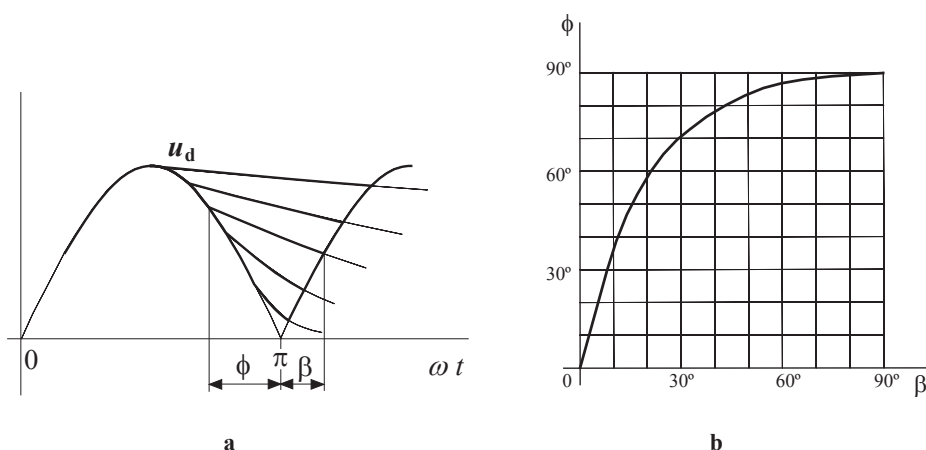


Fig. 2.38 – a- Detalhe do intervalo de descarga do condensador; b- Relação entre β e ϕ .

À medida que se aumenta ϕ assiste-se ao estreitamento do intervalo de carga do condensador face ao intervalo de descarga. A corrente passa a ter cada vez mais a forma de um pico, de valor máximo muito superior ao da corrente na resistência, como se ilustra na fig. 2.39. Se ϕ for muito elevado (p. ex. 88° a 90°) pode considerar-se u_R e i_R aproximadamente lisas, com os valores $u_R = \sqrt{2}U$ e $i_R = \sqrt{2}U / R$, respectivamente.

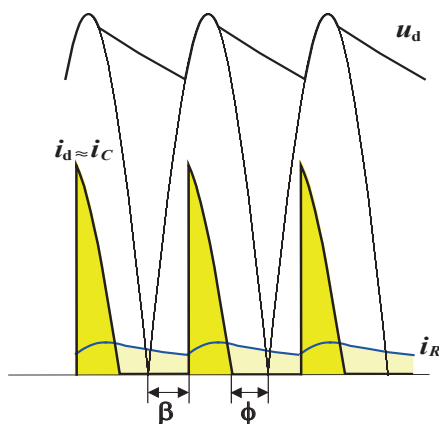


Fig. 2.39 – Forma impulsiva da corrente no condensador face à da resistência no caso de ϕ ser elevado.

Os diodos suportam repetidamente a tensão inversa máxima de $\sqrt{2}U$. Note-se que, nos intervalos em que não há diodos à condução, a tensão inversa nestes é indeterminada; sabe-se apenas que cada par de diodos em série (D_1, D_3) ou (D_2, D_4) suporta, no seu conjunto, a tensão do condensador, mas não se pode inferir como se reparte esta tensão entre ambos; deduz-se apenas que a tensão inversa em cada um não ultrapassa a tensão no condensador.

Admitindo, por excesso, que a tensão na carga tem valor constante (igual a $\sqrt{2}U$), a corrente média em cada diodo valerá $\sqrt{2}U / (2R)$. O valor de pico repetitivo (I_R) da corrente num diodo obtém-se considerando que a área sob cada impulso (com forma aproximadamente triangular) equivale à carga entregue ao condensador que depois é descarregada sobre a resistência: $\frac{1}{2} I_R (\pi - \beta - \phi) \approx \frac{\sqrt{2}U}{R} (\beta + \phi)$, donde, $I_R \approx \frac{2\sqrt{2}U}{R} \frac{\beta + \phi}{\pi - (\beta + \phi)}$.

O valor máximo absoluto de corrente ocorre quando se ligar o circuito num instante em que a tensão estiver a passar pelo valor máximo e o condensador estiver descarregado. Quando a potência do transformador é baixa (tipicamente até poucas centenas de VA) a impedância de curto-circuito do próprio transformador é suficiente para atenuar aquela corrente para valores moderados. Noutros casos, há que inserir uma pequena resistência de protecção em série com a ponte rectificadora.

O valor mínimo de u_d em regime permanente pode calcular-se por (2.50) tomando $t = (\pi + \beta) / \omega$. Mas na prática, admite-se geralmente a aproximação de corrente $i_R = \text{constante} = I$ e de que a descarga do condensador dura toda a alternância, obtendo-se facilmente o seguinte valor do abatimento sofrido pela tensão na carga (f é a frequência da tensão alterna):

$$|Q| = C\Delta U = I \frac{T}{2} \Leftrightarrow \Delta U = \frac{IT}{2C} = \frac{I}{2fC} \quad (2.52)$$

2.11- Dimensionamento de díodos e alusão a outros órgãos

O funcionamento seguro dos díodos exige que a sua **tensão inversa** nunca atinja os valores de disrupção (U_{BR} , *breakdown voltage*). A disrupção está na origem da destruição do semiconductor e não comporta praticamente tolerância para o facto de a sobretensão que a origina ter curta duração. Por isso se utilizam factores de segurança muito grandes (p.ex. de 2 ou 3) no dimensionamento dos díodos em tensão.

O funcionamento seguro dos díodos também exige que a temperatura no semiconductor não ultrapasse, virtualmente em toda a extensão do cristal, o valor máximo admissível na junção (T_{vjM} , *virtual junction maximum temperature*). É a **corrente directa** que atravessa o díodo que contribui para o aquecimento deste e aqui já intervém a variável tempo: intensidades maiores podem ser toleradas durante intervalos de tempo menores. Na realidade, os díodos não são ideais. A q.d.t. directa numa junção de silício polarizada directamente ronda 0,7 V em díodos de sinal. Nos de potência, aquele valor limiar é ligeiramente maior, mas há que ter em conta ainda o efeito resistivo do próprio semiconductor, que se pode tornar importante quando atravessado por intensidades de corrente elevadas. Estes aspectos do funcionamento do díodo de potência à condução traduzem-se adequadamente num modelo linearizado representado na fig. 2.40, onde, para além da tensão limiar de condução (U_{TO} , *threshold voltage*), se considera a resistência incremental r_F . A q.d.t. directa em estado de condução obtém-se por

$$u_F = U_{TO} + r_F i_F \quad (2.53)$$

A potência dissipada no díodo de potência deve-se essencialmente à corrente que o atravessa no sentido directo, sendo geralmente pouco significativo o contributo da corrente de fugas no sentido inverso. A potência média dissipada num díodo quando este é atravessado por uma corrente periódica calcula-se por

$$P_D = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau u_F i_F dt = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau (U_{TO} + r_F i_F) i_F dt = U_{TO} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i_F dt + r_F \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i_F^2 dt$$

$$P_D = U_{TO} I_{Fmed} + r_F I_{Fefic}^2 \quad (2.54)$$

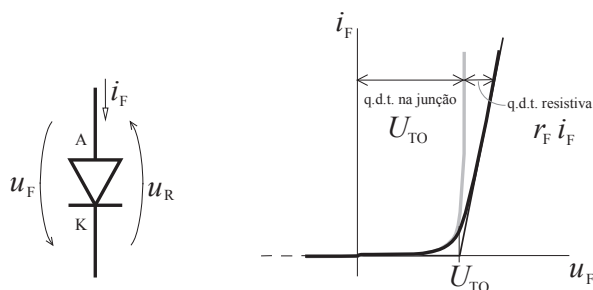


Fig. 2.40 – Modelo linearizado de q.d.t. directa (F=*forward*) num díodo rectificador de potência.

Conclui-se que, para o aquecimento do díodo, contribui quer o valor médio da corrente que o atravessa quer o valor eficaz da mesma. O melhor aproveitamento da capacidade de dissipação dos díodos conseguir-se-ia com corrente constante (caso em que o valor eficaz coincide com o valor médio), o que não sucede nos rectificadores. Os casos mais desfavoráveis são aqueles em que a corrente tem forma mais impulsiva.

Nos rectificadores de potência o aquecimento dos díodos é de tal modo importante que exige sempre a sua montagem com **dissipadores de calor**, especialmente escolhidos e devidamente colocados por forma a assegurarem a transferência do calor produzido para o exterior. A escolha dos díodos tem de ser feita tendo em conta sempre o dissipador utilizado. A fig. 2. 41 mostra um exemplo de formas típicas de díodos de potência e blocos compactos de díodos comercializados e ilustra a sua montagem em dissipador.

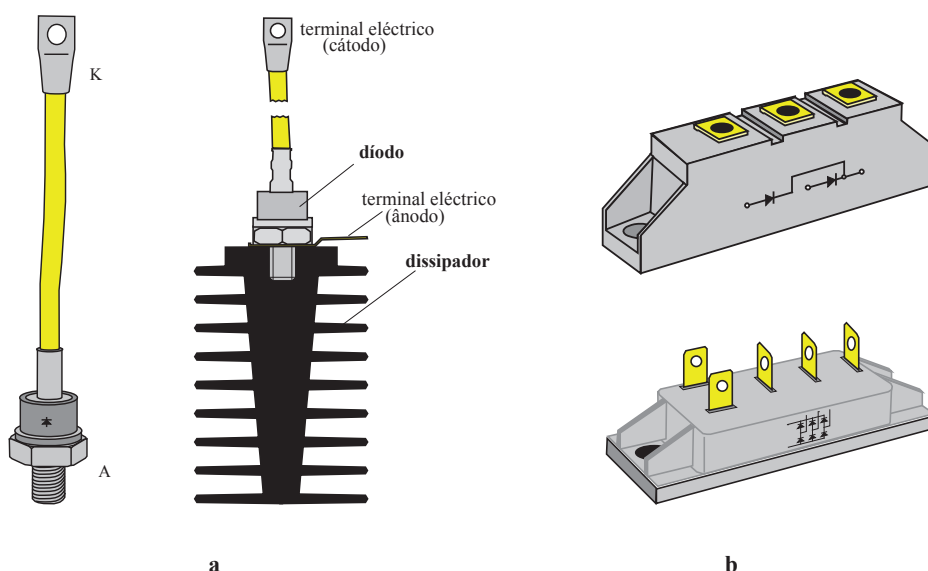


Fig. 2.41 – **a** - Forma típica de díodo de potência e exemplo da sua montagem em dissipador; este será fixado com isoladores e colocado com as alhetas em plano vertical. **b** - Exemplos de blocos compactos de díodos para reduzir ligações exteriores entre dispositivos.

Dimensionar um díodo para uma dada aplicação exige o conhecimento das respectivas tensões e correntes de serviço. Para escolher um modelo comercializado há que utilizar as **especificações dos fabricantes** expressas em catálogos. Existem normas internacionais, como é o caso das da série IEC 60147, destinadas a garantir, tanto quanto possível, uniformidade no modo de exprimir essas especificações. Também existem normas referentes às dimensões e aos formatos dos dispositivos semicondutores comercializados.

Para a selecção de modelos de díodos a utilizar em rectificadores de potência há que ter geralmente em conta algumas das características de catálogo a seguir descritas.

RECTIFICADORES NÃO CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

- Tensão inversa máxima de trabalho – U_{RWM} (*reverse working maximum*). Valor máximo admissível de tensão inversa com forma sinusoidal a 50Hz (ou 60 Hz).
- Tensão inversa máxima de pico repetitivo – U_{RRM} (*reverse repetitive maximum*). Valor máximo admissível de tensão inversa devida a fenómenos transitórios, repetido à frequência de serviço.
- Tensão inversa máxima de pico esporádico – U_{RSM} (*reverse surge maximum*). Valor máximo admissível de tensão inversa devido a pico de sobretensão não repetido num intervalo estipulado (1 a 5 minutos).
- Tensão inversa de disrupção – U_{BR} (*reverse breakdown*). Valor mínimo de tensão inversa que provoca disrupção. Não pode ser atingida em quaisquer condições de serviço do diodo.

A fig. 2.42 mostra detalhes comparativos das condições relativas a cada uma destas especificações. Note-se que o desnível entre U_{RWM} , U_{RRM} e U_{RSM} geralmente não é grande.

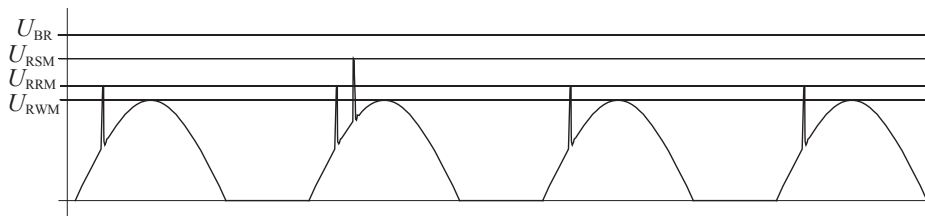


Fig. 2.42 – Ilustração de detalhes das especificações de tensão inversa nos diodos.

Descrevem-se seguidamente as principais especificações de corrente. Convém ter presente que estas características pressupõem que a temperatura de junção não excede um valor assinalado (pressupondo a existência de meios adequados para a remoção do calor) ou que se utiliza um dissipador com características também especificadas.

- Máximo valor médio admissível da corrente directa – I_{FAV} (*forward average*) ou I_{FAVM} (*forward average maximum*). Definido em corrente constante ou com formas especificadas.
- Máximo eficaz admissível da corrente directa – I_{FRMS} (*forward root-mean-square*). Definido com qualquer forma de corrente; acima dele há solicitações eléctricas ou electrodinâmicas excessivas sobre as peças do diodo.
- Máximo valor de pico repetitivo admissível da corrente directa – I_{FRM} (*forward repetitive maximum*). Definido para qualquer forma de onda impulsiva; o ritmo de repetição é geralmente o da frequência industrial (50 ou 60Hz). Costuma ser determinante no caso de cargas capacitivas.

- Máximo valor de pico não repetitivo admissível da corrente directa – I_{FSM} (*forward surge maximum*). Costuma referir-se ao valor de pico de uma arcada de sinusoide, ocorrendo quando a junção já está à sua temperatura máxima admissível (T_{vjM}).

O valor máximo admissível do integral $\int i^2 dt$ (ou, simplesmente, do produto $i^2 t$) relativo a um impulso de corrente é definido para um dado intervalo de tempo (p.ex. 10ms), nos pressupostos de que a junção já está à sua temperatura máxima admissível (T_{vjM}), de que não há repetição e não há aplicação subsequente de tensão inversa. Serve essencialmente para coordenar a selecção de fusíveis rápidos de protecção do dispositivo semiconductor.

Sem esgotar já a lista de características que podem ser encontradas em catálogos de díodos referem-se ainda as seguintes:

- Tensão limiar de condução – U_{TO} (*threshold*). Referente ao modelo de q.d.t. do díodo.
- Resistência incremental directa – r_F (*forward*). Referente ao modelo de q.d.t. do díodo.
- Máxima temperatura virtual de junção em funcionamento – T_{vjM} (*virtual junction maximum*).

Apesar de todo este conjunto – ainda incompleto – de características de catálogo, no dimensionamento de díodos para rectificadores de potência não controlados basta, em muitos casos, atender a duas delas (U_{RRM} e I_{FAV}) como se refere seguidamente:

1. Deve tomar-se U_{RRM} maior do que **2 a 3 vezes** a tensão inversa máxima de pico repetitivo a que o díodo fica sujeito em regime permanente. A margem de sobredimensionamento serve para acomodar eventuais sobretensões normalmente difíceis de calcular.
2. Frequentemente o fabricante especifica I_{FAV} para o díodo montado num dado dissipador e para uma forma específica de corrente directa (p.ex. alternâncias sinusoidais de 180° em rectificador monofásico, formas rectangulares de 120° em rectificador trifásico). Nesses casos basta satisfazer esta especificação para a escolha do díodo no que respeita a correntes.

O quadro 2.2. ilustra este critério de selecção dos díodos em alguns tipos de rectificadores anteriormente estudados (vide secções respectivas).

Quadro 2.2 – Exemplos de dimensionamento de díodos (I_{FAV} na hipótese de um dado dissipador).

rectificador bifásico de ponto médio	$U_{RRM} > 2 \text{ a } 3 \times (2\sqrt{2}U = \pi U_d)$	$I_{FAV (180^\circ)} > I_d/2$
rectificador trifásico de ponto médio	$U_{RRM} > 2 \text{ a } 3 \times \left(\sqrt{6}U = \frac{2}{3}\pi U_d\right)$	$I_{FAV (180^\circ)} > I_d/3$
rectificador monofásico em ponte	$U_{RRM} > 2 \text{ a } 3 \times \left(\sqrt{2}U = \frac{\pi}{2} U_d\right)$	$I_{FAV (rect. 120^\circ)} > I_d/2$
rectificador trifásico em ponte	$U_{RRM} > 2 \text{ a } 3 \times \left(\sqrt{6}U = \frac{\pi}{3} U_d\right)$	$I_{FAV (rect. 120^\circ)} > I_d/3$

Há díodos de potência comercializados cujas tensões inversas máximas podem atingir vários milhares de volt e cujas correntes directas alcançam vários milhares de ampère. Convém não esquecer que a **colocação dos dissipadores** tem de ser tal que promova a efectiva transferência de calor para o ar ambiente: alhetas em plano vertical, ausência de obstáculos à circulação do ar, renovação deste. A remoção do calor pode ser feita por convecção natural ou por ventilação forçada, sendo esta última modalidade conveniente para reduzir o volume dos dissipadores e do equipamento; ainda existe uma solução de refrigeração através de água desmineralizada, usada mais raramente.

A fixação mecânica dos dispositivos semicondutores deve ser efectuada com os instrumentos adequados e exercendo forças ou binários dentro dos limites do esforço de aperto permitido.

Os equipamentos de rectificação ficam montados em caixas ou invólucros com graus de protecção adequados ao ambiente a que se destinam. Têm de ser ligados ao exterior por canalizações eléctricas em condições regulamentares de segurança. Para além dos díodos e dissipadores os equipamentos de rectificação possuem órgãos de manobra (p.ex. seccionadores, contactores), de protecção (p.ex. fusíveis, disjuntores), de medição (p.ex. amperímetros, voltímetros). Possuem cablagens internas e/ou barramentos, com dispositivos de fixação, terminais, ligadores, calhas, etc. Devem ser dotados de sistemas para limitação de perturbações de radiofrequência, em cumprimento de exigências de compatibilidade electromagnética.

Na maioria das aplicações, os rectificadores possuem um **transformador** à entrada. Este serve para adaptar o valor eficaz da tensão alternada que chega ao local (em BT ou MT) por forma a ter à saída o valor médio desejado. Destina-se também a isolar galvanicamente o circuito de rectificação da rede de alimentação, permitindo a fixação de um potencial de referência no lado da corrente contínua (por exemplo por ligação à terra do terminal negativo). Conforme já foi visto, um transformador pode servir ainda para aumentar o número de fases e, como se verá mais tarde, para elaborar esquemas de cancelamento de harmónicas. Para conversores estáticos de potência usam-se habitualmente transformadores secos.

2.12- Correntes deformadas que os rectificadores criam na rede

Importa referir aqui uma peculiaridade do funcionamento dos conversores estáticos de potência (aqueles que são equivalentes a conjuntos de interruptores intercalados entre circuitos adjacentes), já anunciada na secção 1.3, mas agora constatável nos rectificadores estudados. O rectificador possui um fronteira com circuitos onde existem fontes a impor tensões e outra fronteira com um circuito que pode impor a continuidade de uma corrente (normalmente através de cargas indutivas, mas poderia ser por uma fonte de corrente). Estes aspectos estão genericamente esquematizados na fig. 2.43.

CORRENTES DEFORMADAS QUE OS RECTIFICADORES CRIAM NA REDE

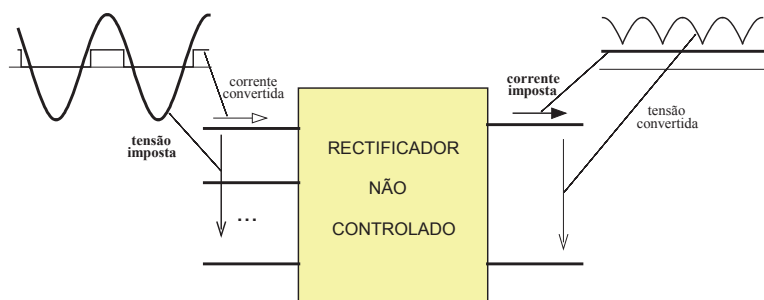


Fig. 2.43 – Representação pictórica de grandezas impostas e convertidas na fronteira de um rectificador.

As grandezas impostas exteriormente não estão sujeitas a variações bruscas forçadas pelo funcionamento do conversor: as tensões no lado de AC terão a evolução que as respectivas fontes impuserem, sendo normalmente sinusoidais; a corrente em DC poderá ter a forma estabelecida por uma fonte ou ter uma evolução cuja continuidade é imposta pela presença de uma auto-indução.

Quanto às grandezas convertidas, i.e. elaboradas pelo conversor, possuem descontinuidades que são resultado da sequência de manobras das válvulas. E isso acontece de ambos os lados. No caso dos rectificadores, como foi visto, há uma tensão convertida para DC, composta por bocados de sinusoides de AC, e há correntes criadas nas fases que são constituídas por porções da corrente contínua, direitas ou invertidas.

No que respeita às tensões convertidas para DC já foi feita, a propósito de cada tipo de retificador, uma análise de distorção pela decomposição harmónica. Quanto às correntes convertidas para AC, cujas formas são ilustradas na fig. 2.44 para os principais tipos de rectificadores, essa análise será feita seguidamente. Por simplicidade admite-se que as correntes têm forma rectangular como indicado na fig. 2.44.

A corrente $i(t)$ numa fase do rectificador bifásico de ponto médio pode exprimir-se da seguinte forma, usando o referencial representado fig. 2.44a:

$$i = I_d, \quad -\tau/4 \leq t \leq \tau/4$$

$$i = 0, \quad -\tau/2 \leq t < -\tau/4, \quad \tau/4 < t \leq -\tau/2$$

A sua série de Fourier (cf. Anexo B) terá componente contínua mas os termos a_k são nulos*:

$$i(t) = I_o + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cos(k\Omega t)$$

Procedendo ao cálculo do valor médio e dos coeficientes encontra-se, respectivamente:

$$I_o = \frac{I_d}{2}$$

* neste caso e nos seguintes tem-se $\Omega = \omega$, i.e. a frequência angular do sinal periódico em análise coincide com a da rede.

RECTIFICADORES NÃO CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

$$\begin{aligned}
 b_k &= \frac{2}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} i(t) \cos(k\Omega t) dt = \frac{2}{\tau} \int_{-\tau/4}^{\tau/4} I_d \cos(k\Omega t) dt = \frac{2I_d}{\tau} \left[\frac{1}{k\Omega} \sin(k\Omega t) \right]_{t=-\tau/4}^{t=\tau/4} \\
 &= \frac{2I_d}{k\tau\Omega} [\sin(k\Omega t)]_{t=-\tau/4}^{t=\tau/4} = \frac{I_d}{k\pi} [\sin(k\Omega\tau/4) - \sin(-k\Omega\tau/4)] = \frac{I_d}{k\pi} [\sin(k\pi/2) - \sin(-k\pi/2)] \\
 &= \frac{2I_d}{k\pi} [\sin(k\pi/2)] \\
 b_k &= \frac{2I_d}{k\pi} (-1)^{\frac{k-1}{2}} \text{ com } k \text{ ímpar, } b_k=0 \text{ com } k \text{ par.}
 \end{aligned}$$

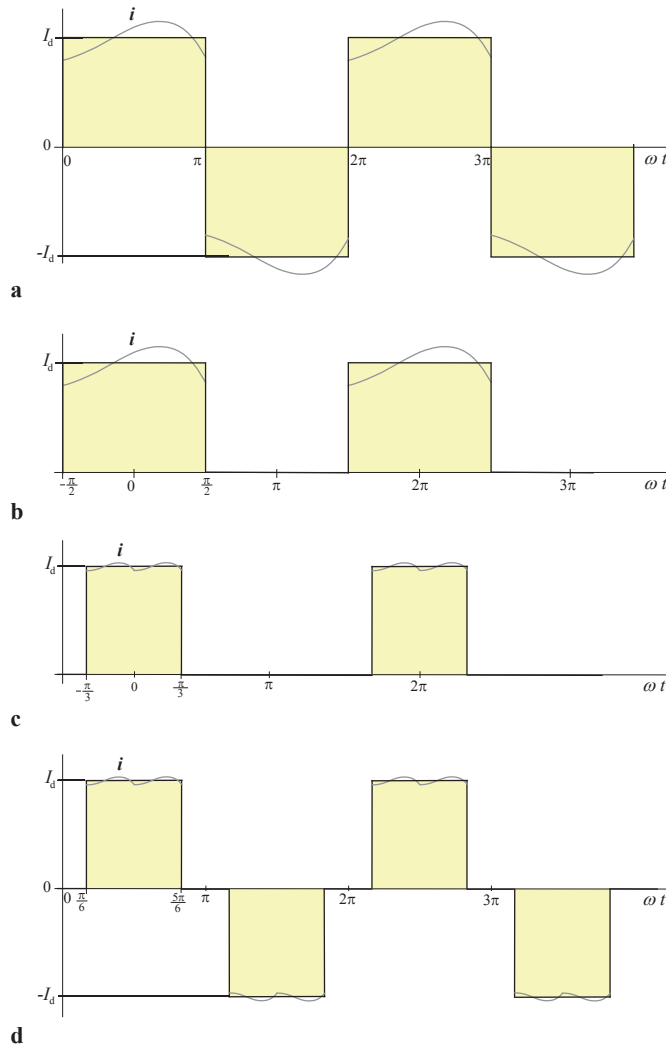


Fig. 2.44 – Forma da corrente na fase, no lado de AC, em vários tipos de rectificadores com carga indutiva: **a** - bifásico de ponto médio; **b** - monofásico em ponte; **c** - trifásico de ponto médio; **d** - trifásico em ponte.

O desenvolvimento será

$$i(t) = \frac{I_d}{2} + \frac{2I_d}{\pi} \sum_{\substack{k=1 \\ \text{impar}}}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{k} \sin(k\Omega t) \quad (2.55)$$

O caso da fig. 2.44b, correspondente ao rectificador monofásico em ponte, encontra-se estudado no Ex. 3 do Anexo B, tendo conduzido ao seguinte desenvolvimento de $i(t)$ em série de Fourier, onde só figuram termos ímpares e a componente média é nula:

$$i(t) = \frac{4I_d}{\pi} \sum_{\substack{k=1 \\ \text{impar}}}^{\infty} \frac{1}{k} \sin(k\Omega t) \quad (2.56)$$

Note-se que o diagrama da fig. 2.44a pode ser obtido do diagrama da fig. 2.44b, tomando este dividido por 2 e adicionado de $I_d/2$. Por essa razão ambos apresentam as mesmas ordens de harmónicas, com a diferença de no da fig. 2.44b terem metade da amplitude que têm no outro e de o primeiro apresentar componente contínua com o valor $I_d/2$.

Os espectros de amplitudes das harmónicas de corrente na fase destes dois circuitos estão representados na fig. 2.45a e b.

Considere-se agora o diagrama da fig. 2.44c correspondente à forma da corrente numa fase do rectificador trifásico de ponto médio. Ao longo de um período exprime-se por:

$$i = I_d, -\tau/6 \leq t \leq \tau/6$$

$$i = 0, -\tau/2 \leq t < -\tau/6, \tau/6 < t \leq -\tau/2$$

Calculando o valor médio e os coeficientes do desenvolvimento em série de Fourier obtém-se:

$$I_o = \frac{I_d}{3}$$

$$b_k = \frac{2}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} i(t) \cos(k\Omega t) dt = \frac{2}{\tau} \int_{-\tau/6}^{\tau/6} I_d \cos(k\Omega t) dt = \frac{2I_d}{\tau} \left[\frac{1}{k\Omega} \sin(k\Omega t) \right]_{t=-\tau/6}^{t=\tau/6} =$$

$$= \frac{2I_d}{k\tau\Omega} [\sin(k\Omega t)]_{t=-\tau/6}^{t=\tau/6} = \frac{I_d}{k\pi} [\sin(k\Omega\tau/6) - \sin(-k\Omega\tau/6)] = \frac{I_d}{k\pi} [\sin(k\pi/3) - \sin(-k\pi/3)]$$

$$= \frac{2I_d}{k\pi} [\sin(k\pi/3)]$$

O desenvolvimento será:

$$i(t) = \frac{I_d}{3} + \frac{2I_d}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/3)}{k} \sin(k\Omega t) \quad (2.57)$$

Existem harmónicas de ordem par e são nulas todas as harmónicas de ordem múltipla de 3. As amplitudes das harmónicas não nulas são dadas por $|b_k| = \frac{\sqrt{3}I_d}{k\pi}$, $k \neq 3n$, traduzindo-se no espectro representado na fig. 2.45c.

O diagrama da corrente na fase do rectificador trifásico em ponte (fig. 2.44d) pode ser obtido adicionando o diagrama da fig. 2.44c com o seu simétrico desviado de metade do período. Logo, o desenvolvimento em série de Fourier da grandeza resultante pode obter-se a partir do anterior por

$$\begin{aligned}
 i(t) &= \frac{I_d}{3} + \frac{2I_d}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/3)}{k} \sin(k\Omega t) - \left[\frac{I_d}{3} + \frac{2I_d}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/3)}{k} \sin[k\Omega(t + \tau/2)] \right] \\
 &= \frac{2I_d}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/3)}{k} \{ \sin(k\Omega t) - \sin[k\Omega t + k\pi] \} \\
 i(t) &= \frac{4I_d}{\pi} \sum_{\substack{k=1 \\ k \text{ impar} \\ k \neq 3n}}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/3)}{k} \sin(k\Omega t) \tag{2.58}
 \end{aligned}$$

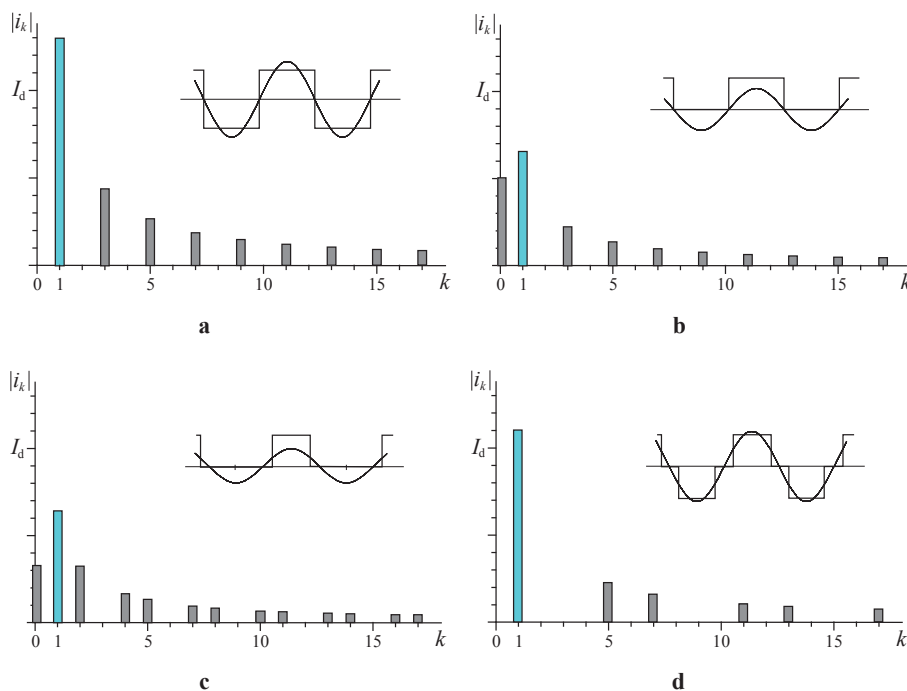


Fig. 2.45 – Espectros de amplitudes da corrente na fase, em vários tipos de rectificadores, supondo corrente I_d lisa: **a** - monofásico em ponte; **b** - bifásico de ponto médio; **c** - trifásico de ponto médio; **d** - trifásico em ponte.

Pela observação do diagrama (fig. 2.44d) confirma-se imediatamente que o valor médio agora é nulo. Tal como no caso anterior as harmónicas de ordem múltipla de 3 são nulas, mas agora as de ordem par também são nulas. Restam as harmónicas de ordem $k=6n\pm 1=\{1, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\}$, como se pode ver no espectro de amplitudes da fig. 2.45d.

A principal conclusão, comum a todos os resultados obtidos, é que a **amplitude de cada uma das harmónicas** se obtém dividindo a amplitude da *fundamental* por k , ou seja:

$$i_k = \frac{i_1}{k} \quad (2.59)$$

Note-se que a parte ideal das grandezas aqui em análise é a sua primeira harmónica ou *componente fundamental*; tudo o resto (incluindo a componente contínua, quando existe) constitui distorção. Comparando a distorção nas formas de corrente alternada criadas pelos vários rectificadores (cf. fig. 2.45), constata-se facilmente que os rectificadores em ponte não geram componente contínua e que, entre estes, o de maior índice de pulsação origina correntes com um espectro mais rarefeito a que corresponde menor distorção.

As correntes deformadas são indesejáveis nas redes de distribuição em AC, por razões que serão estudadas mais adiante. Por conseguinte, os rectificadores são cargas **perturbadoras** que devem ser utilizadas tomando as necessárias precauções e medidas de compatibilização.

Este facto é relevante nos rectificadores de grande potência, como seria de esperar, mas também o é nos de pequena potência quando usados em grande número numa mesma instalação. São exemplos destes últimos as fontes de alimentação monofásicas de equipamentos informáticos em edifícios de escritórios: para além das consequências indesejáveis das correntes deformadas, um dos aspectos nefastos neste caso é a presença de harmónicas de ordem três e seus múltiplos que, em vez de se compensarem nas três fases da instalação, se adicionam e causam correntes acrescidas no neutro, exigindo um dimensionamento especial deste condutor nas canalizações trifásicas de tais instalações.



3 – RECTIFICADORES NÃO CONTROLADOS EM CONDIÇÕES REAIS; ASSOCIAÇÃO DE RECTIFICADORES

Depois da abordagem feita aos circuitos de rectificação não controlados, em condições ideais (i.e., admitindo que as fontes de tensão têm impedância interna nula e que os díodos apresentam q.d.t. directa nula e resistência inversa infinita), inicia-se agora o estudo dos mesmos conversores em condições mais próximas das reais. Para o efeito estabelecem-se modelos analíticos, também estes com aproximações, que correspondem à chamada *teoria convencional*. A principal hipótese simplificativa adoptada nestes modelos consiste em admitir que a corrente no lado de DC é lisa.

3.1- Presença de reactância indutiva nas fontes de tensão

3.1.1- Rectificador bifásico de ponto médio

Considere-se o circuito de rectificação bifásico de ponto médio alimentando uma carga R-L série de auto-indução L bastante elevada face a R , de tal modo que se pode considerar a corrente i_d lisa com o valor constante I_d . A fonte alterna que alimenta o circuito não é ideal, apresentando uma impedância de curto-circuito que se irá considerar puramente indutiva, com auto-indução L_k em cada fase (cf. fig. 3.1).

A presença de indutâncias de coeficiente L_k nas fases permite desde já concluir que as correntes nos díodos não podem variar bruscamente. O fenómeno de comutação de uma válvula para a outra não é instantâneo, contrariamente ao que sucede no funcionamento com fonte ideal; em vez disso, há um intervalo em que ambas estão a conduzir.

Considere-se o regime permanente estabelecido e defina-se a origem dos tempos no instante em que $u_1=u_2=0$, com u_1 a crescer (cf. fig. 3.2). Nesse momento D_2 estava a conduzir, sendo $i_2=I_d$. A partir daí D_1 começa a ficar polarizado directamente e entra à condução. Mas, dado que existem auto-induções nas fases, i_2 não se pode anular instantaneamente, nem i_1 pode passar instantaneamente ao valor I_d .

Os percursos de correntes estão assinalados na fig. 3.1. Circulando na malha constituída pelas duas fases e tendo em atenção a lei dos nós encontra-se, respectivamente,

$$-u_1 + L_k \frac{di_1}{dt} - L_k \frac{di_2}{dt} + u_2 = 0 \quad (3.1)$$

$$i_1 + i_2 = I_d \quad (3.2)$$

RECTIFICADORES NÃO CONTROLADOS EM CONDIÇÕES REAIS

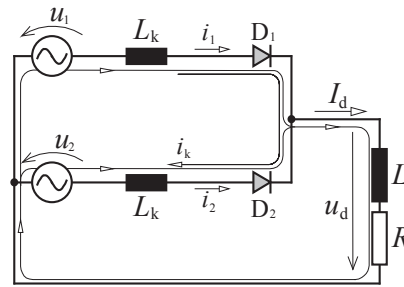


Fig. 3.1 – Circuito de rectificação bifásico de ponto médio não controlado com indutância na fonte.

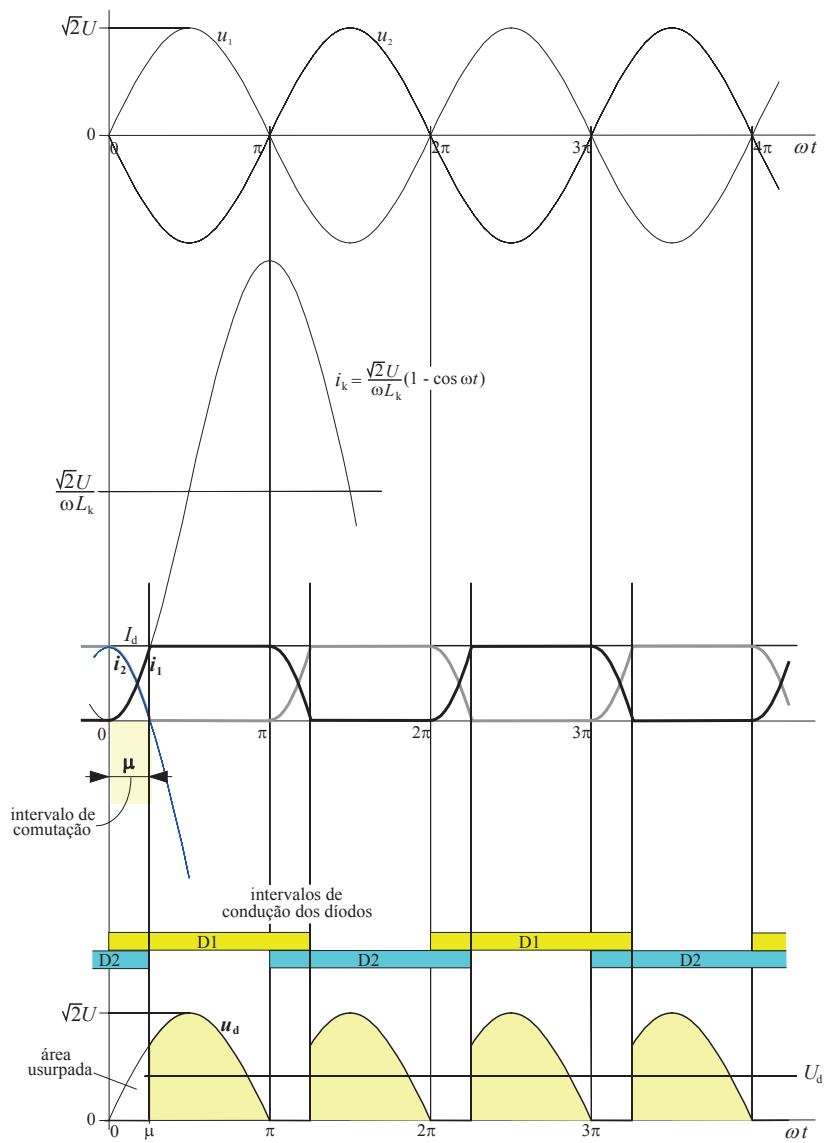


Fig. 3.2 - Diagramas de funcionamento do circuito da fig. 3.1 mostrando os pormenores da evolução de correntes num intervalo de comutação entre os diodos D_2 e D_1 .

Derivando a equação (3.2) em ordem ao tempo fica $\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} = 0$, ou seja, $\frac{di_2}{dt} = -\frac{di_1}{dt}$, que substituída em (3.1) permite escrever

$$u_1 - u_2 = 2L_k \frac{di_1}{dt} \quad (3.3)$$

Como $u_1 = -u_2 = \sqrt{2}U \sin(\omega t)$ a eq. (3.3) toma a forma $\sqrt{2}U \sin(\omega t) = L_k \frac{di_1}{dt}$.

Procedendo por simples integração encontra-se

$$i_1 = -\frac{\sqrt{2}U}{\omega L_k} \cos(\omega t) + K.$$

Em $t=0$, verificava-se $i_1=0$, ou seja, $0 = -\frac{\sqrt{2}U}{\omega L_k} \cos(0) + K$, de onde se tira $K = \frac{\sqrt{2}U}{\omega L_k}$.

A evolução de i_1 no intervalo de condução simultânea dos díodos exprime-se então por:

$$i_1 = \frac{\sqrt{2}U}{\omega L_k} [1 - \cos(\omega t)] \quad (3.4)$$

No mesmo intervalo a corrente na fase 2 pode achar-se por

$$i_2 = I_d - i_1 \quad (3.5)$$

Estas duas últimas equações são válidas apenas enquanto $i_1 \leq I_d$ e $i_2 \geq 0$.

A equação (3.3) pode ser interpretada como descrevendo um curto-circuito entre fases. Essa é, de facto, a evolução da corrente i_1 no intervalo em que ambos os díodos estão à condução, conforme está assinalado na fig. 3.2 pelo diagrama de i_k . Todavia, a corrente de circulação não chega a alcançar valores perigosos pois, ao atingir o valor I_d , a corrente i_2 anula-se e D_2 bloqueia, deixando i_1 de crescer segundo i_k para permanecer com o valor I_d .

O fenómeno descrito é conhecido por **comutação**, **sobreposição**, ou **condução simultânea** de válvulas. A sua duração é normalmente estabelecida em termos do **ângulo de comutação** μ . Este é igual ao valor de ωt quando $i_1=I_d$, isto é,

$$\frac{\sqrt{2}U}{\omega L_k} [1 - \cos(\mu)] = I_d, \text{ ou } 1 - \cos(\mu) = \frac{\omega L_k I_d}{\sqrt{2}U}, \text{ donde}$$

$$\mu = \arccos\left(1 - \frac{\omega L_k I_d}{\sqrt{2}U}\right) \quad (3.6)$$

A fig. 3.3 mostra como este intervalo aumenta com a amplitude I_d da corrente de carga e com o coeficiente de auto-indução L_k . Normalmente o intervalo de comutação é muito pequeno face ao período da tensão rectificada, excepto em aplicações onde se exploram situações de curto-circuito, como p.ex. aparelhos de soldadura por arco.

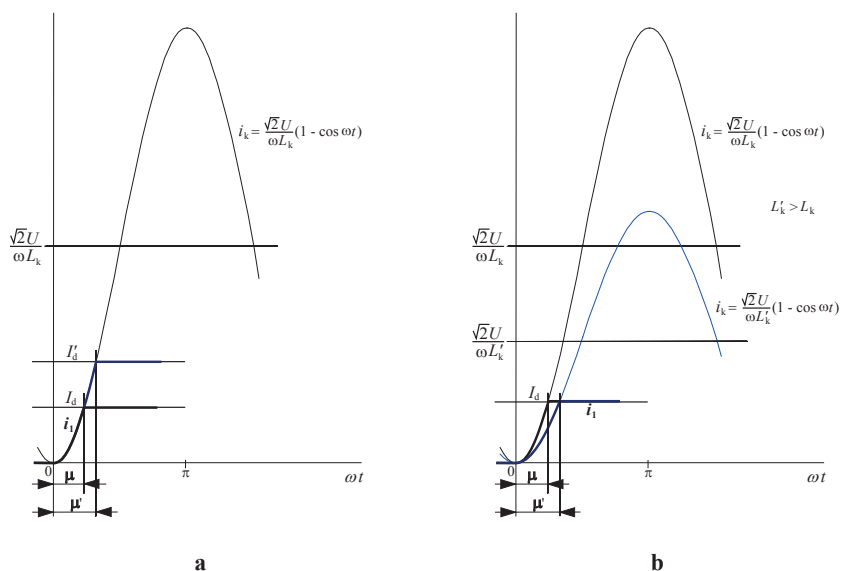


Fig. 3.3 - Diagramas mostrando como o intervalo de comutação μ é influenciado: **a** - pela amplitude da corrente I_d ; **b** - pelo valor da auto-indução L_k . Com $I_d' > I_d$ fica $\mu' > \mu$ e com $L_k' > L_k$ fica $\mu' > \mu$.

Enquanto durar a condução simultânea de D_1 e D_2 a tensão rectificada exprime-se por

$$u_d = u_1 - L_k \frac{di_1}{dt}$$

Mas, pela eq. (3.3), $L_k \frac{di_1}{dt} = \frac{u_1 - u_2}{2}$, resultando

$$u_d = \frac{u_1 + u_2}{2} \quad (3.7)$$

Conclui-se que a tensão rectificada é igual ao valor médio das tensões nas fases envolvidas na condução simultânea. Neste caso, como $u_2 = -u_1$, durante a comutação regista-se $u_d = 0$, conforme se observa na fig. 3.2. O fenómeno da comutação provoca diminuição do valor médio da tensão rectificada.

O diagrama de u_d apresenta decréscimos nos intervalos de comutação. Nesses intervalos $u_d = u_1 - L_k \frac{di_1}{dt}$ pelo que o decréscimo que a tensão rectificada apresenta relativamente à sua evolução em condições ideais tem o valor $L_k \frac{di_1}{dt}$. Integrando esta parcela de decréscimo no intervalo $[0, \omega t = \mu]$ obtém-se a **área usurpada** em cada comutação

$$\int_0^{\mu/\omega} L_k \frac{di_1}{dt} dt = \int_{i_1(t=0)}^{i_1(t=\mu/\omega)} L_k di_1 = \int_0^{I_d} L_k di_1 = L_k I_d$$

O valor médio da tensão usurpada nas comutações obtém-se pelo quociente da área retirada num período de u_d pela duração desse período:

$$D_x = \frac{L_k I_d}{T/2}$$

donde

$$D_x = 2fL_k I_d \quad \text{ou} \quad D_x = \frac{\omega L_k}{\pi} I_d \quad (3.8)$$

O valor D_x constitui uma parcela a subtrair ao valor médio da tensão rectificada em condições ideais, sendo conhecido por **decréscimo indutivo** por ser causado pela indutância inerna das fontes de AC. Passando a designar o valor médio da tensão rectificada em condições ideais por U_{di} o valor real será agora dado por

$$U_d = U_{di} - D_x \quad (3.9)$$

Conforme foi visto no capítulo precedente, neste circuito com tensões simples de valor eficaz U tem-se

$$U_{di} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U \quad (3.10)$$

Note-se que este valor médio com fontes ideais coincide com o valor médio real no caso de a corrente de carga ser nula; o mesmo se passa em valores instantâneos: $u_{di} = u_d (I_d = 0)$.

Além do decréscimo no valor médio da tensão rectificada, a presença de auto-indução na fonte de AC provoca alteração na forma das correntes nas fases e nos díodos: os flancos deixam de ser abruptos e passam a ter a forma de segmentos de sinusóide. Contudo, geralmente este facto não altera o critério de dimensionamento dos díodos: o valor médio da corrente num díodo continua a ser igual a $I_d/2$, o seu valor eficaz não difere muito de $I_d/\sqrt{2}$ e a tensão inversa máxima mantém o valor $\sqrt{2}U$.

Para além destes aspectos a existência de reactância a montante do conversor provoca **deformações nas sinusóides das tensões** alternas junto deste, deformações estas que também vão afectar outros equipamentos ligados no mesmo local. A fig. 3.4 ilustra este facto que se torna particularmente importante no caso de rectificadores de potência elevada. Para a reactância de curto-circuito contribuem essencialmente os transformadores e as linhas.

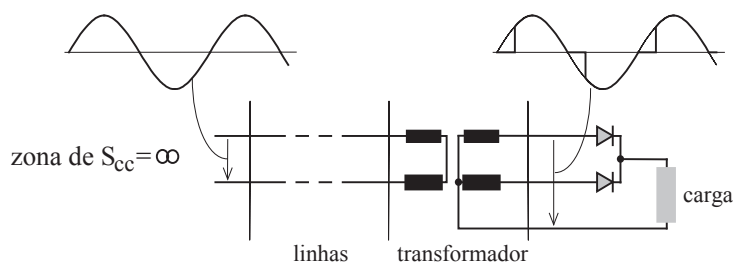


Fig. 3.4 – Deformação das tensões AC causada pela comutação de válvulas num rectificador.

3.1.2- Rectificador trifásico de ponto médio

Considere-se agora o rectificador trifásico de ponto médio com a presença de auto-induções nas fontes de tensão alterna. Admita-se que estas têm um coeficiente L_k por fase, conforme está representado na fig. 3.5. Suponha-se o regime permanente estabelecido e a corrente de carga lisa com valor I_d . Defina-se a origem dos tempos (ou das fases) num instante de cruzamento de u_1 crescente com u_3 decrescente, conforme é patente na fig. 3.6.

Imediatamente antes de $\omega t=0$ estava D_3 à condução, sendo $i_3 = I_d$. A partir desse instante D_1 fica polarizado directamente e vai entrar à condução, começando i_1 a crescer a partir de zero; ao mesmo tempo i_3 diminuirá até se anular. Enquanto dura o fenómeno de condução simultânea de D_1 e D_3 , a malha constituída pelas fases 1 e 3 e o nó comum aos cátodos dos díodos regem-se, respectivamente, por

$$-u_1 + L_k \frac{di_1}{dt} - L_k \frac{di_3}{dt} + u_3 = 0 \quad (3.11)$$

$$i_1 + i_3 = I_d \quad (3.12)$$

Derivando esta última equação em ordem ao tempo acha-se $\frac{di_3}{dt} = -\frac{di_1}{dt}$. Por substituição em (3.11) chega-se a

$$u_1 - u_3 = 2L_k \frac{di_1}{dt} \quad (3.13)$$

que é uma equação análoga a (3.3), se se atender a que no primeiro membro está a diferença entre a tensão da fase cujo diódo começa a conduzir e a tensão da fase cujo diódo vai deixar de conduzir.

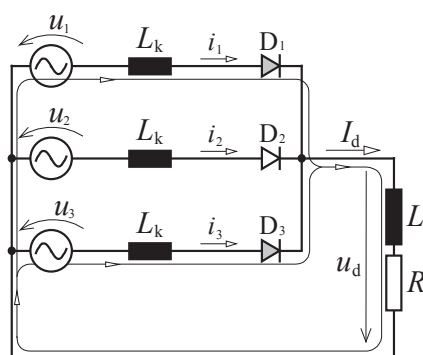


Fig. 3.5 – Circuito de rectificação trifásico de ponto médio não controlado com indutância na fonte.

PRESENÇA DE REACTÂNCIA INDUTIVA NAS FONTES DE TENSÃO

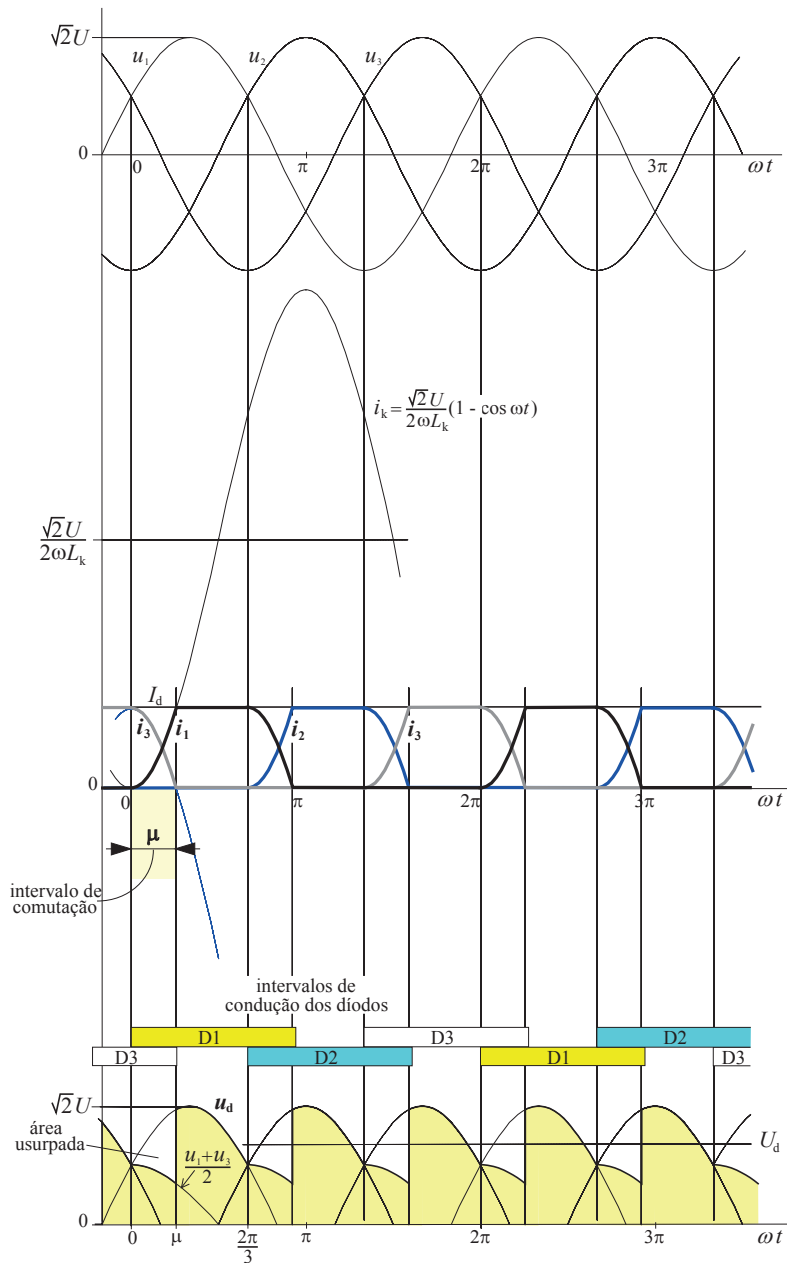


Fig. 3.6 - Diagramas de funcionamento do circuito da fig. 3.5 mostrando os pormenores da evolução de correntes num intervalo de comutação entre os diodos D_3 e D_1 .

Chame-se u_k à tensão de comutação entre as fases 3 e 1, isto é, $u_k = u_1 - u_3 = \sqrt{2}U_k \sin(\omega t)$. Trata-se de uma tensão composta com valor eficaz $U_k = \sqrt{3}U$. Resolvendo a equação (3.13) por integração e atendendo à condição inicial $i_1(t=0)=0$ obtém-se

$$i_1 = \frac{\sqrt{2}U_k}{2\omega L_k} [1 - \cos(\omega t)] \tag{3.14}$$

Esta equação é válida enquanto $i_1 \leq I_d$ e $i_3 \geq 0$. Poderá observar-se que a equação (3.4) para o rectificador bifásico é análoga a esta se nela se evidenciar que a tensão de comutação é $u_k = u_1 - u_2$ com $U_k = 2U$.

O ângulo de comutação μ é tal que para $\omega t = \mu$ vem $i_1 = I_d$, ou seja $\frac{\sqrt{2}U_k}{2\omega L_k} [1 - \cos(\mu)] = I_d$ e

$$\mu = \arccos\left(1 - \frac{2\omega L_k I_d}{\sqrt{2}U_k}\right) \quad (3.15)$$

Durante a comutação a tensão rectificada vale

$$u_d = u_1 - L_k \frac{di_1}{dt}$$

Mas, pela eq. (3.14), sabe-se que $L_k \frac{di_1}{dt} = \frac{u_1 - u_3}{2}$, donde resulta

$$u_d = \frac{u_1 + u_3}{2} \quad (3.16)$$

mostrando que a tensão rectificada é a semi-soma das tensões nas fases envolvidas na comutação.

Também neste circuito, durante a comutação, $u_d = u_1 - L_k \frac{di_1}{dt}$, i.e. o decréscimo da tensão rectificada relativamente à sua evolução em condições ideais é $L_k \frac{di_1}{dt}$. Tal como foi visto no circuito anterior a área usurpada na tensão u_d em cada comutação vale $L_k I_d$ e, agora que o período de u_d é um terço do das tensões, o valor médio da tensão usurpada é $D_x = \frac{L_k I_d}{T/3}$, ou seja

$$D_x = 3fL_k I_d \quad \text{ou} \quad D_x = \frac{3\omega L_k}{2\pi} I_d \quad (3.17)$$

Há que assinalar que, caso a comutação fosse excepcionalmente prolongada (p.ex. em virtude de L_k e/ou I_d serem muito elevados), e o ângulo μ excedesse 120° , então haveria intervalos com três díodos em condução simultânea neste rectificador. No entanto, aqui não se irá prosseguir no estudo dessas situações.

3.1.3- Rectificador trifásico em ponte

Neste conversor (cf. fig. 3.7) os díodos de cada grupo iniciam as comutações em instantes diferentes dos díodos do outro grupo. Desde que o ângulo de comutação não exceda 60° cada fenómeno de condução simultânea neste circuito ocorre exactamente como no rectificador trifásico de ponto médio, envolvendo apenas duas fases. Os diagramas da fig. 3.8 descrevem o funcionamento do circuito nessas condições, evidenciando uma comutação de D_3 para D_1 . São válidas aqui também as equações (3.11) a (3.15).

PRESENÇA DE REACTÂNCIA INDUTIVA NAS FONTES DE TENSÃO

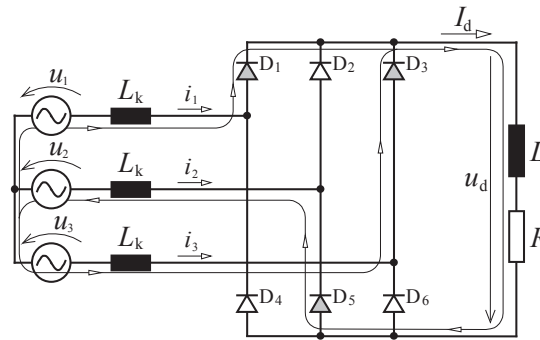


Fig. 3.7 – Circuito de rectificação trifásico em ponte não controlado com indutância na fonte.

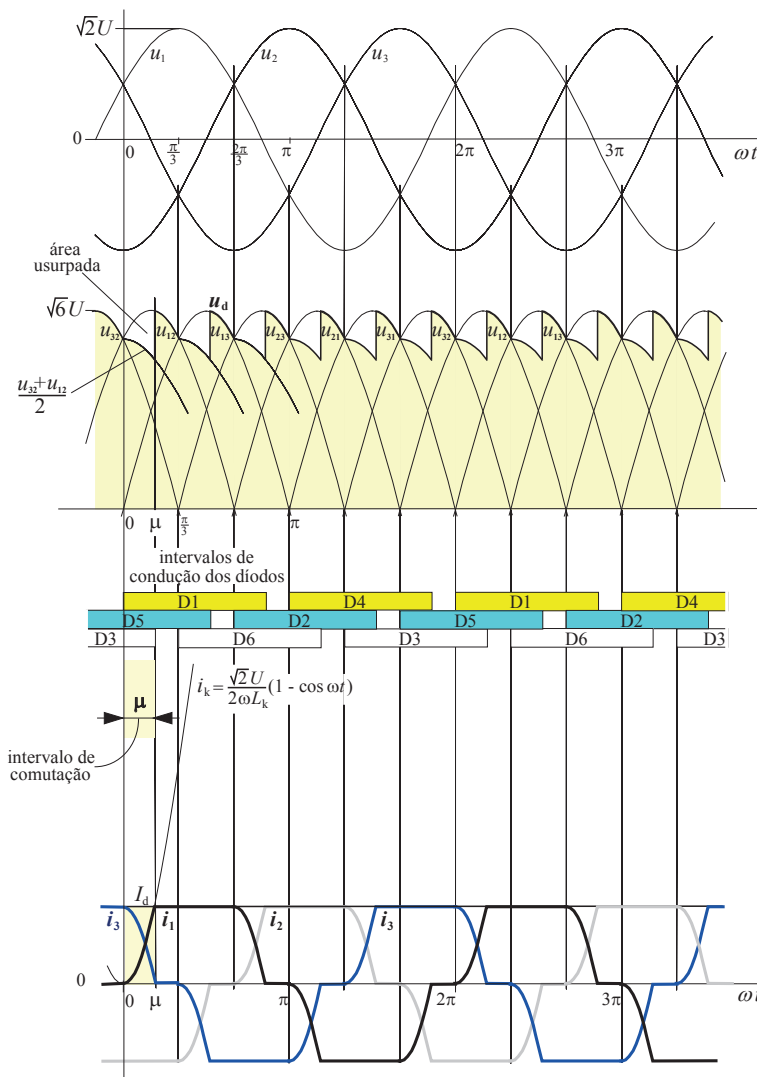


Fig. 3.8 - Diagramas de funcionamento do circuito da fig. 3.7 mostrando os pormenores da evolução de correntes num intervalo de comutação entre os díodos D_3 e D_1 .

A tensão à saída do rectificador na comutação calcula-se por

$$u_d = -L_k \frac{di_1}{dt} + u_1 - u_2 + L_k \frac{di_2}{dt} \quad (3.18)$$

Mas como nessa ocasião $i_2 = I_d$ resulta $u_d = -L_k \frac{di_1}{dt} + u_1 - u_2$. Por outro lado, atendendo a (3.13), tem-se $L_k \frac{di_1}{dt} = \frac{u_1 - u_3}{2}$, donde

$$u_d = (u_1 - u_2) - \frac{u_1 - u_3}{2} = \frac{u_1 + u_3}{2} - u_2 = \frac{u_1}{2} - \frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{2} - \frac{u_2}{2}, \text{ ou seja}$$

$$u_d = \frac{u_{12} + u_{32}}{2} \quad (3.19)$$

A mesma conclusão se poderia tirar atendendo ao facto de $u_d = u_{dA} - u_{dB}$, em que u_{dA} e u_{dB} representam, respectivamente, as tensões entre os pontos A e B e o ponto médio da fonte. De facto, durante a comutação de D_3 para D_1 , $u_{dA} = \frac{u_1 + u_3}{2}$ e, ao mesmo tempo, $u_{dB} = u_2$ por estar a conduzir D_5 no outro grupo; logo fica $u_d = \frac{u_1 + u_3}{2} - u_2$ tal como visto acima.

O valor ideal da tensão rectificada durante a condução simultânea de D_3 e D_1 seria $u_{di} = u_1 - u_2$, pelo que o decréscimo registado em (3.18) é de $L_k \frac{di_1}{dt}$ e a área usurpada em cada comutação vale $L_k I_d$ tal como no rectificador trifásico de ponto médio. Neste caso há seis comutações por período de u_d e o valor do decréscimo indutivo será $D_x = \frac{L_k I_d}{T/6}$

ou seja

$$D_x = 6fL_k I_d \text{ ou } D_x = \frac{3\omega L_k}{\pi} I_d \quad (3.20)$$

Tudo o que foi visto é válido para intervalos de comutação que não excedam 60° pois, caso contrário assiste-se à sobreposição de comutações nos grupos superior e inferior e, eventualmente, a intervalos de condução simultânea de três válvulas em cada grupo, deixando de obedecer à modelação matemática feita atrás.

Pelo que se viu até aqui pode concluir-se que num circuito polifásico de rectificação com índice de pulsação p , e para comutações envolvendo apenas duas válvulas, o ângulo de comutação é calculado por

$$\mu = \arccos\left(1 - \frac{2\omega L_k I_d}{\sqrt{2}U_k}\right) \quad (3.21)$$

e o decréscimo indutivo por

$$D_x = pfL_k I_d \text{ ou } D_x = \frac{p\omega L_k}{2\pi} I_d \quad (3.22)$$

É importante não esquecer que os fenómenos de comutação de válvulas num rectificador provocam deformações nas tensões alternas que podem afectar outros consumidores ligados à mesma entrada (“ao mesmo barramento”). Junto do rectificador, durante cada comutação, as tensões nas fases envolvidas mantêm-se ambas iguais entre si e com o andamento médio das tensões ideais em cada uma, o que se traduz numa evolução da tensão entre fases do tipo representado na fig. 3.9.

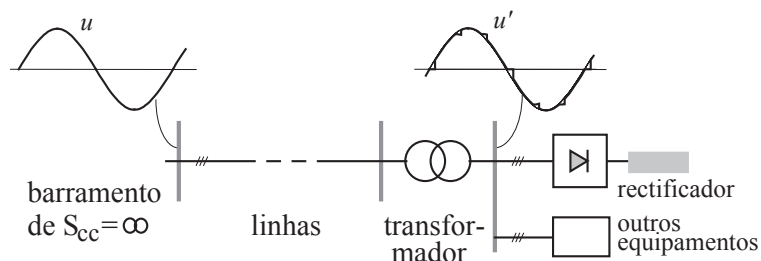


Fig. 3.9 – Deformação da tensão entre fases causada pela comutação de válvulas num rectificador triásico em ponte.

3.1.4- Rectificador monofásico em ponte

Neste circuito, representado na fig. 3.10, dá-se a comutação dos díodos de ambos os grupos ao mesmo tempo. Considere-se o regime permanente e a corrente lisa, e estabeleça-se que em $t=0$ se estão a iniciar as comutações de D_2 para D_1 e de D_4 para D_3 , conforme está indicado na fig. 3.11. Circulando numa malha contendo a fonte alterna, D_1 e D_2 encontra-se

$$u = u_k = L_k \frac{di}{dt}$$

onde u_k é a tensão de comutação e $u = u_k = \sqrt{2}U \sin(\omega t)$. Resolvida esta equação diferencial por simples integração, tendo em conta que em $t=0$ se regista $i = -I_d$, chega-se a

$$i = \frac{\sqrt{2}U_k}{\omega L_k} [1 - \cos(\omega t)] - I_d \tag{3.23}$$

Esta equação é válida apenas durante a comutação, i.e. para $-I_d \leq i \leq I_d$. O fenómeno termina em $\omega t = \mu$ quando $i = I_d$ e, por conseguinte, fica

$$\frac{\sqrt{2}U_k}{\omega L_k} [1 - \cos(\mu)] - I_d = I_d, \text{ donde}$$

$$\mu = \arccos\left(1 - \frac{2\omega L_k I_d}{\sqrt{2}U_k}\right) \tag{3.24}$$

RECTIFICADORES NÃO CONTROLADOS EM CONDIÇÕES REAIS

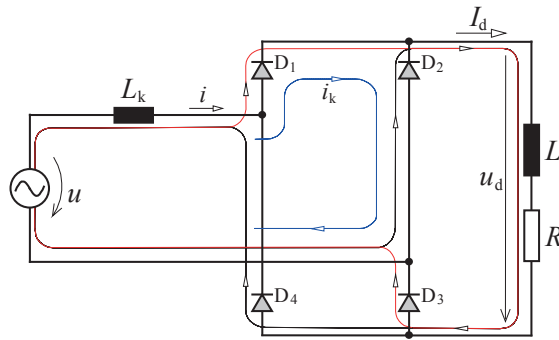


Fig. 3.10 – Circuito de rectificação monofásico em ponte não controlado com indutância na fonte.

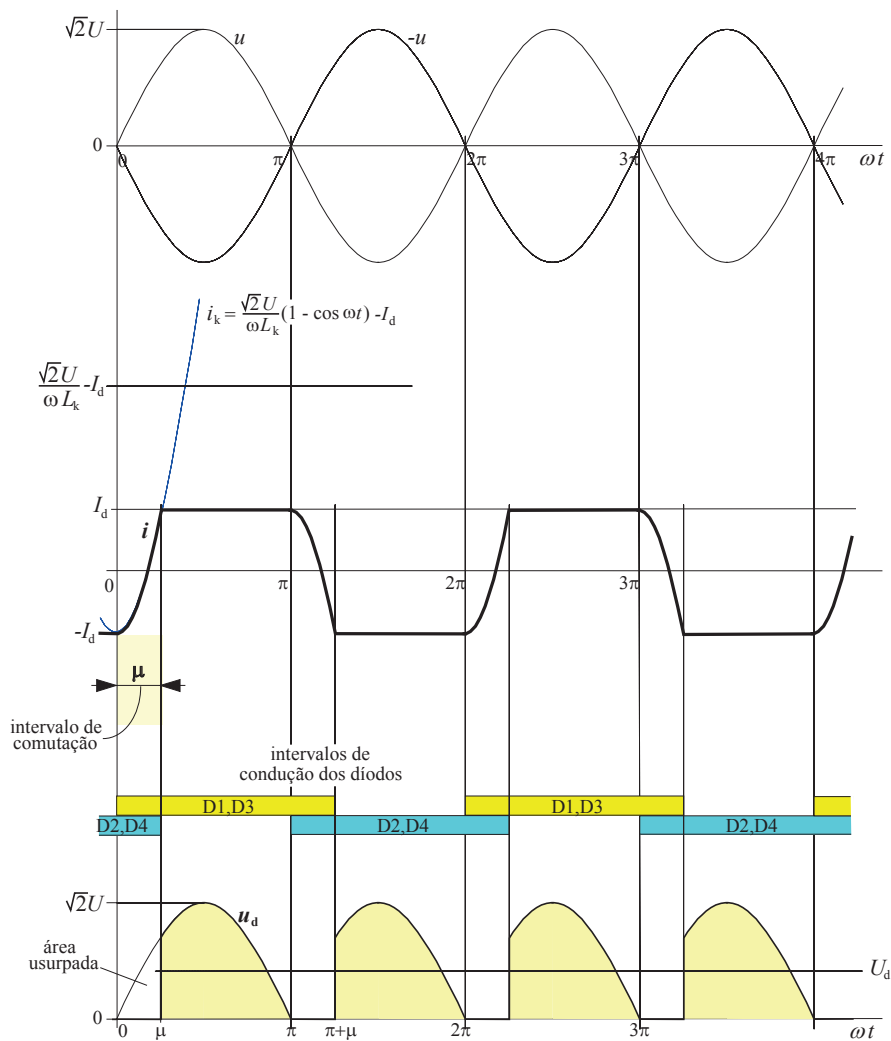


Fig. 3.11 - Diagramas de funcionamento do circuito da fig. 3.10 mostrando os pormenores da evolução de correntes num intervalo de comutação entre diodos.

Durante cada comutação a tensão rectificadora mantém-se nula, pois há díodos a conduzir no grupo superior e no grupo inferior. Circulando na malha atrás referida $u_d = u - L_k \frac{di}{dt}$. O decréscimo em relação ao valor ideal é $L_k \frac{di}{dt}$; integrando-o entre 0 e μ obtém-se a área tensão-tempo usurpada numa comutação

$$\int_0^{\mu/\omega} L_k \frac{di}{dt} dt = \int_{i(t=0)}^{i(t=\mu/\omega)} L_k di = \int_{-I_d}^{I_d} L_k di = 2L_k I_d$$

O valor médio da tensão usurpada, que se designa por decréscimo indutivo, neste caso é

$$D_x = \frac{2L_k I_d}{T/2}, \text{ donde}$$

$$D_x = 4fL_k I_d \text{ ou } D_x = \frac{2\omega L_k}{\pi} I_d \quad (3.25)$$

Os resultados (3.24) e (3.25) não satisfazem as generalizações que tinham sido propostas, respectivamente, em (3.21) e (3.22). Para que tal se verificasse era necessário ter considerado a fonte como bifásica, com tensões $u_1 = -u_2 = \sqrt{2}U \sin(\omega t)$ cada uma das quais tendo metade da amplitude de u , e uma auto-indução de coeficiente L_k em cada fase.

3.1.5- Característica de carga de um rectificador no caso geral

Pelo que ficou exposto, num rectificador polifásico com topologia em ponto médio ou em ponte, o ângulo μ de condução simultânea de dois díodos é calculado por

$$\mu = \arccos\left(1 - \frac{2\omega L_k I_d}{\sqrt{2}U_k}\right) \quad (3.21)$$

onde L_k representa o coeficiente de auto-indução, por fase, a montante do rectificador, U_k representa a tensão de comutação (entre as fases onde há díodos em condução simultânea) e I_d simboliza a corrente de carga suposta lisa. Note-se que o ângulo de comutação não depende do índice de pulsação do esquema.

Num circuito de rectificação polifásico, de p pulsos, com topologia em ponto médio ou em ponte, e com frequência de alimentação $f = \frac{\omega}{2\pi}$, o decréscimo indutivo determina-se por

$$D_x = pfL_k I_d \text{ ou } D_x = \frac{p\omega L_k}{2\pi} I_d \quad (3.22)$$

Note-se que o circuito monofásico também obedece a estas expressões, desde que se tome o coeficiente de auto-indução L_k em cada fase (i.e. metade do que se adoptou na secção 3.1.4).

A tensão média rectificada em condições ideais (valor que também se regista com o rectificador em vazio) pode calcular-se genericamente, para um rectificador de índice de pulsação p e com tensão de pico U_{\max} , atendendo à fig. 3.12a, através de

$$U_{\text{di}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/p}^{\pi/p} U_{\max} \cos(\omega t) \cdot d(\omega t)$$

o que dá

$$U_{\text{di}} = \frac{p}{\pi} U_{\max} \sin\left(\frac{\pi}{p}\right) \quad (3.26)$$

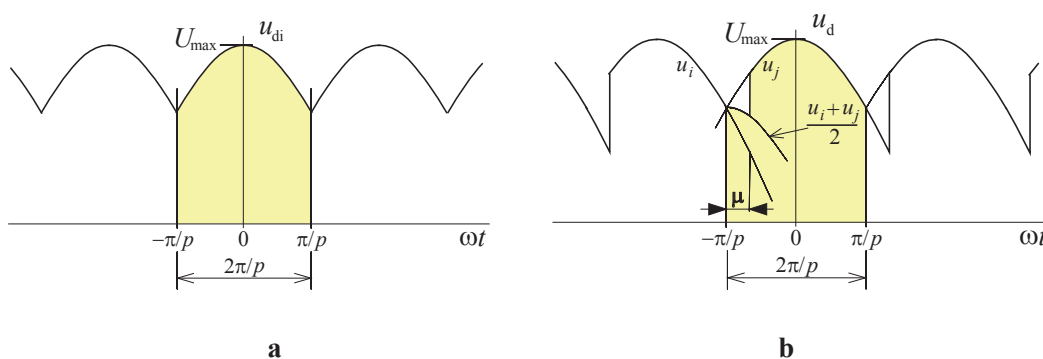


Fig. 3.12 – Forma da tensão rectificada no caso genérico de um rectificador de p pulsos: **a** - caso de fonte ideal; **b** - caso de fonte com indutância interna.

A tensão média rectificada em carga, supondo que a fonte tem apenas indutância interna e os díodos são ideais, obtém-se por

$$U_{\text{d}} = U_{\text{di}} - D_{\text{x}} \quad (3.27)$$

Como D_{x} cresce linearmente com I_{d} o valor médio da tensão à saída do rectificador diminui com aquela corrente de carga. O diagrama correspondente, representado na fig. 3.13, é conhecido como **característica de saída**, ou **de carga**, ou ainda **de regulação** do rectificador.

Esclareça-se entretanto que, no caso geral polifásico, a característica de carga tem a evolução referida apenas até certo limite de corrente. Para além disso, começam a registar-se conduções simultâneas de mais do que duas válvulas e as expressões obtidas deixam de ser válidas. A título ilustrativo, na fig. 3.14 mostra-se a característica de saída de um rectificador trifásico de ponto médio até ao curto-circuito. Na maioria das aplicações a expressão (3.22) é válida bastante para além da corrente nominal.

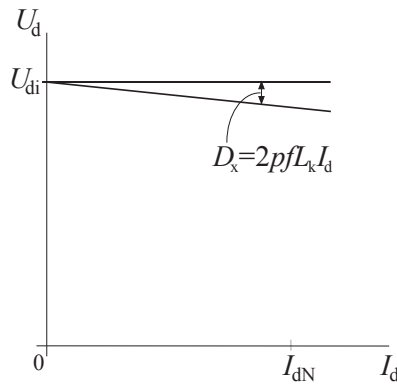


Fig. 3.13 – Característica de carga de um retificador tendo em conta o decréscimo indutivo.

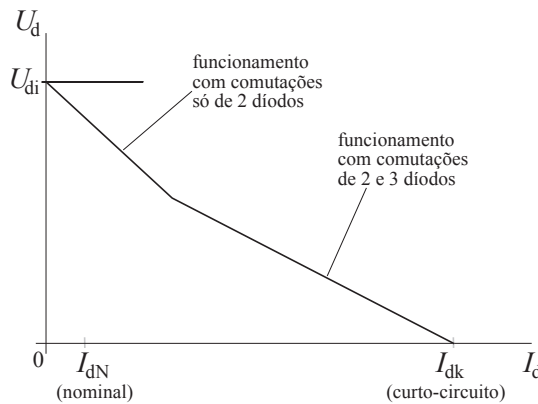


Fig. 3.14 – Característica de carga de um retificador trifásico de ponto médio, em toda a sua extensão, tendo em conta o decréscimo indutivo causado pela condução simultânea de duas ou três válvulas.

3.2- Presença de resistência interna nas fontes de tensão e de q.d.t. nos díodos

Os rectificadores de potência considerável são alimentados a partir das redes de distribuição em MT ou BT através de transformadores. A impedância da rede a montante (entenda-se impedância de curto-circuito) nesses casos tem característica predominantemente indutiva tal como a do próprio transformador. Por isso é quase sempre aceitável considerar apenas o decréscimo indutivo na tensão média de saída do retificador.

Mas pode formular-se facilmente um modelo matemático simplificado para ter em conta o efeito da presença de resistência na fonte de um retificador. Tome-se como exemplo o retificador trifásico de ponto médio (cf. fig.) e seja r_k o valor dessa resistência por fase. Considere-se ainda que a corrente de carga é lisa e tem o valor I_d .

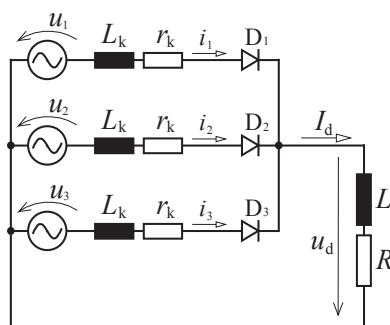


Fig. 3.15 – Rectificador trifásico de ponto médio não controlado e com indutância e resistência na fonte.

Enquanto estiver a conduzir apenas um diodo de uma fase a q.d.t. na resistência dessa fase vale $r_k I_d$. Nessas condições (corrente constante) a q.d.t. em L_k é nula; só nos intervalos de comutação se assiste à usurpação de tensão causada pelas auto-induções. A fig. 3.16 descreve estes aspectos. Considerando que os intervalos de comutação são muito mais curtos que os períodos de condução de cada diodo sozinho, pode admitir-se que o decréscimo resistivo de tensão no circuito será dado por

$$D_r = r_k I_d \quad (3.28)$$

Esta expressão é válida para qualquer circuito de rectificação de **ponto médio**. A simplificação feita evita uma análise excessivamente complicada do funcionamento do circuito e dos fenómenos de comutação. Tal estudo requeria a resolução numérica das equações diferenciais que regem o circuito nas diferentes configurações de diodos a conduzirem.

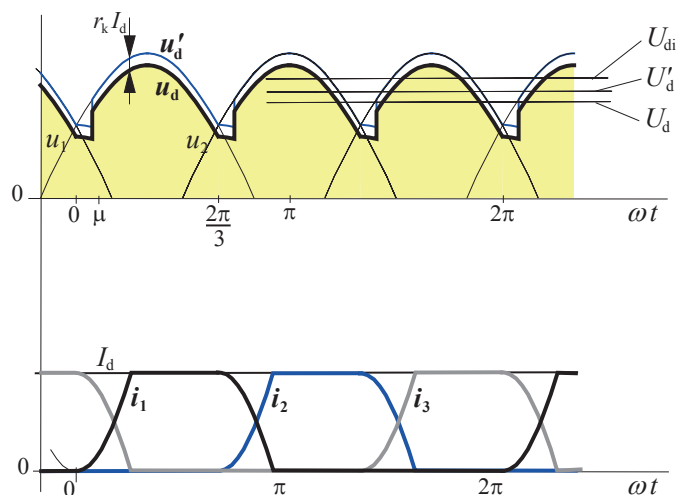


Fig. 3.16 – Efeito da indutância e da resistência na fonte em termos da tensão rectificada num rectificador de ponto médio não controlado.

Nos circuitos em **ponte**, com pressupostos idênticos ao caso anterior, há sempre corrente a circular em duas fases e, por conseguinte, o decréscimo resistivo exprimir-se-á por

$$D_r = 2r_k I_d \tag{3.29}$$

As **válvulas usadas nos rectificadores não são ideais**, ao contrário do que foi admitido até aqui para efeitos de cálculo da tensão rectificada. De facto, já foi visto pela expressão (2.42) que um diódo atravessado pela corrente i_F tem uma q.d.t. no sentido directo (ânodo-cátodo) que se pode exprimir com razoável exactidão por

$$u_F = U_{TO} + r_F i_F \tag{3.30}$$

onde U_{TO} representa a tensão limiar de condução e r_F a resistência directa incremental. Tipicamente um diódo de potência em carga apresenta $u_D \approx 1$ a $1,5V$.

Quando existe apenas um diódo a conduzir (fóra dos intervalos de comutação) aquela q.d.t. reflecte-se na diminuição da tensão à saída do rectificador. Nos circuitos de ponto médio o decréscimo causado pela q.d.t. nas válvulas resulta da interposição de um só diódo, ao passo que nos rectificadores em ponte resulta de dois díodos em série. Assim, fica

$$D_v = s u_F \tag{3.31}$$

onde s é o número de díodos em série no circuito e u_F a q.d.t. em cada um. Esta última é por vezes considerada com o valor indicativo de $1V$ ou $1,5V$. Note-se que este aspecto assume verdadeira importância quando a tensão de serviço é reduzida (p. ex. $D_v \approx 2V$ numa rectificação de $U_d \approx 15V$) deixando de ser relevante no caso de tensões elevadas (p. ex. $D_v \approx 2V$ numa rectificação de $U_d \approx 200V$).

A fig. 3.17 ilustra os três efeitos de atenuação que aqui foram analisados em termos de diagrama de tensão à saída de um rectificador e a fig. 3.18 mostra como esses efeitos se reflectem na característica de carga do mesmo.

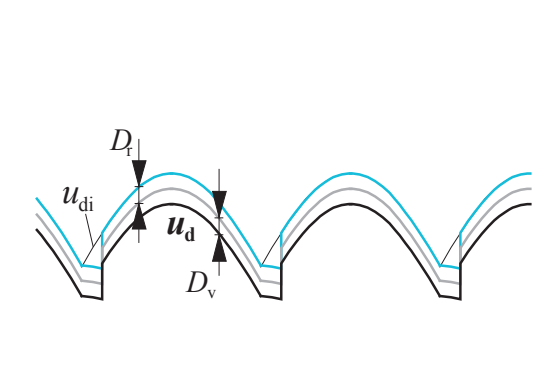


Fig. 3.17 – Efeitos dos decréscimos indutivo, resistivo e nas válvulas na tensão à saída de um rectificador genérico.

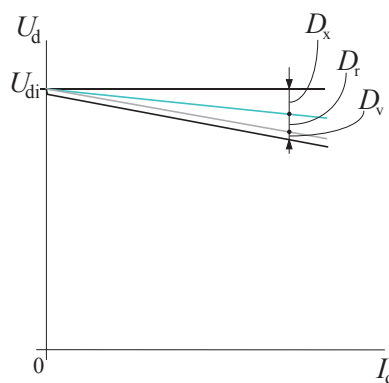


Fig. 3.18 – Característica de carga de um rectificador genérico tendo em conta os efeitos dos decréscimos indutivo, resistivo e nas válvulas.

3.3- Associação de rectificadores em série

Normalmente associam-se circuitos de rectificação com o intuito de:

- aumentar o índice de pulsação e assim diminuir o *ripple* da tensão rectificada,
- obter correntes alternas com menor teor harmónico,
- fazer a subdivisão de tensões e/ou correntes pelos vários circuitos associados.

Estes objectivos são alcançados associando circuitos do mesmo tipo com as tensões rectificadas por cada um adequadamente desfasadas entre si. Tais desfasamentos têm de ser estabelecidos nas fontes de tensão alterna dos rectificadores, o que na prática se consegue com esquemas apropriados dos transformadores de rectificação.

No que se segue faz-se unicamente alusão a associações de dois rectificadores, mas podem generalizar-se facilmente os esquemas e as regras de associação para rectificadores em maior número.

3.3.1- Aspectos gerais

O esquema básico de ligação de dois rectificadores associados em série no lado de DC é como se representa na fig. 3.19a. Admite-se que as fontes de tensão AC de cada rectificador associado são separadas. Com esta associação a corrente de carga é comum aos rectificadores associados e a tensão resulta da soma das tensões rectificadas por cada um deles, quer em valores instantâneos quer em valores médios:

$$i'_d = i''_d = i_d, \quad I'_d = I''_d = I_d \quad (3.32)$$

$$u_d = u'_d + u''_d, \quad U_d = U'_d + U''_d \quad (3.33)$$

Convém notar desde já que, se as tensões rectificadas parciais estiverem em fase (cf. fig. 3.19b), não resulta qualquer benefício em termos do alisamento da tensão na carga. Tal solução não oferece interesse prático. Interessa antes procurar esquemas em que as tensões u'_d e u''_d estejam desfasadas entre si de metade do seu período, como fica assinalado na fig. 3.19c.

Nos rectificadores de potência elevada parte-se quase sempre de montagens trifásicas, para as quais facilmente se encontram soluções de alimentação com os desfasamentos adequados à custa de esquemas engenhosos de transformadores.

A associação em série pode ser interessante para obter uma tensão contínua muito elevada à custa de rectificadores cujos díodos não suportem as tensões de serviço necessárias com um único conversor.

ASSOCIAÇÃO DE RECTIFICADORES EM SÉRIE

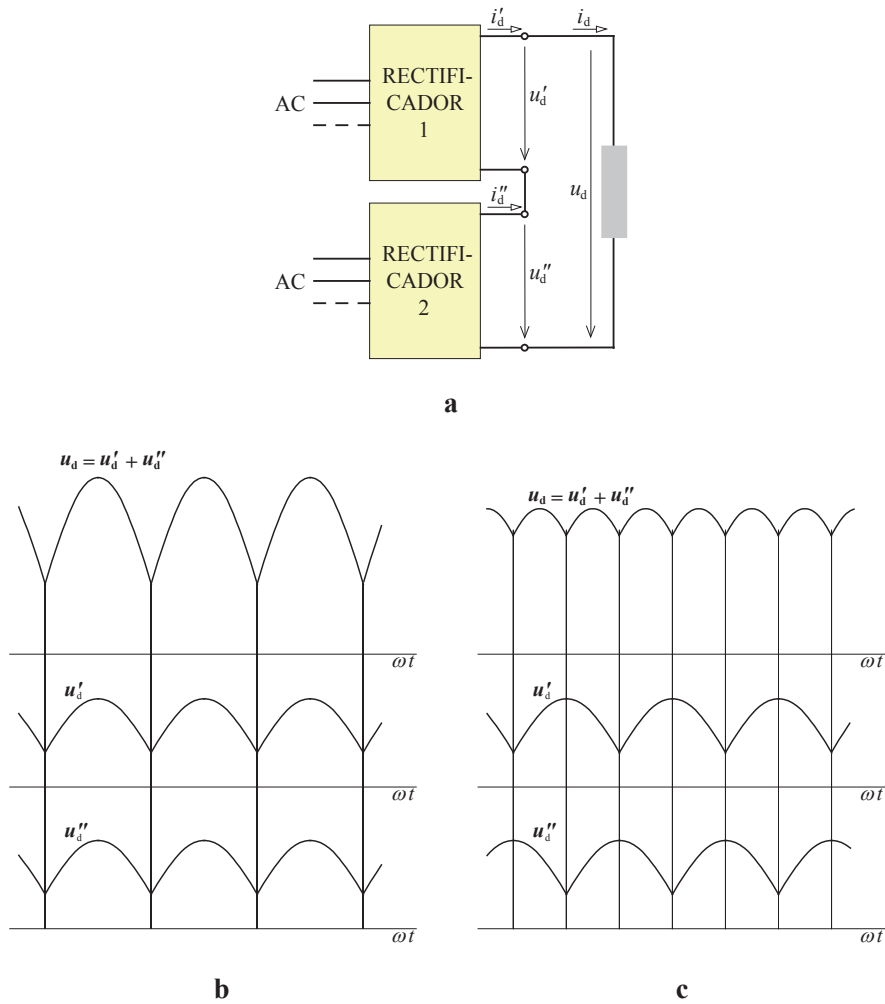


Fig. 3.19 – a: esquema geral da ligação de rectificadores em série no lado de DC; b: forma da tensão resultante com tensões parciais em fase; c: forma da tensão resultante com tensões parciais desfasadas.

3.3.2- Exemplo de associação em série de duas pontes trifásicas

Associando dois rectificadores trifásicos em ponte consegue-se obter uma montagem com índice de pulsação 12. Como cada ponte trifásica apresenta um tensão rectificada com período igual a 60° na escala de ωt , há que encontrar fontes trifásicas de tensão desfasadas de 30° . Uma forma expedita de o conseguir consiste na utilização de um transformador de três enrolamentos Y-y-d como representado na fig. 3.20a. A fig. 3.20c mostra, através dos fasores das tensões, como esse desfasamento é obtido.

RECTIFICADORES NÃO CONTROLADOS EM CONDIÇÕES REAIS

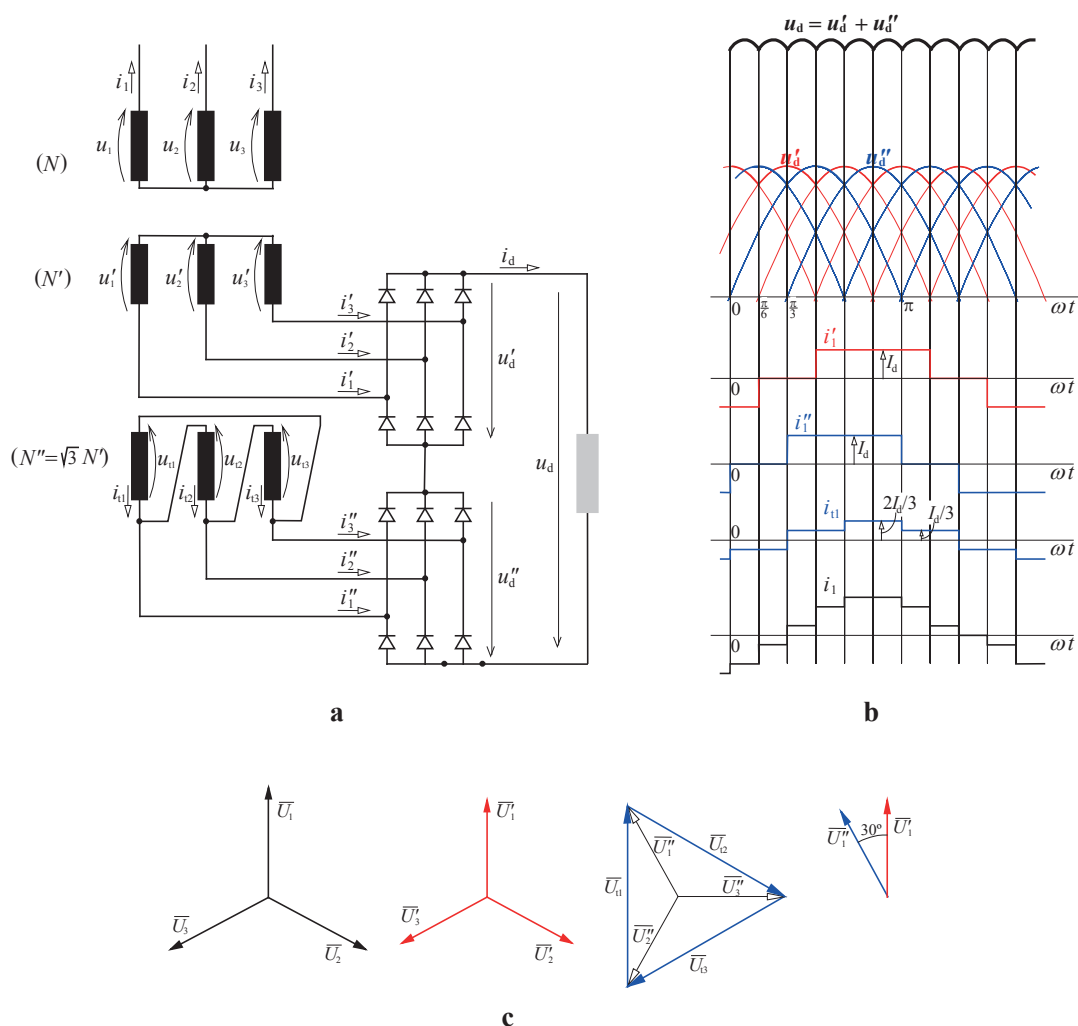


Fig. 3.20 – a: esquema da associação de duas pontes trifásicas em série no lado de DC; b: forma da tensão rectificadora e da corrente na linha resultantes; c: explicação do processo de desfaseamento das tensões nos rectificadores com o transformador de três enrolamentos (Y-y-d).

Ao fazer este tipo de associação consegue-se melhorar simultaneamente as formas das gradezas convertidas para DC e para AC. Repare-se como a corrente na rede se assemelha mais a uma senoide do que as correntes na fase de alimentação de cada ponte rectificadora. Com efeito, i_1 apenas contém harmónicas de ordem $h=12k\pm 1$ (i.e. $h=11, 13, 23, 25, 35, 37, \dots$), ao passo que i'_1 e i''_1 continham harmónicas de ordem $h=6k\pm 1$ (i.e. $h=5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, \dots$). Este facto resulta de as correntes nas fases dos rectificadores estarem defasadas de 30° , o que proporciona um cancelamento mútuo de certas harmónicas.

3.3.3- Caso da topologia em ponte

Cabe aqui considerar um facto que já foi assinalado em 2.6: as montagens em ponte equivalem à associação de dois esquemas de ponto médio. A fig. 3.21 mostra novamente a génese da topologia trifásica em ponte.

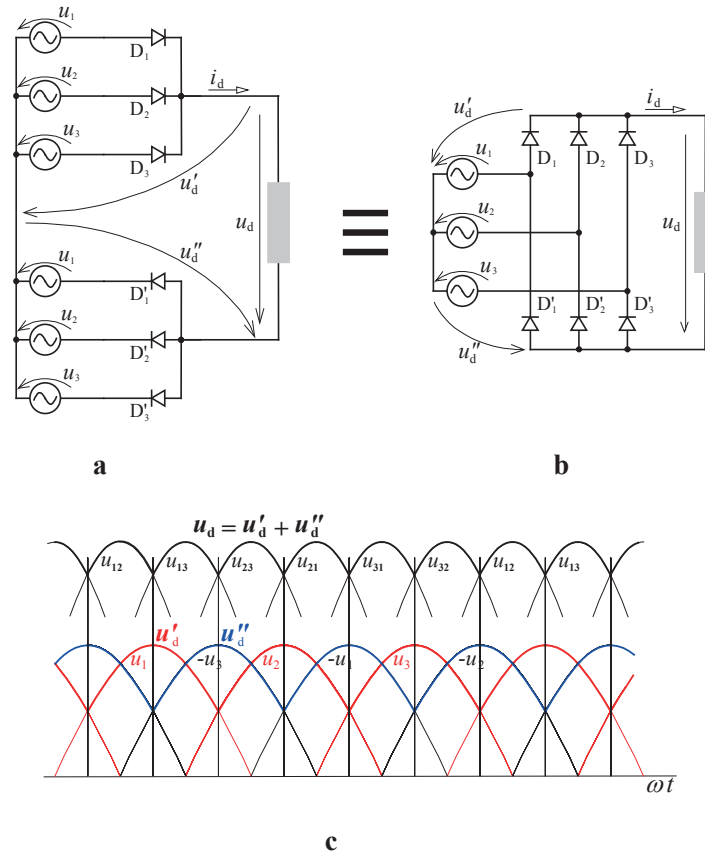


Fig. 3.21 – a: ligação de dois rectificadores trifásicos de ponto médio em série no lado de DC; b: esquema equivalente partilhando a fonte de AC; c: forma da tensão rectificadora resultante.

Como contra-exemplo, note-se que na associação que gera a ponte monofásica não há desfasagem entre as tensões dos dois circuitos bifásicos de ponto médio, pelo que naquela montagem não resulta qualquer benefício relativo em termos do índice de pulsação.

3.4- Associação de rectificadores em paralelo

3.4.1- Aspectos gerais

No caso das associações dos rectificadores em paralelo no lado de contínua, para que cada um deles continue a manter o seu funcionamento próprio, a ligação não pode ser feita directamente, como se viu para a associação em série. De facto, cada um necessita de uma corrente DC imposta, o que deixa de se verificar quando se interligam directamente como se ilustra nos exemplos da fig. 3.22 e 3.23. Nesses casos a repartição de correntes pelos díodos faz-se pela fase que tiver maior tensão:

- se não houver desfasagem entre os dois sistemas de tensões trifásicas (cf. fig. 3.22) a corrente de carga é repartida, ora por um ora por outro conversor, de forma incerta, dependendo de pequenos desequilíbrios das tensões de fase num grupo e no outro;
- se houver desfasagem entre os dois sistemas de tensões trifásicas, como se exemplifica na fig. 3.22, cada diódo passa a conduzir sempre durante 60° , em vez dos 120° que aconteciam no funcionamento de cada grupo isoladamente.

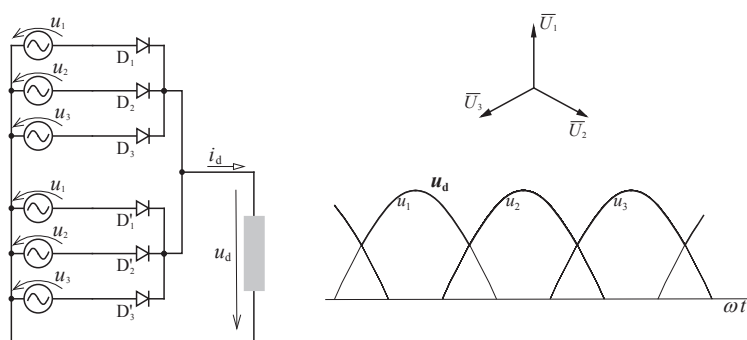


Fig. 3.22 – Ligação directa de dois rectificadores trifásicos de ponto médio em paralelo no lado de DC, sem desfasagem entre as respectivas tensões.

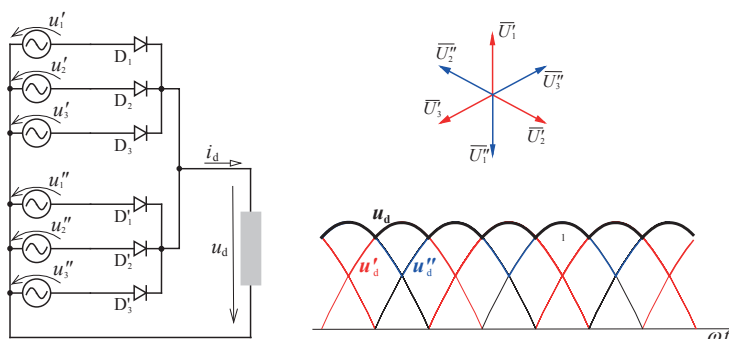


Fig. 3.23 – Ligação directa de dois rectificadores trifásicos de ponto médio em paralelo no lado de DC, com desfasagem entre as respectivas tensões. Resulta um circuito hexafásico de ponto médio.

Para manter a corrente DC imposta em cada um dos conversores associados podem inserir-se bobinas em série com cada qual. Geralmente utiliza-se uma bobina com dois enrolamentos no nó de partilha de carga, como se indica nas fig^{as}. 3.24a e 3.24b. Embora pudessem existir duas bobinas, uma em série com cada rectificador, esta solução de uma bobina com dois enrolamentos sobre um único núcleo — chamada **bobina repartidora** ou bobina **de sucção**, ou ainda **transformador interfase** — permite que o efeito magnetizante da componente contínua de corrente em ambos os conversores, se anule mutuamente, evitando a saturação do núcleo da bobina que, assim, manterá um coeficiente de auto-indução elevado, necessário para atenuar uma corrente de circulação que vai existir como se mostra em seguida.

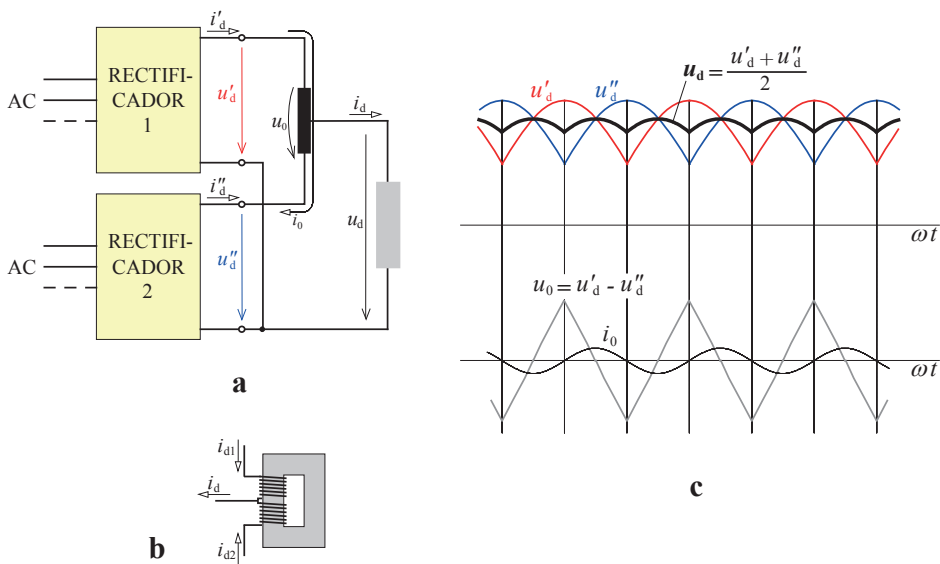


Fig. 3.24 – a: esquema geral de ligação de dois rectificadores em paralelo no lado de DC utilizando uma bobina de repartição; b: esquema da bobina de repartição (ou *transformador interfase*); c: forma da tensão rectificadora resultante da tensão aplicada à bobina repartidora e da corrente de circulação.

Havendo corrente imposta em cada conversor associado, este mantém o seu funcionamento normal, apresentando a tensão rectificadora que o caracteriza. Os rectificadores associados têm de ser tais que apresentem tensões u'_d e u''_d com igual valor médio, mas desfasadas entre si de metade do período. Assim, entre os terminais extremos da bobina de sucção aparece uma tensão u_0 correspondente à diferença entre u'_d e u''_d , que é uma tensão alternada de valor médio nulo; por conseguinte a componente de corrente i_0 que circula entre um conversor e o outro é também alternada e resulta de u_0 atenuada pela auto-indução total da bobina repartidora (cf. fig. 3.24c).

A tensão na carga corresponde ao valor médio entre as tensões instantâneas u'_d e u''_d . O seu valor médio é igual aos das rectificações associadas, enquanto que o valor médio em cada rectificador virá igual a metade do valor médio da corrente na carga:

$$U'_d = U''_d = U_d \quad (3.34)$$

$$I'_d = I''_d = \frac{I_d}{2} \quad (3.35)$$

Quando haja necessidade de uma corrente contínua muito elevada, a associação de rectificadores em paralelo constitui uma solução interessante para fazer a sua subdivisão por dois ou mais conversores. Os díodos destes últimos podem assim, mais facilmente, suportar as correntes a que ficam sujeitos.

Convém ter em atenção que o que foi dito decorre do pressuposto de se manter a condição de independência de funcionamento entre os rectificadores associados. Mas esta apenas se regista desde que a corrente de carga I_d nunca se torne inferior ao valor de pico da componente de circulação i_0 . Abaixo desse valor crítico assiste-se a um fenómeno chamado **viragem do circuito**, que corresponde a haver interferência entre a operação de um conversor e do outro. No limite, se a corrente de carga tender para zero, o conjunto funciona como uma associação sem bobina repartidora.

A título de exemplo, na fig. 3.25 mostram-se detalhes da associação em paralelo de dois rectificadores trifásicos de ponto médio. O desfaseamento entre as fontes trifásicas dos dois rectificadores consegue-se com um transformador com esquema de enrolamentos que já foi visto na secção 2.5 (fig. 2.26b).

Se a corrente de carga tender para zero, assiste-se à viragem do circuito e, no limite, a associação funciona como a montagem da fig. 3.23.

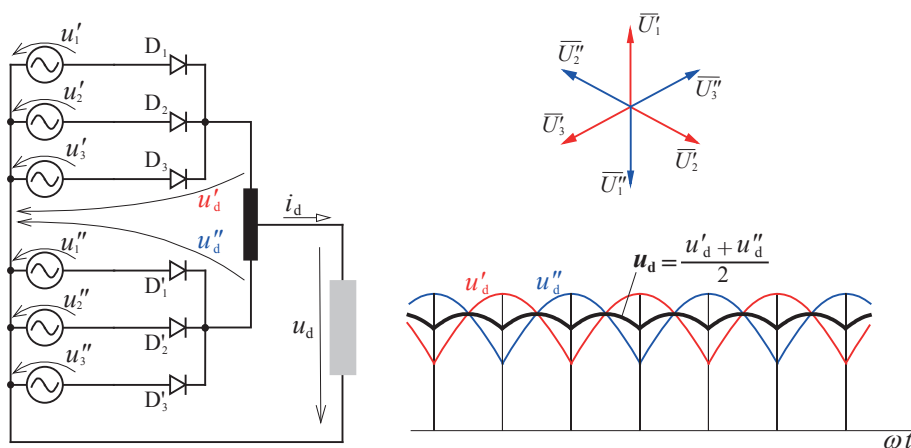


Fig. 3.25 – Ligação de dois rectificadores trifásicos de ponto médio em paralelo no lado de DC, com desfaseamento entre as respectivas tensões e com bobina repartidora.

3.4.2- Exemplo de associação de duas pontes trifásicas

Para associar em paralelo duas pontes trifásicas pode-se recorrer ao mesmo tipo de esquema de transformador que se viu para a associação em série, conforme fica representado na fig. 3.26. Dentro da zona de funcionamento independente dos conversores, conseguem-se melhorias nas formas das grandezas convertidas (tensão rectificada e corrente na linha) idênticas às obtidas na associação em série.

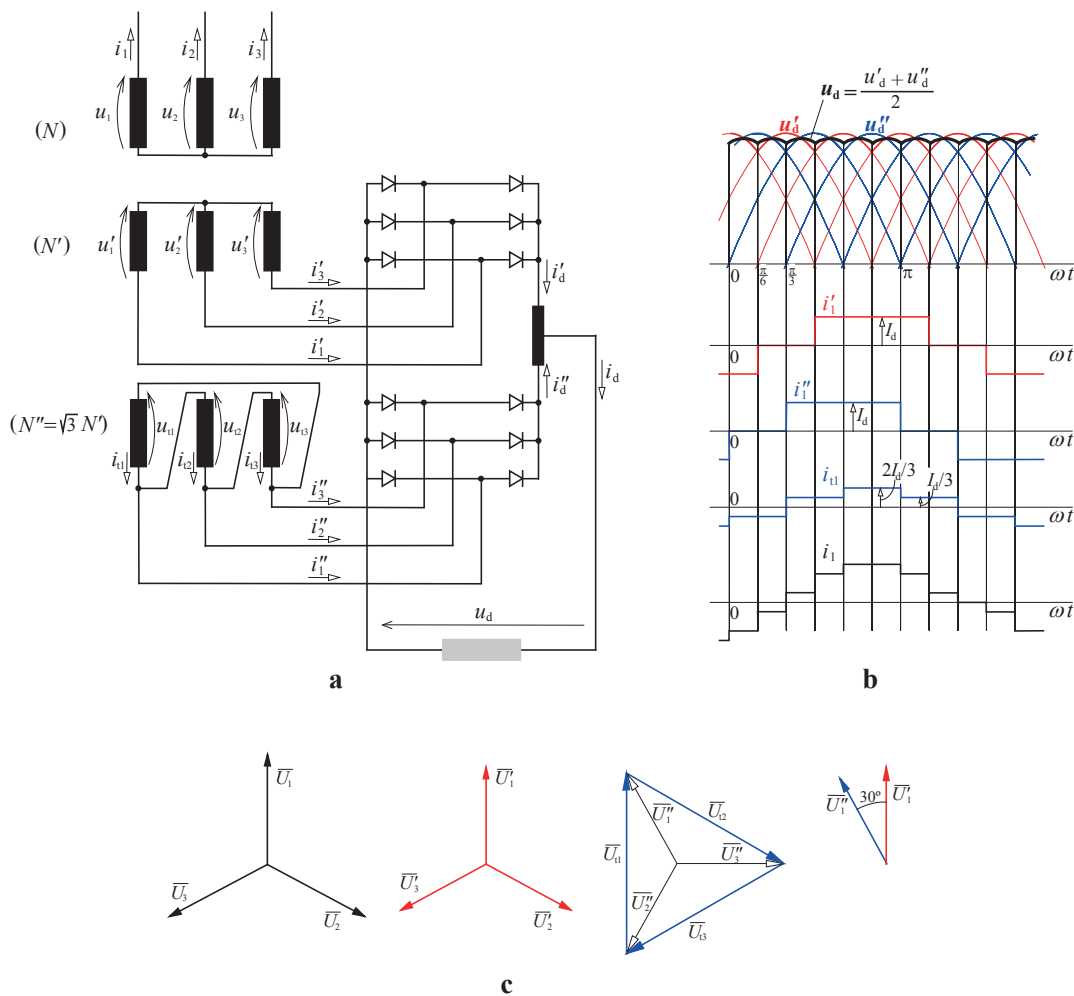


Fig. 3.26 – a: esquema da associação de duas pontes trifásicas em paralelo no lado de DC; b: forma da tensão rectificada e da corrente na linha resultantes; c: explicação do processo de desfaseamento das tensões nos rectificadores com o transformador de três enrolamentos (Y/Y/D).



4 – TRANSFORMADORES E BOBINAS

4.1- Introdução aos transformadores de rectificação

Os rectificadores a díodos são geralmente alimentados a partir da rede de tensão alternada, seja em BT seja em MT, através de transformadores. A utilização destes últimos tem várias finalidades, designadamente:

- adaptar o valor eficaz da tensão alternada aplicado ao rectificador para obter determinado valor médio de tensão rectificada;
- isolar galvanicamente o circuito de rectificação em relação à rede de tensão alternada, permitindo fixar um potencial no lado de contínua (frequentemente é o terminal negativo que fica ligado à terra);
- realizar esquemas polifásicos com modificação do número de fases e/ou com redução do teor harmónico da corrente na linha;
- conseguir desfasamentos adequados nas tensões de saída para realizar associações de rectificadores.

O esquema de princípio de uma instalação de rectificação com transformador está esquematizado na fig. 4.1. Neste tipo de aplicação utilizam-se geralmente transformadores secos.

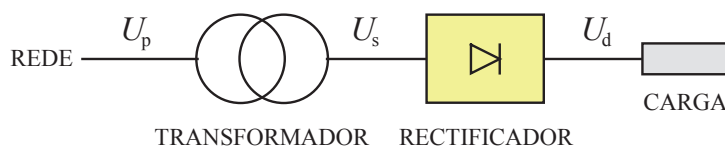


Fig. 4.1 – Esquema unifilar típico de uma instalação de rectificação de potência.

Mas também há que ter em conta que a presença de um transformador a montante de um rectificador tem outras consequências, algumas das quais desvantajosas:

- atenua um pouco as intensidades das correntes de curto-circuito no conversor, o que constitui um aspecto benéfico;
- tem custo acrescido e introduz perdas adicionais no sistema;
- contribui para o decréscimo do valor médio da tensão rectificada quando a corrente de carga aumenta.

Enquanto um transformador de potência de serviço normal funciona com correntes e tensões aproximadamente sinusoidais (i.e. com cargas predominantemente lineares), num

transformador de rectificação as correntes são deformadas, possuindo elevado teor de harmónicas. No entanto, as tensões costumam manter-se aproximadamente sinusoidais, embora apresentem golpes motivados pelos fenómenos de comutação (vide p.ex. secção 3.1.3).

Para além de serem usados em rectificações a díodos os transformadores também são aplicados em rectificações controladas e ainda noutros tipos de conversores. Representam só por si uma parcela muito significativa do custo total da instalação, bem como um considerável acréscimo de peso e volume.

O projecto de transformadores de rectificação passa pela escolha de esquemas de ligação adequados e pelo dimensionamento dos enrolamentos e do núcleo. No presente capítulo avança-se no cálculo das correntes que circulam nos enrolamentos e das **potências aparentes** utilizadas para a escolha de transformadores aplicados em rectificações, analisando vantagens e inconvenientes dos esquemas de ligação de enrolamentos.

4.1.1- Definições e cálculos em circuitos magnéticos de transformadores

O comportamento dos circuitos magnéticos tem analogia com o dos circuitos eléctricos. Com efeito, um dado troço de circuito magnético (de onde não haja dispersão), atravessado por um fluxo magnético Φ e possuindo uma relutância R , estará sujeito a uma diferença de potencial magnético (d.p.m.) V , obedecendo à lei de Ohm dos circuitos magnéticos:

$$V = R \Phi \tag{4.1}$$

Num circuito magnético cuja secção seja abraçada por um enrolamento com N espiras, onde circule a intensidade de corrente i , define-se uma força magnetomotriz (f.m.m.) F por

$$F = N i \tag{4.2}$$

Essa f.m.m. é igual à soma das d.p.m. ao longo dos troços de um circuito magnético fechado, como o caso ilustrado na fig. 4.2.

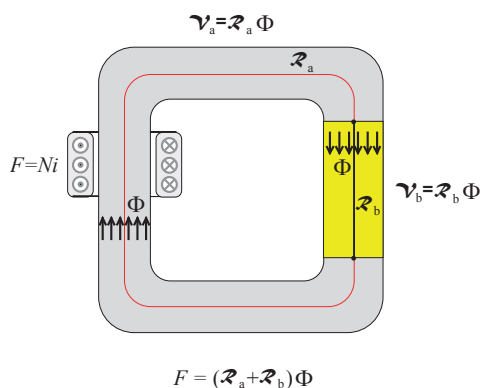


Fig. 4.2 – Circuito magnético com dois troços, de relutâncias R_a e R_b , atravessado por um fluxo Φ , excitado por uma corrente i num enrolamento com N espiras. A f.m.m. devida ao enrolamento é $F = Ni = V_a + V_b = (R_a + R_b)\Phi$.

Comparativamente com os circuitos eléctricos existe analogia entre: fluxos e correntes, f.m.m. e tensões de fontes, diferenças de potencial magnético (d.p.m.) e quedas de tensão (q.d.t.), relutâncias e resistências. As leis de Ohm e de Kirchhoff são aplicáveis a ambos os contextos. A dificuldade de modelação dos circuitos magnéticos resulta de serem sede de fugas (de dispersão das linhas de campo magnético por fora dos troços estabelecidos para o seu confinamento) e não poderem ser facilmente assumidos como filiformes.

Considere-se um transformador trifásico com o circuito magnético esquematizado na fig. 4.3. Admita-se que não há dispersão magnética nas colunas de ferro do núcleo. Tal como as tensões em ramos paralelos de um circuito eléctrico, as d.p.m. nas três colunas do transformador são iguais a todo o instante:

$$V = R_1 \Phi_1 = R_2 \Phi_2 = R_3 \Phi_3 \quad (4.3)$$

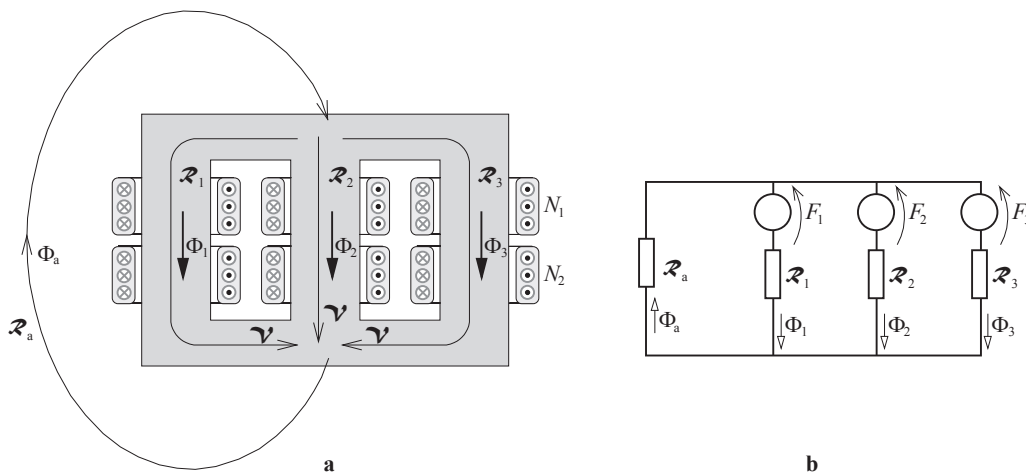


Fig. 4.3 – Circuito magnético do núcleo de um transformador trifásico e respectivo esquema eléctrico de analogia.

Se a soma dos três fluxos não for nula então haverá um fluxo Φ_a a fechar-se exteriormente ao circuito ferromagnético do transformador, chamado **fluxo residual** ou de **dispersão**. Atribuindo uma relutância global equivalente R_a a este percurso exterior (muito maior do que as relutâncias dos troços de ferro), tem-se também

$$V = R_a \Phi_a \quad (4.4)$$

e, por conseguinte, as f.m.m. impostas pelos enrolamentos de cada troço correspondem a

$$\begin{aligned} F_1 &= R_1 \Phi_1 + R_a \Phi_a \\ F_2 &= R_2 \Phi_2 + R_a \Phi_a \\ F_3 &= R_3 \Phi_3 + R_a \Phi_a \end{aligned} \quad (4.5)$$

Considerando que em cada coluna do transformador há dois enrolamentos, um primário e outro secundário, atravessados por correntes concordantes i_{pk} e i_{sk} , respectivamente, e possuindo números de espiras N_1 e N_2 , respectivamente, as f.m.m. aplicadas obtêm-se por

$$\begin{aligned} F_1 &= N_1 i_{p1} + N_2 i_{s1} \\ F_2 &= N_1 i_{p2} + N_2 i_{s2} \\ F_3 &= N_1 i_{p3} + N_2 i_{s3} \end{aligned} \tag{4.6}$$

Num transformador funcionando com correntes sinusoidais, a plena carga, os efeitos magnetizantes do primário e do secundário contrariam-se, pelo que o fluxo em cada perna resulta praticamente nulo. Nesse caso não haverá fluxo residual com valor significativo a fechar-se por fora do núcleo do transformador.

O mesmo nem sempre acontece quando ao transformador está ligado a um rectificador, podendo, em certos casos, registar-se valores significativos de fluxo residual. Se esse fluxo residual, que se fecha pelo ar, pela carcaça do transformador e por objectos metálicos vizinhos, tiver componente alternada induz nestes correntes de Foucault que provocam perdas e aquecimentos indesejáveis. O ideal num transformador é que não exista fluxo residual.

No processo de cálculo para determinar as correntes nos enrolamentos começa-se por considerar as correntes no lado do conversor (secundário), já conhecidas do estudo feito anteriormente. Em seguida acham-se as formas de onda das correntes nos enrolamentos do primário.

Nas deduções que se seguem neste capítulo admitir-se-ão ainda como válidas as seguintes hipóteses simplificativas, salvo quando indicado em contrário:

- rectificador a funcionar em regime permanente com corrente lisa em DC (com valor I_d);
- funcionamento ideal do conversor, i.e. com comutações instantâneas;
- ausência de perdas nos enrolamentos e no núcleo do transformador;
- corrente de magnetização nula;
- tensões primárias e secundárias sinusoidais;
- relação entre tensões primária e secundária nos enrolamentos de uma dada coluna de transformador igual à relação entre os números de espiras desses enrolamentos.

A fig. 4.4 ilustra o caso de dois enrolamentos concordantes sobre uma dada coluna de transformador. Nesta situação esquematizada as tensões aparecem em fase, obedecendo à relação de transformação:

$$\frac{u_p}{u_s} = \frac{N_1}{N_2} \tag{4.7}$$

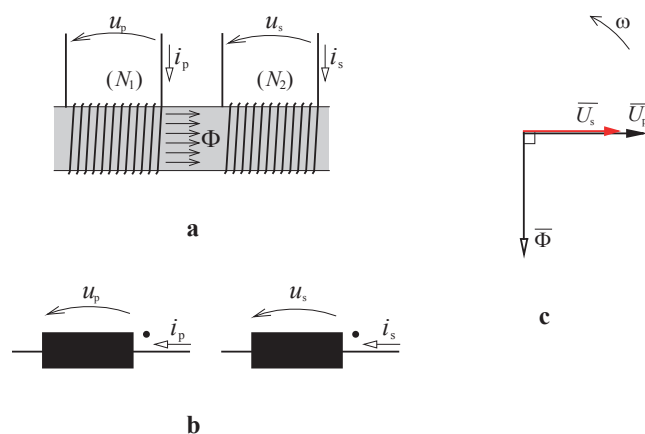


Fig. 4.4 – a) circuito magnético com dois enrolamentos concordantes sobre um mesmo núcleo; b) esquema eléctrico correspondente (se as correntes entrarem pelo extremos assinalados com pontos causam fluxo no mesmo sentido sobre o núcleo magnético); c) esquema fasorial das tensões alternadas sinusoidais e do fluxo.

Na análise que se segue convencionam-se que os condutores dos enrolamentos de uma dada coluna do transformador estão enrolados no mesmo sentido (fig. 4.4a). Na representação esquemática (fig. 4.4b) os símbolos dos enrolamentos são acompanhados por um ponto do lado onde as entradas das correntes ficam concordantes, i.e. provocam fluxo no mesmo sentido.

Chama-se **potência aparente** ou só “potência” de um enrolamento de um transformador ao produto dos valores eficazes da tensão aos seus terminais e da corrente que o atravessa. Potência do primário e potência do secundário de um transformador são definidas como a soma das potências aparentes dos enrolamentos do respectivo lado. Chama-se **potência tipo** de um transformador à média das potências aparentes do primário e do secundário.

4.1.2- Esquemas de enrolamentos de transformadores trifásicos – grupos horários

Pela sua importância faz-se um tratamento mais exaustivo dos transformadores trifásicos. Existem vários esquemas de enrolamentos em transformadores trifásicos envolvendo ligações em estrela, em triângulo e em zigue-zague, cada um destes podendo ainda ter variantes. Isto conduz a uma diversidade de hipóteses de combinação entre os esquemas do primário e do secundário.

Nesta secção apresentam-se alguns esquemas de ligação de transformadores de potência trifásicos. Começa-se por montagens estrela-estrela, representadas na fig. 4.5. Na mesma figura mostra-se como é estabelecida a notação usual da CEI, onde consta o **grupo horário**; este último constitui uma forma de apresentar o defasamento entre os fasores de tensão simples de uma dada fase no primário e no secundário. Ao grupo horário também se chama **grupo vectorial**.

Nos esquemas de transformadores aqui apresentados assinalam-se com pontos as entradas de corrente que causam fluxo no mesmo sentido em cada perna do transformador.

TRANSFORMADORES E BOBINAS

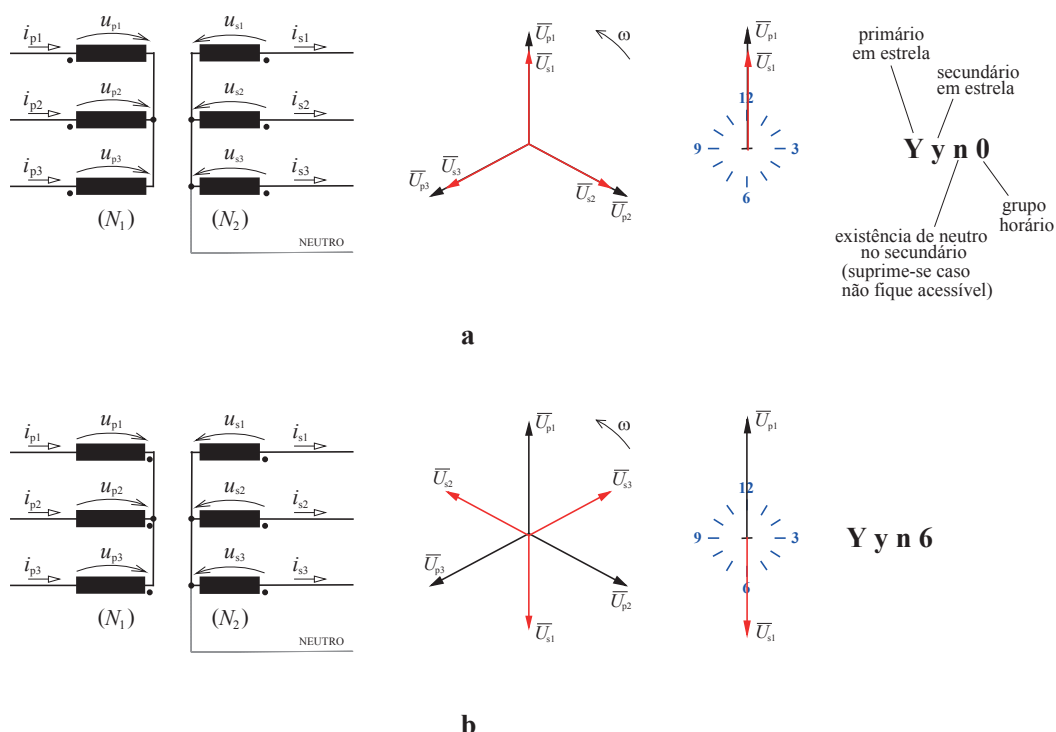


Fig. 4.5 – Esquemas de ligação dos enrolamentos de transformadores estrela-estrela, e sua tradução em termos de notação CEI e grupo horário: a) caso Yyn0; b) caso Yy6.

No caso da fig. 4.5a os fasores das tensões simples u_{p1} e u_{s1} estão em fase, visto estarem concordantes (as respectivas setas saem do lado do ponto), o que conduz a um esquema do tipo Yy0. Chamar-se-á Yyn0 se o neutro do lado secundário ficar acessível e YNy0 se o neutro no lado primário ficar acessível. Note-se que os sentidos das correntes não intervêm nesta análise; apenas se têm em conta os sentidos das tensões.

No caso da fig. 4.5b os fasores das tensões simples u_{p1} e u_{s1} estão em oposição de fase, conduzindo a grupos horários do tipo Yy6 (ou Yyn6).

A fig. 4.6 mostra esquemas de ligação triângulo-estrela: Dy1, Dy5 e Dy11.

A fig. 4.7 mostra esquemas de ligação estrela-zigue-zague: Yz1 e Yz11.

A fig. 4.8 mostra um esquema de ligação triângulo-zigue-zague: Dz10.

INTRODUÇÃO AOS TRANSFORMADORES DE RECTIFICAÇÃO

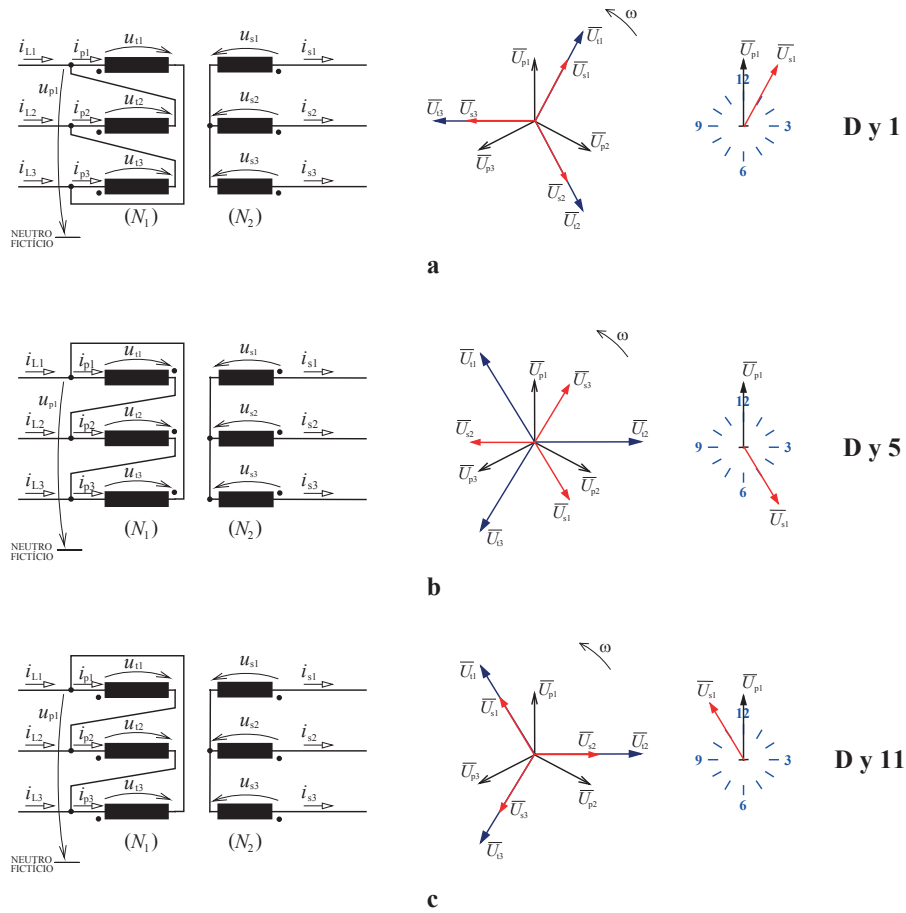


Fig. 4.6 – Exemplos de esquemas de ligação dos enrolamentos de um transformador triângulo-estrela e respectivos grupos horários: **a)** caso Dy1; **b)** caso Dy5; **c)** caso Dy11.

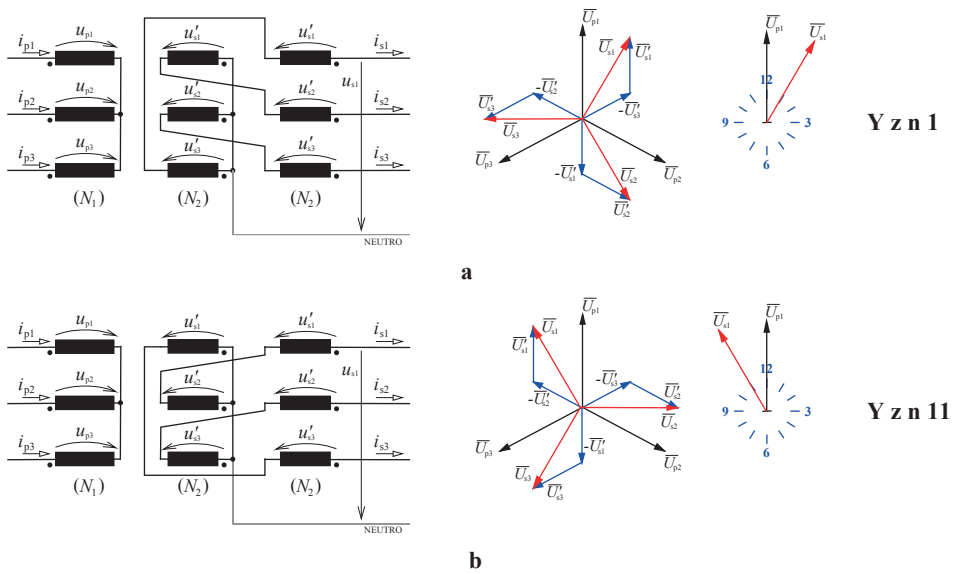


Fig. 4.7 – Exemplos de esquemas de ligação dos enrolamentos de um transformador estrela-zigzag e respectivo grupo horário: **a)** caso Yz1; **b)** caso Yz11.

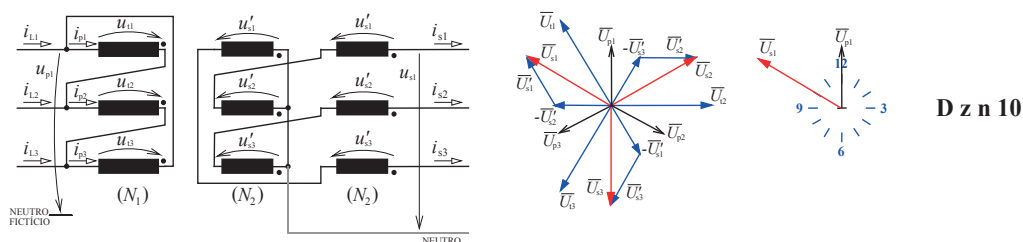


Fig. 4.8 – Exemplo de esquema de ligação dos enrolamentos de um transformador triângulo-zigzag e respectivo grupo horário: caso Dz10.

4.2- Estudo de casos de transformadores aplicados em rectificações

4.2.1- Transformador estrela-estrela em rectificação trifásica de ponto médio

Nesta montagem, onde cada enrolamento do primário tem N_1 espiras e cada enrolamento do secundário tem N_2 espiras, encontra-se

$$i_{p1} + i_{p2} + i_{p3} = 0 \tag{4.8}$$

$$N_2 i_{s1} - N_1 i_{p1} = N_2 i_{s2} - N_1 i_{p2} = N_2 i_{s3} - N_1 i_{p3} = F \tag{4.9}$$

Seguidamente explicitam-se as correntes no primário em função das do secundário (cuja forma já se conhece). Substituindo $i_{p1} = -i_{p2} - i_{p3}$ de (4.8) em (4.9) encontra-se

$$\begin{aligned} N_2 i_{s1} - N_1 (-i_{p2} - i_{p3}) &= N_2 i_{s2} - N_1 i_{p2} \\ N_1 (2i_{p2} + i_{p3}) &= N_2 (i_{s2} - i_{s1}) \end{aligned} \tag{4.10}$$

Mas, por outro lado, $N_2 i_{s1} - N_1 (-i_{p2} - i_{p3}) = N_2 i_{s3} - N_1 i_{p3}$, donde

$$N_1 (i_{p2} + 2i_{p3}) = N_2 (i_{s3} - i_{s1}) \tag{4.11}$$

Multiplicando (4.10) por 2 e subtraindo (4.11) fica $N_1 3i_{p2} = N_2 (2i_{s2} - i_{s1} - i_{s3})$, obtendo-se

$$i_{p2} = \frac{N_2}{N_1} \left(-\frac{1}{3} i_{s1} + \frac{2}{3} i_{s2} - \frac{1}{3} i_{s3} \right) \tag{4.12}$$

Multiplicando (4.11) por 2 e subtraindo (4.10) fica $N_1 3i_{p3} = N_2 (2i_{s3} - i_{s1} - i_{s2})$, donde

$$i_{p3} = \frac{N_2}{N_1} \left(-\frac{1}{3} i_{s1} - \frac{1}{3} i_{s2} + \frac{2}{3} i_{s3} \right) \tag{4.13}$$

Como $i_{p1} = -i_{p2} - i_{p3}$ fica ainda

$$i_{p1} = \frac{N_2}{N_1} \left(\frac{2}{3} i_{s1} - \frac{1}{3} i_{s2} - \frac{1}{3} i_{s3} \right) \tag{4.14}$$

A fig. 4.9a mostra o esquema da montagem em estudo e a fig. 4.9c apresenta a evolução de todas as correntes. Em cada troço as correntes primárias obtêm-se das secundárias pelas

expressões (4.12) a (4.14). Note-se que no lado primário as correntes não possuem componente contínua.

A f.m.m. residual pode achar-se em qualquer das colunas do transformador, conforme se vê pela eq. (4.9):

$$F = N_2 i_{s1} - N_1 i_{p1} = N_2 i_{s1} - N_1 \left(\frac{2}{3} i_{s1} - \frac{1}{3} i_{s2} - \frac{1}{3} i_{s3} \right)$$

$$F = N_2 \frac{1}{3} (i_{s1} + i_{s2} + i_{s3}) = N_2 \frac{I_d}{3} \tag{4.15}$$

Note-se que se consideram um contributo positivo para a f.m.m. quando a corrente entra num enrolamento do lado do ponto e negativo quando a corrente sai pelo lado do ponto.

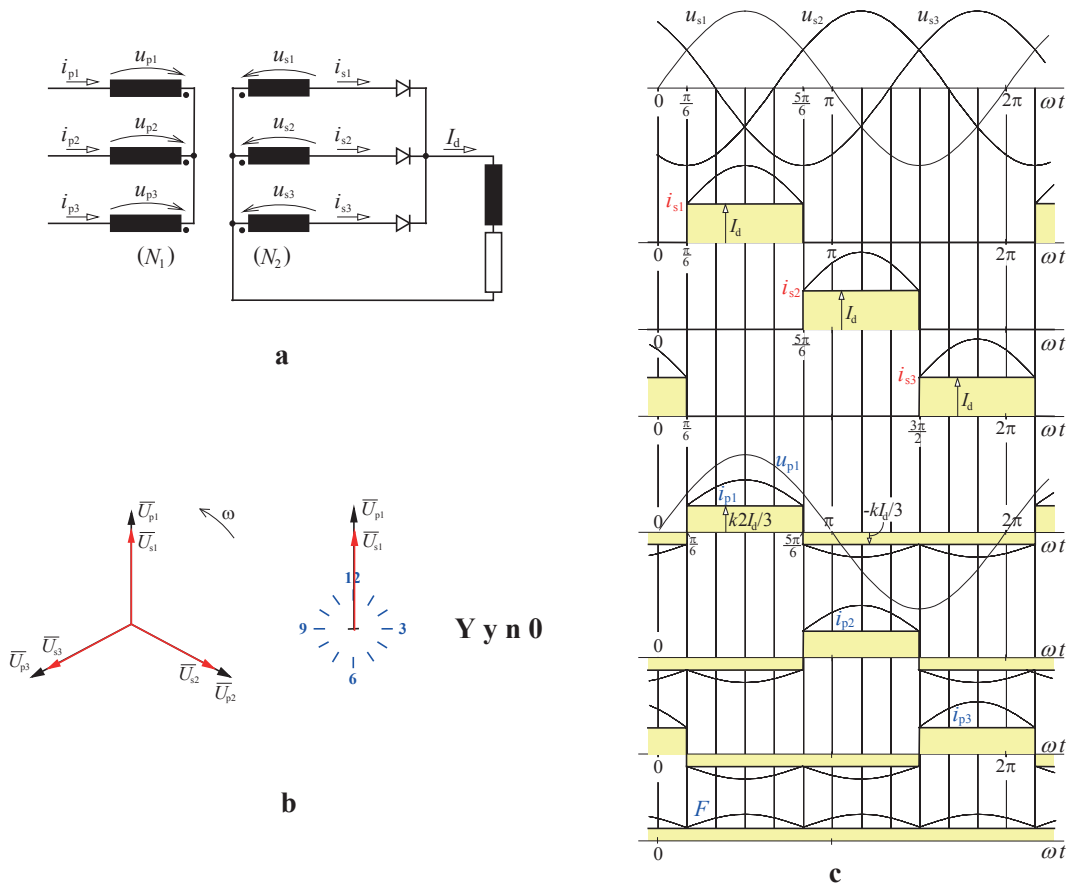


Fig. 4.9 – a) esquema de um rectificador trifásico de ponto médio alimentado por um transformador estrela-estrela; b) dedução do seu grupo horário; c) evolução das correntes no secundário impostas pelo rectificador e das correntes resultantes no primário.

Conclui-se que existe fluxo residual no transformador estrela-estrela alimentando um rectificador trifásico de ponto médio. Se a corrente de carga for lisa este fluxo residual será constante. Mas se a carga for puramente resistiva as correntes passam a ter a forma assinalada

a ponteado na fig. 4.9c; por conseguinte o fluxo residual terá componentes alternas que podem desencadear perdas adicionais e aquecimento de peças e órgãos metálicos exteriores, para além de induzirem perturbações em circuitos ou equipamentos susceptíveis situados nas vizinhanças (p.ex. sistemas de instrumentação ou de comunicação).

A potência aparente no secundário do transformador calcula-se por

$$S_s = 3U_{s1}I_{s1} \quad (4.16)$$

onde U_{s1} e I_{s1} simbolizam os valores eficazes, respectivamente, da tensão simples e da corrente na fase 1. Tendo em conta as relações entre estas grandezas e os valores médios da tensão e da corrente rectificadas

$$U_d = \frac{3\sqrt{6}U_{s1}}{2\pi}, \quad I_s = \frac{I_d}{\sqrt{3}}$$

obtém-se

$$S_s = 3U_{s1}I_{s1} = 3 \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \pi U_d \frac{I_d}{\sqrt{3}} = 1,48U_d I_d \quad (4.17)$$

A potência aparente do primário do transformador calcula-se por

$$S_p = 3U_{p1}I_{p1} = 3 \frac{N_1}{N_2} U_{s1} I_{p1} \quad (4.18)$$

Quanto ao valor eficaz da corrente no primário pode determinar-se por

$$\begin{aligned} I_{p1} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{2\pi/3} \left(\frac{N_2}{N_1} \frac{2I_d}{3} \right)^2 d\omega t + \int_{2\pi/3}^{2\pi} \left(-\frac{N_2}{N_1} \frac{I_d}{3} \right)^2 d\omega t \right]} = \\ &= \frac{N_2}{N_1} \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left(\frac{4I_d^2}{9} \frac{2\pi}{3} + \frac{I_d^2}{9} \frac{4\pi}{3} \right)} = \frac{N_2}{N_1} \frac{\sqrt{2}}{3} I_d \\ S_p &= 3 \frac{N_1}{N_2} \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \pi U_d \frac{N_2}{N_1} \frac{\sqrt{2}}{3} I_d = 1,21U_d I_d \end{aligned} \quad (4.19)$$

A potência tipo do transformador será então

$$S_t = \frac{S_p + S_s}{2} = 1,35U_d I_d \quad (4.20)$$

Esta potência de dimensionamento do transformador é superior em 35% à potência útil convertida para contínua. Outras rectificações, como se verá, permitem reduzir este excesso. Em virtude dos inconvenientes já apontados (principalmente decorrentes da existência de fluxo residual) esta montagem não costuma ser utilizada na prática.

4.2.2- Transformador triângulo-estrela em rectificação trifásica de ponto médio

Observe-se a montagem da fig. 4.10a onde são válidas as equações

$$i_{p1} + i_{p2} + i_{p3} = 0 \quad (4.21)$$

$$i_{L1} = i_{p1} - i_{p3}, \quad i_{L2} = i_{p2} - i_{p1}, \quad i_{L3} = i_{p3} - i_{p2} \quad (4.22)$$

$$N_2 i_{s1} + N_1 i_{p1} = N_2 i_{s2} + N_1 i_{p2} = N_2 i_{s3} + N_1 i_{p3} = F \quad (4.23)$$

As correntes na linha no primário podem calcular-se atendendo a (4.23) e (4.22), obtendo-se

$$N_2 i_{s1} + N_1 i_{p1} = N_2 i_{s2} + N_1 i_{p2}, \quad N_2 (i_{s1} - i_{s2}) = N_1 \underbrace{(i_{p2} - i_{p1})}_{i_{L2}} \quad (4.24)$$

$$i_{L2} = \frac{N_2}{N_1} (i_{s1} - i_{s2})$$

$$N_2 i_{s2} + N_1 i_{p2} = N_2 i_{s3} + N_1 i_{p3}, \quad N_2 (i_{s2} - i_{s3}) = N_1 \underbrace{(i_{p3} - i_{p2})}_{i_{L3}} \quad (4.25)$$

$$i_{L3} = \frac{N_2}{N_1} (i_{s2} - i_{s3})$$

$$N_2 i_{s1} + N_1 i_{p1} = N_2 i_{s3} + N_1 i_{p3}, \quad N_2 (i_{s1} - i_{s3}) = N_1 \underbrace{(i_{p3} - i_{p1})}_{-i_{L1}} \quad (4.26)$$

$$i_{L1} = \frac{N_2}{N_1} (i_{s3} - i_{s1})$$

No triângulo do primário a soma $i_{p1} + i_{p2} + i_{p3}$ só será diferente de zero se essas correntes tiverem componentes com harmónicas múltiplas de 3 (que são homopolares). Demonstra-se que tais componentes são nulas com este rectificador e, por conseguinte, verifica-se a identidade $i_{p1} + i_{p2} + i_{p3} = 0$. Por conseguinte, chega-se às seguintes expressões para as correntes nos enrolamentos do primário:

$$i_{p1} = \frac{N_2}{N_1} \left(-\frac{2}{3} i_{s1} + \frac{1}{3} i_{s2} + \frac{1}{3} i_{s3} \right) \quad (4.27)$$

$$i_{p2} = \frac{N_2}{N_1} \left(\frac{1}{3} i_{s1} - \frac{2}{3} i_{s2} + \frac{1}{3} i_{s3} \right) \quad (4.28)$$

$$i_{p3} = \frac{N_2}{N_1} \left(\frac{1}{3} i_{s1} + \frac{1}{3} i_{s2} - \frac{2}{3} i_{s3} \right) \quad (4.29)$$

A fig. 4.10c começa por mostrar a evolução das correntes nos enrolamentos do secundário tal como resultam do estudo do rectificador trifásico de ponto médio em condições ideais e com corrente contínua lisa; depois mostra as correntes nos enrolamentos do primário calculadas em cada troço de 120° pelas expressões (4.27) a (4.29); finalmente exhibe as correntes na linha obtidas por idêntico processo através das expressões (4.24) a (4.26).

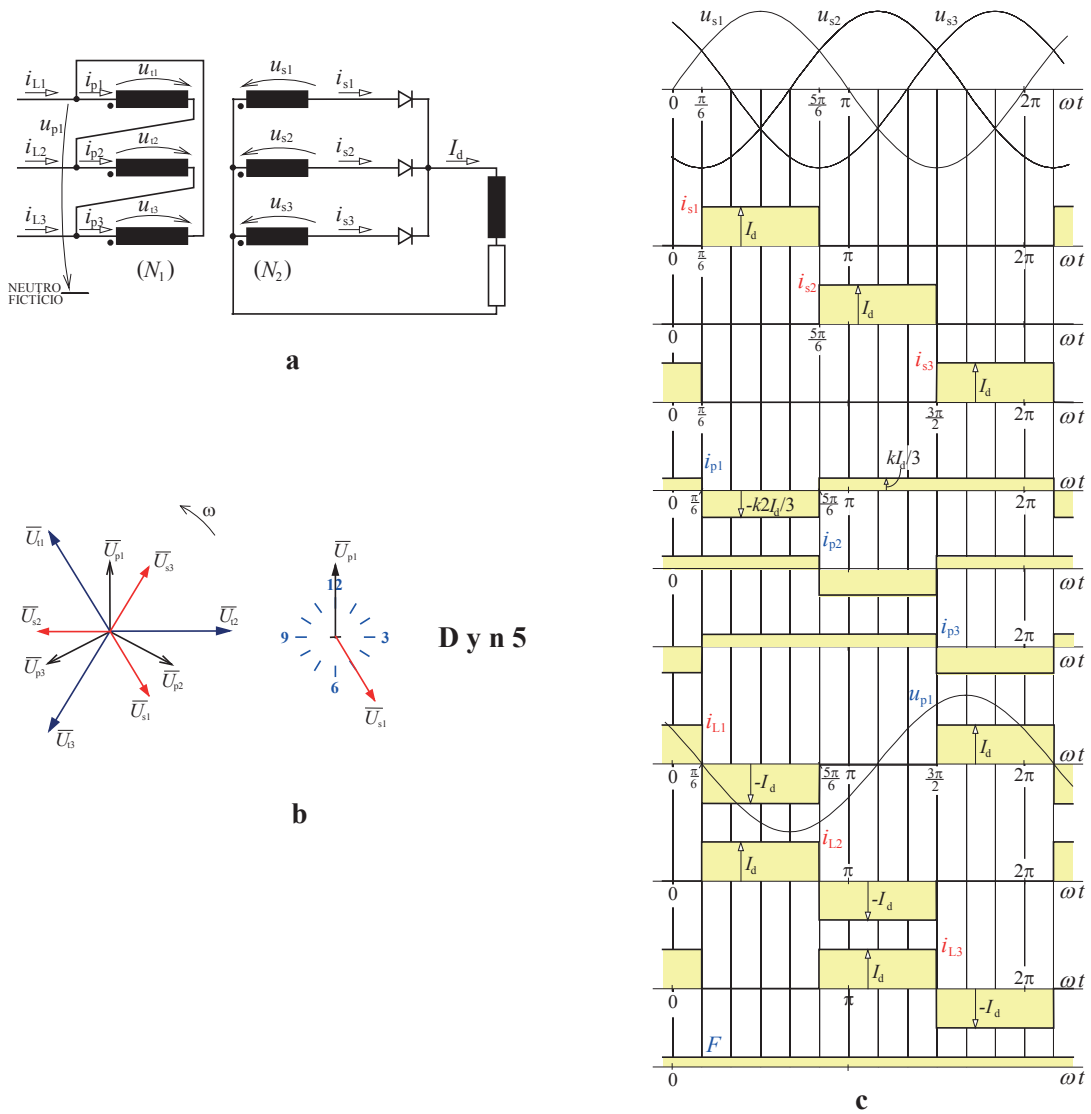


Fig. 4.10 – a) esquema de um retificador trifásico de ponto médio alimentado por um transformador triângulo-estrela; b) dedução do seu grupo horário; c) evolução das correntes no secundário impostas pelo retificador e das correntes resultantes no primário.

Nesta montagem também existe f.m.m. residual (representada na fig. 4. 10c) que se calcula por:

$$\begin{aligned}
 F &= N_2 i_{s1} + N_1 i_{p1} = N_2 i_{s1} + N_1 \frac{N_2}{N_1} \left(-\frac{2}{3} i_{s1} + \frac{1}{3} i_{s2} + \frac{1}{3} i_{s3} \right) \\
 F &= N_2 \frac{1}{3} (i_{s1} + i_{s2} + i_{s3}) = N_2 \frac{I_d}{3} \tag{4.30}
 \end{aligned}$$

Mas mesmo com carga resistiva pura não há fluxo residual variável, pois as componentes alternadas homopolares são “curto-circuitadas” no triângulo do primário.

Para as potências do secundário e do primário do transformador e a sua potência tipo resultam valores idênticos aos encontrados na secção anterior com transformador estrela-estrela:

$$S_s = 1,48U_d I_d \quad (4.31)$$

$$S_p = 1,21U_d I_d \quad (4.32)$$

$$S_t = 1,35U_d I_d \quad (4.33)$$

4.2.3- Transformador estrela-zigue-zague em rectificação trifásica de ponto médio

Na montagem da fig. 4.11a são válidas as equações

$$i_{p1} + i_{p2} + i_{p3} = 0 \quad (4.34)$$

$$N_1 i_{p1} + N_2 i_{s2} - N_2 i_{s1} = F \quad (4.35)$$

$$N_1 i_{p2} + N_2 i_{s3} - N_2 i_{s2} = F \quad (4.36)$$

$$N_1 i_{p3} + N_2 i_{s1} - N_2 i_{s3} = F \quad (4.37)$$

Somando membro a membro as igualdades (4.35), (4.36) e (4.37) e atendendo a (4.34) encontra-se o seguinte resultado que demonstra não haver f.m.m. residual com esta montagem:

$$F = 0 \quad (4.38)$$

Explicitando agora a corrente de fase no primário em cada uma das equações (4.34) a (4.37) obtém-se

$$i_{p1} = \frac{N_2}{N_1} (i_{s1} - i_{s2}), \quad i_{p2} = \frac{N_2}{N_1} (i_{s2} - i_{s3}), \quad i_{p3} = \frac{N_2}{N_1} (i_{s3} - i_{s1}) \quad (4.39)$$

A potência aparente no secundário do transformador calcula-se por

$$S_s = 6U'_{s1} I_{s1} = 6 \frac{U_{s1}}{\sqrt{3}} I_{s1} = \frac{6}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{2} \pi}{3 \sqrt{3}} U_d \frac{I_d}{\sqrt{3}} = 1,71U_d I_d \quad (4.40)$$

Observando as relações fasoriais da fig. 4.11b demonstra-se que a relação entre as tensões simples do primário e do secundário é dada por

$$\frac{U_{p1}}{U_{s1}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{N_1}{N_2} \quad (4.41)$$

A potência aparente do primário do transformador calcula-se então por

$$S_p = 3U_{p1} I_{p1} = \frac{3}{\sqrt{3}} \frac{N_1}{N_2} U_{s1} I_{p1} = \frac{3}{\sqrt{3}} \frac{N_1}{N_2} \frac{\sqrt{2} \pi}{3 \sqrt{3}} U_d I_{p1}$$

$$I_{p1} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left(\frac{N_2}{N_1} I_d \right)^2 \frac{4\pi}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \frac{N_2}{N_1} I_d$$

$$S_p = \frac{3}{\sqrt{3}} \frac{N_1}{N_2} U_{s1} I_{p1} = \frac{3}{\sqrt{3}} \frac{N_1}{N_2} \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \pi U_d I_{p1} = \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{N_1}{N_2} \pi U_d \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \frac{N_2}{N_1} I_d = 1,21 U_d I_d \quad (4.42)$$

Finalmente encontra-se o seguinte valor de potência tipo do transformador

$$S_t = \frac{S_p + S_s}{2} = 1,46 U_d I_d \quad (4.43)$$

Em conclusão: a utilização de um transformador estrela-zigue-zague para alimentar um retificador trifásico de ponto médio permite eliminar a ocorrência de fluxos residuais; no entanto implica um dimensionamento em potência excedendo em 46% a potência útil convertida para contínua, o que ainda é pior do que com as montagens anteriores. Tem acima de tudo interesse académico para o estudo de conceitos aqui tratados.

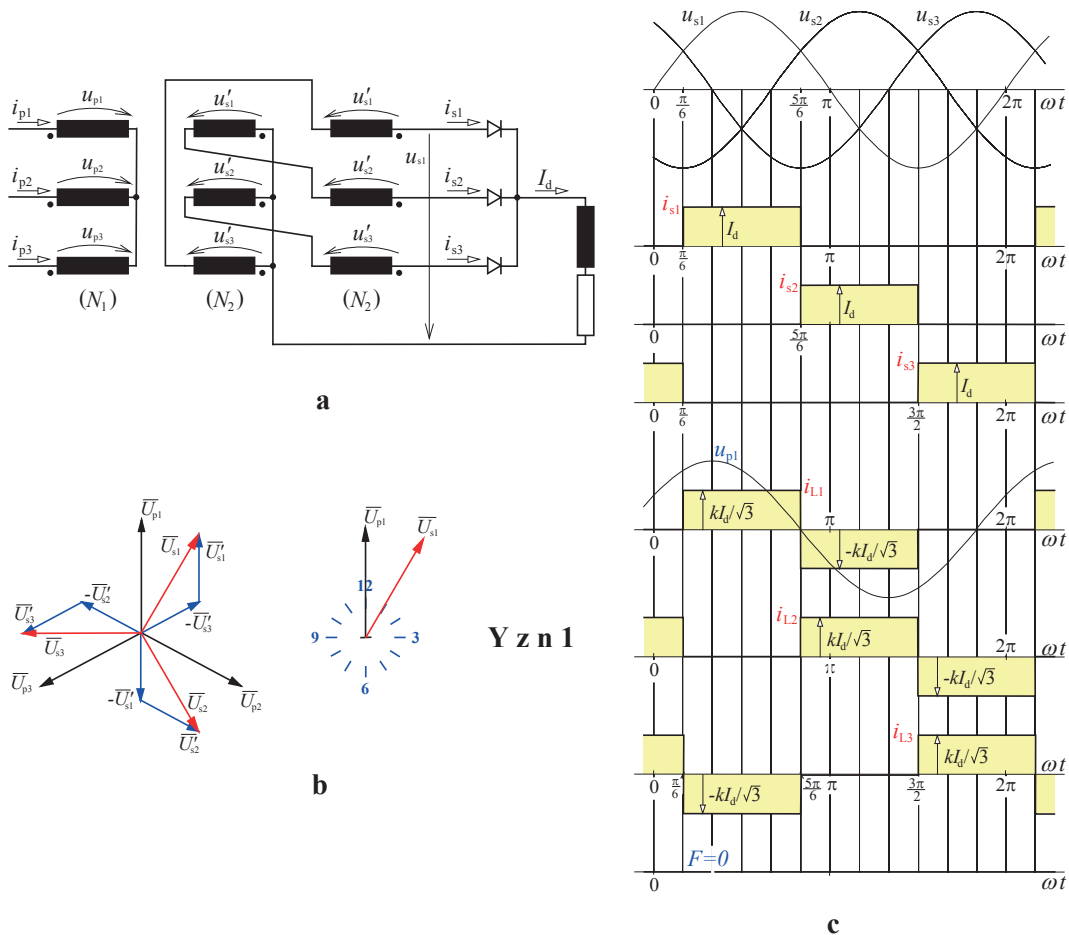


Fig. 4.11 – a) esquema de um retificador trifásico de ponto médio alimentado por um transformador estrela-zigue-zague; b) dedução do seu grupo horário; c) evolução das correntes no secundário impostas pelo retificador e das correntes resultantes no primário.

4.2.4- Transformador estrela-estrela em rectificação trifásica em ponte

As montagens com rectificadores trifásicos em ponte têm reconhecido interesse prático. A fig. 4.12 mostra o esquema de uma versão com transformador Yy0 e apresenta diagramas que descrevem o seu comportamento. Neste caso vigoram as seguintes equações

$$i_{p1} + i_{p2} + i_{p3} = 0 \quad (4.44)$$

$$i_{s1} + i_{s2} + i_{s3} = 0 \quad (4.45)$$

$$N_1 i_{p1} - N_2 i_{s1} = F \quad (4.46)$$

$$N_1 i_{p2} - N_2 i_{s2} = F \quad (4.47)$$

$$N_1 i_{p3} - N_2 i_{s3} = F \quad (4.48)$$

Somando membro a membro as igualdades (4.46), (4.47) e (4.48) e atendendo a (4.44) encontra-se

$$N_1(i_{p1} + i_{p2} + i_{p3}) - N_2(i_{s1} + i_{s2} + i_{s3}) = 3F = 0 \quad (4.49)$$

Não há pois f.m.m. residual no transformador. Fazendo então $F=0$ nas equações (4.46) a (4.48) acha-se

$$i_{p1} = \frac{N_2}{N_1} i_{s1}, \quad i_{p2} = \frac{N_2}{N_1} i_{s2}, \quad i_{p3} = \frac{N_2}{N_1} i_{s3} \quad (4.50)$$

Através destas expressões podem determinar-se os andamentos das correntes no primário por troços de 120° que estão representados na fig. 4.12c.

A potência aparente no secundário do transformador obtém-se por

$$S_s = 3U_{s1} I_{s1} = 3 \frac{\pi}{3\sqrt{6}} U_d \sqrt{\frac{2}{3}} I_d = 1,05 U_d I_d \quad (4.51)$$

A potência aparente do primário do transformador calcula-se por

$$S_p = 3U_{p1} I_{p1} = 3 \frac{N_1}{N_2} U_{s1} I_{p1} = 3 \frac{N_1}{N_2} \frac{\pi}{3\sqrt{6}} U_d I_{p1} = 3 \frac{N_1}{N_2} \frac{\pi}{3\sqrt{6}} U_d \frac{N_2}{N_1} \sqrt{\frac{2}{3}} I_d$$

$$S_p = 1,05 U_d I_d \quad (4.52)$$

A potência tipo do transformador será também

$$S_t = \frac{S_p + S_s}{2} = 1,05 U_d I_d \quad (4.53)$$

Esta montagem não só não cria fluxo residual no transformador como requer um dimensionamento deste em potência pouco superior à potência útil convertida para contínua.

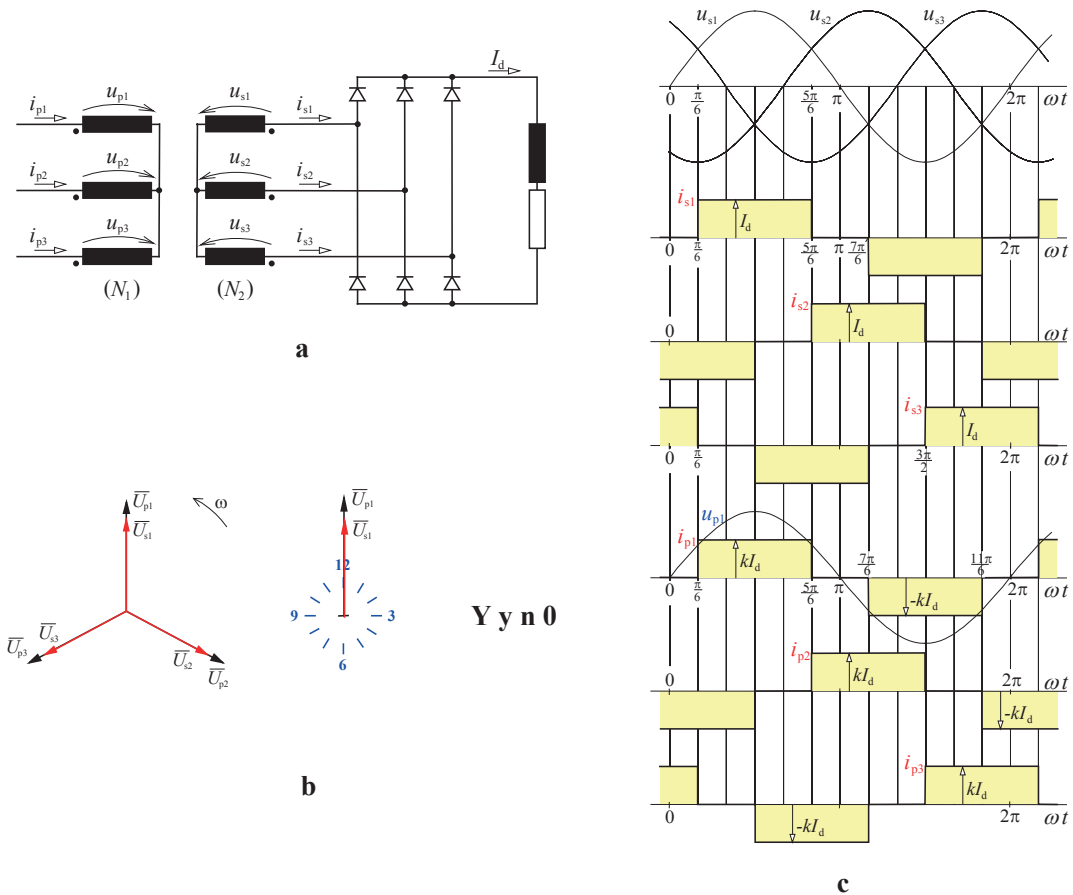


Fig. 4.12 – a) esquema de um retificador trifásico em ponte alimentado por um transformador estrela-estrela; b) dedução do seu grupo horário; c) evolução das correntes no secundário impostas pelo retificador e das correntes resultantes no primário.

4.2.5- Transformador triângulo-estrela em rectificação trifásica em ponte

A fig. 4.12 mostra o esquema de uma versão com transformador $Yy0$ e apresenta diagramas que descrevem o seu comportamento. Neste caso vigoram as seguintes equações

$$i_{s1} + i_{s2} + i_{s3} = 0 \tag{4.54}$$

$$-N_1 i_{p1} - N_2 i_{s1} = F \tag{4.55}$$

$$-N_1 i_{p2} - N_2 i_{s2} = F \tag{4.56}$$

$$-N_1 i_{p3} - N_2 i_{s3} = F \tag{4.57}$$

Só harmónicas múltiplas de 3 (que são homopolares, i.e. estão em fase nas três fases) ou correntes constantes poderiam circular no triângulo do primário. Mas quaisquer delas não podem ser provocadas pelas correntes do secundário. Assim, fica

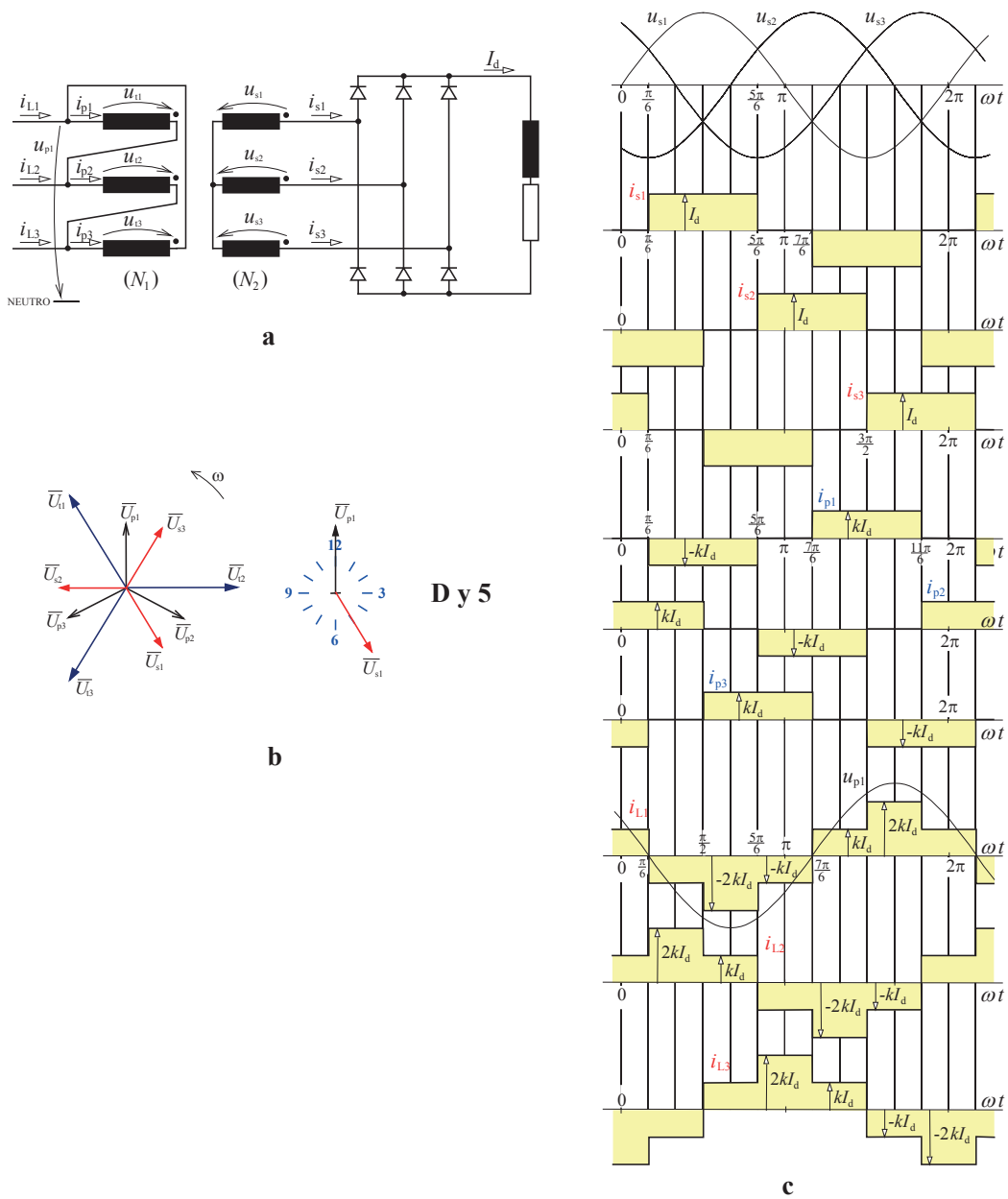


Fig. 4.12 – a) esquema de um rectificador trifásico em ponte alimentado por um transformador triângulo-estrela; b) dedução do seu grupo horário; c) evolução das correntes no secundário impostas pelo rectificador e das correntes resultantes no primário.

$$i_{p1} + i_{p2} + i_{p3} = 0 \quad (4.58)$$

Somando membro a membro as igualdades (4.55), (4.56) e (4.57) e atendendo a (4.53) e a (4.58) reconhece-se que não há fluxo residual no transformador:

$$F = 0 \quad (4.59)$$

Com base neste resultado e atendendo a (4.55), (4.56) e (4.57) encontra-se

$$i_{p1} = \frac{N_2}{N_1} i_{s1}, \quad i_{p2} = \frac{N_2}{N_1} i_{s2}, \quad i_{p3} = \frac{N_2}{N_1} i_{s3} \quad (4.60)$$

As potências aparentes no secundário e no primário do transformador obtêm-se por

$$S_s = 3U_{s1}I_{s1} = 3 \frac{\pi}{3\sqrt{6}} U_d \sqrt{\frac{2}{3}} I_d = 1,05U_d I_d \quad (4.61)$$

$$S_p = 3U_{p1}I_{p1} = 3 \frac{N_1}{N_2} U_{s1}I_{p1} = 3 \frac{N_1}{N_2} \frac{\pi}{3\sqrt{6}} U_d I_{p1} = 3 \frac{N_1}{N_2} \frac{\pi}{3\sqrt{6}} U_d \frac{N_2}{N_1} \sqrt{\frac{2}{3}} I_d$$

$$S_p = 1,05U_d I_d \quad (4.62)$$

A potência tipo do transformador vale

$$S_t = \frac{S_p + S_s}{2} = 1,05U_d I_d \quad (4.63)$$

Esta montagem não cria fluxo residual no transformador e apenas requer um dimensionamento deste em potência superior em 5% à potência útil convertida para contínua.

4.2.6- Transformador de quatro enrolamentos em rectificação bifásica de ponto médio

A fig. 4.13 mostra o esquema de um transformador com quatro enrolamentos utilizado para alimentar um rectificador bifásico de ponto médio. Neste circuito tem-se

$$i_{s1} + i_{s2} = I_d \quad (4.64)$$

$$-N_1 i_p - N_2 i_{s1} = F \quad (4.65)$$

$$N_1 i_p - N_2 i_{s2} = F \quad (4.66)$$

Subtraindo (4.65) de (4.66) encontra-se:

$$2N_1 i_p - N_2 (i_{s2} - i_{s1}) = 0$$

$$i_p = \frac{N_2}{2N_1} (i_{s2} - i_{s1}) \quad (4.67)$$

Substituindo este resultado p.ex. em (4.66) encontra-se

$$\frac{N_2}{2} (i_{s2} - i_{s1}) - N_2 i_{s2} = F, \quad F = \frac{N_2}{2} (i_{s1} + i_{s2}) = \frac{N_2}{2} I_d \quad (4.68)$$

concluindo-se que esta montagem apresenta f.m.m. residual, com os inconvenientes que daí advêm, especialmente quando a corrente de carga for bastante ondulada.

As potências aparentes no secundário e no primário e a potência tipo do transformador valem, respectivamente,

$$S_s = 2U_{s1}I_{s1} = 2 \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_d \frac{I_d}{\sqrt{2}} = 1,57U_d I_d \quad (4.69)$$

$$S_p = 2 \frac{U_p}{2} I_p = \frac{N_1}{N_2} U_{s1} I_{p1} = 2 \frac{N_1}{N_2} \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_d I_p = \frac{N_1}{N_2} \frac{\pi}{\sqrt{2}} U_d \frac{N_2}{2N_1} I_d = 1,11 U_d I_d \quad (4.70)$$

$$S_t = \frac{S_p + S_s}{2} = 1,34 U_d I_d \quad (4.71)$$

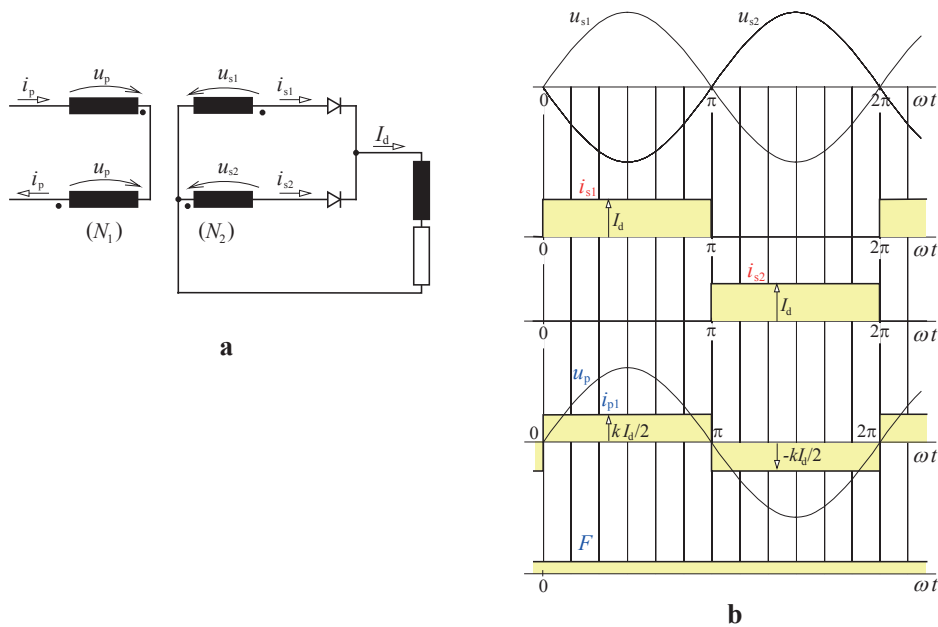


Fig. 4.13 – a) esquema de um retificador bifásico de ponto médio alimentado por um transformador de quatro enrolamentos; b) evolução das correntes no secundário impostas pelo retificador, da corrente no primário e da f. m. m. residual.

4.2.7- Transformador de seis enrolamentos em rectificação bifásica de ponto médio

A montagem da fig. 4.14 tem seis enrolamentos. Neste caso fica:

$$i_{s1} + i_{s2} = I_d \quad (4.72)$$

$$N_1 i_p - N_2 i_{s1} + N_2 i_{s2} = F \quad (4.73)$$

$$-N_1 i_p - N_2 i_{s2} + N_2 i_{s1} = F \quad (4.74)$$

Adicionando (4.73) e (4.74) conclui-se que não existe f.m.m. residual:

$$F = 0 \quad (4.75)$$

Tomando este resultado p.ex. em (4.73) obtém-se a corrente no primário:

$$i_p = \frac{N_2}{N_1} (i_{s1} - i_{s2}) \quad (4.76)$$

As potências aparentes no secundário e no primário e a potência tipo do transformador têm valores idênticos aos vistos na montagem de quatro enrolamentos:

$$S_s = 4 \frac{U_{s1}}{2} I_{s1} = 2 \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_d \frac{I_d}{\sqrt{2}} = 1,57 U_d I_d \quad (4.77)$$

$$S_p = 2 \frac{U_p}{2} I_p = \frac{N_1}{N_2} U_{s1} I_{p1} = \frac{N_1}{N_2} \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_d I_p = \frac{N_1}{N_2} \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_d \frac{N_2}{N_1} I_d = 1,11 U_d I_d \quad (4.78)$$

$$S_t = \frac{S_p + S_s}{2} = 1,34 U_d I_d \quad (4.79)$$

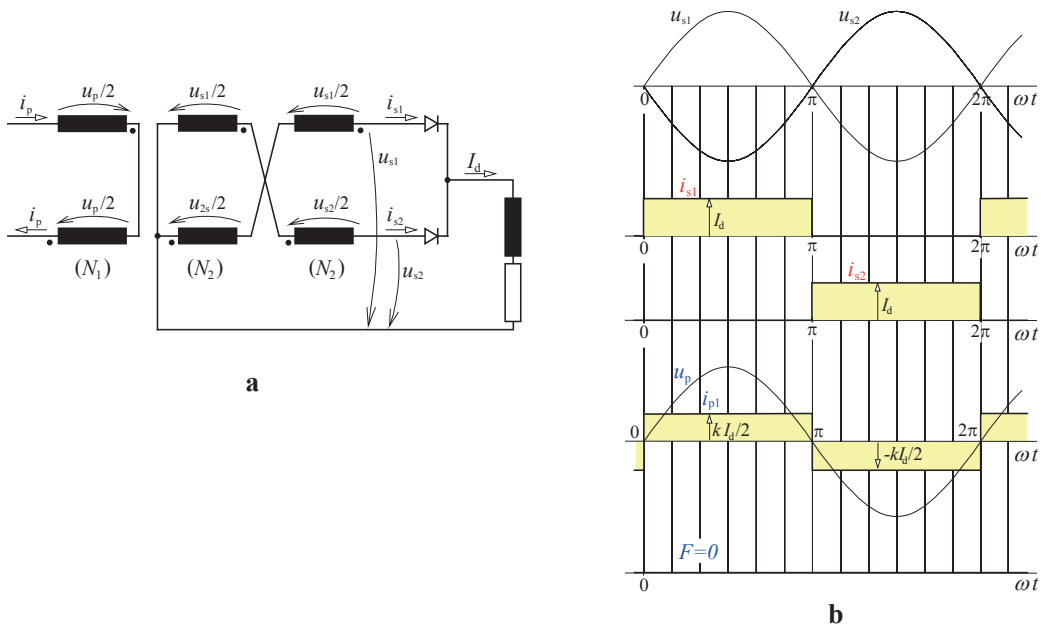


Fig. 4.14 – a) esquema de um retificador bifásico de ponto médio alimentado por um transformador de seis enrolamentos; b) evolução das correntes no secundário impostas pelo retificador, da corrente no primário e da f. m. m. residual.

4.2.8- Transformador de quatro enrolamentos em rectificação monofásica em ponte

No circuito da fig. 4.15a verifica-se:

$$-N_1 i_p + N_2 i_s = F \quad (4.80)$$

$$-N_2 i_s + N_1 i_p = F \quad (4.81)$$

Adicionando (4.80) e (4.81) conclui-se que a f.m.m. residual é nula:

$$F = 0 \quad (4.82)$$

e que a corrente no primário se calcula a partir da do secundário por

$$i_p = \frac{N_2}{N_1} i_s \quad (4.83)$$

As potências aparentes no secundário e no primário e a potência tipo do transformador obtêm-se, respectivamente, por:

$$S_s = 2 \frac{U_s}{2} I_s = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_d \frac{I_d}{\sqrt{2}} = 1,11 U_d I_d \quad (4.84)$$

$$S_p = 2 \frac{U_p}{2} I_p = \frac{N_1}{N_2} U_s I_p = \frac{N_1}{N_2} \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_d I_p = \frac{N_1}{N_2} \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_d \frac{N_2}{N_1} I_d = 1,11 U_d I_d \quad (4.85)$$

$$S_t = \frac{S_p + S_s}{2} = 1,11 U_d I_d \quad (4.86)$$

Esta montagem permite um dimensionamento mais moderado do transformador do que as duas anteriores.

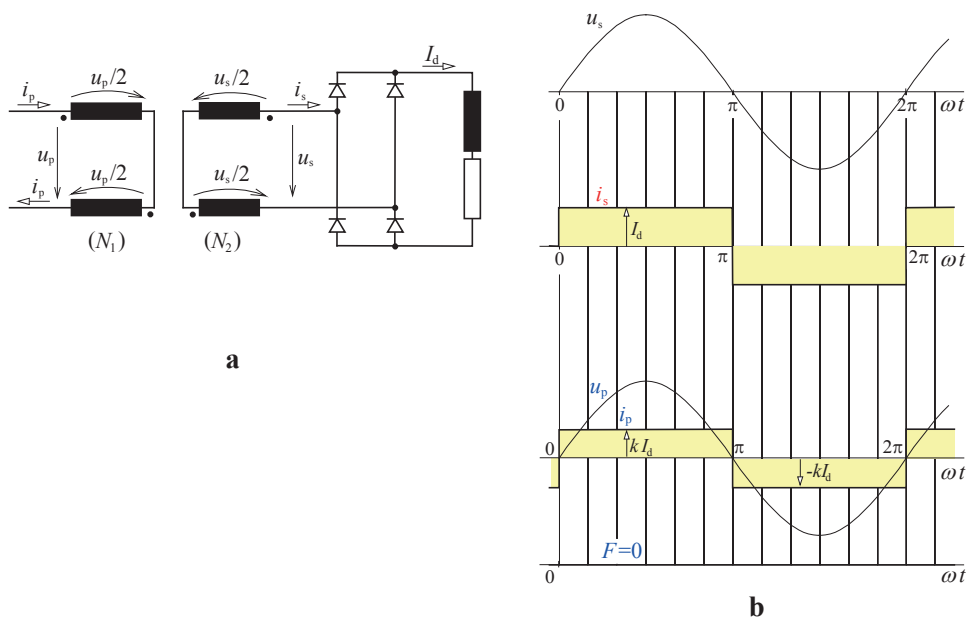


Fig. 4.15 – a) esquema de um rectificador monofásico em ponte alimentado por um transformador de seis enrolamentos; b) evolução das correntes no secundário impostas pelo rectificador, da corrente no primário e da f. m. m. residual.

4.3- Transformadores com núcleo de ferrite

O volume dos transformadores para uma mesma potência depende principalmente da frequência de serviço. Com efeito, o núcleo do transformador não pode funcionar em condições de nítida saturação e este estado depende da indução magnética que se regista em cada ponto do núcleo*. Supondo que a indução magnética (ou densidade de fluxo) B é constante em toda a secção S do núcleo através da qual passa um fluxo Φ , tem-se

$$B = \frac{\Phi}{S}$$

As condições mais favoráveis à saturação verificam-se em vazio, i.e. quando não há corrente desmagnetizante no secundário. Nesse caso o fluxo ligado com o primário vale

$$\Psi = N_1 \Phi = \int u \, dt$$

Sendo a tensão aplicada $u = \sqrt{2}U \sin(\omega t)$, em regime permanente resulta

$$\Phi = \frac{\sqrt{2}U}{N_1} \int \sin(\omega t) \, dt = -\frac{\sqrt{2}U}{N_1 \omega} \cos(\omega t), \quad \Phi_{\max} = \frac{\sqrt{2}U}{N_1 \omega}$$

Mas como $\Phi = BS$ e $\omega = 2\pi f$ fica

$$B_{\max} = \frac{\sqrt{2}U}{N_1 2\pi f S} = \frac{U}{4,44 N_1 f S} \leq B_{\text{sat}} \quad (4.87)$$

A amplitude da tensão contribui para aumentar a indução e fazê-la aproximar do limite de saturação (B_{sat}), ao passo que o aumento da frequência ou do número de espiras tem efeito inverso. Assim, aumentando a frequência da tensão aplicada pode reduzir-se a secção do núcleo (e/ou o número de espiras) proporcionalmente sem entrar na saturação. A diminuição de secção e do número de espiras traduz-se na diminuição global de volume do transformador, como se pode observar na fig. 4.16.

Significa isto que, por exemplo, uma tensão sinusoidal de 400 Hz permite reduzir a secção do núcleo do transformador de 8 vezes relativamente a uma tensão de 50 Hz com igual amplitude. Mas pode-se ir mais longe: uma alta frequência de 30 kHz permite uma redução de secção de 600 vezes (!) relativamente à frequência de 50 Hz.

* Tipicamente o nível de saturação no aço laminado de um transformador de potência atinge-se para valores de indução magnética ligeiramente acima de 1 tesla.

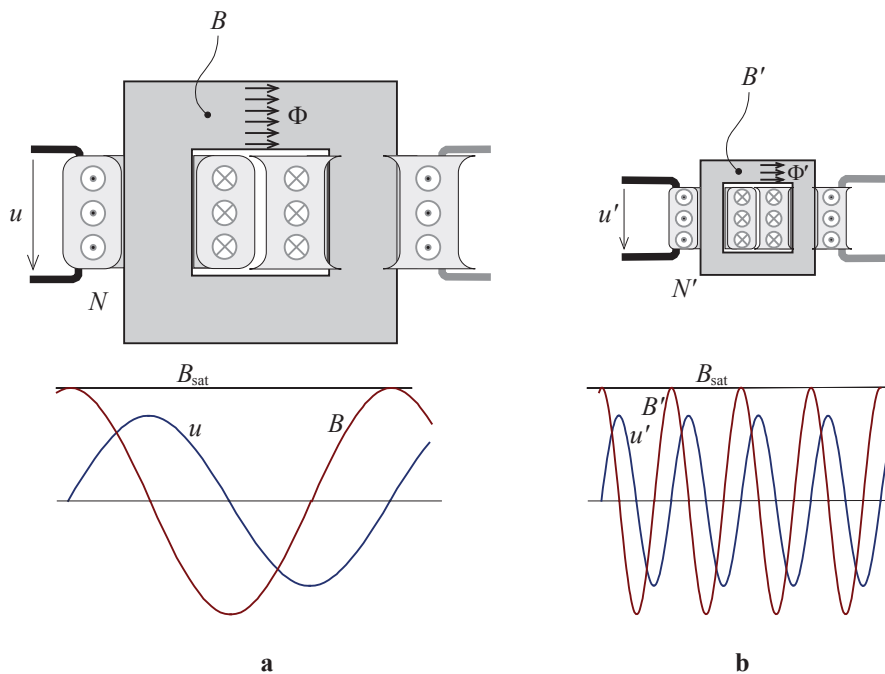


Fig. 4.16 – Ilustração da redução de dimensões de um transformador por aumento da frequência e diminuição do número de espiras.

Embora se procure reduzir simultaneamente o número de espiras dos enrolamentos e a secção do núcleo magnético, quando se aumenta a frequência, na prática não é possível descer abaixo de um número mínimo de espiras e há que ter condutores capazes de suportar a corrente nominal sem aquecimento excessivo^{**}. Estes aspectos condicionam as dimensões mínimas do núcleo.

Com altas frequências não pode ser usado o aço laminado porque tem perdas incomportáveis (por correntes de Foucault e por histerese). Nesse tipo de aplicações, muito comuns em certos conversores de electrónica de potência, como sejam as fontes de alimentação comutadas, utilizam-se núcleos magnéticos de **ferrite**. As ferrites são materiais ferromagnéticos cerâmicos com granulometria microscópica e que são maus condutores eléctricos. A elevada resistividade eléctrica limita drasticamente as correntes de Foucault, o que, em condições de baixa histerese, permite a aplicação destes materiais em altas frequências. Também estão sujeitas a saturação, o que sucede tipicamente com densidades de fluxo ainda abaixo de 1 tesla.

A permeabilidade das ferrites não é muito elevada, ao contrário do que sucede com o ferro, pelo que, muitas vezes, se procuram geometrias de núcleos mais envolventes dos

^{**} Refira-se, a título de exemplo, que a densidade de corrente eficaz em enrolamentos de fio de cobre esmaltado não deve exceder tipicamente 4 A/mm^2 .

enrolamentos, como é o caso da forma de “pote” ilustrada na fig. 4.17a, a fim de diminuir os possíveis trajectos de fugas.

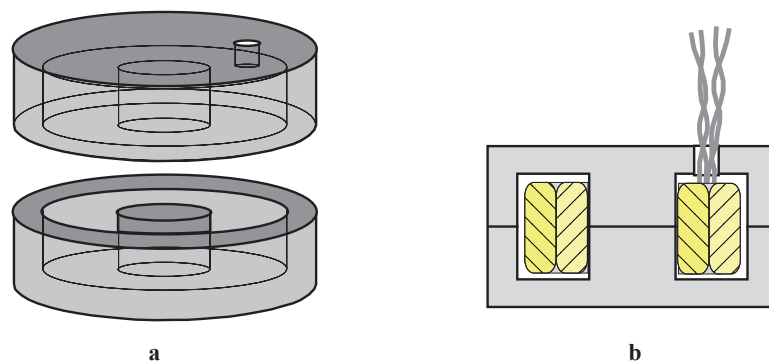


Fig. 4.17 – a) perspectiva de núcleo de ferrite em forma de “pote”; b) vista em corte mostrando enrolamentos alojados no seu interior.

Os transformadores e bobinas com núcleo de ferrite encontram grande aplicação, por exemplo, em conversores DC-DC e AC-DC constituindo as chamadas *fontes de alimentação comutadas*.

4.4- Bobinas

Em electrónica de potência utilizam-se vários tipos de bobinas, consoante o efeito a alcançar, merecendo destaque:

- pequenas indutâncias constituídas por espiras de fio enrolado no ar (sem núcleo ferromagnético) ou por simples anéis de ferrite atravessados por um condutor – servem, por exemplo, para utilizar em filtros destinados a atenuar componentes de corrente de alta frequência, ou para reduzir a taxa de variação da corrente (di/dt) em certos circuitos;
- bobinas com núcleo de material ferromagnético (aço laminado ou ferrite, consoante as frequências em jogo) – servem, por exemplo, para alisamento de correntes ou para outros efeitos de filtragem em combinação com condensadores.

Para construir bobinas com valores de auto-indução relativamente elevados (desde dezenas de milihenry a vários henry), e destinados a frequências de serviço não muito altas, recorre-se a núcleos de aço laminado semelhantes aos dos transformadores. Mas é habitual deixar uma pequena abertura ou *entreferro*, como fica ilustrado na fig. 4.18a, a fim de impedir a entrada em saturação, conforme adiante se explica.

Numa bobina, o coeficiente de autoindução L surge na relação entre o fluxo Ψ ligado com o enrolamento e a corrente que o atravessa

$$\Psi = Li \quad (4.88)$$

Mas, por outro lado, tem-se $\Psi = N\Phi$. Pela lei de Ohm dos circuitos magnéticos, tomando R como valor da relutância do circuito, resulta ainda $\Phi = \frac{Ni}{R}$. Logo, ficará

$$L = \frac{N\Phi}{i} = \frac{N^2}{R} \quad (4.89)$$

Conclui-se que a auto-indução da bobina é proporcional ao quadrado do número de espiras e inversamente proporcional à relutância magnética total.

Se o núcleo fosse apenas de ferro e este saturasse acima de um valor B_{sat} , como $\Phi = BS$ resultaria $L = \frac{NBS}{i}$ e, por conseguinte,

$$I_{\text{max}} \leq \frac{NSB_{\text{sat}}}{L} = \frac{SRB_{\text{sat}}}{N} \quad (4.90)$$

Ou seja, a corrente não deve exceder o limite que corresponde à saturação, sob pena de a bobina ficar com uma característica $\Psi(i)$ fortemente não-linear em vez de ter $\Psi=Li$.

Uma pequena abertura no núcleo ferromagnético (o chamado *entreferro*), conforme fica ilustrado na fig. 4.18a, pode constituir uma solução adequada para manter uma quase-linearidade até correntes mais elevadas. Com efeito, o ar tem uma permeabilidade magnética muito inferior à do ferro. Assim, mesmo um fino troço de ar facilmente terá uma relutância igual maior do que a registada em todo o percurso de ferro não saturado. Acresce que o ar mantém sempre a linearidade, conforme se observa na fig. 4.18a para diferentes aberturas.

Uma vez que ambos os troços estão em série, para um dado valor de fluxo magnético o troço de ferro contribui com uma d.p.m. V_{Fe} e o troço de ar com outra d.p.m. V_{ar} , tais que somadas perfazem a f.m.m. Ni aplicada (cf. fig. 4.18b e c): $Ni = V_{\text{Fe}} + V_{\text{ar}}$.

O aumento de relutância devido ao troço em ar causa uma certa redução no valor da auto-indução, mas no conjunto dos percursos em ferro e ar o efeito de saturação fica bastante atenuado até correntes mais elevadas, conforme se pode ver na fig. 4.18c. Para escolher a abertura de entreferro mais conveniente pode adoptar-se, por exemplo, o critério da maximização da energia magnética armazenada com a intensidade de corrente máxima estipulada. Esta acha-se por

$$W_m = \int_0^{\psi(I_{\text{max}})} i d\psi$$

onde ψ simboliza o fluxo ligado com o enrolamento, i.e. $\psi=N\Phi$:

$$W_m = \int_0^{\psi(I_{\text{max}})} i d(N\Phi) = \int_0^{\Phi(I_{\text{max}})} Ni d\Phi$$

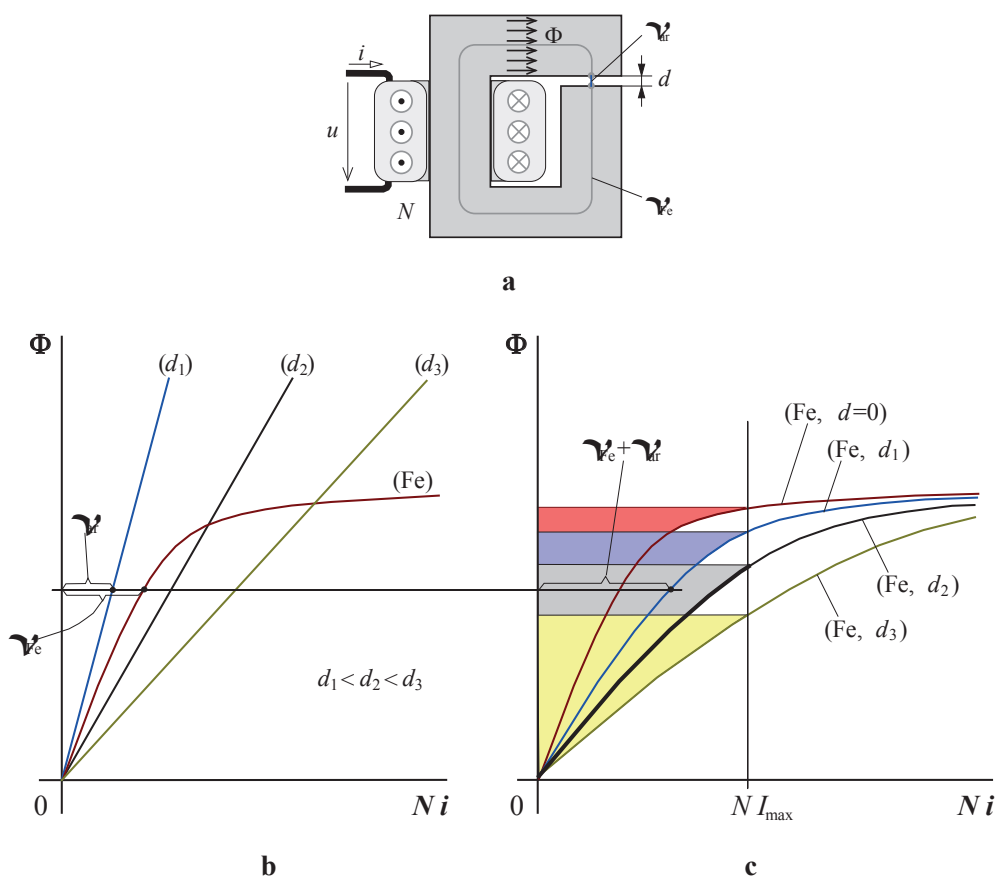


Fig. 4.18 – a) bobina com núcleo ferromagnético e entreferro de ar; b) efeitos do troço de ferro e do troço de ar do núcleo magnético em termos de variação de potencial magnético, com várias aberturas de entreferro; c) combinação daqueles efeitos, com áreas assinalando a energia magnética armazenada, em cada caso, para um valor de corrente I_{max} .

A abertura de entreferro mais conveniente será a que corresponde a

$$d : \max_d \{W_m(d)\} \tag{4.91}$$

A energia magnética armazenada na bobina tem o valor correspondente à área assinalada na fig. 4.18c para vários casos de abertura de entreferro. Tomando os quatro casos da fig. 4.18c pode constatar-se que, com uma corrente admissível I_{max} , se consegue a máxima energia mgnética (maior área) no caso do entreferro com abertura d_2 . Observe-se na mesma figura a quase-linearidade que se consegue neste caso para $0 \leq i \leq I_{max}$.

4.5- Transformadores de impulso

Existe um tipo de transformador de sinal muito usado em electrónica de potência para assegurar o isolamento na transmissão de impulsos de disparo a tiristores ou a triacs (cf. fig. 4.19a). Trata-se dos chamados *transformadores de impulso*. Como as correntes de disparo dos tiristores devem ser impulsivas, com muito curta duração (na ordem do décimo de milissegundo) e, por vezes, repetidas em sequências ou trens de vários milhares por segundo, utilizam-se para este fim transformadores muito pequenos com núcleo de ferrite. Geralmente são dispositivos encapsulados com a forma ilustrada na fig. 4.19b.

O funcionamento seguro destes dispositivos está limitado não só pelo valor eficaz e pelo valor de pico máximo admissível da intensidade de corrente a injectar, mas também pelo fluxo máximo admissível sem atingir a saturação no núcleo. Este último vem caracterizado pelo fabricante em volt.segundo; deve ser assegurando que o integral da tensão aplicada no tempo não excede aquele valor.

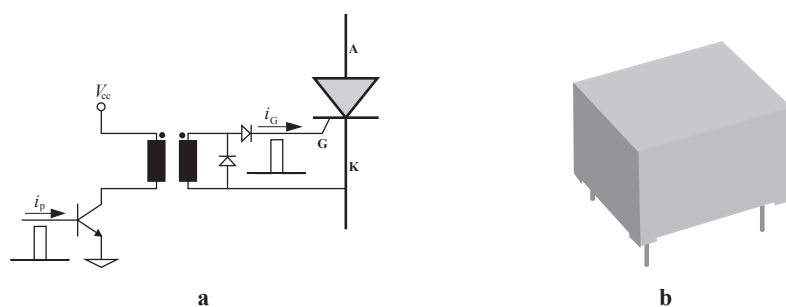


Fig. 4.19 – a) Esquema de utilização de um transformador de impulso para injectar os sinais de disparo na porta de um tiristor; os díodos destinam-se a assegurar a unidireccionalidade de corrente e de tensão no sentido *gate-cátodo*. b) Aspecto típico de um transformador de impulso; no interior do invólucro paralelepípedico existe normalmente um núcleo de ferrite em forma de pote como o representado na fig. 4.17.



5 – REGULADORES DE CORRENTE ALTERNADA

5.1- Introdução

Existem aplicações onde se pretende alimentar uma carga em AC a partir da tensão alternada sinusoidal da rede de distribuição, mas variando o seu valor eficaz. Para o efeito requiere-se um conversor estático, como o indicado na fig. 5.1a, interposto entre a rede (fonte de tensão AC) e a carga.

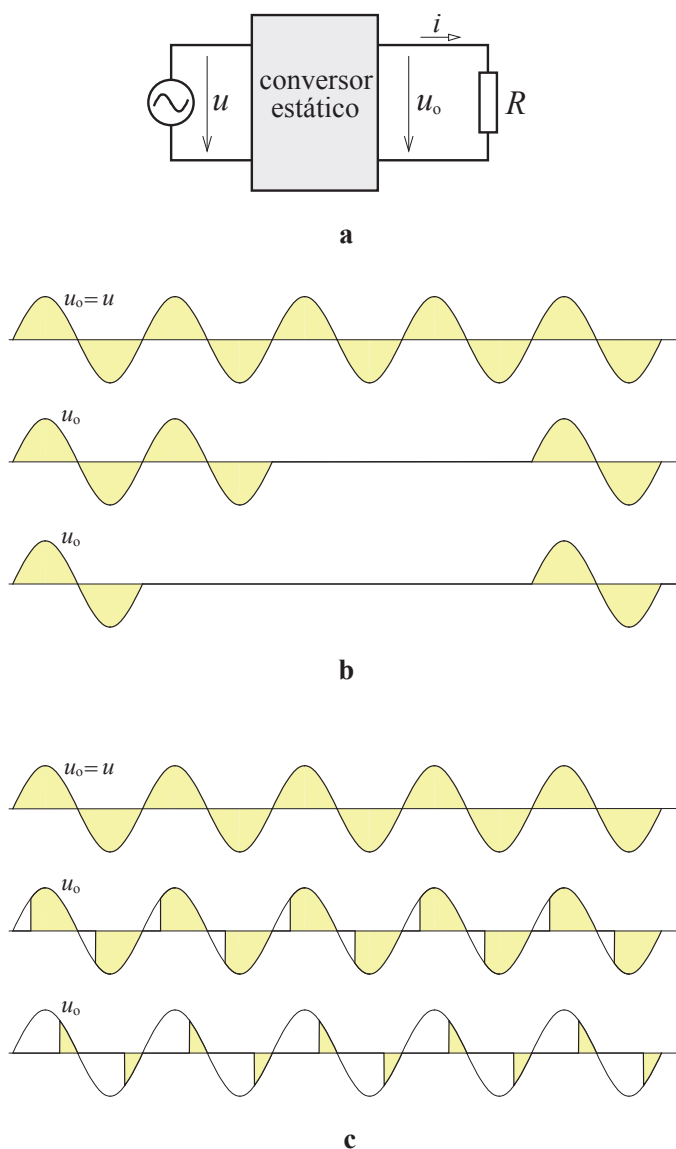


Fig. 5.1 – a: esquema de princípio de um regulador de corrente alternada; b: diagramas ilustrando o funcionamento em modo de controlo tudo-ou-nada (*on-off*); c: idem em modo de controlo de fase.

O conversor vai funcionar como um interruptor, permitindo vários métodos de controlo da energia aplicada à carga. Entre estes há dois que merecem destaque:

- o controlo do tipo **tudo-ou-nada** (*on-off*), em que o interruptor abre e fecha ciclicamente, aplicando à carga sequências de alternâncias ou de ciclos da tensão da fonte seguidas de intervalos sem deixar passar energia, conforme está ilustrado na fig. 5.1b;
- o chamado **controlo de fase**, segundo o qual o conversor aplica à carga uma porção de cada alternância da tensão da fonte, conforme indicado nos diagramas da fig. 5.1c; por este método pode-se variar o valor eficaz da tensão na carga mas mantém-se sempre a frequência fundamental da rede.

O primeiro método aplica potência em ciclos de baixa frequência (sub-harmónicas da frequência da rede) que podem não ser tolerados por algumas cargas, e podem perturbar a tensão da rede com flutuações indesejáveis (*flicker*). Mas, por outro lado, o controlo de fase também tem a desvantagem de criar harmónicas de alta frequência que podem causar radio-interferências.

A solução para realizar um conversor deste tipo pode ser a esquematizada na fig. 5.2. Nesta montagem a função de interruptor é realizada por dois tiristores ligados em anti-paralelo: T_1 permite dosear a passagem de corrente i_o no sentido positivo, enquanto que T_2 tem idêntico papel relativamente à corrente de sentido oposto.

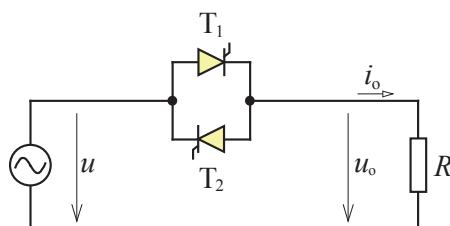


Fig. 5.2 – Esquema de conversor monofásico para regular a tensão alternada a aplicar a uma carga.

Para além da solução constituída por dois tiristores em anti-paralelo (cf. fig. 5.3a), que se usa em potências mais elevadas, também se pode utilizar um só dispositivo semiconductor, o *triac* (cf. fig. 5.3b), ou um circuito com um único tiristor e uma ponte de díodos (cf. fig. 5.3c). Outra hipótese, representada na fig. 5.3d, refere-se a uma montagem assimétrica que se pode utilizar em circuitos trifásicos.

Grande parte das aplicações destes conversores dizem respeito a cargas resistivas, como sejam lâmpadas de incandescência (regulação de brilho por controlo de fase) e resistências de aquecimento de fornos ou estufas (ajuste do aquecimento, geralmente em modo *on-off*).

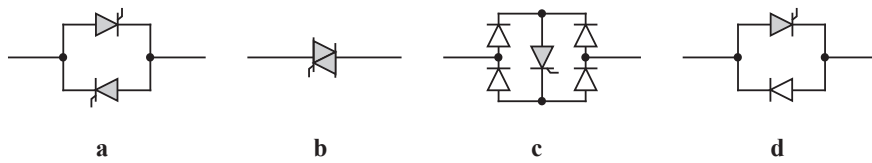


Fig. 5.3 – Algumas modalidades de interruptor bidireccional com dispositivos de comutação natural:
a - montagem com dois tiristores em anti-paralelo; **b** - triac; **c** - solução com um tiristor;
d - montagem assimétrica.

Os conversores triásicos desta classe usam-se bastante no arranque suave de motores de indução trifásicos com rotor em gaiola. É possível também utilizá-los para ajuste da velocidade deste tipo de máquinas eléctricas, embora com algumas limitações. Ambas as aplicações são feitas com regulação de fase e servem apenas para accionamentos onde a carga mecânica tenha baixo binário resistente no arranque, como é caso das bombas centrífugas e dos ventiladores.

5.1.1- Comando dos tiristores

Um tiristor constitui um interruptor estático que pode passar ao estado de **condução** (fechado) com um curtíssimo impulso de corrente injectado através da junção porta-cátodo*, desde que estejam reunidas determinadas condições. Por esta razão o impulso também é chamado de *disparo*.

O tiristor não dispõe de um comando para passar ao estado de **corte** (aberto); tal efeito acontece quando a corrente que o atravessa se anular e assim permanecer pelo menos durante um breve intervalo. Ora, esta ocorrência só se regista se for causada pelo próprio circuito de potência onde o tiristor está inserido. É o caso dos conversores aqui em estudo, onde, como se verá, a tensão alternada provoca ciclicamente o anulamento da corrente para mudança de sentido. A passagem do tiristor ao corte também recebe o nome de comutação, pelo que, o tiristor é um dispositivo de comutação natural.

A passagem de um tiristor à condução através de um impulso de disparo na junção *gate*-cátodo requer a satisfação de duas condições, a saber:

- o tiristor tem de estar polarizado directamente (tensão ânodo-cátodo positiva);
- a corrente que o circuito de potência vai fazer circular através do tiristor tem de ser igual ou superior a um valor mínimo de sustentação, I_h (*holding current*), que é da mesma ordem de grandeza da amplitude necessária para a corrente de disparo.

* O impulso pode durar apenas uma fracção de milissegundo; a sua intensidade será tanto maior quanto maior for o calibre do tiristor (p.ex. na ordem da centena de mA para uma corrente passante de 100A).

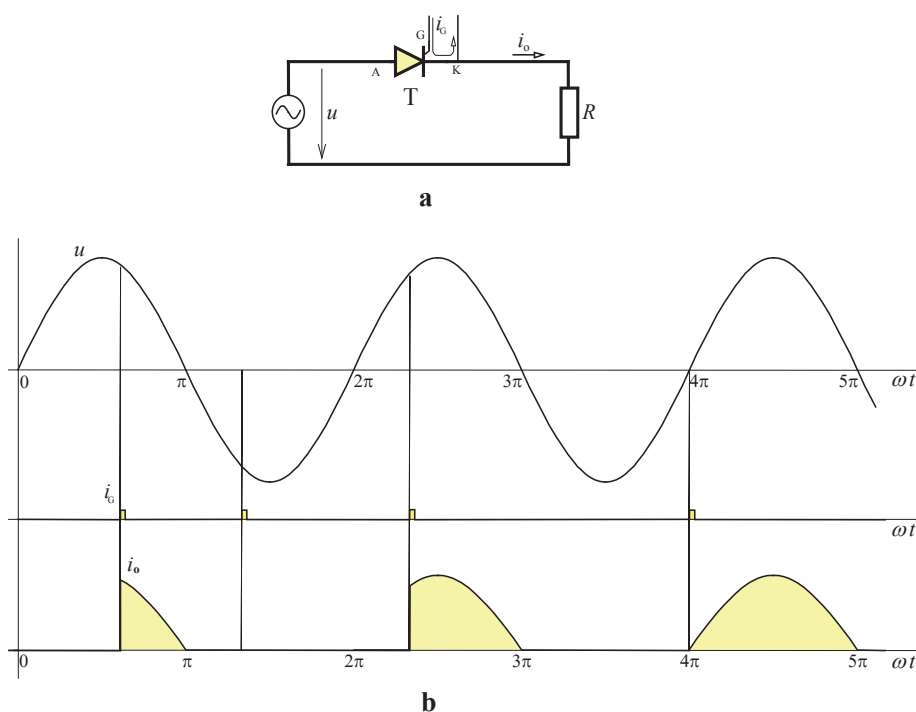


Fig. 5.4 – Funcionamento do tiristor mostrando o efeito dos disparos e a passagem ao corte.

O disparo de um tiristor inserido num circuito com uma fonte de tensão alternada é ilustrado graficamente na fig. 5.4 em várias situações. O primeiro disparo tem sucesso porque o tiristor está polarizado directamente, passando a conduzir uma corrente que se vai anular em $\omega t = \pi$; a partir daí o tiristor fica no estado de bloqueio (ou *ao corte*) e mesmo recebendo o disparo seguinte não passa à condução. Posteriormente a tensão volta a subir e polariza o tiristor no sentido directo, mas ele mantém-se bloqueado até que surge novo disparo e então passa à condução; mais uma vez a passagem ao corte só acontece quando a corrente principal através do tiristor se anula. Quando a tensão volta a começar a crescer no sentido positivo recebe novo disparo e entra à condução, estado em que permanece durante uma alternância completa.

Na prática, os disparos são lançados através de *transformadores de impulso* que permitem manter o isolamento galvânico do circuito electrónico de sinal que gera os impulsos relativamente ao circuito de potência, conforme esquematizado nas fig.^{as} 5.5a-c. Com efeito, a porta e o cátodo do tiristor acompanham as tensões elevadas da rede e da carga, ao passo que se pretende que o circuito electrónico de comando funcione sempre ao nível do potencial de massa (ligado à terra).

Como os tiristores da fig. 5.5c nunca podem conduzir ao mesmo tempo é possível gerar um só impulso, e veiculá-lo através de um transformador com dois enrolamentos secundários: são sempre disparados ambos os tiristores, mas só conduz aquele que está em condições de o fazer. O transformador de impulso é um componente que geralmente está embebido num pequeno bloco paralelepípedo com o aspecto indicado na fig. 5.5d.

INTRODUÇÃO

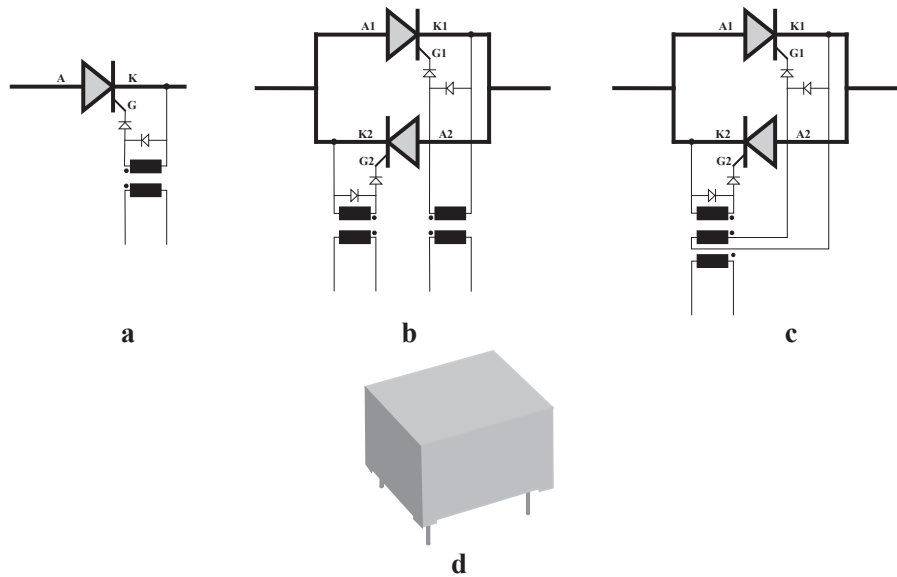


Fig. 5.5 – Exemplos de utilização de transformadores de impulso no disparo de tiristores: **a** - num tiristor simples; **b, c** - na associação de dois tiristores em antiparalelo; **d** - aspecto típico de um transformador de impulso.

5.1.2- Ângulo de disparo e ângulo de condução do tiristor

Considere-se, mais uma vez, o circuito constituído por uma fonte de tensão AC, um tiristor e uma carga óhmica, representado na fig. 5.6a. À semelhança do que já foi feito para os rectificadores a diodos, os intervalos serão representados por ângulos de fase (ωt). Quanto ao disparo, em tudo o que se segue será considerado instantâneo e simbolizado esquematicamente por uma seta vertical, conforme se assinala na fig. 5.6b.

O tiristor pode passar à condução se for disparado desde o instante em que a tensão u começa a tornar-se positiva e até ao fim da alternância. Ao intervalo de espera medido desde o instante em que o tiristor fica polarizado directamente e o instante do disparo chama-se **ângulo de atraso do disparo**, ou simplesmente **ângulo de disparo**, e simboliza-se por α . Ao intervalo em que o tiristor fica a conduzir depois de disparado chama-se **ângulo de condução** e simboliza-se por γ . Estes ângulos são importantes no modo funcionamento que se designou por controlo de fase e estão evidenciados na fig. 5.6b

Para detectar qual o ponto a partir do qual se mede o ângulo de disparo de um tiristor num circuito pode-se considerar que existe um diodo em vez do tiristor e verificar o instante em que ele começa espontaneamente a conduzir. Por outras palavras, esse ponto corresponde ao disparo do tiristor para $\alpha=0$.

A potência a transmitir através do circuito depende do ângulo de disparo: quanto maior for α menor será a potência transmitida. Este ângulo deve estar contido no intervalo $0 \leq \alpha \leq \pi$; noutros circuitos o intervalo admissível para α pode ser diferente deste.

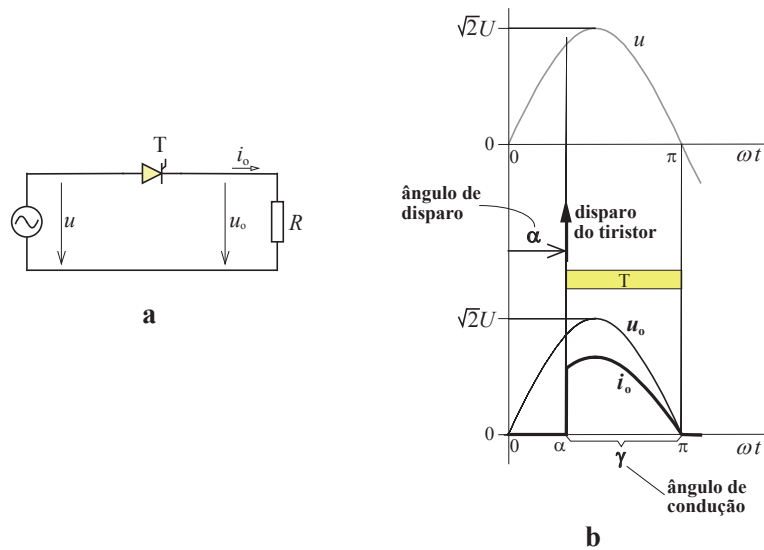


Fig. 5.6 – Ilustração das grandezas ângulo de disparo e ângulo de condução do tiristor num circuito monofásico muito simples.

5.2 - Regulador de fase monofásico com carga resistiva pura

No circuito representado na fig. 5.7a a origem para os ângulos de disparo dos tiristores é o instante da passagem da tensão por zero: no sentido crescente para o caso de T_1 e no sentido decrescente para o caso de T_2 , conforme se pode observar na fig. 5.7b. A tensão é sinusoidal com valor eficaz U , ou seja, $u = \sqrt{2}U \sin(\omega t)$.

Uma vez disparado T_1 com o ângulo de atraso α indicado na fig. 5.7b este começa a conduzir, pois encontra-se polarizado directamente. Como a carga é puramente resistiva a corrente está em fase com a tensão, i.e. $i_o = \frac{u}{R}$. O ângulo de condução será $\gamma = \pi - \alpha$, pois, a partir de $\omega t = \pi$ a corrente anula-se, com tendência a inverter de sentido, ocasião em que o tiristor bloqueia.

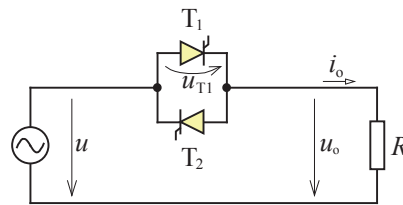
A partir desse momento deixa de haver corrente no circuito e a tensão entre os terminais de potência dos tiristores é igual à tensão da fonte. Assim, T_2 fica polarizado directamente, mas só será disparado após um ângulo de fase α . Tudo se passa agora de forma idêntica à da alternância anterior de tensão, permanecendo T_2 à condução até que $\omega t = 2\pi$.

Admite-se que os disparos são aplicados com ângulo de atraso constante. A tensão aplicada à carga exprime-se por

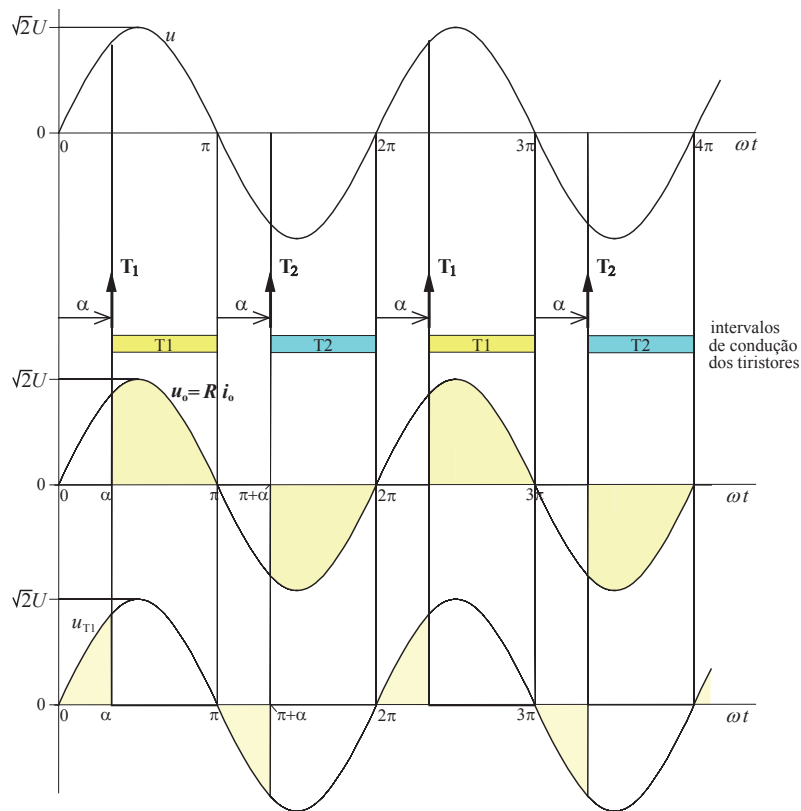
$$\begin{cases} u_o = \sqrt{2}U \sin(\omega t) & \text{para } \alpha \leq \omega t \leq \pi \text{ e } \pi + \alpha \leq \omega t \leq 2\pi \\ u_o = 0 & \text{para } 0 \leq \omega t \leq \alpha \text{ e } \pi \leq \omega t \leq \pi + \alpha \end{cases} \quad (5.1)$$

REGULADOR DE FASE MONOFÁSICO COM CARGA RESISTIVA PURA

e a corrente por $i_o = \frac{u_o}{R}$.



a



b

Fig. 5.7 – a: esquema do circuito de controlo de fase monofásico com carga resistiva; b: diagramas de funcionamento evidenciando os ângulos de disparo e os intervalos de condução dos tiristores.

Neste circuito cada tiristor tem de suportar, na pior situação ($\alpha=0$), uma alternância de corrente em cada ciclo. Em termos de tensões, tem de suportar tensão inversa e tão directa em estado de bloqueio, com valor de pico repetitivo igual a $\sqrt{2}U$ (observe-se o último diagrama da fig. 5.7b e considere-se o caso de $\alpha>90^\circ$).

A potência activa (ou média) entregue à carga puramente resistiva exprime-se por:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u_o i_o dt = \frac{1}{T} \int_0^T R i_o^2 dt = R I_o^2 \quad (\text{lei de Joule}) \quad \text{ou} \quad P = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{u_o^2}{R} dt = \frac{U_o^2}{R} \quad (5.2)$$

onde o U_o simboliza o valor eficaz da tensão aplicada à carga que se obtém através de

$$\begin{aligned} U_o^2 &= \frac{1}{T} \int_0^T u_o^2 dt = \frac{1}{2\pi} 2 \int_{\alpha}^{\pi} (\sqrt{2}U \sin(\omega t))^2 d(\omega t) = \frac{2U^2}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} (\sin x)^2 dx = \\ &= \frac{2U^2}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \frac{1 - \cos(2x)}{2} dx = U^2 \left(1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi} \right) \\ U_o &= U \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Atendendo a (5.2) a potência eficaz entregue à carga virá dada por

$$P = \frac{U^2}{R} \left(1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi} \right) \quad (5.4)$$

O valor eficaz da corrente calcula-se por

$$I_o = \frac{U}{R} \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}} \quad (5.5)$$

Com $\alpha=0$ ter-se-á a máxima potência transmitida e os valores eficazes máximos da tensão u_o e da corrente i_o , respectivamente: $P=U^2/R$, $U_o=U$ e $I_o=U/R$. Para $\alpha=180^\circ$ a potência transmitida anula-se. As relações entre U_o e α e entre P e α são fortemente não lineares e estão representadas graficamente na fig. 5.8.

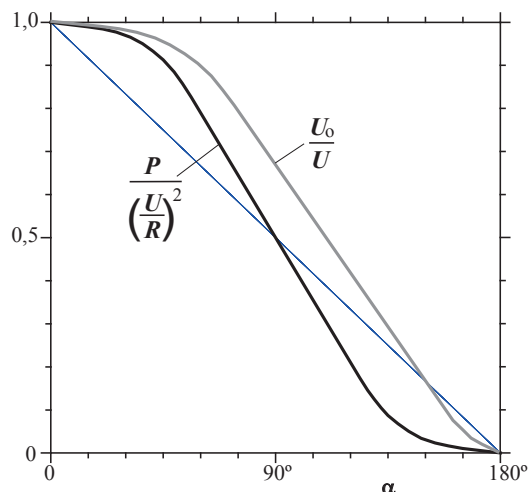


Fig. 5.8 – Representação cartesiana de $U_o(\alpha)$ e $P(\alpha)$.

Na prática tem de existir um circuito electrónico de sinal, dito **circuito de comando**, para detectar os instantes de passagem da tensão por zero, desencadear os tempos de espera

que correspondem ao ângulo de disparo pretendido em cada situação e gerar os impulsos que irão ser injectados nas junções G-K dos tiristores. A fig. 5.9 mostra esquematicamente a interface do circuito de comando com o circuito de potência. Por agora não se estudam os detalhes da electrónica de comando, que ficam para secção ulterior. Prossegue-se na abordagem de aspectos referentes ao funcionamento da parte de potência dos conversores, que apresenta quase sempre particularidades de análise um tanto complexas.

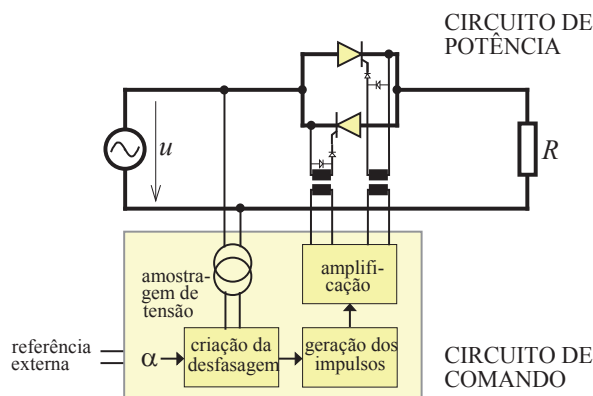


Fig. 5.9 – Esquema de princípio de um circuito de comando de tiristores para o conversor da fig. 5.7a e sua interface com o circuito de potência.

5.3- Alusão aos conceitos de potências em regimes deformados

Antes de prosseguir vale a pena mostrar que, com a operação dos conversores estáticos, as noções de potência aparente, potência reactiva, ângulos de defasagem e factores de potência têm de ser reformuladas em relação às que se conhecem para regime sinusoidal.

Para começar, considere-se novamente o circuito da fig. 5.7a, com carga final puramente óhmica, mas com a corrente i_o não sinusoidal (ou seja, *deformada*) em virtude de estar a operar com um ângulo de disparo $\alpha > 0$. Neste caso a potência aparente entregue pela fonte ao circuito não coincide com a potência activa, como sucedia no regime sinusoidal. Por definição, a **potência aparente** entregue pela fonte ao circuito exprime-se pelo produto dos valores eficazes da tensão aos seus terminais e da corrente que ela fornece:

$$S = UI_o = \frac{U^2}{R} \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}} \quad (5.6)$$

A **potência activa** (ou potência média) entregue pela fonte ao circuito vai inteiramente para a resistência, visto que o conversor não absorve nem fornece energia activa. Conforme já se viu pode exprimir-se pela eq. (5.2), ou seja, por

$$P = \frac{U_o^2}{R} = RI_o^2 \quad (5.7)$$

Repare-se nos diagramas da tensão u e da corrente deformada i_o , representadas na fig. 10. O ângulo de disparo α não tem significado igual ao de um ângulo de defasagem entre uma tensão e uma corrente sinusoidais, através do qual se costuma definir o factor de potência. Aqui define-se **factor de potência** pela relação entre a potência activa e aparente:

$$\lambda = \frac{P}{S} \tag{5.8}$$

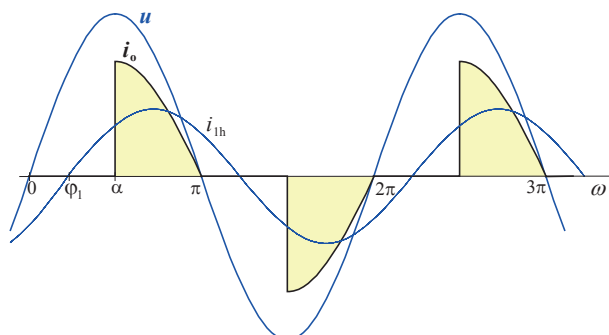


Fig. 5.10 – Regime de tensão sinusoidal e corrente deformada produzida por um regulador de fase.

Quanto à potência reactiva não existe uma definição universalmente aceite para os regimes deformados, no caso geral. Mas existe uma definição interessante que é formulada tomando em conta a harmónica fundamental da corrente i_o , simbolizada por i_{1h} e representada a ponteadado na fig. 5.10. Define-se então a **potência reactiva** associada à 1ª harmónica da corrente da forma convencional, i.e.

$$Q_{1h} = UI_{1h} \sin \varphi_{1h} \tag{5.9}$$

onde U e I_{1h} representam, respectivamente, os valores eficazes da tensão u e da primeira harmónica da corrente i_o e φ_{1h} representa o ângulo de defasagem entre u e i_{1h} .

Reparando na forma como u e i_{1h} estão desfasadas entre si, através fig. 5.10, constata-se que o funcionamento do conversor, mesmo com carga resistiva pura, originou um comportamento com carácter indutivo, provocado pelo facto de a regulação se basear no atraso dos disparos em relação às passagens da tensão por zero.

No caso em estudo define-se **potência deformante** à grandeza que se exprime por

$$D = \sqrt{S^2 - P^2 - Q_{1h}^2} \tag{5.10}$$

e que traduz o contributo das harmónicas para a potência aparente, i.e.

$$D = \sqrt{\sum_{k>1}^{\infty} (UI_{kh})^2} \tag{5.11}$$

Estes conceitos voltarão a ser abordados mais adiante.

5.4- Regulador de fase monofásico com carga resistiva e indutiva

Considere-se o circuito da secção 5.2 mas agora com uma carga RL série (cf. fig. 5.11a).

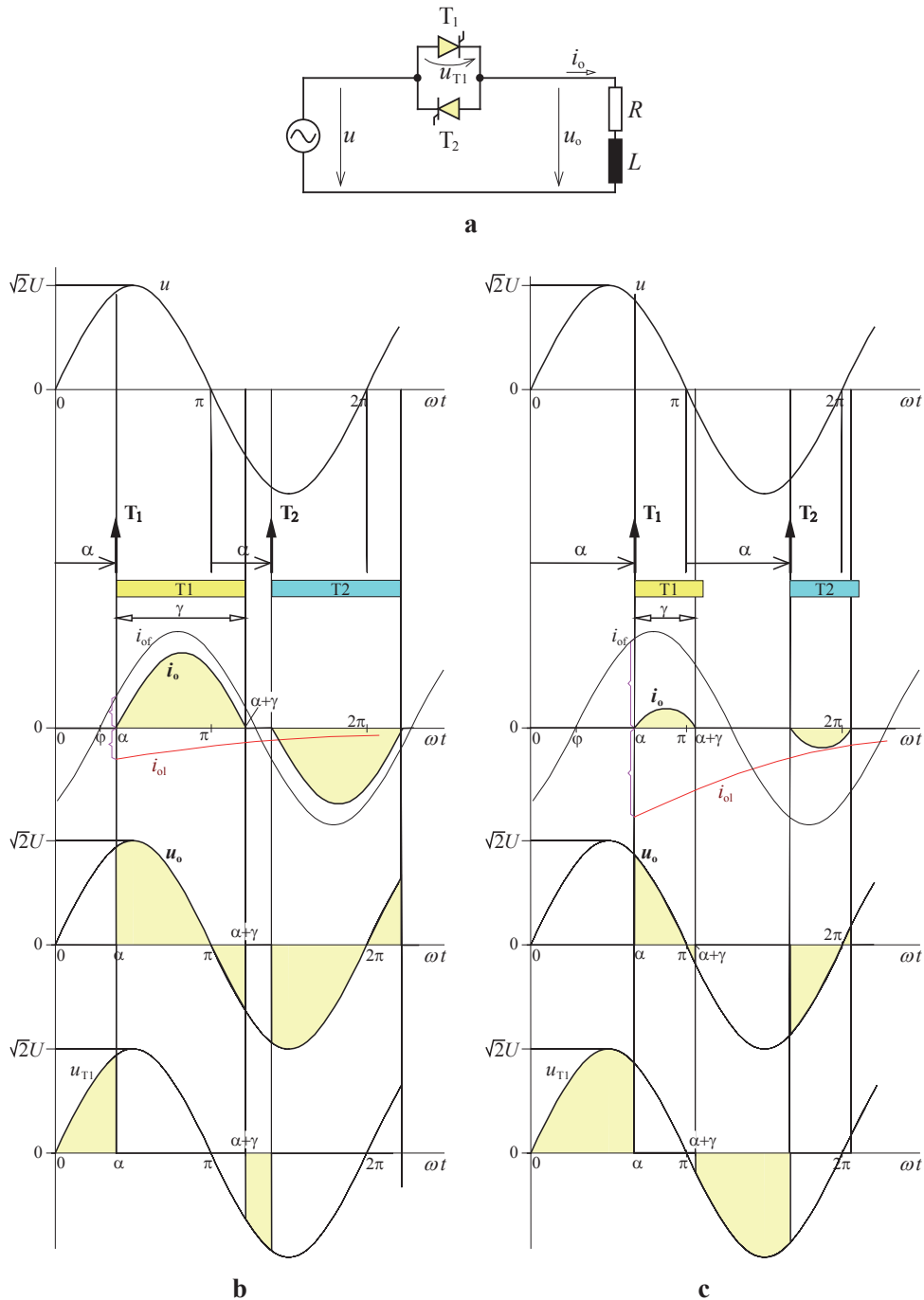


Fig. 5.11 – a: esquema do circuito de controlo de fase monofásico com carga $R-L$; b: diagramas de funcionamento para dois ângulos de disparo $\alpha > \varphi$ e respectivos intervalos de condução dos tiristores.

Começa-se por admitir que os tiristores são disparados com um ângulo α maior do que o ângulo de carga $\varphi = \arctan(\omega L / R)$. Ao acontecer o disparo de T_1 num instante em que u é positiva, como a corrente i_o permanece nula, esse tiristor está polarizado directamente com $u_{T1}=u$ e entra à condução. A corrente i_o que então se estabelece tende para o regime forçado i_{of} (que a fonte impõe), mas não o faz de forma instantânea devido à presença da auto-indução na carga; a evolução da corrente, partindo do valor inicial nulo para o regime forçado, faz-se acordo com um termo exponencial decrescente chamado regime livre.

Com corrente a circular o circuito rege-se por

$$u = Ri_o + L \frac{di_o}{dt} \quad (5.12)$$

O regime forçado da corrente é determinado pela fonte de tensão e pela carga R-L:

$$i_{of} = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\omega t - \varphi), \text{ com } Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \text{ e } \varphi = \arctg(\omega L / R) \quad (5.13)$$

A componente de regime livre é exponencial decrescente com constante de tempo $\tau = L/R$:

$$i_{ol} = K e^{-\frac{R}{L}(t-\frac{\alpha}{\omega})} \quad (5.14)$$

Assim resulta

$$i_o = i_{of} + i_{ol} = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\omega t - \varphi) + K e^{-\frac{R}{L}(t-\frac{\alpha}{\omega})}$$

Sabendo que para $\omega t = \alpha$, ou seja, em $t = \frac{\alpha}{\omega}$, se tinha $i_o = 0$ calcula-se facilmente K :

$$0 = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\alpha - \varphi) + K e^{-\frac{R}{L}(\frac{\alpha}{\omega} - \frac{\alpha}{\omega})}, \text{ donde, } K = -\frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\varphi - \alpha)$$

Finalmente chega-se à expressão da corrente no circuito, válida enquanto for positiva:

$$i_o = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \left[\sin(\omega t - \varphi) + \sin(\varphi - \alpha) e^{-\frac{R}{L}(t-\frac{\alpha}{\omega})} \right] \quad (5.15)$$

Logo que i_o se tenha anulado tendendo a torna-se negativo o tiristor T_1 bloqueia e, como T_2 ainda não foi disparado, permanece $i_o = 0$. O tiristor T_1 teve um ângulo de condução γ que se pode determinar atendendo a que com $\omega t = \alpha + \gamma$ se regista $i_o = 0$:

$$0 = \sin(\alpha + \gamma - \varphi) + \sin(\varphi - \alpha) e^{-\frac{\gamma}{\tan(\varphi)}} \quad (5.16)$$

Para obter o valor de γ , dados α e φ (ou então R e ωL), esta equação tem de ser resolvida numericamente. O ábaco da fig. 5.12 mostra graficamente a relação entre γ e α para diferentes valores de φ .

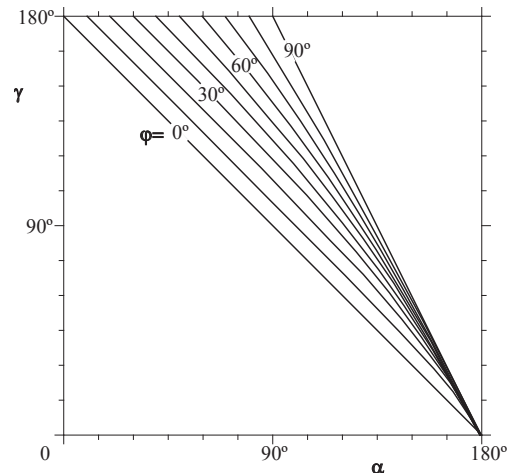


Fig. 5.12 – Ábaco da relação entre o ângulo de condução e o ângulo de disparo para diversos valores de φ .

Convém notar que a corrente que atravessa o tiristor só se anula quando u já se tornou negativa, ou seja, a tensão aplicada à carga enquanto T_1 conduzia teve ainda, além do trecho inicial positivo, uma porção negativa, conforme se pode ver na fig. 5.11b. Este facto também já foi estudado em rectificadores simples a diodos com carga $R-L$ (cf. secção 2.2).

Quando é aplicado o disparo a T_2 tudo decorre de forma análoga ao que se viu atrás, mas com a diferença de a corrente ser negativa.

A potência entregue à carga pode ser calculada pela lei de Joule: $P = R I_o^2$, onde I_o representa o valor eficaz da corrente; este último pode ser determinado através de $I_o^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i_o^2 dt = \frac{1}{\pi} \int_\alpha^\gamma i_o^2 d(\omega t)$, por métodos numéricos, tomando i_o dado por (5.15).

A fig. 5.11b mostra diagramas de tensões e correntes importantes para a análise do funcionamento do circuito, incluindo a tensão entre terminais A-K de T_1 . A fig. 5.11c é semelhante, mas refere-se a um ângulo de disparo maior, o que ocasiona menor intervalo de condução.

Se o disparo for aplicado a T_1 com ângulo $\alpha < \varphi$ o ângulo de condução γ do tiristor vem maior do que 180° . Assim, quando T_2 for disparado, apesar de u ser negativa, o tiristor encontra-se inversamente polarizado e não conduz. De facto, como a corrente através de T_1 ainda não cessou devido à natureza da carga, T_2 vê aos seus terminais o valor simétrico da q.d.t. em T_1 à condução, o que dá cerca de $-1V$. Só a partir de $\omega t = \alpha + \gamma$ deixa de passar corrente em T_1 e um disparo em T_2 pode ter sucesso. Uma solução para garantir que o disparo

com $\alpha < \varphi$ funciona consiste em injectar *trens de impulsos* de disparo em vez de disparos únicos (vide fig. 5.13), assegurando a possibilidade de o próximo tiristor que for disparado entrar mesmo à condução, pela presença de disparos logo após cessar a corrente no tiristor que antes estava a conduzir.

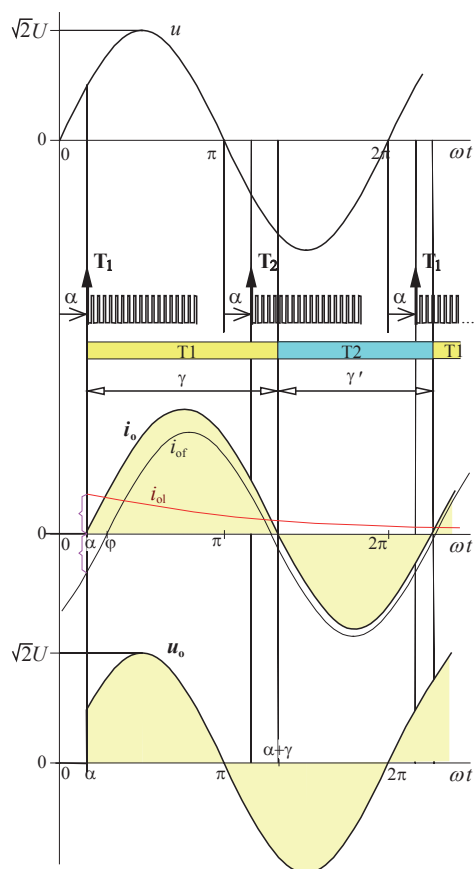


Fig. 5.13 – Diagramas de funcionamento do circuito de controlo de fase monofásico com carga $R-L$, para o caso de o ângulo de disparo ser $\alpha < \varphi$.

Em aplicações deste circuito com carga $R-L$ é conveniente providenciar os trens de impulsos para disparo. Para o controlo da potência não há interesse algum em provocar $\alpha < \varphi$, pois resulta sempre corrente sinusoidal e potência máxima aplicada à carga. Mas se o $\cos \varphi$ da carga variar pode, eventualmente, verificar-se a situação de $\alpha < \varphi$ e, repentinamente, perderem-se metade das alternâncias de corrente.

O dimensionamento e a protecção dos tiristores são assuntos a tratar mais adiante.

5.5- Conversores trifásicos para regulação de potência em AC

Existem diversas montagens trifásicas com tiristores para o controlo de potência em AC, designadamente usando o método do controlo de fase. Na fig. 5.14 apresentam-se os esquemas das mais importantes de conversores simétricos.

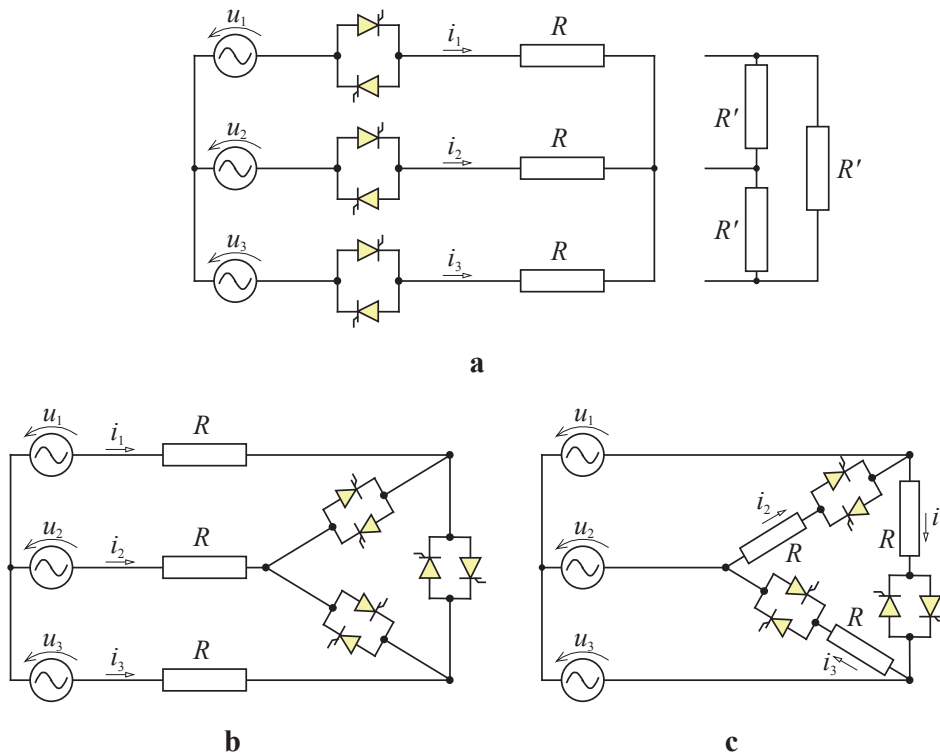


Fig. 5.14 – Esquemas de conversores trifásicos totalmente controlados para regulação de potência em AC:
a - montagem em linha com a carga, sem neutro (a carga pode estar em estrela ou em triângulo);
b - montagem em triângulo numa carga com a estrela aberta; **c** - três montagens monofásicas com carga entre fases.

O esquema da fig. 5.14a pode operar com carga em estrela (mesmo sem o ponto médio acessível) ou em triângulo. A montagem da fig. 5.14b só pode ser usada com cargas trifásicas possuindo seis terminais acessíveis.

O esquema da fig. 5.14a, se tivesse condutor de neutro, corresponderia a três montagens monofásicas simples ligadas em estrela; o esquema da fig. 5.14c também é constituído por três montagens monofásicas, mas dispostas entre fases. A análise do seu funcionamento reduz-se àquela que foi vista em 5.2 e 5.3 para cada conversor monofásico.

Na fig. 5.15 aparecem esquemas de alguns conversores assimétricos ou semi-controlados.

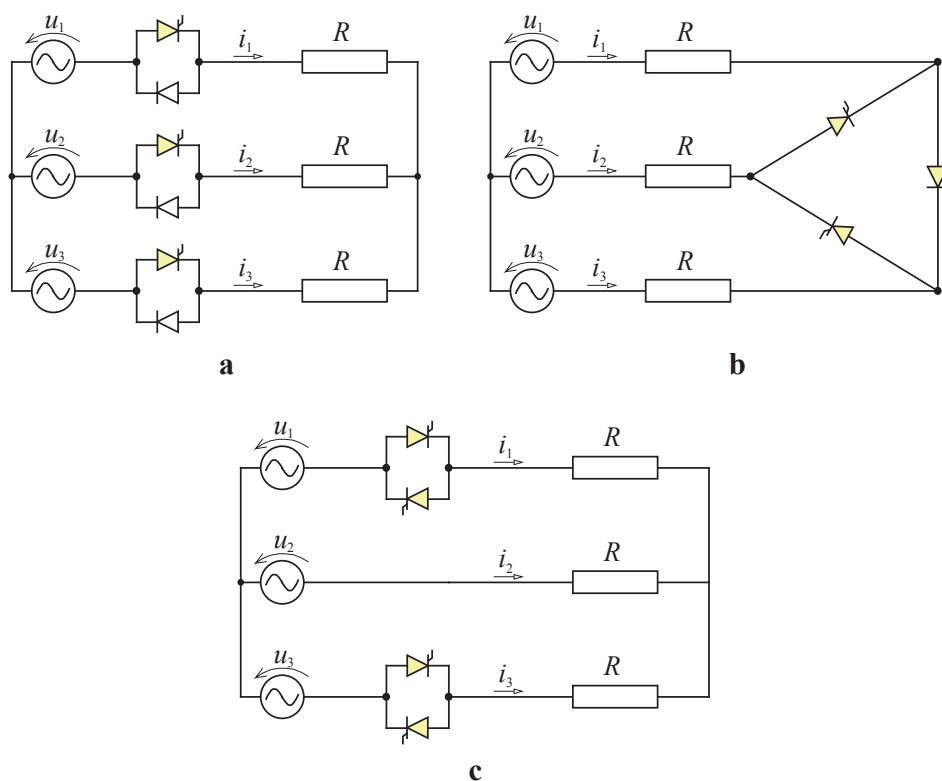


Fig. 5.15 – Esquemas de conversores trifásicos assimétricos para regulação de potência em AC: **a** - montagem em linha com a carga utilizando pares diodo-tiristor em anti-paralelo; **b** - montagem em triângulo assimétrica; **c** - montagem com dispositivos apenas em duas fases.

Os conversores com esquemas ditos assimétricos requerem menos tiristores, mas provocam desequilíbrios nas correntes das fases e, por isso, encontram aplicação especialmente no controlo *on-off*, em que recebem comando de fecho permanente ou de abertura permanente.

5.6- Controlador de fase trifásico simétrico com carga resistiva

Considere-se o circuito trifásico representado na fig. 5.16a. Neste circuito, consoante os valores dos ângulos de disparo, podem existir intervalos em que ocorra circulação de corrente nas três fases, só em duas ou em nenhuma. Os estados possíveis de condução ou bloqueio do conjunto dos tiristores são: todos ao corte; dois à condução (em fases distintas, um num sentido e outro no sentido oposto); três à condução (um em cada fase, dois num sentido e outro no sentido oposto).

A **origem da medição dos ângulos** de disparo de cada tiristor define-se como o instante em que o mesmo começaria espontaneamente a conduzir se todos os tiristores fossem substituídos por diodos. Nessas circunstâncias, como a carga é resistiva e equilibrada, as

CONTROLADOR DE FASE TRIFÁSICO SIMÉTRICO COM CARGA RESISTIVA

correntes estariam em fase com as tensões e assim: T_1 começaria a conduzir logo que u_1 se torna positiva, T_4 quando u_1 se torna negativa, T_2 quando u_2 se torna positiva, T_5 quando u_2 se torna negativa, T_3 quando u_3 se torna positiva e T_6 quando u_3 se torna negativa. Observando as mudanças de sentido das tensões na fig. 5.16b, constata-se a seguinte cadência de entradas à condução, que se traduzirá na necessidade de idêntica **sequência cíclica de disparos**: $T_1, T_6, T_2, T_4, T_3, T_5, T_1, T_6, \dots$

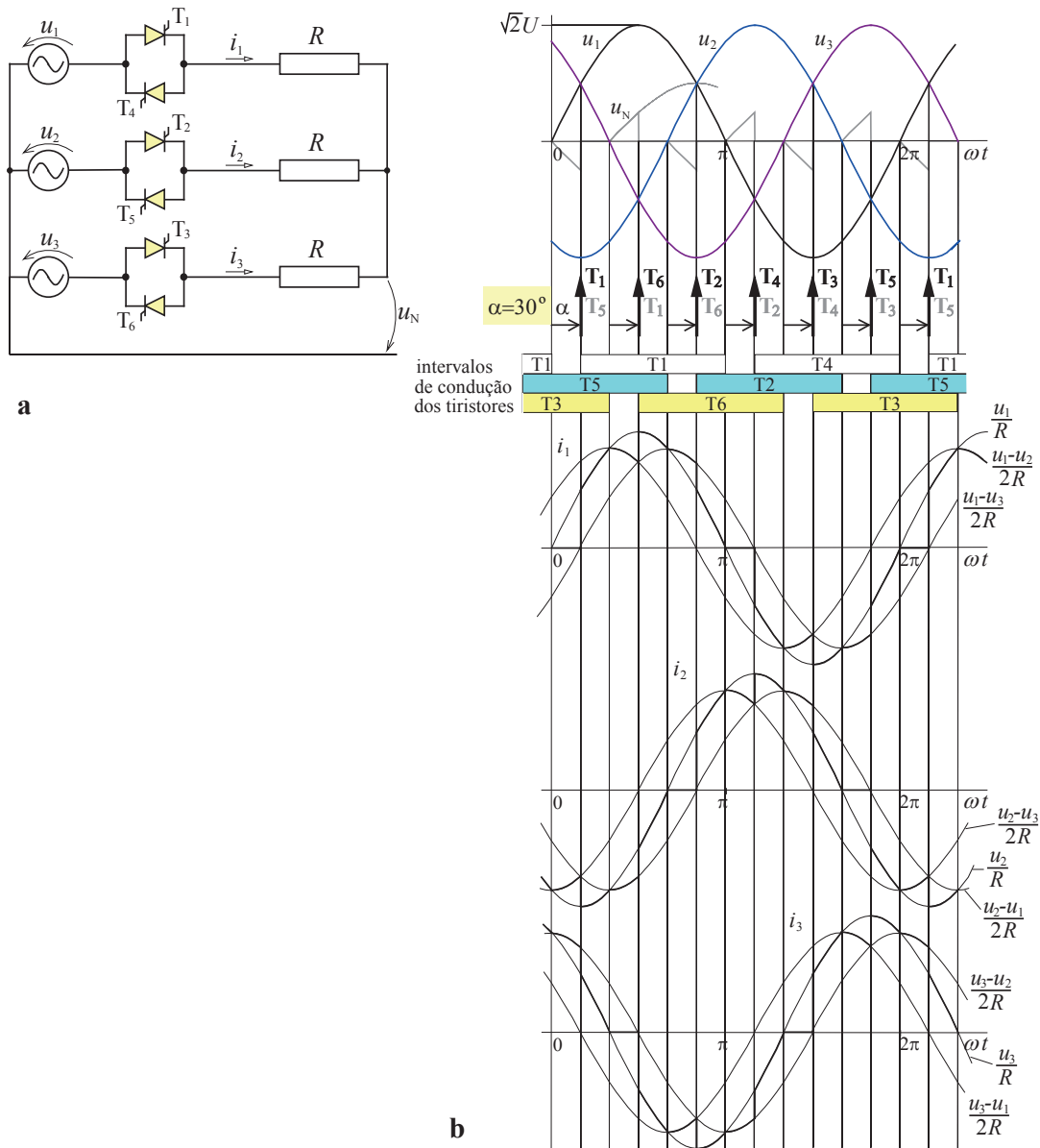


Fig. 5.16 – a - esquema de conversor trifásico para regulação de potência em AC; b - diagramas de funcionamento com $\alpha=30^\circ$ (vide algumas configurações na fig. 5.17).

Na análise de funcionamento consideram-se os tiristores como ideais: q.d.t. directa nula quando à condução e impedância infinita no estado de bloqueio.

Neste circuito existe a **necessidade de aplicar disparos simultâneos**. Com efeito, estando o circuito em repouso, se fosse aplicado um disparo de cada vez a um tiristor seria impossível obter condução no circuito, pois os outros estariam bloqueados. É necessário colocar pelo menos dois dispositivos à condução para que possa haver circulação de corrente. A solução mais simples consiste em disparar sempre, para além do próximo tiristor que vem na sequência dos disparos, também aquele que o antecedeu nessa sequência. Este facto está assinalado na fig. 5.16b através da menção do nome de dois tiristores em cada seta correspondente a um disparo, a saber: $\{T_1 \text{ e } T_5\}$, $\{T_6 \text{ e } T_1\}$, $\{T_2 \text{ e } T_6\}$, $\{T_4 \text{ e } T_2\}$, $\{T_3 \text{ e } T_4\}$, $\{T_5 \text{ e } T_3\}$, $\{T_1 \text{ e } T_5\}$, $\{T_6 \text{ e } T_1\}$, etc.

Seja o caso de $\alpha=30^\circ$, a acompanhar nas fig^{as}. 5.16b e 5.17. Quando **T_1 e T_5 recebem disparo** estão, no seu conjunto, polarizados directamente ($u_1 > u_2$) e começam a conduzir uma corrente que se exprime por $i_1 = -i_2 = \frac{u_1 - u_2}{2R}$; a tensão do ponto médio da carga em relação ao neutro da fonte trifásica vale $u_N = \frac{u_1 + u_2}{2}$.

Seguidamente surge o **disparo em T_6** (e simultaneamente em T_1 que ainda está a conduzir): como $u_N > u_3$, T_6 está polarizado directamente e começa a conduzir. Ficam então T_1 , T_5 e T_6 a conduzir em simultâneo: neste caso, como existe corrente nas três fases e a carga é resistiva e equilibrada, as correntes estão em fase com as tensões simples: $i_1 = \frac{u_1}{R}$, $i_2 = \frac{u_2}{R}$, $i_3 = \frac{u_3}{R}$. Mas esta situação só pode manter-se enquanto $i_1 > 0$, $i_2 < 0$, $i_3 < 0$, ou seja, $u_1 > 0$, $u_2 < 0$, $u_3 < 0$. Como u_2 se torna positiva pouco depois (em $\omega t = 2\pi/3$), T_5 bloqueia, permanecendo T_1 e T_6 a conduzir: neste caso as correntes passam a exprimir-se por $i_1 = -i_3 = \frac{u_1 - u_3}{2R}$, $i_2 = 0$ e a tensão no neutro por $u_N = \frac{u_1 + u_3}{2}$; esta situação pode manter-se enquanto $u_1 > u_3$.

Depois surge o **disparo em T_2** que, dado verificar-se $u_2 > u_N$, entra à condução, ficando em conjunto com T_1 e T_6 que já estavam a conduzir. Sucede novamente funcionamento com correntes nas três fases que, como se viu, valem $i_1 = \frac{u_1}{R}$, $i_2 = \frac{u_2}{R}$, $i_3 = \frac{u_3}{R}$. Esta situação persiste enquanto $u_1 > 0$, $u_2 > 0$, $u_3 < 0$. Como u_1 se torna positiva em $\omega t = \pi$, T_1 bloqueia, ficando só T_2 e T_6 a conduzir: as correntes passam então a ser dadas por $i_2 = -i_3 = \frac{u_2 - u_3}{2R}$, $i_1 = 0$ e a tensão no neutro por $u_N = \frac{u_2 + u_3}{2}$; esta situação pode manter-se enquanto $u_2 > u_3$.

Entretanto surge o **disparo em T₄** e, como $u_N > u_1$, este passa à condução juntando-se a T₂ e T₆. Tem-se novamente corrente nas três fases, cada qual em fase com a tensão simples respectiva, situação que se mantém enquanto $u_1 < 0, u_2 > 0, u_3 < 0$. Mas em $\omega t = 4\pi/3$ i_3 tende a tornar-se positiva e T₆ bloqueia. Ficam apenas T₄ e T₂ a conduzir, sendo as correntes $i_2 = -i_1 = \frac{u_2 - u_1}{2R}$ e $i_3 = 0$. E assim sucessivamente.

A fig. 5.17 mostra várias configurações de tiristores à condução no circuito bem como o respectivo valor da tensão no ponto médio da carga em relação ao neutro da fonte.

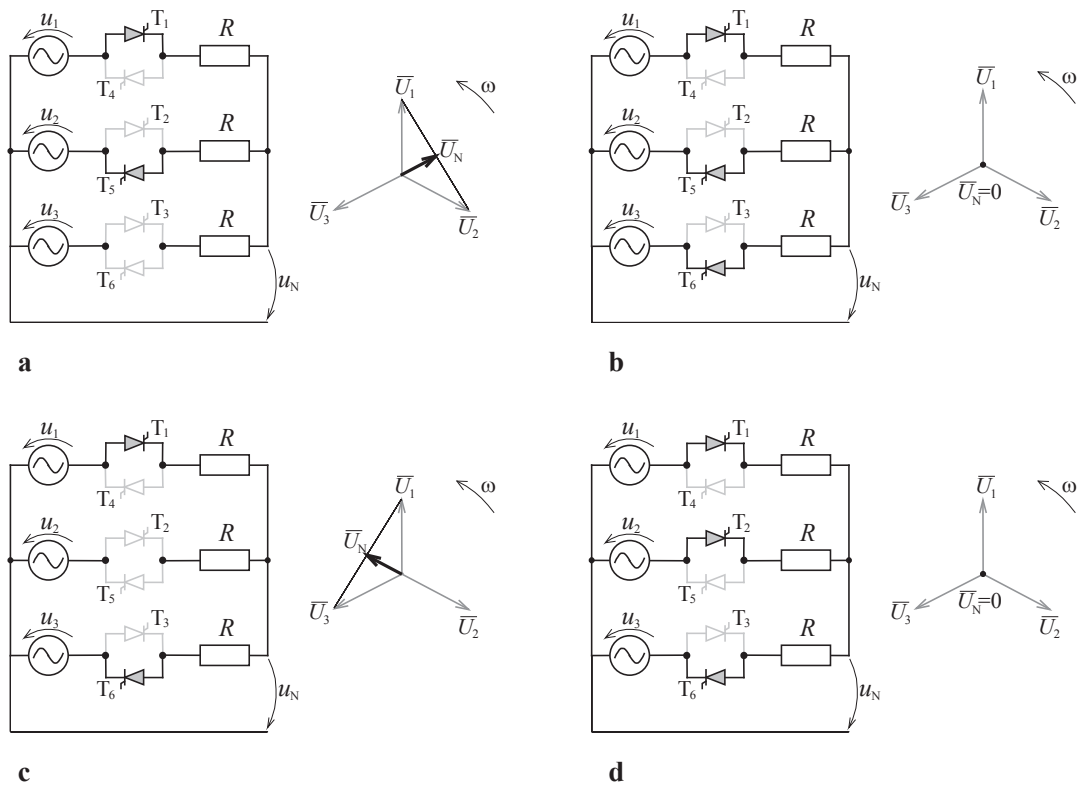


Fig. 5.17 – Sequência de configurações de dispositivos à condução no conversor da fig. 5.16a, permitindo a análise da evolução de potencial no ponto médio da carga.

Acompanhe-se agora a análise para o caso de $\alpha = 60^\circ$ na fig. 5.18b. Mais uma vez **T₁** e **T₅** recebem **disparo** simultâneo: como estão, no seu conjunto, polarizados directamente ($u_1 > u_2$) começam a conduzir e há corrente só nas fases 1 e 2: $i_1 = -i_2 = (u_1 - u_2) / (2R)$; a tensão do ponto médio da carga em relação ao neutro da fonte trifásica vale $u_N = (u_1 + u_2) / 2$. Esta situação manter-se-ia enquanto $u_1 > u_2$, ou seja até $\omega t = 5\pi/6$.

REGULADORES DE CORRENTE ALTERNADA

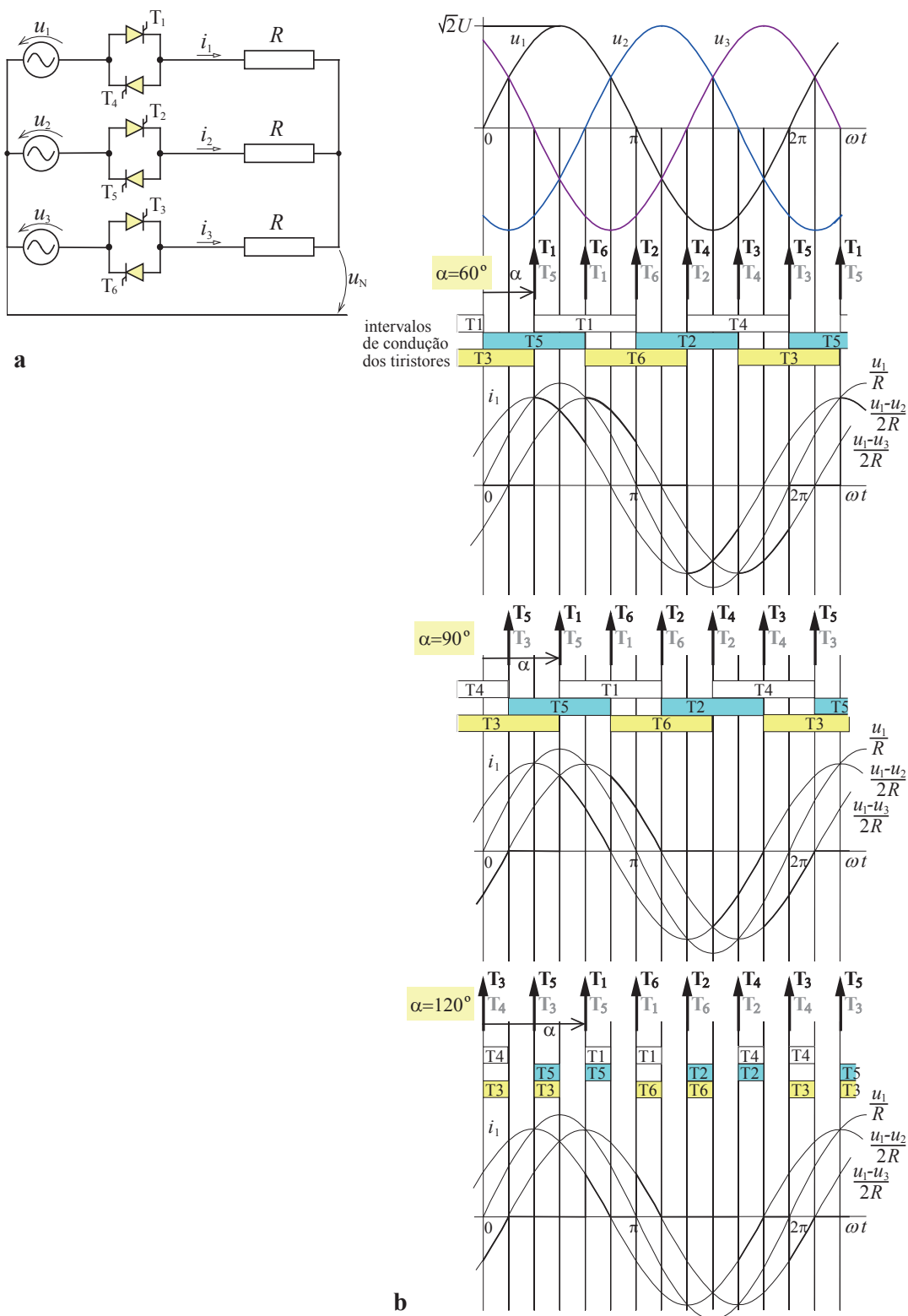


Fig. 5.18 – a - esquema de conversor trifásico para regulação de potência em AC; b - diagramas de funcionamento com $\alpha=60^\circ$, $\alpha=90^\circ$ e $\alpha=120^\circ$.

Antes disso ocorre o **disparo em T_6** (e em T_1 que ainda está a conduzir): como $u_N > u_3$, T_6 começa a conduzir. Ficariam então T_1 , T_5 e T_6 a conduzir em simultâneo: neste caso, circulariam correntes nas três fases dadas por: $i_1 = \frac{u_1}{R}$, $i_2 = \frac{u_2}{R}$, $i_3 = \frac{u_3}{R}$. Mas esta situação só poderia manter-se enquanto $i_1 > 0$, $i_2 < 0$, $i_3 < 0$, ou seja, $u_1 > 0$, $u_2 < 0$, $u_3 < 0$. Como u_2 já se tornou positiva (em $\omega t = 2\pi/3$), T_5 bloqueia, permanecendo apenas T_1 e T_6 a conduzir: neste caso as correntes valem por $i_1 = -i_3 = (u_1 - u_3) / (2R)$, $i_2 = 0$ e a tensão no neutro $u_N = (u_1 + u_3) / 2$; esta situação poderia manter-se enquanto $u_1 > u_3$, ou seja até $\omega t = 7\pi/6$.

Mas entretanto surge o **disparo em T_2** e, como $u_2 > u_N$, este entra à condução. Ter-se-ia então T_1 , T_2 e T_6 a conduzir, configuração que só se pode manter enquanto $u_1 > 0$, $u_2 > 0$, $u_3 < 0$. Como u_1 ficou positiva T_1 bloqueia, ficando afinal só T_2 e T_6 a conduzir: as correntes neste caso valem $i_2 = -i_3 = (u_2 - u_3) / (2R)$, $i_1 = 0$ e a tensão no neutro $u_N = (u_2 + u_3) / 2$; esta situação pode manter-se enquanto $u_2 > u_3$.

Constata-se que com $\alpha = 60^\circ$ apenas existem intervalos com dois tiristores a conduzir. O mesmo tipo de situações podem encontrar-se se for feita a análise para $\alpha = 90^\circ$ (cf. fig. 5.18b).

Com $\alpha = 120^\circ$ cada par de tiristores disparado conduz durante apenas um intervalo de 30° , conforme se observa na fig. 5.18b. Por exemplo, no caso do disparo simultâneo em T_1 e T_5 estes passam à condução, uma vez que $u_1 > u_2$; as correntes nas duas fases envolvidas são $i_1 = -i_2 = \frac{u_1 - u_2}{2R}$ mas esta situação termina 30° depois, quando u_1 se torna inferior u_2 .

A partir de $\alpha = 150^\circ$ os disparos deixam de surtir efeito. Conclui-se que, neste circuito, a gama de valores de ângulo de disparo que permite o controlo de potência a entregar à carga é $0 < \alpha < 150^\circ$.

5.7- Controlador de fase trifásico assimétrico com carga resistiva

Prossegue-se com outro circuito trifásico de regulação de potência em AC. Faz-se notar que o treino obtido no estudo do funcionamento deste tipo de conversores estáticos de potência, principalmente os trifásicos, contribui de forma muito efectiva para a aquisição de destreza de análise de circuitos electrónicos de potência e de sinal.

Seja o circuito esquematizado na fig. 5.19a. Continua a admitir-se uma fonte ideal de tensões trifásica simétrica e tiristores ideais (salvo indicação em contrário). Para determinar as **origens dos ângulos de disparo** dos tiristores considere-se que todos eles são substituídos por díodos. Sabe-se que dos três dispositivos apenas um ou dois podem estar a conduzir num dado instante; quaisquer dois deles à condução implicam que o outro esteja polarizado inversamente com as q.d.t. directas dos outros somadas ($\approx 2V$). Uma vez que os dispositivos conduzem espontaneamente haverá sempre corrente nas três fases e, nesse caso, as correntes

estarão em fase com as tensões: $i_1 = \frac{u_1}{R}$, $i_2 = \frac{u_2}{R}$, $i_3 = \frac{u_3}{R}$. Assim, logo após $\omega t=0$, ter-se-á $i_1 > 0$, $i_2 < 0$, $i_3 > 0$ e à condução só podem estar T_A e T_C (T_A é concordante com $i_1 > 0$, T_C com $i_2 < 0$ e i_3 pode ter qualquer dos sentidos); outro par que não T_A e T_C seria incompatível com os sentidos das correntes.

A partir de $\omega t=2\pi/3$ passa a ter-se $i_2 > 0$ e T_C deixa de poder continuar à condução. A partir daí as correntes são $i_1 > 0$, $i_2 > 0$, $i_3 < 0$; ficam então T_A e T_B a conduzir, situação que persiste enquanto $i_2 > 0$ e $i_3 < 0$ (i_1 pode ter qualquer dos sentidos que será compatível com o par T_A , T_B).

Em $\omega t=4\pi/3$ fica $i_3 > 0$ e T_A deixa de conduzir; a partir daí as correntes têm de obedecer a $i_1 < 0$, $i_2 > 0$, $i_3 > 0$ ficando T_B e T_C a conduzir. Esta configuração dura enquanto $i_1 < 0$ e $i_3 > 0$ (e independentemente de i_2). Em $\omega t=2\pi$ ficam novamente T_A e T_C a conduzir, e assim sucessivamente.

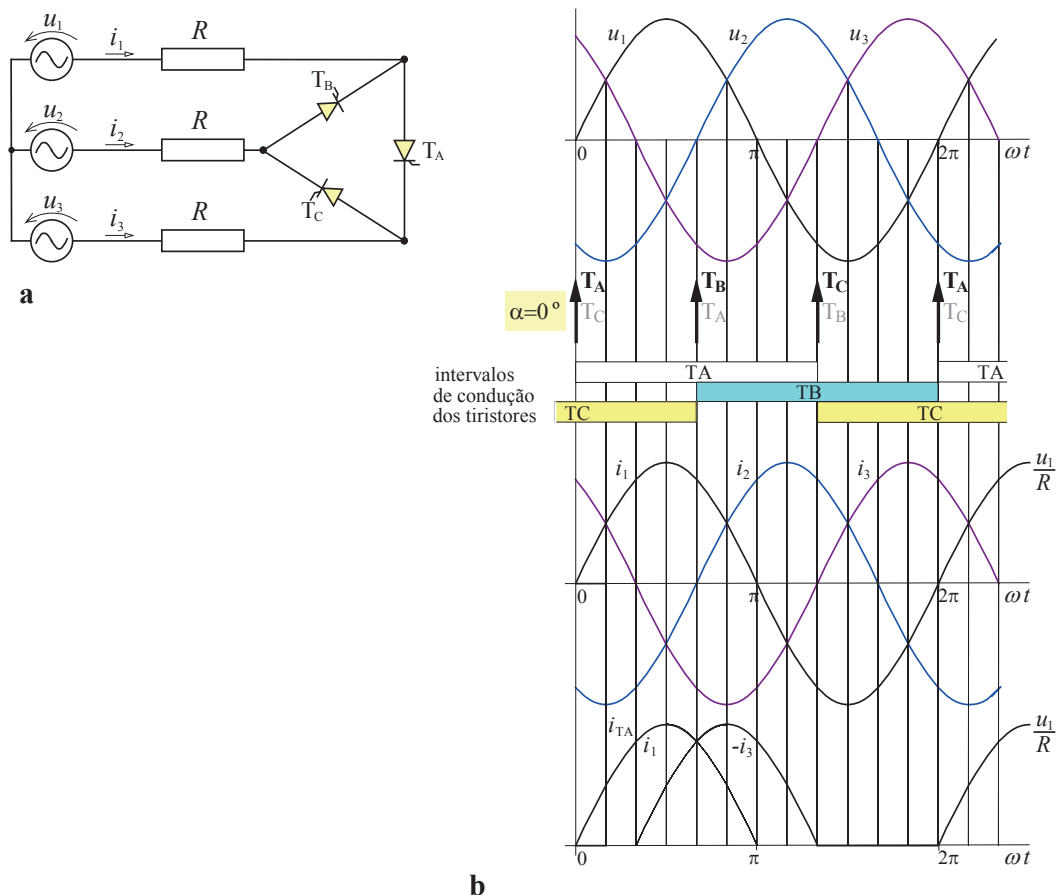


Fig. 5.19 – a - esquema de conversor trifásico assimétrico para regulação de potência em AC; b - diagramas de funcionamento considerando diodos em lugar dos tiristores, para localização dos instantes de origem dos ângulos de disparo.

Uma vez obtidos os instantes de entrada espontânea dos dispositivos, a condução marca-se, a partir deles, os ângulos de disparo.

Seja o **caso de $\alpha=60^\circ$** representado na fig. 5.20b. Em $\omega t=\pi/3$, estando o circuito em repouso, é disparado T_A que pode conduzir uma vez que $u_1>u_3$ (cf. fig. 5.20a). Neste conversor não é essencial dispararem-se dois tiristores de cada vez, tal como visto na montagem anterior.

Em $\omega t=4\pi/3$, com T_A a conduzir, é disparado T_B : este está polarizado directamente pela diferença entre a tensão u_2 e o valor médio entre u_1 e u_3 (cf. fig. 2.20b) e começa a conduzir. O par T_A, T_B fica a conduzir enquanto $i_2>0$ e $i_3<0$ (cf. fig. 2.20c). Em $\omega t=4\pi/3$, quando i_3 tendia a torna-se positivo, T_A bloqueou; fica apenas T_B a conduzir e $i_2 = -i_1 = (u_2 - u_1) / (2R)$, enquanto $u_2>u_1$.

Em $\omega t=5\pi/3$, com T_B ainda a conduzir, é disparado T_C : como $u_3 > (u_1+u_2)/2$, T_C está polarizado directamente e o par T_B, T_C fica a conduzir. A situação mantém-se enquanto $i_1<0$ e $i_3>0$, ou seja, até $\omega t=2\pi$, ocasião em que i_1 tende a torna-se positivo; T_B então bloqueia, ficando apenas T_C a conduzir. E assim por diante.

Com **$\alpha=120^\circ$** já só acontecem intervalos com nenhum ou com um tiristor à condução (vide fig. 5.20b). Por exemplo, quando T_A recebe disparo verifica-se $u_1>u_3$ e o dispositivo fica a conduzir uma corrente $i_1 = -i_3 = (u_1 - u_3) / (2R)$; bloqueia 90° depois quando esta corrente tende a inverter de sentido devido a ficar $u_3>u_1$.

Com **$\alpha=180^\circ$** o circuito ainda opera e os intervalos de condução têm uma duração de 30° (cf. fig. 5.20b). A gama de regulação de potência é, neste caso, **$0<\alpha<210^\circ$** .

Este circuito utiliza apenas metade dos tiristores do conversor estudado na secção 5.6, mas as solicitações máximas em corrente nos tiristores do presente circuito (vide fig. 5.19b para $\alpha=0$) são superiores àquelas que se registam no anterior (uma alternância de sinusóide por ciclo). As tensões de pico nos tiristores correspondem aos valores máximos da tensão composta em ambos os casos. Por último, assinala-se que as correntes neste último circuito são assimétricas e apresentam harmónicas pares.

REGULADORES DE CORRENTE ALTERNADA

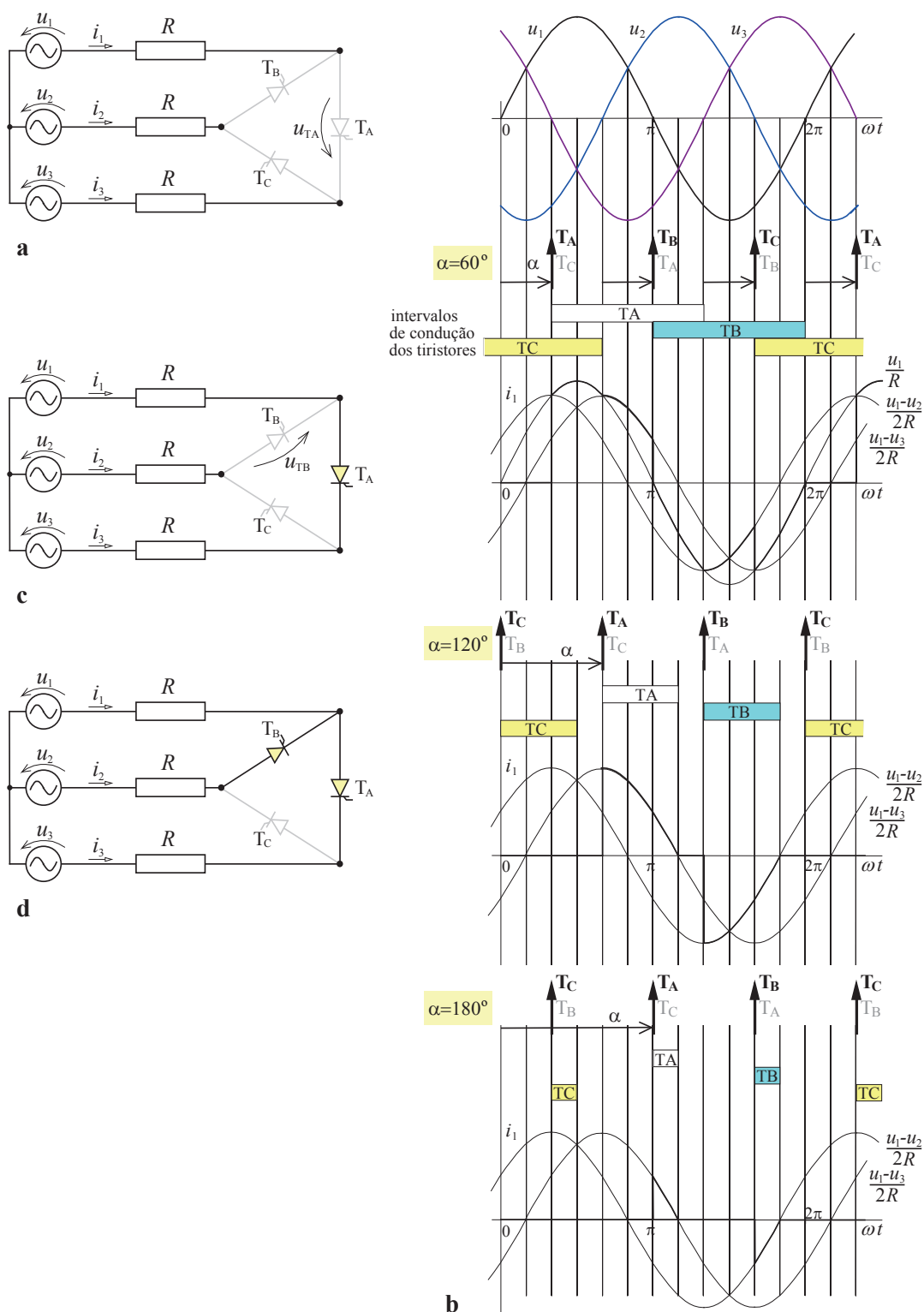


Fig. 5.20 – Funcionamento do conversor trifásico assimétrico para regulação de potência em AC: a-c - exemplos de configurações de dispositivos à condução; d - diagramas de funcionamento com $\alpha=60^\circ, 120^\circ$ e 180° .

5.8- Dimensionamento e protecção dos tiristores

5.8.1- Dimensionamento de tiristores em corrente e em tensão

Os tiristores têm uma capacidade para suportarem os efeitos térmicos das correntes que os atravessam semelhante à dos díodos. O seu modelo de q.d.t. directa e o seu modelo de perdas também são idênticos aos estudados na secção 2.11 para os díodos: equações (2.42) e (2.43), respectivamente*.

Para a selecção de tiristores a partir de catálogos dos fabricantes definem-se grandezas quase todas semelhantes às que foram descritas para os díodos; as diferenças residem nas tensões directas em estado de bloqueio. Começa-se pelas especificações de corrente que, por vezes, aparecem com designações ligeiramente diferentes das dos díodos (p.ex. I_{TAV} em vez de I_{FAV}):

- Máximo valor médio admissível da corrente directa – I_{FAV} (*forward average*) ou I_{FAVM} (*forward average maximum*). Com corrente constante ou com uma dada forma.
- Máximo eficaz admissível da corrente directa – I_{FRMS} (*forward root-mean-square*). Definido com qualquer forma de corrente; acima dele há solicitações eléctricas ou electrodinâmicas excessivas sobre as peças do díodo.
- Máximo valor de pico repetitivo admissível da corrente directa – I_{FRM} (*forward repetitive maximum*). Definido para qualquer forma de onda impulsiva; o ritmo de repetição é geralmente o da frequência industrial (50 ou 60Hz).
- Máximo valor de pico não repetitivo admissível da corrente directa – I_{FSM} (*forward surge maximum*). Geralmente refere-se ao valor de pico de uma arcada de sinusoide, ocorrendo quando a junção já está à sua temperatura máxima admissível (T_{vjM}).
- Valor máximo admissível do integral $\int i^2 dt$ (ou, simplesmente, do produto $i^2 t$). Útil para coordenar a selecção de fusíveis ultra-rápidos de protecção dos tiristores.

Para os modelos de q.d.t. e de perdas definem-se:

- Tensão limiar de condução – U_{TO} (*threshold*).
- Resistência incremental directa – r_F (*forward*).
- Máxima temperatura da pastilha de silício – T_{vjM} (*virtual junction maximum*).

Quanto às especificações em tensão, para além daquelas que foram vistas para os díodos, também se definem outras caracterizando a capacidade de os tiristores resistirem a tensões no sentido directo sem disrupção, quando bloqueados:

* A tensão limiar de condução nos tiristores é levemente superior à dos díodos (p.ex. $\approx 1,5V$ em vez de $\approx 1V$).

- Tensão inversa máxima de trabalho – U_{RWM} (*reverse working maximum*). Valor máximo admissível de tensão inversa com forma sinusoidal a 50Hz (ou 60 Hz).
- Tensão inversa máxima de pico repetitivo – U_{RRM} (*reverse repetitive maximum*). Valor máximo admissível de tensão inversa devida a fenómenos transitórios, repetido à frequência de serviço.
- Tensão inversa máxima de pico esporádico – U_{RSM} (*reverse surge maximum*). Valor máximo admissível de tensão inversa devido a pico de sobretensão não repetido num intervalo estipulado (1 a 5 minutos).
- Tensão inversa de disrupção – U_{BR} (*reverse breakdown*). Valor mínimo de tensão inversa que provoca disrupção. Nunca pode ser atingida em serviço.
- Tensão directa de disrupção – U_{BF} (*forward breakdown*). Valor mínimo de tensão directa em bloqueio que provoca disrupção. Nunca pode ser atingida em serviço.
- Tensão directa máxima de trabalho – U_{FWM} (*forward working maximum*). Valor máximo admissível de tensão directa, em estado de bloqueio, com forma sinusoidal a 50Hz (ou 60 Hz).
- Tensão directa máxima de pico repetitivo – U_{FRM} (*forward repetitive maximum*). Valor máximo admissível de tensão directa, em estado de bloqueio, devida a fenómenos transitórios, repetido à frequência de serviço.
- Tensão directa máxima de pico esporádico – U_{FSM} (*forward surge maximum*). Valor máximo admissível de tensão directa, em estado de bloqueio, devida a pico de sobretensão não repetido num intervalo estipulado (1 a 5 minutos).

Tal como se viu em 2.11, deve tomar-se sempre, quer U_{FRM} quer U_{RRM} , maiores do que **2 a 3 vezes** a tensão inversa máxima de pico repetitivo a que o dispositivo fica sujeito em regime permanente, para fazer face a eventuais sobretensões (de manobra, atmosféricas, etc.).

As características da junção porta-cátodo e as especificações de disparo não são importantes para a escolha dos tiristores numa dada aplicação, mas antes para o dimensionamento do circuito de disparo.

As especificações pressupõem que a temperatura do silício não excede um valor aceitável, o que exige a **utilização de dissipador** com características adequadas. A fig. 5.21 mostra os aspectos típicos de tiristores individuais e agrupados num bloco.

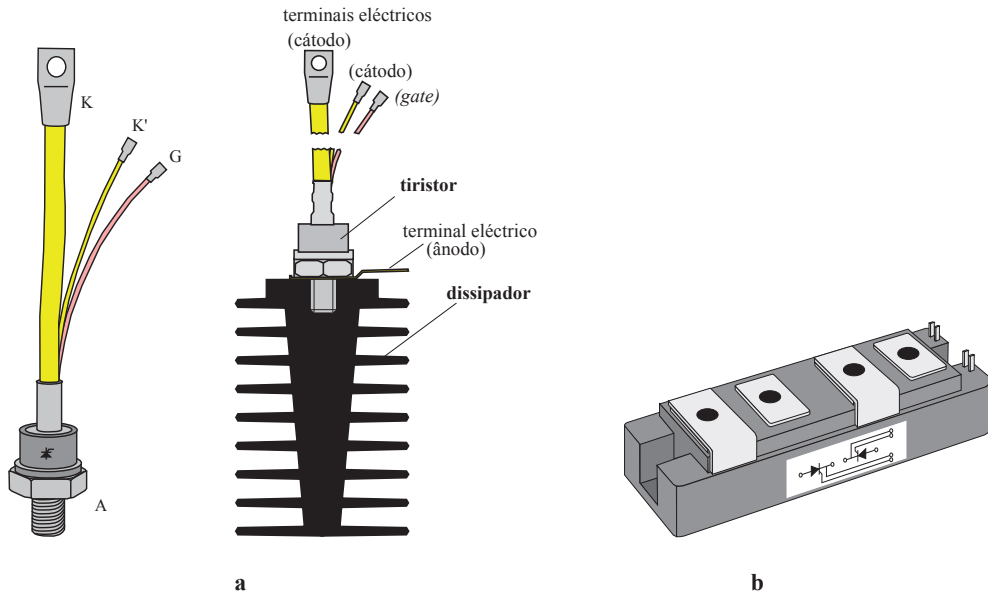


Fig. 5.21 – a – Uma das formas típicas de tiristor de potência, destacado e montado em dissipador. b - Exemplo de bloco compacto com um par de tiristores.

Aplicação aos controladores de fase monofásicos

No caso do conversor monofásico das fig^{as}. 5.7a ou 5.11a, quando um tiristor estiver polarizado inversamente, o outro está-o directamente pelo que as exigências de tensão inversa e de tensão directa em estado de bloqueio são idênticas:

$$(u_R)_{\max} = (u_F)_{\max} = \sqrt{2}U \tag{5.17}$$

Logo,

$$U_{RRM} \approx 2 \text{ ou } 3 \times \sqrt{2}U, \quad U_{FRM} \approx 2 \text{ ou } 3 \times \sqrt{2}U \tag{5.19}$$

A fig. 5.22 mostra a forma da corrente que atravessa cada tiristor no circuito monofásico de controlo de fase em AC, à máxima potência, i.e. para $\alpha=0$. No caso geral de carga *R-L* série, com impedância *Z*, resulta:

$$I_{T1 \text{ med}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{\sqrt{2}U}{\pi Z}, \quad I_{T1 \text{ max}} = \frac{\sqrt{2}U}{Z}, \quad I_{T1 \text{ rms}} = \frac{U}{\sqrt{2}Z} \tag{5.20}$$

Como i_{T1} só tem metade das alternâncias da corrente sinusoidal da fase terá $1/\sqrt{2}$ do seu valor eficaz. Por conseguinte,

$$I_{FAV} > \frac{\sqrt{2}U}{\pi Z}, \quad I_{FRMS} > \frac{U}{\sqrt{2}Z}, \quad I_{FRM} > \frac{\sqrt{2}U}{Z} \tag{5.21}$$

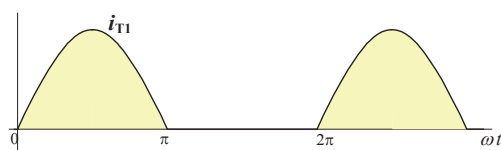


Fig. 5.22 – Forma da corrente num tiristor do controlador de fase monofásico na situação mais desfavorável.

Aplicação ao controlador de fase trifásico simétrico da fig. 5.16a

Neste caso, admitindo carga resistiva e a situação de $\alpha=0$, em que cada tiristor é atravessado por uma corrente com forma idêntica à da fig. 5.22, também são válidas as expressões (5.21), agora rescritas para $Z=R$, (U , como habitualmente, representa o valor eficaz da tensão simples):

$$I_{\text{FAV}} > \frac{\sqrt{2}U}{\pi R}, \quad I_{\text{FRMS}} > \frac{U}{\sqrt{2}R}, \quad I_{\text{FRM}} > \frac{\sqrt{2}U}{R} \quad (5.22)$$

Quando dois tiristores, cada qual numa fase, estiverem a conduzir, o par de tiristores da outra fase suporta a diferença de potencial entre a tensão simples na respectiva fase e a tensão no ponto médio da carga (cf. p.ex. fig. 5.17a). Isso perfaz um valor de pico de tensão

$$(u_T)_{\text{max}} = \frac{3U}{\sqrt{2}}.$$

Mas a pior situação quanto a solicitações de tensão corresponde a ter todos os dispositivos bloqueados. Neste caso a tensão aplicada a cada par de tiristores é teoricamente indeterminada, visto que no ponto médio da carga o potencial também não fica definido. No entanto, em termos práticos, as resistências equivalentes de fugas dos tiristores não são perfeitamente iguais entre si, aparecendo uma razoável dispersão de fabrico; se um deles tiver resistência bastante menor do que os restantes, os das outras fases ficam sujeitos a valores próximos do máximo da tensão composta. Deve ser este o valor que determina o dimensionamento; ou seja

$$U_{\text{RRM}} \approx 2 \text{ ou } 3 \times \sqrt{6}U, \quad U_{\text{FRM}} \approx 2 \text{ ou } 3 \times \sqrt{6}U \quad (5.23)$$

5.8.2- Protecção de tiristores contra di/dt excessivo

Quando um tiristor é disparado ele não fica instantaneamente “permeável” à corrente principal em toda a extensão da pastilha de silício: o canal de condução alarga a partir do local da pastilha onde o disparo tem efeito com uma velocidade de cerca de $1\text{mm}/\mu\text{s}$. Significa que nos instantes iniciais (à escala do microssegundo) o canal de condução começa por ser muito estreito junto do local da junção G-K; se a corrente crescer muito rapidamente para valores elevados, provoca aquecimento localizado do cristal e pode fundi-lo nesse ponto.

Este fenómeno constitui um problema para os tiristores em circuitos onde não exista praticamente auto-indução e as correntes se estabeleçam quase instantaneamente. Considere-se o circuito monofásico representado na fig. 5.23a: imediatamente após o disparo do tiristor (vide fig. 5.23b) este começa a conduzir e, caso L_p seja nula, a corrente cresce instantaneamente para o valor de regime, isto é cresce com di/dt infinito. Esta será a situação mais desfavorável em que toda a corrente irá atravessar uma área muito pequena do cristal de silício (cf. fig. 5.23c) e o pode danificar.

Para obviar a tal facto há que introduzir artificialmente alguma auto-indução no circuito a fim de não ultrapassar a máxima taxa de crescimento de corrente que o tiristor admite: $(di/dt)_{\text{máx}}$. Trata-se de uma especificação de catálogo, para o funcionamento seguro do dispositivo.

Observando o circuito da fig. 5.23a, inicialmente em repouso, logo após o disparo passa a ter-se:

$$u = L_p \frac{di}{dt} + Ri$$

Como imediatamente antes do disparo se tinha $i=0$, imediatamente após o disparo continua a ser $i=0$, pelo que $u = L_p \frac{di}{dt}$ ou $\frac{di}{dt} = \frac{u}{L_p}$. A taxa de crescimento será tanto maior quanto maior for u no instante do disparo e quanto menor for L_p . Por conseguinte, o valor necessário de auto-indução L_p deve ser determinado para o caso de $u = \sqrt{2}U$:

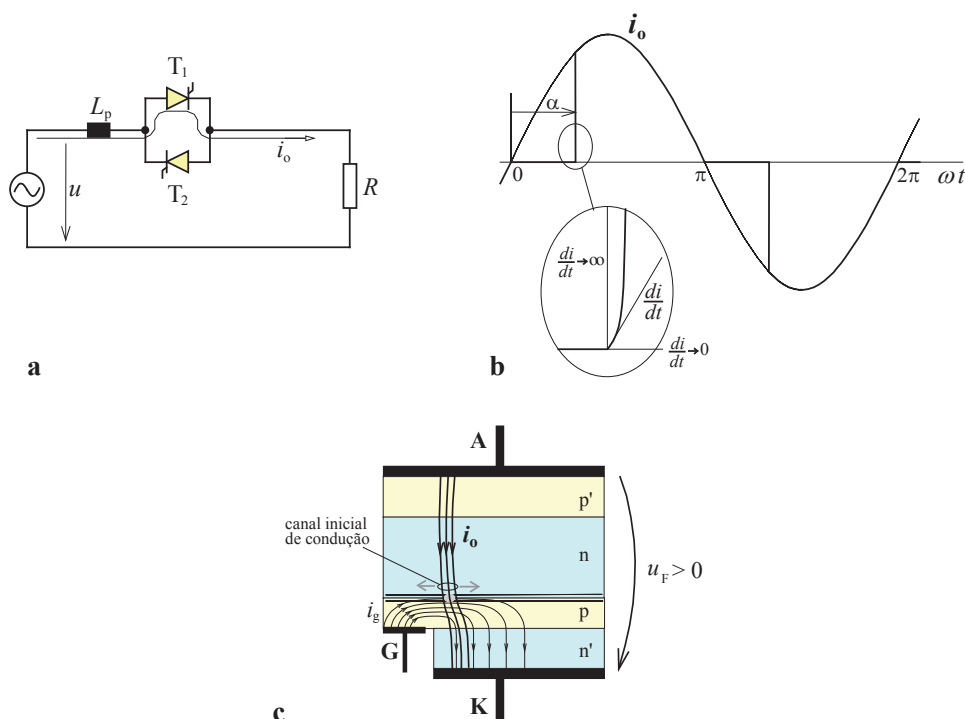
$$L_p > \frac{\sqrt{2}U}{\left(\frac{di}{dt}\right)_{\text{máx}}} \quad (5.24)$$

Como $(di/dt)_{\text{máx}}$ pode ser da ordem das dezenas ou centenas de ampère por microssegundo, o valor de L_p necessário costuma ser bastante baixo (tipicamente na ordem dos microhenry) e pode ser conseguido, por vezes, com a própria auto-indução da carga e da rede a montante e/ou com o acréscimo de uma pequena bobina com núcleo de ar ou com algumas espiras de condutor em torno de um pequeno núcleo de ferrite.

Aplicando os mesmos princípios ao conversor trifásico da fig. 5.16a, e considerando que a situação mais desfavorável se verifica aquando do disparo simultâneo de dois tiristores quando a tensão entre as respectivas fases é máxima, sem haver inicialmente corrente no circuito, tem-se a seguinte eq. diferencial na malha onde se vai estabelecer a corrente (fig. 5.24):

$$u_{13} = 2L_p \frac{di}{dt} + 2Ri$$

REGULADORES DE CORRENTE ALTERNADA



No instante do disparo tem-se $u_{13} = \sqrt{6}U$ (máximo de tensão composta), resultando para valor do coeficiente de auto-indução de protecção:

$$L_p > \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{U}{\left(\frac{di}{dt}\right)_{\max}} \tag{5.25}$$

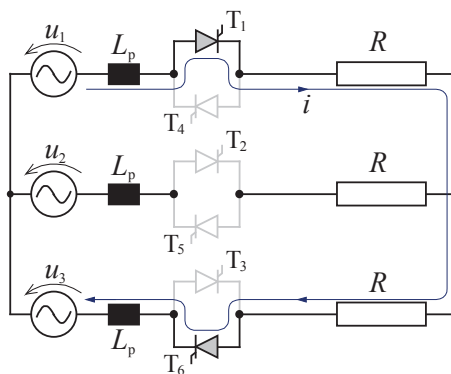


Fig. 5.24 – Protecção de tiristores contra di/dt excessivo num circuito trifásico de controlo de fase em AC mostrando o caso do disparo simultâneo de T_1 e T_6 .

5.8.3- Protecção de tiristores contra du/dt excessivo

Se a tensão de polarização directa de um tiristor crescer subitamente, este pode entrar espontaneamente à condução, mesmo sem receber impulso na porta. De facto, o funcionamento seguro de um tiristor requer que a tensão no sentido directo nunca tenha taxa de crescimento (du_F/dt) superior a um valor especificado (tipicamente, de algumas centenas ou um milhar de V/ μ s).

Este tipo de ocorrência é normalmente indesejável e pode suceder, por exemplo, quando se fecha o seccionador geral do circuito de alimentação de um conversor, como é o caso representado na fig. 5.25a; a situação será tanto pior quanto mais elevada for a tensão da rede no instante de fecho do órgão de manobra.

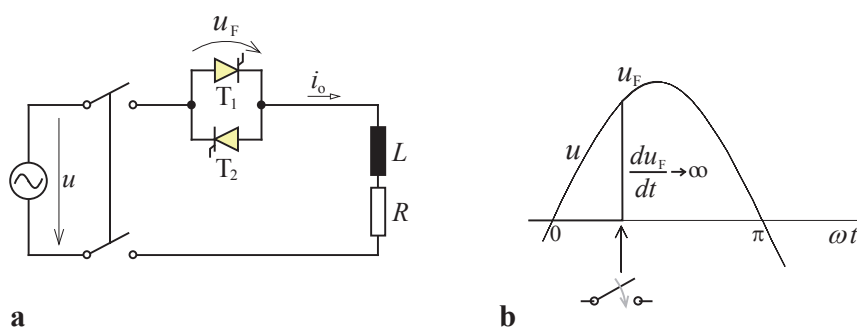


Fig. 5.25 – Fecho do interruptor num circuito monofásico (a) originando a ocorrência de du/dt excessivo no tiristor T_1 (b).

Este fenómeno, por si só, não destrói o tiristor, mas as consequências da condução intempestiva do dispositivo podem, em certos casos, ser graves para o circuito. O modo de evitar crescimentos abruptos da tensão aos terminais de um tiristor consiste em colocar uma **malha atenuadora (snubber) RC** entre o ânodo e o cátodo (cf. fig. 5.26a). O método de dimensionamento vulgar costuma ser empírico, mas apresenta-se aqui uma breve fundamentação.

Desprezando as resistências dos tiristores que não estejam à condução (quer polarizados directamente quer inversamente), bem como as suas capacidades de junção, pode calcular-se a taxa de crescimento du_F/dt analisando o comportamento do circuito da fig. 5.26b:

$$u = (R_p + R)i_o + L \frac{di_o}{dt} + u_C \quad (5.26)$$

Supondo que no instante de fecho do seccionador o condensador C_p estava descarregado e que inicialmente não há corrente no circuito, nos instantes imediatamente após o fecho do seccionador tem-se

$$u = L \frac{di_o}{dt} \quad (5.27)$$

A tensão directa aos terminais do tiristor T_1 começa por valer $u_F = R_p i_o + u_C$. Como o condensador se irá carregar de forma relativamente lenta nesses instantes iniciais, resulta

$$\frac{du_F}{dt} = R_p \frac{di_o}{dt} + \frac{du_C}{dt} \approx R_p \frac{di_o}{dt} \quad (5.28)$$

Atendendo a que (5.27) tem validade nos instantes iniciais, fica

$$\frac{du_F}{dt} \approx R_p \frac{u}{L} \quad (5.29)$$

Por aqui se conclui que du_F/dt será máximo se o fecho do interruptor se der quando a tensão u estiver a passar pelo valor máximo ($\sqrt{2}U$). Também se constata que quanto maior for a auto-indução no circuito, mais baixo será du_F/dt . O valor requerido da resistência de protecção será obtido atendendo a:

$$R_p < \frac{L}{\sqrt{2}U} \left(\frac{du_F}{dt} \right)_{\max} \quad (5.30)$$

Note-se todavia que, muitas vezes, a auto-indução presente no circuito é apenas a do pequeno indutor de atenuação de di/dt , ou seja, $L=L_p$.

O valor de C_p costuma ser adoptado empiricamente na gama de $0,05 \mu\text{F}$ a $0,5 \mu\text{F}$, atendendo ao seguinte:

- este valor deve ser suficientemente elevado para que a tensão aos seus terminais varie de forma suficientemente lenta imediatamente após o fecho do seccionador;
- a impedância do ramo $R_p C_p$ deve ser bastante elevada à frequência de serviço para que a corrente na carga seja desprezável quando os tiristores permanecem bloqueados.

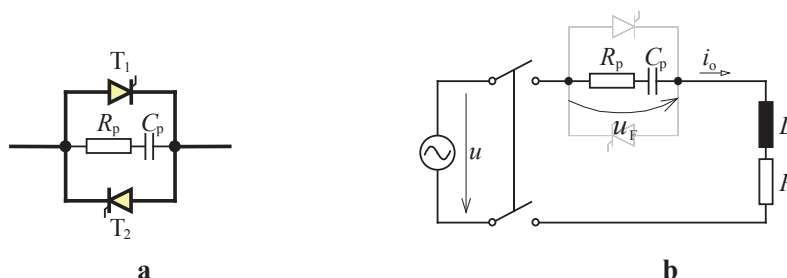


Fig. 5.26 – a: malha RC de protecção de tiristores contra du/dt excessivo; b: esquema para o cálculo de du/dt nos tiristores de um circuito de controlo de fase monofásico, tendo em conta a presença da malha snubber RC.

O condensador deve suportar tensões bastante elevadas, idênticas às de pico repetitivo que os tiristores garantem. O resistor* deve suportar a potência nele dissipada pela passagem da corrente de fugas, admitindo que a tensão de serviço está permanentemente aplicada aos terminais da malha $R_p C_p$.

* nome convencionado na terminologia electrotécnica portuguesa para este tipo de componente, em substituição do termo “resistência”, usado tradicionalmente, que passa a designar apenas o seu valor óhmico.

Importa realçar outro aspecto decorrente da presença da malha de protecção contra du/dt excessivo: em funcionamento normal, quando um tiristor é disparado o condensador está carregado e irá descarregar-se imediatamente sobre o tiristor que foi posto à condução (cf. fig. 5.27), ajudando ainda a acentuar o crescimento di/dt inicial imposto pelo circuito de potência. É por este facto que se procuram adoptar, tanto quanto possível, valores de R_p significativos e de C_p moderados; caso contrário poderia deprender-se de (5.30) que convinha ter resistência nula. Devem levar-se em conta também as indicações do fabricante dos tiristores para dimensionamento deste tipo de malha de protecção.

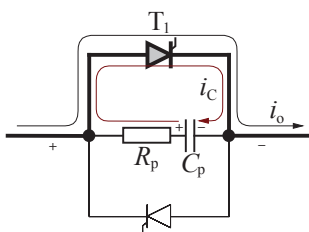


Fig. 5.27 – Efeito da descarga do condensador da malha RC sobre um tiristor disparado e em início de condução.

As malhas de protecção contra excesso de du/dt ficam habitualmente instaladas em placas de circuito impresso, junto dos próprios tiristores (cf. fig. 5.28). Por vezes ficam na mesma carta de circuito impresso onde também estão transformadores de impulso e componentes associados para o disparo dos tiristores, embora ocupando partes fisicamente bem separadas. As bobinas de protecção contra di/dt excessivo, quando existem, também costumam ficar adjacentes.

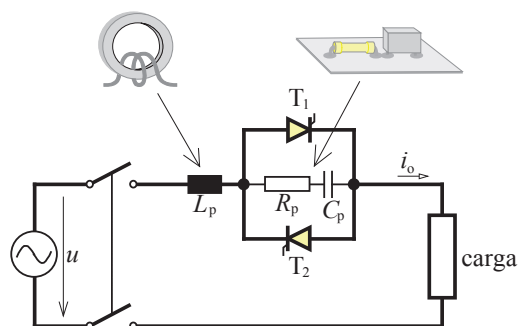


Fig. 5.28 – Dispositivos de protecção contra di/dt e du/dt excessivos no controlador de fase monofásico.

Os circuitos atenuadores de du/dt no circuito trifásico da fig. 5.29a podem ser dimensionados de modo análogo ao visto antes. Admita-se p. ex. que, no instante em que o interruptor é fechado, os contactos das fases 1 e 3 encostam primeiro e isso acontece exactamente quando a tensão u_{13} passa por um valor máximo. Nessas condições tem-se

$$u_{13} = 2(R_p + R)i + 2L_p \frac{di}{dt} + 2u_C \quad (5.31)$$

No instante de fecho do seccionador o condensador C_p estava descarregado e não havia corrente no circuito. Por isso, nos primeiros instantes tem-se

$$u_{13} = \sqrt{2}\sqrt{3}U \approx 2L_p \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} \approx \frac{\sqrt{6}U}{2L_p} \quad (5.32)$$

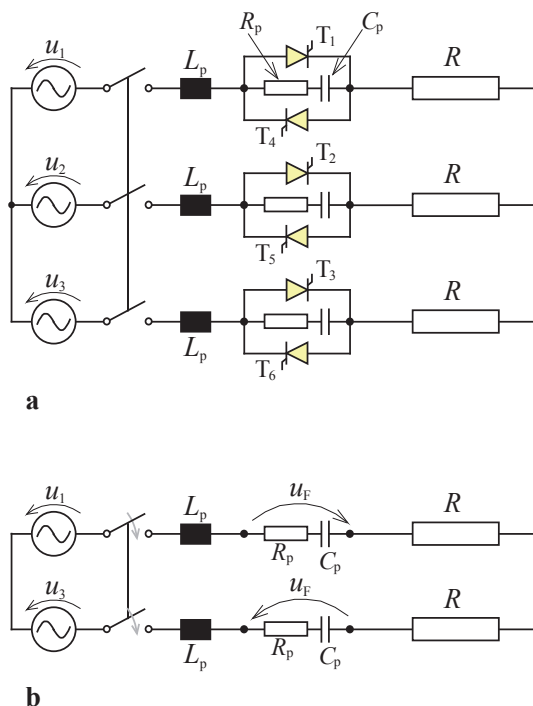


Fig. 5.29 – a: esquema do controlador de fase trifásico com bobinas de protecção contra di/dt excessivo e malhas RC de atenuação de du_F/dt . b: esquema para o cálculo de du_F/dt nos tiristores.

A tensão directa aos terminais do tiristor T_1 é dada por $u_F = R_p i + u_C$. Por conseguinte, $\frac{du_F}{dt} = R_p \frac{di}{dt} + \frac{du_C}{dt}$. Como o condensador não se carrega instantaneamente, nos instantes iniciais verifica-se $\frac{du_C}{dt} \approx 0$, donde

$$\frac{du_F}{dt} \approx R_p \frac{di}{dt} \approx R_p \frac{\sqrt{6}U}{2L_p}$$

obtendo-se finalmente a condição de dimensionamento de R_p :

$$R_p < \frac{2L_p}{\sqrt{6}U} \left(\frac{du_F}{dt} \right)_{\max} \quad (5.33)$$

Quanto a C_p deve ser escolhido tipicamente na gama de 0,05 a 0,5 μF , tendo em conta os aspectos atrás assinalados a propósito do controlador monofásico.

5.9- Controladores tudo-ou-nada; relés de estado sólido

Os conversores deste tipo também podem funcionar como simples contactores estáticos, fechando e abrindo o circuito para alimentar a carga, conforme já foi referido em 5.1. Este tipo de **contactores (ou relés) de estado sólido** permitem, por exemplo, estabelecer a ligação e a desligação nos instantes de passagem das tensões por zero e, com isso, evitar efeitos indesejáveis do estabelecimento ou do corte abruptos da corrente. A fig. 5.30a apresenta uma forma típica comercial de relé de estado sólido; nestes dispositivos já está integrado um circuito de disparo galvanicamente isolado do circuito de potência (fig. 5.30b).

Os relés de estado sólido também permitem efectuar a regulação da potência entregue à carga por um processo de ligação e desligação cíclica. Existem aplicações onde este método é aceitável, como acontece no controlo de aquecimento de fornos ou estufas por resistências; a inércia térmica destes sistemas é compatível com períodos de manobra de alguns segundos. Na fig. 5.30c evidencia-se o modo de regulação da potência através deste processo. A potência P entregue à carga corresponde à potência máxima, P_{\max} , multiplicada pela relação cíclica δ :

$$P = \delta P_{\max}, \text{ com } \delta = \frac{\tau_{\text{on}}}{\tau} \quad (5.34)$$

O factor δ é, na prática, uma relação entre números inteiros de ciclos, ou de semi-ciclos, mas pode ter uma boa resolução se o período de manobra for de vários segundos (p.ex. se $\tau=2\text{s}$ e $f=50\text{Hz}$ será $\delta=n/200$).

Embora este tipo de controlo da potência em AC não produza correntes com harmónicas significativas de ordem elevada, pode perturbar a tensão da rede com flutuações de baixa frequência que também são indesejáveis. Este tipo de tremor, designado por *flicker*, nota-se bastante na iluminação onde é considerado mais incómodo na gama dos 2 aos 20 Hz, com especial incidência próximo da dezena de hertz. Por este facto, procura-se, tanto quanto possível, afastar desta gama (geralmente para baixo de 1Hz) a frequência de comutação dos relés de estado sólido.

REGULADORES DE CORRENTE ALTERNADA

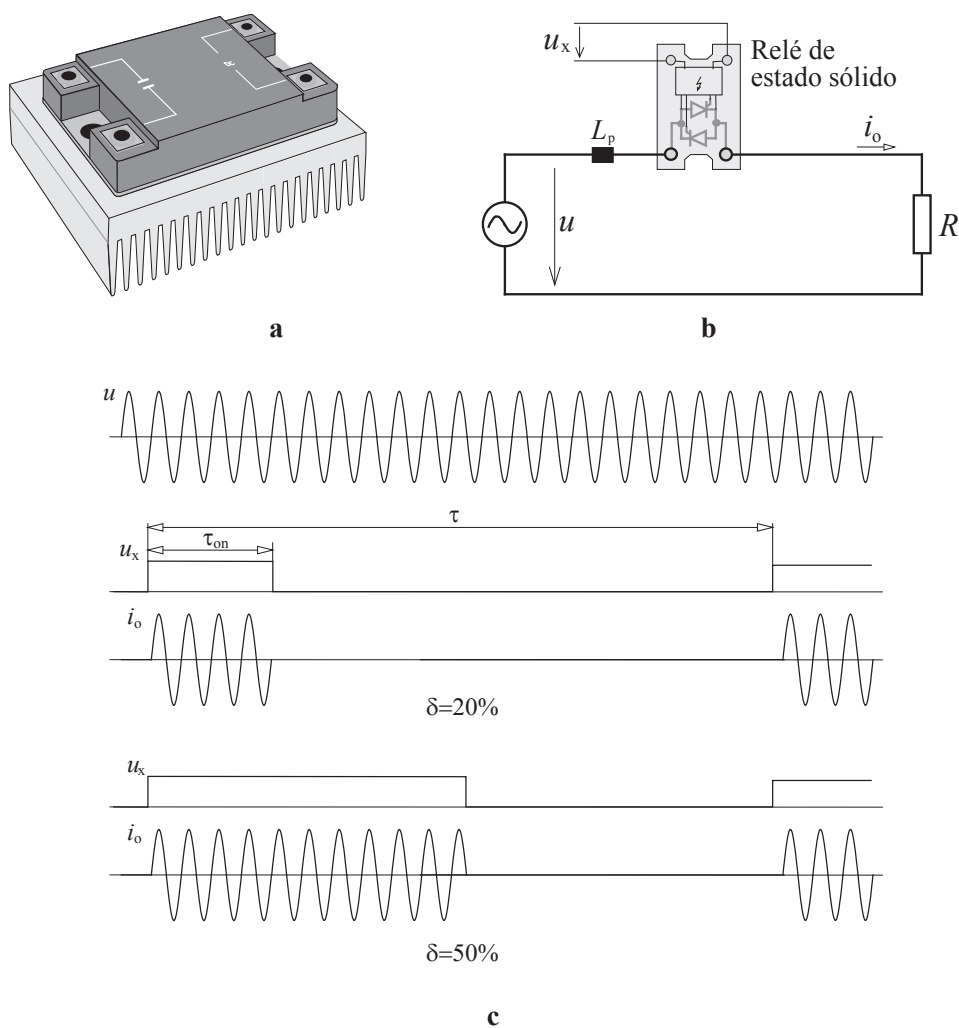


Fig. 5.30 – a: aspecto físico de um relé de estado sólido; b: inserção num circuito; c: exemplos com o sinal de comando e a forma da corrente na regulação de potência em modo tudo-ou-nada.

5.10- Circuitos de comando dos tiristores

5.10.1- Pormenores do funcionamento do tiristor

O tiristor, também conhecido pela sigla SCR (*silicon controlled rectifier*), é basicamente constituído por quatro camadas de semiconductor (silício) dopado, formando três junções, conforme se observa na fig. 5.31a. Conceptualmente pode-se considerar este arranjo de camadas de semiconductor com diferentes dopagens equivalente à associação de dois transistores esquematizada na fig. 5.31b. Seguidamente analisam-se alguns aspectos do funcionamento do tiristor.

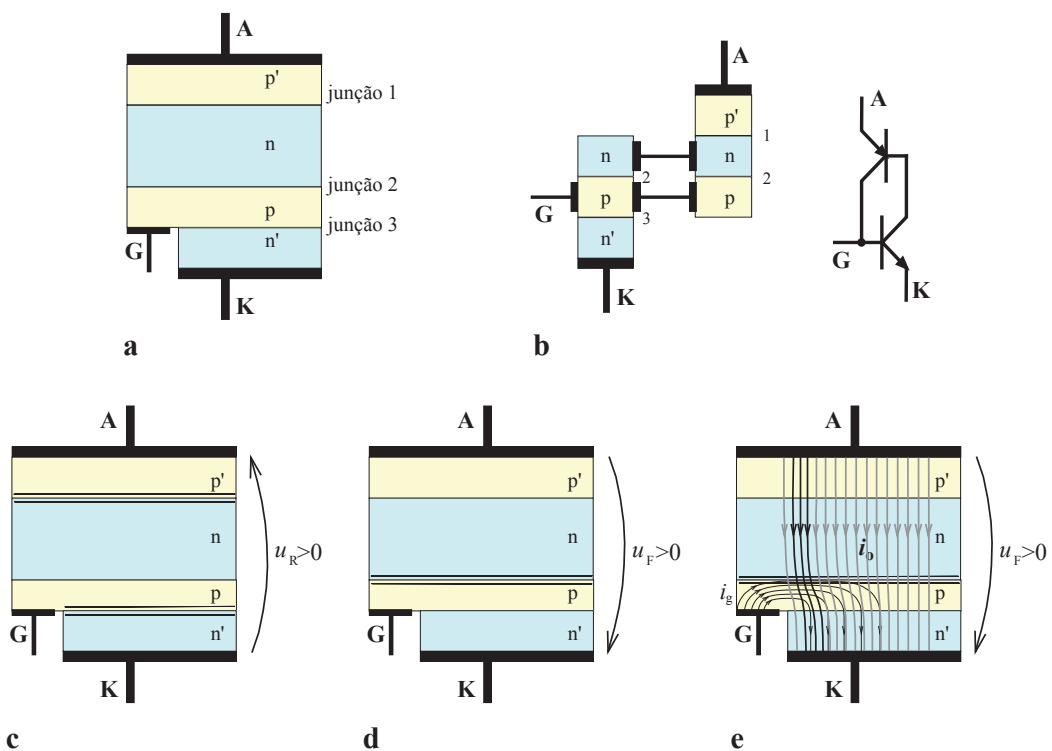


Fig. 5.31 – **a**: esquema da constituição física do tiristor; **b**: efeito equivalente explicado como associação de dois transistores, um do tipo NPN e outro do tipo PNP; **c**: o tiristor sujeito a polarização inversa; **d**: o tiristor sob polarização directa, mas sem disparo; **e**: passagem à condução do tiristor sujeito a polarização directa.

Se for aplicado um potencial no ânodo maior do que o no cátodo (cf. fig. 5.31c) a junção 2 é a única que fica polarizada directamente; as junções 1 e 3 ficam polarizadas inversamente, criando barreiras de potencial que impedem a condução e permitem apenas uma pequeníssima corrente de saturação do cátodo para ânodo (cf. fig. 5.32); esta corrente i_R é geralmente designada por corrente de *fugas no sentido inverso*. Mesmo com a injeção de corrente através da junção *gate-cátodo* o dispositivo não poderá passar à condução, assistindo-se apenas a um ligeiro aumento da corrente

de fugas. Se a tensão inversa u_R for imposta com valor superior ao limite de disrupção U_{RB} , dar-se-á a destruição do tiristor.

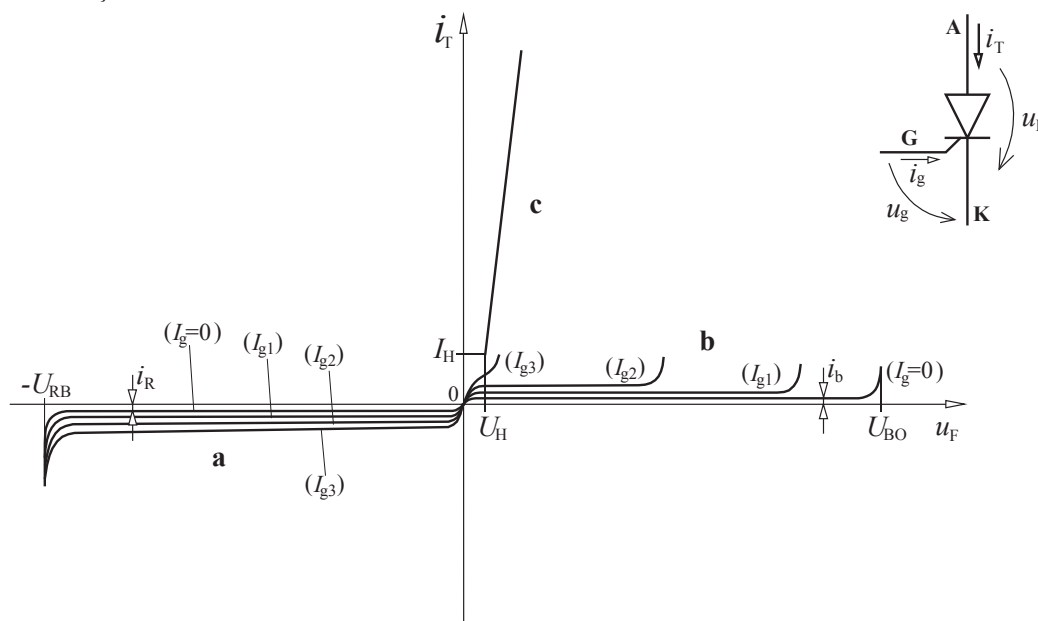


Fig. 5.32 – Diagramas de funcionamento de um tiristor para diversos valores de corrente injectada no terminal de controlo (*gate*).

a - característica inversa; b - característica directa em bloqueio;

c - característica directa em condução;

U_{RB} - tensão inversa de disrupção; U_{BO} - tensão directa de disrupção;

I_H - intensidade de sustentação (*holding current*); U_H - tensão de sustentação.

Quando o dispositivo for submetido a uma tensão u_F positiva (cf. fig. 5.31d), as junções 1 e 3 ficam polarizadas directamente e a junção 2 fica polarizada inversamente, pelo que o dispositivo permanece bloqueado; nestas condições há uma pequeníssima corrente de saturação i_b do ânodo para o cátodo (cf. fig. 5.32), constituindo *fugas no sentido directo*. Se entretanto for aplicada uma corrente i_g através da junção *gate*-cátodo passa a haver condução na junção 3; uma parte das cargas movimentadas acaba por se difundir até à região da barreira de potencial da junção 2, indo aumentar a densidade de carga móveis nessa zona. A tensão de disrupção da junção 2 torna-se menor com o aumento da corrente i_g (cf. fig. 5.32); se i_g for suficiente essa tensão é insignificante e o tiristor deixa-se atravessar pela corrente i_T no sentido ânodo-cátodo (cf. fig. 5.31e). Em condução o tiristor exhibe uma característica directa análoga à de um diodo (segmento 'c' da fig. 5.32).

Uma vez iniciada a condução num tiristor, por aplicação de polarização directa e de corrente de disparo, a corrente principal i_T poderá manter-se a circular mesmo depois de suspender a corrente i_g , desde que o circuito exterior não torne i_T inferior a um valor mínimo I_H dito **de sustentação**. É por este facto que, em condições adequadas, basta um impulso de disparo para colocar um tiristor em condução.

Existe outra ocorrência que pode ter um efeito semelhante ao da aplicação de um impulso de disparo num tiristor: trata-se do aumento brusco da tensão directa, ou seja o aumento com uma taxa de variação $\frac{du_F}{dt}$ superior a um certo valor crítico. A junção 2, que estava polarizada inversamente, apresenta um pequeno efeito capacitivo e a variação brusca de u_F causa uma movimentação significativa de cargas; essa abundância de portadores que afluem às vizinhanças da junção 2 podem ser suficientes para a colocarem à condução. Este fenómeno, já anteriormente assinalado, costuma ser uma forma indesejável de colocar um tristor à condução.

Quando um tiristor está directamente polarizado e recebe disparo, a condução da corrente principal não se estabelece instantaneamente em toda a extensão da pastilha de silício, mas começa por se iniciar num local restrito da junção 2, alargando-se progressivamente a uma velocidade na ordem de $1\text{mm}/\mu\text{s}$. Conforme já antes se estudou (cf. fig. 5.23c), uma taxa excessiva de crescimento da corrente principal num tiristor ($\frac{di_T}{dt}$) imediatamente após o seu disparo, pode causar um aquecimento localizado com fusão do semiconductor nesse ponto e a sua conseqüente destruição.

5.10.2- Características de disparo dos tiristores

A junção *gate-cátodo* tem a característica directa semelhante à de um diodo de má qualidade, como se pode ver na fig. 5.33 (com a tensão em ordenadas e a corrente em abcissas). Para cumprir a função a que se destina esta junção p-n resulta com q.d.t. directa elevada (alguns volt), tensão de disrupção inversa bastante baixa (na ordem da dezena de volt), baixa potência de dissipação admissível e grande dispersão de fabrico no que respeita à característica directa (cf. fig. 5.33).

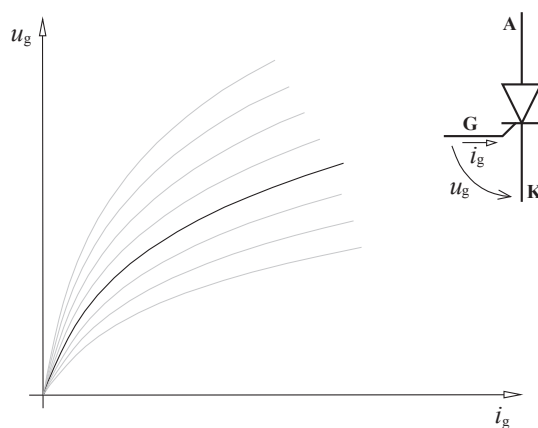


Fig. 5.33 – Característica directa da junção G-K em tiristores da mesma série, mostrando a dispersão de fabrico.

A dispersão de fabrico, mesmo para exemplares da mesma série, é tal, que em catálogo, os fabricantes definem os limites (**a** e **b** na fig. 5.34) entre os quais garantem que se situa a característica directa G-K dos tiristores de um dado tipo.

Entretanto existem valores mínimos de tensão u_g e de corrente i_g abaixo dos quais deixa de ser garantido que o tiristor possa garantidamente passar à condução. Estes valores são tanto menores quanto mais elevada for a temperatura na pastilha de silício (cf. fig. 5.34). Inferiormente situam-se os limites $U_{G\min}$ e $I_{G\min}$ abaixo dos quais é garantido que o tiristor não entra à condução por disparo: estes valores delimitam a amplitude permitida às perturbações (ruído) na saída do circuito de comando.

Por outro lado, existem valores máximos da tensão directa (U_{GM}), da corrente directa (I_{GM}) e da potência dissipada no sentido directo durante um certo tempo (P_{GM}) que não podem ser excedidos, sob risco de inutilizar o tiristor. Constituem, pois, mais três limites às condições de disparo, conforme se destaca na fig. 5.34. O limite correspondente a P_{GM} é, naturalmente, uma hipérbole, pois $p_g = u_g i_g$.

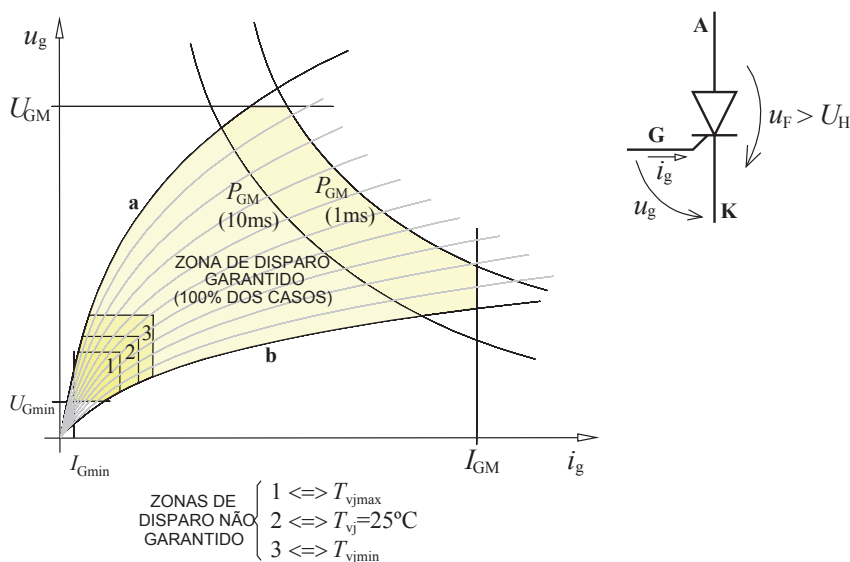


Fig. 5.34 – Diagramas de disparo de um tiristor mostrando zonas possíveis de disparo e limites admissíveis.

Note-se que o limite de potência na junção G-K é definido para uma dada duração de impulso $P_{GM}(x \text{ ms})$. Considerando o andar de saída do circuito de disparo como uma fonte de tensão que gera impulsos de amplitude U_C , com uma resistência R em série com a junção, como indicado na fig. 5.35, a recta de carga desse circuito deverá atravessar apenas a zona de disparo seguro sem intersectar qualquer dos limites U_{GM} , I_{GM} ou $P_{GM}(x \text{ ms})$. Para um dado tiristor a amplitude da corrente do impulso que se estabelece será I_C (cf. fig. 5.35).

A tensão inversa máxima admissível nesta junção tem valor muito baixo, tipicamente inferior à dezena de volt. Por isso adoptam-se medidas para impedir a sua ocorrência, como seja a colocação de um díodo em anti-paralelo, assinalada a ponteadado na fig. 5.3; em reforço desta medida também pode ser inserido um díodo em série com o terminal porta do tiristor.

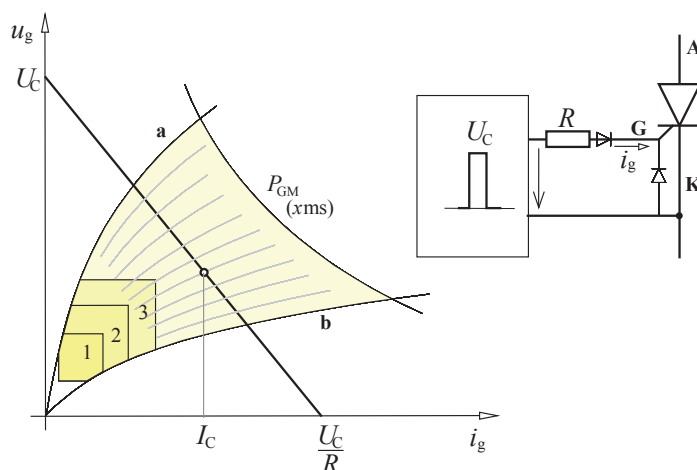


Fig. 5.35 – Estabelecimento da recta de carga do andar final do circuito de disparo relativamente à característica de disparo do tiristor tirada do respectivo catálogo.

O disparo de um tiristor deve ser conseguido, de preferência, com impulsos de corrente, p.ex. de forma rectangular, de curta duração. A duração mínima que o impulso deve ter decorre da taxa de crescimento da corrente de disparo e também da evolução da corrente principal. O processo de passagem dum tiristor à condução não é instantâneo: requer várias etapas, a primeira das quais impõe o tempo de atraso t_{gd} (cf. fig. 5.36a); esse tempo de atraso é maior se a taxa inicial de crescimento de i_g for baixa. Depois desse intervalo começa a crescer a corrente principal cuja evolução depende do circuito de potência. O impulso de disparo deve durar para além do instante em que a corrente de carga ultrapassa o valor de sustentação (I_H) do tiristor, conforme se ilustra na fig. 5.36b.

Por vezes existe a necessidade de o disparo ter uma duração inoportável com a potência dissipada máxima admissível na junção G-K. Para esses casos é necessário aplicar trens de impulsos com frequência bastante elevada (p. ex. 5 a 10 kHz) o que diminui drasticamente a potência dissipada e constitui uma boa solução do ponto de vista da eficácia de disparo. Esta solução também se torna indispensável para poder veicular disparos prolongados (até vários milissegundos) através de transformadores de impulso sem saturar o núcleo magnético destes últimos.

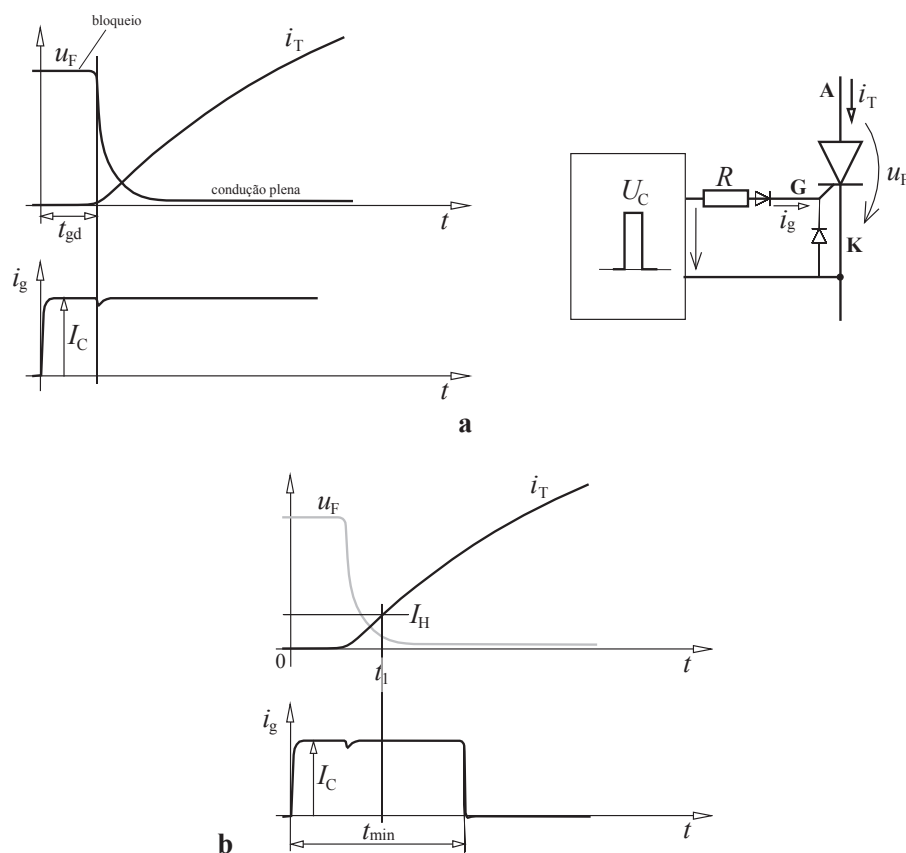


Fig. 5.36 – a: diagramas da corrente de disparo, da corrente principal e da tensão directa num tiristor, à escala de tempo na ordem dos microssegundos, mostrando o feito de atraso durante o transitório de passagem à condução; b: explicação da necessidade de um tempo mínimo de duração do impulso de disparo.

5.10.3- Exemplos de um circuito de disparo para controladores de fase

A fim de completar a descrição dos conversores estudados neste capítulo apresentam-se seguidamente, a título de exemplo, esquemas sucintos de circuitos electrónicos de sinal para disparo dos tiristores em controladores de fase de corrente alternada. O estudo mais detalhado deste tipo de circuitos cai no âmbito da electrónica de regulação e comando.

Um aspecto delicado na realização dos circuitos de disparo resulta da necessidade de assegurar isolamento galvânico entre o circuito de potência e o circuito de sinal: quer na parte em que é efectuada a amostragem da tensão que serve para o estabelecimento do ângulo de atraso α , quer na parte de aplicação dos impulsos de disparo aos tiristores. Já foi visto que, quanto a estes últimos, tal função é conseguida com transformadores de impulso; para a amostragem de tensão pode ser usado um pequeno transformador com núcleo de ferro, conforme indicado na fig. 5.37.

O estabelecimento do atraso correspondente ao ângulo de disparo α é uma função a cargo de uma parte do circuito designada por *desfasador*. No exemplo da fig. 5.37b essa tarefa é

conseguida pela geração de um sinal u_s em rampa durante cada alternância da tensão da rede; esse sinal é comparado com o sinal u_c de comando e os impulsos estabelecem-se nos pontos de intersecção em que a rampa se torna superior ao sinal de comando. O sinal u_s em rampa é gerado através de um integrador que vai sendo descarregado sempre que a tensão u passa por zero. Para este efeito utiliza-se um sistema de detecção de passagens da tensão por zero: este cria breves impulsos (u_x) utilizados para saturar um transistor em paralelo com o condensador do integrador.

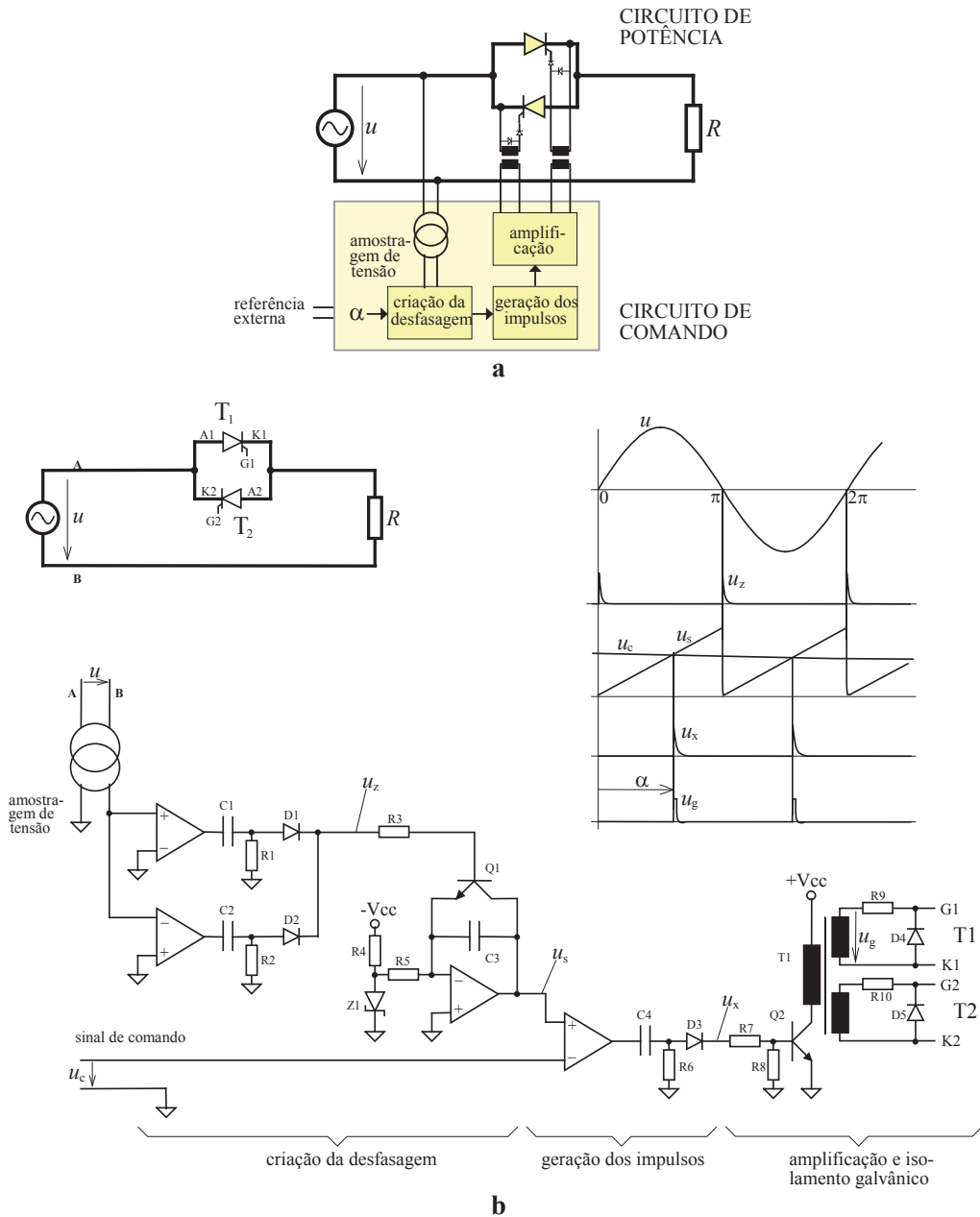


Fig. 5.37 – Circuito de disparo para um controlador de fase monofásico: **a** - esquema de blocos; **b** - esquema detalhado.

Com este circuito simples o ângulo de disparo é proporcional à tensão do sinal de comando aplicado:

$$\alpha = k u_c \quad (5.35)$$

Mas convém notar que isso implica que para $u_c=0$ resulta a potência máxima entregue à carga, ao passo que para u_c máximo resulta potência nula.

Para amplificar o sinal de disparo antes de o aplicar através do transformador de impulso utiliza-se um transistor bipolar. Nesta montagem aplicam-se sempre impulsos em ambos os tiristores, aproveitando apenas aquele que está em condições de conduzir.

Existem circuitos integrados comercializados capazes para realizar uma função equivalente à da montagem acabada de descrever (p.ex. Siemens TCA780, TLB3004, etc.). É conveniente dotá-los sempre de isolamento galvânico nas interfaces com o circuito de potência, conforme se viu atrás.

6 – RECTIFICADORES CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

6.1- Introdução

Os rectificadores controlados convencionais têm tiristores na sua constituição. Conforme já se viu no capítulo precedente os conversores que possuem tiristores permitem variar grandezas convertidas desde que se retarde o seu disparo por mais ou menos tempo.

Os rectificadores com tiristores que serão estudados neste capítulo recebem tensões alternadas sinusoidais impostas de um lado (*AC*) e com elas elaboram uma tensão com valor *médio* ajustável, no outro lado (*DC*) onde a corrente é unidireccional.

Com os rectificadores totalmente controlados é possível transferir energia não só do lado *AC* para o lado *DC* mas também no sentido oposto. Nesta segunda hipótese de funcionamento os rectificadores assumem a função de *onduladores* (também chamados *inversores*). Todavia não são autónomos, isto é, só podem funcionar como tal enquanto estiverem ligados a uma fonte de tensão alternada, não podendo, por si sós, fornecer corrente alternada a cargas passivas; é neste aspecto que se distinguem dos onduladores autónomos que serão estudados em capítulos posteriores.

No estudo dos rectificadores consideram-se situações em que estes conversores, no lado de *DC*, operam com cargas possuindo f.e.m., resistência e autoindução. Este modelo de carga activa é suficientemente geral para enquadrar a maioria dos casos práticos. É adequado, por exemplo, para representar o induzido de uma máquina de corrente contínua com excitação independente, conforme se observa na fig. 6.1, onde *R* e *L* simbolizam, respectivamente, a resistência e a autoindução do induzido e *E* representa a f.e.m. que ocorre a uma dada velocidade (ω) e com um dado fluxo de excitação (Φ).

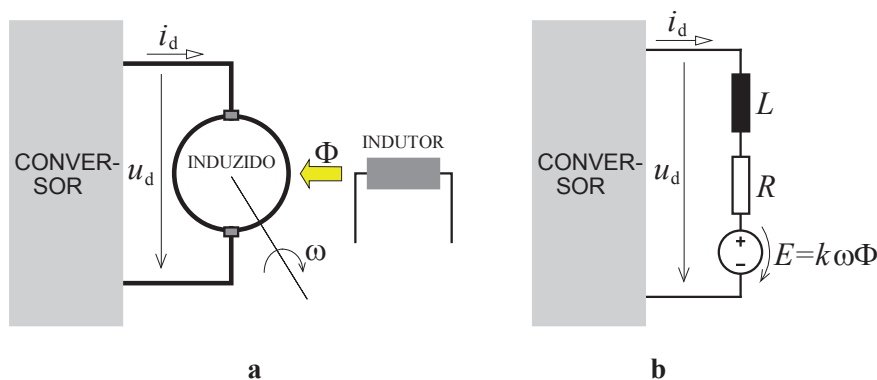


Fig. 6.1 – a: esquema equivalente de um motor de corrente contínua; b: circuito equivalente ao induzido, supondo excitação separada.

Salvo quando houver indicação em contrário, admite-se que as fontes de tensão têm impedância interna nula, os tiristores têm q.d.t. directa nula e resistência inversa infinita e os elementos passivos são lineares.

As topologias dos rectificadores são, de um modo geral, idênticas às que foram vistas nos capítulos 2 e 3, mas agora as válvulas são tiristores em vez de díodos. Deste modo cada válvula só conduzirá quando estiver polarizada directamente e receber disparo; a regulação da potência transmitida será feita através do ajuste do **ângulo de disparo** ou de **atraso**.

Acerca das características de disparo dos tiristores já foram feitas considerações no capítulo 5 e serão abordados aqui outros aspectos afins.

6.2- Rectificador controlado monofásico de meia onda

O circuito rudimentar com um só tiristor cujo esquema está representado na fig. 6.2a já foi estudado no capítulo 5. Na fig. 6.2b estão representados os diagramas correspondentes ao funcionamento deste rectificador dito de *meia onda* com **carga puramente resistiva**, considerando a tensão u alternada sinusoidal: $u = \sqrt{2}U \sin(\omega t)$.

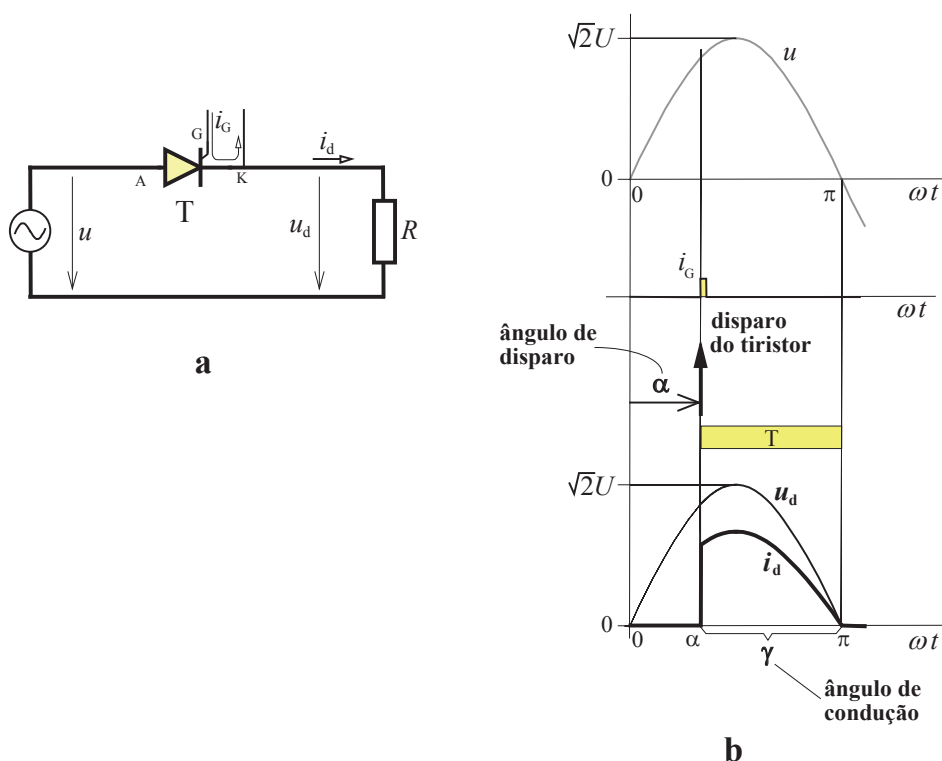


Fig. 6.2 – a: esquema do circuito de rectificação monofásico controlado de meia onda com carga resistiva;
b: diagramas de funcionamento ilustrando um ângulo de disparo e o respectivo ângulo de condução.

Partindo do repouso, i.e. sem corrente no circuito e sem disparo no tiristor, após $\omega t=0$ o tiristor T fica polarizado directamente com a tensão u : esse instante é definido como o **início da medição do ângulo de disparo**. Se fosse um diodo começaria desde logo a conduzir; tratando-se de um tiristor só o fará quando for disparado.

Considere-se então que se estipula um ângulo de atraso α , ou seja, que o impulso de disparo é aplicado em $\omega t=\alpha$, estando T ainda polarizado directamente (cf. fig. 6.2b). De imediato se assiste à passagem de corrente; como a carga é resistiva pura a corrente em DC exprime-se por

$$i_d = \frac{u_d}{R} = \frac{\sqrt{2}U}{R} \sin(\omega t) \quad (6.1)$$

O tiristor mantém-se a conduzir até que a corrente tenda a inverter-se (em $\omega t=\pi$), altura em que bloqueia e deixa novamente o circuito aberto: o **ângulo de condução** é γ .

Em seguida o tiristor fica polarizado inversamente com a tensão u (negativa) aos seus terminais, assim se mantendo até $\omega t=2\pi$. A partir daí o tiristor fica outra vez polarizado directamente e começa-se de novo a medir o ângulo de disparo para o seu lançamento à condução. Repete-se sempre este processo, eventualmente com a variação do ângulo de disparo α .

Neste circuito o ângulo de disparo pode variar na gama $0 \leq \alpha \leq \pi$ para permitir regular o valor médio da tensão criada em DC. Com carga óhmica resulta sempre um intervalo de condução $\gamma=\pi-\alpha$, resultando o seguinte valor médio da tensão rectificadora:

$$U_d = \frac{\sqrt{2}U}{2\pi} [1 + \cos(\alpha)] \quad (6.2)$$

De acordo com o que foi visto antes, nas secções 2.2 e 5.3, a análise de funcionamento deste mesmo rectificador com **carga R-L** também não oferece dificuldade, mas vale a pena ser feita pelo leitor, tomando como referência a fig. 6.3b. Para determinar o valor numérico do ângulo de condução pode-se recorrer ao ábaco da fig. 5.12, entrando com os valores dos ângulos de disparo α e de defasagem $\varphi = \arctg(\omega L/R)$.

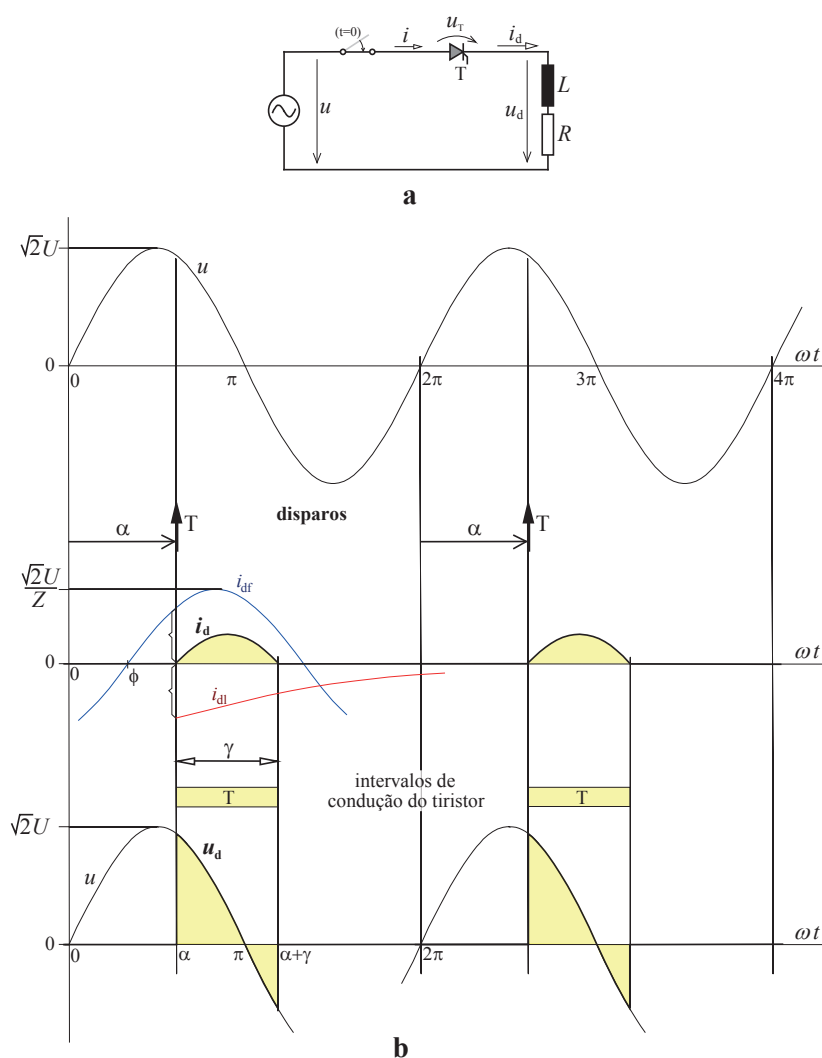


Fig. 6.3 – a: esquema do rectificador controlado monofásico de meia onda com carga R-L. b: diagramas de funcionamento

6.3- Rectificador controlado bifásico de ponto médio

6.3.1- Funcionamento básico com carga resistiva pura

O rectificador controlado bifásico de ponto médio tem a topologia representada na fig. 6.4a. As tensões u_1 e u_2 formam um sistema bifásico sinusoidal simétrico com valor eficaz U :

$$u_1 = \sqrt{2}U \sin(\omega t), \quad u_2 = -\sqrt{2}U \sin(\omega t) \quad (6.3)$$

Foi visto no capítulo 2 o processo prático para obter este sistema de tensões a partir de uma fonte monofásica: recorre-se a um transformador possuindo no secundário um enrolamento com ponto médio ou dois enrolamentos em oposição (cf. fig. 2.7c).

RECTIFICADOR CONTROLADO BIFÁSICO DE PONTO MÉDIO

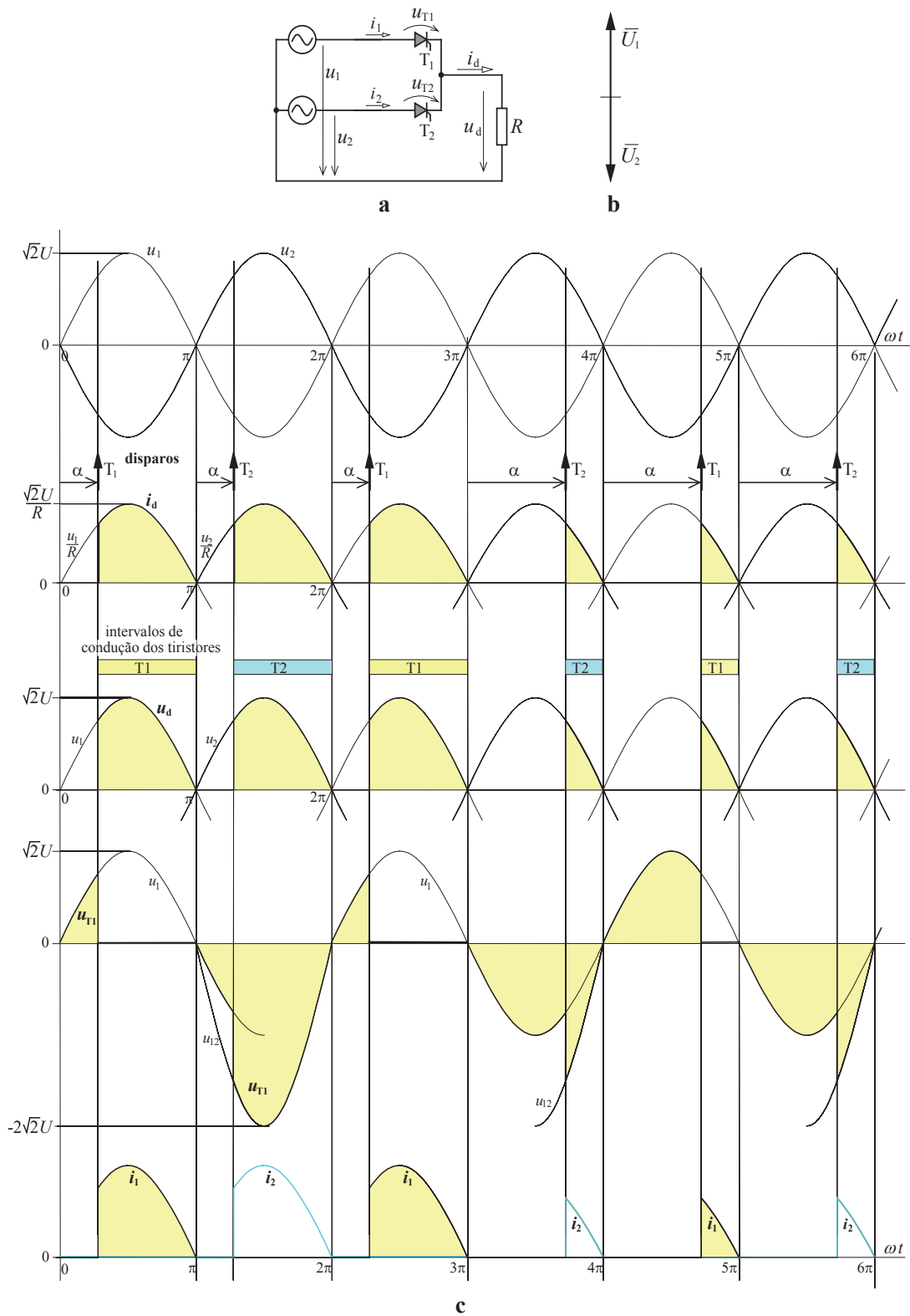


Fig. 6.4 – **a**: esquema do rectificador controlado bifásico de ponto médio com carga ôhmica. **b**: sistema bifásico de tensões. **c**: diagramas de funcionamento

Partindo do repouso (i.e. sem corrente no circuito), após $\omega t=0$ o tiristor T_1 fica polarizado directamente com a tensão u_1 : esse instante define o **início da medição do ângulo de disparo**. Se T_1 fosse um diodo começaria desde logo a conduzir; mas agora só será disparado com um ângulo de atraso α , ou seja, em $\omega t=\alpha$. Como T_1 ainda está polarizado directamente (cf. fig. 6.4c) inicia-se a passagem de corrente; nestas condições a tensão aplicada à resistência de carga em DC passa a valer $u_d=u_1$ e a corrente a exprimir-se por

$$i_d = \frac{u_d}{R} = \frac{\sqrt{2}U}{R} \sin(\omega t) \quad (6.4)$$

O tiristor mantém-se a conduzir até que a corrente que o atravessa tenda a inverter o sentido; isso só acontece em $\omega t=\pi$, altura em que T_1 bloqueia e deixa novamente o circuito aberto: o **ângulo de condução** neste caso vale $\gamma=\pi-\alpha$.

Após $\omega t=\pi$ o tiristor T_1 fica polarizado inversamente, com a tensão u_1 (negativa) aos seus terminais, mas a partir daí T_2 fica polarizado directamente começando-se então a medir o respectivo ângulo de disparo; quando o disparo surge, em $\omega t=\pi+\alpha$, T_2 fica a conduzir, analogamente ao que tinha sucedido com T_1 .

O processo repete-se com os disparos seguintes, eventualmente variando α , para permitir regular o valor médio da tensão (e corrente) na carga. Neste circuito o ângulo de disparo pode variar na gama $0 \leq \alpha \leq \pi$. Sendo a carga óhmica, resulta $\gamma=\pi-\alpha$, donde se pode calcular o seguinte valor médio da tensão rectificadora:

$$U_d = \frac{\sqrt{2}U}{\pi} [1 + \cos(\alpha)] \quad (6.5)$$

Neste caso simples a corrente e a tensão rectificadora têm sempre a mesma forma. Vale a pena também observar na fig. 6.4c a evolução da tensão u_{T1} a que fica sujeito um tiristor (T_1 no exemplo) quando se encontra polarizado inversamente: se não há corrente na carga u_{T1} acompanha a tensão na respectiva fase ($u_{T1}=u_1$), mas quando o outro tiristor (T_2) está a conduzir essa tensão passa a corresponder à tensão entre fases ($u_{T1}=u_1-u_2$) que é dupla da primeira. Por conseguinte, o valor de tensão inversa de pico repetitivo a que os tiristores ficam sujeitos neste circuito é igual ao dobro do valor máximo da tensão por fase: $(u_R)_{\max} = 2\sqrt{2}U$.

6.3.2- Funcionamento com carga R-L

Considere-se agora o caso do mesmo rectificador com **carga R-L** (fig. 6.5a). Acompanhe-se a análise de funcionamento pelos diagramas da fig. 6.5b e suponha-se que antes do primeiro disparo o circuito estava em repouso, i.e. $i_d=0$ para $\omega t \leq \alpha$. O tiristor T_1 fica polarizado directamente a partir de $\omega t=0$; ao receber disparo, em $\omega t=\alpha$ (sendo $0 \leq \alpha \leq \pi$), T_1 começa a conduzir e a corrente na malha $u_1-T_1-L-R-u_1$ rege-se por

$$-u_1 + L \frac{di_d}{dt} + Ri_d = 0$$

RECTIFICADOR CONTROLADO BIFÁSICO DE PONTO MÉDIO

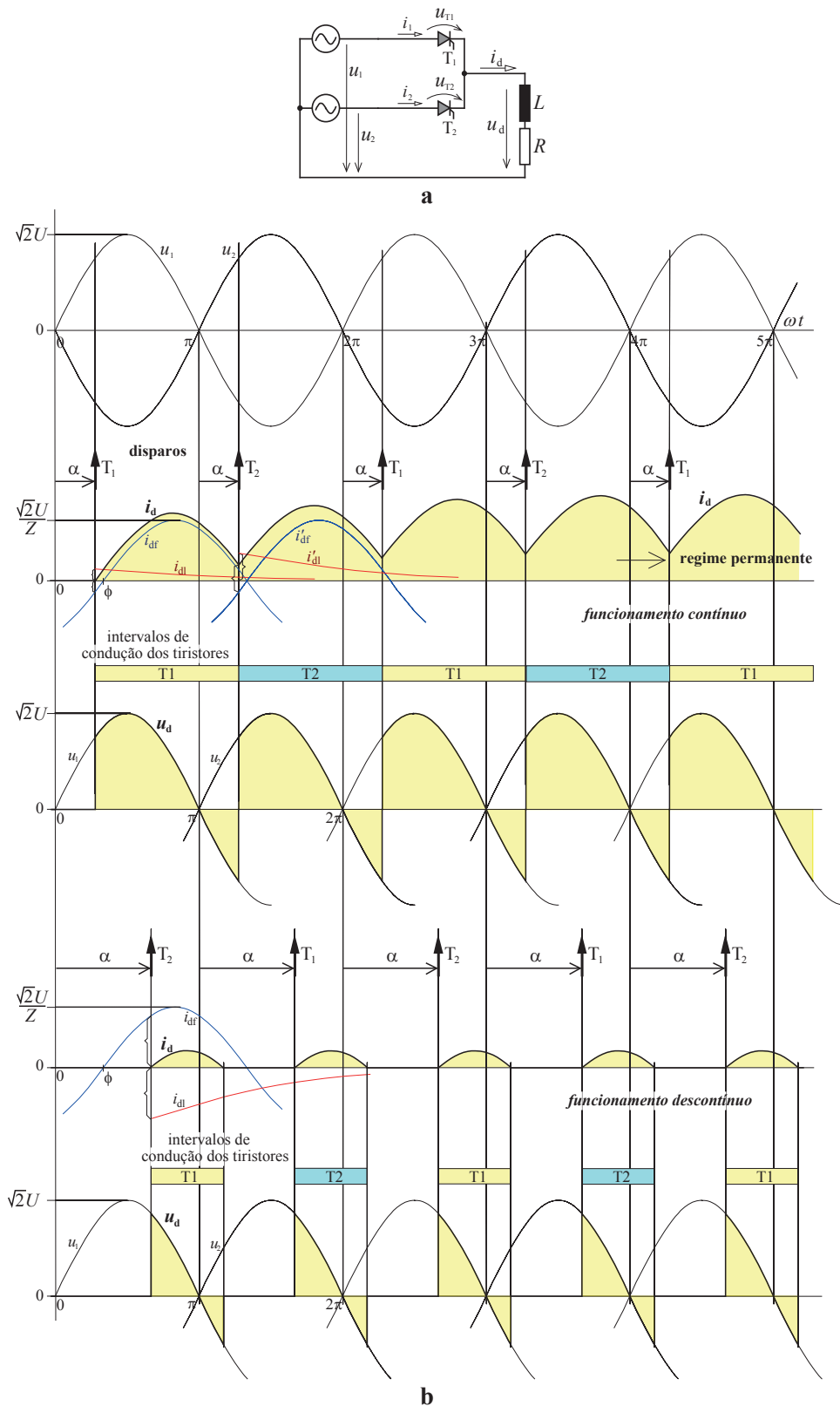


Fig. 6.5 – **a:** esquema do rectificador controlado bifásico de ponto médio com carga R-L. **b:** diagramas de funcionamento

ou seja,

$$\sqrt{2}U \sin(\omega t) = L \frac{di_d}{dt} + Ri_d \quad (6.6)$$

Conforme já se viu noutros casos, a solução desta eq. diferencial consiste na soma de duas parcelas: uma solução geral da equação diferencial homogénea $0 = L \frac{di_d}{dt} + Ri_d$ (a que se chama *regime forçado*: i_{df}) e outra solução particular da eq. diferencial dada (o *regime livre*: i_{dl}). Ou seja,

$$i_d = i_{df} + i_{dl} = \underbrace{\frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\omega t - \varphi)}_{i_{df}} + \underbrace{K_1 e^{-\frac{R}{L}(t-\alpha)}}_{i_{dl}} \quad (6.7)$$

com $\varphi = \arctan(\omega L / R)$ e $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$.

O regime forçado $i_{df}(t)$ da corrente depende da tensão imposta $u_1(t)$ e da carga R-L, sendo independente das condições iniciais. A evolução do regime livre $i_{dl}(t)$ é exponencial decrescente com constante de tempo $\tau = L/R$, pelo que depende só dos parâmetros R e L . A amplitude desta exponencial decorre das condições iniciais: em $\omega t = \alpha$ regista-se $i_d = 0$; devido à presença de auto-indução no circuito i_d não pode variar bruscamente e, por conseguinte,

$$i_d(\omega t = \alpha) = 0 = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\alpha - \varphi) + K_1 e^0$$

$$K_1 = -\frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\varphi - \alpha)$$

Encontra-se então a expressão analítica completa da corrente na carga

$$i_d = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \left[\sin(\omega t - \varphi) + \sin(\varphi - \alpha) e^{-\frac{R}{L}(t-\alpha)} \right] \quad (6.8)$$

Se T_2 não fosse disparado i_d só se anulava depois de $\omega t = \alpha + \gamma$, onde γ representa o ângulo de condução de T_1 . Pode-se calcular γ atendendo a que em $\omega t = \alpha + \gamma$ se teria $i_d = 0$, ou seja:

$$0 = \sin(\alpha + \gamma - \varphi) + \sin(\varphi - \alpha) e^{-\frac{\gamma}{\tan(\varphi)}} \quad (6.9)$$

O ábaco da fig. 5.12 permite uma determinação expedita da solução desta equação em ordem a γ para valores numéricos concretos de α e de φ .

Considere-se que, em $\omega t = \pi + \alpha$, o disparo em T_2 surge enquanto T_1 ainda estava a conduzir. Nesse instante a tensão directa aos terminais de T_2 valia $u_2 - u_1 \gg 0$, pelo que este tiristor começa a conduzir forçando T_1 a passar ao corte. Os detalhes da evolução da corrente i_d durante a condução de T_1 podem ser acompanhados na fig. 6.6a: durante este intervalo de condução a corrente regeu-se por (6.8) e no final do mesmo valia I_1 . No intervalo de condução

de T_2 (vide fig. 6.6b) o valor inicial da corrente é I_1 e o valor final é I_2 . Está em curso a fase de **arranque do circuito**, em que o valor de i_d no fim de cada intervalo de condução é ligeiramente superior ao seu valor inicial, mas cada vez com menor diferença.

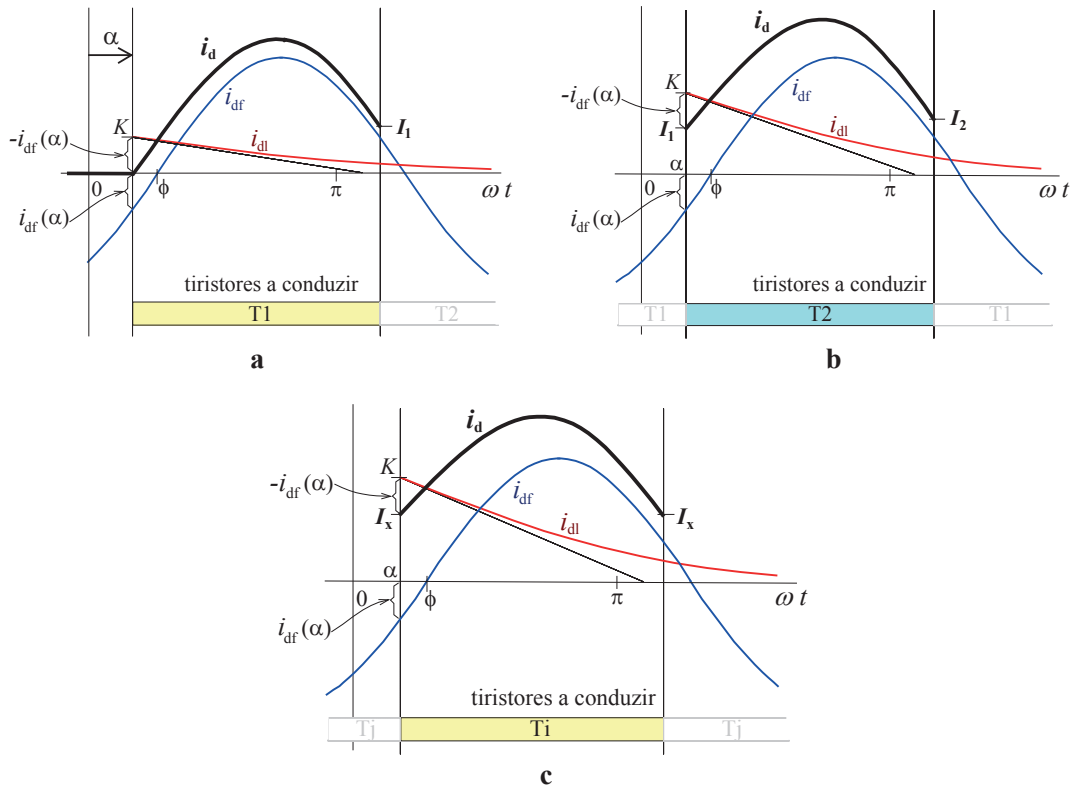


Fig. 6.6 – Detalhes da evolução da corrente i_d durante o intervalo de condução de um tiristor: **a**: imediatamente a partir do repouso; **b**: no segundo intervalo de condução (prosseguimento da fase de arranque); **c**: em regime permanente.

O circuito vai tender para a situação de **regime permanente** em que i_d tem igual valor no início e no fim de cada intervalo de condução (fig. 6.6c). Tomando a origem de tempos indicada na fig. 6.6c tem-se

$$i_d = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\omega t - \varphi) + K e^{-\frac{R}{L}(t-\alpha)} \quad (6.10)$$

Nas condições iniciais e finais, por seu lado, regista-se, respectivamente,

$$i_d(\omega t = \alpha) = I_x = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\alpha - \varphi) + K e^0$$

$$i_d(\omega t = \pi + \alpha) = I_x = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\pi + \alpha - \varphi) + K e^{-\frac{R}{L}(\frac{\pi+\alpha}{\omega} - \frac{\alpha}{\omega})} = -\frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\alpha - \varphi) + K e^{-\frac{R}{L}\frac{\pi}{\omega}}$$

Igualando os segundos membros destas duas equações encontra-se

$$\frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\alpha - \varphi) + K = -\frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\alpha - \varphi) + K e^{-\frac{R\pi}{L\omega}}$$

de onde se extrai o valor de K para a eq. (6.10):

$$K = \frac{2\sqrt{2}U \sin(\alpha - \varphi)}{Z \left[e^{-\frac{R\pi}{L\omega}} - 1 \right]} \quad (6.11)$$

Acabou de se analisar a evolução da corrente de regime permanente em situação de **funcionamento contínuo**, isto é, em que a corrente i_d nunca se anula (ao disparar um dado tiristor o anterior ainda não tinha deixado de conduzir).

Mas pode também suceder que quando se dispara um tiristor a condução no anterior já tenha cessado e a corrente i_d permaneça nula durante um certo intervalo de tempo. Nestas condições diz-se que existe **funcionamento descontínuo**, **lacunar** ou **com corrente interrompida**. A fig. 6.7 ilustra ambos os modos de funcionamento.

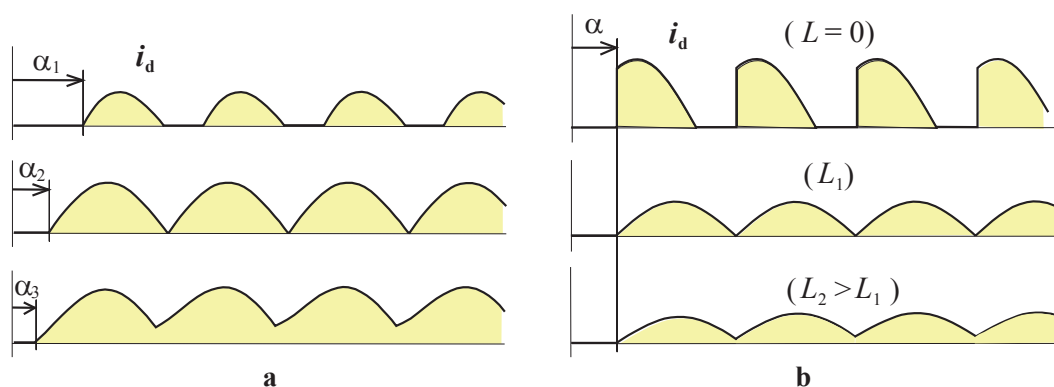


Fig. 6.7 – Exemplos de formas de corrente contínua e lacunar num mesmo rectificador em diferentes condições:
a: valores baixos do ângulo de disparo α podem proporcionar funcionamento contínuo (caso de α_3), mas ao aumentar o valor de α tende-se para funcionamento lacunar (caso de α_1), passando pela situação limiar (com α_2);
b: para um mesmo valor de α e da resistência de carga, valores de L mais elevados tendem a criar situações de funcionamento contínuo (caso de L_2), ao passo que valores baixos de L tendem a provocar corrente interrompida.

Uma maior auto-indução na carga tende a proporcionar condições mais favoráveis para a ocorrência de funcionamento contínuo e de corrente i_d mais lisa. Ângulos de disparo maiores ou carga menos indutiva são condições que normalmente fazem aproximar o circuito do funcionamento descontínuo. O modo descontínuo é, muitas vezes, indesejável por razões que adiante se explicam; para o evitar, frequentemente, acrescenta-se uma bobina em série com a carga por forma a aumentar o valor total do coeficiente de auto-indução L .

6.3.3- Relação entre U_d e α

Com funcionamento contínuo o ângulo de condução vale $\gamma=\pi$, podendo calcular-se o valor médio da tensão rectificada como segue (atenda-se à fig. 6.8a):

$$U_d = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} u_d(t) dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} u_d(\omega t) d(\omega t) = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} \sqrt{2}U \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{\sqrt{2}U}{\pi} [-\cos(\omega t)]_{\omega t=\alpha}^{\omega t=\pi+\alpha}$$

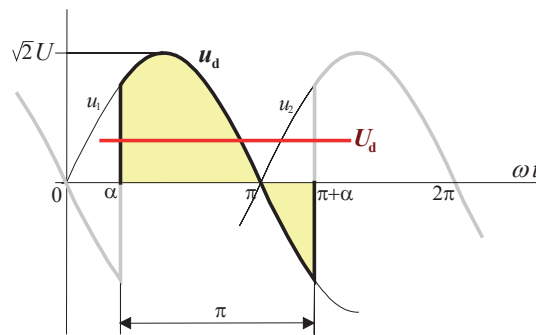
ou seja,

$$U_d = \frac{2\sqrt{2}U}{\pi} \cos(\alpha) \tag{6.12}$$

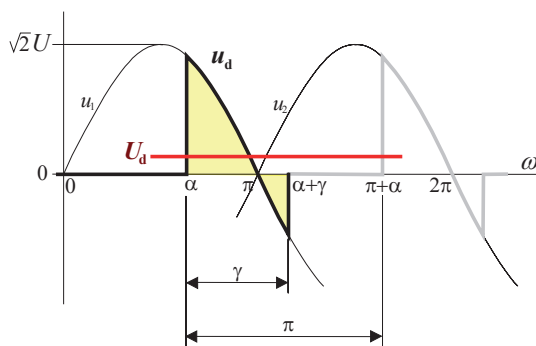
No funcionamento com corrente interrompida, há que determinar primeiro o valor do ângulo de condução* γ , calculando-se depois o valor médio de u_d por (cf. fig. 6.8b):

$$U_d = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} u_d(t) dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} u_d(\omega t) d(\omega t) = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\gamma} \sqrt{2}U \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{\sqrt{2}U}{\pi} [-\cos(\omega t)]_{\omega t=\alpha}^{\omega t=\alpha+\gamma}$$

$$U_d = \frac{\sqrt{2}U}{\pi} [\cos(\alpha) - \cos(\alpha + \gamma)] \tag{6.13}$$



a



b

Fig. 6.8 – Evolução da tensão rectificada nas duas situações distintas de funcionamento: **a** - com corrente contínua; **a** - com corrente lacunar.

* O ábaco da fig. 5.12 permite achar o valor aproximado de γ para valores dados de α e ϕ .

Para $\alpha=0$, ou seja com díodos em lugar dos tiristores, e com funcionamento contínuo, o valor médio da tensão rectificadora é $U_d = U_{d0} = 2\sqrt{2}U/\pi$, podendo-se escrever (6.12) na forma

$$U_d = U_{d0} \cos(\alpha) \quad (6.14)$$

Esta expressão é válida em funcionamento contínuo também para os circuitos de rectificação controlados que se irão estudar mais adiante e traduz-se na relação gráfica em forma de co-seno apresentada na fig. 6.9.

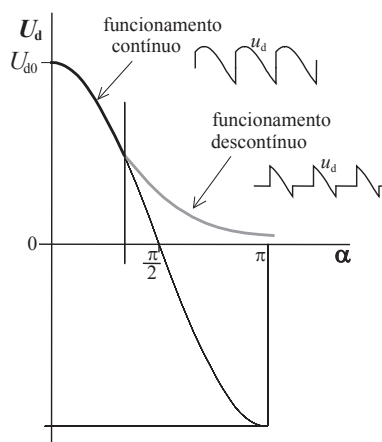


Fig. 6.9 – Representação gráfica da relação entre U_d e α no rectificador bifásico de ponto médio com carga R-L, sendo fixos os parâmetros R , L e U .

Mas o funcionamento contínuo só se verifica para valores baixos de α , conforme se pode observar na fig. 6.9. A partir de um determinado valor do ângulo de disparo o funcionamento passa a ser descontinuo e a relação entre U_d e α começa a obedecer a (6.13), afastando-se muito da relação co-sinusoidal anterior. O valor α' do ângulo de disparo que define a situação limiar entre os dois modos de funcionamento pode ser determinado tomando $\gamma=\pi$ na equação (6.9): obtém-se $\alpha'=\varphi$.

Por outro lado, já se sabe da rectificação não controlada que, com este tipo de carga, o **valor médio da corrente rectificadora** obedece à relação seguinte, qualquer que seja o modo de funcionamento:

$$I_d = \frac{U_d}{R} \quad (6.15)$$

No presente circuito com carga passiva em DC a tensão u_d nunca assume valor médio negativo. Todavia, com outros tipos de carga, como se verá seguidamente, é possível obter também valores médios negativos de U_d .

6.4- Rectificador controlado bifásico de ponto médio com carga activa (R-L-E)

Considere-se o mesmo rectificador mas agora com carga constituída por resistor, indutor e força electromotriz, conforme está respresentado na fig. 6.10a. As tensões formam um sistema bifásico sinusoidal simétrico de valor eficaz U : $u_1 = \sqrt{2}U \sin(\omega t)$, $u_2 = -\sqrt{2}U \sin(\omega t)$. A fig. 6.10c apresenta os diagramas que traduzem a operação do rectificador nestas condições para dois valores de ângulo de disparo: um que provoca funcionamento contínuo e outro, mais elevado, que ocasiona funcionamento descontínuo.

6.4.1- Arranque do circuito e funcionamento contínuo

Inicialmente a corrente i_d é nula, u_1 começa a tornar-se positiva iniciando-se aí a medição do ângulo de disparo do tiristor T_1 . Existe um valor mínimo deste ângulo de disparo abaixo do qual o circuito não arranca: o mesmo delimita o intervalo em que $E > u_1$ deixando T_1 polarizado inversamente (cf. fig. 6.10b). Ou seja,

$$\alpha_{\min} = \arcsin \frac{E}{\sqrt{2}U} \quad (6.16)$$

Note-se, todavia, que se o circuito já tiver arrancado e houver funcionamento contínuo podem-se aplicar com sucesso ângulos de disparo inferiores a α_{\min} .

Uma vez disparado T_1 inicia-se a condução deste, estabelecendo corrente na malha u_1 - T_1 - L - R - E - u_1 , tal que

$$\sqrt{2}U \sin(\omega t) = L \frac{di_d}{dt} + Ri_d + E \quad (6.17)$$

Resolvendo esta equação diferencial obtém-se:

$$i_d = i_{df} + i_{dl} = \underbrace{\frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\omega t - \varphi)}_{i'_{df}} - \underbrace{\frac{E}{R}}_{i''_{df}} + \underbrace{K_1 e^{-\frac{R}{L}(t-\frac{\alpha}{\omega})}}_{i_{dl}} \quad (6.18)$$

onde $\varphi = \arctan(\omega L / R)$ e $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$.

A fig. 6.11a mostra com mais detalhe os diagramas das várias parcelas da corrente. A componente forçada $i_{df}(t)$ resulta dos contributos $i'_{df}(t)$ e $i''_{df}(t)$ da fonte sinusoidal e da fonte contínua, respectivamente. O regime livre $i_{dl}(t)$ é uma exponencial decrescente com constante de tempo $\tau=L/R$; as condições iniciais determinam a amplitude desta exponencial: em $\omega t=\alpha$ verifica-se $i_d=0$ e, como a corrente não pode variar bruscamente devido à presença de auto-indução no circuito, tem-se

RECTIFICADORES CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

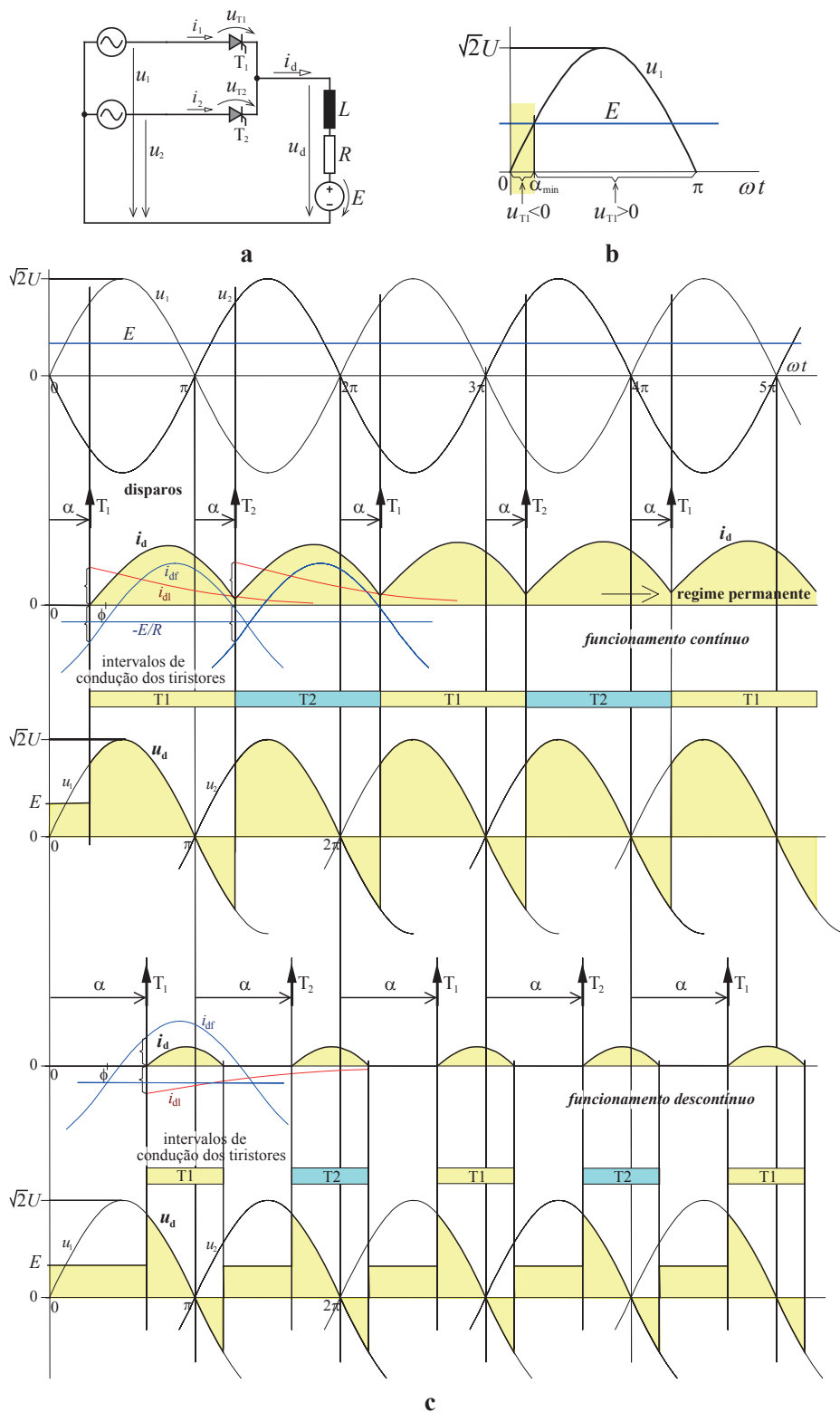


Fig. 6.10 – a: esquema do rectificador controlado bifásico de ponto médio com carga R-L-E. b: intervalo no qual o disparo de um tiristor não o coloca em condução. c: diagramas de operação para dois valores de ângulo de disparo, um que causa funcionamento contínuo e outro que causa funcionamento descontinuo.

$$i_d(\omega t = \alpha) = 0 = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\alpha - \varphi) - \frac{E}{R} + K_1 e^0$$

$$K_1 = \frac{E}{R} + \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\varphi - \alpha) \quad (6.19)$$

Admita-se que quando T_2 é disparado T_1 ainda se encontra a conduzir e que, nesse instante, a corrente na carga tem o valor $i_d=I_1$. A fig. 6.11b mostra a evolução da corrente, evidenciando as suas várias parcelas nesta situação. Como $u_2 > u_d$ então T_2 está polarizado directamente no instante de disparo e começa a conduzir, passando T_1 ao corte. Tomando agora como origem do tempo o início da segunda alternância de tensão, a corrente na carga obedece à expressão

$$i_d = -\frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\omega t - \varphi) - \frac{E}{R} + K_2 e^{-\frac{R}{L}(t-\frac{\alpha}{\omega})} \quad (6.20)$$

em que K_2 se acha sabendo que $i_d(\omega t = \alpha) = I_1$, ou seja,

$$K_2 = I_1 + \frac{E}{R} + \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\varphi - \alpha) \quad (6.21)$$

O intervalo de condução dos tiristores é $\gamma = \pi$, ou seja, existe **funcionamento contínuo**. Quando T_1 volta a ser disparado a corrente rectificadora vale $i_d=I_2$, sendo certo que $I_2 > I_1$. No fim do intervalo de condução de cada tiristor a corrente alcançou um valor ligeiramente superior ao valor que tinha no instante inicial desse intervalo. Mas as diferenças vão sendo cada vez menores e tendem para zero à medida que o circuito avança para **regime permanente**.

Nesta última situação o funcionamento é tal que i_d tem igual valor (I_x) no início e no fim de cada intervalo de condução (cf. fig. 6.11c). Tomando a origem de tempos indicada na fig. 6.11c tem-se

$$i_d = -\frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\omega t - \varphi) - \frac{E}{R} + K e^{-\frac{R}{L}(t-\frac{\alpha}{\omega})} \quad (6.22)$$

Por conseguinte,

$$i_d(\omega t = \alpha) = I_x = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\alpha - \varphi) - \frac{E}{R} + K e^0$$

$$i_d(\omega t = \pi + \alpha) = I_x = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\pi + \alpha - \varphi) - \frac{E}{R} + K e^{-\frac{R}{L}(\frac{\pi + \alpha}{\omega} - \frac{\alpha}{\omega})} = -\frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\alpha - \varphi) - \frac{E}{R} + K e^{-\frac{R\pi}{L\omega}}$$

Igualando os segundos membros destas duas equações encontra-se

$$\frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\alpha - \varphi) + K = -\frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\alpha - \varphi) + K e^{-\frac{R\pi}{L\omega}}$$

de onde se extrai o valor de K para a eq. (6.22) da evolução de i_d em regime permanente:

$$K = \frac{2\sqrt{2}U \sin(\alpha - \varphi)}{Z \left[e^{\frac{R\pi}{L\omega}} - 1 \right]} \quad (6.23)$$

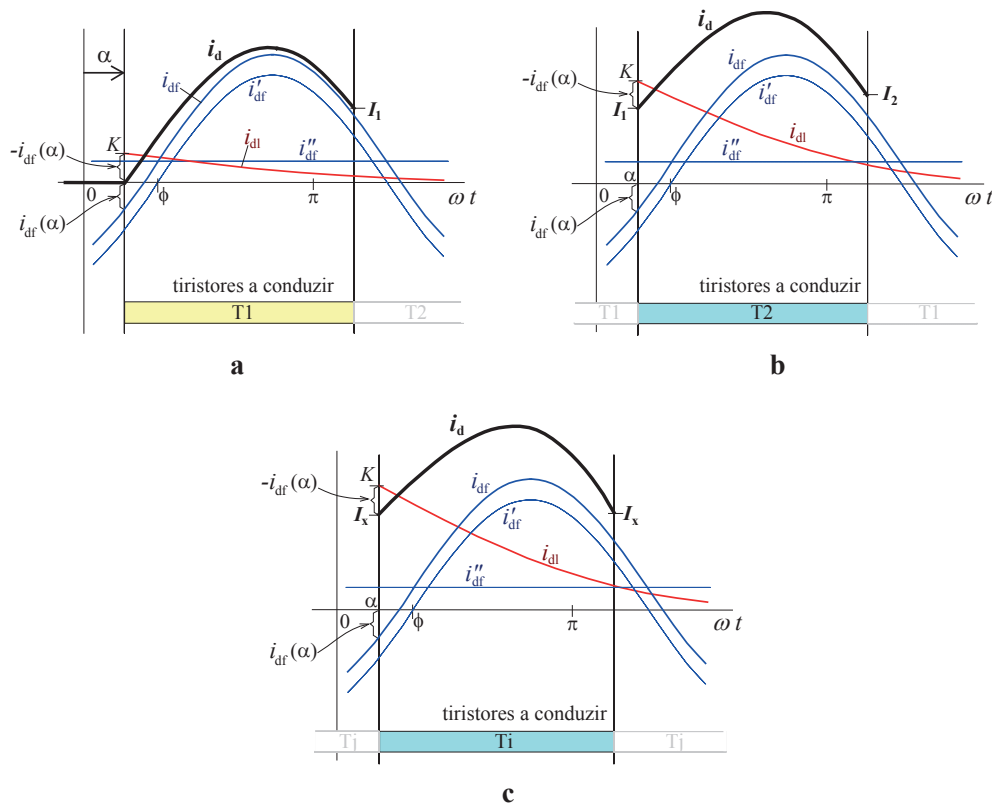


Fig. 6.11 – **a**: diagramas correspondentes ao funcionamento do rectificador controlado bifásico de ponto médio com carga R-L-E no primeiro intervalo de condução. **b**: idem para o segundo intervalo de condução. **c**: situação correspondente ao funcionamento contínuo em regime permanente.

6.4.2- Ângulo de condução no caso de funcionamento descontínuo

Para determinar o intervalo de condução γ de um tiristor disparado em $\omega t = \alpha$, com o circuito inicialmente em repouso, utiliza-se a evolução de corrente expressa por (6.18) e (6.19), ou seja,

$$i_d = \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\omega t - \varphi) - \frac{E}{R} + \left[\frac{E}{R} + \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\varphi - \alpha) \right] e^{-\frac{R}{L}(\omega t - \alpha)} \quad (6.24)$$

onde $\varphi = \arctan(\omega L / R)$ e $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$. Esta expressão é válida apenas enquanto o tiristor conduz, i.e. para $\alpha \leq \omega t \leq \alpha + \pi$.

O instante de anulação da corrente corresponde ao valor de fase $\omega t = \alpha + \gamma$:

$$\frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\alpha + \gamma - \varphi) - \frac{E}{R} + \left[\frac{E}{R} + \frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\varphi - \alpha) \right] e^{-\frac{R}{L} \left(\frac{\alpha + \gamma}{\omega} - \frac{\alpha}{\omega} \right)} = 0$$

Definindo um parâmetro $m = \frac{E}{\sqrt{2}U}$ e atendendo a que $\frac{\omega L}{R} = \tan(\varphi)$ e $\frac{R}{Z} = \cos(\varphi)$,

pode escrever-se a equação anterior na forma

$$\sin(\alpha + \gamma - \varphi) - \frac{m}{\cos(\varphi)} + \left[\frac{m}{\cos(\varphi)} + \sin(\varphi - \alpha) \right] e^{-\frac{\gamma}{\tan(\varphi)}} = 0 \quad (6.25)$$

a qual relaciona quatro grandezas: γ , α , φ e m .

Geralmente pretende-se obter γ em função de valores dados de α , φ e m , mas, no caso geral, a eq. (6.25) só pode ser resolvida em ordem a γ por métodos numéricos. Uma forma expedita de trabalhar consiste em representar graficamente esta função para diferentes valores das grandezas e usar os ábacos com as famílias de curvas resultantes para obter uma qualquer das grandezas dados os valores das restantes. Na eq. (6.25) é muito fácil explicitar $m = f(\alpha, \varphi, \gamma)$:

$$m = \cos(\varphi) \frac{\sin(\alpha + \gamma - \varphi) - e^{-\frac{\gamma}{\tan(\varphi)}} \sin(\alpha - \varphi)}{1 - e^{-\frac{\gamma}{\tan(\varphi)}}} \quad (6.26)$$

Como existem três variáveis independentes, podem usar-se duas delas como parâmetros. Aproveitando a sugestão de Dewan e Straughen constrói-se um ábaco para um dado valor de φ contendo uma família de curvas com sucessivos valores de α . Apresentam-se diagramas nas fig^{as}. 6.12a a 6.12f em número que se considera satisfatório para resolver problemas com maior interesse prático.

Caso se pretenda obter o ângulo de condução γ dados φ , m e α , selecciona-se o ábaco de igual valor de φ , entra-se nele com o valor de m em ordenadas, selecciona-se a curva para o valor de α pretendido (ou as duas mais próximas por forma a interpolar), extraindo-se então o valor de γ .

Se o valor dado de φ se afastar de qualquer daqueles a que correspondem os ábacos, procede-se do modo indicado em dois ábacos para os valores de φ mais próximos do desejado; seguidamente efectua-se um pequeno cálculo de interpolação linear.

Note-se que para ângulos de disparo pequenos, tais que u não tenha ultrapassado o valor de E , não chega a haver condução do tiristor. Por outro lado, para valores de m negativos inferiores ao valor mínimo da curva de α a condução não chega a cessar, i.e. $\gamma \rightarrow \infty$.

RECTIFICADORES CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

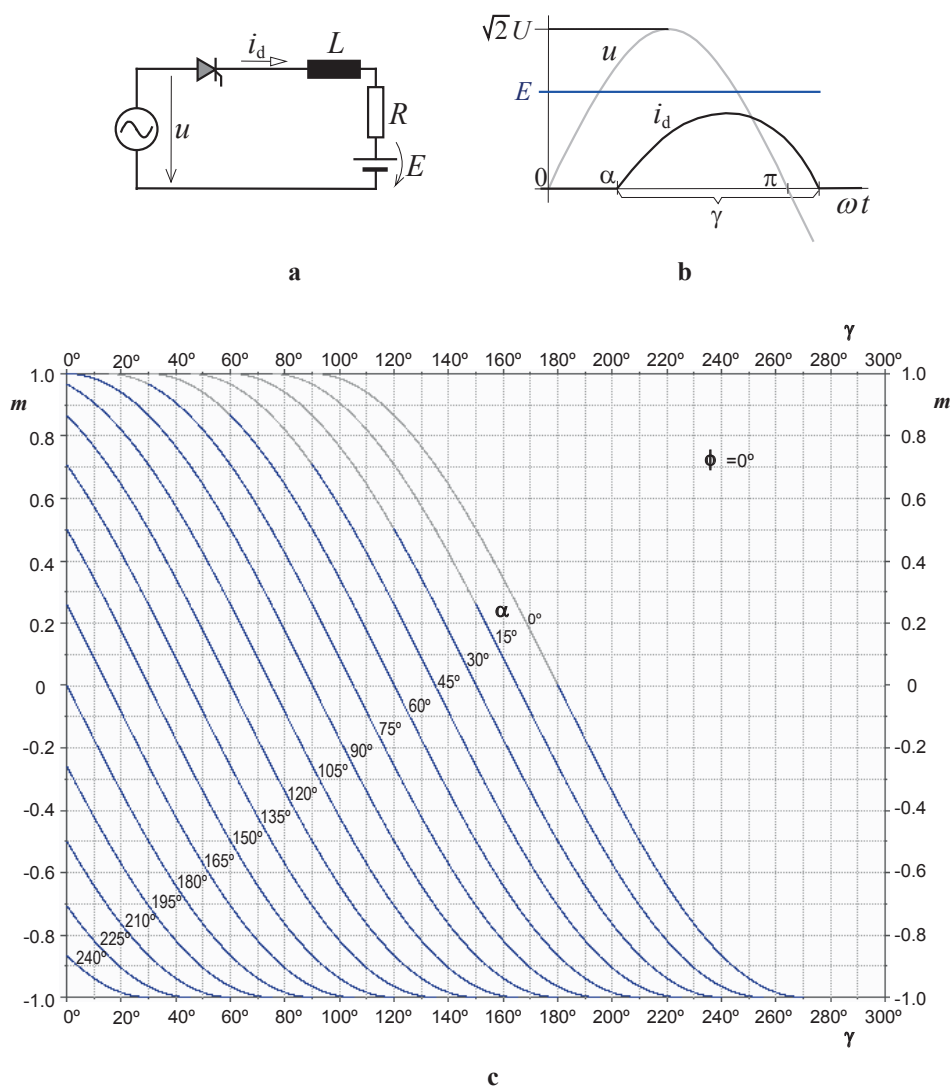


Fig. 6.12 – Determinação gráfica do ângulo de condução γ de um tiristor numa montagem com carga R-L-E.
a: circuito a que se aplica; **b:** ângulo de disparo α medido em relação à passagem da tensão por zero;
c - h: ábacos relacionando γ , m , α e ϕ , sendo $m = E / \sqrt{2}U$ e $\phi = \arctan(\omega L / R)$.

RECTIFICADOR CONTROLADO BIFÁSICO DE PONTO MÉDIO COM CARGA ACTIVA (R-L-E-)

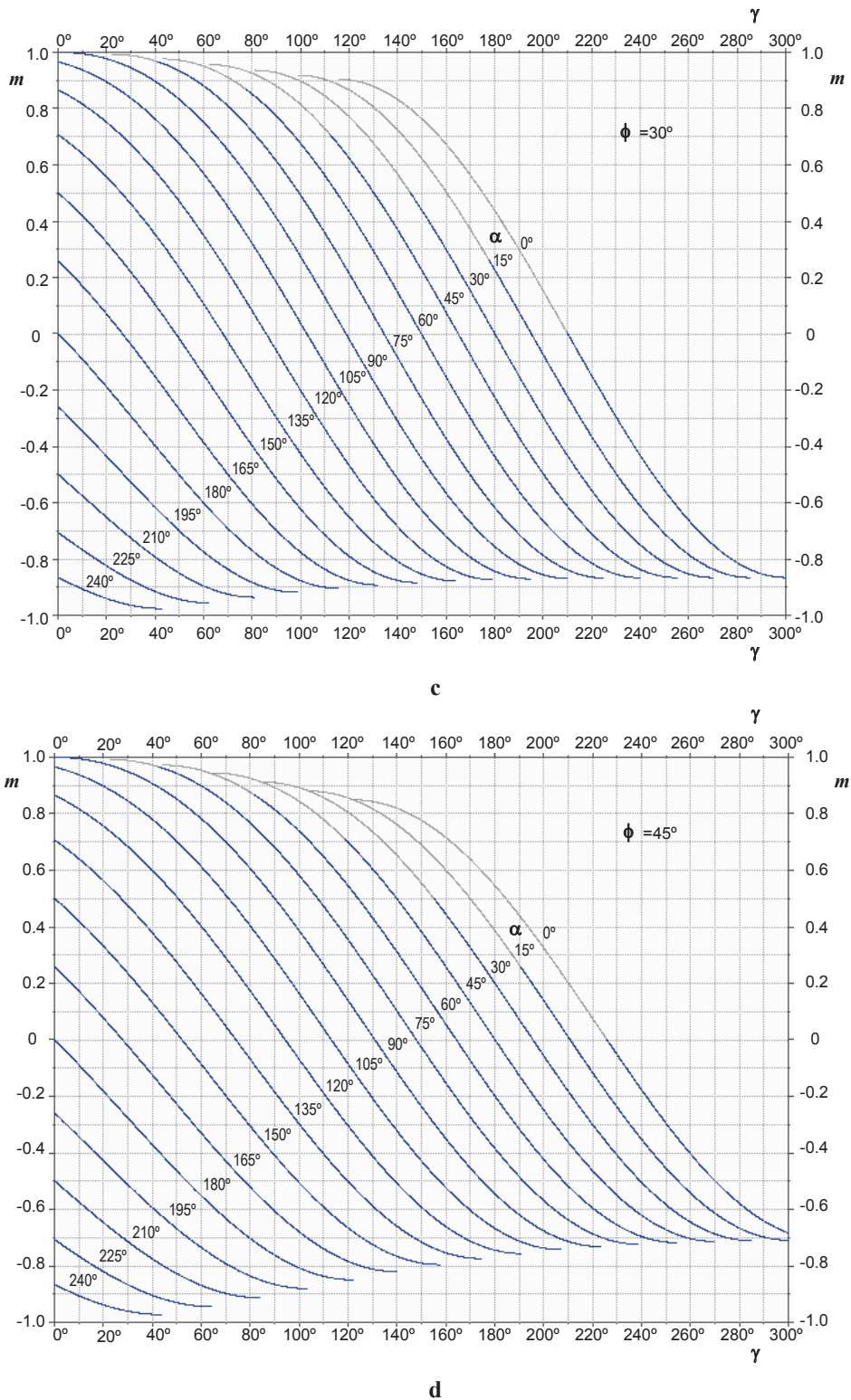


Fig. 6.12 (continuação)– Determinação gráfica do ângulo de condução γ de um tiristor numa montagem com carga R-L-E. **a:** circuito a que se aplica; **b:** ângulo de disparo α medido em relação à passagem da tensão por zero; **c - h:** ábacos relacionando γ , m , α e ϕ , sendo $m = E / \sqrt{2}U$ e $\phi = \arctan(\omega L / R)$.

RECTIFICADORES CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

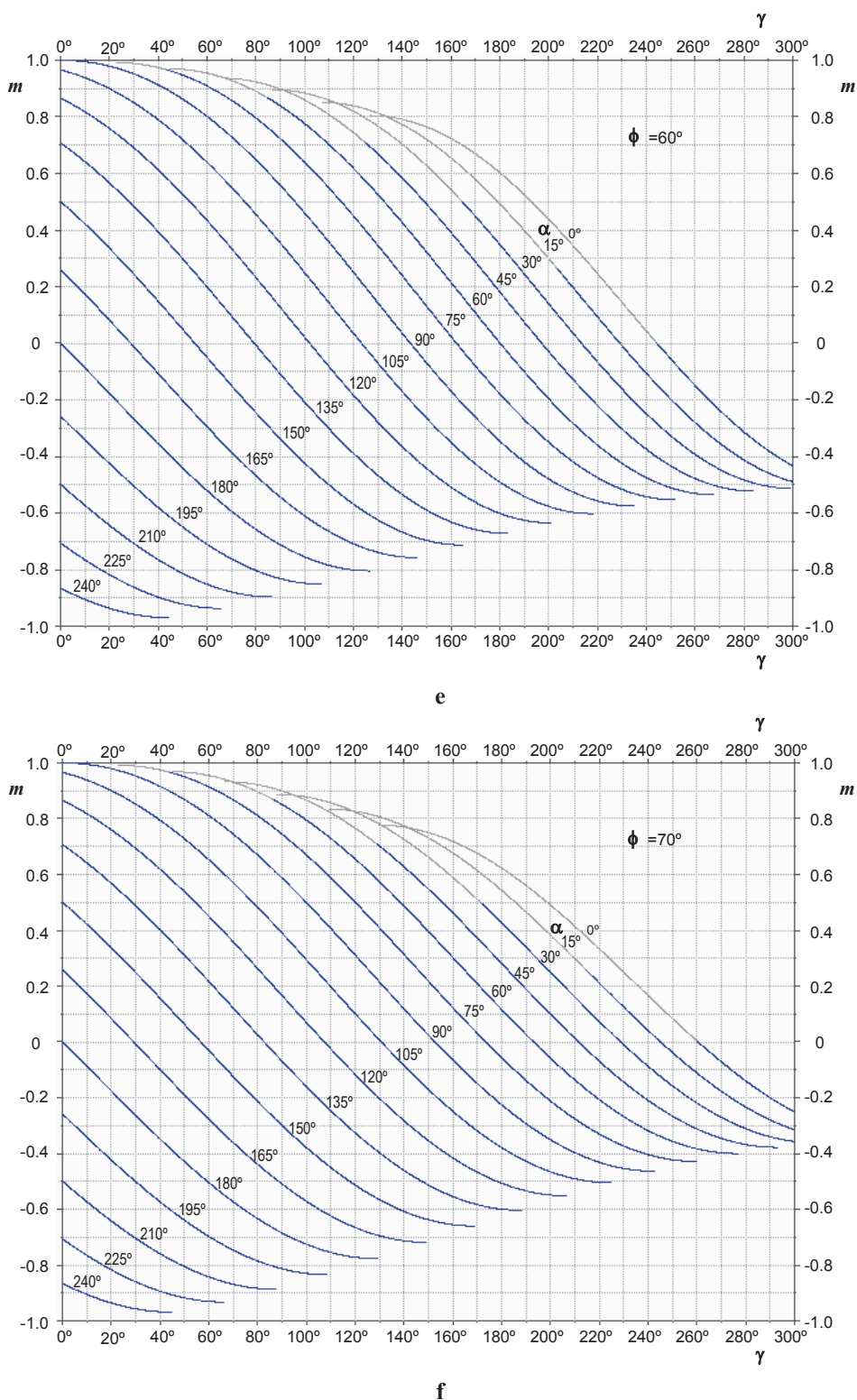


Fig. 6.12 (continuação) – Determinação gráfica do ângulo de condução γ de um tiristor numa montagem com carga R-L-E. **a:** circuito a que se aplica; **b:** ângulo de disparo α medido em relação à passagem da tensão por zero; **c - h:** ábacos relacionando γ , m , α e ϕ , sendo $m = E / \sqrt{2}U$ e $\phi = \arctan(\omega L / R)$.

RECTIFICADOR CONTROLADO BIFÁSICO DE PONTO MÉDIO COM CARGA ACTIVA (R-L-E-)

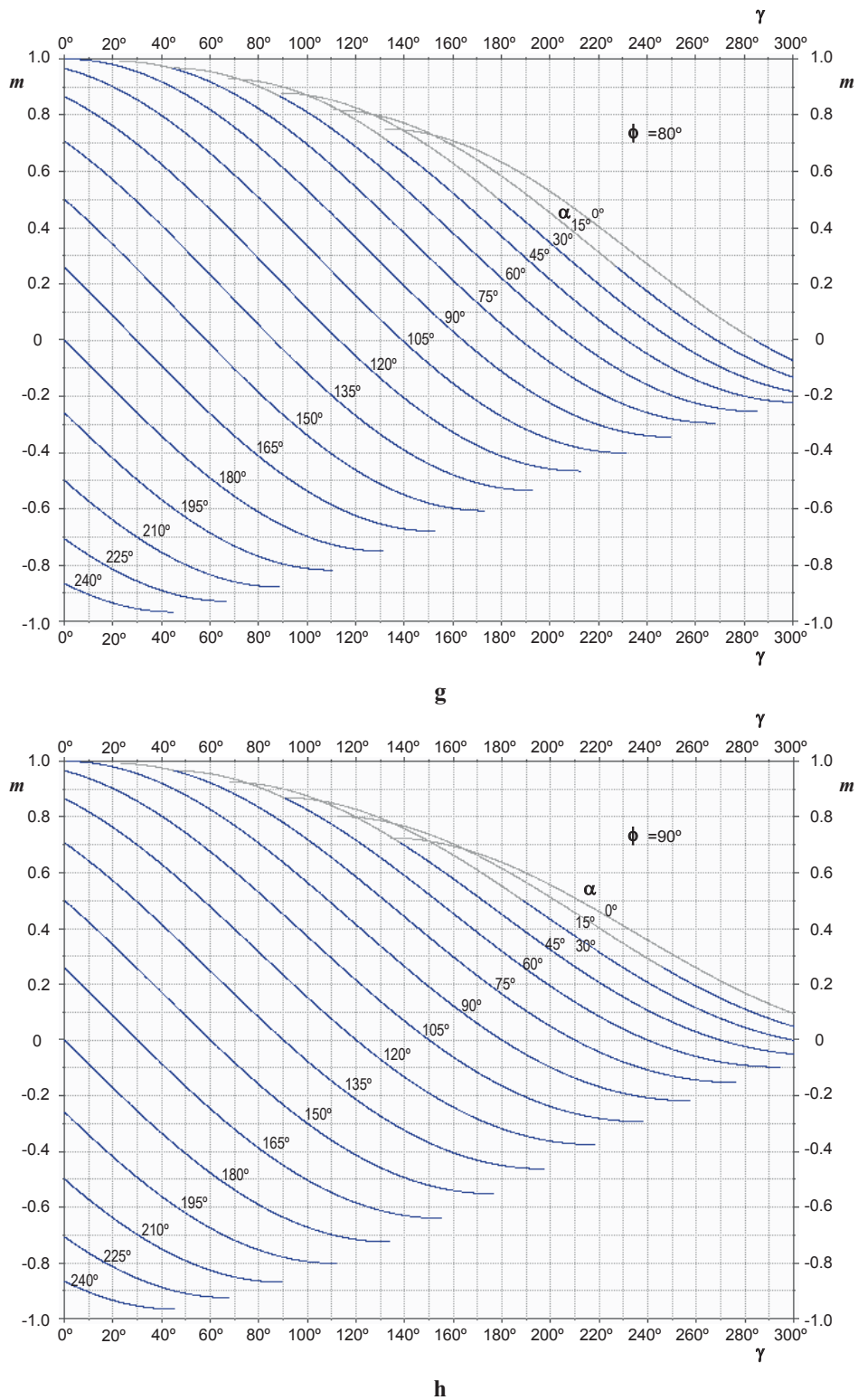


Fig. 6.12 (continuação) – Determinação gráfica do ângulo de condução γ de um tiristor numa montagem com carga R-L-E. **a:** circuito a que se aplica; **b:** ângulo de disparo α medido em relação à passagem da tensão por zero; **c - h:** ábacos relacionando γ , m , α e ϕ , sendo $m = E / \sqrt{2}U$ e $\phi = \arctan(\omega L / R)$.

6.4.3- Relação entre U_d e α

Se houver **funcionamento contínuo** o valor médio da tensão rectificada (cf. fig. 6.13a) continua a exprimir-se pela eq. (6.14), que mostra uma relação cosinusoidal entre U_d e α :

$$U_d = U_{d0} \cos(\alpha), \text{ sendo } U_{d0} = \frac{2\sqrt{2}U}{\pi} \quad (6.27)$$

Com **funcionamento lacunar** a tensão rectificada passa a ter, durante o intervalo em que a corrente é nula, o valor da f.e.m. E (cf. fig. 6.13b). No funcionamento com corrente interrompida há que determinar primeiro o valor do ângulo de condução γ (conforme visto anteriormente). Depois calcula-se o valor médio de u_d usando a expressão que a seguir se deduz:

$$\begin{aligned} U_d &= \frac{1}{\tau} \int_{t_o}^{t_o+\tau} u_d(t) dt = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} u_d(\omega t) d(\omega t) = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\gamma} \sqrt{2}U \sin(\omega t) d(\omega t) + \frac{1}{\pi} \int_{\alpha+\gamma}^{\alpha+\pi} E d(\omega t) = \\ &= \frac{\sqrt{2}U}{\pi} [-\cos(\omega t)]_{\omega t=\alpha}^{\omega t=\alpha+\gamma} + \frac{E}{\pi} (\pi - \gamma) \\ U_d &= \frac{\sqrt{2}U}{\pi} [\cos(\alpha) - \cos(\alpha + \gamma)] + \frac{E}{\pi} (\pi - \gamma) \end{aligned} \quad (6.28)$$

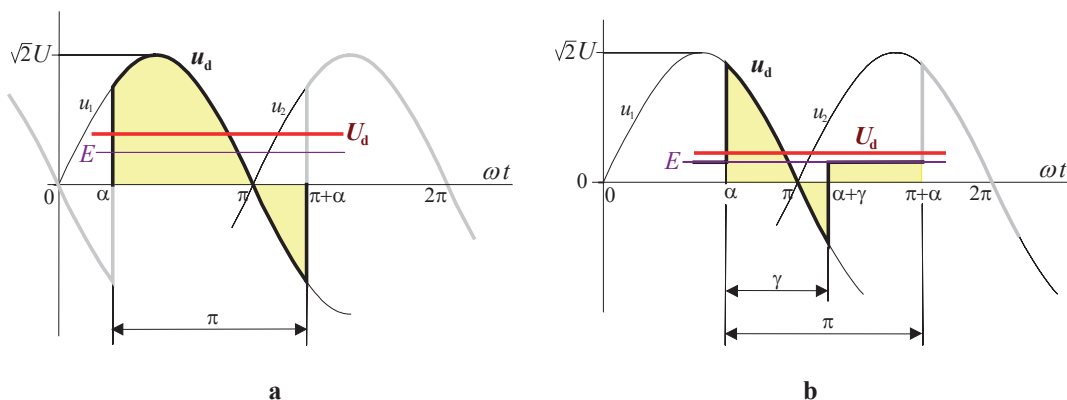


Fig. 6.13 – Evolução de um período da tensão rectificada nas duas situações distintas de funcionamento: **a** - com corrente contínua; **b** - com corrente lacunar.

Com este tipo de carga, na ausência de disparos e de condução dos tiristores a tensão u_d fica permanentemente igual E . Para valores elevados de α , tais que o intervalo de condução fique cada vez mais reduzido, o valor médio da tensão rectificada tende naturalmente para $U_d = E$, não podendo tornar-se inferior a este valor. Este facto é assinalado na fig. 6.14a.

É muito importante reparar no que pode suceder se houver **f.e.m. E negativa**. De facto, quando assim é, e se o valor de α for suficientemente elevado (acima dos 90°), o valor médio U_d torna-se negativo, conforme se observa na fig. 6.14b. Nessas condições há transferência de energia do lado de DC para o lado de AC dizendo-se que **o rectificador funciona como ondulator** ou *inversor*. A fig. 6.15 descreve o funcionamento do conversor nesta situação.

A tensão média produzida por um rectificador controlado pode ser ajustada entre os limites $+U_{d0}$ e $-U_{d0}$ variando o ângulo entre 0 e 180° , respectivamente. No entanto, por razões de ordem prática, o ângulo de disparo nunca chega a ser exactamente nulo, nem pode ser forçado a alcançar 180° (por razões que serão explicadas posteriormente).

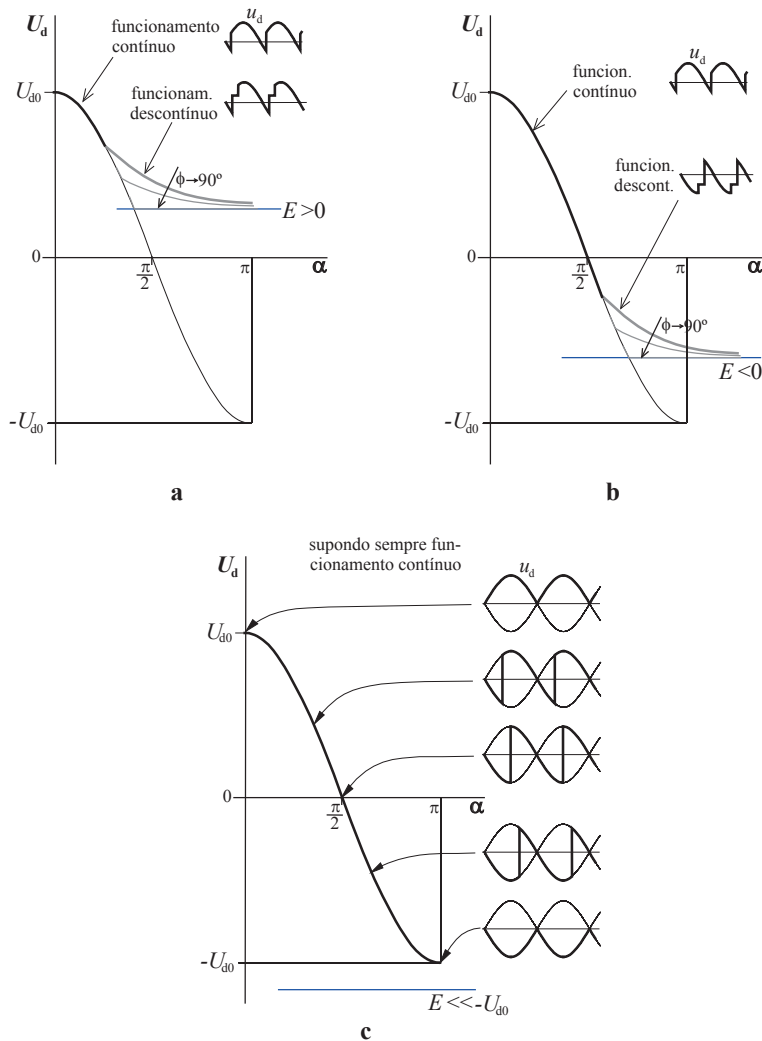


Fig. 6.14 – Representação gráfica da relação entre U_d e α no rectificador bifásico de ponto médio com carga R-L-E: **a-** caso em que a f.e.m. é positiva e existe um pequeno trecho de funcionamento contínuo possível; **b-** caso com f.e.m. negativa estendendo as condições de funcionamento contínuo; **c-** exemplo com a f.e.m. muito negativa de tal modo que existisse sempre funcionamento contínuo na gama $0 \leq \alpha \leq \pi$.

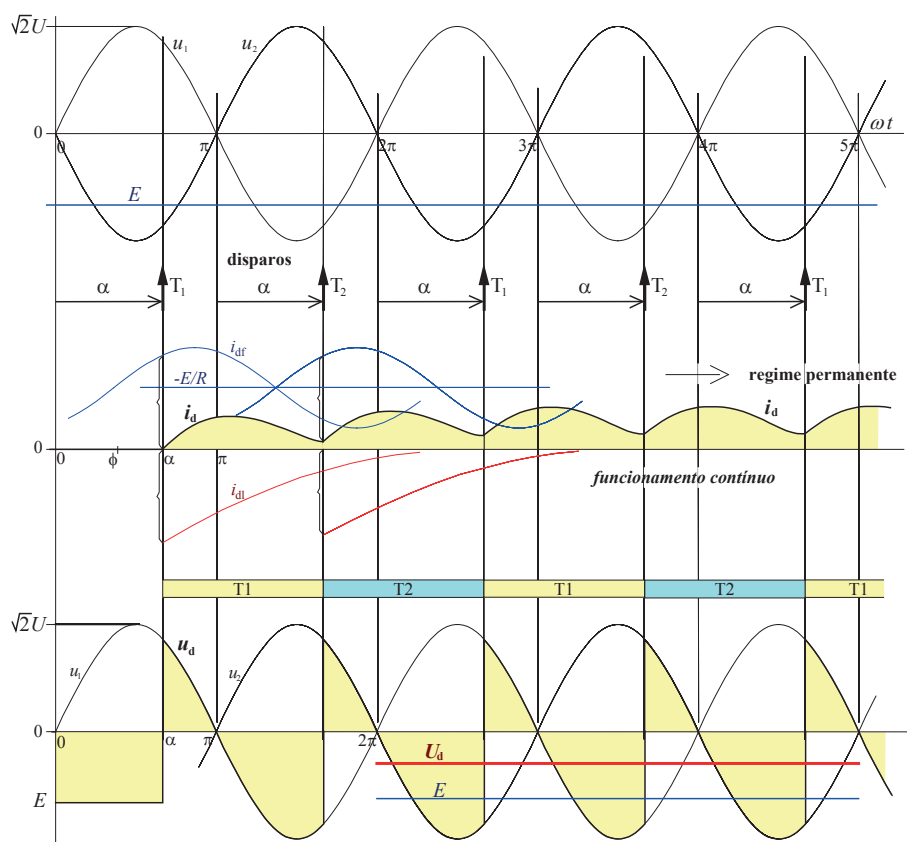


Fig. 6.15 – Diagramas de operação do rectificador bifásico de ponto médio controlado como ondulator; a f.e.m. E é negativa e o ângulo de disparo superior a 90° ; neste exemplo verifica-se funcionamento contínuo.

6.4.4- Quadrantes de funcionamento; balanço de potências

Em qualquer regime de funcionamento a corrente em DC rege-se por

$$u_d = L \frac{di_d}{dt} + Ri_d + E \quad (6.29)$$

Tendo em conta a definição do valor médio de i_d , bem como o facto de, em regime permanente, $i_d(T) = i_d(0)$, acha-se:

$$\begin{aligned} U_d &= \frac{1}{T} \int_0^T u_d(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \left[L \frac{di_d}{dt} + Ri_d + E \right] dt = \frac{1}{T} \int_0^T L \frac{di_d}{dt} dt + \frac{1}{T} \int_0^T Ri_d dt + \frac{1}{T} \int_0^T E dt = \\ &= L \frac{1}{T} \int_0^T di_d + R \frac{1}{T} \int_0^T i_d dt + E = L \frac{1}{T} \underbrace{[i_d(T) - i_d(0)]}_0 + R \frac{1}{T} \int_0^T i_d dt + E = RI_d + E \end{aligned}$$

Logo, o **valor médio da corrente rectificadora** obedece à relação seguinte qualquer que seja o modo de funcionamento:

$$I_d = \frac{U_d - E}{R} \quad (6.30)$$

Já foi constatado que U_d nunca se pode tornar inferior a E ; por seu lado, a corrente rectificadora tem de ser sempre $I_d \geq 0$. Mas foi visto que U_d pode assumir valores positivos ou negativos. A representação dos possíveis pontos de funcionamento do rectificador controlado no plano $\{U_d, I_d\}$ ocupa **dois quadrantes**, o 1º e o 4º, conforme representação da fig. 6.16.

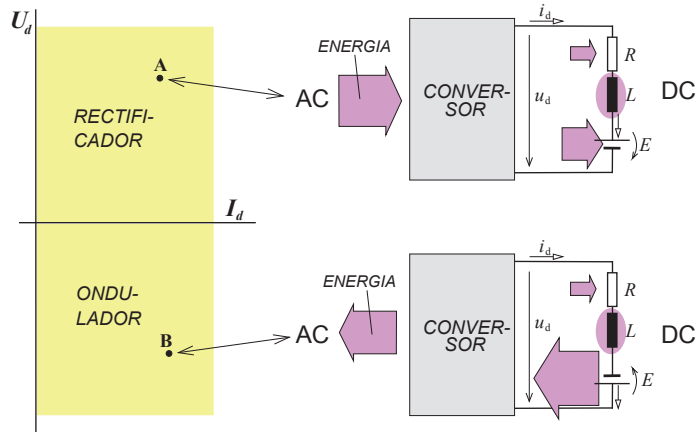


Fig. 6.16 – Quadrantes de operação de um rectificador controlado no plano $\{U_d, I_d\}$: em qualquer ponto de funcionamento do 1º quadrante (p.ex. no ponto A) o conversor envia energia do lado de AC para o de DC. Em qualquer ponto de funcionamento do 4º quadrante (p.ex. no ponto B) o conversor transfere energia do lado de DC para AC; esta situação só é possível com $E < 0$.

Vale a pena analisar o balanço energético no circuito. A potência instantânea entregue à carga em DC através do rectificador exprime-se por $p_d = u_d i_d$. Por seu lado, a correspondente **potência média**, ou **potência activa**, em regime permanente, pode calcular-se por

$$P_d = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau u_d i_d dt = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \left(R i_d + L \frac{di_d}{dt} + E \right) i_d dt = R \underbrace{\frac{1}{\tau} \int_0^\tau i_d^2 dt}_{I_{\text{def}}^2} + L \underbrace{\frac{1}{\tau} \int_{i_d(0)}^{i_d(\tau)} i_d di_d}_0 + E \underbrace{\frac{1}{\tau} \int_0^\tau i_d dt}_{I_d}$$

$$P_d = EI_d + RI_{\text{def}}^2 \tag{6.31}$$

A parcela RI_{def}^2 , onde I_{def} simboliza o valor eficaz de i_d , corresponde a perdas de Joule em R , sendo sempre positiva, i.e. dispendida no lado de DC. A parcela EI_d corresponde à potência média entregue ao elemento de f.e.m. E : no caso de $E > 0$ trata-se de potência absorvida por E , mas se for $E < 0$ trata-se de potência debitada por E , pois $I_d \geq 0$ sempre. Por exemplo, no caso de a carga DC ser o induzido de uma máquina de corrente contínua, a parcela EI_d traduz a potência de conversão electromecânica: com $E > 0$ existe transferência global de energia electromagnética para energia mecânica, ao passo que, com $E < 0$, existe transferência global de energia mecânica para energia electromagnética no circuito.

No circuito de rectificação em estudo a potência média P_d pode ser positiva ou negativa, correspondendo a uma transferência global de energia de AC para DC ou de DC para AC, respectivamente. Esta última situação, na qual se diz que o conversor funciona como

ondulador ou **inversor**, só pode ocorrer se E for negativa e se a parcela $E I_d$ tiver magnitude superior a $R I_{\text{def}}^2$. Este balanço energético está pictoricamente assinalado na fig. 6.15: no 1º quadrante o conversor envia energia de AC para DC, ao passo que no 4º quadrante o conversor transfere energia de DC para AC. A auto-indução armazena energia magnética e devolve-a em regime transitório, mas não intervém na transferência de potência média.

Sublinha-se, uma vez mais, que os rectificadores a tiristores são conversores de comutação natural desencadeada pela evolução das tensões alternas. O seu funcionamento como onduladores exige igualmente a presença das tensões alternas impostas no lado de AC para poderem operar enviando energia de DC para AC. Por conseguinte não podem funcionar como onduladores autónomos criando tensões AC a partir de uma fonte DC. Para esta última finalidade existe uma classe de conversores de comutação forçada, designados por onduladores de tensão, que serão estudados mais adiante.

6.4.5- Decomposição harmónica

A análise harmónica da tensão e da corrente em DC são úteis para recuperar várias conclusões já encontradas nos rectificadores não controlados. A tensão rectificadora apresenta o seguinte desenvolvimento em série de Fourier:

$$u_d = U_d + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin(2k\omega t) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cos(2k\omega t) \quad (6.32)$$

onde a componente contínua se sabe calcular, quer em funcionamento contínuo quer em descontinuo, e as amplitudes das harmónicas se determinam pelo método visto no Anexo 2.

Como a carga é linear pode-se calcular a corrente rectificadora provocada por cada componente da série da tensão e, pelo princípio da sobreposição, determinar i_d como o somatório de todas essas componentes, ou seja,

$$i_d = I_d + \sum_{k=1}^{\infty} p_k \sin(2k\omega t - \Phi_k) + \sum_{k=1}^{\infty} q_k \cos(2k\omega t - \Phi_k) \quad (6.33)$$

onde

$$I_d = \frac{U_d - E}{R}, \quad p_k = \frac{a_k}{Z_k}, \quad q_k = \frac{b_k}{Z_k} \quad (6.34)$$

$$Z_k = \sqrt{R^2 + (2k\omega L)^2}, \quad \Phi_k = \arctg \frac{2k\omega L}{R}$$

As amplitudes das harmónicas de corrente obtiveram-se dividindo as amplitudes das harmónicas correspondentes de tensão pelos módulos das impedâncias à frequência dessas harmónicas. Quanto maior for o valor de L maior serão os valores absolutos das impedâncias, logo, menores serão as componentes harmónicas da corrente p_k e q_k . Ou seja, quanto maior for L face a R menos importância terão as harmónicas e mais lisa será a corrente i_d .

O valor eficaz de i_d calcula-se pela raiz quadrada da soma dos quadrados dos valores eficazes de todas as componentes do desenvolvimento (5.33)*:

$$I_{\text{def}} = \sqrt{I_d^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{p_k}{\sqrt{2}}\right)^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{q_k}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{I_d^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} (p_k^2 + q_k^2)} \quad (6.35)$$

Quanto maior for L face a R menos importância terão p_k e q_k face a I_d e mais o valor de I_{def} se aproxima de I_d . No limite, quando $\omega L/R$ tende para infinito, vem $i_d = I_d = I_{\text{def}}$ (cf. fig. 6.17). Em casos práticos é frequente ter $\omega L \gg R$ sendo, para muitos efeitos, lícito admitir esta aproximação.

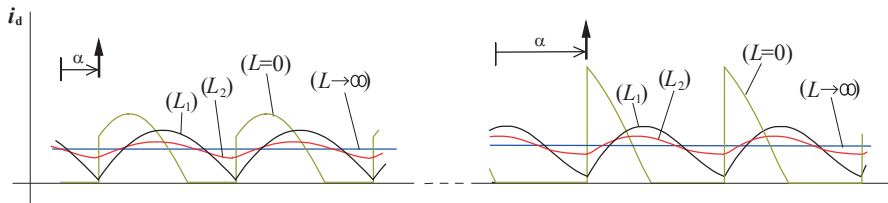


Fig. 6.17 – Evoluções da corrente i_d em regime permanente para diferentes valores de α e de L ($0 < L_1 < L_2$) e com R invariável.

Assim, embora a situação correspondente a $L \rightarrow \infty$ (ou $\phi = 90^\circ$) seja ideal, é habitual ver a **representação simplificada de correntes** nos rectificadores como a indicada na fig. 6.18.

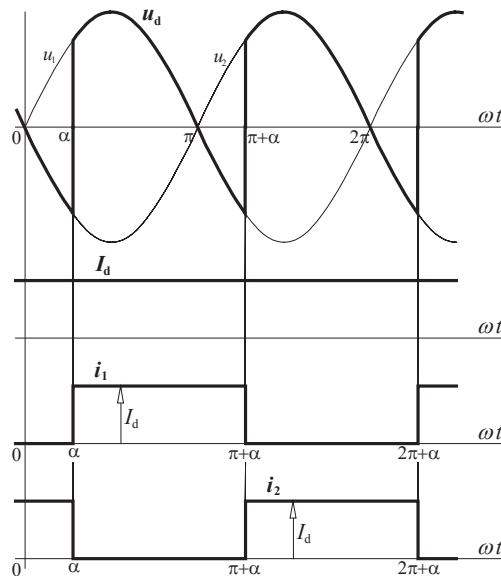


Fig. 6.18 – Evolução de grandezas no rectificador bifásico de ponto médio na hipótese simplifcativa de $\omega L \gg R$.

* p_k e q_k são amplitudes, $p_k/\sqrt{2}$ e $q_k/\sqrt{2}$ são os respectivos valores eficazes.

6.4.6- Dimensionamento dos tiristores

Os rectificadores controlados, em geral, aparecem dotados de cadeias de controlo automático capazes de impedir a corrente I_d de exceder determinado limite (I_{dmax}) estipulado. Caso não exista esse tipo de auto-protecção activa dimensionam-se os semicondutores para a pior situação de funcionamento previsível na carga (R mínimo).

No conversor aqui em estudo os tiristores e respectivos dissipadores têm de satisfazer aos seguintes *ratings* fundamentais:

$$\text{Valor médio de corrente directa: } I_{TAV} > \frac{I_{dmax}}{2} \text{ (com forma rectangular de } 180^\circ \text{)*.}$$

$$\text{Valor eficaz de corrente directa: } I_{TRMS} > \frac{I_{dmax}}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Tensão directa de pico repetitivo: } U_{DRM} \gg 2\sqrt{2}U.$$

$$\text{Tensão inversa de pico repetitivo: } U_{RRM} \gg 2\sqrt{2}U.$$

Nos rectificadores a protecção contra di/dt fica normalmente assegurada pela presença das reactâncias de dispersão no transformador de rectificação usado, (a pior situação ocorre na comutação de um tiristor para outro); se for necessário acrescenta-se uma pequena reactância de protecção, em cada fase, calculável por método idêntico ao seguido na cap. 5. A protecção contra du/dt será conseguida à custa de um circuito atenuador (*snubber*) constituído por malha RC em paralelo com o tiristor, conforme também foi visto no cap. 5.

* admitindo corrente i_d lisa como na fig. 6.17.

6.5- Rectificador controlado trifásico de ponto médio

Seja agora a montagem de rectificador controlado trifásico de ponto médio, com carga R-L-E, representado na fig. 6.19a. As tensões alternadas impostas formam um sistema trifásico sinusoidal simétrico de valor eficaz U (cf. fig. 6.19b):

$$u_1 = \sqrt{2}U \sin(\omega t), \quad u_2 = \sqrt{2}U \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad u_3 = \sqrt{2}U \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right).$$

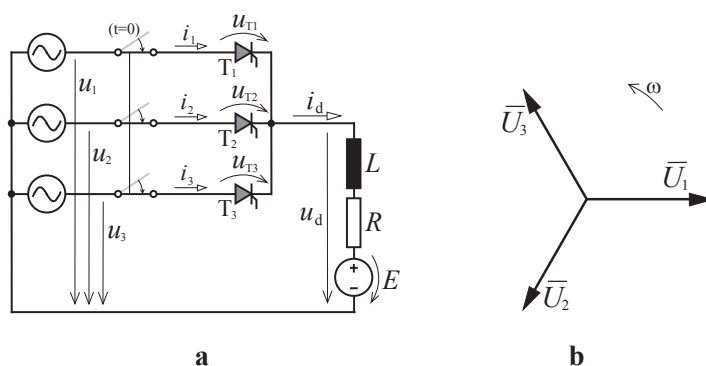


Fig. 6.19 – a: Esquema do circuito de rectificação trifásico de ponto médio controlado e com carga R-L-E; b: fasores do sistema trifásico de tensões.

6.5.1- Funcionamento contínuo e descontínuo; presença de f.e.m.

Comece-se pelo caso de $E=0$ (ou seja, apenas carga R-L) no rectificador da fig. 9.19a, cujo funcionamento se pode analisar observando os diagramas da fig. 6.20. A origem para a **medição do ângulo de disparo** de cada tiristor, como se sabe, corresponde ao instante em que o mesmo iniciaria a condução se o rectificador fosse apenas constituído por díodos. Por conseguinte, para T_1 o ângulo α mede-se a partir de $\omega t = \pi/6$ (quando u_1 se torna a maior das tensões), para T_2 a partir de $\omega t = 5\pi/6$ e para T_3 a partir de $\omega t = 3\pi/2$. Atente-se no facto de as origens dos ângulos de disparo não coincidirem com a passagem das tensões simples por zero, mas sim com a passagem de determinadas tensões compostas por zero.

Admita-se que o circuito está inicialmente em repouso e que T_1 é disparado em $\omega t = \pi/6 + \alpha$; o tiristor T_1 encontra-se polarizado directamente pela tensão* $u_1 - E$ e começa imediatamente a conduzir corrente no circuito $u_1 - T_1 - L - R - E - u_1$. A corrente i_d evolui em regime transitório de forma análoga à que se viu a propósito do rectificador bifásico de ponto médio, forçada pelas tensões impostas u_1 e E e atenuada pelos elementos passivos R e L .

* assinala-se a presença de E , por generalidade, embora se esteja ainda a admitir que a f.e.m. é nula.

RECTIFICADORES CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

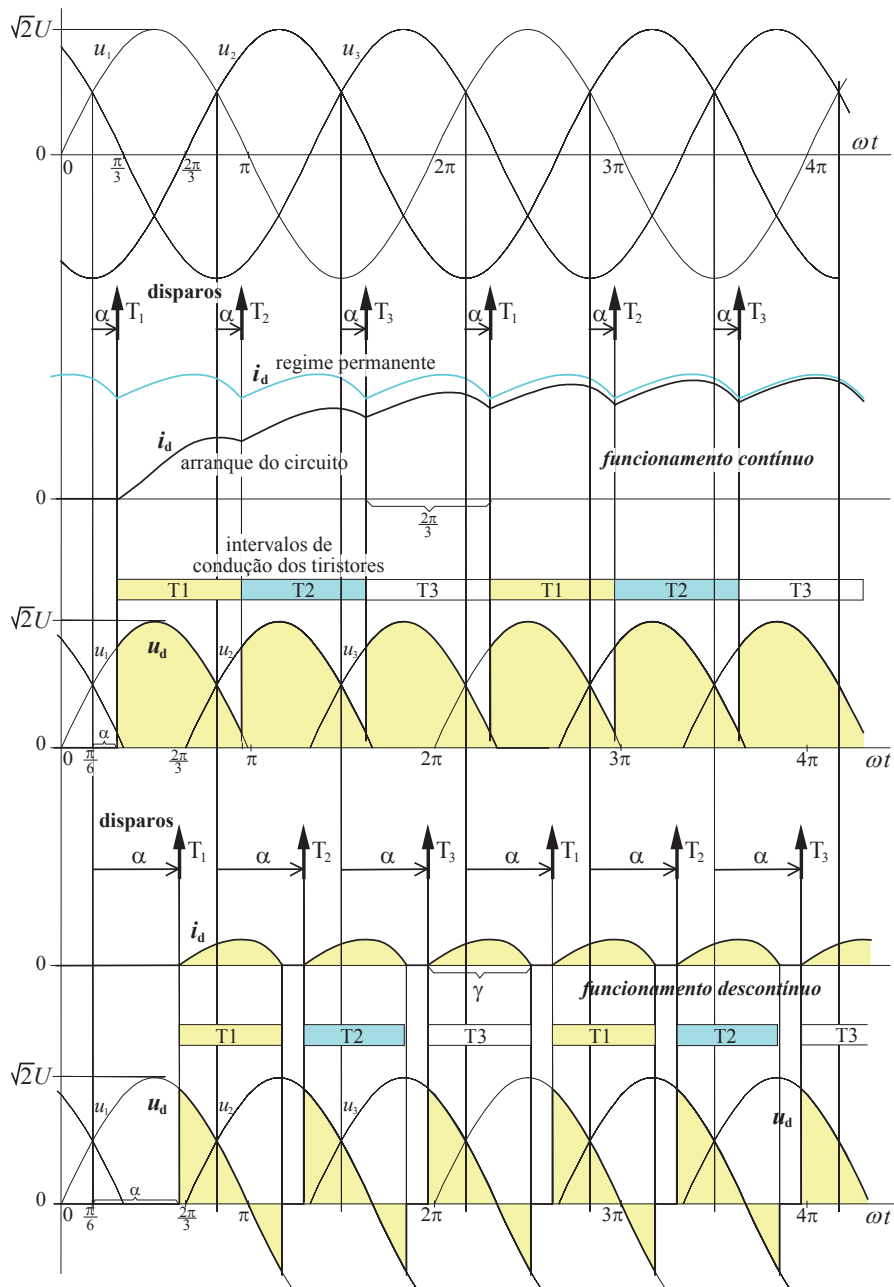


Fig. 6.20 – Diagramas de operação do rectificador controlado trifásico de ponto médio com carga R-L para dois valores de ângulo de disparo: um que causa funcionamento contínuo e outro que causa funcionamento descontinuo.

Continuando a acompanhar a fig. 6.20, considere-se que em $\omega t = \frac{5\pi}{6} + \alpha$, quando surge o disparo de T_2 , o tiristor T_1 ainda se encontra a conduzir; nesse instante a tensão directa aos terminais de T_2 é $u_2 - u_1 > 0$; este tiristor começa pois a conduzir, sendo T_1 forçado a passar ao corte (ficando polarizado inversamente com a tensão $u_2 - u_1$). A corrente i_d sofre nova evolução

transitória a partir do valor que tinha alcançado no fim do intervalo de condução de T_1 . Quando em $\omega t = \frac{3\pi}{2} + \alpha$ o tiristor T_3 é disparado encontra-se polarizado directamente pela tensão $u_3 - u_2 > 0$ e entra à condução, extinguindo a corrente em T_2 . O valor da corrente i_d no fim de cada intervalo de condução vai sendo ligeiramente superior ao seu valor inicial, mas com uma diferença cada vez menor, evoluindo, deste modo, para o regime permanente, no qual a evolução da corrente se torna periódica.

O intervalo de condução dos tiristores neste circuito, em funcionamento contínuo, é de 120° (ou $\gamma = 2\pi/3$)*. Mas pode acontecer que o intervalo de condução de cada tiristor seja inferior a este valor e passa a ter-se funcionamento descontínuo, também chamado lacunar ou com corrente interrompida, conforme se pode observar nos diagramas da parte inferior da fig. 6.20.

No caso de ter **f.e.m. não nula** o funcionamento é perfeitamente análogo ao que se acabou de descrever, mas agora a f.e.m. contribui com uma parcela $(-E/R)$ de regime forçado para a evolução da corrente i_d . Sendo $E > 0$ este contributo faz baixar os valores de corrente atingíveis relativamente ao caso de $E = 0$; continua a existir a possibilidade de ter funcionamento contínuo ou descontínuo, conforme se pode observar na fig. 6.21.

A determinação do intervalo de condução de cada tiristor pode ser feita pelo método gráfico descrito na secção 6.4.2, utilizando os ábacos da fig. 6.12. Porém, como neste circuito o início da marcação do ângulo de disparo α de um dado tiristor só ocorre 30° depois da passagem por zero da tensão simples da respectiva fase, há que entrar nos ábacos com o valor de α corrigido, ou seja com $\alpha' = \alpha + 30^\circ$.

Neste circuito o disparo de um tiristor a partir do repouso só tem sucesso se, nesse instante, a tensão simples na respectiva fase for superior à f.e.m., i.e. o ângulo mínimo de disparo obtém-se como se segue (só interessando valores positivos):

$$\alpha_{\min} = \arcsin \frac{E}{\sqrt{2}U} - 30^\circ \quad (6.36)$$

Em funcionamento contínuo e regime permanente a corrente i_d assume igual valor no início e no fim de cada intervalo de condução. Assim, no intervalo $\pi/6 + \alpha \leq \omega t \leq 5\pi/6 + \alpha$, procedendo como é habitual, encontra-se

$$i_d = -\frac{\sqrt{2}U}{Z} \sin(\omega t - \phi) - \frac{E}{R} + K e^{-\frac{R}{L}(t - \frac{\pi}{6} + \alpha)} \quad (6.37)$$

$$\text{com } K = 2\sqrt{2}U \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha - \phi\right) \Big/ \left\{ Z \left[e^{\frac{2R\pi}{3\omega L}} - 1 \right] \right\}.$$

* recorda-se que, quando nenhuma outra unidade for indicada, os ângulos estão expressos na unidade natural, o radiano, de acordo com o SI; por outro lado, note-se que em Física o ângulo não tem dimensões.

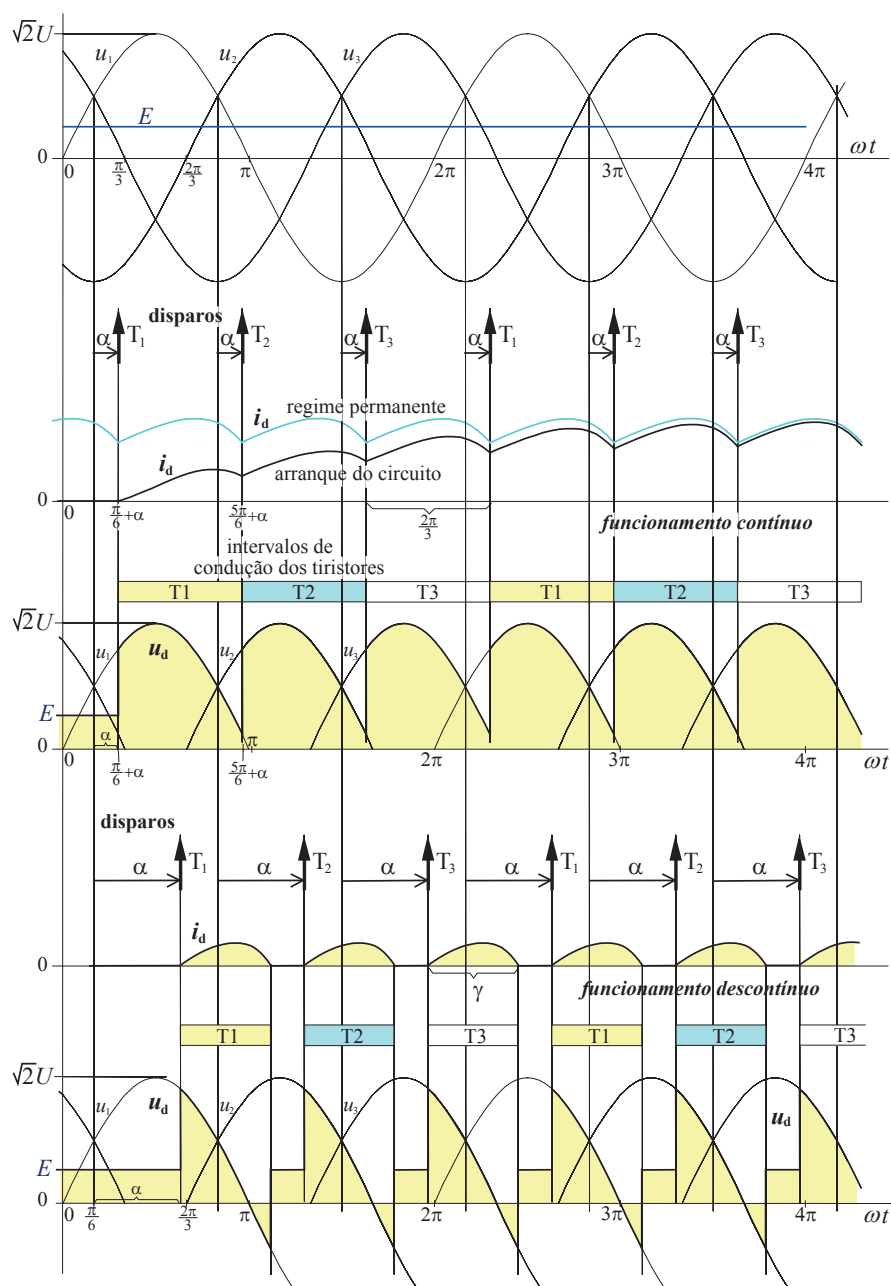


Fig. 6.21 – Diagramas de operação do retificador controlado trifásico de ponto médio com carga R-L-E, com $E > 0$, para dois valores de ângulo de disparo: um que causa funcionamento contínuo e outro que causa funcionamento descontínuo.

6.5.2- Valores médios; funcionamento como ondulator; decomposição harmónica

Em funcionamento contínuo a tensão média rectificada obtém-se por

$$U_d = \frac{3}{2\pi} \int_{\pi/6+\alpha}^{5\pi/6+\alpha} \sqrt{2}U \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{3\sqrt{2}U}{2\pi} \left[\cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{5\pi}{6} + \alpha\right) \right] =$$

$$U_d = U_{d0} \cos(\alpha), \text{ com } U_{d0} = \frac{3\sqrt{6}U}{2\pi} \quad (6.38)$$

Em funcionamento descontinuo exprime-se por

$$U_d = \frac{3\sqrt{2}U}{2\pi} \left[\cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{5\pi}{6} + \alpha + \gamma\right) \right] + \frac{3E}{2\pi} \left(\frac{2\pi}{3} - \gamma \right) \quad (6.39)$$

Com funcionamento contínuo o valor médio U_d é univocamente imposto pelo ângulo de disparo α , segundo uma relação co-sinusoidal. Com funcionamento descontinuo U_d depende não só de α mas também de E e de γ (que, por sua vez, depende de E e de ϕ). Estes aspectos estão patentes nos diagramas da fig. 6.22a e 6.22b.

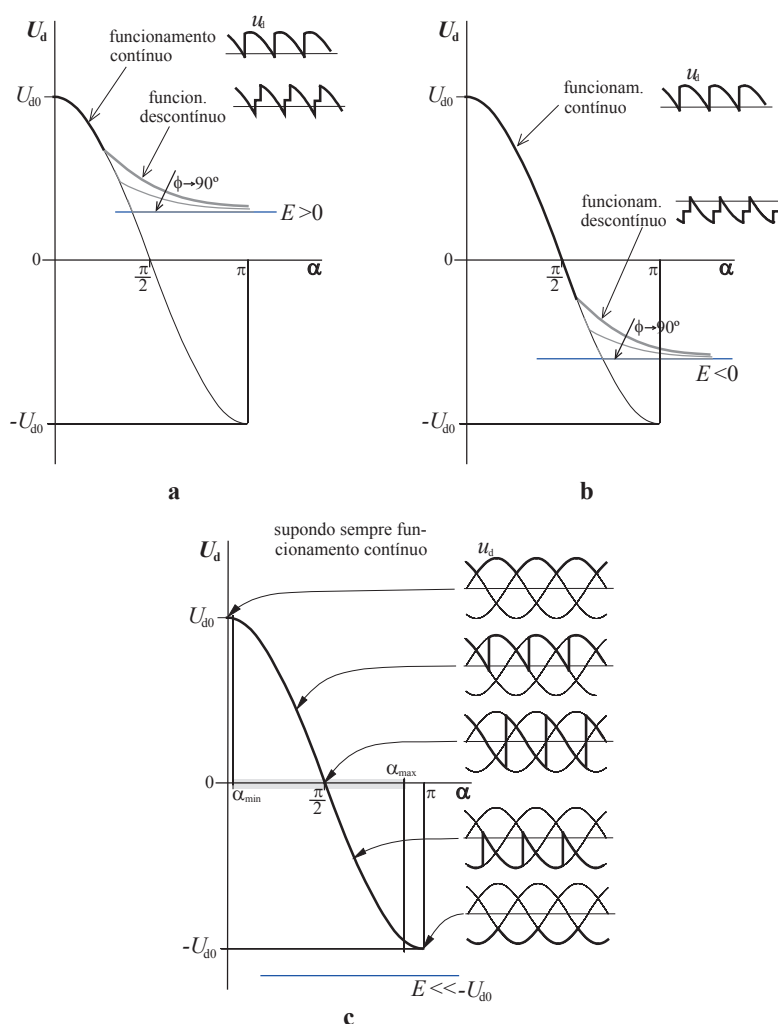


Fig. 6.22 – Representação gráfica da relação entre U_d e α no rectificador trifásico de ponto médio com carga R-L-E: **a**- caso em que a f.e.m. é positiva e existe um pequeno trecho de funcionamento contínuo possível; **b**- caso com f.e.m. negativa existe funcionamento contínuo em maior extensão; **c**- exemplo com a f.e.m. muito negativa de tal modo que existisse sempre funcionamento contínuo na gama $0 \leq \alpha \leq \pi$.

Note-se que U_d nunca pode resultar inferior a E . Note-se igualmente que é possível atingir valores de U_d negativos, o conversor a funcionar como **ondulador**, para $\alpha > 90^\circ$, desde que E seja negativa. Os diagramas da fig. 6.23 ilustram este tipo de funcionamento.

Se houvesse sempre funcionamento contínuo (fig. 6.22c) U_d seria teoricamente ajustável entre U_{d0} e $-U_{d0}$, variando α desde 0° a 180° , respectivamente. Na prática os limites de α admissíveis são mais apertados, especialmente o limite superior que não costuma colocar-se acima de 150 ou 160° .

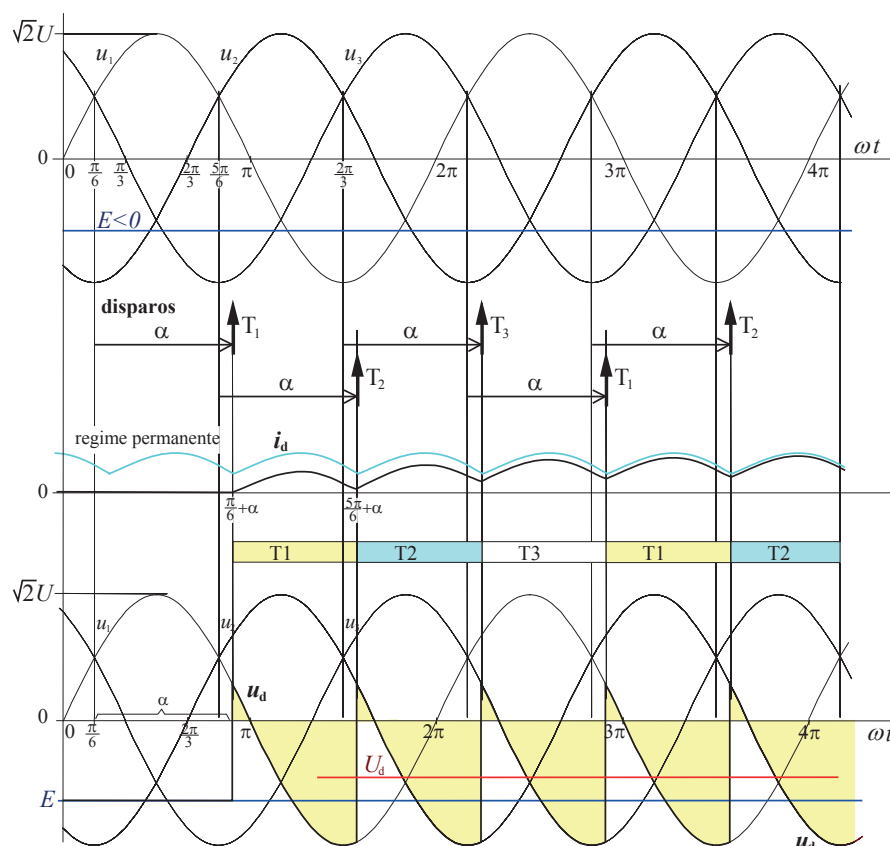


Fig. 6.23 – Diagramas de operação, em funcionamento contínuo, do rectificador controlado trifásico de ponto médio com carga R-L-E, para $E < 0$ e com $\alpha > 90^\circ$, de modo a obter $U_d < 0$, ou seja, funcionamento como ondulador.

O **valor médio da corrente rectificada** obedece sempre, qualquer que seja o modo de funcionamento, à expressão já anteriormente deduzida

$$I_d = \frac{U_d - E}{R} \quad (6.40)$$

A **potência entregue à carga** em regime permanente exprime-se por

$$P_d = EI_d + RI_{d\text{def}}^2 \quad (6.41)$$

No caso de funcionamento contínuo com corrente lisa fica $I_{\text{def}} \approx I_d$ pelo que também se poderia considerar $P_d \approx U_d I_d$. Relembra-se que o conversor funciona como ondulator quando $P_d < 0$, o que requer $E < 0$ e $|EI_d| > RI_{\text{def}}^2$.

A **análise harmónica** da tensão rectificadora, em regime permanente e com funcionamento contínuo, para este rectificador conduz aos seguintes resultados:

$$u_d = U_d + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin(3k\omega t) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cos(3k\omega t) \quad (6.41)$$

$$U_d = \frac{3\sqrt{6}U}{2\pi}$$

$$a_k = \frac{3\sqrt{6}U}{\pi} \frac{1}{9k^2 - 1} \left\{ (3k - 1) \sin[(3k + 1)\alpha] - \sin[(3k - 1)\alpha] \right\}$$

$$b_k = \frac{3\sqrt{6}U}{\pi} \frac{1}{9k^2 - 1} \left\{ (1 - 3k) \cos[(3k + 1)\alpha] + \cos[(3k - 1)\alpha] \right\}$$

ou então

$$u_d = U_d + \sum_{k=1}^{\infty} c_k \cos(3k\omega t - \theta_k) \quad (6.42)$$

$$c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} = \frac{3\sqrt{6}U}{\pi} \frac{1}{9k^2 - 1} \sqrt{9k^2 - (9k^2 - 1) \cos^2(\alpha)}$$

$$\theta_k = \text{arctg} \frac{a_k}{b_k}$$

Dado que a carga R-L-E é linear, pelo princípio da sobreposição, a corrente rectificadora pode exprimir-se por (independentemente do modo de funcionamento)

$$i_d = I_d + \sum_{k=1}^{\infty} d_k \sin(3k\omega t - \Phi_k) \quad (6.43)$$

$$I_d = \frac{U_d - E}{R}, \quad d_k = \frac{c_k}{Z_k}, \quad Z_k = \sqrt{R^2 + (2k\omega L)^2}, \quad \Phi_k = \text{arctg} \frac{3k\omega L}{R}$$

As conclusões relativas ao alisamento da corrente mantêm-se idênticas ao que foi visto na secção 6.4.5. Em geral, quando há funcionamento contínuo e $\omega L > R$ é habitual admitir-se que a corrente i_d é praticamente lisa sendo $i_d \approx I_d \approx I_{\text{def}}$. As formas de corrente rectangulares de 120° nas fases que se observam na fig. 6.24, resultantes desta hipótese de corrente lisa, são normalmente usadas no dimensionamento dos tiristores.

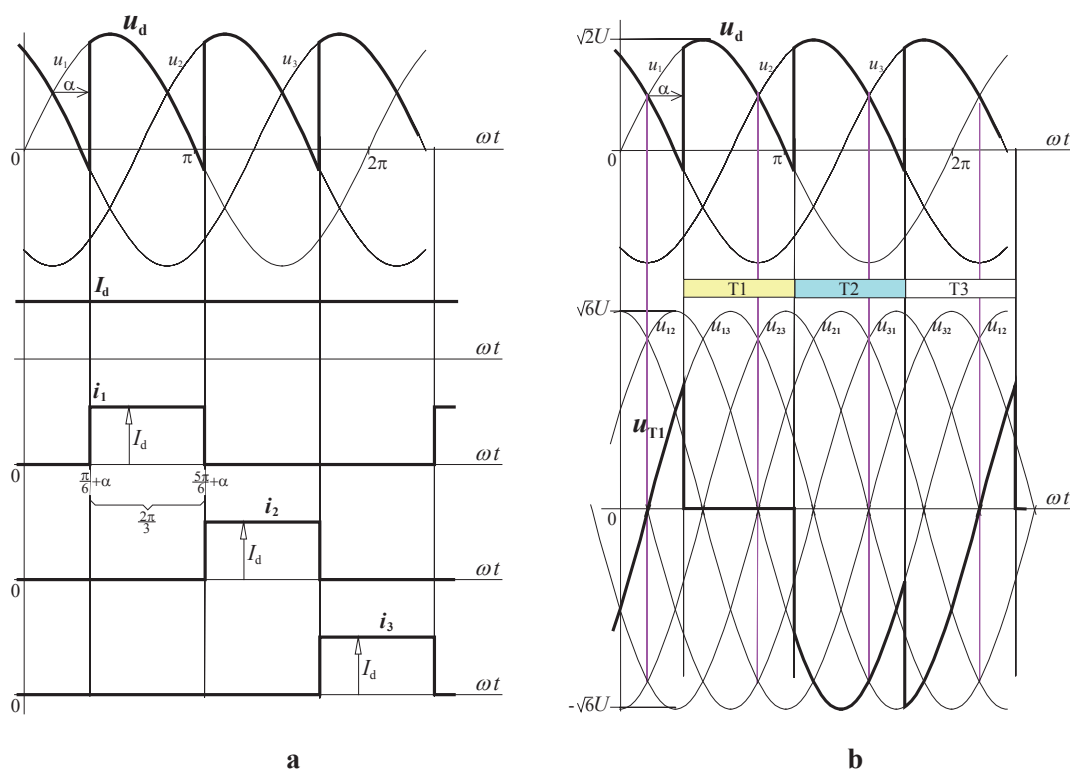


Fig. 6.24 – a: evolução de grandezas no rectificador trifásico de ponto médio na hipótese simpliicativa de $\omega L \gg R$. b: evolução da tensão directa aos terminais de um tiristor no mesmo circuito.

6.5.3- Dimensionamento dos tiristores

Seja I_{dmax} o limite máximo previsto da corrente média rectificada, quer decorra de autoprotecção assegurada pelo próprio sistema de controlo do rectificador, quer seja o valor correspondente à pior situação de carga. Os tiristores (com os respectivos dissipadores) deverão satisfazer as seguintes características:

$$\text{Valor médio de corrente directa: } I_{TAV} > \frac{I_{dmax}}{3} \text{ (com forma rectangular de } 120^\circ\text{).}$$

$$\text{Valor eficaz de corrente directa: } I_{TRMS} > \frac{I_{dmax}}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Tensão directa de pico repetitivo: } U_{DRM} \gg \sqrt{6}U.$$

$$\text{Tensão inversa de pico repetitivo: } U_{RRM} \gg \sqrt{6}U.$$

Este conversor raramente é usado na prática, pois requer um transformador com secundário em zigue-zague (cf. secção 4.2). Prefere-se quase sempre o esquema trifásico em ponte, ou mesmo montagens ainda com maior número de pulsos se as cargas forem de potência muito elevada.

6.6- Rectificador controlado trifásico em ponte

A topologia mais utilizada na prática em rectificações controladas é a montagem trifásica em ponte representada na fig. 6.25a. Para a análise que se segue considera-se que as tensões alternadas impostas formam um sistema trifásico sinusoidal simétrico de valor eficaz U (cf. fig. 6.25b):

$$u_1 = \sqrt{2}U \sin(\omega t), \quad u_2 = \sqrt{2}U \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad u_3 = \sqrt{2}U \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right).$$

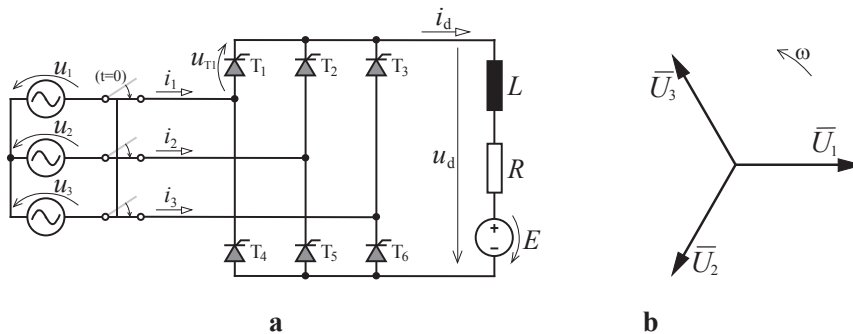


Fig. 6.25 – a: Esquema do circuito de rectificação trifásico em ponte controlado e com carga R-L-E; b: fasores do sistema trifásico de tensões.

6.6.1- Funcionamento contínuo e descontínuo na presença de f.e.m.

Por simplicidade começa-se por admitir o caso deste rectificador com $E=0$. O seu funcionamento está pictoricamente descrito nos diagramas da fig. 6.26. Para determinar a origem na **medição do ângulo de disparo** de cada tiristor há que recordar o funcionamento do mesmo rectificador totalmente constituído por díodos: como se sabe, cada válvula no grupo de cátodo comum conduz quando a fase respectiva apresenta a mais elevada das tensões simples (p.ex. T₁ conduz entre $\omega t=\pi/6$ e $\omega t=5\pi/6$), ao passo que cada válvula no grupo de ânodo comum conduz quando a fase respectiva apresenta a mais baixa das tensões simples (p.ex. T₄ conduz entre $\omega t=7\pi/6$ e $\omega t=11\pi/6$).

Assim, para T₁ o ângulo α mede-se a partir de $\omega t=\pi/6$, para T₂ mede-se a partir de $\omega t=5\pi/6$, para T₃ a partir de $\omega t=3\pi/2$, para T₄ a partir de $\omega t=7\pi/6$, para T₅ a partir de $\omega t=11\pi/6$ e para T₆ a partir de $\omega t=\pi/2$. Também se pode assinalar que as origens dos ângulos de disparo são instantes em que determinadas tensões compostas se tornam as mais elevadas.

Neste circuito a cadência dos disparos é de 60° em 60° .

RECTIFICADORES CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

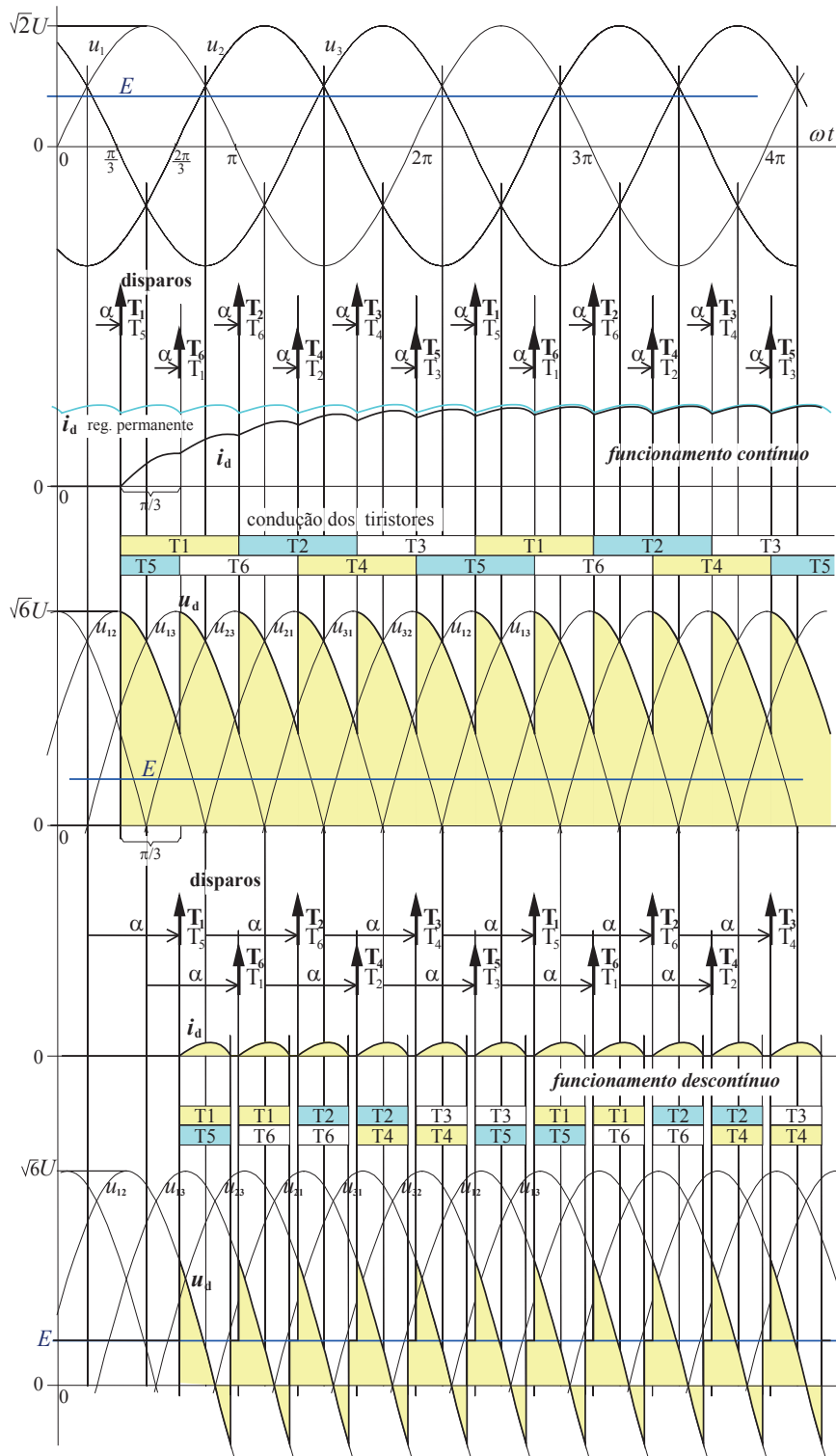


Fig. 6.26 – Diagramas de operação do retificador controlado trifásico em ponte com carga R-L-E para dois valores de ângulo de disparo: um que causa funcionamento contínuo e outro que causa funcionamento descontínuo.

Admita-se que o circuito está inicialmente em repouso. Para se dar início à passagem de corrente há que aplicar disparos simultaneamente em dois tiristores: um do grupo superior (cátodo comum) e outro do grupo inferior (ânodo comum). Para o efeito aplica-se sempre um disparo no tiristor que competia ser lançado à condução, num dado grupo e, ao mesmo tempo, aplica-se também um disparo no tiristor do outro grupo que, em situação de funcionamento contínuo, deveria permanecer à condução. Ou seja, em $\omega t = \pi/6 + \alpha$ é disparado T_1 e, simultaneamente, T_5 ; nesse instante representado na fig. 6.26 os tiristores encontram-se polarizados directamente pela tensão $u_{12} - E > 0$, pelo que começam a conduzir corrente no circuito $u_1 - T_1 - L - R - E - T_5 - u_2$. Depois a corrente i_d evolui de acordo com as componentes de regime forçado devidas às tensões u_{12} e E e com as componentes de regime livre devidas aos elementos passivos R e L ; enquanto T_1 e T_5 estiverem a conduzir na saída regista-se a tensão $u_d = u_{12}$.

Em $\omega t = \pi/2 + \alpha$ é disparado T_6 e, simultaneamente, T_1 . Se nesse instante T_5 ainda estiver a conduzir T_6 encontra-se polarizado directamente com a tensão $u_{23} > 0$; assim, ao receber disparo T_6 começa a conduzir forçando T_5 a passar ao corte (polarizado inversamente com a tensão u_{23}). A corrente desenvolve-se agora na malha $u_1 - T_1 - L - R - E - T_6 - u_3$ e a tensão rectificadora vale $u_d = u_{13}$.

O processo desenrola-se sucessivamente com os disparos de T_2 e T_6 , originando $u_d = u_{23}$, de T_4 e T_2 , originando $u_d = u_{21}$, etc.

Para verificar se existe funcionamento contínuo há que determinar o intervalo de condução de cada par de tiristores após os respectivos disparos. Isso pode ser feito com recurso aos **ábacos da fig. 6.12**, tendo em atenção que agora há que entrar nesses diagramas com:

- o valor de ângulo de disparo α corrigido para $\alpha' = \alpha + 60^\circ$;
- o valor de m calculado pelo quociente $m = \frac{E}{\sqrt{6}U}$ (em virtude de o valor de pico da tensão rectificadora valer agora $\sqrt{2}\sqrt{3}U = \sqrt{6}U$).

Quando o valor calculado do ângulo de condução γ resultar superior a 60° então conclui-se que existe **funcionamento contínuo**; no caso contrário ($\gamma < 60^\circ$) existirá **funcionamento descontinuo**.

Note-se que o disparo de um par de tiristores a partir do repouso só tem sucesso quando a tensão composta entre as respectivas fases for superior à f.e.m., i.e. o ângulo mínimo de disparo é dado por

$$\alpha_{\min} = \arcsin \frac{E}{\sqrt{6}U} - 60^\circ \quad (6.44)$$

só interessando valores positivos.

RECTIFICADORES CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

Aproveita-se para recordar que a topologia do rectificador trifásico em ponte pode ser entendida como uma associação em série de duas montagens de rectificador trifásico de ponto médio, uma com válvulas ligadas em cátodo comum e outra com válvulas em ânodo comum, conforme se assinala na fig. 6.27a. A fig. 6.27b ilustra, para uma situação de funcionamento contínuo, a obtenção da tensão rectificada global a partir das tensões rectificadas nos dois rectificadores de ponto médio: $u_d = u_{dA} - u_{dB}$.

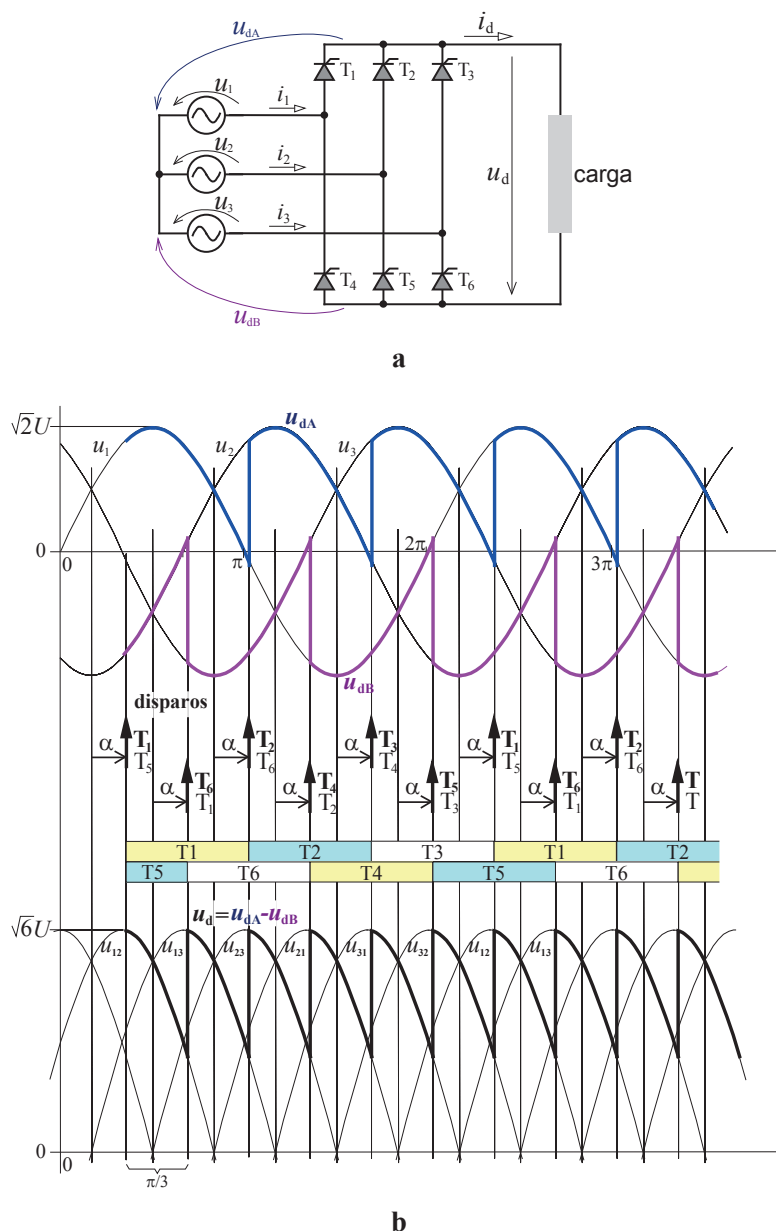


Fig. 6.27 – a- o rectificador trifásico em ponte como associação em série de dois rectificadores trifásicos de ponto médio. b- obtenção da tensão rectificada (u_d) na montagem em ponte por composição das tensões rectificadas (u_{dA} e u_{dB}) nos rectificadores associados – andamentos de funcionamento contínuo.

6.6.2- Valores médios; funcionamento como ondulator

Retomando a análise da evolução de grandezas no rectificador trifásico em ponte, considere-se o intervalo $\pi/6 + \alpha \leq \omega t \leq \pi/2 + \alpha$ que medeia entre o disparo de T_1 (com T_5) e de T_6 , (com T_1) numa situação de funcionamento contínuo e regime permanente. A corrente i_d nesse intervalo exprime-se por

$$i_d = -\frac{\sqrt{6}U}{Z} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6} - \phi\right) - \frac{E}{R} + K e^{\frac{R}{L}\left(t - \frac{\pi/6 + \alpha}{\omega}\right)} \quad (6.45)$$

$$\text{com } K = \sqrt{6}U \left[\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha - \phi\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha - \phi\right) \right] / \left\{ Z \left(1 - e^{-\frac{R\pi}{3\omega L}} \right) \right\}.$$

A tensão média rectificadora obtém-se, em funcionamento contínuo, por

$$U_d = \frac{3}{\pi} \int_{\pi/6 + \alpha}^{\pi/2 + \alpha} \sqrt{2}U \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) d(\omega t) = \frac{3\sqrt{6}U}{\pi} \left[\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha\right) \right] =$$

$$U_d = U_{d0} \cos(\alpha), \text{ com } U_{d0} = \frac{3\sqrt{6}U}{\pi} \quad (6.46)$$

Em funcionamento descontínuo exprime-se por

$$U_d = \frac{3}{\pi} \left[\int_{\pi/6 + \alpha}^{\pi/6 + \alpha + \gamma} \sqrt{2}U \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) d(\omega t) + \int_{\pi/6 + \alpha + \gamma}^{\pi/2 + \alpha} E d(\omega t) \right] =$$

$$U_d = \frac{3\sqrt{2}U}{\pi} \left[\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha + \gamma\right) \right] + \frac{3E}{\pi} \left(\frac{\pi}{3} - \gamma \right) \quad (6.47)$$

Uma vez mais se assinala que com funcionamento contínuo o valor médio U_d é univocamente imposto pelo ângulo de disparo α , segundo uma relação co-sinusoidal (considera-se U constante). Com funcionamento descontínuo U_d depende não só de α mas também de E e de γ (este, por sua vez, depende ainda de E e de ϕ). Estes aspectos estão patentes nos diagramas das fig.^{as} 6.28a e 6.28b.

Para $\alpha > 90^\circ$, desde que se registe $E < 0$, é possível atingir valores de U_d também negativos, ficando o conversor a funcionar como **ondulator**. Esta situação de funcionamento está ilustrada na fig. 6.29 num caso de funcionamento contínuo.

Admitindo que existe sempre funcionamento contínuo, U_d pode variar entre U_{d0} e $-U_{d0}$, através da variação de α desde 0° a 180° , respectivamente (fig. 6.28c). Em termos práticos não se alcançam completamente aqueles limites de α : o valor inferior é de poucos graus e o limite superior não se deixa exceder os 150° ou 160° para atenuar a possibilidade de ocorrer o chamado *defeito em ondulator* (cf. secção 6.6.4).

RECTIFICADORES CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

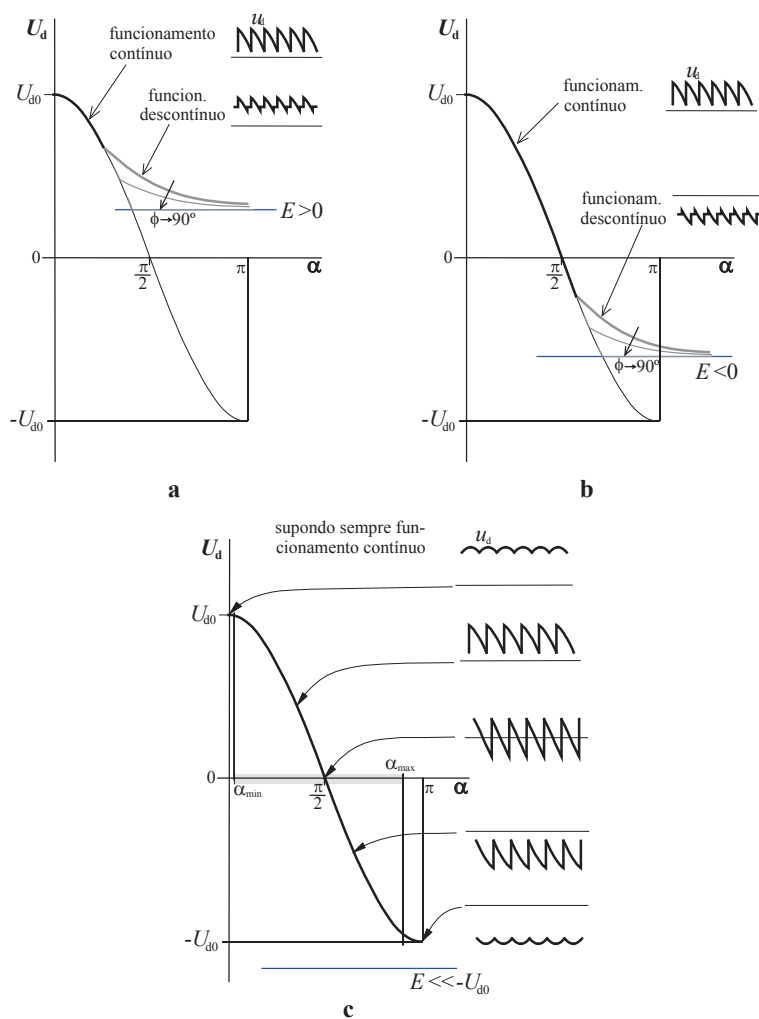


Fig. 6.28 – Representação gráfica da relação entre U_d e α no rectificador trifásico em ponte com carga R-L-E: **a-** caso em que a f.e.m. é positiva e existe um pequeno trecho de funcionamento contínuo; **b-** caso com f.e.m. negativa onde existe funcionamento contínuo em maior extensão; **c-** exemplo com a f.e.m. muito negativa de tal modo que existisse sempre funcionamento contínuo na gama $0 \leq \alpha \leq \pi$.

O valor médio da corrente rectificadora obtém-se por

$$I_d = \frac{U_d - E}{R} \quad (6.48)$$

A potência entregue à carga em regime permanente exprime-se por

$$P_d = EI_d + RI_{def}^2 \quad (6.49)$$

Quando a corrente é aproximadamente lisa fica $I_{def} \approx I_d$, donde $P_d \approx U_d I_d$. Para o conversor funcionar como ondulator requer-se que $P_d < 0$, ou seja, que $E < 0$ e $|EI_d| > RI_{def}^2$.

RECTIFICADOR CONTROLADO TRIFÁSICO EM PONTE

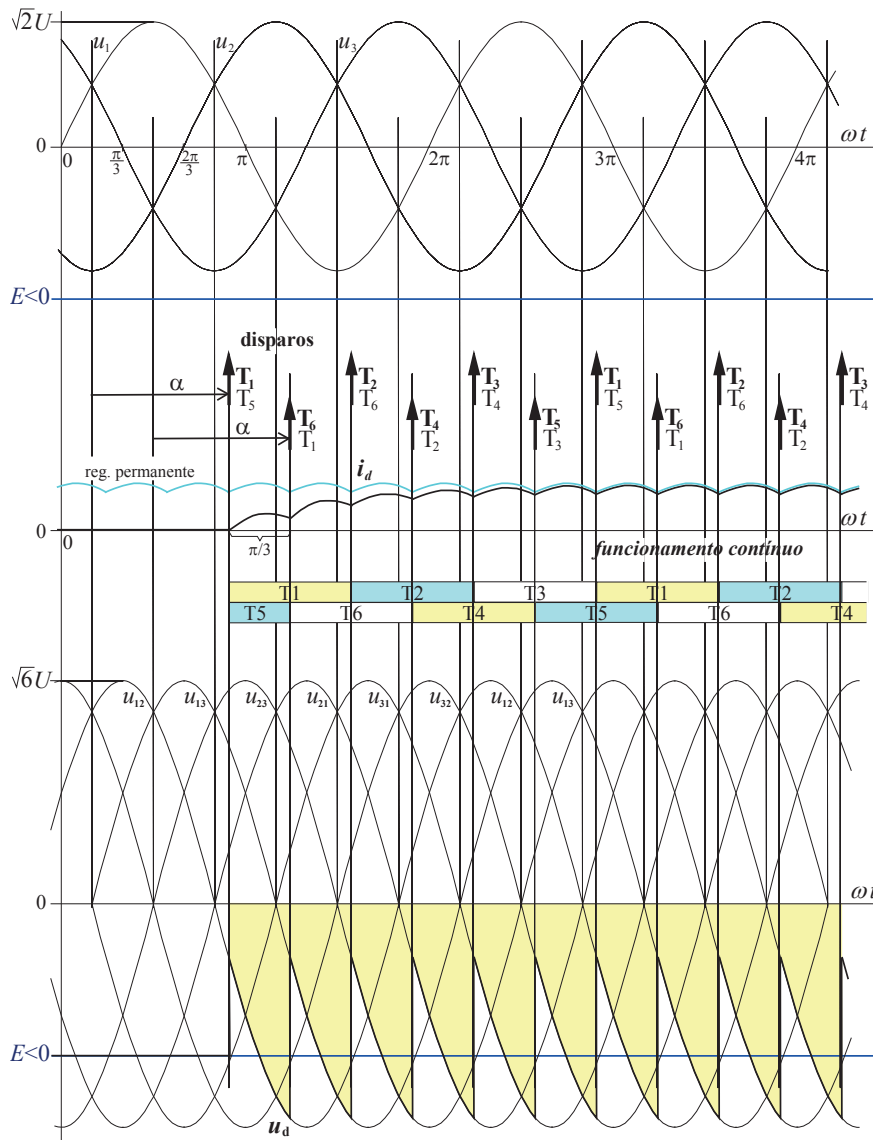


Fig. 6.29 – Diagramas de operação, em funcionamento contínuo, do rectificador controlado trifásico em ponte com carga R-L-E, para $E < 0$ e com $\alpha > 90^\circ$, de modo a obter $U_d < 0$, ou seja, funcionamento como ondulator.

Conforme antes se demonstrou através da decomposição harmónica, a auto-indução promove o alisamento da corrente na carga. Como este circuito tem um índice de pulsação $p=6$, muito maior do que os anteriores, o alisamento de corrente aqui é conseguido mais facilmente. Em geral, quando há funcionamento contínuo e $\omega L > R$ considera-se que a corrente i_d é praticamente lisa e, por isso, $i_d \approx I_d \approx I_{def}$ (cf. fig. 6.30a).

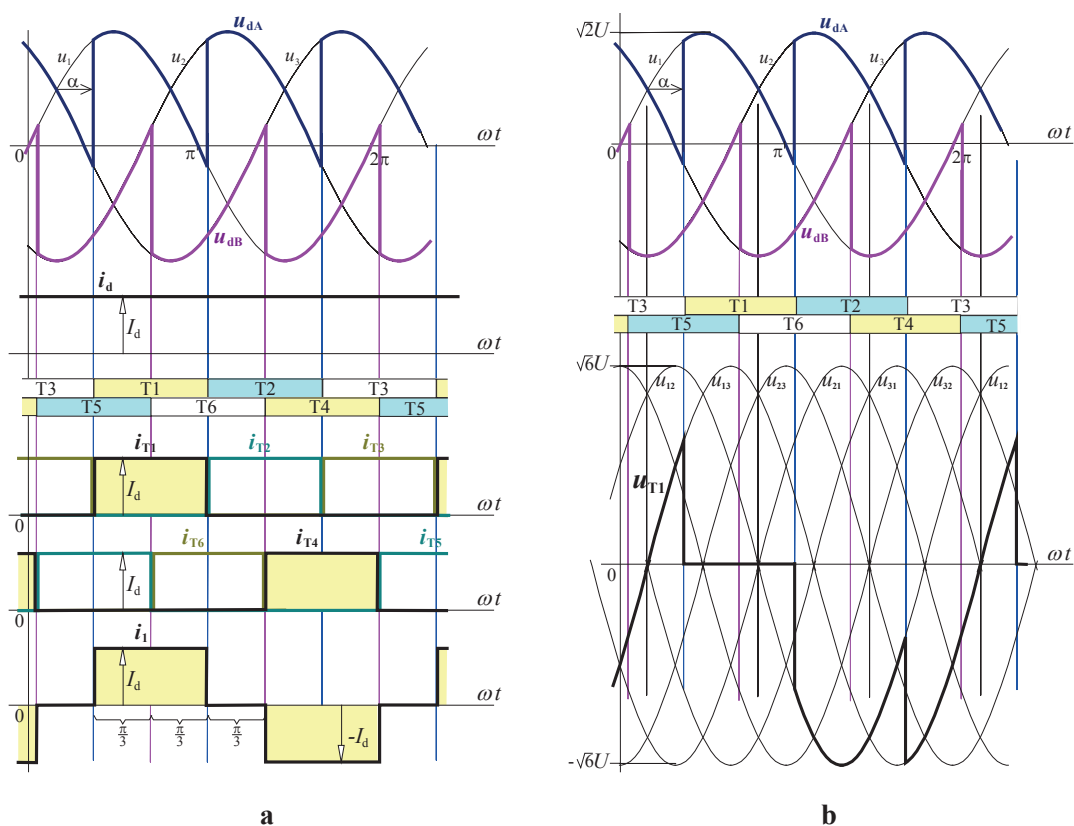


Fig. 6.30 – a: evolução de grandezas no rectificador trifásico em ponte na hipótese simplificada de $\omega L \gg R$.
b: evolução da tensão directa aos terminais de um tiristor no mesmo circuito.

6.6.3- Dimensionamento dos tiristores

Este dimensionamento conduz a resultados idênticos aos dos tiristores usados nos rectificadores trifásicos de ponto médio. Seja I_{dmax} o limite máximo previsto da corrente média rectificada, quer decorra de autoprotecção assegurada pelo próprio sistema de controlo do rectificador, quer seja o valor correspondente à pior situação de carga. Os tiristores (com os respectivos dissipadores) deverão satisfazer as seguintes características:

$$\text{Valor médio de corrente directa: } I_{TAV} > \frac{I_{dmax}}{3} \text{ (com forma rectangular de } 120^\circ\text{).}$$

$$\text{Valor eficaz de corrente directa: } I_{TRMS} > \frac{I_{dmax}}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Tensão directa de pico repetitivo: } U_{DRM} \gg \sqrt{6}U.$$

$$\text{Tensão inversa de pico repetitivo: } U_{RRM} \gg \sqrt{6}U.$$

Esta montagem de rectificador é a mais usada na prática em potências baixas e médias.

6.6.4- Limites práticos do ângulo de disparo; defeito como ondulator

O **limite mínimo de α** é habitualmente imposto de acordo com máximo valor de E previsto, por forma a assegurar que os tiristores possam estar polarizados directamente sempre que são disparados. No rectificador trifásico em ponte esse limite pode fixar-se muito próximo de 0° . Mas p.ex. numa montagem bifásica, com impulsos breves, deve ter-se em conta a expressão (6.16); com trens de impulsos, por outro lado, já se torna possível fixar α_{\min} próximo de 0° .

Os circuitos de disparo necessitam de amostragens de tensões AC para o estabelecimento do ângulo de disparo de cada tiristor, através de detecção da sua passagem por zero. Como as tensões apresentam geralmente deformações, procede-se à sua filtragem para impedir detecções espúrias. Ora a filtragem ocasiona atraso e, por conseguinte, não permite baixar o ângulo de disparo α_{\min} até 0° , ficando ligeiramente superior.

Quanto ao limite oposto já foi referido que, na prática, o ângulo de disparo de um rectificador controlado não pode ser levado a valores próximos de 180° . De facto, nessas condições de funcionamento como ondulator a falha de entrada à condução de um dos tiristores ocasiona o crescimento violento da corrente i_d durante um breve trecho.

A causa de falha de entrada à condução de um dado tiristor pode ser, p.ex., uma margem insuficiente de tempo para a comutação do tiristor que vai extinguir para o que vai entrar, pois, conforme se sabe, este processo não é instantâneo; a este tempo de sobreposição ter-se-á de adicionar o tempo de recuperação inversa do tiristor que vai extinguir. Tal falha também pode ser motivada por perturbação nas tensões alternas como se ilustra no caso a seguir descrito.

A fig. 6.31 descreve um exemplo de anomalia num rectificador trifásico controlado ao funcionar como ondulator com ângulo de disparo próximo de 180° . A existência de distorção nas tensões fez com que o disparo do tiristor T_1 surgisse já com $u_1 < u_3$, pelo que T_3 continuou a conduzir e T_1 não chegou a entrar. Assim, T_3 e T_5 permanecem à condução e a tensão rectificadora u_d sobe rapidamente acompanhando u_{32} . Naturalmente a corrente na carga também vai subir consideravelmente, pois u_d torna-se muito maior do que E . No próximo disparo do par T_6, T_1 só T_6 está em condições de passar à condução; nessas condições ficaram a conduzir T_3 e T_6 pelo que $u_d = 0$ e a corrente tende transitoriamente para $i_d = -E/R$. A situação persiste durante 120° pois o disparo de T_2 que entretanto surge apanha este tiristor polarizado inversamente. Só após o disparo de T_4 o funcionamento irá tender para a normalidade.

Para uma melhor percepção do aumento que pode ocorrer na intensidade i_d com este tipo de falha considere-se um exemplo em que, antes do defeito, se registava $I_d = 100A$, $U_d = -380V$, $E = -400V$ e $R = 0,2\Omega$; na sequência da falha, quando ficarem T_3 e T_6 em rodalivre, a corrente tende para $-E/R = 400/0,2 = 800A$.

RECTIFICADORES CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

Pelas razões expostas impõe-se normalmente um **limite máximo do ângulo de disparo** a 150° ou 160° .

O desaparecimento brusco das tensões de rede em AC também ocasiona defeito como ondulador pois a tensão rectificadora tende para $u_d \approx 0$ e a corrente para $i_d = -E/R$. Todavia, este fenómeno não depende dos limites do ângulo de disparo.

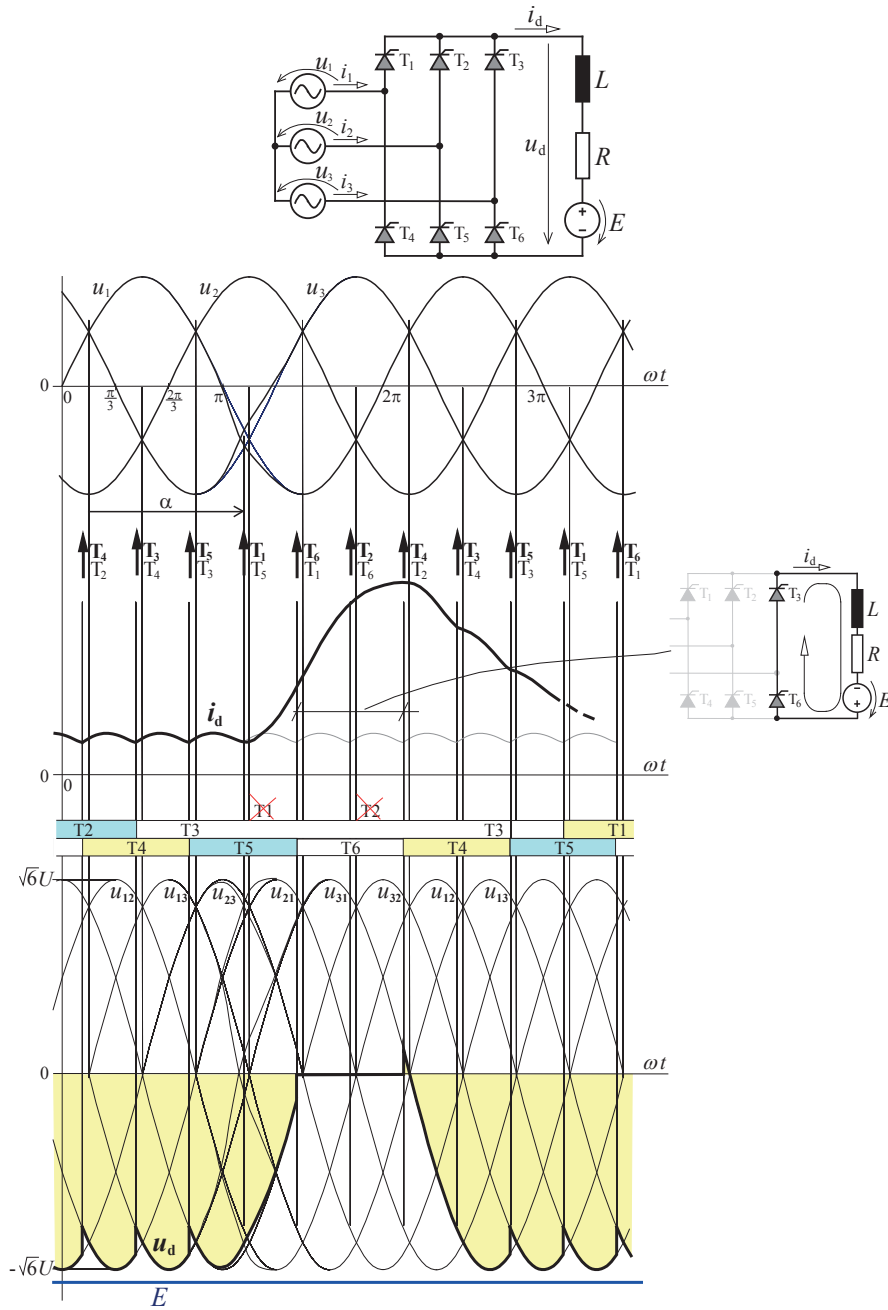


Fig. 6.31 – Ocorrência de um defeito em ondulador no rectificador trifásico em ponte motivado por falha na entrada à condução do tiristor T_1 . Neste exemplo supõe-se que a comutação é instantânea.

6.6.5- Exemplo de circuito de disparo para o rectificador trifásico em ponte

Os circuitos electrónicos de sinal destinados a estabelecer os disparos dos tiristores numa ponte trifásica de rectificação podem ter uma estrutura como a esquematizada, em grandes blocos, na fig. 6.32. Os mesmos recebem um sinal de comando ou referência para o ângulo de disparo, recolhem amostragens das tensões compostas, com isolamento galvânico, e aplicam os disparos através de transformadores de impulso para, uma vez mais, assegurarem isolamento galvânico com o circuito de potência.

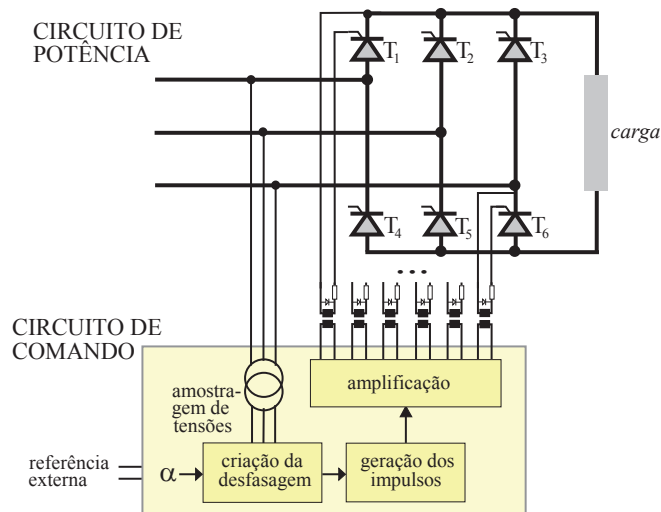


Fig. 6.32 – Esquema de blocos do circuito de disparo para um rectificador trifásico em ponte.

Esta estrutura é idêntica à que foi descrita para um circuito de disparo de tiristores, mais simples, apresentado em 5.10.3. No presente caso o circuito electrónico pode ser concebido com os detalhes indicados no esquema fig. 6.33, embora de forma ainda simplificada. Trata-se praticamente de uma extensão para três fases da montagem vista em 5.10.3 para um controlador de fase monofásico; o conjunto de díodos inseridos imediatamente antes dos transístores de amplificação permite aplicar os pares de impulsos necessários para o funcionamento do rectificador trifásico em ponte.

No circuito da fig. 6.33 foi adoptada uma amostragem de tensões com 60° em avanço sobre os instantes de início para medição do ângulo de disparo; seguidamente é feita uma filtragem que provoca um atraso do mesmo ângulo, mas o sinal resultante da filtragem fica imune às pequenas deformações que normalmente afectam as tensão da rede. O desfasamento para estabelecimento do ângulo de disparo baseia-se na criação de um sinal em dente-de-serra sincronizado com as passagens da tensão filtrada por zero. O impulso de disparo ocorre no instante de intersecção do sinal em dente-de-serra com o sinal de comando. A fig. 6.34 permite a interpretação deste mecanismo.

RECTIFICADORES CONTROLADOS EM CONDIÇÕES IDEAIS

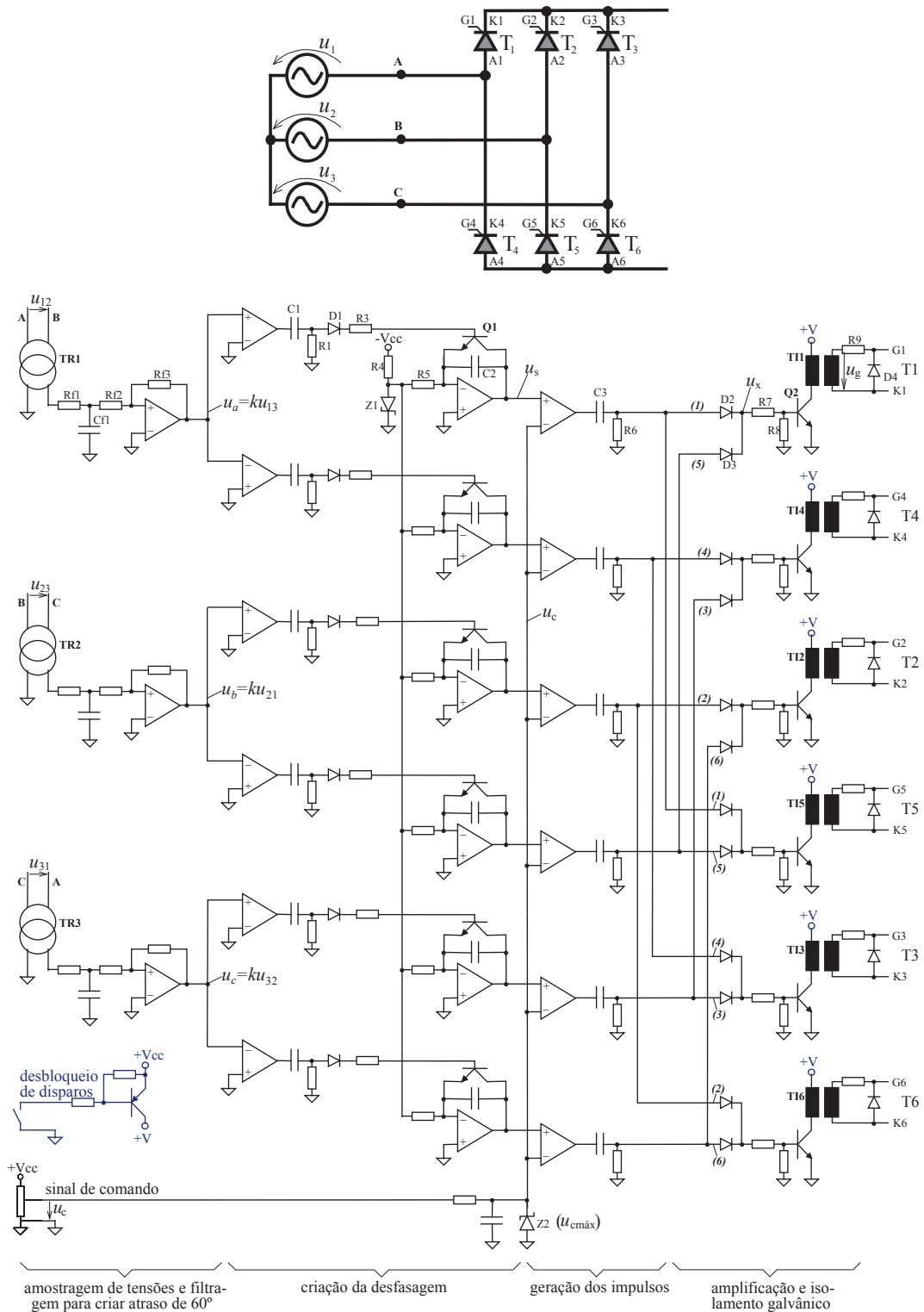


Fig. 6.33 – Exemplo de circuito de disparo para um rectificador trifásico em ponte.

RECTIFICADOR CONTROLADO TRIFÁSICO EM PONTE

É importante dispor de uma entrada binária para inibição/autorização dos disparos. A forma adoptada para limitar a amplitude do sinal de comando não está totalmente apurada. O sinal de comando também resulta invertido relativamente ao valor médio de tensão rectificadora: $u_c=0$ provoca $\alpha=0$ e U_{dmax} , ao passo que u_{cmax} origina α_{max} e U_{dmin} .

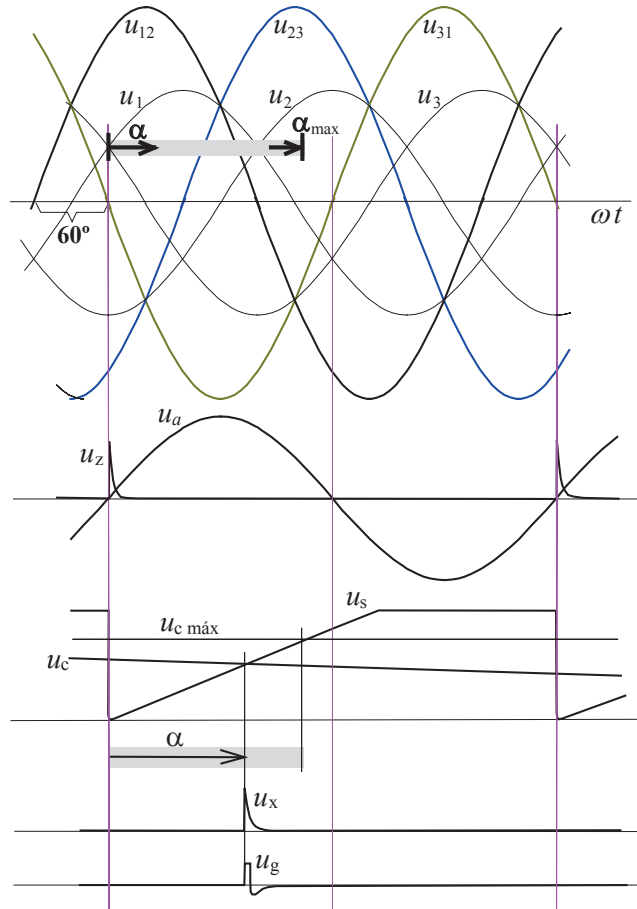


Fig. 6.34 – Diagramas com a evolução temporal de alguns sinais no circuito de disparo representado na fig. 6.32, mostrando o estabelecimento do ângulo de disparo para o tiristor T_1 .



7 – RECTIFICADORES CONTROLADOS – ASPECTOS COMPLEMENTARES

7.1- Funcionamento dos rectificadores controlados em condições não ideais

No capítulo 6 foi estudado o comportamento de rectificadores controlados em condições ideais, ou seja, admitindo que as fontes de tensão tinham impedância interna nula, os tiristores tinham q.d.t. directa nula e resistência inversa infinita e os elementos passivos dos circuitos eram lineares. Na primeira parte deste capítulo estuda-se o comportamento destes conversores em condições mais realistas, introduzindo os diferentes efeitos sequencialmente, tal como foi feito no capítulo 3 a propósito dos rectificadores a díodos. É uma abordagem simplificada mas com inegável interesse didáctico.

A análise é feita apenas para as montagens trifásicas de ponto médio e em ponte, generalizando-se depois os resultados mais importantes.

7.1.1- Rectificador controlado trifásico de ponto médio com indutância na fonte de AC

Conforme já se viu nos rectificadores a díodos o facto de as fontes de tensão AC possuírem impedância interna, motiva diferenças de comportamento em relação ao caso de fontes ideais. Na prática essa impedância corresponde à impedância de curto-circuito a montante do ponto de utilização numa dada rede eléctrica e fica a dever-se aos geradores, linhas e transformadores. Por simplicidade, embora com alguma perda de rigor, analisam-se separadamente os efeitos da parte indutiva e da parte resistiva daquela impedância. Com a presença de auto-indução nas fontes de tensão AC a comutação entre dispositivos deixa de ser instantânea, passando a ocorrer pequenos intervalos em que um dado tiristor que acabou de receber disparo fica a conduzir em simultâneo com outro que antes estava a conduzir.

Considere-se o circuito da fig. 7.1a em regime permanente e com uma carga de DC fortemente indutiva, ou seja com corrente $i_d = I_d$ (constante). Repare-se na origem de tempos adoptada nessa figura por simplicidade. Em $\omega t = \alpha$, quando o tiristor T_1 se encontrava a conduzir (cf. fig. 7.1b), T_2 recebe disparo e, como está polarizado directamente ($u_2 > u_1$), começa também a conduzir; mas a corrente i_1 atravessa um ramo com auto-indução L_k e não se pode anular instantaneamente; também a corrente i_2 não poderá crescer instantaneamente visto atravessar outro ramo com auto-indução L_k . Por essa razão, durante algum tempo, haverá corrente nos dois ramos conforme assinalado na fig. 7.1c, regendo-se pelas equações

$$u_2 - u_1 = L_k \frac{di_2}{dt} - L_k \frac{di_1}{dt} \quad (7.1)$$

$$i_1 + i_2 = I_d$$

com condição inicial $i_2(\omega t = \alpha) = 0$, ou $i_1 = I_d$.

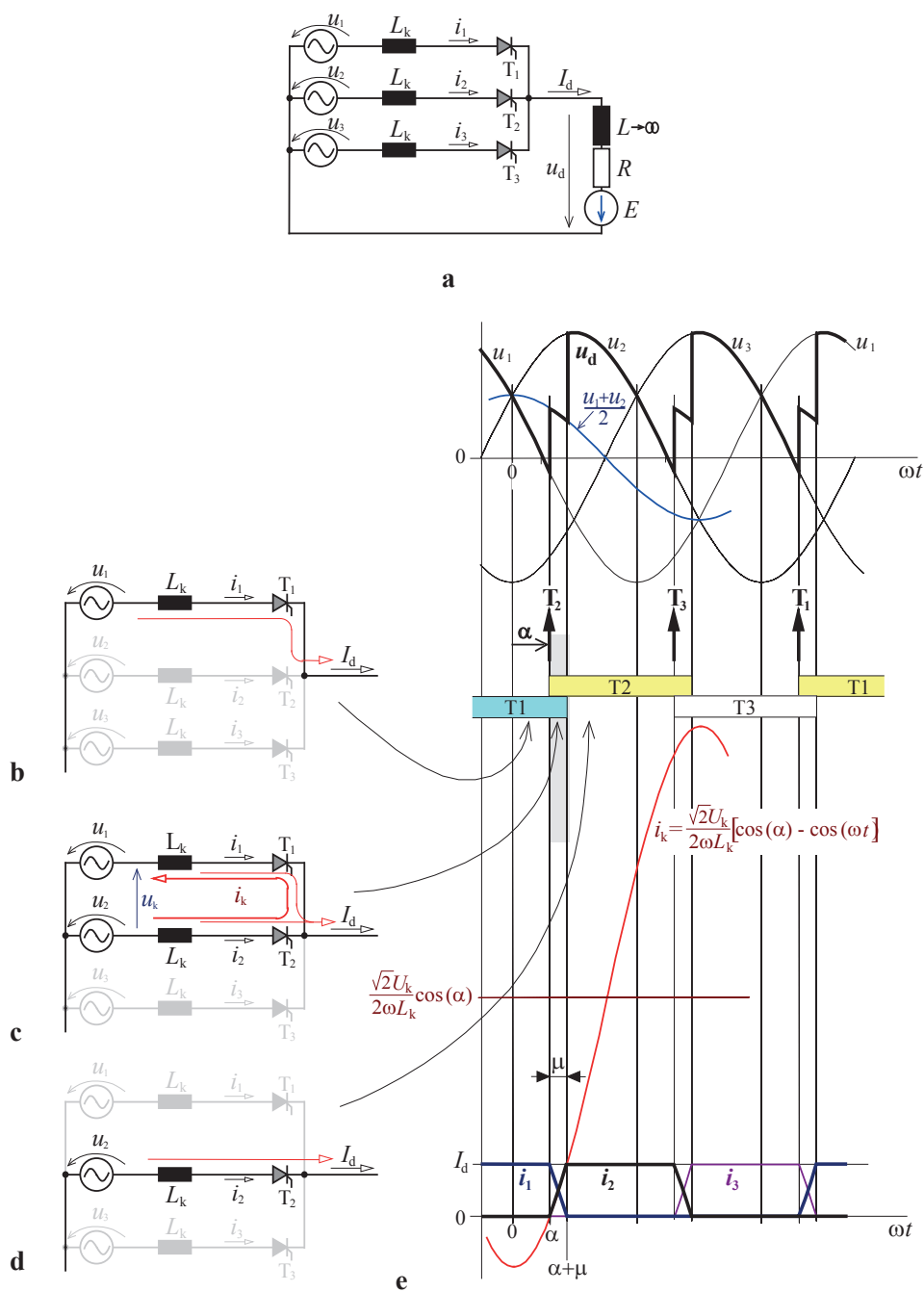


Fig. 7.1 – a- esquema do rectificador controlado trifásico de ponto médio com fontes de tensão possuindo auto-indução de curto-circuito L_k em cada fase; b...d- trajetoras da passagem de corrente em várias situações; d- evolução de correntes e tensões destacando o que se passa num intervalo de comutação de T_1 para T_2 .

A tensão composta entre as fases em comutação exprime-se por

$$u_k = u_2 - u_1 = \sqrt{2}U_k \sin(\omega t) \tag{7.2}$$

por conseguinte as eq. (7.1) conduzem a

$$\sqrt{2}U_k \sin(\omega t) = L_k \frac{di_2}{dt} - L_k \frac{di_1}{dt}$$

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{dI_d}{dt} - \frac{di_2}{dt} = -\frac{di_2}{dt}$$

donde

$$\frac{di_2}{dt} = \frac{\sqrt{2}U_k}{2L_k} \sin(\omega t)$$

ou seja,

$$i_2 = -\frac{\sqrt{2}U_k}{2\omega L_k} \cos(\omega t) + K$$

Tomando $i_2(\omega t = \alpha) = 0$ nesta última eq. obtém-se $K = \frac{\sqrt{2}U_k}{2\omega L_k} \cos(\alpha)$, ficando

$$i_2 = \frac{\sqrt{2}U_k}{2\omega L_k} [\cos(\alpha) - \cos(\omega t)] \quad (7.3)$$

$$i_1 = I_d - i_2$$

Conclui-se que, enquanto decorre a comutação, a corrente i_2 tem a evolução assinalada por i_k na fig. 7.1e. Trata-se da evolução de uma corrente de curto-circuito entre as fases 1 e 2, limitada apenas pelas auto-induções L_k existentes na malha indicada na fig. 7.1c.

A situação descrita, de condução simultânea nos dois ramos de T_1 e T_2 , termina no instante em que $i_2 = I_d$, ou $i_1 = 0$, ocupando apenas uma pequena porção da evolução de i_k . Esse intervalo de comutação corresponde ao chamado **ângulo de comutação** μ que, nos rectificadores controlados, é variável. Com efeito, $i_2(\omega t = \mu) = I_d$, ou seja,

$$I_k = \frac{\sqrt{2}U_k}{2\omega L_k} [\cos(\alpha) - \cos(\mu)]$$

donde

$$\mu = \arccos \left[\cos(\alpha) - \frac{2\omega L_k I_d}{\sqrt{2}U_k} \right] \quad (7.4)$$

O ângulo de comutação será máximo em torno de $\alpha = 0$ e mínimo em torno de $\alpha = 90^\circ$, voltando a aumentar até à vizinhança de $\alpha = 180^\circ$, conforme se observa na fig. 7.2.

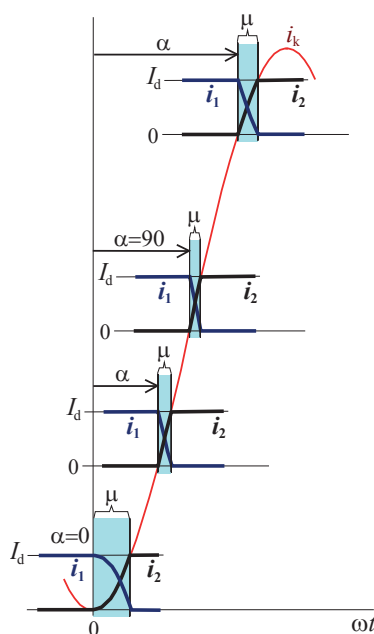


Fig. 7.2 – Explicação do modo como varia o ângulo de comutação com o ângulo de disparo.

Durante a condução simultânea de T_1 e T_2 a tensão rectificada exprime-se por

$$u_d = u_2 - L_k \frac{di_2}{dt} \quad (7.5)$$

Atendendo às eq. (7.1) obtém-se $L_k \frac{di_2}{dt} = \frac{u_2 - u_1}{2}$, de que resulta

$$u_d = \frac{u_1 + u_2}{2} \quad (7.6)$$

ou seja, durante esse intervalo u_d assume o valor médio das tensões nas fases envolvidas na comutação, conforme mostra a fig. 7.3. A tensão rectificada em condições ideais, para o mesmo ângulo de disparo α , simbolizada por $u_{di\alpha}$, acompanharia u_2 ; o decréscimo de tensão registado pode obter-se de (7.5) e vale $L_k \frac{di_2}{dt}$. Integrando agora este decréscimo ao longo de todo o intervalo de comutação $[0, \omega t = \mu]$ encontra-se a área usurpada em cada comutação

$$\int_0^{\mu/\omega} L_k \frac{di_2}{dt} dt = \int_{i_2(t=0)}^{i_2(t=\mu/\omega)} L_k di_2 = \int_0^{I_d} L_k di_2 = L_k I_d$$

O valor médio D_x da tensão usurpada nas comutações obtém-se pelo quociente entre a área total retirada num período da tensão rectificada e a duração desse período; neste circuito de índice de pulsação $p=3$ o período de u_d é um terço do período T das tensões alternadas, ficando $D_x = \frac{L_k I_d}{T/3}$.

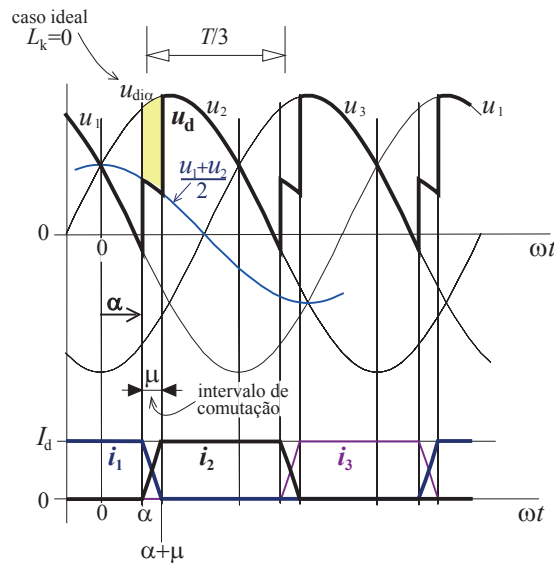


Fig. 7.3 – Alteração da tensão rectificada em virtude do fenómeno da comutação.

Atendendo a $f=1/T$ também se pode escrever

$$D_x = 3fL_k I_d \quad \text{ou} \quad D_x = 3 \frac{\omega}{2\pi} L_k I_d \quad (7.7)$$

O valor de D_x vai ser abatido ao valor médio $U_{di\alpha}$ da tensão rectificada em condições ideais com o ângulo de disparo α

$$U_d = U_{di\alpha} - D_x \quad (7.8)$$

sendo o valor médio em condições ideais neste circuito expresso por

$$U_{di\alpha} = \frac{3\sqrt{6}U}{2\pi} \cos(\alpha) \quad (7.9)$$

Não se está a considerar o caso excepcional de a corrente de carga ser comparável ao valor máximo da corrente de curto-circuito i_k originando ângulos de comutação superiores a 120° , facto que daria origem à ocorrência de intervalos com três tiristores em condução simultânea.

7.1.2- Rectificador controlado trifásico em ponte com indutância na fonte de AC

No caso do rectificador controlado trifásico em ponte com auto-indução L_k por fase a montante (ou seja, com impedância de curto-circuito ωL_k), as comutações decorrem entre pares de tiristores de cada grupo de ponto médio (superior e inferior), de forma semelhante ao que foi visto na secção anterior. A fig. 7.4 apresenta a descrição do funcionamento nestas condições, mostrando os detalhes da comutação entre dois tiristores.

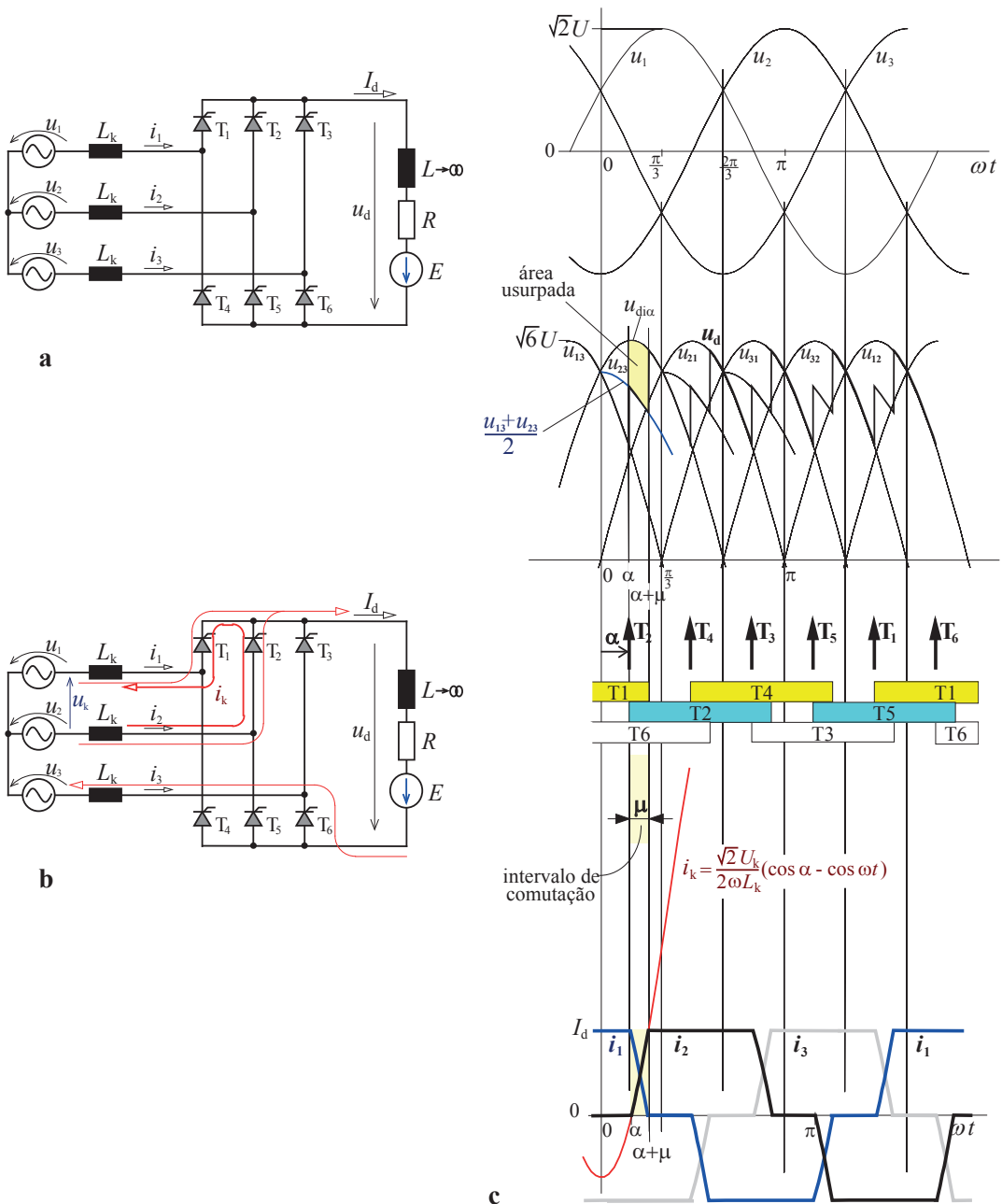


Fig. 7.4 – a- rectificador controlado trifásico em ponte com auto-indução L_k por fase a montante; b- trajetcos de corrente durante a comutação entre os tiristores T_1 e T_2 no grupo superior; c- diagramas de funcionamento mostrando em detalhe a comutação de T_1 para T_2 .

O ângulo de comutação obtém-se analogamente ao caso anterior

$$\mu = \arccos \left[\cos(\alpha) - \frac{2\omega L_k I_d}{\sqrt{2} U_k} \right] \quad (7.10)$$

Do mesmo modo, durante a comutação a tensão rectificada resulta igual à evolução média entre a tensão que ocorreria só com T_1 à condução e a que resultaria de ter apenas T_2 à condução:

$$u_d = \frac{u_{13} + u_{23}}{2} \quad (7.11)$$

A área usurpada na tensão u_d exprime-se igualmente por $L_k I_d$, mas como agora se tem $p=6$ o decréscimo indutivo na tensão média rectificada passa a valer

$$D_x = 6fL_k I_d \quad \text{ou} \quad D_x = 3 \frac{\omega}{\pi} L_k I_d \quad (7.12)$$

Sendo $U_{di\alpha}$ o valor médio da tensão rectificada em condições ideais com o ângulo de disparo α , ter-se-á também

$$U_d = U_{di\alpha} - D_x \quad (7.13)$$

mas neste caso com

$$U_{di\alpha} = \frac{3\sqrt{6}U}{\pi} \cos(\alpha) \quad (7.14)$$

Estes resultados são válidos para as situações, frequentes na prática, em que o ângulo de comutação não excede 60° .

Vale a pena observar ainda aquilo que se passa com as tensões alternadas junto do conversor pelo facto de estarem a acontecer os fenómenos de comutação descritos. Considere-se o esquema da fig. 7.5 traduzindo a existência de linhas e transformadores entre a geração e o ponto de utilização, com impedância predominantemente indutiva. A fig. 7.6a mostra os diagramas com as evoluções das **tensões deformadas**. Enquanto dura cada comutação, junto do conversor as tensões nas duas fases envolvidas coincidem tomando o valor médio entre ambas. P.ex. durante uma comutação entre T_1 e T_2 (ou entre T_4 e T_5) verifica-se $u'_1 = u'_2 = \frac{u_1 + u_2}{2}$; fora dos intervalos de comutação será $u'_1 = u_1$ e $u'_2 = u_2$.

O esquema unifilar da fig. 7.6b coloca em confronto o aspecto ideal de uma tensão composta e a sua evolução deformada devida à presença de um rectificador controlado trifásico em ponte. Assinala-se a presença de golpes (**cavas**) nas tensões simples e de **cavas** e **saliências** nas tensões compostas deformando a sinusoide original. Embora a duração das cavas seja geralmente muito curto, este efeito é indesejável nas redes eléctricas para outros consumidores localizados nas vizinhanças do conversor estático.

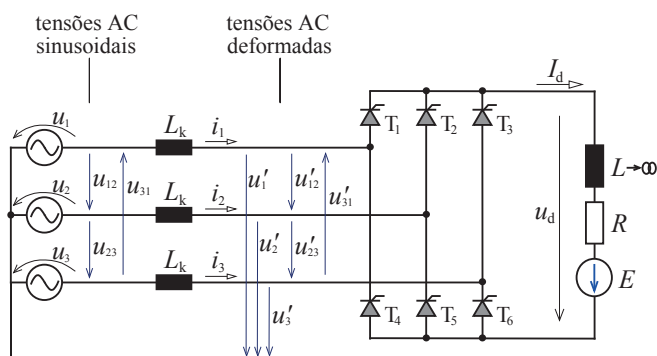


Fig. 7.5 – Esquema do rectificador controlado trifásico em ponte com auto-indução L_k por fase a montante assinalando as tensões alternadas a montante e as tensões correspondentes junto do conversor.

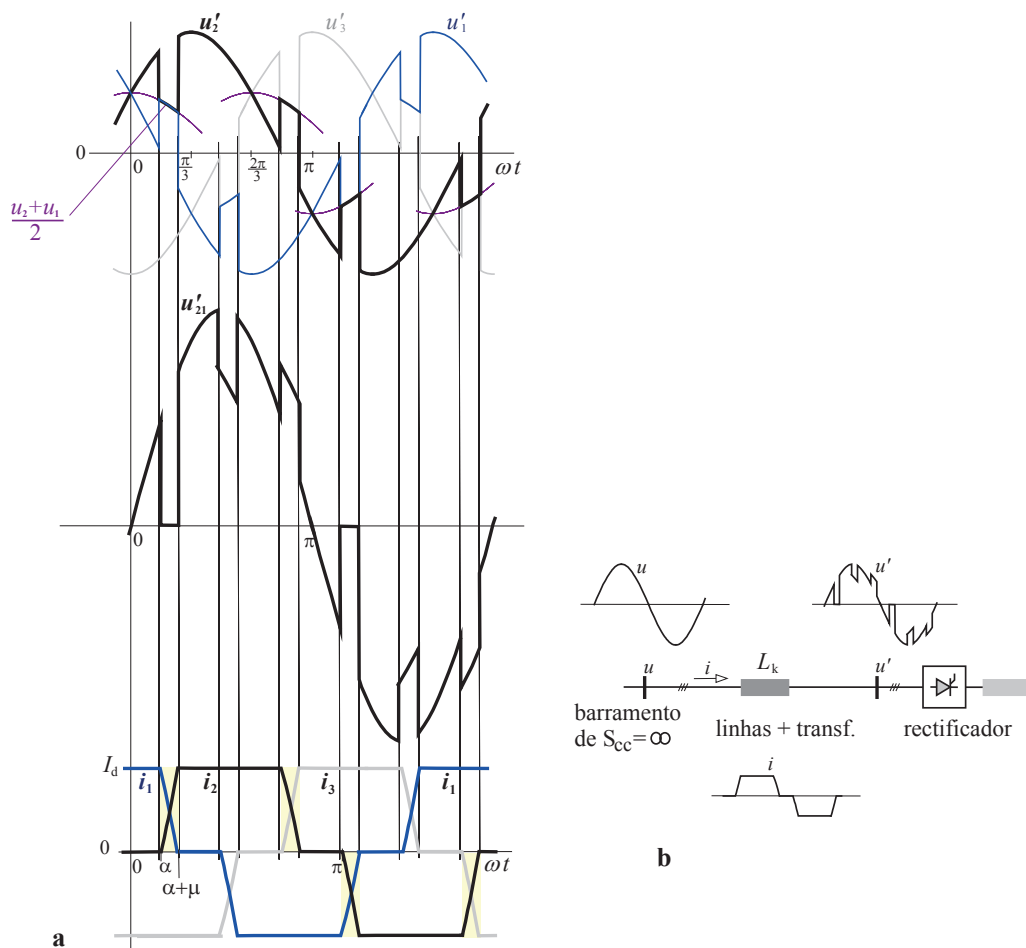


Fig. 7.6 – a- diagramas com as formas das tensões simples e de uma tensão composta junto do rectificador, conforme circuito da fig. 7.5; b- representação unifilar do circuito mostrando uma tensão composta ideal a montante e a correspondente tensão deformada que se regista junto do conversor estático de potência.

7.1.3- Presença de resistência na fonte de AC e de q.d.t. nos díodos; generalização de resultados

Pode-se facilmente tomar em consideração o efeito da presença de resistência r_k por fase a montante de um rectificador, embora de uma forma simplificada, admitindo que a duração dos intervalos de comutação é desprezável face ao período de condução normal e que a corrente de carga é aproximadamente lisa. Desprezando os detalhes daquilo que se passa durante os intervalos de comutação, a q.d.t. na resistência r_k de cada fase cujo tiristor esteja a conduzir será constante e igual a $r_k I_d$. Assim, atendendo aos esquemas da fig. 7.7, o **decréscimo resistivo** a considerar será proporcional à corrente média rectificada, tal como se viu no cap. 3 para rectificadores a díodos, tomando o valor

$$D_r = r_k I_d \tag{7.15}$$

nos rectificadores de ponto médio e

$$D_r = 2r_k I_d \tag{7.16}$$

nos rectificadores em ponte onde existe corrente sempre em duas fases.

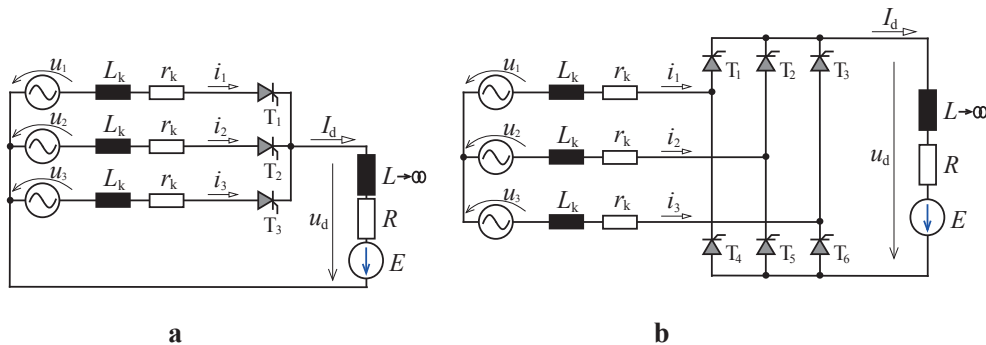


Fig. 7.7 – Rectificadores trifásicos controlados de ponto médio (a) e em ponte (b) com indutância e resistência na fonte.

O resultado traduz-se num desvio de D_r para baixo no diagrama da tensão rectificada, conforme se ilustra na fig. 7.8.

O estudo rigoroso dos efeitos de L_k e r_k , tomados no seu conjunto, bem como a evolução real de i_d que não é exactamente lisa, no caso geral, é bastante trabalhoso e requer a resolução numérica das equações diferenciais que regem o circuito nas diferentes configurações de tiristores à condução e ao corte.

Quanto ao efeito da q.d.t. em cada tiristor à condução também é perfeitamente semelhante ao que se viu no cap. 3 para os díodos, exprimindo-se por

$$u_F = U_{TO} + r_F i_F \tag{7.17}$$

onde U_{TO} representa a tensão limiar de condução e r_F a resistência directa incremental. No caso dos tiristores de potência esta q.d.t. situa-se tipicamente entre 1,5 e 2,5V.

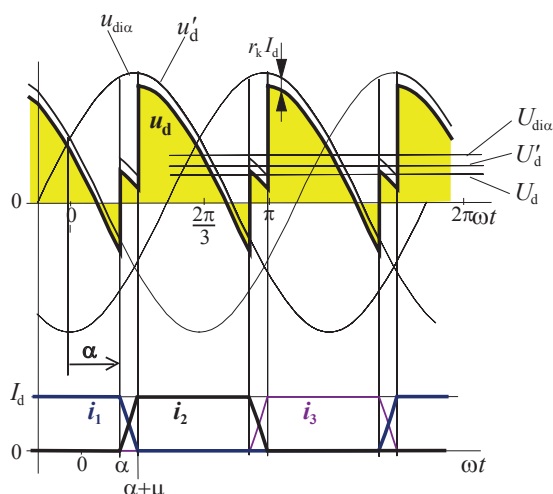


Fig. 7.8 – Efeito da indutância e da resistência na fonte em termos da tensão rectificadora num rectificador com corrente I_d constante.

Nos rectificadores de ponto médio o **decrésimo de tensão devido às valvulas** é

$$D_v = u_F \quad (7.18)$$

e nos rectificadores em ponte vale

$$D_v = 2u_F \quad (7.19)$$

Trata-se de mais um desvio para baixo no diagrama da tensão rectificadora da fig. 7.8.

No **caso geral** de rectificadores com índice de pulsação p , frequência f das tensões alternadas, auto-indução L_k e resistência r_k , por fase, nas fontes de tensão, corrente de carga com valor médio I_d suposta constante, valor médio U_{di} para $\alpha=0$ em condições ideais, q.d.t. u_F em cada tiristor à condução, $s=1$ nos circuitos de ponto médio e $s=2$ nos circuitos em ponte, o valor médio da tensão rectificadora pode calcular-se aproximadamente por

$$U_d = U_{di} \cos(\alpha) - pfL_k I_d - sr_k I_d - su_F \quad (7.20)$$

Neste resultado é ainda pressuposto que as comutações têm uma duração bastante curta face ao período da tensão rectificadora.

Quanto à tensão rectificadora ideal com ângulo de disparo nulo, ou seja, com díodos em lugar de tiristores, no caso geral o seu valor médio pode determinar-se por (cf. secção 3.1.5)

$$U_{di} = \frac{p}{\pi} U_{\max} \sin\left(\frac{\pi}{p}\right) \quad (7.21)$$

onde U_{\max} representa o valor de pico da tensão u_{di} .

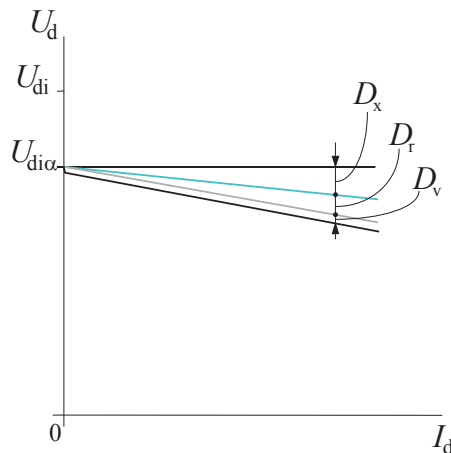


Fig. 7.9 – Característica de carga de um retificador controlado em geral, nas hipóteses assinaladas.

7.2- Rectificadores de quatro quadrantes

Os rectificadores controlados proporcionam dois quadrantes de funcionamento no lado de DC (cf. secção 6.4.4), mas permitem apenas corrente rectificada i_d com um único sentido; a bidireccionalidade ocorre na tensão u_d . Mas em certas aplicações, com destaque para o controlo de máquinas de corrente contínua em accionamentos requerendo produção de binário quer de aceleração quer de travagem, torna-se necessário dispor de corrente contínua com qualquer dos sentidos*.

Uma forma de o conseguir consiste em associar dois rectificadores controlados de modo a criar um conjunto capaz de operar nos quatro quadrantes do plano $\{u_d, i_d\}$. Teoricamente a solução parece quase óbvia, ligando dois rectificadores em paralelo na saída mas com sentidos de corrente opostos. Todavia, como os tiristores não podem ser bloqueados por comando externo, há que tomar cuidados especiais para impedir curto-circuitos entre os rectificadores.

Existem duas modalidades principais de associação para este efeito: as montagens **com corrente circulante** e as montagens **sem corrente circulante**.

7.2.1- Rectificador de quatro quadrantes com corrente circulante

A solução com corrente circulante mantém activos os dois rectificadores associados, mas adopta mecanismos visando limitar drasticamente o crescimento dessa corrente, a saber:

- utiliza bobinas de atenuação interpostas no trajecto da corrente circulante

* O binário T_e produzido por um motor de corrente contínua com excitação a fluxo ϕ constante é proporcional à corrente I_d de induzido: $T_e = k \phi I_d$.

- mantém ângulos de disparo complementares nos dois rectificadores
- assegura a manutenção continuada do equilíbrio de tensões rectificadas à custa de sistemas de controlo automático de correntes em cadeia fechada.

A fig. 7.10 mostra um exemplo deste tipo de solução com rectificadores trifásicos em ponte. O funcionamento baseia-se essencialmente no comando complementar dos dois rectificadores, i.e., com $\alpha_2 = \pi - \alpha_1$ (cf. fig. 7.11). Mas como existem sempre alguns desequilíbrios este objectivo só é realmente conseguido à custa de sistemas de controlo em cadeia fechada. Neste exemplo é feito o controlo individual (independente) da corrente média em cada rectificador, existindo um órgão inicial que subdivide a corrente média pretendida I_d^* nas correntes a estabelecer com cada rectificador (I_{d1}^* e I_{d2}^*) segundo uma lei como a indicada na fig. 7.12. Este bloco dirige o pedido da corrente de carga apenas ao grupo com sentido concordante. É muitas vezes desejável que a corrente nos conversores nunca desça abaixo de um certo valor mínimo por forma a manter o conjunto sempre em funcionamento contínuo ou muito próximo.

As auto-induções de atenuação L_o não provam q.d.t. à componente contínua da corrente de carga, mas atenuam fortemente as componentes (harmónicas) responsáveis pelo tremor e pelo desvio instantâneo entre as tensões dos dois rectificadores.

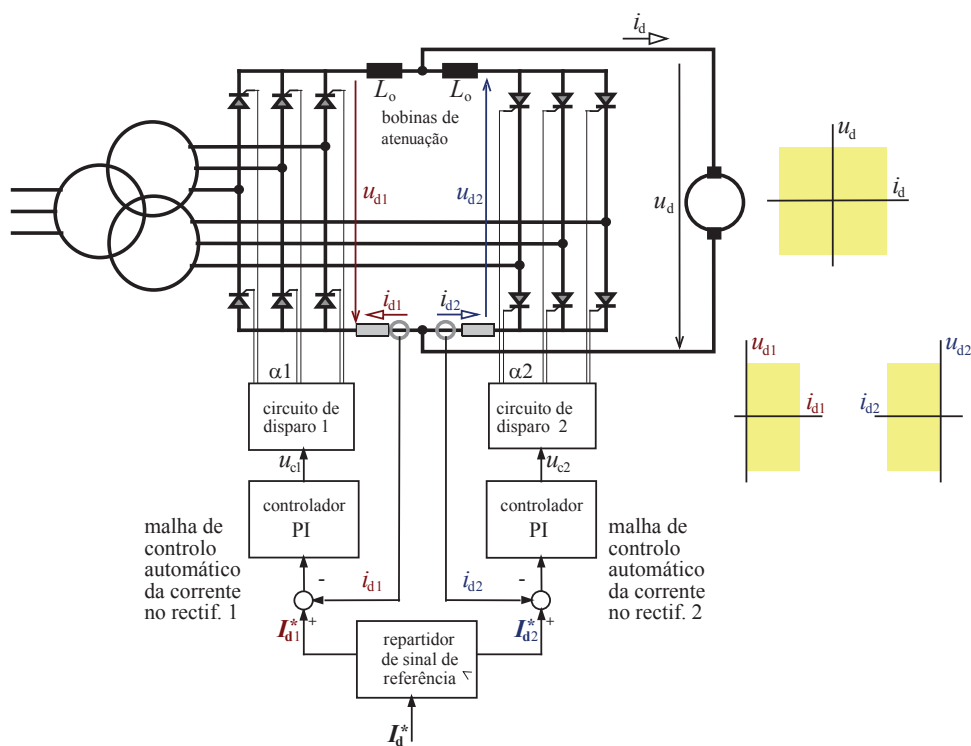


Fig. 7.10 - Montagem rectificadora de quatro quadrantes com corrente circulante, formada por rectificadores trifásicos em ponte, com os diagramas de blocos dos indispensáveis sistemas de controlo automático. Utilizando as quatro bobinas anti-circulação é possível retirar o isolamento galvânico entre as alimentações.

RECTIFICADORES DE QUATRO QUADRANTES

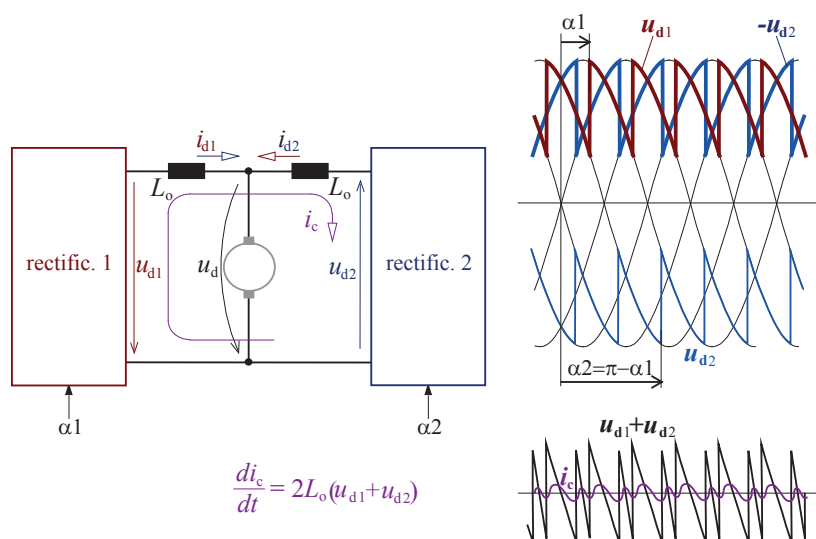


Fig. 7.11 - Diagramas das tensões rectificadas u_{d1} e u_{d2} (com funcionamento contínuo) mostrando a sua complementaridade. A soma daquelas tensões é responsável pela componente de corrente circulante i_c . Se a simetria de valores médios nos dois rectificadores fosse perfeita a componente i_c teria valor médio nulo.

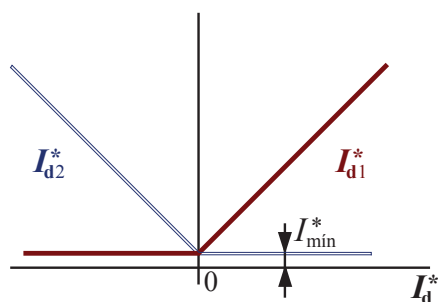


Fig. 7.12 - Função de repartição das referências de corrente pelos dois rectificadores. O valor I_{\min} corresponde a uma pequena componente de corrente circulante estabelecida com o intuito de manter os dois rectificadores sempre em funcionamento contínuo.

Os maiores inconvenientes desta modalidade residem na necessidade de utilizar fontes trifásicas com isolamento galvânico para os dois rectificadores, através de transformador(es), ou ainda mais bobinas de atenuação. Trata-se de elementos volumosos e pesados que aumentam o custo do conjunto.

Uma potencialidade desta solução consiste na possibilidade de impôr sempre funcionamento contínuo e permitir inversões rápidas com corrente razoavelmente lisa mesmo no atravessamento do zero.

7.2.2- Rectificador de quatro quadrantes sem corrente circulante

Este tipo de solução, também chamada de montagem com *lógica de inversão*, utiliza uma associação idêntica à do caso anterior mas sem bobinas de atenuação. Com efeito, a circulação de corrente entre os dois rectificadores é impedida activando um e um só rectificador de cada vez. A fig. 7.13 mostra o esquema deste tipo de montagem com rectificadores trifásicos em ponte, bem como o diagrama de blocos do sistema de controlo e comando associado.

Neste caso não se requerem alimentações isoladas para cada rectificador; a parte mais delicada reside no bloco de lógica de inversão. Quando um dado rectificador está activo (a alimentar a carga) e surge um pedido de corrente I_d^* de sentido oposto, a parte de controlo de corrente assegura o aumento do ângulo de disparo que fará baixar a tensão média e, por conseguinte, a corrente. Por seu lado, o circuito de lógica de inversão procede do seguinte modo: quando o valor médio da corrente já for suficientemente baixo inibe os disparos para o rectificador que estava activo; detecta que a corrente já se anulou e, a partir daí, mantém um intervalo de tempo de segurança (milissegundos) para a recuperação de bloqueio dos tiristores; finalmente autoriza os disparos no outro rectificador.

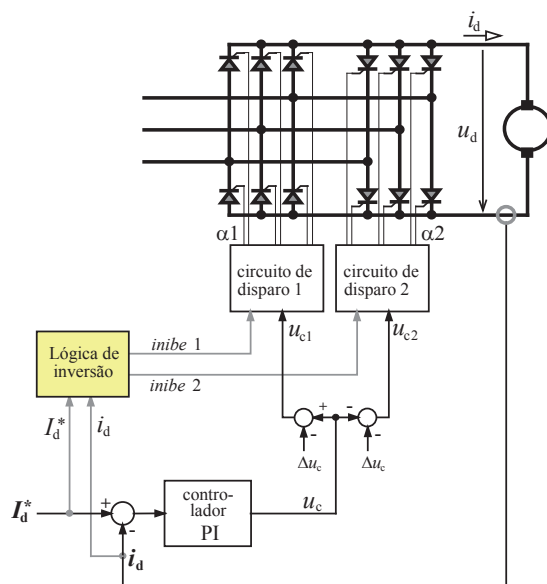


Fig. 7.13 - Montagem rectificadora de quatro quadrantes com lógica de inversão, formada por rectificadores trifásicos em ponte, com os diagramas de blocos do sistema de controlo automático.

Admita-se que o sistema de disparo de cada rectificador garante proporcionalidade entre o sinal e comando e o valor médio da tensão rectificada correspondente ($U_d = k u_c$) no caso de funcionamento contínuo. Entretanto, quando a corrente se aproximar de zero, passa sempre por uma situação de funcionamento lacunar. Assim, pode aplicar-se um desvio ($2\Delta u_c$) entre os

RECTIFICADORES DE QUATRO QUADRANTES

siniais de comando dos rectificadores, para criar condições de menor sobressalto na transição de um rectificador para outro, conforme fica indicado na fig. 7.14. Deste modo assegura-se que, após a inibição do rectificador que antes estava activo (em t_2), o valor inicial do ângulo de disparo no outro rectificador (em t_3) seja suficientemente elevado para começar por ter tensão rectificada negativa e a corrente não sofrer imediatamente um salto.

Na fig. 7.14 está assinalada uma trajectória fictícia do ponto de funcionamento durante uma inversão*. O processo inicia-se com o rectificador 1 em funcionamento contínuo no ponto A quando surge o pedido de corrente com sentido negativo (instante t_0); o circuito de controlo faz baixar o sinal de comando u_{c1} , primeiro continuando em funcionamento contínuo e, depois, saindo para uma zona de funcionamento descontínuo (entre t_1 e t_2); quando o circuito de lógica de inversão decide inibir o rectificador 1 (em t_2) cria um tempo de espera e só depois (em t_3) lança os disparos no rectificador 2; o controlo de corrente faz então aumentar em sentido oposto o sinal de comando u_{c2} , passado inicialmente por uma zona de funcionamento descontínuo (entre t_3 e t_4) e, depois, contínuo (de t_4 a t_5) até ao novo ponto de funcionamento B.

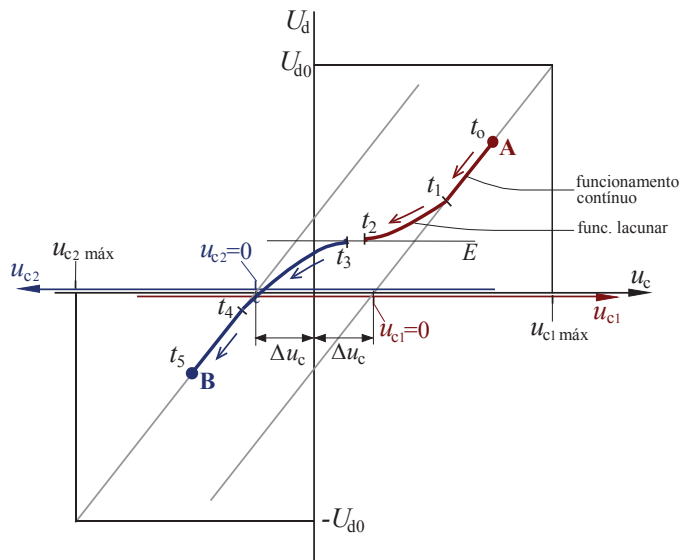


Fig. 7.14 - Repartição dos sinais de comando u_{c1} e u_{c2} na montagem rectificadora de quatro quadrantes com lógica de inversão e ilustração da trajectória do ponto de funcionamento numa manobra de inversão. A porção de t_0 a t_2 corresponde a corrente i_d positiva e a porção de t_3 a t_5 a corrente i_d negativa.

Este tipo de montagem, ao dispensar as bobinas de atenuação e o isolamento galvânico entre as alimentações dos dois rectificadores, resulta mais económica e compacta do que a anterior. Contudo, nas transições de inversão de sentido da corrente acaba por ser um pouco mais lenta e apresentar maiores “sobressaltos” nas passagens por zero.

* É fictícia porque os pontos de funcionamento assinalados correspondem a regime permanente que, neste caso, não chega a ser estabelecido; todavia, esta representação hipotética é útil para a explicação do fenómeno.

7.3- Efeitos dos rectificadores sobre as redes e compatibilidade electromagnética

Já houve oportunidade de constatar que os conversores estáticos de potência ligados a redes eléctricas normalmente causam perturbações* que afectam a sua capacidade de transporte e/ou a **qualidade de energia** nas mesmas: podem ser, nomeadamente, as deformações de tensão, as harmónicas de corrente, o trânsito de energia reactiva, a sobrecarga de corrente no neutro. Para além destes efeitos ainda são responsáveis pela emissão de radiação electromagnética que pode perturbar as radiocomunicações.

O estudo dos efeitos pelos quais o funcionamento de um equipamento eléctrico ou electrónico afecta o funcionamento de outros, por via conduzida (através das redes ou circuitos) ou por radiação electromagnética (sem ligação galvânica) é designado por **Compatibilidade Electromagnética (CEM)**. Actualmente existe bastante regulamentação e normalização incidindo nos dois aspectos envolvidos neste tipo de problemas, i.e: a contenção de efeitos perturbadores de certos equipamentos e a garantia de imunidade dos equipamentos mais susceptíveis aos níveis de perturbação a que possam estar sujeitos.

Muitas das questões de qualidade de energia decorrem de aspectos de compatibilidade electromagnética vistos do lado do recurso comum a muitos equipamentos que é a rede eléctrica. Neste âmbito também tem sido produzida normalização e regulamentação, quer exigindo padrões de qualidade para os distribuidores de energia eléctrica, quer impondo restrições aos efeitos perturbadores admissíveis aos consumidores.

7.3.1- Introdução aos conceitos de potências em regimes deformados

No cap. 5 foi referido que as noções de potência aparente, potência reactiva, ângulos de defasagem e factores de potência, perante grandezas periódicas não sinusoidais adquirem novos significados.

Considere-se o caso simples do circuito da fig. 7.15a, onde a fonte impõe uma tensão sinusoidal a uma carga não linear obriga à circulação de uma corrente periódica i não sinusoidal (ou seja, *deformada*).

A **potência aparente** entregue pela fonte (à carga) exprime-se pelo produto dos valores eficazes da tensão aos seus terminais (U) e da corrente que circula (I), com os sentidos positivos assinalados na fig. 7.15a:

$$S = UI \quad (7.22)$$

* Faz-se notar que certos conversores estáticos também podem ser usados para corrigir parte daquelas perturbações, na qualidade de *filtros activos* ou de *compensadores*.

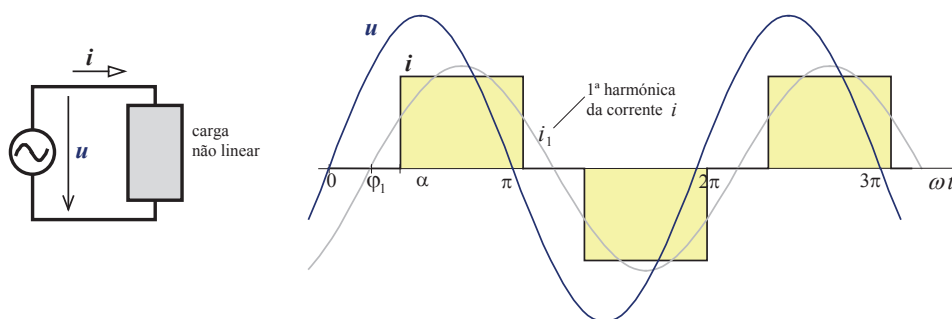


Fig. 7.15 – Exemplo de uma situação com tensão sinusoidal e corrente deformada.

A **potência activa** entregue pela fonte mantém a definição bem conhecida de potência média:

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u i dt \quad (7.23)$$

Considerando a seguinte decomposição harmónica da corrente

$$i = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{2} I_k \sin(k\omega t - \varphi_k) \quad (7.24)$$

resulta

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \sqrt{2} U \sin(\omega t) \left[I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{2} I_k \sin(k\omega t - \varphi_k) \right] dt = \\ &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \sqrt{2} U \sin(\omega t) I_0 dt + \sum_{k=1}^{\infty} \int_{t_0}^{t_0+T} \sqrt{2} U \sin(\omega t) \sqrt{2} I_k \sin(k\omega t - \varphi_k) dt \end{aligned} \quad (7.25)$$

cujo primeiro termo vem nulo e cujos termos correspondentes aos integrais dos produtos das harmónicas de corrente pela senoide de tensão também são todos nulos excepto aquele em que a corrente tem exactamente a frequência da tensão, ou seja, o da primeira harmónica:

$$P = P_1 = U I_1 \cos \varphi_1 \quad (7.26)$$

Note-se que se u também tivesse harmónicas o resultado seria mais complexo, fazendo intervir também harmónicas de tensão e de corrente.

O **factor de potência** passa a definir-se pela relação entre a potência activa e a aparente:

$$\lambda = \frac{P}{S} \quad (7.27)$$

Não existe uma definição universalmente aceite de potência reactiva para o caso geral dos regimes deformados. Mas, tomando em conta a harmónica fundamental da corrente i , simbolizada por i_1 na fig. 7.15b, pode definir-se uma **potência reactiva associada à 1ª harmónica da corrente**, no presente caso expressa por

$$Q_1 = U I_1 \sin \varphi_1 \quad (7.28)$$

onde U e I_1 representam, respectivamente, os valores eficazes da tensão u e da primeira harmónica da corrente i e φ_1 representa o ângulo de defasagem entre u e i_1 .

Define-se também uma grandeza designada por **potência deformante**, simbolizada por D , que pretende traduzir o contributo das harmónicas para a potência aparente

$$S^2 = P^2 + Q_1^2 + D^2 \quad (7.29)$$

e que neste caso se pode exprimir por

$$D = \sqrt{\sum_{k>1}^{\infty} (UI_k)^2} \quad (7.30)$$

Geralmente a potência reactiva e a potência deformante são indesejáveis. A potência reactiva corresponde a um trânsito de energia que contribui para o aumento da corrente mas não contribui para a potência média, ou seja para a potência útil na generalidade das aplicações. Este trânsito de energia prejudica a capacidade de transporte de energia nas redes mas pode ser compensada pelos processos tradicionais. A potência deformante traduz a presença de harmónicas que têm igualmente efeitos nefastos nas redes. Estas últimas podem ser compensadas, p.ex., por filtragem ou por aumento do índice de pulsação dos rectificadores.

7.3.2- Consumo de potência reactiva pelos rectificadores

Para avaliar a potência reactiva de primeira harmónica num caso concreto considere-se um rectificador controlado monofásico em ponte e acompanhem-se os diagramas correspondentes na fig. 7.16a, admitindo que a corrente rectificada é lisa. Na mesma figura assinala-se a primeira harmónica da corrente no lado de alternada (i_1), verificando-se que apresenta uma defasagem relativamente à tensão igual ao ângulo de disparo, i.e., $\varphi_1 = \alpha$.

Neste circuito, suposto ideal, a potência activa transmitida pela fonte de AC é igual à que é recebida pela carga em DC

$$P = UI_1 \cos \varphi_1 = U_d I_d \quad (7.31)$$

Como $U_d = U_{d0} \cos \alpha$ e $\varphi_1 = \alpha$, vem $UI_1 \cos \varphi_1 = U_{d0} \cos \varphi_1 I_d$, ou seja

$$I_1 = \frac{U_{d0} I_d}{U}$$

donde

$$P = U_{d0} I_d \cos \alpha \quad (7.32)$$

Atendendo à definição de potência reactiva de primeira harmónica, $Q_1 = UI_1 \sin \varphi_1$, vem

$$Q_1 = U_{d0} I_d \sin \alpha \quad (7.33)$$

A representação gráfica destes resultados pode ver-se no gráfico cartesiano da fig. 7.16a, onde as duas potências figuram normalizadas relativamente ao valor máximo que podem assumir $U_{d0}I_d$. Resultados análogos podem ser obtidos para os rectificadores trifásicos.

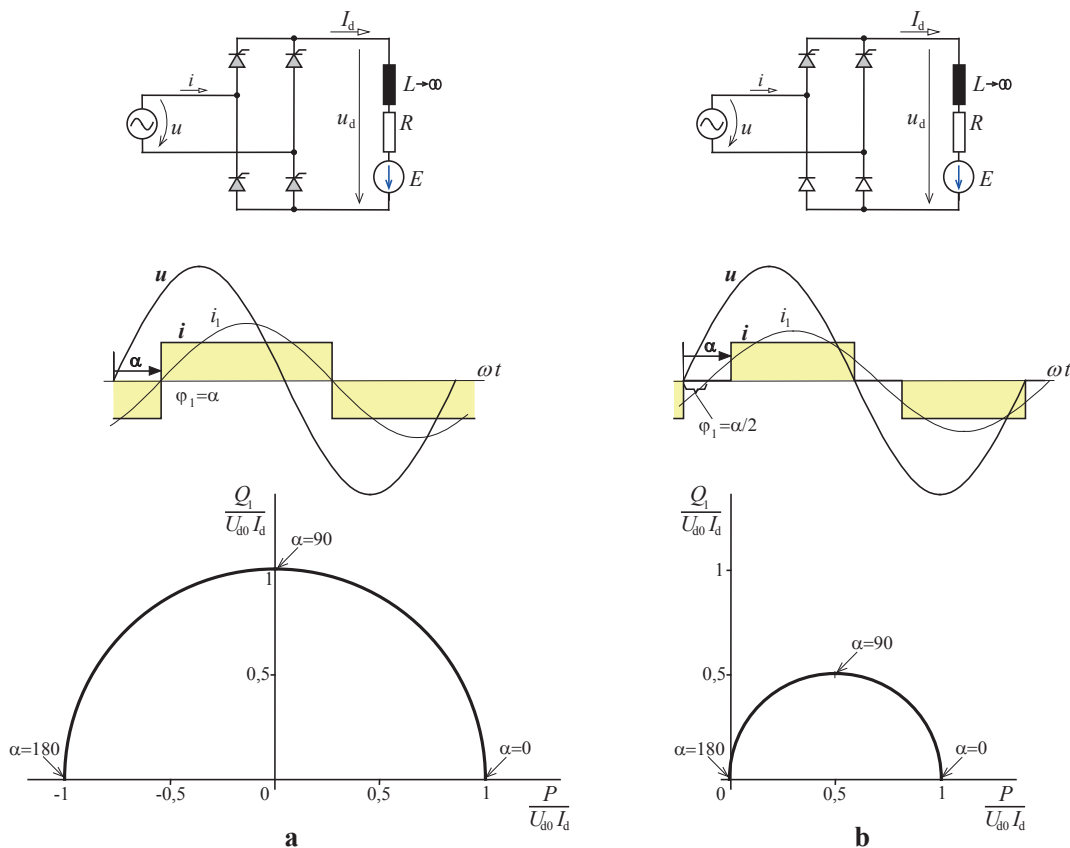


Fig. 7.16 – a: esquema e formas onda de um rectificador controlado monofásico em ponte em funcionamento contínuo e com corrente i_d lisa, e diagrama representando as potências activa e reactiva de primeira harmónica. **b:** idem para um rectificador monofásico em ponte semi-controlado.

Note-se que nos rectificadores a díodos a potência reactiva Q_1 é nula, visto equivalerem ao ponto de funcionamento de $\alpha=0$. Podem também conceber-se variantes de esquemas de rectificação, como o indicado na fig. 7.16b, designados por **semi-controlados**, com díodos em lugar de alguns dos tiristores. Nestes casos o consumo de potência reactiva da rede é inferior ao dos rectificadores totalmente controlados com a mesma topologia, pois demonstra-se que apresentam $\varphi_1 = \alpha/2$. Trata-se de conversores que proporcionam apenas operação no primeiro quadrante, são mais económicos (o diodo tem custo inferior ao do tiristor e não requer circuito disparo) e podem servir para numerosas aplicações.

7.3.3- Golpes na tensão devidos à comutação de dispositivos

As comutações entre as válvulas nos rectificadores provocam golpes (cavas e saliências) na tensão da rede, conforme se viu no final da secção 7.1.2 (fig. 7.6). Demonstrou-se que a profundidade (elevação) dessas cavas (saliências) junto do rectificador é determinada apenas pelo ângulo de disparo. A largura de tais perturbações será tanto maior quanto maior for a intensidade da corrente rectificada no momento das comutações, bem como o valor da auto-indução de curto-circuito da rede no local. Ou seja, este efeito perturbador será tanto acentuado quanto maior for a potência do conversor face à potência de curto-circuito no local.

Uma forma de atenuar este efeito consiste na inserção de pequenas auto-induções em série nas fases junto do conversor. A fig. 7.17 mostra a forma aproximada das tensões compostas em vários pontos da rede, sem e com inserção de bobinas de atenuação; mostra também em pormenor a justificação das amplitudes relativas das cavas e saliências nos vários pontos da rede. A presença de pequenas bobinas de atenuação com auto-indução L_p permite obter no barramento comum a mais utilizadores uma forma de tensão menos deformada do que aquela que se regista junto do rectificador. Neste caso a profundidade das variações que ocorrem durante fenómenos de comutação diminui na relação potenciométrica dos valores das auto-induções, i.e.

$$\frac{\Delta u'}{\Delta u''} = \frac{L_k}{L_p + L_k} \quad (7.35)$$

Conclui-se que a auto-indução a acrescentar para obter uma redução significativa nas amplitudes das perturbações será tanto maior quanto menor for a potência de curto-circuito no local (maior a auto-indução L_k). Todavia, o valor de L_p a adoptar não poderá ser excessivo dado que, por seu lado, ocasiona o alargamento dos sulcos e saliências da tensão.

Refere-se ainda que estas deformações de tensão podem afectar igualmente o sistema de disparo do próprio rectificador. Com efeito, os circuitos electrónicos que realizam a detecção da passagem das tensões por zero, para criação do ângulo de disparo, no caso de não possuírem uma filtragem apropriada, podem efectuar detecções erradas e desencadear disparos extemporâneos.

A normalização IEC 60146 da Comissão Electrotécnica Internacional estipula, entre outros aspectos, amplitudes máximas de deformação deste tipo que os consumidores com conversores estáticos de potência podem causar nas redes.

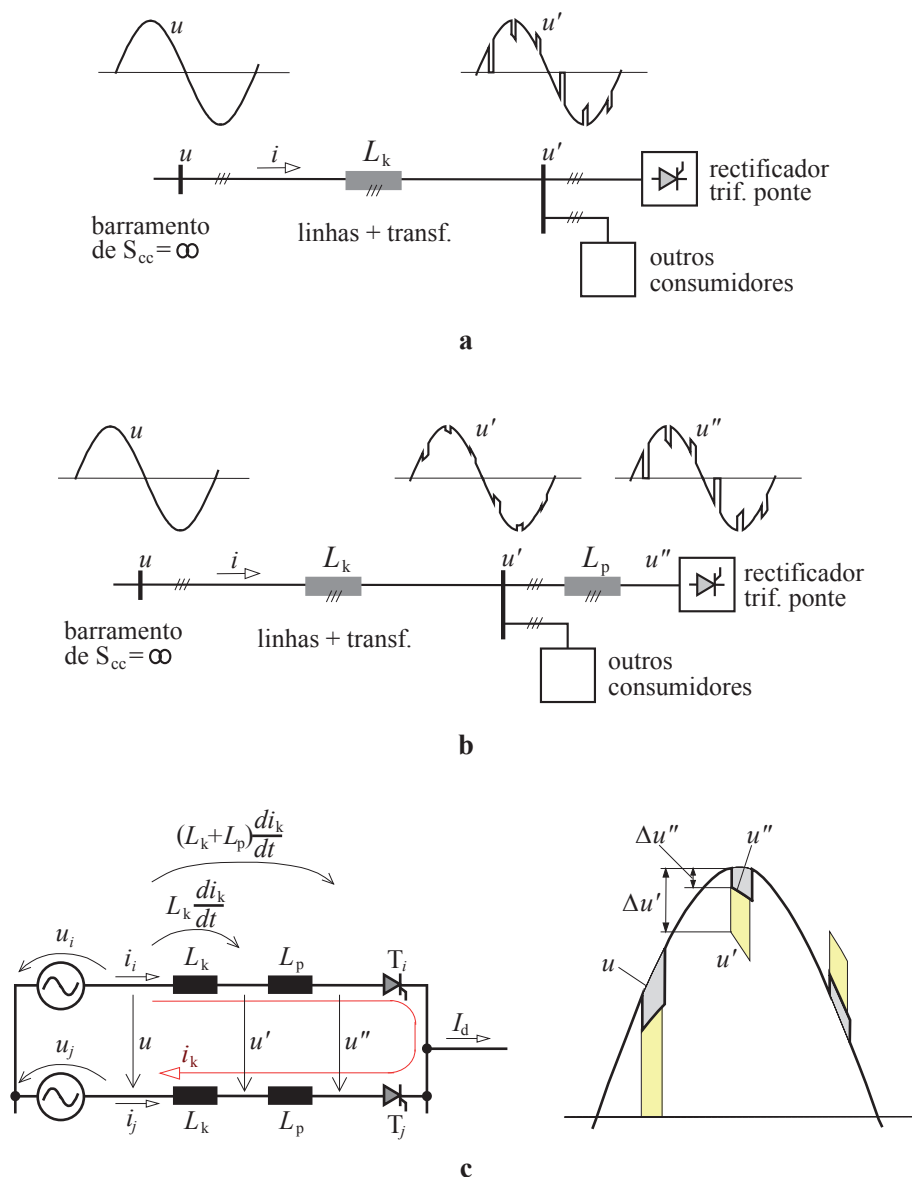


Fig. 7.17 – Deformações nas tensões compostas da rede causadas pela comutação de válvulas num rectificador controlado trifásico em ponte: **a**: aspecto da tensão sinusoidal da rede a montante e da tensão deformada junto do conversor; **b**: formas das tensões no caso de serem inseridas auto-induções adicionais de limitação L_p ; **c**: detalhes das cavas e saliências de tensão e justificação da sua amplitude relativa na malha de comutação.

7.3.4- Poluição harmónica

As correntes solicitadas à rede pelos rectificadores apresentam formas muito diferentes da sinusoidal, com elevado **teor harmónico**. Na fig. 7.18 apresentam-se os espectros de amplitudes das correntes alternadas estabelecidas por vários rectificadores de ponto médio e em ponte, monofásicos e trifásicos, já anteriormente calculados (cf. secção 2.12 e fig. 2.44).

Nas montagens em ponte (fig^{as}. 7.18a e 7.18b) as correntes de fase estão isentas de harmónicas de ordem par. No caso do rectificador trifásico em ponte o espectro da corrente de fase, além de não exibir harmónicas de ordem par, também vem isento de harmónicas de ordens múltiplas de 3; restam as de ordem $k=6n\pm 1=\{1, 5, 7, 9, 11, 13, \dots\}$. Nas montagens de ponto médio (fig^{as}. 7.18c e 7.18d) as correntes de fase apresentam ainda harmónicas pares e componente contínua.

Em todos os casos as amplitudes (ou os valores eficazes) das harmónicas existentes diminuem com a respectiva ordem k mantendo a seguinte relação com a amplitude (ou valor eficaz, respectivamente) da harmónica fundamental:

$$I_k = \frac{I_1}{k} \quad (7.36)$$

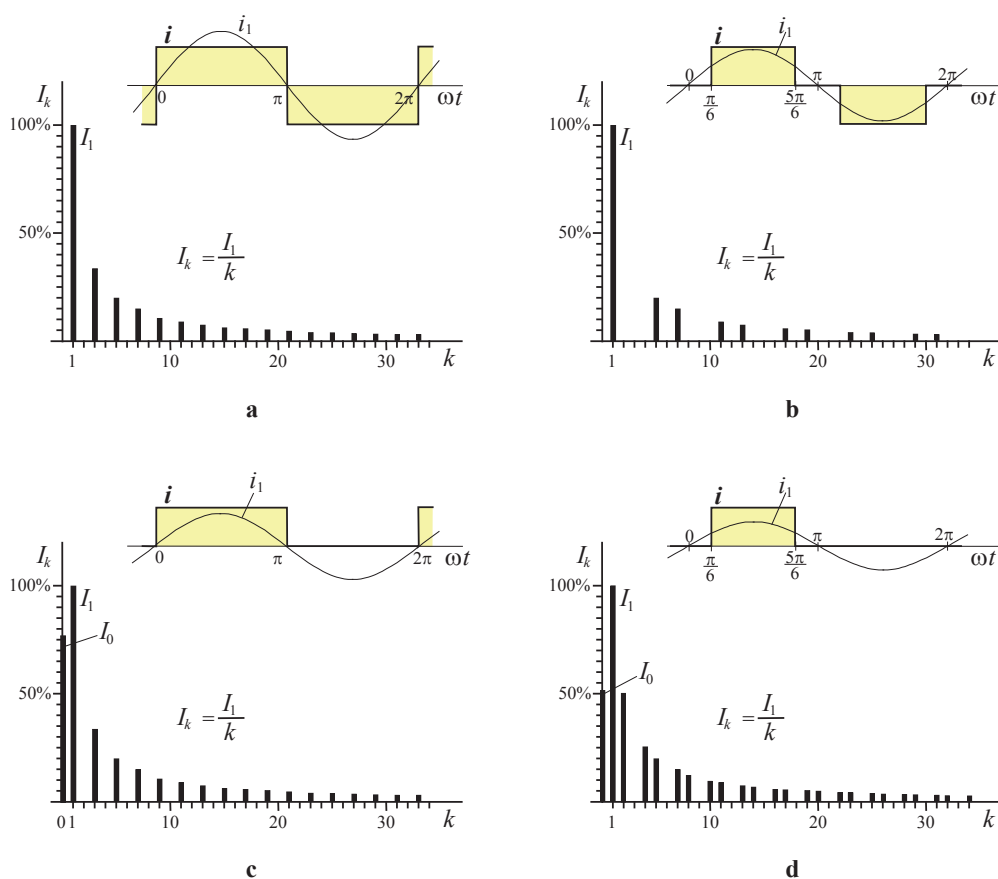


Fig. 7.18 – Exemplos de formas de corrente alternada criadas por rectificadores em condições ideais (comutação instantânea e corrente rectificada lisa) e seus espectros harmónicos: **a** - num rectificador monofásico em ponte; **b** - num rectificador trifásico em ponte; **c** - num rectificador bifásico de ponto médio; **d** - num rectificador trifásico de ponto médio.

As harmónicas de ordem mais baixa são as que têm efeitos mais nefastos sobre a rede, podendo afectar sistemas de telecomando (sinais de alguns quilohertz veiculados pela rede), instrumentação e aquisição de dados e até órgãos de protecção da própria rede, ou ocasionar fenómenos de ressonância entre capacidades e auto-induções existentes na rede. As harmónicas de ordem muito elevada causam sobretudo interferências em sistemas de comunicação.

Normalmente existe uma grande disseminação de condensadores nas redes eléctricas, quer em MT quer em BT, destinados à compensação de energia reactiva em consumidores com força motriz. A presença de harmónicas nas correntes ocasiona sempre algum teor harmónico nas tensões e, por conseguinte, vai provocar aquecimento dos condensadores.

As harmónicas de ordem múltipla de 3, provocadas por cargas monofásicas não-lineares, somam-se no neutro dos circuitos trifásicos (cf. fig. 7.19) e podem ocasionar sobrecarga deste condutor se ele não tiver um dimensionamento apropriado. O problema torna-se mais sério pelo facto de a regulamentação de segurança permitir secções de neutro inferiores às das fases nas instalações eléctricas quando os condutores de fase tiverem secção superior a 10 mm².

As fontes de alimentação de muitos equipamentos electrónicos, designadamente computadores, são cargas não lineares cuja corrente contém harmónicas de ordem 3 e múltiplas desta. Por essa razão, é recomendável o reforço da secção de neutro (ou, pelo menos, a utilização de secção igual à das fases) em canalizações eléctricas trifásicas de instalações com grande número destes equipamentos.

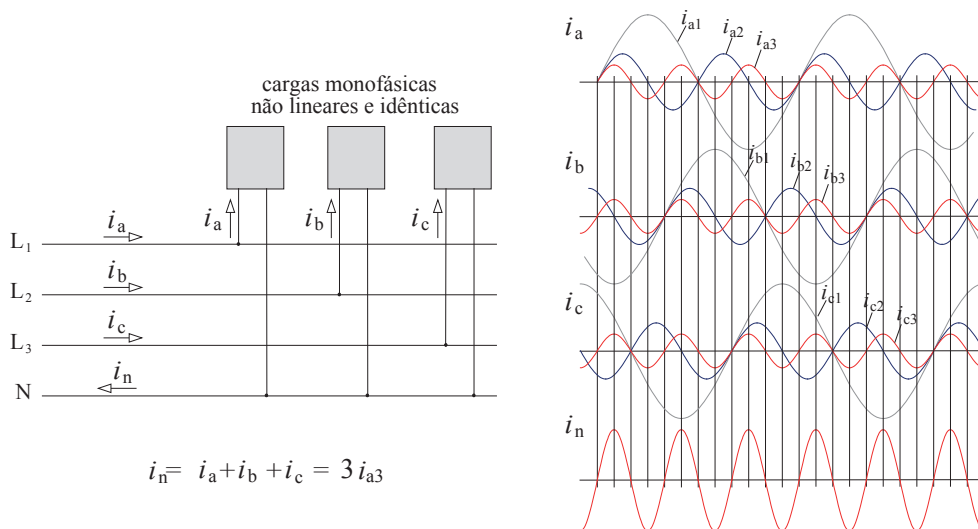


Fig. 7.19 – Soma das várias componentes harmónicas de correntes de cargas monofásicas para obtenção da corrente de neutro numa instalação trifásica. Se as cargas forem idênticas as harmónicas fundamentais e as de ordem par formam sistemas trifásicos simétricos, cuja soma é nula; as harmónicas de ordem múltipla de 3 surgem em fase (são homopolares) e adicionam-se no neutro.

Entre outras particularidades das harmónicas nas redes trifásicas constata-se que a harmónica fundamental, bem como as harmónicas pares e as harmónicas ímpares de ordem $k=6n+1$ constituem entre si sistemas trifásicos de sequência directa, ao passo que as de ordem $k=6n-1$ constituem sistemas trifásicos de sequência inversa; já se tinha assinalado que as de ordem múltipla de 3 formam sistemas homopolares, só podendo circular se existir neutro. A fig. 7.20 ilustra estas características.

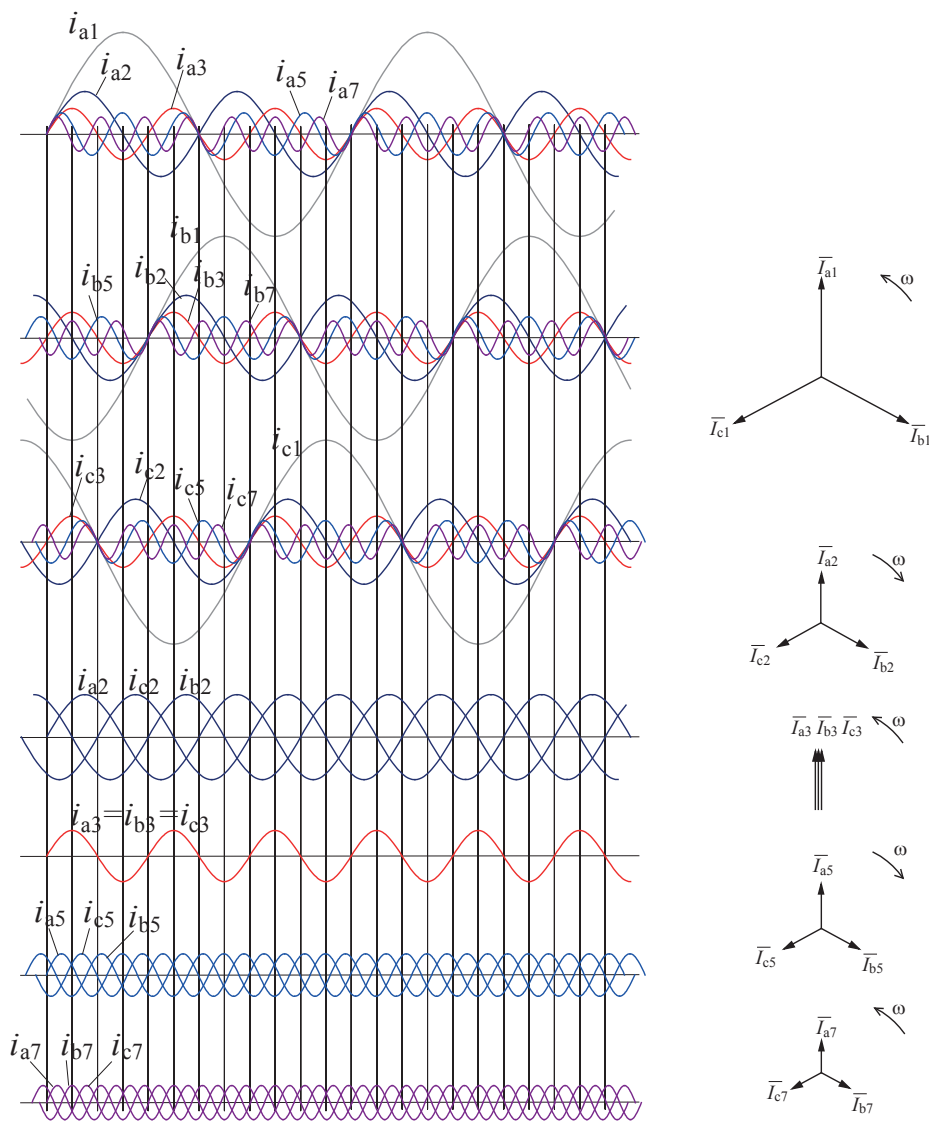


Fig. 7.20 – Composição trifásica de várias harmónicas: a 1ª e a 7ª constituem sistemas trifásicos de sequência directa; a 3ª constitui um sistema homopolar, a 2ª e a 5ª constituem sistemas trifásicos de sequência inversa.

O estudo analítico ou numérico dos efeitos das harmónicas das correntes “injectadas” pelos conversores estáticos numa rede tem de ser feito utilizando modelos matemáticos da

rede e dos equipamentos nela existentes adequados às várias frequências. Convém assinalar que a estrutura dos modelos ou esquemas equivalentes de linhas, de transformadores, de máquinas, etc., bem como os valores dos respectivos parâmetros, variam com a frequência. A título ilustrativo mostra-se na fig. 7.21 o aspecto de um diagrama de impedância global de rede vista de um ponto.

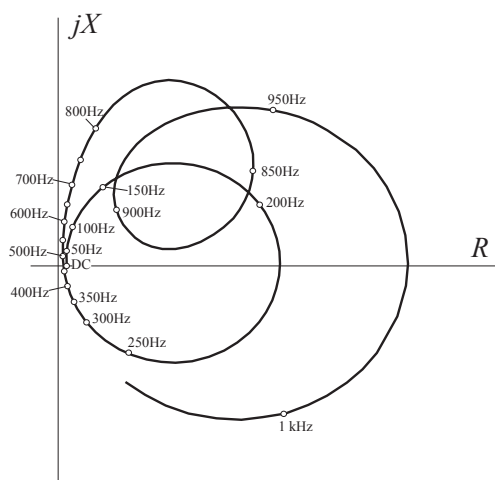


Fig. 7.21 – Aspecto típico de um diagrama polar de impedância vista de um ponto de uma rede: é constituído pelo lugar geométrico dos pontos de impedância determinada, ou medida, às várias frequências.

Nos conversores electrónicos que se estudaram, as deformações da corrente de fase em regime permanente correspondem a componentes com frequências múltiplas da fundamental; as amplitudes podem variar com a situação de carga, mas as frequências são essencialmente invariáveis. No entanto, certos tipos de equipamentos provocam **harmónicas não características***, ou seja, cuja frequência não é múltipla da fundamental, podendo ser fixa ou variável. Os próprios rectificadores podem ficar nestas condições: é o que sucede se a carga impuser variações da corrente com frequência distinta da frequência da rede (p.ex. se o rectificador alimentar um ondulator que comanda uma máquina de corrente alternada a frequência variável). O mesmo pode acontecer se o sistema de controlo do rectificador tiver oscilações. A utilização de filtros activos afigura-se como o método mais adequado para solucionar este tipo de perturbação, quer se trate de componentes com frequências fixas ou variáveis.

As **sub-harmónicas**, também designadas por **batimentos**, correspondem a variações periódicas com frequência inferior à fundamental. Registam-se habitualmente em equipamentos com carga cíclica. O seu efeito na tensão é muito indesejável, especialmente na gama dos 2 aos 20 Hz, por provocar tremulação na iluminação, fenómeno conhecido pela designação de **flicker**, que constitui uma causa muito importante de incómodo visual.

* também chamadas de **inter-harmónicas**.

Para além dos conversores estáticos, que são poluidores harmónicos por excelência, existem outros tipos de cargas bastante nefastas deste ponto de vista. Merecem especial destaque os equipamentos que funcionam com arco eléctrico, como sejam os fornos eléctricos e os equipamentos de soldadura, que introduzem desde componentes com frequência inferior à da rede até deformações com uma riqueza espectral abrangendo uma vasta gama de altas frequências não características e variáveis.

Quanto a poluidores de menor impacto citam-se ainda os motores eléctricos com colector e escovas (motores de corrente contínua e motores universais), cujo efeito perturbador provém de pequenos arcos eléctricos, e as lâmpadas de descarga que criam correntes deformadas com harmónicas características.

Para atenuar as harmónicas pode-se actuar nos próprios equipamentos perturbadores ou acrescentando sistemas de compensação. No caso dos conversores estáticos existem soluções baseadas em topologias com índices de pulsação elevados, ou no cancelamento de harmónicas por associação com desfasagem. Os sistemas de compensação adicionais são os **filtros**, que podem ser passivos ou activos.

Os filtros **passivos** são constituídos por elementos L , C e, eventualmente, R . Habitualmente constituem um caminho de baixa impedância apenas para uma frequência específica (p.ex. a 5ª harmónica) à custa do efeito de ressonância L - C série (cf. fig. 7.22a). Estes condensadores começam por ser dimensionados para compensar a potência reactiva à frequência fundamental, função adicional que também fica coberta por este tipo de solução; as bobinas, geralmente com núcleo de ar, são então calculadas para assegurar a sintonia com a frequência de ressonância pretendida. Também são vulgares soluções do tipo passa-baixo para atenuar harmónicas de ordem elevada e os *supressores de radio-interferências*.

Os filtros **activos** consistem em conversores muito rápidos, controlados de forma a provocar a adição da parte complementar das deformações para regenerar aproximadamente a forma sinusoidal das correntes (cf. fig. 7.22b).

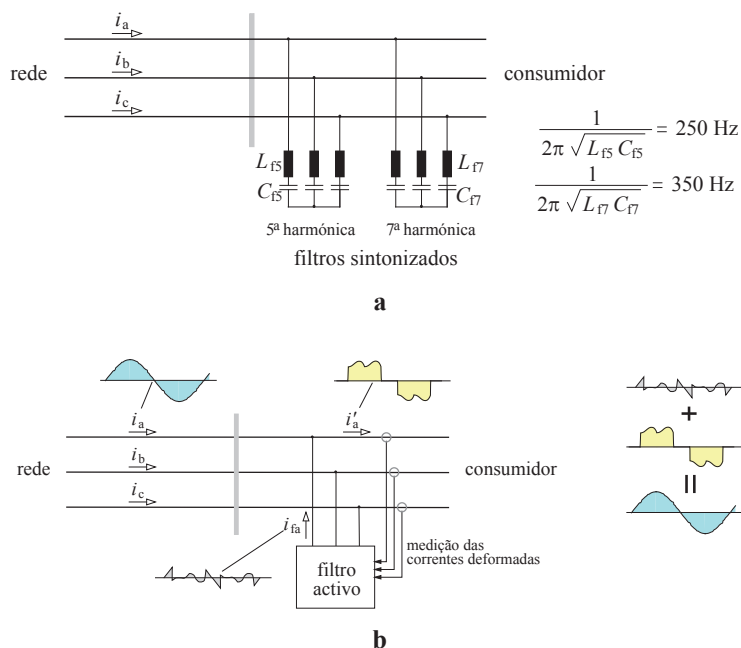


Fig. 7.22 – Ilustração da colocação de filtros *shunt* para atenuação harmónica: **a**- filtros passivos sintonizados com harmónicas específicas; **b**- filtro activo que injecta corrente com uma evolução simétrica da componente de distorção.

7.3.5- Normalização e regulamentação de CEM e de qualidade de energia

Os conversores estáticos de potência, em particular, os rectificadores, são equipamentos fortemente perturbadores das redes de energia eléctrica. A forma de as empresas distribuidoras evitarem prejuízos sérios à qualidade de serviço nas suas redes de distribuição consiste em limitar os níveis de tolerância das perturbações causadas por cada consumidor, em MT e BT. Se o não fizerem, outros consumidores ligados à mesma rede serão afectados pela deformação das tensões que a circulação de correntes deformadas acarreta.

Para regulamentar estes aspectos foi sendo introduzida normalização que, por um lado, restringe o teor harmónico admitido às correntes no ponto de ligação de cada consumidor e, por outro, restringe o teor harmónico da tensão da rede que o distribuidor terá de proporcionar aos clientes. As principais normativas sobre esta matéria são: na Europa, a EN 50146 relativa à emissão e a EN 50160 relativa à qualidade da tensão nas redes; internacionalmente a IEC 61000-3-6 e a IEEE 519, esta última com maior aceitação na América do Norte, ambas respeitantes à interacção entre exigências aos distribuidores e aos consumidores, estipulando limites máximos para a distorção de correntes e de tensões.

A título de exemplo, os requisitos da norma IEEE 519 relativos à distorção admitida na corrente de cada consumidor em BT e MT estão resumidamente descritos no quadro 7.1. Mostram-se também os requisitos desta norma para a distorção de tensão no quadro 7.2.

Quadro 7.1 – Teor máximo de harmónicas ímpares admitido na corrente de cada consumidor, segundo IEEE Standard 519, para tensões nominais entre 120V e 69 kV. Quanto às harmónicas de ordem par apenas são toleráveis 25% dos valores aqui indicados.

I_{CC}/I_L (corrente de curto-circuito) / (compon. fundamental máxima de serviço)	valor máximo admissível da corrente de cada harmónica em % da componente fundamental máxima de serviço h = ordem da harmónica ímpar de corrente					TDD %
	$h < 11$	$11 \leq h \leq 15$	$17 \leq h \leq 21$	$23 \leq h \leq 33$	$h > 33$	
< 20	4,0	2,0	1,5	0,6	0,3	5,0
20 - 50	7,0	3,5	2,5	1,0	0,5	8,0
50 - 100	10,0	4,5	4,0	1,5	0,7	12,0
100 - 1000	12,0	5,5	5,0	2,0	1,0	15,0
> 1000	15,0	7,0	6,0	2,5	1,4	20,0

Quadro 7.2 – Limites máximos admissíveis de deformação da tensão, segundo IEEE Standard 519, para a baixa tensão. A área usurpada máxima admissível por cava vem referida à tensão de serviço de 480 V; noutra tensão U deve ser multiplicada pelo factor $U/480$. O teor máximo de cada harmónica não pode exceder 3 %.

	Aplicações especiais	Sistemas em geral	Sistemas dedicados
profundidade de cava	10 %	20 %	50 %
THD	3 %	5 %	10 %
área usurpada por cava (V μ s)	16400	22800	36500

A norma EN 50160 estabelece as exigências de qualidade de serviço aos distribuidores de energia eléctrica, relativas a diversos tipos de perturbações da tensão: variações lentas e rápidas, *flicker*, cavas, interrupções breves e longas, sobretensões temporárias e transitórias, desequilíbrio, teor harmónico. Os valores limites estão também associados a uma duração máxima admissível da perturbação. A título de exemplo, o teor harmónico (até à harmónica de ordem 40) admitido em BT é $THD \leq 8\%$ em 95% da semana.

Na matéria de CEM (compatibilidade electromagnética) merece referência a vasta normalização da série IEC 61000 e as séries de normas europeias EN 55011 e EN 55022. Sobre esta matéria na União Europeia é sempre exigida a satisfação global da **Directiva de Compatibilidade Electromagnética** (documentos 89/336CEE, 92/31CEE e 93/68CEE).

8 – CONVERSORES CONTÍNUA-CONTÍNUA (*CHOPPERS*)

8.1- Introdução

Os conversores estudados nos capítulos precedentes funcionam com dispositivos estáticos que operam como interruptores, fechando e abrindo espontaneamente ao sabor da evolução natural das correntes e tensões (caso dos díodos), ou fechando por comando exterior e abrindo espontaneamente em consequência da evolução das grandezas eléctricas (caso dos tiristores). Diz-se que se trata de dispositivos com *comutação natural*.

Esse modo de funcionamento requer tensões e correntes com evolução periódica propícia para sustentar repetidamente o processo de comutação (abertura de um dispositivo). É o que acontece normalmente pela presença de fontes de tensão alternada, como se viu nos rectificadores e controladores de AC. Também pode ser um processo baseado em evoluções oscilatórias da corrente, causadas pela carga ou por elementos passivos dos circuitos adjacentes, como acontece nos chamados *conversores ressonantes*.

Quando as grandezas em presença na fronteira do conversor forem contínuas (DC) podem conceber-se conversores estáticos para regular a transferência de energia utilizando dispositivos capazes de fechar e de abrir a partir de comandos exteriores (i.e., **dispositivos comutáveis**).

No que segue consideram-se tensões contínuas constantes impostas por fontes ideais num dos lados do conversor, habitualmente chamado de “entrada”, e correntes impostas por cargas R-L ou R-L-E no outro lado, habitualmente chamado de “saída”. Note-se porém que essas denominações são pouco precisas, visto que supostamente se referem à transferência de energia, que não tem de ocorrer necessariamente só nesse sentido, como se verá.

A abordagem do funcionamento destes conversores, também conhecidos pela designação anglo-saxónica de *choppers*^{*}, é feita considerando circuitos R-L-E no lado da “saída”. Esta hipótese de circuito adjacente tem a mesma razão de ser que no caso dos rectificadores: em grande parte das aplicações trata-se do modelo do induzido de uma máquina de corrente contínua; mas também pode representar p.ex. outro conversor estático colocado à “saída” do *chopper*.

Nesta fase do estudo já se percebeu que os conversores funcionam com conjuntos de interruptores que podem operar de forma espontânea ou por comando externo. Neste capítulo vai-se começar primeiro com a hipótese de realização de um conversor bastante simples usando interruptores e, seguidamente, avançam-se soluções com um interruptor e uma válvula.

^{*} Em Português existem as designações de *pulsador* e *tracejador* para estes conversores estáticos, embora aqui sejam preferidos os termos *regulador de corrente contínua* e *conversor contínua-contínua* e se utilize também o próprio termo inglês *chopper*.

CONVERSORES CONTÍNUA-CONTÍNUA (CHOPPERS)

A estrutura mais simples de conversor capaz de regular a transferência de energia entre uma fonte de tensão e uma fonte de corrente (ou uma carga indutiva) está representada na fig. 8.1a. Para funcionar tem de estar sempre um interruptor fechado e outro aberto, conforme se observa nas fig.^{as} 8.1b,c. Estando I_1 fechado e I_2 aberto existe transferência de energia através do conversor (o seu sentido depende dos sentidos de u e de i_o); estando I_1 aberto e I_2 fechado essa transferência fica suspensa.

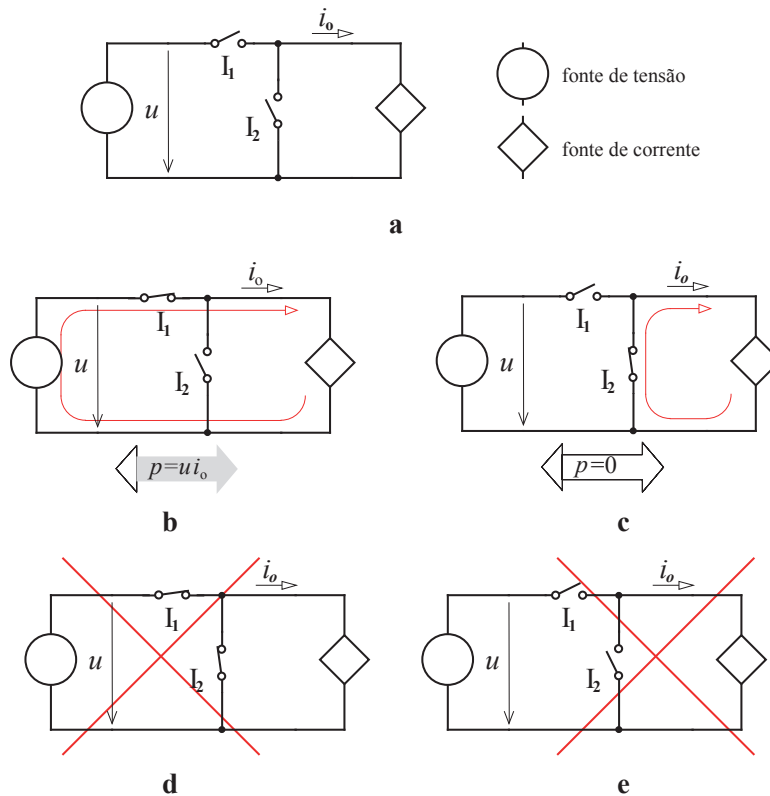


Fig. 8.1 – **a**: esquema de princípio de um conversor capaz de operar entre uma fonte de tensão num lado e uma fonte de corrente ou uma carga indutiva no outro. **b**: configuração que estabelece transferência de energia entre os circuitos adjacentes. **c**: configuração que suspende a transferência de energia. **d**, **e**: configurações não admissíveis dos interruptores (violação das leis de Kirchhoff).

O problema da estrutura ideal vista acima consiste na passagem entre os estados admissíveis $\{I_1$ fechado e I_2 aberto $\}$ e $\{I_1$ aberto e I_2 fechado $\}$. De facto, em nenhum momento poderão estar ambos os interruptores totalmente fechados, porque provocam curto-circuito sobre a fonte de tensão (cf. fig. 8.1.d), nem ambos totalmente abertos, porque a abertura da corrente imposta provoca sobretensão (cf. fig. 8.1.e).

Mas se a tensão e a corrente impostas forem unidireccionais podem-se conceber soluções resolvendo este problema de uma forma robusta.

8.2- Montagem do 1º quadrante

8.2.1- Funcionamento ideal

Considere-se a montagem esquematizada na fig. 8.2a, onde a intervenção espontânea de um dispositivo com a função de válvula (um diodo, naturalmente) permite que o interruptor comute de estado sem qualquer dificuldade. Mas este conversor só pode funcionar com uma tensão unidireccional ($u \geq 0$) imposta de um lado e com uma corrente imposta no outro lado também só com um sentido ($i_o \geq 0$). Como as grandezas convertidas se regem por

$$u_o = \begin{cases} u & \text{para Q fechado} \\ 0 & \text{para Q aberto} \end{cases} \quad i = \begin{cases} i_o & \text{para Q fechado} \\ 0 & \text{para Q aberto} \end{cases}$$

também se verifica $u_o \geq 0$ e $i \geq 0$; isto significa que pode haver funcionamento apenas no primeiro quadrante do plano tensão/corrente em ambos os lados.

Na prática o interruptor pode ser realizado por um dispositivo semiconductor comutável, por exemplo, um MOSFET, um IGBT, ou um tiristor GTO, como se representa na fig. 8.2d.

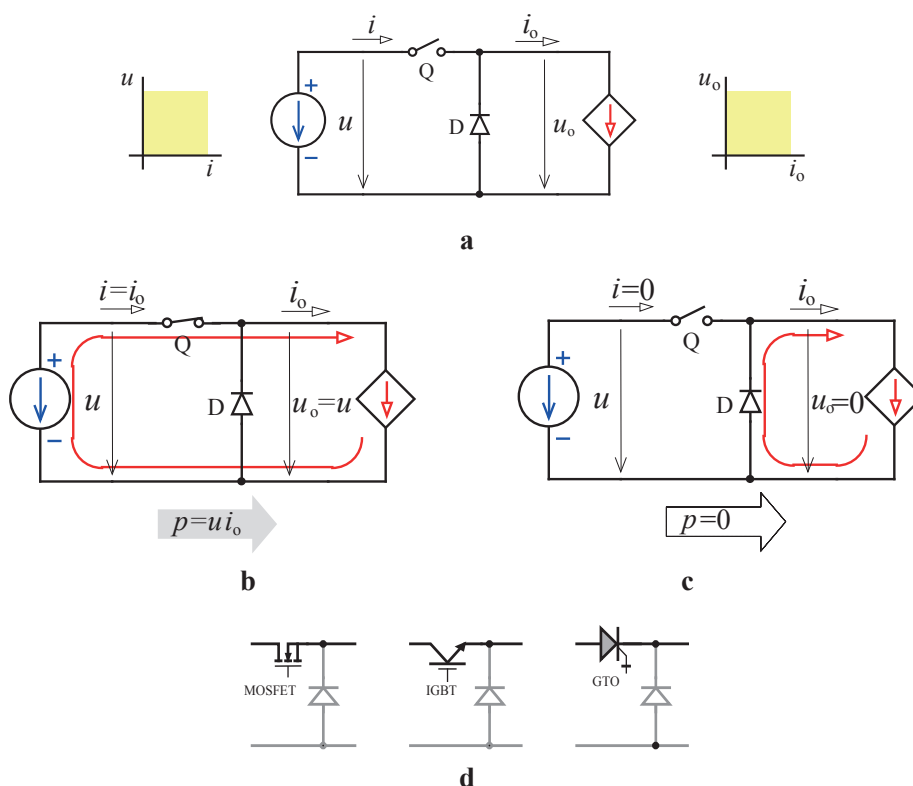


Fig. 8.2 – **a:** esquema de princípio de um conversor capaz de operar com uma tensão contínua imposta de um lado e uma corrente contínua imposta do outro, com os sentidos indicados. **b:** o fecho de Q estabelece transferência de energia da fonte de tensão para a fonte de corrente. **c:** a abertura de Q suspende a transferência de energia. **d:** ex^{os}. de soluções práticas para realizar a função *interruptor* Q .

O funcionamento deste conversor consiste no fecho e abertura cíclicos do dispositivo comutável com a função de interruptor Q, por forma a criar grandezas convertidas pulsadas com valor médio ajustável. Quando Q é fechado D passa automaticamente ao estado de bloqueio (o díodo fica polarizado inversamente à tensão u), a corrente i_o fecha-se pela fonte de tensão u e esta tensão aparece aplicada aos terminais da fonte de corrente i_o ; quando Q é aberto D entra espontaneamente à condução para circulação de i_o em *roda livre*.

Na fig. 8.3 estão representados os diagramas temporais das diferentes grandezas em presença, no caso de comutação periódica do interruptor, com período T e relação cíclica δ , e supondo que as grandezas impostas u e i_o são contínuas constantes: $u=U, i_o=I_o$.

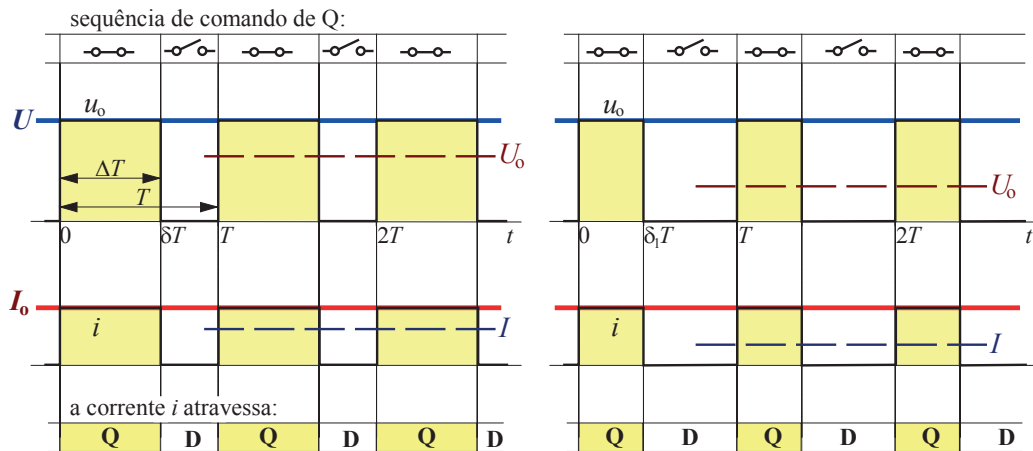


Fig. 8.3 – Diagramas de funcionamento do conversor da fig. 8.2a com fontes DC constantes, para um mesmo período de manobra e variando a relação cíclica δ . O símbolo U_o representa o valor médio de u_o e I representa o valor médio de i .

As grandezas convertidas são pulsantes e geralmente interessa regular a sua componente fundamental, ou seja, o seu valor médio.

O valor médio da tensão convertida u_o determina-se por

$$U_o = \int_0^T u_o dt = \delta U \quad (8.1)$$

o mesmo sucedendo à corrente convertida

$$I = \delta I_o \quad (8.2)$$

onde δ representa a relação cíclica do fecho do interruptor face ao período total

$$\delta = \frac{\Delta T}{T} \quad (8.3)$$

A potência média transmitida obtém-se, neste caso simples, por

$$P = \delta UI_o \quad (8.4)$$

O procedimento pelo qual se regulam os valores médios destas grandezas pulsantes pode ser o ajuste de δ mantendo a frequência constante, método que também recebe o nome de **modulação de largura de impulso**. Encontra-se ilustrado na fig. 8.3.

8.2.2- Funcionamento com carga R-L

Se no lado da corrente imposta existir uma carga indutiva como se representa na fig. 8.4 a evolução das correntes é distinta do caso anterior. Admita-se que inicialmente não há corrente no circuito. Quando Q é fechado estabelece-se a corrente $i=i_o$ na malha U-Q-L-R (cf. fig. 8.5a), que se rege pela eq. diferencial

$$U = Ri_o + L \frac{di_o}{dt} \quad (8.5)$$

A evolução de i_o pode-se determinar facilmente pela soma de uma componente livre i_{ol} com uma componente forçada i_{of} e atendendo à condição inicial:

$$i_{of} = \frac{U}{R}, \quad i_{ol} = Ke^{-\frac{R}{L}t}, \quad i_o(0) = 0$$

Resulta

$$i_o = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right), \quad 0 \leq t \leq t_1 \quad (8.6)$$

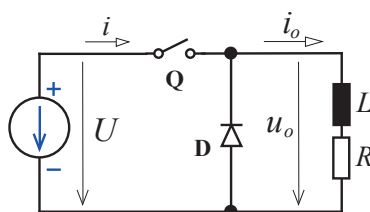


Fig. 8.4 – a: esquema de princípio do conversor DC-DC do 1º quadrante com carga R-L.

Em $t=t_1$, quando $i_o=I_1$, Q foi aberto e a corrente passou a fluir na malha D-L-R (cf. fig. 8.5b), regendo-se pela eq. diferencial homogénea de (8.5), i.e. com $U=0$. A sua solução é simplesmente:

$$i_o = \frac{U}{R} + K_2 e^{-\frac{R}{L}(t-t_1)}, \quad t_1 \leq t \leq t_2 \quad (8.7)$$

Como $i_o(t=t_1) = I_1$ tem-se $I_1 = K_1$ e, atendendo a (8.5), encontra-se $\frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t_1} \right) = K_1$

CONVERSORES CONTÍNUA-CONTÍNUA (CHOPPERS)

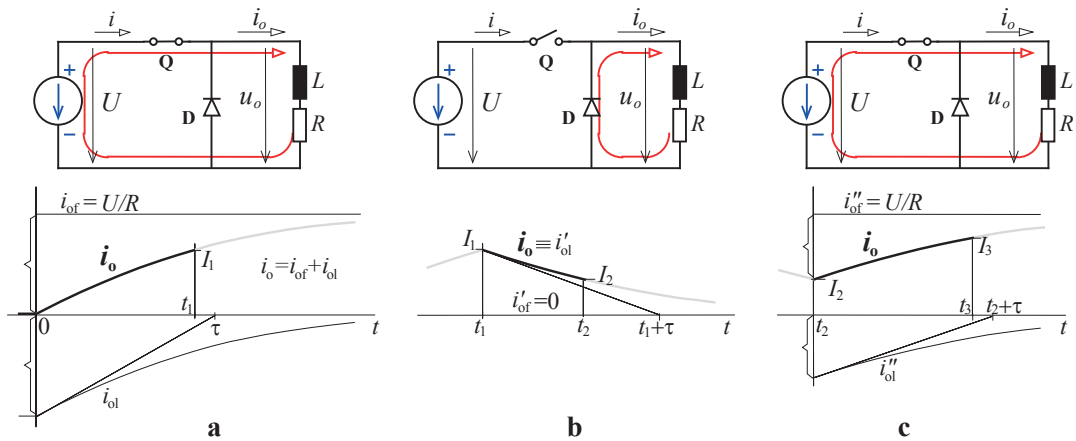


Fig. 8.5 – Regimes transitórios na evolução da corrente i_o na fase de arranque do chopper do 1º quadrante com carga R-L. Fase de arranque do circuito em funcionamento contínuo.

Em $t=t_2$, quando $i_o=I_2$, volta a fechar-se Q (cf. fig. 8.5c), resultando agora

$$i_o = \frac{U}{R} + K_2 e^{-\frac{R}{L}(t-t_2)}, \quad t_2 \leq t \leq t_3 \quad (8.8)$$

Como $i_o(t=t_2)=I_2$, atendendo a (8.7) vem $I_2 = \frac{U}{R} + K_2$, ou seja, $K_2 = I_2 - \frac{U}{R}$

$$i_o = \frac{U}{R} + \left(I_2 - \frac{U}{R} \right) e^{-\frac{R}{L}(t-t_2)}, \quad t_2 \leq t \leq t_3 \quad (8.9)$$

Em $t=t_3$ tem-se $i_o=I_3$

$$I_3 = \frac{U}{R} + \left(I_2 - \frac{U}{R} \right) e^{-\frac{R}{L}(t_3-t_2)} \quad (8.10)$$

Está-se na fase de “arranque” do circuito, a corrente i_o ainda não tem evolução periódica, verificando-se que em $t=t_2$ é maior do que em $t=0$, e em $t=t_3$ é maior do que em $t=t_1$. Esta evolução crescente vai conduzir ao regime permanente, em que $i_o(t) = i_o(t+T)$.

Considerando a manobra de Q periódica com período T e com relação cíclica δ (cf. fig. 8.6b), em regime permanente ter-se-á

$$I_b = \frac{U}{R} + \left(I_a - \frac{U}{R} \right) e^{-\frac{R}{L}\delta T} \quad (8.11)$$

$$I_a = I_b e^{-\frac{R}{L}(T-\delta T)} \quad (8.12)$$

Substituindo I_b obtido por (8.12) em (8.11) encontra-se

$$\frac{U}{R} + \left(I_a - \frac{U}{R} \right) e^{-\frac{R}{L}\delta T} = I_a e^{\frac{R}{L}(T-\delta T)}$$

MONTAGEM DO 1.º QUADRANTE

de onde se obtém

$$I_a = \frac{U}{R} \frac{e^{\frac{R}{L}\delta T} - 1}{e^{\frac{R}{L}T} - 1} \quad (8.13)$$

e, por (8.11), se chega a

$$I_b = I_a e^{\frac{R}{L}(T-\delta T)} = \frac{U}{R} \frac{e^{\frac{R}{L}\delta T} - 1}{e^{\frac{R}{L}T} - 1} e^{\frac{R}{L}T} e^{-\frac{R}{L}\delta T}$$

ou seja,

$$I_b = \frac{U}{R} \frac{1 - e^{-\frac{R}{L}\delta T}}{1 - e^{-\frac{R}{L}T}} \quad (8.14)$$

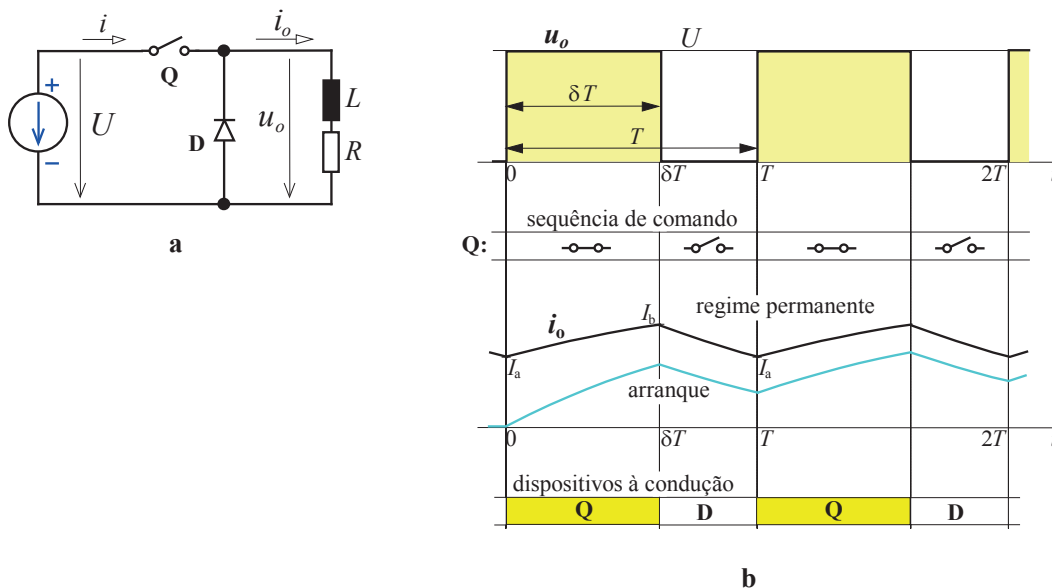


Fig. 8.6 – a: conversor DC-DC do 1º quadrante com carga R-L. b: diagramas de tensão e corrente no arranque do circuito e em regime permanente.

Neste circuito existe sempre funcionamento contínuo, i.e., a corrente nunca se anula (excepto no caso trivial de $\delta=0$), sendo válida a equação

$$U_o = \delta U \quad (8.1)$$

8.2.3- Funcionamento com carga R-L-E

Considere-se agora a carga activa (com f.e.m. * E) indicada na fig. 8.7 no lado da corrente imposta.

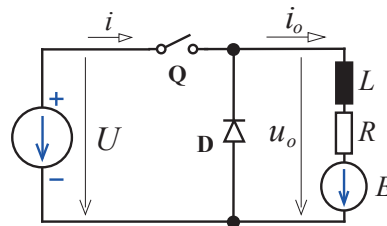


Fig. 8.7 – Esquema de princípio do conversor DC-DC do 1º quadrante com carga R-L-E.

Admita-se que $U > E$ e que inicialmente não há corrente no circuito. Fechando Q em $t=0$ estabelece-se a corrente $i=i_o$ na malha U-Q-L-R-E (cf. fig. 8.8a) que se rege pela eq. diferencial

$$U = Ri_o + L \frac{di_o}{dt} + E \tag{8.15}$$

A solução geral desta exprime $i_o(t)$ para $t \geq 0$. Já se conhece o método de obter essa expressão analítica em casos idênticos, o que conduz a

$$i_o = \frac{U - E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right), \quad 0 \leq t \leq t_1 \tag{8.16}$$

Em $t=t_1$ comuta-se Q ficando a corrente a circular na malha D-L-R-E (cf. fig. 8.8b):

$$i_o = -\frac{E}{R} + K_1 e^{-\frac{R}{L}(t-t_1)} \tag{8.17}$$

Por (8.16) para $t=t_1$ encontra-se $I_1 = \frac{U - E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t_1} \right)$. Atendendo a (8.17) fica

$$-\frac{E}{R} + K_1 e^0 = \frac{U - E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t_1} \right)$$

ou seja $K_1 = \frac{U - E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t_1} \right) + \frac{E}{R}$

* Este tipo de carga pretende representar um modelo do induzido de uma máquina de corrente contínua. A fonte de tensão E é aqui designada por *força electromotriz* pelo significado que tem nesse modelo.

MONTAGEM DO 1.º QUADRANTE

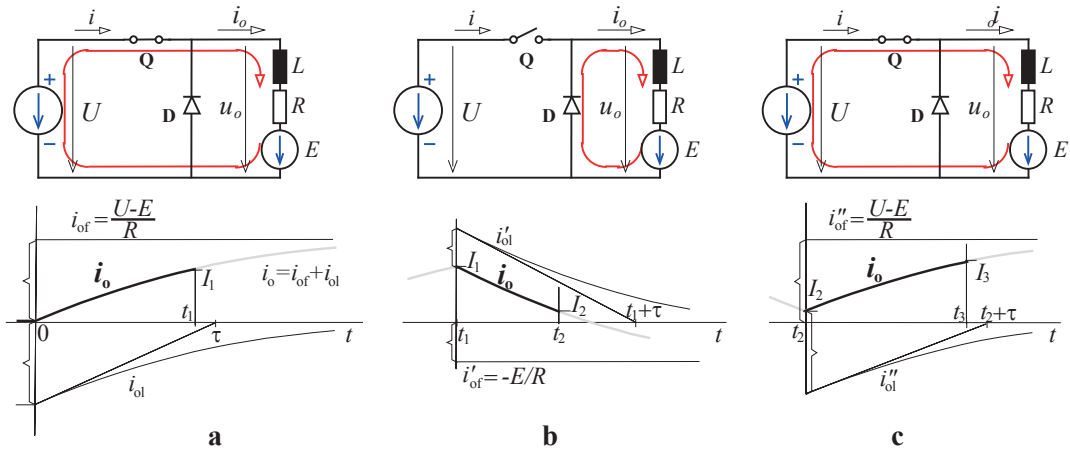


Fig. 8.8 – Regimes transitórios na evolução da corrente i_o na fase de arranque do chopper do 1º quadrante com carga R-L-E. Fase de arranque do circuito em funcionamento contínuo.

Em $t=t_2$, quando a corrente tinha o valor I_2 , fecha-se novamente Q. A corrente que vai circular na malha U-Q-L-R-E (cf. fig. 8.8c) exprime-se por:

$$i_o = \frac{U - E}{R} + K_2 e^{-\frac{R}{L}(t-t_2)}, \quad t_2 \leq t \leq t_3 \quad (8.18)$$

No caso ilustrado na fig. 8.8 a corrente em $t=t_2$ permanece positiva, pelo que há lugar a funcionamento contínuo.

Repetindo as operações de forma cíclica assiste-se ao aumento sucessivo dos valores inicial e final de corrente, de uma forma que converge para a evolução de regime permanente representada na fig. 8.9a. Nesse caso obtém-se

$$I_b = \frac{U - E}{R} + \left(I_a - \frac{U - E}{R} \right) e^{-\frac{R}{L}\delta T} \quad (8.19)$$

$$I_a = -\frac{E}{R} + \left(I_b + \frac{E}{R} \right) e^{-\frac{R}{L}(T-\delta T)} \quad (8.20)$$

ou seja, explicitando I_a e I_b ,

$$I_a = -\frac{E}{R} + \frac{U}{R} \frac{e^{\frac{R}{L}\delta T} - 1}{e^{\frac{R}{L}T} - 1}, \quad I_b = \frac{U}{R} \frac{1 - e^{-\frac{R}{L}\delta T}}{1 - e^{-\frac{R}{L}T}} - \frac{E}{R} \quad (8.21)$$

Com funcionamento contínuo o valor médio da tensão convertida u_o determina-se por

$$U_o = \delta U \quad (8.22)$$

Já se sabe da rectificação não controlada que, com este tipo de carga, o valor médio da corrente à saída obedece à relação seguinte, qualquer que seja o modo de funcionamento:

$$I_o = \frac{U_o - E}{R} \quad (8.23)$$

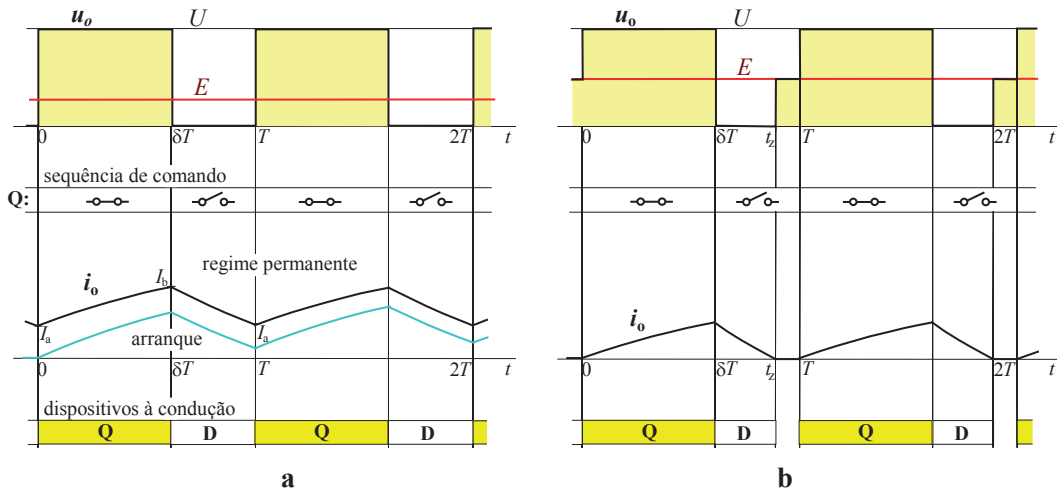


Fig. 8.9 – Funcionamento do conversor da fig. 8.7 em regime permanente: **a-** funcionamento contínuo; **b-** funcionamento descontinuo ou lacunar.

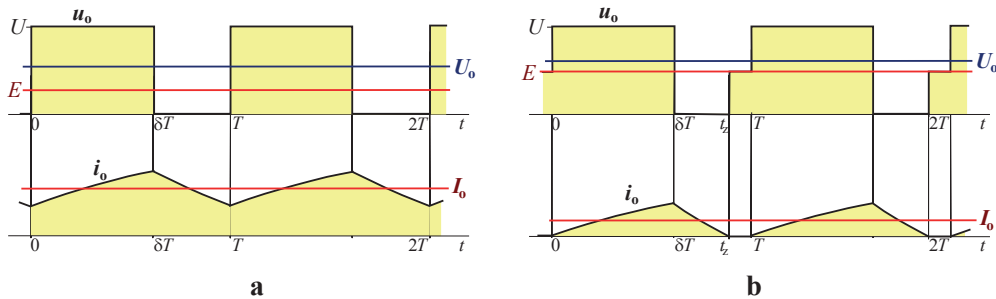


Fig. 8.10 – Diagramas de tensão e corrente em regime permanente conversor DC-DC do 1º quadrante com carga R-L-E com funcionamento contínuo (a) e com funcionamento descontinuo (b), evidenciando os respectivos valores médios.

O **funcionamento descontinuo** regista-se quando a corrente se anula antes de se completar o ciclo de manobras ($t_z < T$ conforme a fig. 8.10b ilustra). Voltando às eq. (8.16) e (8.17), com $t_1 = \delta T$, obtém-se

$$i_o = \frac{U - E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right), \quad t_2 \leq t \leq t_3 \quad (8.16)$$

$$i_o = -\frac{E}{R} + \left[\frac{U - E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}\delta T} \right) + \frac{E}{R} \right] e^{-\frac{R}{L}(t - \delta T)}, \quad \delta T \leq t \leq t_z \quad (8.17)$$

O instante de anulação da corrente pode calcular-se fazendo $i_o(t=t_z) = 0$ em (8.17):

$$-\frac{E}{R} + \left[\frac{U-E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}\delta T} \right) + \frac{E}{R} \right] e^{-\frac{R}{L}(t_z - \delta T)} = 0$$

$$t_z = \frac{L}{R} \ln \left[\left(\frac{U}{E} - 1 \right) \left(1 - e^{-\frac{R}{L}\delta T} \right) + 1 \right] + \delta T \quad (8.24)$$

No entanto pode utilizar-se um método expedito para verificar qual o modo de funcionamento. Existirá funcionamento contínuo sempre que para $t=T$ a corrente ainda seja positiva, ou seja,

$$-\frac{E}{R} + \left[\frac{U-E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}\delta T} \right) + \frac{E}{R} \right] e^{-\frac{R}{L}(T-\delta T)} > 0 \quad (8.25)$$

Multiplicando ambos os membros da desigualdade por R/E obtém-se

$$-1 + \left[\frac{U-E}{E} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}\delta T} \right) + 1 \right] e^{-\frac{R}{L}(T-\delta T)} > 0$$

de onde se pode explicitar

$$\frac{E}{U} < \frac{e^{\frac{\delta T}{\tau}} - 1}{\frac{T}{\tau} - 1}, \text{ com } \tau = L/R \quad (8.26)$$

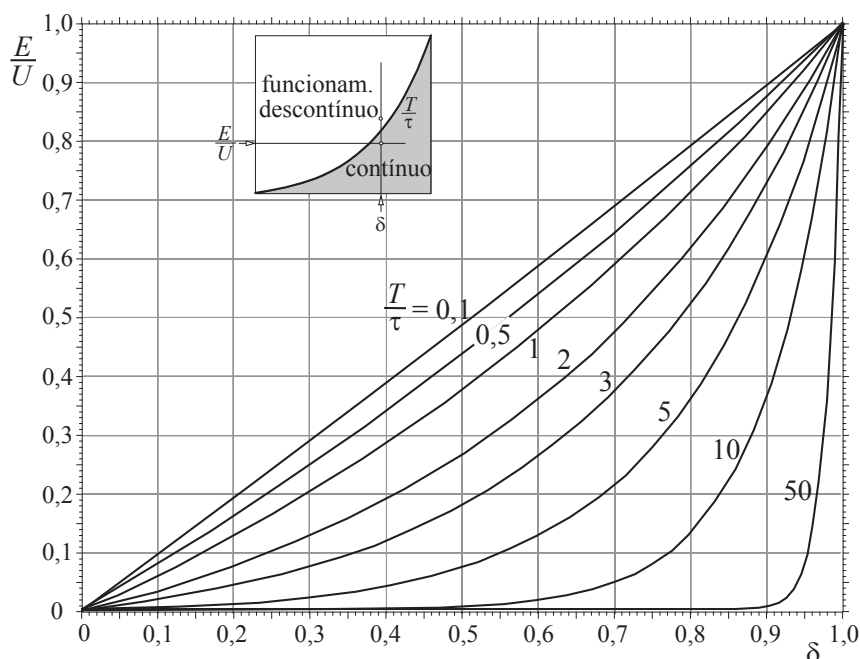


Fig. 8.11 – Diagramas correspondentes à situação limiar entre funcionamento contínuo e descontinuo num conversor DC-DC do 1º quadrante com carga R-L-E.

A desigualdade define a condição de funcionamento contínuo. Na situação limiar tem-se

$$\frac{E}{U} = \frac{e^{\frac{\delta T}{\tau}} - 1}{e^{\frac{T}{\tau}} - 1} \quad (8.27)$$

equação que se pode representar num ábaco como o da fig. 8.11, para uma família de curvas com diferentes valores da relação T/τ , variando os valores de δ entre 0 e 1 para obter cada uma das curvas.

O ábaco assim construído pode ser utilizado para verificar qual o tipo de funcionamento que existe numa dada situação. P. ex. conhecidos os valores de U , E , R , L , T e δ , entra-se no diagrama com δ em abcissas e com E/U em ordenadas, obtendo-se um ponto: se esse ponto se situar abaixo da curva correspondente a $\frac{T}{\tau} = \frac{RT}{L}$ existe funcionamento contínuo, caso contrário o funcionamento é descontínuo.

Já se sabe da rectificação não controlada que, com este tipo de carga, o **valor médio da corrente à saída** obedece à relação seguinte, qualquer que seja o modo de funcionamento:

$$I_o = \frac{U_o - E}{R} \quad (8.28)$$

Em **funcionamento descontínuo**, a partir do instante t_z a corrente i_o fica nula e a tensão u_o passa a ter o valor da f.e.m. E . O valor médio da tensão convertida obtém-se por

$$U_o = \frac{1}{T} \int_0^T u_o dt = \frac{1}{T} \left(\int_0^{\delta T} U dt + \int_{t_z}^T E dt \right) = \frac{U\delta T + E(T - t_z)}{T}$$

$$U_o = \delta U + E \left(1 - \frac{t_z}{T} \right) \quad (8.29)$$

8.2.4- O conversor real e o seu comando; controlo da corrente i_o

Já se sabe que o interruptor simbolizado no esquema do *chopper* do 1º quadrante pode ser realizado com um dispositivo semiconductor comutável, como seja um transistor bipolar, um MOSFET, um IGBT ou um tiristor GTO (cf. secção 1.2). Actualmente os dois últimos tipos são os mais utilizados em aplicações de potência média ou alta (até muitas centenas ou alguns milhares de volt e até milhares de ampère).

A fig. 8.12 representa uma montagem com um IGBT e um diodo. Mostra igualmente o esquema básico de um circuito de comando para este conversor, utilizando um gerador de onda triangular construído com amplificadores operacionais, um comparador* e um acoplador óptico com saída activa; este último realiza a função de *guiamento* (ou *ataque*) do IGBT assegurando isolamento galvânico entre a electrónica de sinal e a electrónica de potência.

* variante de amplificador operacional.

MONTAGEM DO 1.º QUADRANTE

A grandeza de entrada do circuito de comando é a variável δ , aqui traduzida por um sinal em tensão entre 0 e 10V. A alimentação do andar de saída, que tem de ser isolada da alimentação da electrónica de comando, neste caso é obtida a partir da própria fonte de potência.

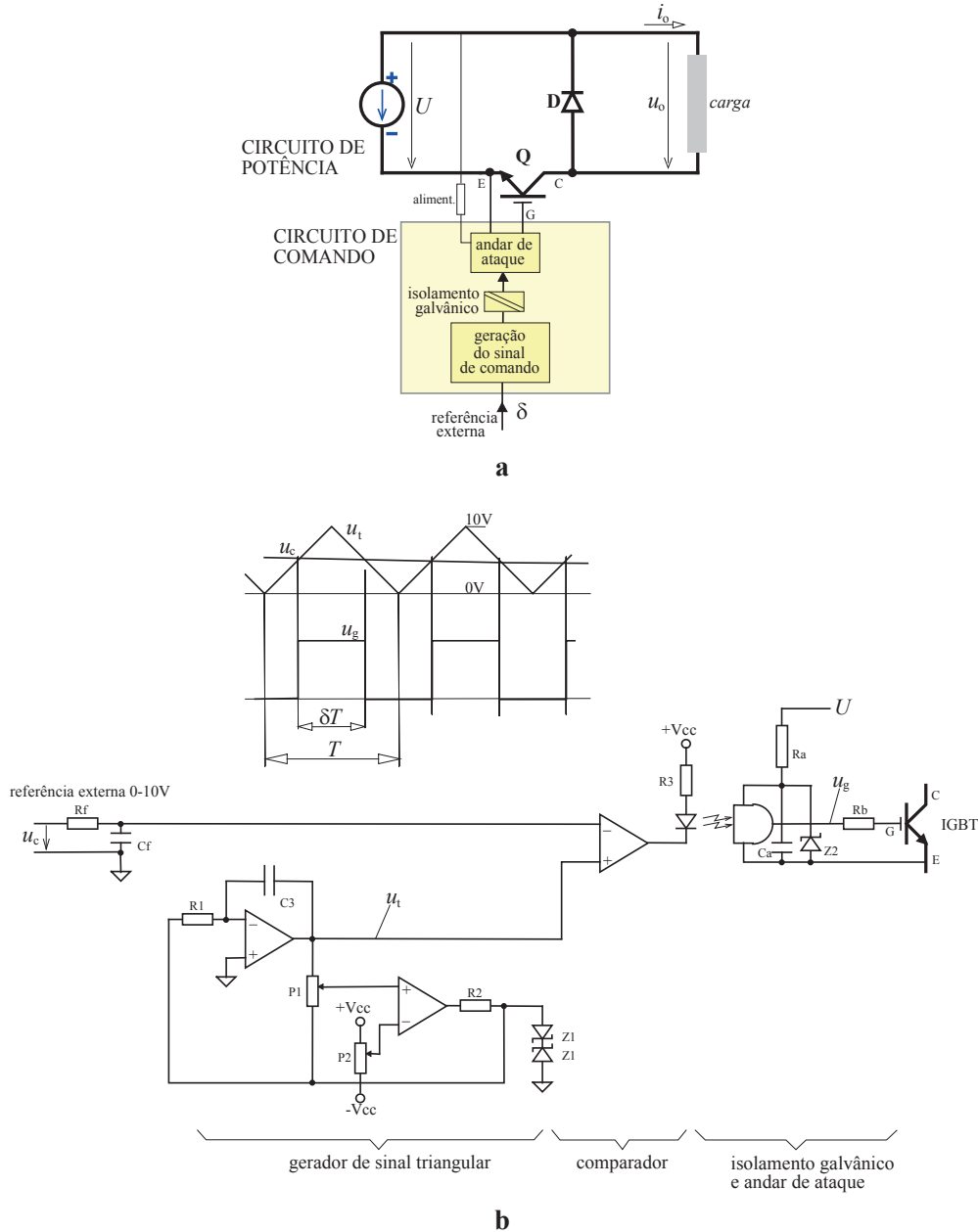


Fig. 8.12 – a: Esquema de um conversor DC-DC do 1º quadrante realizado com um IGBT colocado de forma a facilitar a alimentação do andar de ataque a partir da própria tensão U . **b:** Esquema de um circuito de comando simples; o sinal de referência externa u_c é proporcional a δ : $u_c=0 \Leftrightarrow \delta=0$, $u_c=10V \Leftrightarrow \delta=1$.

O circuito de comando anterior permite fixar a relação cíclica δ e, com isso, o valor médio da tensão convertida. No caso de haver funcionamento contínuo a relação entre ambas

CONVERSORES CONTÍNUA-CONTÍNUA (CHOPPERS)

é de proporcionalidade ($U_o = \delta U$), mas com funcionamento descontínuo o valor médio de u_o passa a depender também de E , U , L , R e T para além de δ (cf. eq.s (8.24) e (8.29)).

Muitas vezes pretende-se controlar a corrente i_o . Uma das formas de o conseguir consiste em instalar um transdutor para medir a corrente e usar o sinal obtido para desencadear o fecho e abertura do dispositivo interruptor através de um controlador de histerese (ou *banda morta*), conforme se apresenta na fig. 8.13: quando o valor da corrente excede o limite I_{\max} então Q é aberto; quando o valor da corrente vem abaixo do limite I_{\min} então Q é fechado.

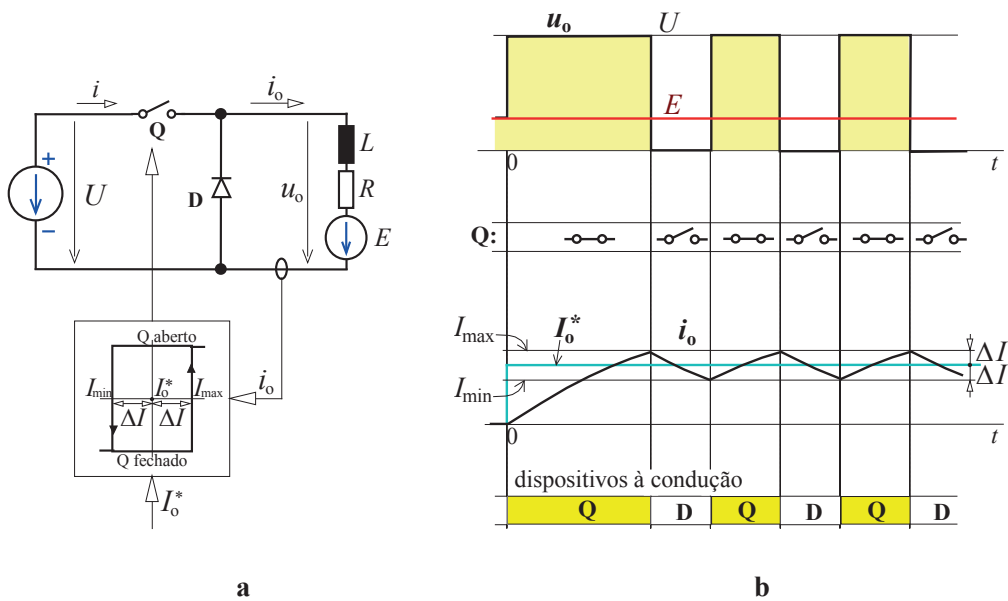


Fig. 8.13 – Funcionamento de um conversor DC-DC do 1º quadrante com controlo de corrente por histerese: **a**- esquema de controlo; **b**- diagramas ilustrativos.

8.3- Montagem do 2º quadrante

Outra forma de realizar o conversor genérico da fig. 8.1a (entre uma fonte de tensão e uma fonte de corrente) baseia-se na utilização de um interruptor e de um dispositivo com a função de válvula com o esquema representado na fig. 8.14a (cf. novamente a variante da fig. 8.2a). Mas este conversor só pode funcionar com uma tensão unidireccional ($u \geq 0$) imposta de um lado e com uma corrente imposta no outro lado também só com um sentido ($i_o \leq 0$). Quanto às grandezas convertidas exprimem-se por (cf. fig^{as}. 8.14b,c):

$$u_o = \begin{cases} 0 & \text{para Q fechado} \\ u & \text{para Q aberto} \end{cases} \quad i = \begin{cases} 0 & \text{para Q fechado} \\ i_o & \text{para Q aberto} \end{cases}$$

ou seja, resulta $u_o \geq 0$ e $i \leq 0$. Logo pode haver funcionamento apenas no segundo quadrante do plano tensão/corrente em ambos os lados.

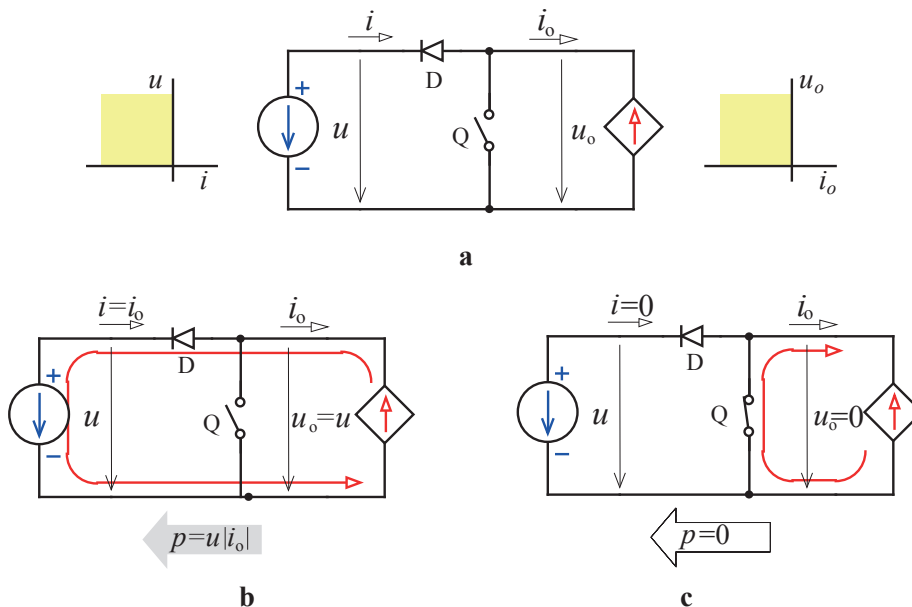


Fig. 8.14 – **a**: esquema de princípio de um conversor capaz de operar com uma tensão contínua imposta de um lado e uma corrente contínua imposta do outro, com os sentidos indicados. **b**: o fecho de Q estabelece transferência de energia da fonte de corrente para a fonte de tensão. **c**: a abertura de Q suspende a transferência de energia.

O funcionamento deste conversor consiste no fecho e abertura cíclicos do dispositivo interruptor Q por forma a estabelecer o valor médio desejado nas grandezas convertidas. Quando Q é fechado D passa automaticamente ao estado de bloqueio (o diodo fica polarizado inversamente à tensão u) e a corrente i_o fecha-se pela fonte de tensão u e esta tensão aparece aplicada aos terminais da fonte de corrente i_o ; quando Q é aberto D entra espontaneamente à condução, circulando i_o em *roda livre*.

Na fig. 8.15 estão representados os diagramas temporais das diferentes grandezas em presença, no caso de comutação periódica do interruptor, com período T e diferentes valores da relação cíclica δ , supondo que as grandezas impostas u e i_0 são ideais, ou seja, contínuas constantes: $u=U$, $i_0 = -I_0$.

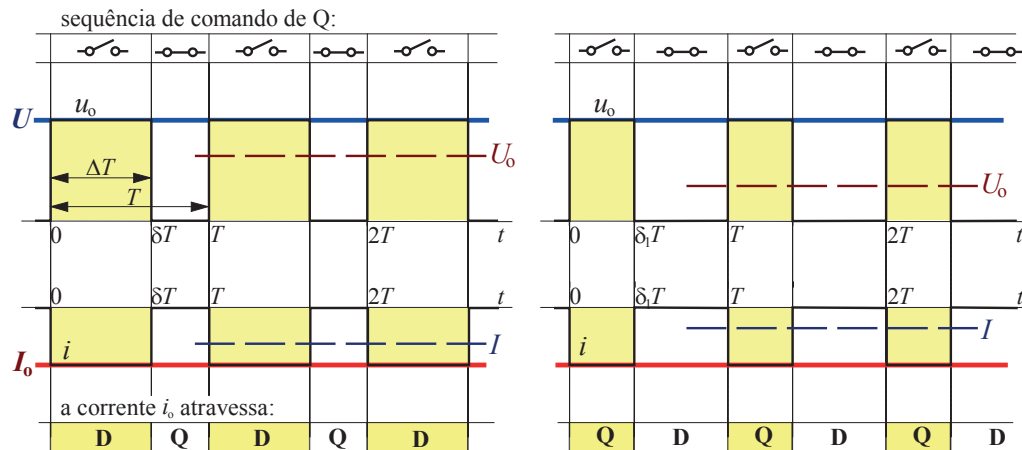


Fig. 8.15 – Diagramas de funcionamento do conversor da fig. 8.13a com fontes DC constantes, para um mesmo período de manobra e variando a relação cíclica δ . O símbolo U_0 representa o valor médio de u_o e I representa o valor médio de i .

Tal como no conversor do 1º quadrante, os valores médios da tensão u_o e da corrente i convertidas, e ainda o valor médio da potência transmitida nestas condições ideais determinam-se, respectivamente, por

$$U_0 = \int_0^T u_o dt = \delta U \quad (8.1)$$

$$I = \delta I_0 \quad (8.2)$$

$$P = UI = \delta UI_0 \quad (8.4)$$

com $\delta = \frac{\Delta T}{T}$.

Uma vez que foi mantida a convenção de sentidos positivos de tensões e correntes do caso anterior, sendo $I_0 \leq 0$, agora só pode resultar $I \leq 0$ e também $P \leq 0$ (energia enviada do lado direito para o lado esquerdo do circuito da fig. 8.14a).

8.3.1- Funcionamento com carga R-L-E (elevador de tensão)

Seja agora o caso mais realista de uma carga com f.e.m. no lado da corrente imposta (fig. 8.16). A presença da auto-indução assegura a imposição de continuidade de corrente. A f.e.m. terá o sentido representado na fig. 8.16.

Admita-se que inicialmente o circuito está em repouso, com Q aberto, e que $U < E$. Em $t=0$ Q é fechado e estabelece-se corrente na malha E-R-L-Q (cf. fig. 8.17a). O transitório de corrente i_o é exponencial, a saber,

$$i_o = -\frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right), \quad 0 \leq t \leq t_1 \quad (8.30)$$

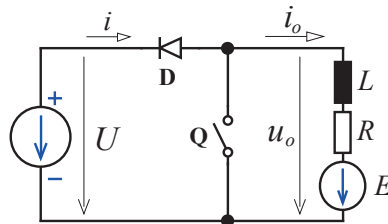


Fig. 8.16 – Esquema de princípio do conversor DC-DC do 2º quadrante com carga R-L-E.

Em $t=t_1$, quando a corrente tinha o valor $i_o=I_1$, comuta-se Q ficando a corrente a circular na malha E-R-L-D-U (cf. fig. 8.17b); logo, virá

$$i_o = \frac{U - E}{R} + K_1 e^{-\frac{R}{L}(t-t_1)} \quad (8.31)$$

Como $I_1 = -\frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t_1} \right) = \frac{U - E}{R} + K_1 e^0$, obtém-se $K_1 = -\frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t_1} \right) - \frac{U - E}{R}$.

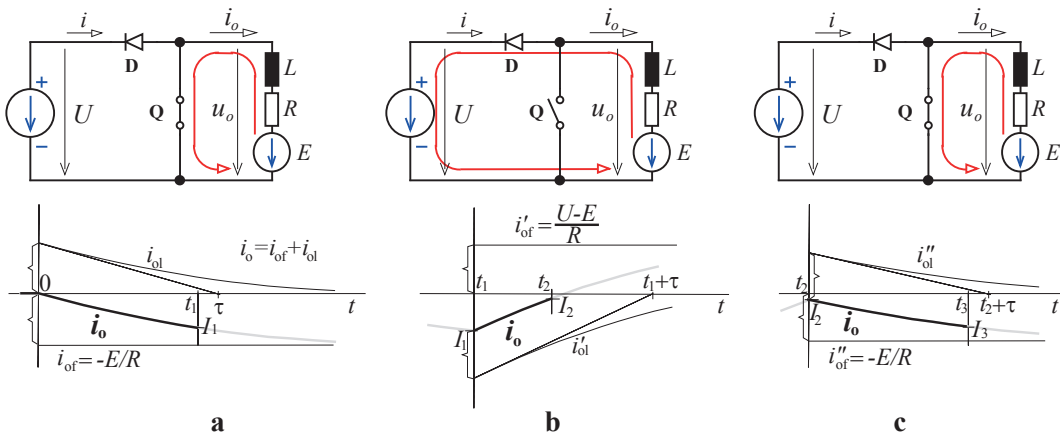


Fig. 8.17 – Regimes transitórios na evolução da corrente i_o na fase de arranque do chopper do 2º quadrante com carga R-L-E. Fase de arranque do circuito em funcionamento contínuo.

Quando, em $t=t_2$, se proceder de novo à comutação de Q a corrente i_o pode ainda não se ter anulado e assumir o valor $i_o=I_2$, conforme a fig. 8.17b representa. Assim, a corrente que então se estabelece na malha E-R-L-Q (cf. fig. 8.17c) exprime-se por:

$$i_o = -\frac{E}{R} + K_2 e^{-\frac{R}{L}(t-t_2)}, \quad t_2 \leq t \leq t_3 \quad (8.32)$$

O valor inicial I_2 obtém-se simplesmente por $I_2 = -\frac{E}{R} + K_2 e^0$, pelo que se poderá achar K_2 atendendo também a (8.31) para $t=t_2$, ou seja, como valor final na configuração anterior.

Continuando a comutar ciclicamente o interruptor Q registar-se-á um aumento progressivo dos valores absolutos da corrente nos pontos extremos. Isto passa-se durante a fase transtória de arranque do circuito (cf. fig. 8.18a) que culmina no estabelecimento do regime permanente, com esses pontos extremos da evolução de i_o a fixarem-se no valores I_a e I_b . Deixa-se ao leitor o cuidado de os calcular.

Assinala-se que se esteve a considerar funcionamento contínuo e, por conseguinte, o valor médio U_o da tensão convertida exprime-se por

$$U_o = \delta U \quad (8.33)$$

Se i_o se tivesse anulado em $t_z < T$ haveria funcionamento descontínuo (cf. fig. 8.18b) e o valor médio t_z já não era função directa de δ , determinando-se antes por

$$U_o = \frac{1}{T} \int_0^T u_o dt = \frac{1}{T} \left(\int_{\delta T}^{t_z} U dt + \int_{t_z}^T E dt \right) = \frac{U(t_z - \delta T) + E(T - t_z)}{T} \quad (8.34)$$

O valor médio da corrente, em qualquer dos casos, obtém-se por

$$I_o = \frac{U_o - E}{R} \quad (8.35)$$

Note-se que I_o é necessariamente negativo, visto i_o também o ser, pelo que terá de se registar sempre $U_o < E$ (vide fig. 8.19). Isto sem prejuízo de se poder ter $U > E$.

A potência média transmitida da esquerda para a direita através do conversor obtém-se pelo produto de U pelo valor médio de i , i.e. $P = UI$; mas neste caso a expressão (8.4) deixa de ser válida, visto que a corrente i tem troços com andamento exponencial e o cálculo do seu valor médio torna-se mais fastidioso.

MONTAGEM DO 2.º QUADRANTE

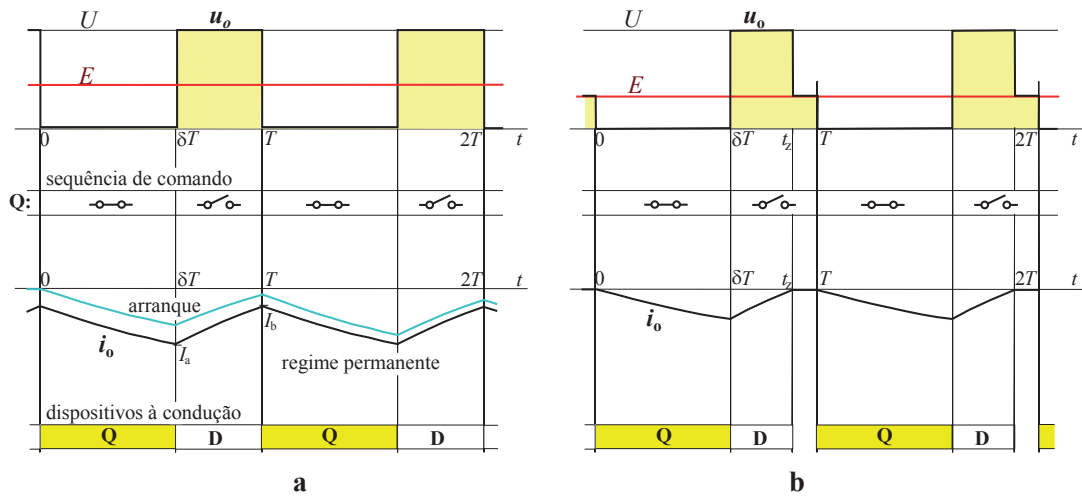


Fig. 8.18 – Operação do conversor da fig. 8.16 em regime permanente: **a-** funcionamento contínuo; **b-** funcionamento descontinuo ou lacunar.

Merece destaque o facto de este circuito enviar energia da fonte E para a fonte U , podendo esta última ter tensão mais elevada. Este aspecto motiva a designação de *elevador de tensão** vulgarmente atribuída a este conversor.

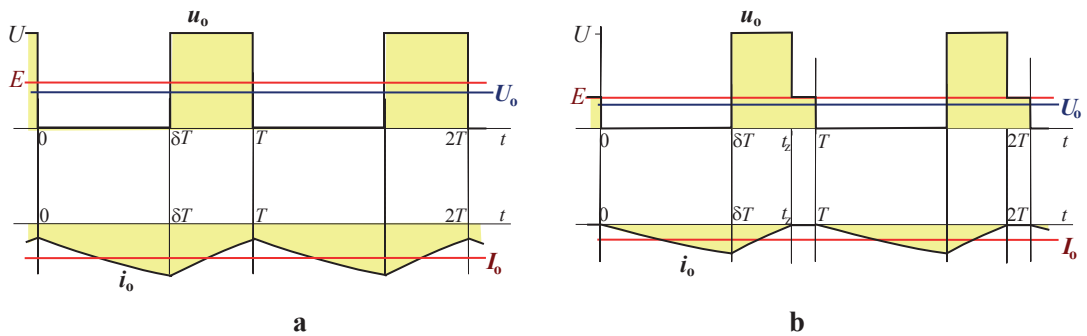


Fig. 8.19 – Diagramas de tensão e corrente em regime permanente conversor DC-DC do 2º quadrante com carga R-L-E com funcionamento contínuo (a) e com funcionamento descontinuo (b), evidenciando os respectivos valores médios.

* *boost chopper* na terminologia inglesa.

8.4- Montagem de 2 quadrantes – 1º e 2º

Para criar um conversor capaz de aceitar a corrente imposta com qualquer dos sentidos pode pensar-se em associar os dois conversores anteriores, conforme se mostra na fig. 8.20: de um lado partilham a mesma tensão unidireccional imposta e, do outro, permitem que a corrente imposta com cada um dos sentidos seja recebida pelo conversor apropriado.

A montagem que resulta admite o funcionamento em dois quadrantes de cada lado: as correntes, quer a imposta (i_b) quer a convertida (i_a), podem ser positivas ou negativas mas as tensões são sempre unidireccionais. Isto mostra que o conversor pode transferir energia em qualquer dos sentidos.

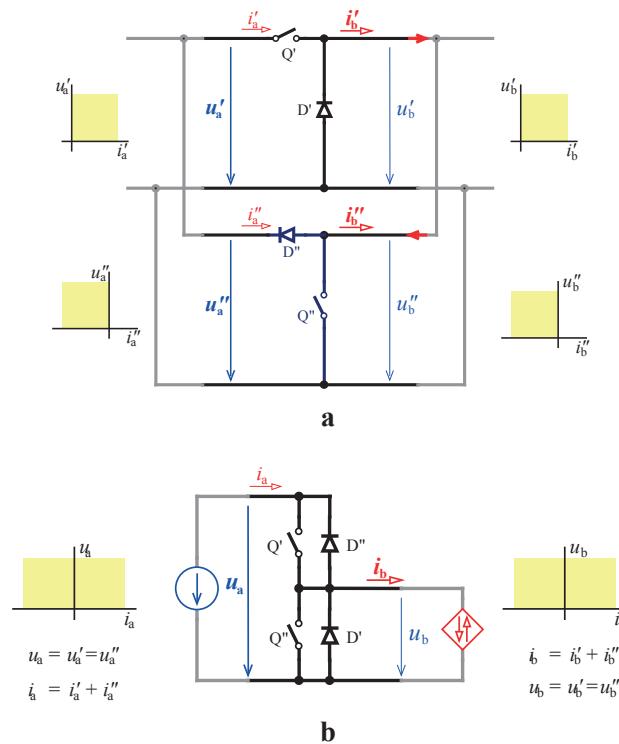


Fig. 8.20 – Associação de um conversor DC-DC do 1º quadrante com um do 2º quadrante em paralelo de ambos os lados. Dá origem a uma topologia de conversor capaz de aceitar uma tensão unidireccional imposta de um lado e uma corrente bidireccional imposta do outro.

A implementação prática da função interruptor pode ser feita com os vários tipos de dispositivos comutáveis conhecidos, especialmente os transistores MOSFET e IGBT e o tiristor GTO (cf. fig. 8.21). Note-se que os dispositivos comutáveis normalmente utilizados como interruptores apenas podem ser atravessados por corrente num sentido, que é o oposto daquele permitido pelo diodo que está colocado em antiparalelo com eles.

MONTAGEM DO 2 QUADRANTES – 1.º E 2.º

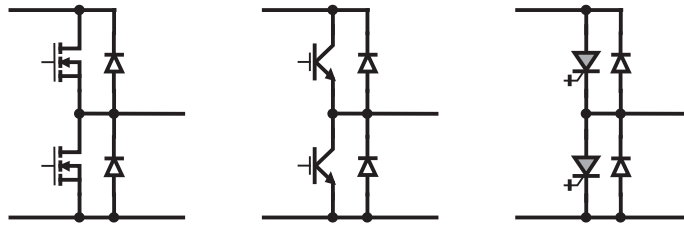


Fig. 8.21 – Exemplos de realização prática do conversor DC-DC de dois quadrantes da fig. 8.20, usando, respectivamente, MOSFETs, IGBTs e GTOs.

Relativamente ao modo de comando deste conversor procura-se que a comutação dos interruptores seja complementar, i.e., quando um deles fecha, o outro abre e vice-versa. No entanto, há que assinalar a necessidade de, em nenhum instante, estarem fechados os dois interruptores em simultâneo, pois causariam curto-circuito sobre a tensão imposta. Na realidade abre-se sempre o dispositivo que se encontrava fechado antes de fechar o próximo (cf. fig. 8.22), estabelecendo uma **margem de segurança** tão curta quanto o permita a rapidez de comutação dos dispositivos; p.ex. com MOSFETs ou mesmo IGBTs poderá ser da ordem do microssegundo, ao passo que com GTOs pode ser de mais de uma ordem de grandeza acima.

No seguimento, para efeito de cálculos, admitir-se-á que a comutação é instantânea.

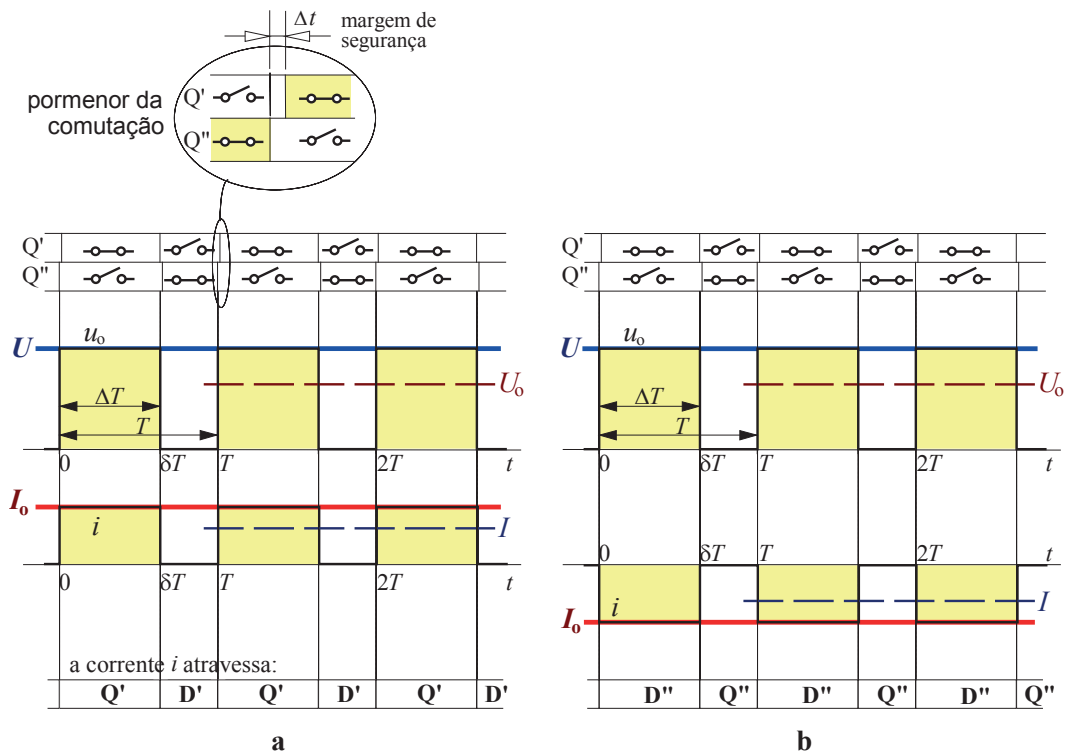


Fig. 8.22 – Diagramas de funcionamento do conversor da fig. 8.20b com fontes DC constantes, para o caso da corrente imposta ser positiva (a) e de ser negativa (b). É destacado um pormenor da sequência de comutação.

8.4.1- Funcionamento com carga R-L-E

Como já se sabe, na prática não existem geralmente fontes a impôr a evolução de correntes mas sim circuitos indutivos que impõem a sua continuidade. Seja o circuito da fig. 8.23 no qual existe a habitual “carga” R-L-E no lado da corrente imposta.

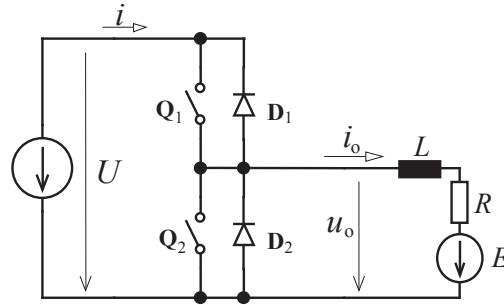


Fig. 8.23 – Esquema de princípio do conversor DC-DC de 2 quadrantes (1º e 2º) com carga R-L-E.

Considera-se que o circuito inicialmente está em repouso e procede-se ao comando cíclico complementar dos dispositivos Q_1 e Q_2 , conforme se pode acompanhar na fig. 8.24. Começa-se por fechar Q_1 em $t=0$: a corrente estabelece-se na malha $U-Q_1/D_1-L-R-E$; admitindo que $U > E$ a corrente adquire uma evolução de sentido positivo e, no par Q_1/D_1 , circula através de Q_1 . A evolução de i_o exprime-se por

$$i_o = \frac{U - E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right), \quad 0 \leq t \leq t_1 \tag{8.36}$$

Em $t=t_1$ abre-se Q_1 e fecha-se Q_2 , passando a corrente a circular na malha $Q_2/D_2-L-R-E$; neste caso, logo após a comutação, o dispositivo do par Q_2/D_2 atravessado pela corrente é D_2 e a evolução desta será

$$i_o = -\frac{E}{R} + K_1 e^{-\frac{R}{L}(t-t_1)}, \quad t_1 \leq t \leq t_2 \tag{8.37}$$

Para $t=t_1$, por (8.36), tira-se $I_1 = \frac{U - E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t_1} \right)$. Logo, de (8.37) obtém-se

$$K_1 = \frac{U - E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t_1} \right) + \frac{E}{R}$$

Considere-se que, a partir de um dado instante, a corrente se anula com tendência a mudar de sentido (cf. fig^{as}. 8.24 e 8.25b). Cada dispositivo do par Q_2/D_2 é permissivo apenas num dos sentidos e a corrente passa então a atravessar Q_2 .

MONTAGEM DO 2 QUADRANTES – 1.º E 2.º

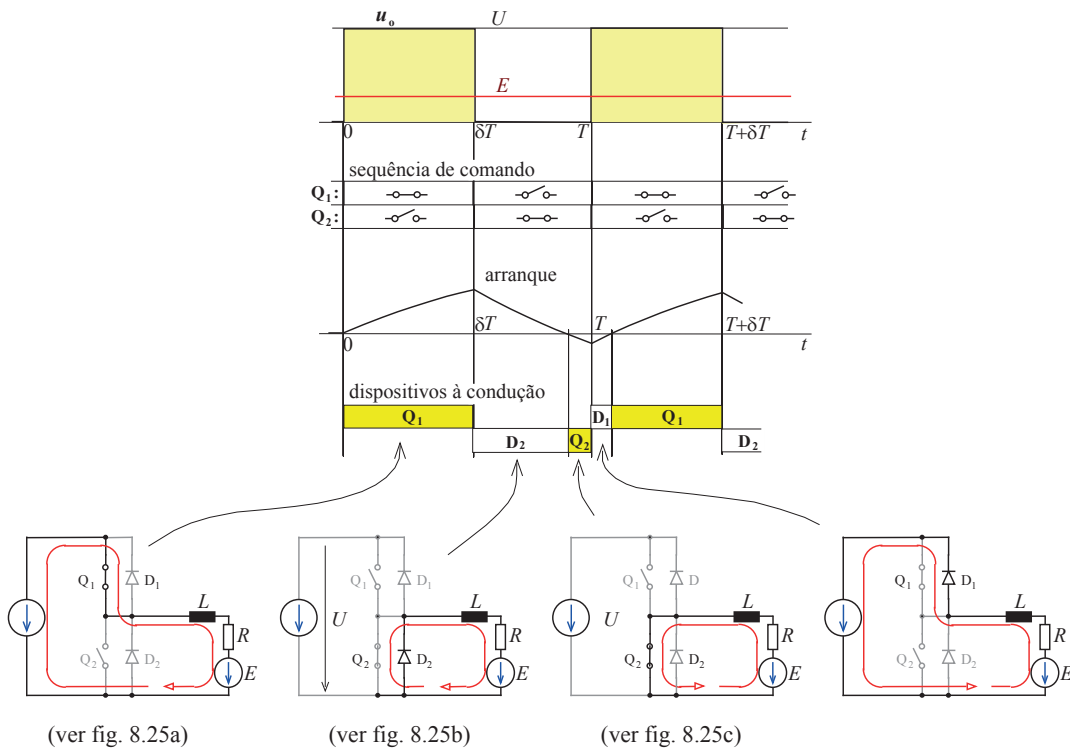


Fig. 8.24 – Descrição do funcionamento do conversor da fig. 8.22, mostrando a sequência de manobras dos interruptores e os trajectos da circulação de corrente que se vão estabelecendo.

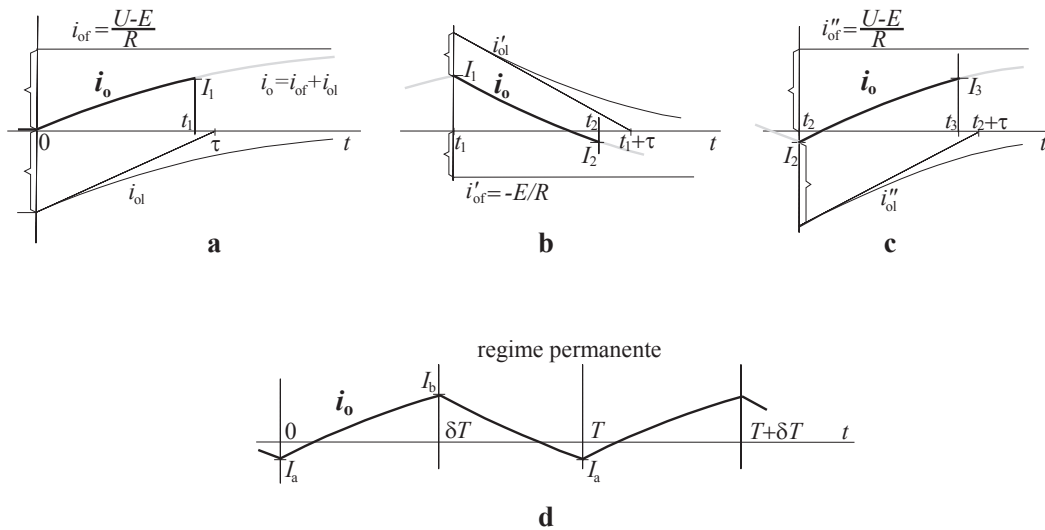


Fig. 8.25 – a, b, c - Evolução transitória da corrente i_o no circuito da fig. 8.22 (vide configurações correspondentes de circulação da corrente na fig. 8.23); d - evolução de regime permanente.

Em $t=t_2$ abre-se Q_2 e fecha-se Q_1 . A corrente fica a circular novamente na malha Q_2/D_2 - $-L-R-E$; neste caso o dispositivo do par Q_2/D_2 que é atravessado pela corrente começa por ser D_2 e a evolução será então expressa por

$$i_o = \frac{U - E}{R} + K_2 e^{-\frac{L}{R}(t-t_2)}, \quad t_2 \leq t \leq t_3 \quad (8.38)$$

podendo K_2 ser determinado pela condição em $t=t_2$ nas eq. (8.37) e (8.38).

Durante esta configuração do circuito a corrente i_o passa de negativa a positiva, pelo que deixa de atravessar D_2 e fica a circular através de Q_2 .

Em $t=t_3$ a corrente atinge o valor I_3 , ligeiramente superior ao correspondente valor I_1 do ciclo anterior, e assim sucessivamente. Está-se na fase transitória de arranque do circuito que culmina no estabelecimento do regime permanente, indicado na fig. 8.25d.

Repetindo as operações periodicamente, com período T e relação cíclica δ , obtém-se

$$i_o = \frac{U - E}{R} - \left(\frac{U - E}{R} - I_a \right) e^{-\frac{L}{R}t}, \quad 0 \leq t \leq \delta T \quad (8.39)$$

$$i_o = -\frac{E}{R} + \left(I_b + \frac{E}{R} \right) e^{-\frac{R}{L}(t-\delta T)}, \quad \delta T \leq t \leq T \quad (8.40)$$

$$I_a = -\frac{E}{R} + \frac{U}{R} \frac{e^{\frac{R}{L}\delta T} - 1}{e^{\frac{R}{L}T} - 1}, \quad I_b = \frac{U}{R} \frac{1 - e^{-\frac{R}{L}\delta T}}{1 - e^{-\frac{R}{L}T}} - \frac{E}{R} \quad (8.41)$$

Neste circuito **existe sempre funcionamento contínuo**, pelo que o valor médio da tensão convertida u_o se obtém por

$$U_o = \delta U \quad (8.42)$$

O valor médio da corrente i_o determina-se por

$$I_o = \frac{U_o - E}{R} \quad (8.43)$$

Na fig. 8.26 mostram-se várias situações de evolução da corrente que podem suceder neste tipo de montagem, para uma mesma relação cíclica δ e diferentes valores de E , admitindo inalterados os outros parâmetros do circuito (U , L , R). Se U_o se tornar menor do que E (ou seja, $\delta U > E$) o valor médio I_o da corrente na carga torna-se negativo.

É interessante notar a potencialidade deste conversor para aplicação em accionamentos com motores eléctricos de corrente contínua de excitação independente constante. Nestes motores o binário é proporcional à corrente no induzido*. O *chopper* de 2 quadrantes da fig. 8.23, para além de permitir acelerar a máquina (criando corrente, e por conseguinte binário,

* Exprime-se por $T_e = k\phi I$, onde k é uma constante construtiva da máquina, ϕ o fluxo de excitação (mantido constante) e I a corrente no induzido da máquina.

positivos), também permite efectuar travagem tirando partido da sua capacidade de forçar a ocorrência de corrente i_o negativa (ou seja, binário negativo) com a máquina em marcha. A velocidades muito baixas, porém, E tende a anular-se e deixa de ser possível que i_o se torne negativa. Recorda-se que esta característica não é conseguida com rectificadores controlados que também operam em dois quadrantes (mas nesse caso são o 1º e o 4º) no plano tensão-corrente à saída.

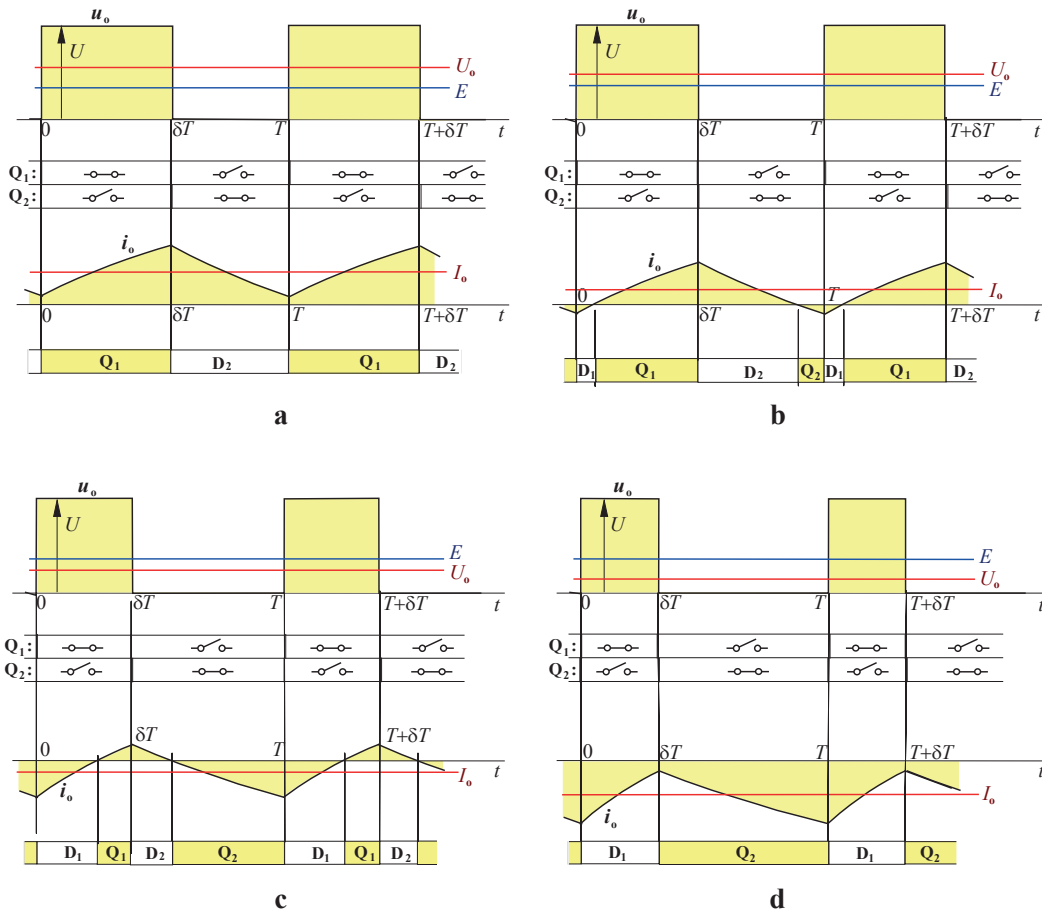


Fig. 8.26 – Evolução da corrente i_o no circuito da fig. 8.23 em regime permanente ilustrada para várias situações correspondentes a distintos valores de δ , supondo E constante. Há sempre funcionamento contínuo e a corrente i_o pode evoluir no sentido positivo ou negativo.

Merece um comentário particular o facto de este conversor aceitar, num lado, uma grandeza imposta unidireccional (ou seja, DC) e, no outro, uma grandeza imposta bidireccional (ou seja, AC). Com efeito, apesar de ser tratado no contexto dos conversores DC-DC, já pode ser classificado como um conversor AC-DC.

8.5- Montagem de 2 quadrantes – 1º e 4º

Explora-se aqui a hipótese de associação das montagens elementares (de um quadrante) vistas inicialmente, por forma a impôr, de um lado, a mesma tensão a ambas e, do outro lado, a mesma corrente a ambas. A fig. 8.27 mostra como isso pode ser conseguido (a) e qual a estrutura resultante (b).

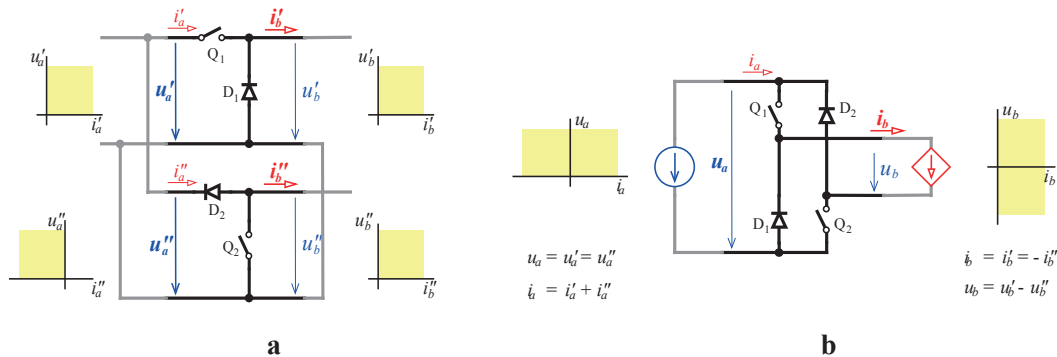


Fig. 8.27 – Associação de dois conversores DC-DC de um quadrante, em paralelo do lado da tensão imposta e em série do lado da corrente imposta. A topologia resultante aceita uma tensão unidireccional imposta de um lado e uma corrente unidireccional imposta do outro, mas permite elaborar grandezas convertidas bidireccionais.

Para analisar o funcionamento do conversor resultante, pode-se pensar na situação de grandezas impostas por fontes com valor constante, como se ilustra na fig. 8.28. Neste circuito não existem restrições à manobra dos interruptores Q_1 e Q_2 . Podem p. ex. ser abertos e fechados em simultâneo ou então desfasadamente como se indica na fig. 8.28. Esta figura ilustra o funcionamento do circuito com tensão U e corrente I_0 impostas com valor constante, apenas para mostrar o modo como se fazem aparecer grandezas convertidas negativas.

Este circuito apresenta algum interesse conceptual mas não tem encontrado grandes aplicações práticas, ao contrário dos anteriores e do *chopper* de 4 quadrantes da secção seguinte.

Com a sequência de comando ilustrada na fig. 8.28 o valor médio da tensão convertida u_0 obtém-se por

$$U_0 = \frac{1}{T} \int_0^T u_0 dt = \frac{1}{T} [\delta T - (1 - \delta)T]U = (2\delta - 1)U \quad (8.44)$$

Note-se que agora δ é definido para cada uma das estruturas associadas, daí resultando que, com $\delta=1$ se obtenha $U_0=U$, com $\delta=0,5$ fique $U_0=0$ e com $\delta=0$ se chegue a $U_0=-U$.

MONTAGEM DE 2 QUADRANTES – 1.º E 4.º

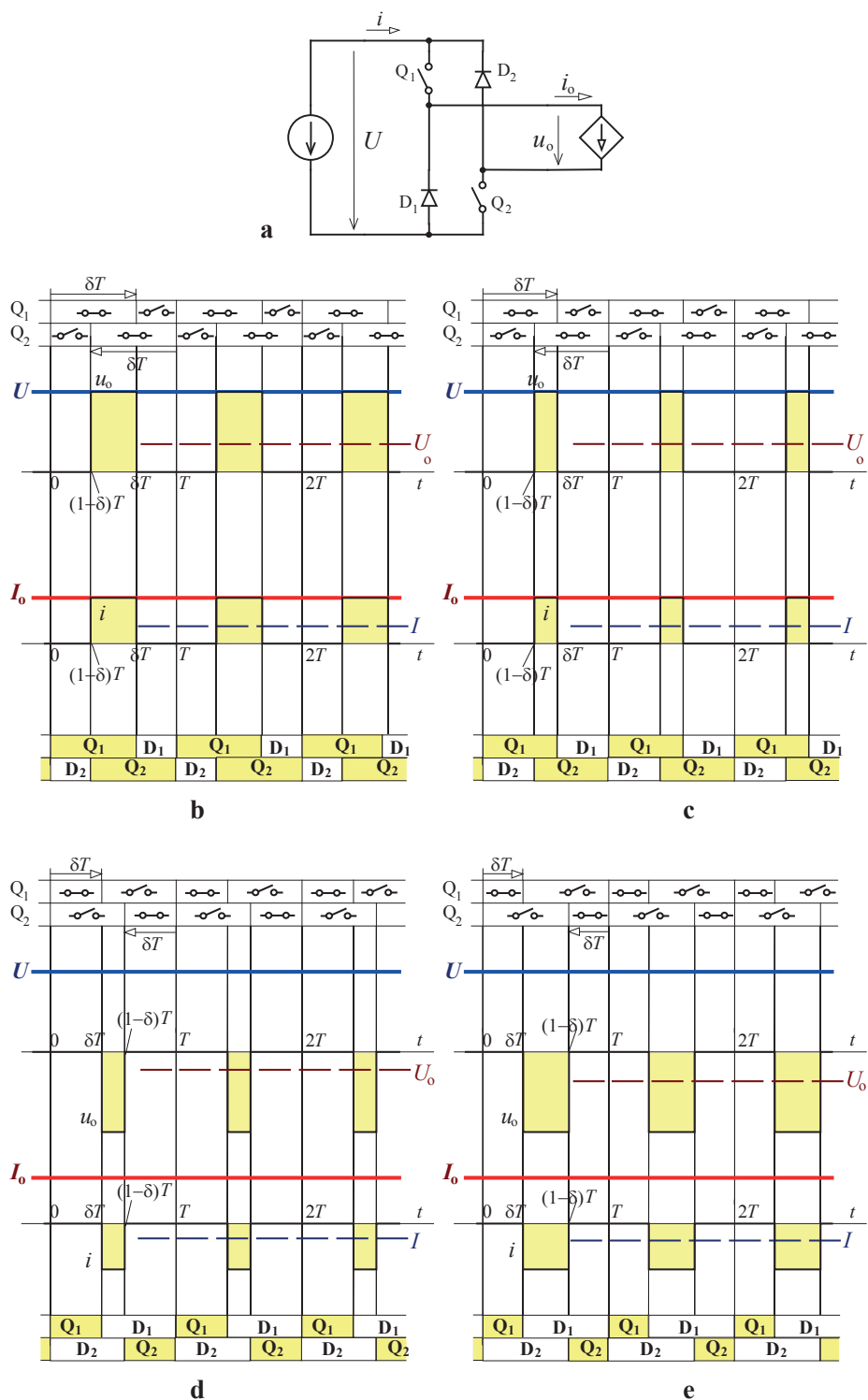


Fig. 8.28 – Diagramas de funcionamento do conversor representado em **a** com fontes DC constantes com comutação desfasada de Q_1 e Q_2 . Se Q_1 e Q_2 permanecessem sempre fechados resultaria $U_0=U$; se permanecerem cada vez menos tempo fechados (**b** e **c**) resulta U_0 progressivamente menor, até ao ponto de se anular e tornar negativa (**d** e **e**).

8.6- Montagem de 4 quadrantes

Já se torna relativamente fácil encontrar forma de obter um conversor DC-DC com quatro quadrantes no lado da corrente imposta: associando dois conversores de dois quadrantes como se indica na fig. 8.29a.

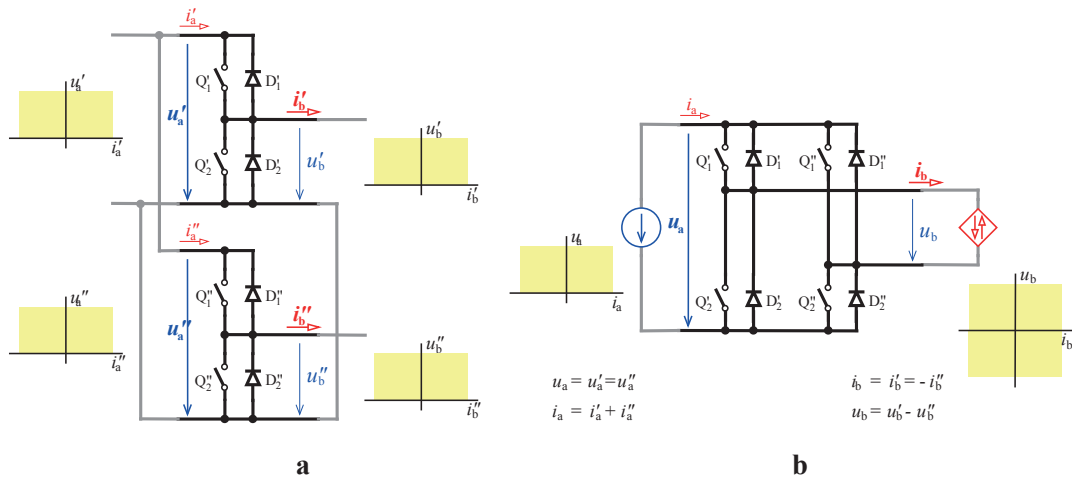


Fig. 8.29 – Associação de dois conversores DC-DC de dois quadrantes, em paralelo do lado da tensão imposta e em série do lado da corrente imposta de modo a criar uma nova montagem capaz de aceitar corrente imposta com qualquer dos sentidos e criar nesse lado uma tensão convertida também com qualquer dos sentidos.

Na montagem resultante (fig. 8.29b) ficam evidentes os dois braços verticais de pares interruptor/válvula correspondentes aos dois conversores de dois quadrantes associados. Os dispositivos usados na prática para implementar a função interruptor são os mesmos que se viram na fig. 8.21 a propósito do *chopper* de 2 quadrantes.

Assinala-se que este conversor, ao aceitar uma grandeza imposta unidireccional (DC) de um lado e uma grandeza imposta bidireccional (AC) do outro, pode ser classificado como conversor AC-DC. Tal faceta será tratada no capítulo 9; por agora explora-se o seu funcionamento por forma a elaborar grandezas convertidas nas quais a componente contínua (valor médio) é a parte de interesse.

Para definir um modo de comando desta estrutura parte-se do modo de comando individual dos conversores de 2 quadrantes (abertura e fecho complementares dos interruptores em cada ramo) e procede-se p.ex. como indicado na fig. 8.30, ou seja, desfasando entre si os intervalos de fecho/abertura dos dispositivos do ramo Q[']₁/Q[']₂ relativamente aos dispositivos do ramo Q^{''}₁/Q^{''}₂.

A fig. 8.30 ilustra o modo como se podem elaborar grandezas convertidas positivas ou negativas através do comando desfasado dos dois ramos Q[']₁/Q[']₂ e Q^{''}₁/Q^{''}₂. Neste exemplo admitiu-se que as grandezas U e I_0 eram impostas por fontes com valor constante.

MONTAGEM DE 4 QUADRANTES

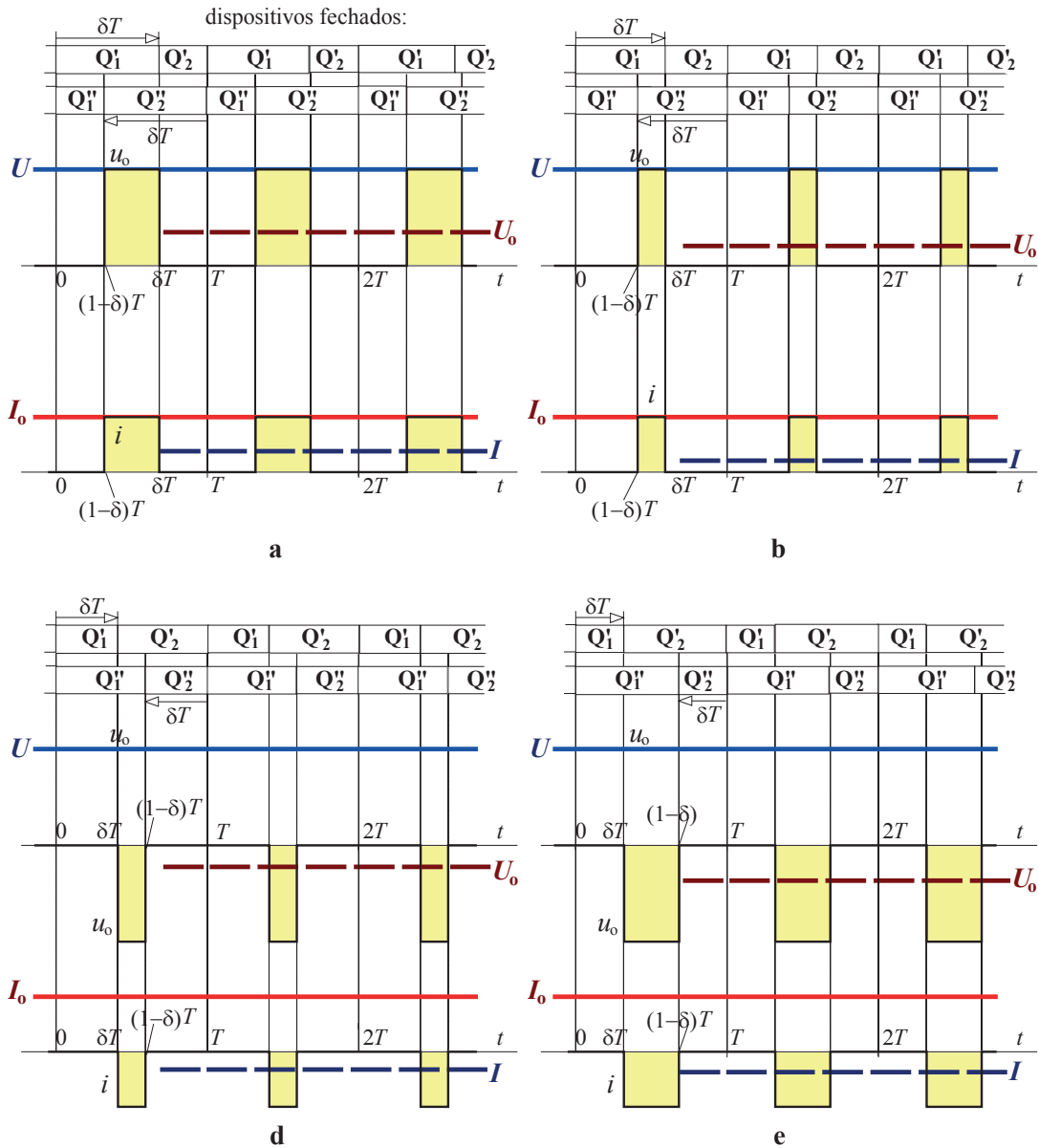


Fig. 8.30 – Diagramas de funcionamento do conversor DC de quatro quadrantes com fontes DC constantes e com comutação desfasada dos pares Q'_1/Q'_2 e Q''_1/Q''_2 . As grandezas convertidas podem ser elaboradas com evoluções e valores médios positivos ou negativos.

Nestas condições o valor médio da tensão convertida u_o , que é a parte de interesse desta grandeza, obtém-se, mais uma vez, pela expressão

$$U_o = (2\delta - 1)U \quad (8.44)$$

onde δ é a relação cíclica definida em cada um dos ramos Q'_1/Q'_2 e Q''_1/Q''_2 , conforme indicado na fig. 8.30. Assim, ao estabelecer valores de δ entre 0 e 1 obtém-se valores médios de u_o entre $-U$ e U , respectivamente, sendo que a $\delta=0,5$ corresponde $U_o=0$.

Neste caso simples a potência média transmitida da esquerda para a direita através do conversor exprime-se pelo produto da tensão constante U pelo valor médio da corrente i :

$$P = UI = \delta UI_0 \quad (8.45)$$

8.6.1- Funcionamento com carga R-L-E

Considere-se a fig. 8.31 que mostra o conversor DC-DC de quatro quadrantes com “carga” R-L-E no lado da corrente imposta.

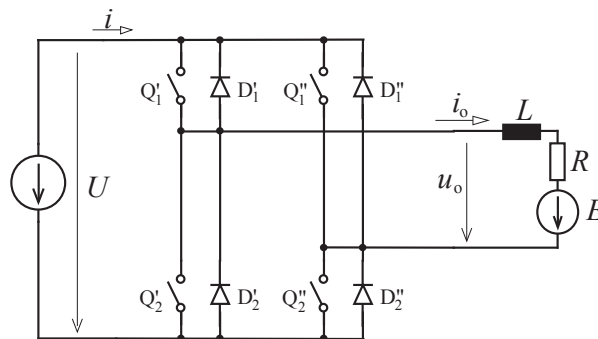


Fig. 8.31 – Esquema de princípio do conversor DC-DC de 4 quadrantes com carga R-L-E.

Considere-se que se parte dum estado de repouso e se estabelece um comando cíclico complementar dos dispositivos de cada ramo vertical (p.ex. logo que se abre Q'_1 fecha-se Q'_2 e vice-versa), conforme já se viu atrás. A fig. 8.32 mostra a sequência de manobras com os interruptores, a evolução das grandezas e os dispositivos que vão sendo atravessados por corrente.

Em $t=0$ fecha-se Q'_1 e Q''_1 : a corrente poderia estabelecer-se na malha Q'_1/D'_1 -L-R-E- Q''_1/D''_1 , mas como a corrente inicialmente é nula e nesse circuito não existem fontes, manter-se-á

$$i_o = 0, \quad 0 \leq t \leq t_1 \quad (8.45)$$

Em $t=t_1$ abre-se Q''_1 e fecha-se Q''_2 : estabelece-se então corrente na malha U - Q'_1/D'_1 -L-R-E- Q''_2/D''_2 - U , adquirindo uma evolução que se rege por

$$i_o = \frac{U - E}{R} \left(1 - e^{-\frac{L}{R}(t-t_1)} \right), \quad t_1 \leq t \leq t_2 \quad (8.46)$$

Se for $U > E$ a corrente evolui com sentido positivo e, nesse caso, atravessa Q'_1 do par Q'_1/D'_1 e D''_1 do par Q''_1/D''_1 . A fig. 8.32 esclarece este tipo de detalhes.

Em $t=t_2$ abre-se Q'_1 e fecha-se Q'_2 : a corrente passa a circular na malha Q'_2/D'_2 -L-R-E- Q''_2/D''_2 exprimindo-se por

$$i_o = -\frac{E}{R} + K_1 e^{-\frac{R}{L}(t-t_2)}, \quad t_2 \leq t \leq t_3 \quad (8.47)$$

Em $t=T$ abre-se Q'_2 e fecha-se Q'_1 num dos ramos, ao mesmo tempo que se abre Q''_2 para fechar Q''_1 no outro; a corrente circulará na malha $Q'_1/D'_1-L-R-E-Q''_1/D''_1$ continuando a reger-se pela equação (8.47).

Em $t=t_3$ abre-se Q''_1 e fecha-se Q'_1 : a corrente volta a fechar-se na malha $U-Q'_1/D'_1-L-R-E-Q''_2/D''_2-U$, adquirindo uma evolução que se rege por

$$i_o = \frac{U-E}{R} + K_2 e^{-\frac{L}{R}(t-t_3)}, \quad t_3 \leq t \leq t_4 \quad (8.48)$$

E assim sucessivamente. Com uma sequência de manobras cíclica evoluir-se-á para regime permanente conforme mostra a fig. 8.32.

Neste circuito a corrente pode surgir com qualquer dos sentidos nunca havendo lugar a funcionamento descontínuo.

O valor médio da tensão elaborada na saída exprime-se por

$$U_o = (2\delta - 1)U \quad (8.49)$$

atendendo à forma com foi definido δ (relação cíclica em cada um dos ramos associados – cf. fig. 8.30). Como é bem conhecido, o valor médio da corrente i_o relaciona-se com U , E e R por

$$I_o = \frac{U_o - E}{R} \quad (8.50)$$

sendo independente de L .

CONVERSORES CONTÍNUA-CONTÍNUA (CHOPPERS)

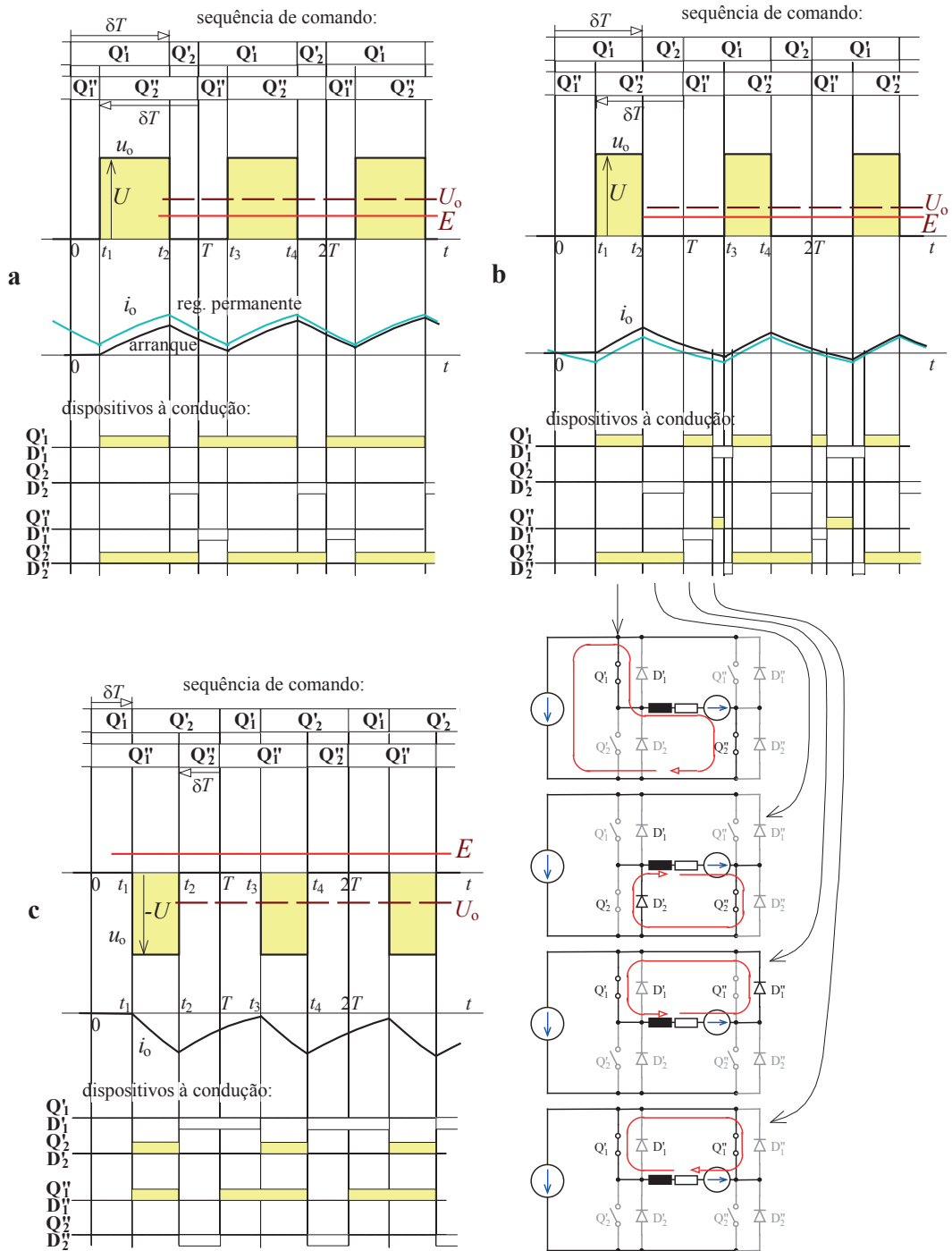


Fig. 8.32 – Diagramas de funcionamento do conversor representado na fig. 8.31, com fontes DC constantes, e para várias situações quanto ao valor da variável de comando δ . No caso c mostram-se os percursos de corrente nas várias configurações que vão sendo estabelecidas pelo comando do conversor.

8.7- Dispositivos semicondutores comutáveis

Já foi referido atrás que as funções de interruptor e válvula utilizadas nos conversores DC-DC estudados neste capítulo – bem como nos onduladores de tensão a estudar no próximo capítulo – são concretizadas na prática com dispositivos semicondutores comutáveis, tais como o tiristor comutável pela porta (GTO), o transistor bipolar de porta isolada (IGBT) ou o transistor MOFET. No passado chegaram a utilizar-se tiristores com circuitos auxiliares de comutação, mas tais soluções caíram em desuso após a emergência das tecnologias de semicondutores que permitiram o desenvolvimento de dispositivos como o tiristor GTO ou o IGBT capazes de operar com tensões até milhares de volt e com correntes até milhares de ampère.

O transistor IGBT possui características especialmente atraentes para este tipo de aplicações e é a ele que se dedica seguidamente um breve resumo.

8.7.1- Funcionamento do transistor bipolar de porta isolada (IGBT)

Este dispositivo tem uma estrutura de camadas de silício dopado representadas simplificada na fig. 8.33a. O eléctrodo da porta (*gate*) está isolado do restante conjunto; a forma de excitação a partir da influência deste eléctrodo é semelhante à de um transistor de do tipo MOSFET.

Quando existe uma tensão positiva da porta (G) para o emissor (E), o campo eléctrico na vizinhança do eléctrodo G afasta as lacunas da camada p (cf. fig. 8.33b) estabelecendo uma zona de depleção com excesso de electrões de valência. Continuando a aumentar u_{GE} o campo intensifica-se, a camada de depleção alarga-se e começam a abundar electrões livres provenientes da camada n+, criando a chamada zona de inversão (cf. fig. 8.33c). Se existir tensão aplicada no sentido do colector (C) para o emissor pode estabelecer-se corrente alimentada, por um lado pelos electrões que atravessam a zona de inversão e, por outro, por lacunas provenientes da camada p+ através da junção pn adjacente ao eléctrodo C.

Não havendo excitação, i.e. com u_{GE} nula ou negativa, o dispositivo permanece bloqueado quer no sentido C-E quer no sentido oposto.

Os IGBT de potência são comercializados com diversas formas exteriores, quer na modalidade de um dispositivo simples quer em associações, como se ilustra na fig. 8.34.

O IGBT, tal como o MOSFET, requer uma potência muito baixa para comando, visto que o circuito da porta está isolado. Todavia existem capacidades parasitas que importa vencer para conseguir comutar rapidamente de estado (condução ou corte). Por esta razão os circuitos auxiliares para comando da porta devem impôr tensões com baixa impedância.

CONVERSORES CONTÍNUA-CONTÍNUA (CHOPPERS)

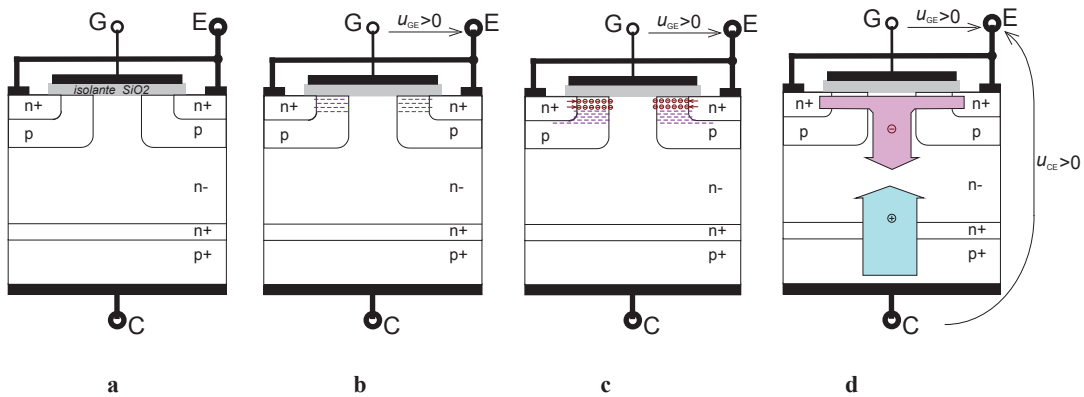


Fig. 8.33 – a- Esquema da estrutura de um IGBT; b- formação da camada de depleção (preenchimento das lacunas); c- formação de uma zona de inversão com abundância de electrões livres; d- estabelecimento do estado de condução.

No estado de saturação o IGBT apresenta uma q.d.t. u_{CE} com os valores típicos de um transistor bipolar de potência, ou seja, para correntes de colecter de centenas de ampère pode atingir p.ex. de 2 a 4V. Quanto à capacidade de bloqueio no estado de corte existem duas modalidades de dispositivos: uma com característica simétrica, i.e. capaz de suportar tensões entre colecter e emissor elevadas idênticas em qualquer dos sentidos e outra, dita assimétrica, que suporta tensões inversas relativamente baixas, mas que apresenta melhores características de comutação e de q.d.t. directa à condução. Esta última modalidade interessa fundamentalmente para montagens que tenham um diodo em anti-paralelo com o IGBT.

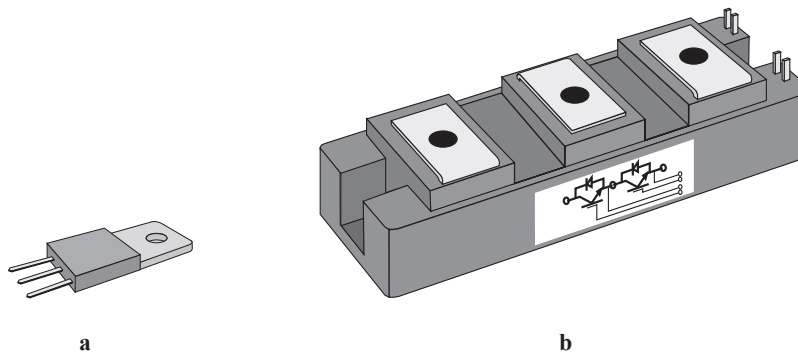


Fig. 8.34 – Exemplos de formas de IGBT comercializados: a- dispositivo simples de pequena potência; b- módulo agrupando dois IGBT com diodos em anti-paralelo. Estes dispositivos são, naturalmente, instalados em dissipadores de calor.

A fig. 8.35 mostra a etapa final de um circuito típico de ataque (ou guiamento) de um IGBT, utilizando um par de transistores em montagem vai-vem (*push-pull*). Para forçar a condução do dispositivo deve ser aplicada uma tensão u_{GE} positiva da ordem dos 15V; para assegurar o estado de bloqueio é recomendada geralmente a aplicação de uma tensão u_{GE}

negativa de cerca de -10V a -15V. A zona de excitação é relativamente sensível e requer que o módulo da tensão porta-emissor não exceda tipicamente 18V, razão pela qual essa limitação é imposta na fig. 8.35 através de diodos zener. A resistência R_g serve para limitar a taxa de carga e descarga da capacidade total entre porta e emissor. Quanto menor for mais rápida será a comutação; no entanto verifica-se que, para valores muito baixos as perdas registadas durante a comutação aumentam. Devem seguir-se as indicações dos fabricantes quanto aos valores de R_g a adoptar. Nos IGBT de tensão e correntes elevadas esses valores situam-se entre alguns ohm e algumas dezenas de ohm.

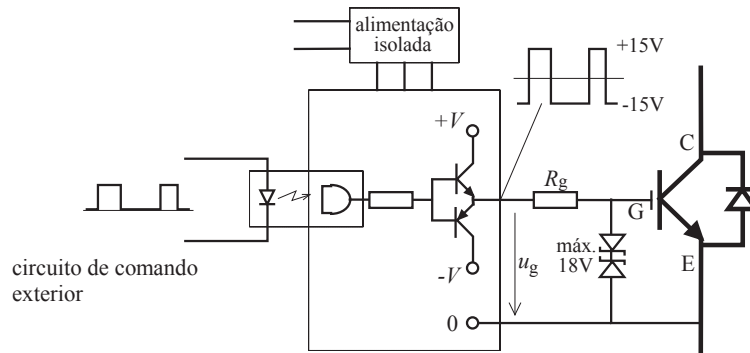


Fig. 8.35 – Andar final de ataque de um IGBT. Requer uma alimentação isolada com tensões $+V_1$ e $-V_2$. Os sinais provenientes da lógica de comando devem ser veiculados com isolamento galvânico.

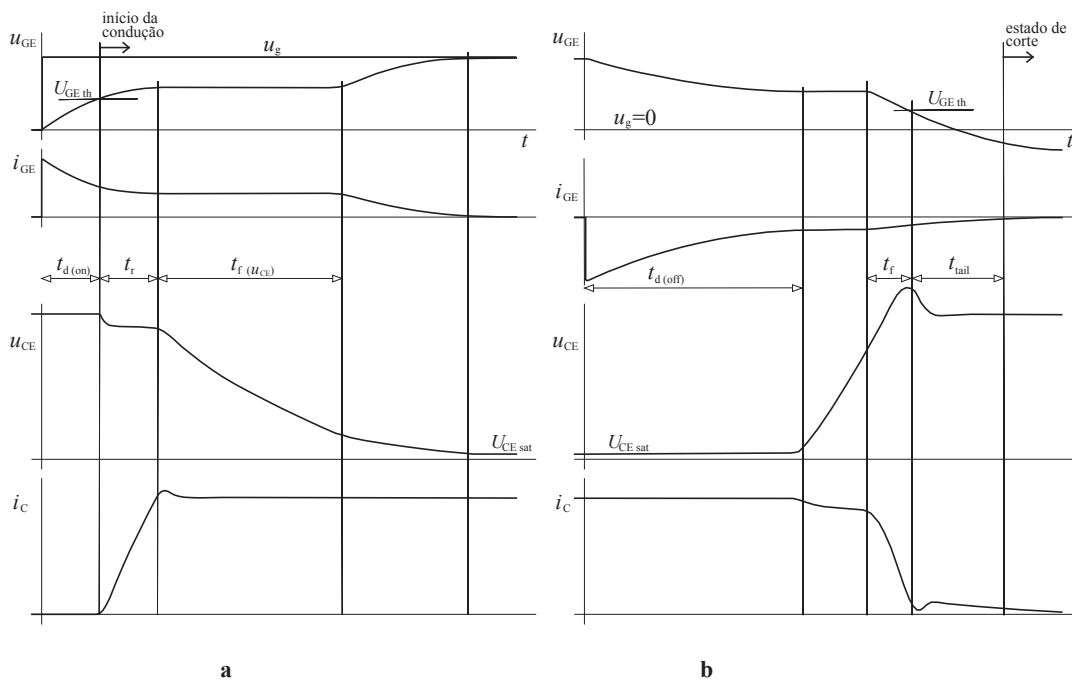


Fig. 8.36 – Andamento típico de tensões e correntes num IGBT durante as comutações (durações totais na ordem do microssegundo, ou inferiores): **a**- passagem do corte à condução; **b**- passagem da condução ao corte.

Os transitórios típicos de comutação de um IGBT estão descritos na fig. 8.36. Considera-se aplicada uma tensão u_g em escalão com um circuito de ataque semelhante ao da fig. 8.35. Assinalam-se particularmente a tensão limiar de condução (*threshold voltage*) U_{GEth} entre gate e emissor e a tensão de saturação U_{CEsat} . Nos diagramas da fig. 8.36 estão assinalados os intervalos de tempo mais relevantes, a saber:

$t_{d(on)}$ – tempo de atraso (*delay time*) na passagem à condução;

t_r – tempo de subida (*rise time*) da corrente de colector na passagem à condução;

$t_{f(u_{CE})}$ – tempo de descida (*fall time*) da tensão colector-emissor na passagem à condução;

$t_{d(off)}$ – tempo de atraso na passagem ao corte;

t_f – tempo de descida da corrente de colector na passagem ao corte;

t_{tail} – tempo de cauda da corrente de emissor na passagem à condução.

A duração total de cada comutação depende, para além dos valores da tensão e da corrente de serviço, do valor da resistência de porta R_G . É típico obterem-se tempos totais de comutação até 2 ou 3 microssegundos em IGBTs para centenas de ampère e mais de mil volt.

Merecem referência as capacidades parasitas que influenciam significativamente o comportamento dinâmico do IGBT:

C_{GE} – capacidade porta-emissor ou capacidade de entrada;

C_{CG} – capacidade colector-porta ou capacidade de transferência inversa;

C_{CE} – capacidade colector-emissor ou capacidade de saída.

8.7.2- Dimensionamento e protecção do IGBT

As **principais grandezas** a ter em conta na aplicação do IGBT são as seguintes:

- Valor contínuo máximo de corrente de colector admissível à condução – I_{CM} .
- Valor máximo de pico repetitivo da corrente de colector admissível à condução – I_{CRM} .
- Valor médio (*average*) de corrente de colector máximo admissível à condução – I_{CAV} .
- Valor máximo admissível da tensão colector-emissor ao corte – U_{CES} .
- Valor máximo da potência dissipável pelo dispositivo – P_{tot} .
- Máxima temperatura de junção admissível – T_{JM} . Pode situar-se próximo dos 200°C.
- Resistência térmica junção-cápsula – R_{thJC} . Exprime-se em K/W.
- Resistência térmica cápsula-ambiente (em K/W) – R_{thCA} . Depende do dissipador usado.

Em comutação um IGBT pode operar apenas na **zona de funcionamento seguro** (SOA – *safe operating area*) especificada pelo fabricante (vide ex. na fig. 8.37a). Esta característica é útil para dimensionamento mas, como é habitual nos semicondutores de potência, deve ser deixada uma margem de cerca de 100% na escolha da tensão nominal colector-emissor do dispositivo, relativamente à tensão máxima prevista em funcionamento transitório. O mesmo factor de sobredimensionamento é frequentemente recomendado também para a escolha do valor nominal da corrente principal do IGBT.

Quando o IGBT apresenta um diodo associado com ele em antiparalelo as características deste último também devem ser tidas em conta no dimensionamento do conjunto.

Um IGBT pode suportar esporadicamente **curto-circuitos** mesmo quando a tensão colector-emissor for próxima do seu valor máximo admissível, desde que permaneça um tempo t_w muito curto nessa situação (tipicamente abaixo de 10 μ s). Tal ocorrência é admissível nos dispositivos modernos, quer com o IGBT já à condução quer no momento em que este é posto a conduzir, desde que a corrente de colector não exceda o valor máximo I_{Csc} definido para tais situações (8 a 10 vezes a corrente contínua máxima admissível). A zona de funcionamento seguro agora tem o aspecto ilustrado na fig. 8.37b. Em qualquer caso este tipo de ocorrência é tolerado apenas um pequeno número de vezes (p.ex. uma centena) na vida útil do dispositivo.

Mas as acções mais nefastas no curto-circuito não surgem apenas da elevação da corrente. Especialmente na situação de curto-circuito sobre um dispositivo já em condução, a tensão u_{GE} pode também atingir valores excessivos mercê da elevada taxa de crescimento da tensão colector-emissor e da presença da capacidade de transferência inversa C_{CG} . A limitação de sobretensões entre porta e emissor ao nível do circuito de disparo é uma protecção contra este efeito.

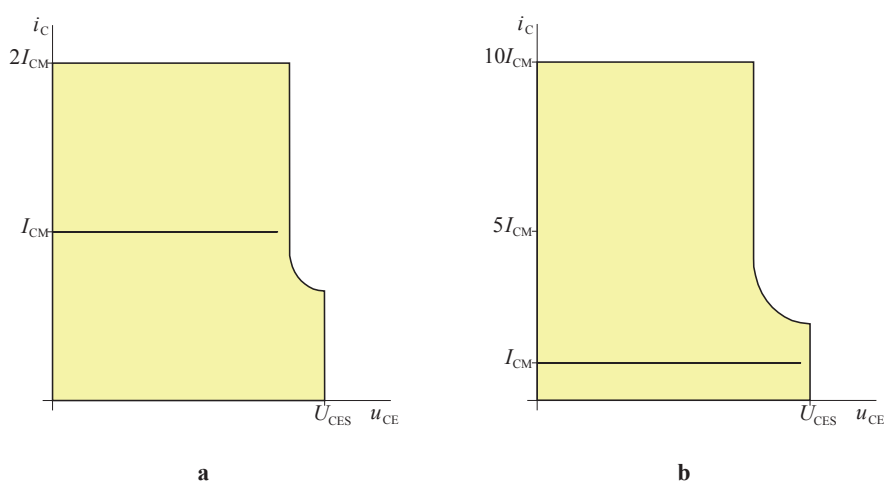


Fig. 8.37 – Exemplos de forma das áreas de funcionamento seguro de um IGBT: **a**- em comutação; **b**- em curto-circuito (eliminada num intervalo de tempo inferior a t_w especificado).

8.8- Outras montagens de conversores DC-DC

Todas as topologias de conversores DC-DC atrás estudadas admitem uma tensão imposta de um lado e uma corrente imposta do outro. Mas é possível conceber montagens que aceitam maior número de grandezas impostas.

Considere-se o esquema elementar representado na fig. 8.38a. Junto do ânodo do diodo é possível inserir uma tensão (cf. fig. 8.38b) desde que seja sempre inferior à da fonte u (impedindo o curto-circuito entre as duas quando Q fechar); passe a designar-se por u_1 a tensão à esquerda e por u_2 a nova tensão imposta. Para garantir sempre a condição necessária ao funcionamento considerem-se ambas positivas com os sentidos indicados. Represente-se a mesma topologia com outras disposições dos ramos do circuito, como as indicadas nas fig.^{as} 8.38c,d. A corrente imposta pode ficar submetida a tensões convertidas positivas ou negativas, pelo que resultam os quadrantes de operação assinalados na fig. 8.38e.

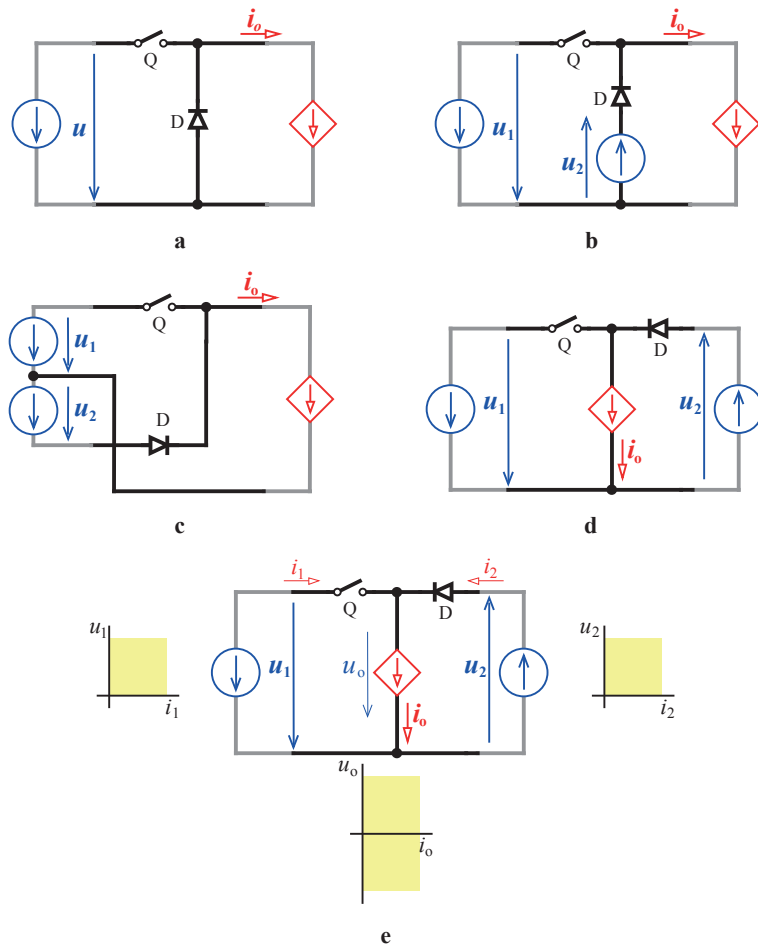


Fig. 8.38 – Dedução de uma topologia de conversor DC-DC para duas tensões e uma corrente impostas: **a**: montagem elementar; **b**: hipótese de presença de uma tensão imposta adicional; **c,d**: outras disposições da mesma topologia; **e**: quadrantes de funcionamento admissíveis.

Retomando a hipótese de acrescentar ao circuito da fig. 8.38a mais uma tensão imposta, a única maneira viável era a indicada na fig. 8.38b; efectivamente, quanto a outras hipóteses, ou não são admissíveis ou mantêm a topologia do conversor.

A utilização prática desta topologia de conversor DC-DC encontra-se nas situações em que se pretenda comandar a transferência de energia entre duas tensões impostas (p.ex. entre uma fonte de tensão e uma carga capacitiva) utilizando uma bobina no ramo intermédio, conforme se mostra na fig. 8.39a. O circuito assim constituído recebe o nome de *conversor DC-DC com bobina de armazenamento intermédio*; o seu funcionamento baseia-se no fecho e abertura cíclicos do interruptor a que correspondem, respectivamente, as fases de carga da (energia armazenada na) bobina a partir da fonte u_1 (cf. fig. 3.39b) e de descarga da mesma sobre a carga à tensão u_2 (cf. fig. 3.39c). Deixa-se ao cuidado do leitor a análise das evoluções temporais das grandezas. Este circuito pode servir para produzir uma tensão negativa a partir de uma fonte de tensão positiva.

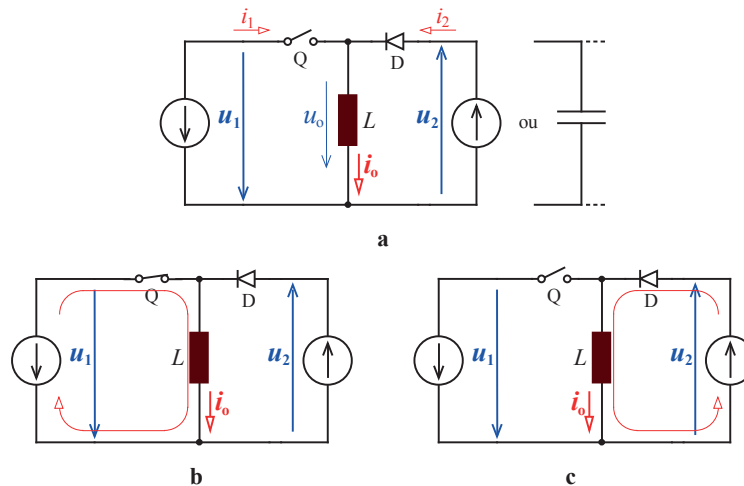


Fig. 8.39 – **a**: aplicação da topologia da fig. 8.38e como *conversor DC-DC com armazenamento intermédio*; **b**: fase de carga da bobina a partir da fonte u_1 ; **c**: fase de descarga da bobina sobre a fonte u_2 .

Podem conceber-se montagens duais das anteriores conforme fica descrito na fig. 8.40. Parta-se da mesma topologia elementar (fig. 8.40a) e considere-se a possibilidade de imposição de uma corrente adicional: a mesma é viável unicamente por um ramo em paralelo com o interruptor* (fig. 8.40b,c). Pode-se redesenhar o esquema com outras disposições dos elementos (cf. fig. 8.40d,e). Têm-se assim uma montagem com duas correntes e uma tensão impostas.

* Quanto a outras hipóteses de corrente imposta, ou não são viáveis ou mantêm a topologia do conversor.

CONVERSORES CONTÍNUA-CONTÍNUA (CHOPPERS)

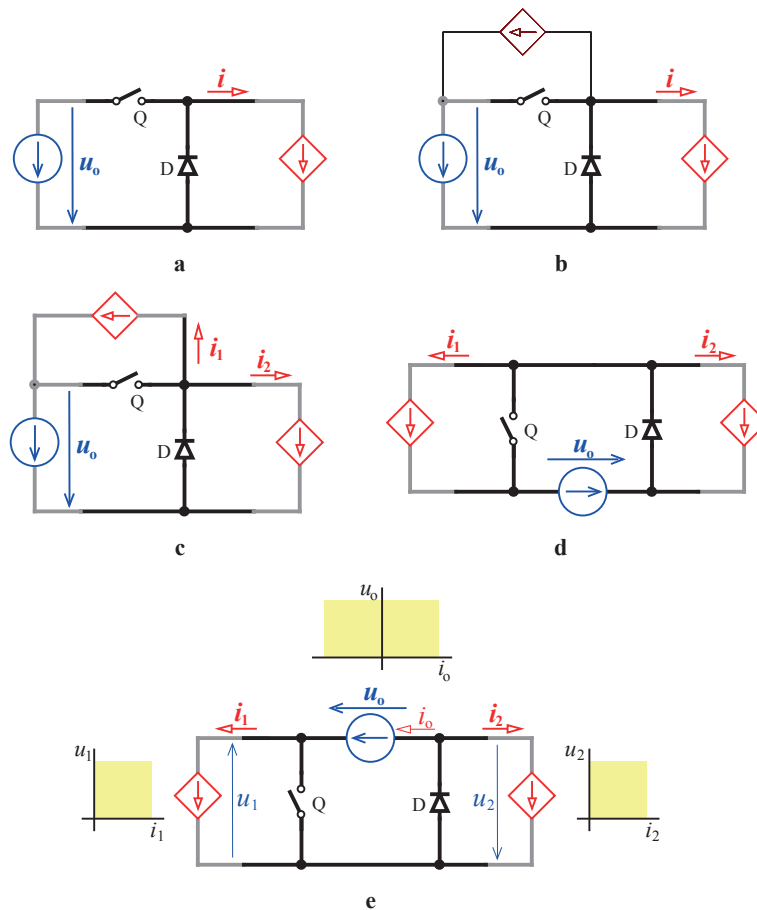


Fig. 8.40 – Dedução de uma topologia de conversor DC-DC para duas correntes e uma tensão impostas: **a**: montagem elementar; **b,c**: hipótese de presença de uma corrente imposta adicional; **d**: outra disposição de elementos na mesma topologia; **e**: ainda outra disposição de elementos e quadrantes de funcionamento admissíveis nas fronteiras com as grandezas impostas.

A corrente que vai atravessar a fonte de u_0 pode surgir com qualquer dos sentidos; isso mesmo está patente nos quadrantes de funcionamento possíveis nas três interfaces do conversor assinalados na fig. 8.40e.

A utilização prática desta topologia de conversor DC-DC não é tão comum como a da sua dual vista atrás. No entanto, podem imaginar-se situações em que se pretenda comandar a transferência de energia entre duas correntes impostas (p.ex. entre uma fonte de corrente e uma carga indutiva) utilizando um condensador na malha intermédia, conforme se mostra na fig. 8.41a. O circuito assim constituído recebe o nome de *conversor DC-DC com condensador de armazenamento intermédio*; o seu funcionamento consiste na abertura e fecho cíclicos do interruptor a que correspondem, respectivamente, as fases de carga do condensador a partir da fonte i_1 (fig. 8.41b) e de descarga do mesmo sobre a carga indutiva que impõe i_2 (fig. 8.41c). Deixa-se ao cuidado do leitor a análise e o traçado das evoluções temporais das grandezas.

OUTRAS MONTAGENS DE CONVERSORES DC-DC

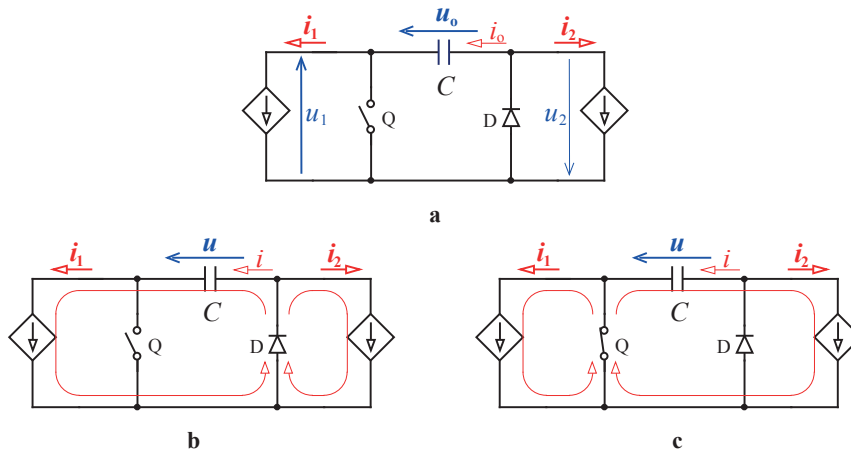


Fig. 8.41 – a: aplicação da topologia da fig. 8.40e como *conversor DC-DC com armazenamento intermédio*; b: fase de carga do condensador a partir da fonte de i_1 ; c: fase de descarga do condensador sobre a fonte de i_2 .

Podem generalizar-se as montagens anteriores para um maior número de grandezas impostas, por exemplo como as que se apresentam na fig. 3.42. Os primeiros dois casos, que funcionam fechando um e um só interruptor de cada vez sem sobreposição, têm sido efectivamente usados na prática. Os outros funcionam abrindo um e um só interruptor de cada vez.

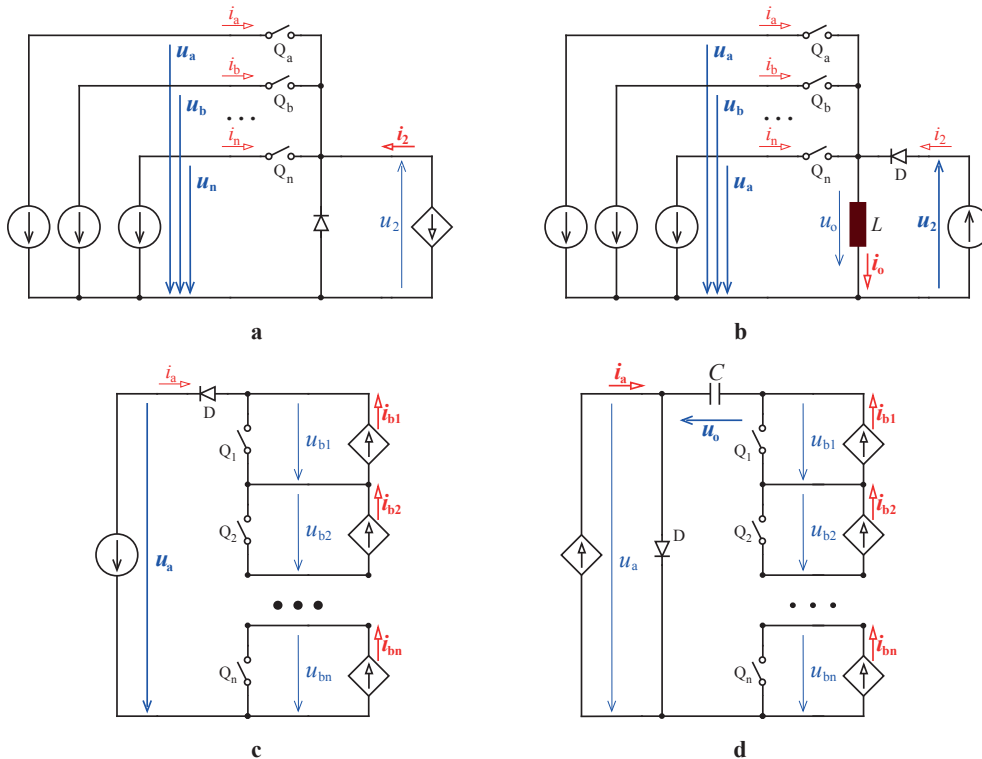


Fig. 8.42 – a: generalização do conversor elementar DC-DC para várias tensões impostas; b: idem para a topologia da fig. 8.39a; c: generalização do conversor elementar DC-DC para várias correntes impostas; d: idem para a topologia da fig. 8.41a .



9 – ONDULADORES DE TENSÃO

9.1- Introdução

Os **onduladores** são conversores que aceitam grandezas unidireccionais (DC) impostas de um lado e grandezas bidireccionais (AC) impostas do outro. Com estes conversores é possível elaborar tensões ou correntes alternadas a partir de grandezas contínuas da mesma espécie impostas e, ao mesmo tempo, elaborar grandezas contínuas a partir das grandezas alternadas correspondentes impostas. Também são conhecidos por inversores, do termo inglês *inverter*.

Quando as grandezas contínuas impostas são uma ou mais tensões recebe o nome de **ondulador de tensão** (*voltage-source inverter* em Inglês). Quando as grandezas contínuas impostas são correntes é designado por **ondulador de corrente** (*current-source inverter*).

Já se viu que os rectificadores controlados, com comutação natural, podem operar como onduladores em determinadas condições. Todavia, requerem a presença de tensões alternadas impostas para poderem funcionar enviando energia de DC para AC. Pelo contrário, neste capítulo estudam-se os onduladores *autónomos*, que são conversores com *comutação forçada* que permitem transferir energia de DC para AC, e vice-versa, com necessidade da imposição externa de tensões contínuas mas não de tensões alternadas.

Estes conversores requerem dispositivos comutáveis, ou seja, com capacidade de comando ao fecho e à abertura a partir de sinais de comando externos, como sejam o IGBT, o MOSFET ou o tiristor GTO.

No capítulo precedente já foram encontradas topologias de conversores que aceitavam grandezas unidireccionais impostas de um lado e grandezas bidireccionais impostas do outro. Mas, para que possam interessar verdadeiramente como onduladores, devem poder elaborar também formas alternadas de tensões convertidas no lado onde existem as correntes alternadas impostas. Por outras palavras, devem assegurar quatro quadrantes de funcionamento no lado AC. Entre os conversores estudados no capítulo anterior só o *chopper* de quatro quadrantes (fig. 8.29b) satisfaz precisamente esse requisito.

9.2- Ondulador de tensão monofásico de ponto médio

É possível conceber uma montagem com menos dispositivos comutáveis do que a da fig. 8.29b e igualmente capaz de elaborar tensões alternadas a partir de fontes contínuas. O esquema deste conversor, conhecido por *ondulador de tensão monofásico de ponto médio*, está representado na fig. 9.1. Aí também estão representados os principais tipos de dispositivos semicondutores comutáveis utilizados na prática para implementar a função interruptor.

ONDULADORES DE TENSÃO

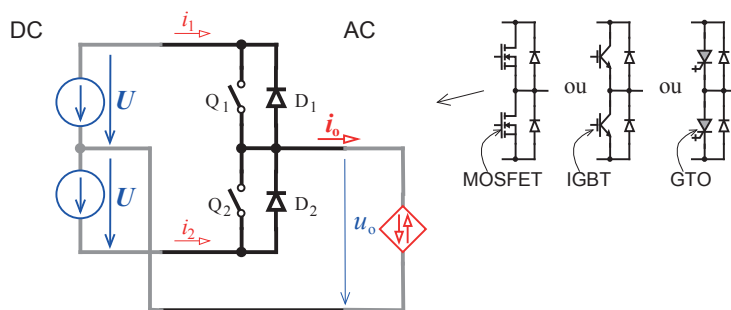


Fig. 9.1 – Esquema do ondulator de tensão monofásico de ponto médio, com alusão aos semicondutores mais usados para a sua implementação prática.

A título de curiosidade, e antes de prosseguir com o seu estudo, mostra-se que esta topologia de conversor pode ser obtida por associação de *choppers* de duas tensões impostas vistos na secção 8.8. Considere-se o *chopper* da fig. 8.38c, reproduzido na fig. 9.2a; associando-o com outro complementar em termos de sentido de corrente (cf. fig. 9.2b,c) chega-se a uma topologia que permite explorar os quatro quadrantes num dos lados e que é precisamente a do ondulator de tensão monofásico de ponto médio (fig. 9.2d).

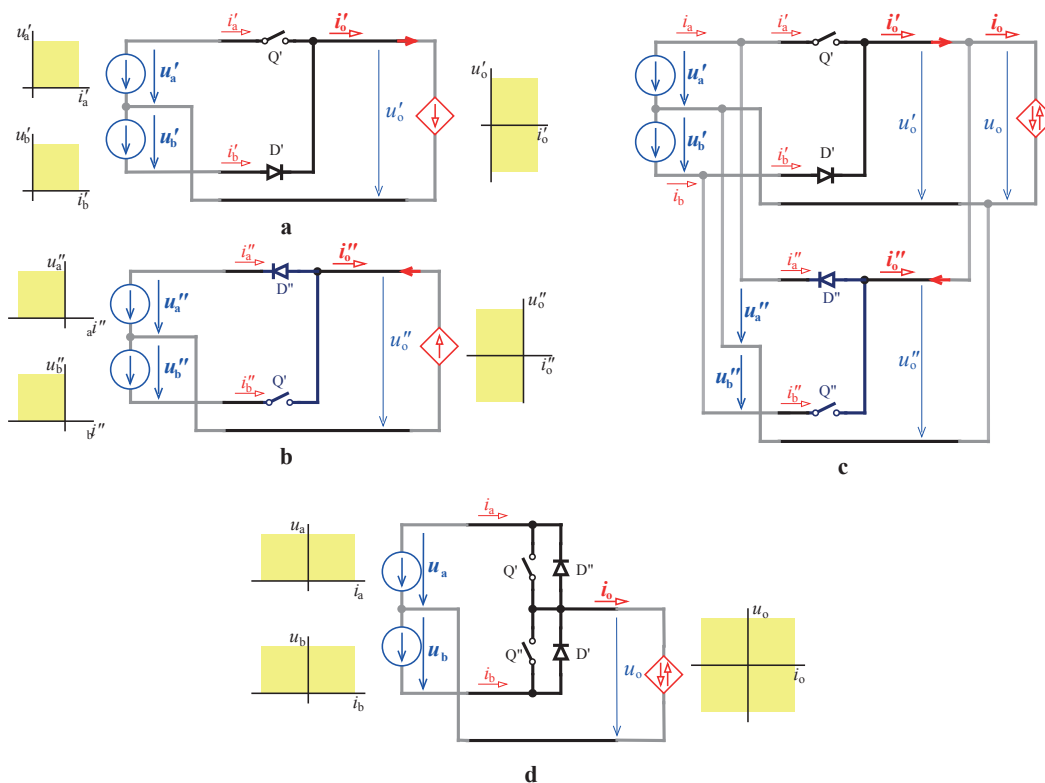


Fig. 9.2 – Dedução da topologia do ondulator de tensão monofásico de ponto médio: **a**: montagem de conversor DC-DC com duas tensões impostas; **b**: idem com sentido oposto de corrente; **c**: associação das duas em paralelo do lado das tensões impostas e em série do lado da corrente; **d**: topologia resultante e seus quadrantes de funcionamento.

ONDULADOR DE TENSÃO MONOFÁSICO DE PONTO MÉDIO

Quanto ao funcionamento deste ondulador de tensão consiste em abrir um dos interruptores, fechando o outro, alternadamente. Na sua versão mais rudimentar, descrita graficamente na fig. 9.3, o comando deste conversor permite elaborar uma tensão convertida u_o com forma quadrada. Desprezam-se as q.d.t. nos dispositivos em condução.

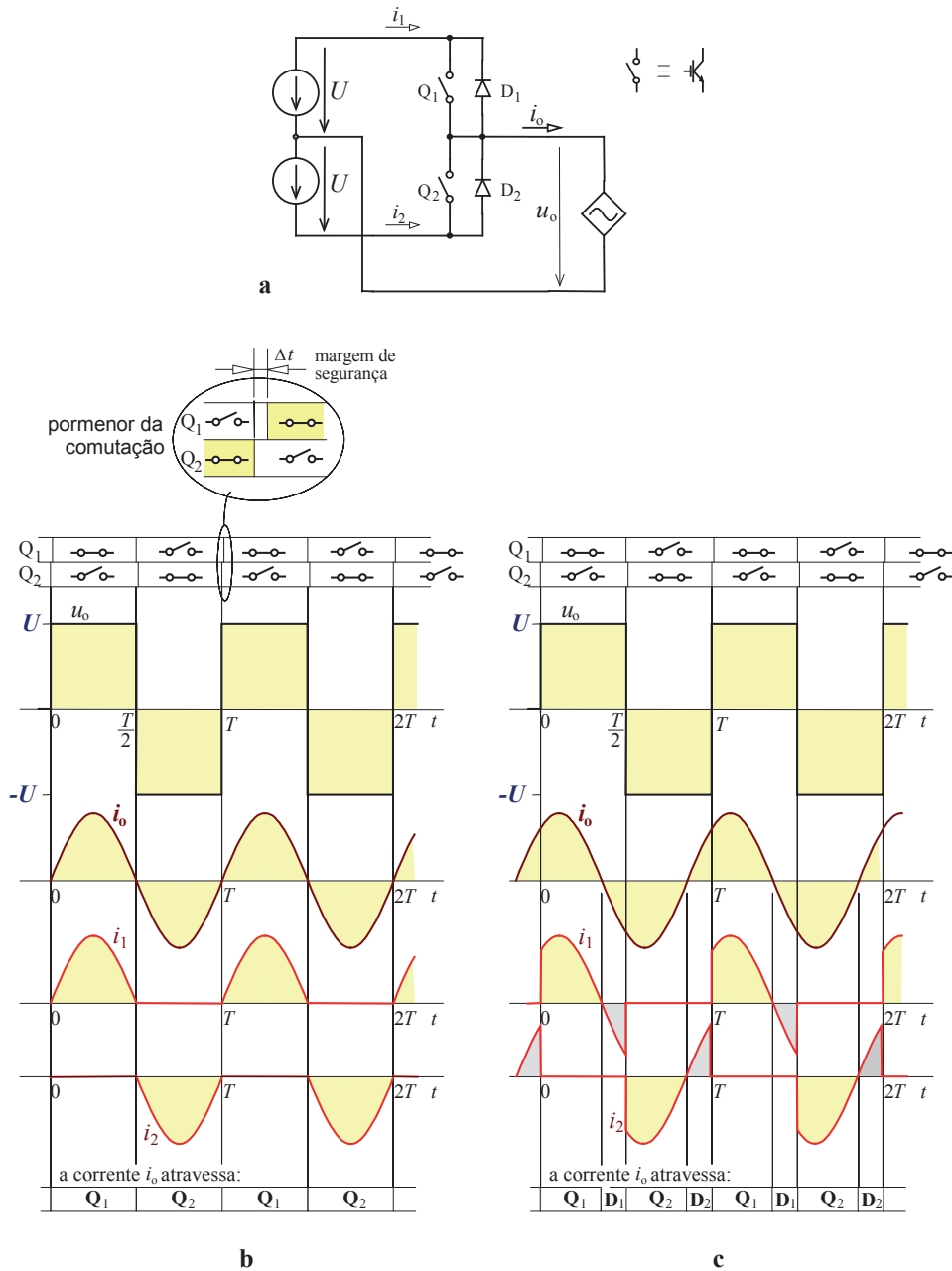


Fig. 9.3 – Descrição do funcionamento do ondulador de tensão monofásico de ponto médio com comando rudimentar: **a**: esquema da montagem admitindo que a corrente imposta provém de uma fonte de alternada sinusoidal; **b**: caso dos dispositivos Q_1 e Q_2 serem manobrados em fase com as passagens da sinusoide de corrente por zero (mostrando ainda detalhe da sequência de comutação); **c**: caso de Q_1 e Q_2 serem manobrados desfasadamente das passagens da corrente por zero.

Tal como nas montagens de *chopper*, com o ondulator de tensão também tem de ser respeitada a regra de nunca fechar os dois interruptores Q_1 e Q_2 em simultâneo, por risco de curto-circuito. Na prática, o interruptor que estiver fechado será aberto com uma ligeira antecedência relativamente ao fecho do dispositivo que antes estivera aberto (cf. fig. 9.3b).

9.2.1- Funcionamento com carga R-L

Na prática as correntes AC não são impostas por fontes sinusoidais, mas antes por cargas indutivas. Considere-se seguidamente (cf. fig. 9.4) o funcionamento do mesmo ondulator com carga R-L. Enquanto Q_1 estiver fechado (Q_2 aberto) a corrente de carga passa apenas através do par Q_1D_1 e a tensão convertida tem o valor $u_o=U$ proveniente da fonte contínua superior; nessa situação D_2 permanece polarizado inversamente com uma tensão $2U$.

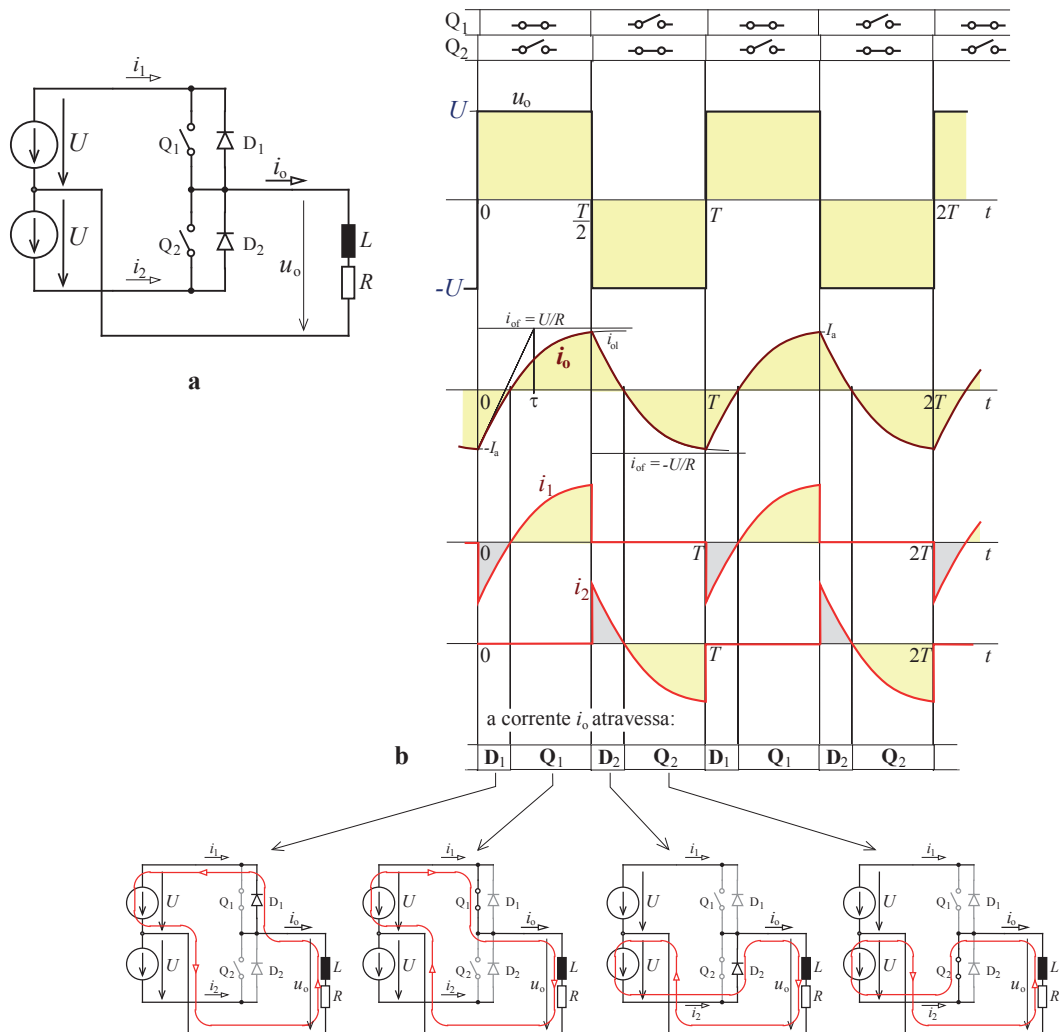


Fig. 9.4 – Funcionamento do ondulator de tensão monofásico de ponto médio com comando rudimentar e carga R-L: **a**: esquema da montagem; **b**: diagramas de funcionamento em regime permanente e explicação do percurso da corrente em cada configuração.

INTRODUÇÃO

Enquanto Q_2 estiver fechado (Q_1 aberto) a corrente de carga passa apenas através do par Q_2D_2 e a tensão convertida tem o valor $u_o = -U$ proveniente da fonte contínua inferior. Em cada par Q_iD_i , em que Q_i é realizado por um semiconductor comutável e D_i por um diodo, a corrente atravessa apenas um dos dispositivos conforme o seu sentido. A fig. 9.4b apresenta os percursos da corrente em cada situação possível.

Facilmente se depreende que a corrente é constituída por troços exponenciais com constante de tempo $\tau = L/R$. Com efeito, no intervalo $0 < t < T/2$ o circuito rege-se por

$$u_o = U = L \frac{di_o}{dt} + Ri_o \quad (9.1)$$

donde se obtém, conforme é sabido,

$$i_o = \frac{U}{R} + K_1 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (9.2)$$

com $K_1 = i_o(0) - \frac{U}{R}$.

Em $T/2 < t < T$ passa a vigorar a equação

$$u_o = -U = L \frac{di_o}{dt} + Ri_o \quad (9.3)$$

e, por conseguinte, nesse intervalo tem-se

$$i_o = -\frac{U}{R} + K_2 e^{-\frac{R}{L}(t - \frac{T}{2})} \quad (9.4)$$

com $K_2 = i_o(T/2) + \frac{U}{R}$.

Sabe-se que $i_o(t = T/2)$ tem o mesmo valor dado por (9.2) e por (9.4). Por outro lado, em regime permanente, também se verifica $i_o(0) = i_o(T)$. Deste modo chega-se às igualdades

$$\begin{cases} \frac{U}{R} + K_1 e^{-\frac{RT}{L}} = -\frac{U}{R} + K_2 \\ \frac{U}{R} + K_1 = -\frac{U}{R} + K_2 e^{-\frac{RT}{L}} \end{cases}$$

A resolução do sistema de equações acima conduz aos valores das constantes em falta nas equações (9.2) e (9.4) para regime permanente:

$$K_1 = -\frac{U}{R} \frac{2}{1 + e^{-\frac{RT}{L}}}, \quad K_2 = -K_1 \quad (9.5)$$

A **análise harmónica** da forma de tensão convertida (em *onda quadrada*) conduz apenas a harmónicas ímpares *

* Recorde-se o Ex.3 do Anexo B.

$$u_o = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4U}{k\pi} \sin(k\omega t), \text{ com } \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (9.6)$$

Neste tipo de conversão pretende-se, muitas vezes, obter apenas a harmónica fundamental, sendo tudo o resto indesejável (distorção). A amplitude dessa componente sinusoidal de frequência $f=1/T$ exprime-se por

$$U_{o1} = \frac{4U}{\pi} \approx 1,27U \quad (9.7)$$

e a amplitude de cada harmónica obtém-se dividindo U_1 pela ordem da harmónica:

$$U_{ok} = \frac{U_{o1}}{k} \quad (9.8)$$

O espectro de amplitudes é, pois, decrescente, conforme se recorda na fig. 9.5. A corrente i_o também pode ser expressa por

$$i_o = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4U}{k\pi Z_k} \sin(k\omega t - \varphi_k), \quad (9.9)$$

$$Z_k = \sqrt{R^2 + (k\omega L)^2}, \quad \varphi_k = \arctan \frac{k\omega L}{R}$$

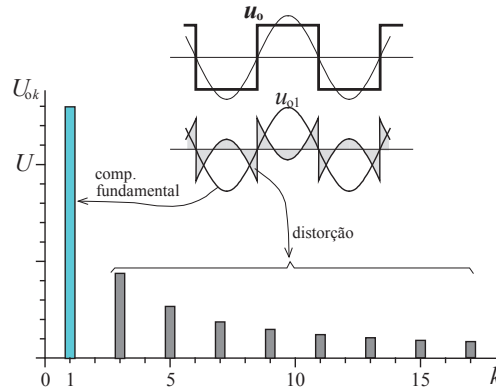


Fig. 9.5 – Espectro harmónico de amplitudes da forma quadrada de tensão.

O valor eficaz da tensão u_o é, simplesmente,

$$U_o = U \quad (9.10)$$

Quanto ao valor eficaz da corrente, pode ser calculado de forma aproximada tomando os primeiros termos da série:

$$I_o = \sqrt{\sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{4U}{k\pi Z_k} \right)^2} \quad (9.11)$$

9.2.2- Funcionamento com carga R-L-E

No caso de a carga ser activa, com uma f.e.m. sinusoidal de frequência igual à da tensão u_o elaborada com o ondulator, tem-se o funcionamento descrito na fig. 9.6: na fig. 9.6a resulta uma potência média transmitida de DC para AC; no caso descrito na fig. 9.6b resulta uma potência média transmitida de AC para DC. O ondulator é permissivo à transmissão de energia em ambos os sentidos.

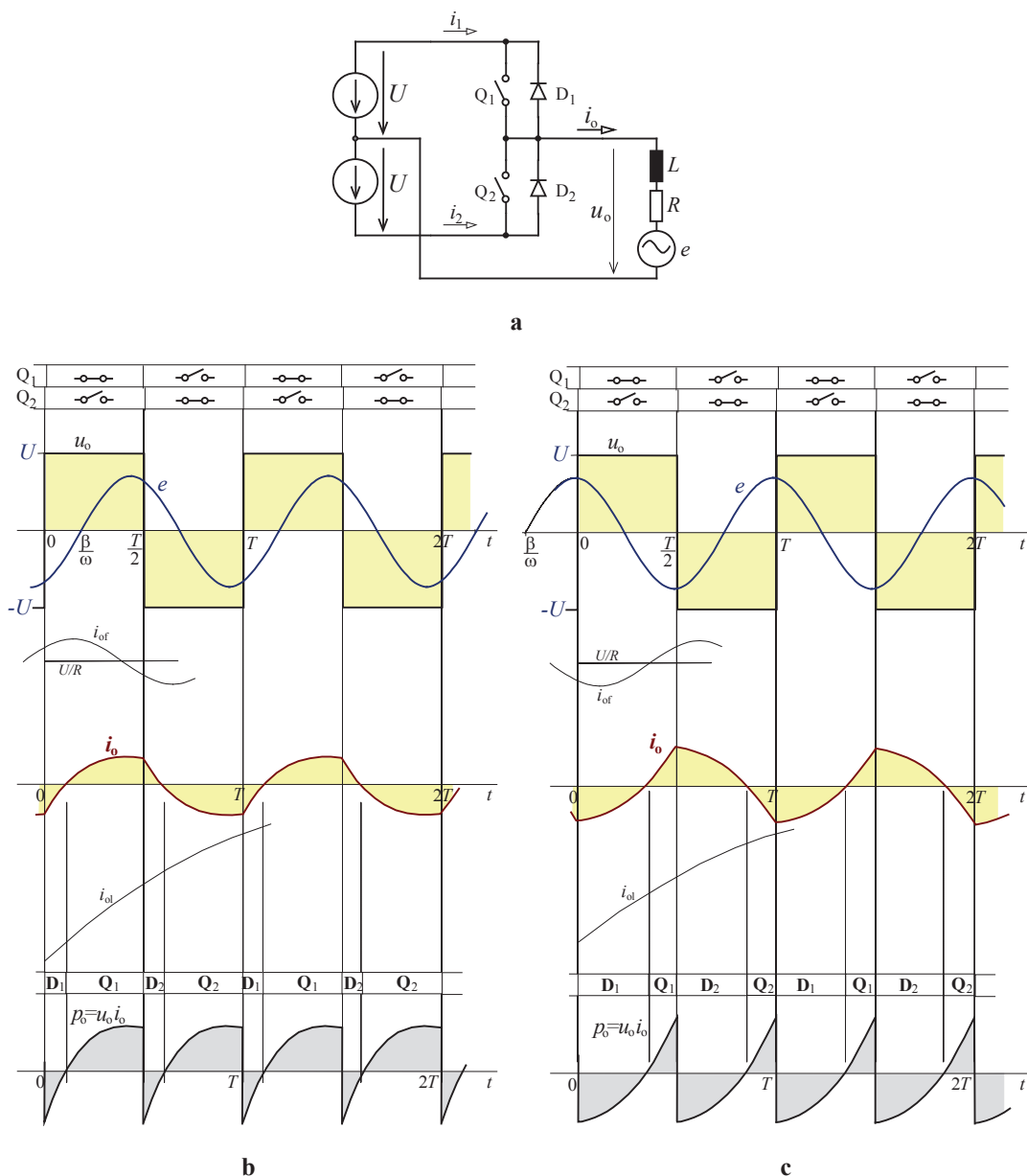


Fig. 9.6 – Funcionamento do ondulator de tensão monofásico de ponto médio (a), com comando rudimentar e com potência média no sentido de DC para AC (b); idem num caso em que a potência média tem o sentido de AC para DC (c).

Quanto ao estudo analítico, no intervalo $0 < t < T/2$, ou seja, $0 < \omega t < \pi$, como $e = E \sin(\omega t - \beta)$, o circuito rege-se pela equação diferencial

$$u_o = U = Ri_o + L \frac{di_o}{dt} + E \sin(\omega t - \beta) \quad (9.12)$$

a partir da qual se obtém

$$i_o = \frac{U}{R} - \frac{E}{Z} \sin(\omega t - \beta - \phi) + K_1 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (9.13)$$

com $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$, $\phi = \arctan \frac{\omega L}{R}$ e $K_1 = i_o(0) - \frac{U}{R} + \frac{E}{Z} \sin(\beta + \phi)$.

No intervalo $T/2 < t < T$, ou seja, $\pi < \omega t < 2\pi$, o circuito rege-se por

$$u_o = -U = Ri_o + L \frac{di_o}{dt} + E \sin(\omega t - \beta) \quad (9.14)$$

onde resulta

$$i_o = -\frac{U}{R} - \frac{E}{Z} \sin(\omega t - \beta - \phi) + K_2 e^{-\frac{R}{L}(t - \frac{T}{2})} \quad (9.15)$$

com $K_2 = i_o(T/2) + \frac{U}{R} - \frac{E}{Z} \sin(\beta + \phi)$.

Em regime permanente $i_o(0)$ dado por (9.13) é igual a $i_o(T)$ dado por (9.15):

$$\begin{aligned} \frac{U}{R} - \frac{E}{Z} \sin(-\beta - \phi) + K_1 &= -\frac{U}{R} - \frac{E}{Z} \sin(2\pi - \beta - \phi) + K_2 e^{-\frac{RT}{2L}} \\ \frac{U}{R} + K_1 &= -\frac{U}{R} + K_2 e^{-\frac{RT}{2L}} \end{aligned} \quad (9.16)$$

Por outro lado, (9.13) e (9.15) darão o mesmo resultado em $i_o(T/2)$, isto é,

$$\begin{aligned} \frac{U}{R} - \frac{E}{Z} \sin(\pi - \beta - \phi) + K_1 e^{-\frac{RT}{2L}} &= -\frac{U}{R} - \frac{E}{Z} \sin(\pi - \beta - \phi) + K_2 \\ \frac{U}{R} + K_1 e^{-\frac{RT}{2L}} &= -\frac{U}{R} + K_2 \end{aligned} \quad (9.17)$$

Resolvendo o sistema de equações (9.16), (9.17) obtêm-se os valores das constantes K_1 e K_2 , a utilizar em (9.13) e (9.15), respectivamente, para regime permanente:

$$K_1 = -\frac{U}{R} \frac{2}{1 + e^{-\frac{RT}{2L}}}, \quad K_2 = -K_1 \quad (9.18)$$

Procedendo à **análise harmónica** já se sabe que (cf. secção precedente)

$$u_o = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4U}{k\pi} \sin(k\omega t), \quad \text{com } \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (9.6)$$

INTRODUÇÃO

Na fig. 9.7 está representado o diagrama fasorial (também chamado *vectorial*) referente às grandezas de primeira harmónica em presença.

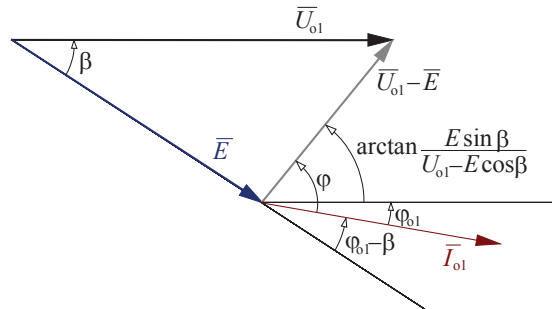


Fig. 9.7 – Diagrama fasorial de amplitudes.

Aplicando o princípio da sobreposição^{*}, a fonte sinusoidal e , com frequência angular ω , só pode influenciar a primeira harmónica de corrente. Assim, a corrente i_o exprimir-se-á por

$$i_o = \frac{U_{o1}}{Z} \sin(\omega t - \varphi) - \frac{E}{Z} \sin(\omega t - \beta - \varphi) + \sum_{k=3,5,\dots}^{\infty} \frac{4U}{k\pi Z_k} \sin(k\omega t - \varphi_k), \quad (9.19)$$

$$Z_k = \sqrt{R^2 + (k\omega L)^2}, \quad \varphi_k = \arctan \frac{k\omega L}{R}$$

A harmónica fundamental de corrente terá uma amplitude dada por

$$I_{o1} = \frac{1}{Z} \sqrt{(U_{o1})^2 + E^2 - 2U_{o1}E \cos(\beta)} \quad (9.20)$$

sendo a sua defasagem relativamente a \bar{U}_{o1}

$$\varphi_{o1} = \varphi - \arctan \frac{E \sin(\beta)}{U_{o1} - E \cos(\beta)} \quad (9.21)$$

A potência activa entregue à fonte e , independentemente da forma de u_o , vale

$$P_e = \frac{1}{2} U_{o1} E \cos(\varphi_{o1} - \beta) \quad (9.22)$$

Se $\varphi_{o1} - \beta$ estiver na gama $90^\circ < |\varphi_{o1} - \beta| < 270^\circ$ então $P_e < 0$, ou seja, a f.e.m. e está a fornecer energia para o circuito; nas outras situações ($P_e > 0$) a fonte e estará a receber energia.

A potência activa fornecida pelo ondulator à carga do lado AC corresponde à parcela que é entregue à fonte e acrescida da parcela que é dissipada em R :

$$P_o = P_e + RI_o^2 \quad (9.23)$$

sendo o valor eficaz da corrente calculável por (9.11).

^{*} pelo facto de a carga ser linear.

A potência activa fornecida pelo ondulator também pode ser expressa por

$$P_o = \frac{1}{2} \int_0^{T/2} U i_o dt = \frac{2U}{T} \left[\frac{UT}{2R} - 2 \frac{E}{Z\omega} \cos(\beta + \varphi) - \frac{L}{R} K_1 \left(e^{-\frac{RT}{2L}} + 1 \right) \right]$$

Atendendo a (9.18) fica então

$$P_o = \frac{U^2}{R} - \frac{2E}{\pi Z} \cos(\beta + \varphi) + \frac{4U^2 L}{R^2} \tag{9.24}$$

Conclui-se que, variando β , é possível criar condições para haver transferência de energia quer do lado de DC para o de AC ($P_o > 0$) quer em sentido oposto ($P_o < 0$); neste último caso a energia provém da fonte e .

9.3- Ondulador de tensão monofásico em ponte

O ondulador de tensão monofásico em ponte tem exactamente a topologia do *chopper* de quatro quadrantes, representada na fig. 9.8. Na secção 8.6 essa montagem foi explorada essencialmente para produzir grandezas unidireccionais na saída, embora pudesse ser escolhido qualquer dos sentidos através da sequência de comando apropriada. Se o comando do conversor for exercido por forma a produzir u_o com uma evolução alternada, então o mesmo funcionará como **ondulador**.

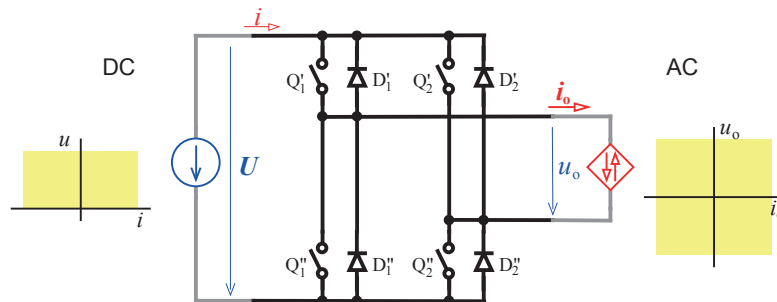


Fig. 9.8 – Esquema de princípio do ondulador de tensão monofásico em ponte.

A versão mais rudimentar de comando permite elaborar uma tensão u_o quadrada, operando simultaneamente Q'_1 e Q'_2 , por um lado, e Q_1 e Q_2 por outro, de forma complementar, de acordo com a fig. 9.9b. Nesse exemplo admite-se que a corrente i_o é imposta por uma fonte sinusoidal e observam-se os percursos da corrente.

Para se conseguir variar o valor eficaz da tensão convertida pode-se proceder ao comando desfasado dos dois ramos, conforme fica ilustrado nas fig^{as}. 9.9b,c: em cada ramo é mantida a alternância cíclica entre o dispositivo fechado e o aberto; simultaneamente procede-se a uma desfasagem (entre as sequências de comando dos dois ramos) tal que o dispositivo

ONDULADOR DE TENSÃO MONOFÁSICO EM PONTE

superior de um ramo e o inferior do outro permaneçam fechados durante um intervalo $\delta\pi$. O período das manobras determina a frequência resultante da tensão u_o .

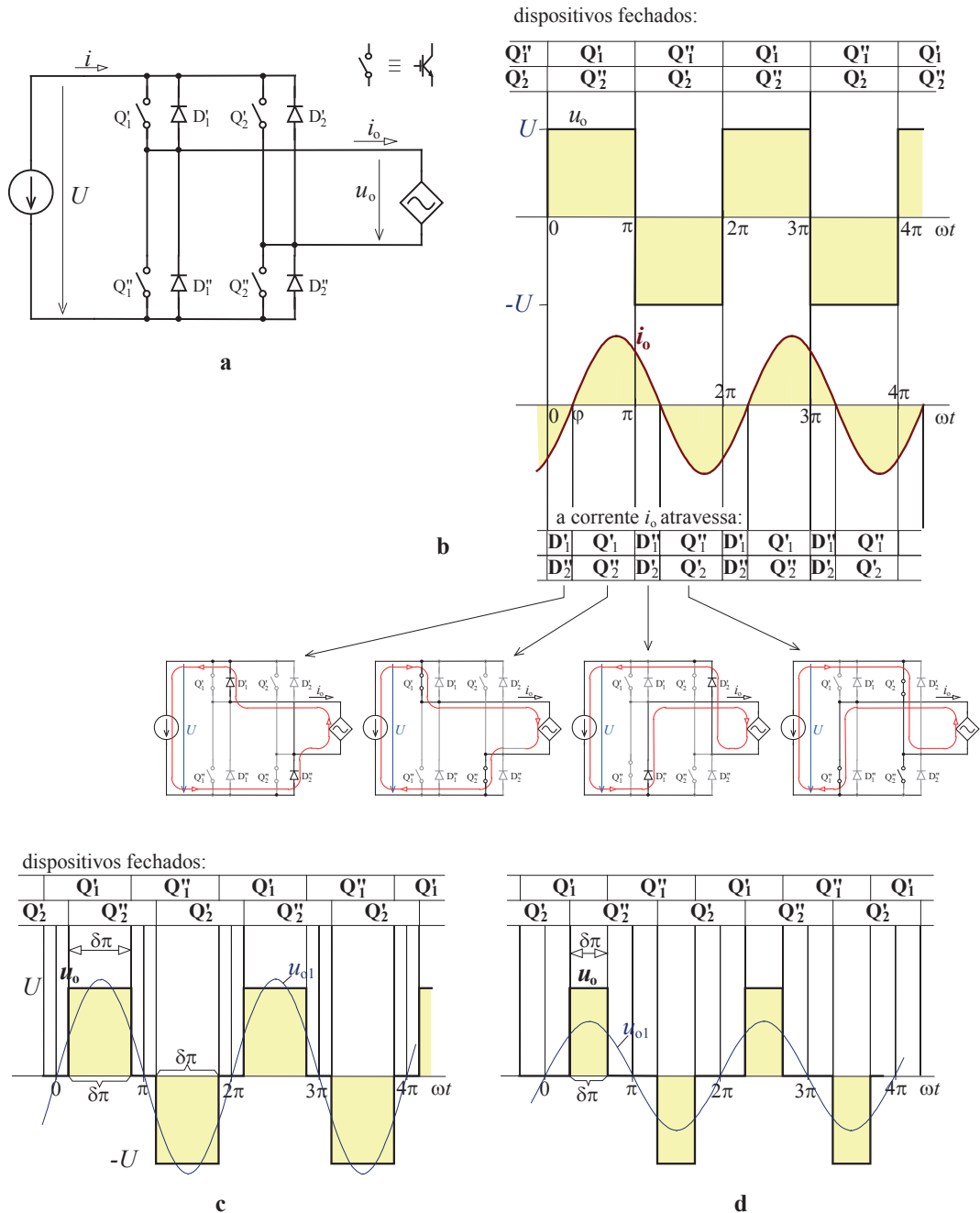


Fig. 9.9 – **a**: esquema do ondulador de tensão monofásico em ponte. **b**: descrição do funcionamento com uma fonte de corrente i_o sinusoidal e sob comando complementar dos grupos. **c,d**: ilustração do método de comando desfasado para conseguir a variação do valor eficaz e da amplitude da componente fundamental da tensão u_o .

Facilmente se determina o valor eficaz da tensão convertida em função da variável de ajuste δ :

$$U_o = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_o^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{\pi/2} \int_0^{\pi/2} u_o^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{\pi/2} \int_{\frac{1-\delta}{2}\pi}^{\frac{\pi}{2}} U^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{\pi/2} U^2 \left[\frac{\pi}{2} - \frac{1-\delta}{2} \pi \right]}$$

$$U_o = U\sqrt{\delta}, \text{ com } 0 \leq \delta \leq 1 \quad (9.25)$$

A decomposição de u_o em série de Fourier conduz apenas a harmónicas ímpares, sendo agora função da variável de ajuste δ (cf. fig. 9.10):

$$u_o = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4U}{k\pi} \sin(k\delta \frac{\pi}{2}) \sin(k\omega t) \quad (9.26)$$

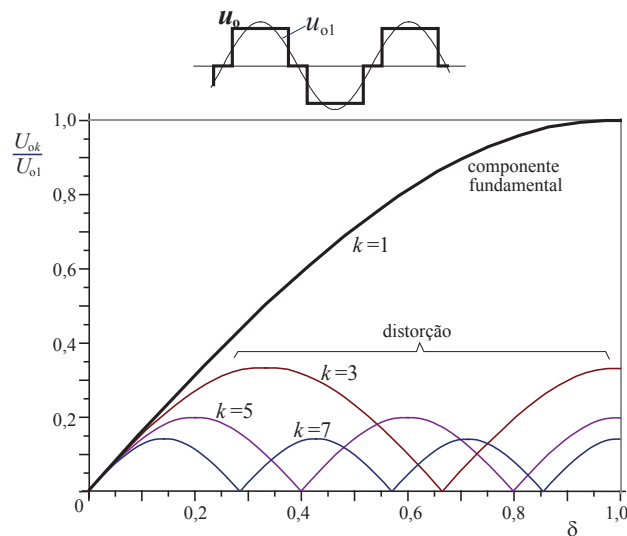


Fig. 9.10 – Espectro harmónico de amplitudes, até à 7ª harmónica, da tensão elaborada pelo ondulator monofásico em ponte em função de δ .

Como curiosidade note-se que quando $\delta=2/3$ então u_o não tem harmónicas múltiplas de 3; no caso geral, quando $\delta=2/m$, com m inteiro e $m \geq 3$, u_o não tem harmónicas múltiplas de m .

9.3.1- Funcionamento com carga R-L-E

A fig. 9.11 descreve o funcionamento do ondulator monofásico em ponte com carga activa, constituída por resistência, auto-indução e f.e.m., tendo esta última uma evolução sinusoidal de frequência igual à da tensão u_o elaborada ($e = E \sin(\omega t - \beta)$). Evidencia-se também a evolução da potência instantânea entregue à carga, ilustrando um caso em que existe uma potência média transmitida de DC para AC e outro em que existe uma potência média transmitida em sentido contrário.

ONDULADOR DE TENSÃO MONOFÁSICO EM PONTE

Faz-se notar que neste conversor, tal como nas outras montagens tratadas neste capítulo, a f.e.m. da carga nunca pode exceder a tensão máxima que o ondulador pode aplicar, i.e. $|e(t)| < U$; caso contrário o conjunto dos díodos do ondulador passa a operar como uma montagem rectificadora e a fonte e passa a debitar sobre a fonte U .

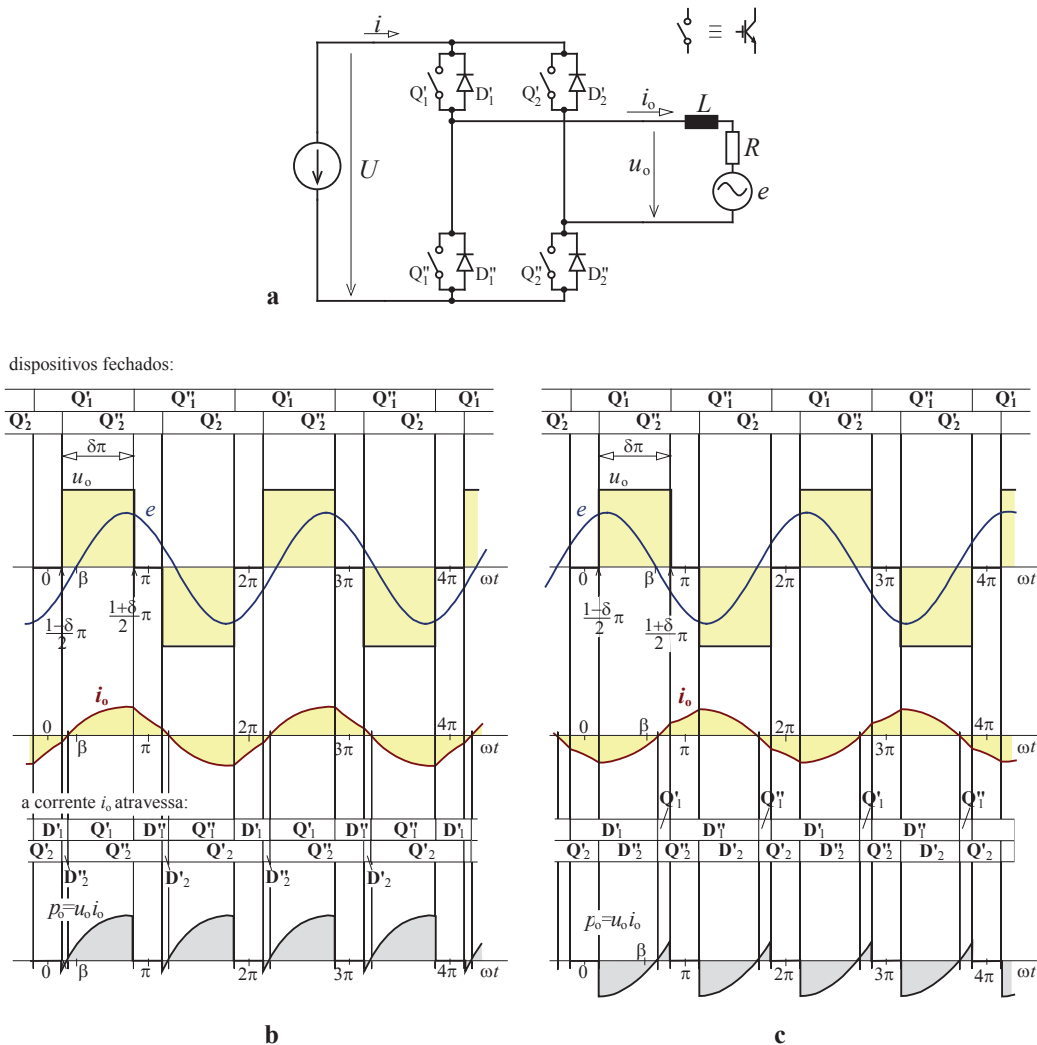


Fig. 9.11 – a: esquema do ondulador de tensão monofásico em ponte com carga R-L-E; b: descrição do funcionamento em regime permanente num caso em que existe potência média transferida de DC para AC; c: idem num caso em que existe potência média transferida de AC para DC.

No circuito da fig. 9.11a em regime permanente continuam válidas as equações (9.25) e (9.26). Quanto à evolução da corrente pode ser encontrada analiticamente para os quatro intervalos de condução ao longo de cada ciclo; pode também obter-se, para regime permanente, a partir da decomposição harmónica da tensão u_o , do princípio da sobreposição e do facto de a f.e.m. apenas influenciar a 1ª harmónica da corrente:

$$i_o = \frac{U_{o1}}{Z} \sin(k\delta \frac{\pi}{2}) \sin(\omega t - \varphi) - \frac{E}{Z} \sin(\omega t - \beta - \varphi) + \sum_{k=3,5,\dots}^{\infty} \frac{4U}{k\pi Z_k} \sin(k\delta \frac{\pi}{2}) \sin(k\omega t - \varphi_k) \quad (9.27)$$

$$U_{o1} = \frac{4U}{\pi}, \quad Z_k = \sqrt{R^2 + (k\omega L)^2}, \quad \varphi_k = \arctan \frac{k\omega L}{R}.$$

O diagrama fasorial de amplitudes representado na fig. 9.7 continua válido, tal como as equações (9.20) a (9.23):

$$I_{o1} = \frac{1}{Z} \sqrt{(U_{o1})^2 + E^2 - 2U_{o1}E \cos(\beta)} \quad (9.20)$$

$$\varphi_{o1} = \varphi - \arctan \frac{E \sin(\beta)}{U_{o1} - E \cos(\beta)} \quad (9.21)$$

$$P_e = \frac{1}{2} U_{o1} E \cos(\varphi_{o1} - \beta) \quad (9.22)$$

$$P_o = P_e + RI_o^2 \quad (9.23)$$

Conforme foi visto na secção 9.2.2, com $\varphi_{o1} - \beta$ tal que $90^\circ < |\varphi_{o1} - \beta| < 270^\circ$ ter-se-á $P_e < 0$, ou seja, a f.e.m. e estará a fornecer energia para o circuito; caso contrário (com $P_e > 0$) a fonte e estará a receber energia.

9.3.2- Necessidade de técnicas de comando mais elaboradas

A sequência de manobras dos dispositivos do ondulator visa a elaboração de formas da tensão convertida adequadas aos fins em vista. Como grandeza AC que é, em geral seria desejável que u_o resultasse com **forma sinusoidal**. Por outro lado, também é habitual pretender-se que essa tensão seja **regulável** em **frequência** e em **amplitude** ou em valor eficaz. Quanto a este último requisito, já foi visto na secção precedente como se pode alcançar através de uma técnica simples de desfasamento no comando dos ramos do ondulator. O período do ciclo de manobras determina a frequência de u_o .

Quanto ao objectivo de obter uma forma ideal de sinusoide, como se sabe, tal não é realizável a partir de sucessivos segmentos de valor constante (U , $-U$ ou 0); desse modo obter-se-á sempre, para além da **componente fundamental**, uma parte de **distorção** correspondente às harmónicas (cf. fig. 9.12). No entanto, é possível ir mais longe no refinamento da forma de tensão do que aquelas a que se chegou nas secções precedentes. Existe uma grande variedade de técnicas de comando para esse efeito. De um modo geral todas procuram estabelecer sequências de manobras dos dispositivos de modo a criar formas com uma componente fundamental dominante e um conteúdo harmónico a frequências bastante afastadas, conforme se exemplifica na fig. 9.12b.

As modalidades chamadas genericamente por **modulação da largura de impulso** (conhecidas pela sigla **PWM** de *pulse-width modulation*) estabelecem sequências de impulsos

cujas larguras vão variando ao longo de um período por forma a criar um valor médio móvel que evolua conforme uma senoide (cf. exemplo na fig. 9.12b). Os detalhes serão vistos adiante.

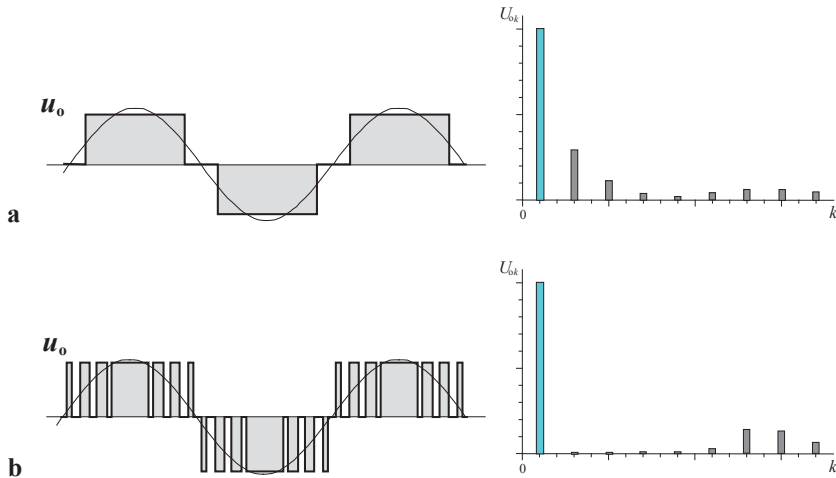


Fig. 9.12 – Exemplos de formas produzidas por técnicas de comando do ondulador monofásico em ponte, com os respectivos espectros típicos: **a**: comando simples com desfaseamento de ramos; **b**: comando em modulação de largura de impulso.

9.4- Ondulador de tensão trifásico em ponte

O ondulador de tensão trifásico em ponte, cujo esquema é apresentado na fig. 9.13, corresponde à associação de três onduladores monofásicos de ponto médio, prescindindo da ligação a este último para cargas que não necessitem de neutro. Este tipo de ondulador, com IGBTs na função de dispositivos interruptores, é actualmente o mais usado na indústria, especialmente em accionamentos com máquinas síncronas e assíncronas.

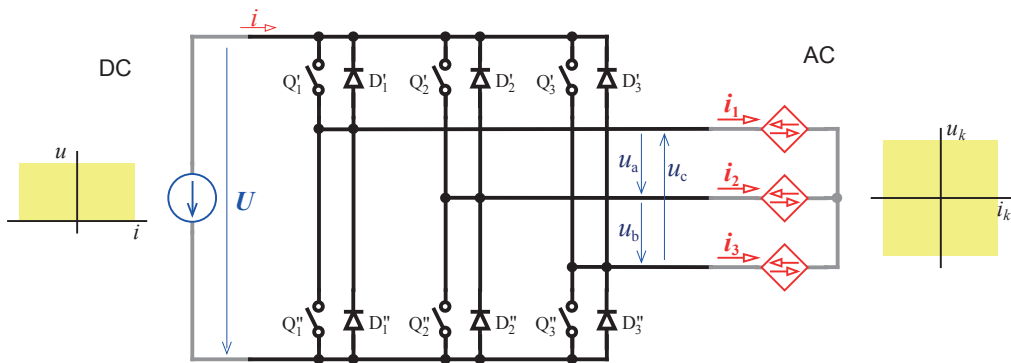


Fig. 9.13 – Esquema de princípio do ondulador de tensão trifásico em ponte.

O seu comando rudimentar consiste na comutação cíclica simétrica de cada ramo (ou *braço*) monofásico com defasagens de 120° entre eles. Desse modo obtém-se o funcionamento descrito graficamente na fig. 9.14 onde, por simplicidade, se admite a presença de correntes AC impostas por fontes sinusoidais.

Cada fase está associada a um braço do ondulator: quando o dispositivo superior fecha, a tensão u_{i0} respectiva adquire o valor U ; quando é o dispositivo inferior que fecha, a mesma tensão passa a ter o valor 0. As tensões compostas obtêm-se destas simplesmente por

$$u_a = u_{10} - u_{20}, \quad u_b = u_{20} - u_{30}, \quad u_c = u_{30} - u_{10} \quad (9.28)$$

Quanto às tensões fase-neutro na estrela do lado AC, podem ser calculadas a partir das tensões compostas como se indica a seguir:

$$\begin{cases} u_{1N} + u_{2N} + u_{3N} = 0 \\ u_a = u_{1N} - u_{2N} \\ u_b = u_{2N} - u_{3N} \end{cases}, \quad \begin{cases} u_{3N} = -u_{1N} - u_{2N} \\ u_{1N} = u_a + u_b + u_{3N} \\ u_{2N} = u_b + u_{3N} \end{cases}, \quad \begin{cases} u_{3N} = -u_{1N} - u_{2N} \\ u_{1N} = u_a + u_b - u_{1N} - u_{2N} \\ u_{2N} = u_b - u_{1N} - u_{2N} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{3N} = -u_{1N} - u_{2N} \\ 2u_{1N} = u_a + u_b - u_{2N} \\ u_{2N} = (u_b - u_{1N}) / 2 \end{cases}, \quad \begin{cases} u_{3N} = -u_{1N} - u_{2N} \\ 2u_{1N} = u_a + u_b - u_{2N} \\ u_{2N} = (u_b - u_{1N}) / 2 \end{cases}$$

A partir daqui chega-se facilmente a

$$2u_{1N} = u_a + u_b - (u_b - u_{1N}) / 2$$

$$u_{1N} = \frac{2}{3}u_a + \frac{1}{3}u_b = \frac{u_a - u_c}{3} \quad (9.29a)$$

$$u_{2N} = \frac{1}{2}u_b - \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}u_a + \frac{1}{3}u_b\right)$$

$$u_{2N} = \frac{2}{3}u_b + \frac{1}{3}u_c = \frac{u_b - u_a}{3} \quad (9.29b)$$

$$u_{3N} = -\frac{2}{3}u_a - \frac{1}{3}u_b - \frac{2}{3}u_b - \frac{1}{3}u_c$$

$$u_{3N} = \frac{2}{3}u_c + \frac{1}{3}u_a = \frac{u_c - u_b}{3} \quad (9.29c)$$

As mesmas tensões também se podem exprimir em função de u_{10} , u_{20} e u_{30} por

$$u_{1N} = \frac{2}{3}u_{10} - \frac{1}{3}u_{20} - \frac{1}{3}u_{30}$$

$$u_{2N} = \frac{2}{3}u_{20} - \frac{1}{3}u_{10} - \frac{1}{3}u_{30} \quad (9.30)$$

$$u_{3N} = \frac{2}{3}u_{30} - \frac{1}{3}u_{10} - \frac{1}{3}u_{20}$$

ONDULADOR DE TENSÃO TRIFÁSICO EM PONTE

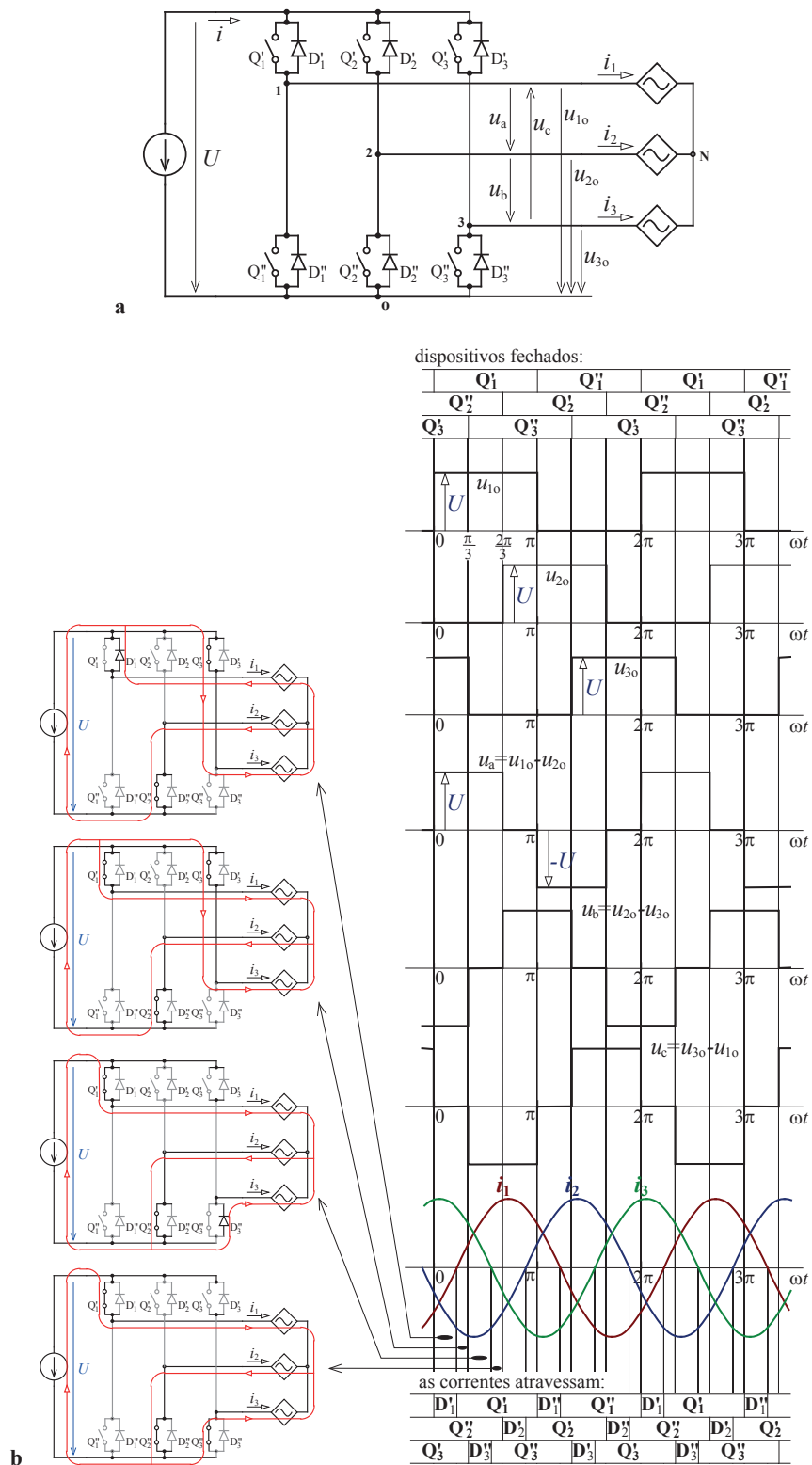


Fig. 9.14 – Funcionamento do ondulador de tensão trifásico em ponte: **a)** esquema da montagem; **b)** diagramas das principais grandezas em presença, mostrando uma pequena sequência de percursos de corrente.

Na fig. 9.15 estão representadas as tensões fase-neutro produzidas em AC e a corrente i convertida para DC.

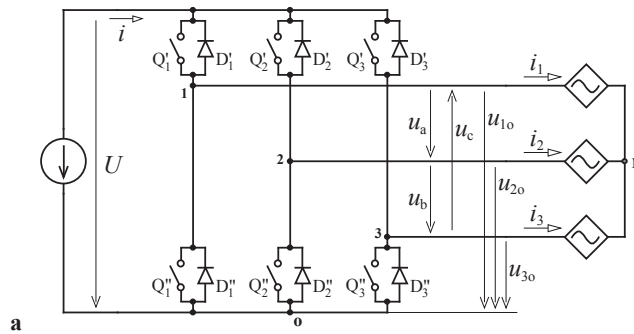
A técnica de comando utilizada permite variar a frequência das tensões elaboradas, através do período do ciclo de comutações, mas não permite ajustar os seus valores eficazes (ou as suas amplitudes). De facto, as defasagens angulares de $\pm 120^\circ$ entre as manobras dos braços do ondulator têm de ser fixas, a fim de criar o sistema trifásico de tensões.

A análise harmónica das tensões compostas revela a presença apenas de harmónicas ímpares não múltiplas de 3. Para o efeito pode partir-se do resultado (9.26) e considerar $\delta=2/3$, que corresponde à forma das tensões compostas aqui obtidas. Obtêm-se então amplitudes nulas para $k=3n$, com $n \in \mathbb{N}$, restando as harmónicas de ordem 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, etc.*

$$u = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4U}{k\pi} \sin\left(k\frac{\pi}{3}\right) \sin(k\omega t), \quad \text{com } k = 3n \pm 1, n \in \mathbb{N}^0 \quad (9.31)$$

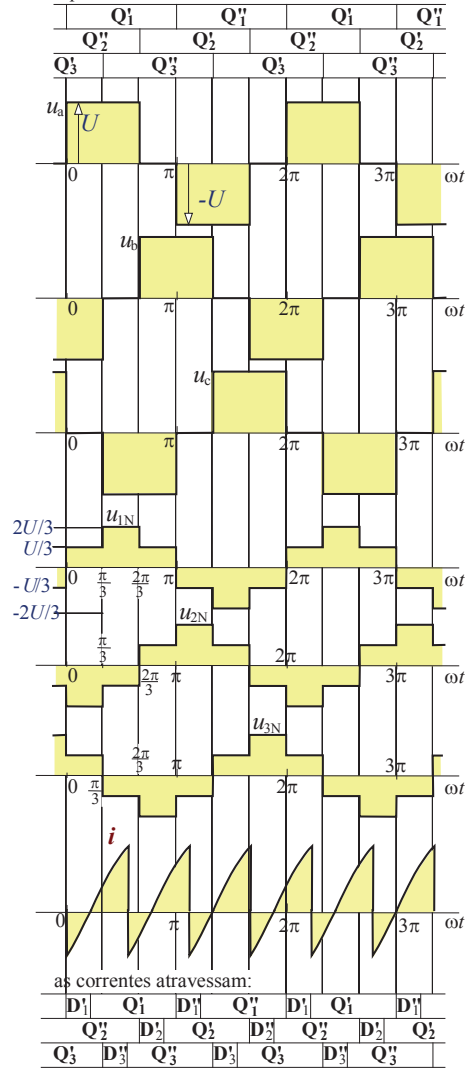
* Idêntico resultado já fora obtido em (2.47) para a corrente de fase de um rectificador em condições ideais.

ONDULADOR DE TENSÃO TRIFÁSICO EM PONTE



a

dispositivos fechados:



b

Fig. 9.15 – Outros detalhes do funcionamento do ondulador de tensão trifásico em ponte em complemento da fig. 9.14.

9.4.1- Funcionamento com carga R-L-E

O funcionamento com carga R-L-f.e.m. trifásica equilibrada (cf. esquema da fig. 9.16) rege-se p.ex. pelas seguintes equações diferenciais:

$$\begin{aligned} u_a &= Ri_1 + L \frac{di_1}{dt} - e_1 + e_2 - Ri_2 - L \frac{di_2}{dt} \\ u_b &= Ri_2 + L \frac{di_2}{dt} - e_2 + e_1 - Ri_3 - L \frac{di_3}{dt} \\ i_1 + i_2 + i_3 &= 0 \\ u_a + u_b + u_c &= 0 \\ e_1 + e_2 + e_3 &= 0 \end{aligned}$$

Trata-se de um sistema linear de 2ª ordem. Também se pode exprimir numa forma canónica do tipo $d\mathbf{i}/dt = \mathbf{f}(\mathbf{i}, \mathbf{u}, t)$, em que \mathbf{i} representa um vector de *variáveis de estado* (correntes neste caso) e \mathbf{u} um vector de variáveis de entrada, ou estímulos (tensões neste caso), ficando

$$\begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= \frac{1}{L} \left(\frac{u_a - u_c}{3} - e_1 - Ri_1 \right) \\ \frac{di_2}{dt} &= \frac{1}{L} \left(\frac{u_b - u_a}{3} - e_2 - Ri_2 \right) \\ i_1 + i_2 + i_3 &= 0 \\ u_a + u_b + u_c &= 0 \\ e_1 + e_2 + e_3 &= 0 \end{aligned} \tag{9.31}$$

com

$$\begin{aligned} e_1 &= E \sin(\omega t - \beta) \\ e_2 &= E \sin(\omega t - 2\pi/3 - \beta) \\ e_3 &= E \sin(\omega t + 2\pi/3 - \beta) \end{aligned}$$

e com u_a, u_b e u_c estabelecidos pelo ondulator através do método de comando adoptado.

Quando sujeito ao comando rudimentar descrito na secção precedente o ondulator produz tensões compostas com as seguintes expressões:

$$\begin{aligned} u_a &= \begin{cases} U, & \text{para } n\pi \leq \omega t \leq n\pi + \frac{2\pi}{3}, \text{ com } n \text{ par (incluindo 0)} \\ -U, & \text{para } n\pi \leq \omega t \leq n\pi + \frac{2\pi}{3}, \text{ com } n \text{ impar} \\ 0, & \text{para } n\pi + \frac{2\pi}{3} \leq \omega t \leq (n+1)\pi, \text{ para todo o } n \end{cases} \\ u_b(\omega t) &= u_a(\omega t - 2\pi/3) \\ u_c(\omega t) &= u_a(\omega t + 2\pi/3) \end{aligned} \tag{9.32}$$

ONDULADOR DE TENSÃO TRIFÁSICO EM PONTE

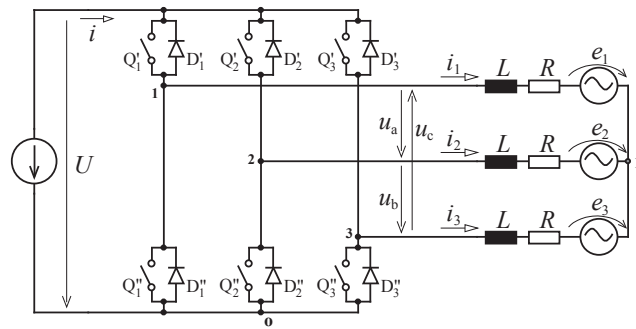


Fig. 9.16 – Esquema de princípio do ondulator de tensão trifásico em ponte com carga R-L-E.

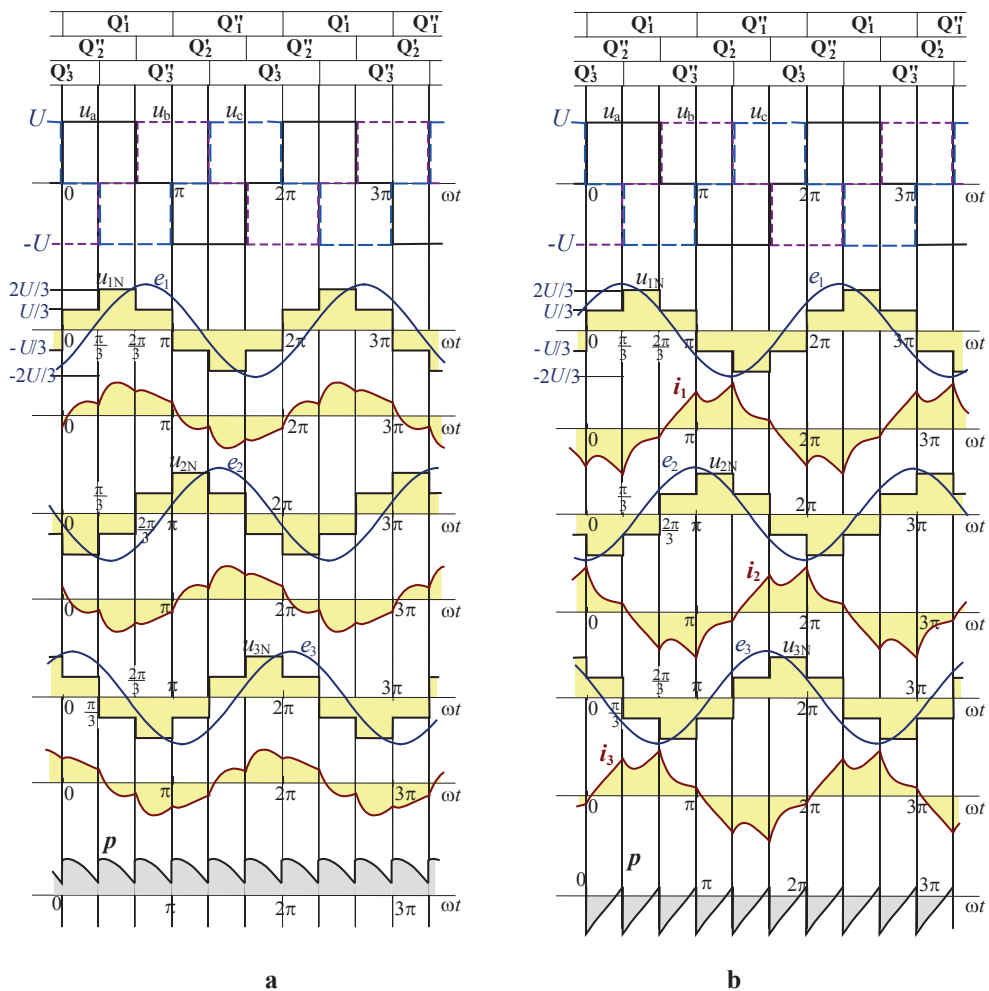


Fig. 9.17 – Funcionamento do ondulator de tensão trifásico em ponte com carga R-L-E (fig. 9.16): **a**: situação que ocasiona potência média entregue de DC para AC; **b**: situação que provoca potência média transferida de AC para DC.

A resolução analítica por troços do sistema (9.31), de equações diferenciais combinadas com equações algébricas onde se incluem (9.32), seria muito laboriosa, pelo que se recorre geralmente à resolução por métodos numéricos*, em computador. Nesse tipo de cálculo, a que se chama habitualmente **simulação**, há que tomar em conta as condições iniciais das correntes. O passo de cálculo, também chamado *passo de integração*, Δt , a usar deve ser muito menor do que as menores constantes de tempo envolvidas no sistema (p.ex. uma milésima parte).

Para obter evoluções de regime permanente prolongam-se as simulações por intervalos bastante superiores às maiores constantes de tempo do circuito (p.ex. uma dezena de vezes). Neste caso só existe a constante de tempo $\tau=L/R$.

Na fig. 9.17 estão representadas as evoluções de regime permanente das tensões e correntes no circuito da fig. 9.16, para duas situações de funcionamento, numa das quais existe transferência de potência média de DC para AC e na outra em sentido oposto.

Considerando os fasores de amplitudes das tensões e correntes sinusoidais, podem estabelecer-se equações relativas à carga trifásica simétrica da fig. 9.16:

$$\bar{U}_a = \bar{Z}\bar{I}_1 + \bar{E}_1 - \bar{E}_2 - \bar{Z}\bar{I}_2$$

$$\bar{U}_b = \bar{Z}\bar{I}_2 + \bar{E}_2 - \bar{E}_3 - \bar{Z}\bar{I}_3$$

$$\bar{U}_a + \bar{U}_b + \bar{U}_c = 0$$

$$\bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 = 0$$

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 0$$

sendo $\bar{Z} = R + j\omega L$; daqui obtém-se

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{U}_a - \bar{U}_c}{3\bar{Z}} - \frac{\bar{E}_1}{\bar{Z}} = \frac{\bar{U}_{1N} - \bar{E}_1}{\bar{Z}}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{U}_b - \bar{U}_a}{3\bar{Z}} - \frac{\bar{E}_2}{\bar{Z}} = \frac{\bar{U}_{2N} - \bar{E}_2}{\bar{Z}} \quad (9.33)$$

$$\bar{I}_3 = -\bar{I}_1 - \bar{I}_2$$

As equações precedentes são válidas em regime sinusoidal. No caso das tensões não sinusoidais elaboradas pelo ondulator, avalia-se o efeito de cada harmónica individualmente, a partir de u_a dado por (9.31), somando depois os mesmos pelo princípio da sobreposição. Nesse caso a f.e.m. só aparece nas expressões da primeira harmónica:

$$\bar{I}_{11} = \frac{\bar{U}_{a1} - \bar{U}_{c1}}{3\bar{Z}} - \frac{\bar{E}_1}{\bar{Z}}, \quad \bar{I}_{21} = \bar{I}_{11}e^{-j2\pi/3}, \quad \bar{I}_{31} = \bar{I}_{11}e^{j2\pi/3}$$

$$\bar{I}_{1k} = \frac{\bar{U}_{ak} - \bar{U}_{ck}}{3\bar{Z}_k}, \quad \bar{I}_{2k} = \bar{I}_{1k}e^{-jk2\pi/3}, \quad \bar{I}_{3k} = \bar{I}_{1k}e^{jk2\pi/3} \quad (9.34)$$

sendo $\bar{Z}_k = R + jk\omega L, \quad k > 1$

* como sejam os de Runge-Kutta, muito vulgarizados.

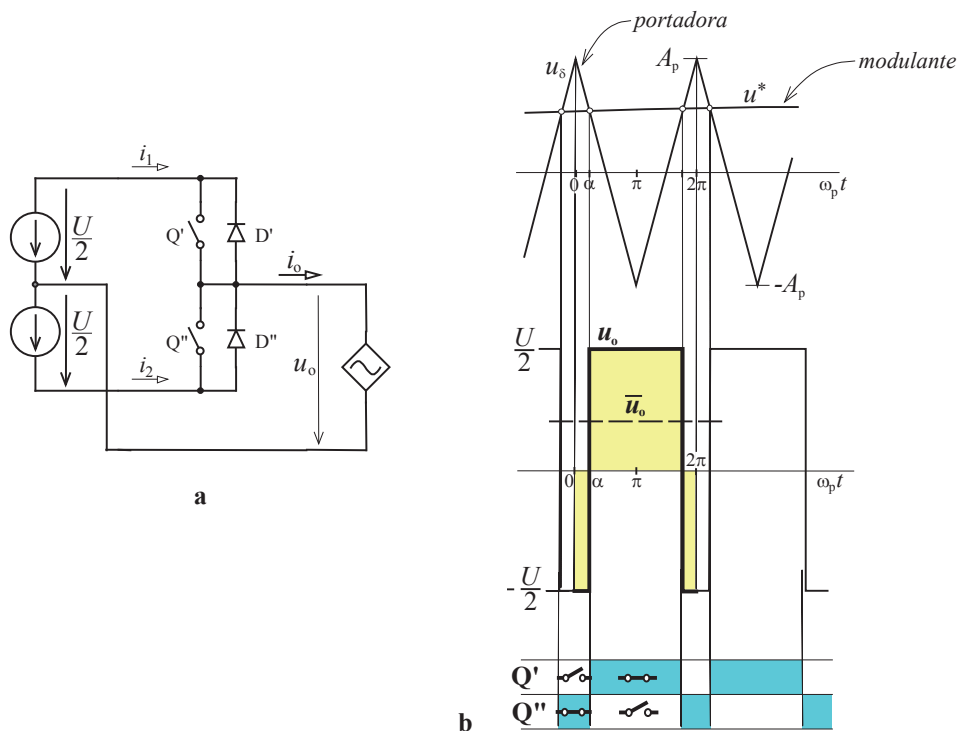
9.5- Comando de onduladores por modulação de largura de impulso (PWM)

9.5.1- Modulação triangular-sinusoidal

Uma solução expedita para elaborar, com os onduladores, formas de tensão AC de frequência e amplitude fundamental reguláveis e de reduzido teor em harmónicas de ordem baixa, foi proposta por Shönung e Stemmler, em 1964*.

Esta técnica faz apelo a um sinal triangular de alta frequência, chamado **portadora**, e a um sinal com a evolução desejada da tensão, chamado **modulante**, de cuja intersecção resultam os instantes de comutação, conforme está assinalado nas fig.^{as} 9.18 e 9.19 para o ondulador monofásico de ponto médio. As comutações de dispositivos abertos para fechados e vice-versa são estabelecidas nos instantes de intersecção: quando a modulante se torna maior do que a portadora abre Q'' e fecha Q'; quando a modulante se torna menor do que a portadora abre Q' e fecha Q''. Obviamente que nas transições se respeitam margens de segurança (cf. fig. 9.3).

Trata-se de uma técnica de modulação de largura de impulso (PWM), conhecida habitualmente por *modulação triangular-sinusoidal*.



* com o nome original de *método da sub-oscilação*.

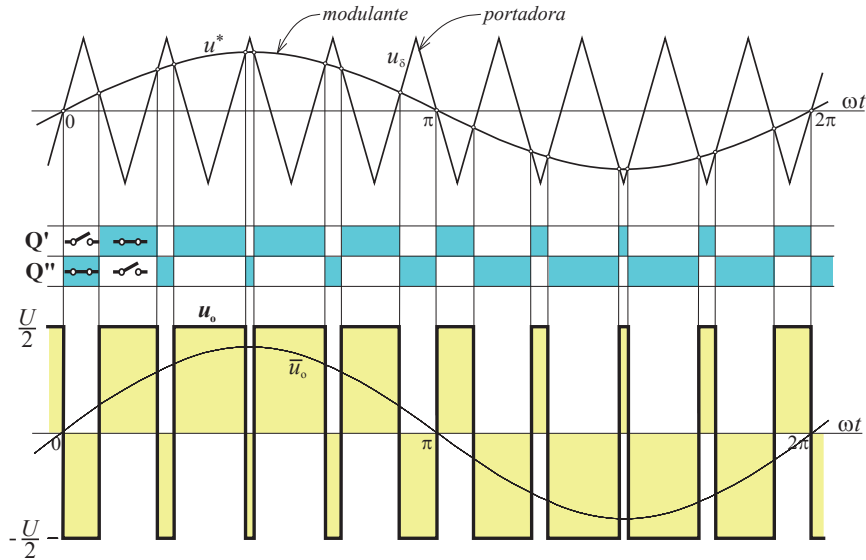


Fig. 9.19 – Comando do ondulator de tensão monofásico de ponto médio por modulação *triangular-sinusoidal*, descrito ao longo de um ciclo completo.

Se a frequência da portadora (f_p) for muito maior do que a da modulante (f) pode-se considerar que, durante um período da portadora, a modulante se mantém aproximadamente constante com o valor u^* , conforme representado na fig. 9.18b. Um ciclo da portadora descreve-se analiticamente por

$$u_\delta = \begin{cases} A_p - 2 \frac{A_p}{\pi} \omega_p t, & \text{para } 0 \leq \omega_p t \leq \pi \\ -A_p + 2 \frac{A_p}{\pi} (\omega_p t - \pi), & \text{para } \pi \leq \omega_p t \leq 2\pi \end{cases} \quad (9.35)$$

e a primeira intersecção dentro desse ciclo regista-se em

$$\omega_p t = \alpha = \left(1 - \frac{u^*}{A_p}\right) \frac{\pi}{2}$$

Por conseguinte, o valor médio da tensão u_o no ciclo obtém-se por

$$\bar{u}_o = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi u_o d\omega t = \frac{U}{2\pi} (\pi - 2\alpha) = \frac{U}{2} \frac{u^*}{A_p} \quad (9.36)$$

Com uma modulante sinusoidal cuja amplitude, A , não exceda a da portadora, A_p ,

$$u^* = A \sin(\omega t) \quad (9.37)$$

encontra-se uma evolução de valor médio móvel \bar{u}_o também sinusoidal da mesma frequência, conforme se observa na fig. 9.19,

$$\bar{u}_o = \frac{U}{2} \frac{A}{A_p} \sin(\omega t) \quad (9.38)$$

Esta “componente média” é aproximadamente igual à componente fundamental u_{o1} da tensão elaborada pela técnica de PWM triangular-sinusoidal*. À razão $m=A/A_p$ chama-se **índice de modulação**: para $A=A_p$ a componente fundamental terá uma amplitude igual a $U/2$.

Faz-se notar que é possível forçar valores de índice de modulação acima da unidade, fazendo $A > A_p$, circunstância a que se chama **sobremodulação**, mas nesse caso (9.38) deixa de ser válida. Nessa situação conseguem-se alcançar amplitudes fundamentais mais elevadas do que $U/2$. Embora não se aprofunde aqui a análise dos casos de sobremodulação, relembra-se o caso de u_o em onda quadrada, no qual, de acordo com a eq. (9.7), aquela amplitude tem o valor aproximado de $1,27 \times U/2$; por sobremodulação esse limite nunca poderá ser ultrapassado. A fig. 9.20 ilustra alguns exemplos de sobremodulação.

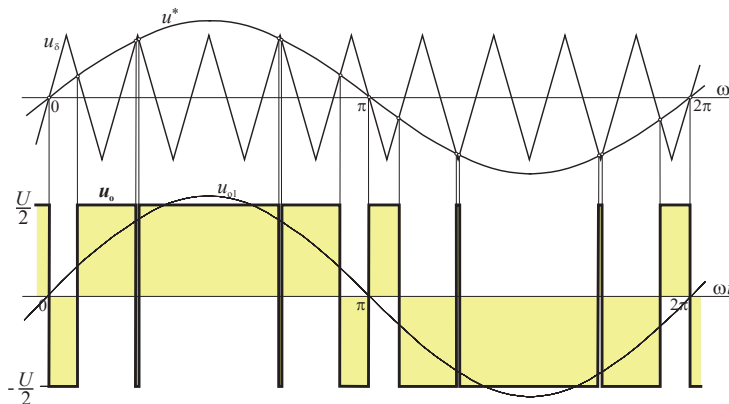


Fig. 9.20 – Exemplo de sobremodulação no ondulator de tensão monofásico de ponto médio.

Quando a relação de frequências f_p/f for elevada (p.ex. superior a 10) não se torna indispensável assegurar o sincronismo entre a modulante e a portadora. Mas com valores baixos dessa relação o sincronismo tem de ser procurado, sob risco de u_o resultar com elevado teor de harmónicas baixas, sub-harmónicas (*batimentos*) e inter-harmónicas (cf. fig. 9.21).

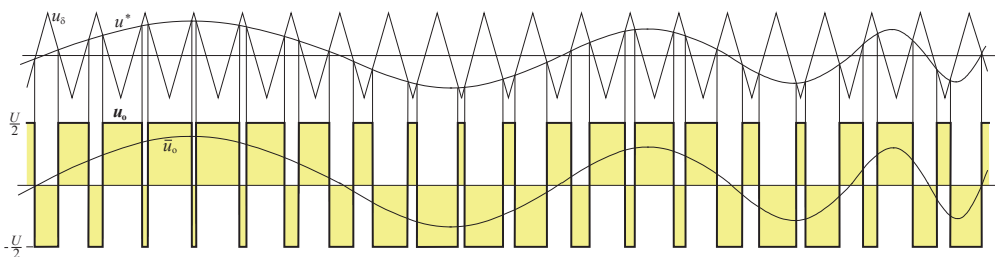


Fig. 9.21 – Variação da frequência da modulante até valores próximos da frequência da portadora.

* Não se aprofunda aqui a análise harmónica das formas de tensão obtidas por esta técnica de PWM porque se torna bastante complexa. Fica apenas a indicação de que o teor harmónico, aparte a componente fundamental, consiste em componentes com frequências vizinhas da frequência da portadora e dos seus múltiplos.

Para analisar a generalização desta técnica para o **ondulador trifásico em ponte** considera-se a existência de ponto médio na fonte de DC, como indicado na fig. 9.22a. Cada braço é tratado como um ondulador monofásico de ponto médio e o seu comando é igual ao que se acabou de estudar. Basta utilizar uma única portadora e três modulantes que formem um sistema trifásico simétrico.

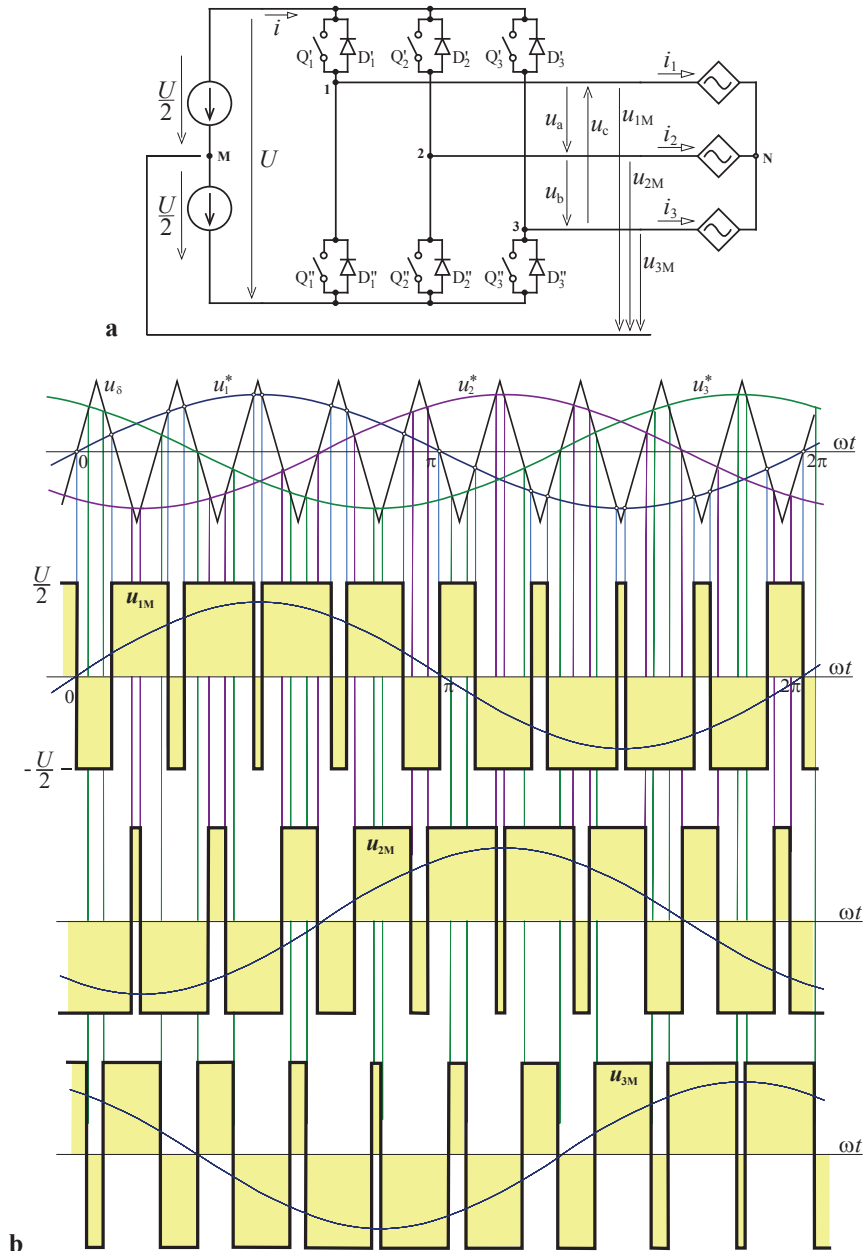


Fig. 9.22 – Comando do ondulador de tensão trifásico em ponte por modulação *triangular-sinusoidal* de largura de impulso: **a-** esquema do ondulador; **b-** diagramas descrevendo o mecanismo das comutações nos pontos de intersecção das modulantes com a portadora e mostrando as formas de tensão resultantes.

Se a relação de frequências for múltipla de 3 obtêm-se padrões iguais nas três tensões u_{1M} , u_{2M} e u_{3M} , por um lado, e nas três tensões compostas u_a , u_b e u_c , por outro. Este resultado está patente na fig. 9.22b para um caso com $f_p=9f$. Na fig. 9.23 pode ser observado o andamento de uma tensão composta da fig. 9.22, neste caso $u_a=u_{1M}-u_{2M}$. Repare-se que o padrão da tensão composta tem três valores possíveis, $\{+U, 0, -U\}$, ao passo que o das tensões u_{1M} , u_{2M} e u_{3M} , apresenta só dois níveis: $\{+U/2, -U/2\}$.

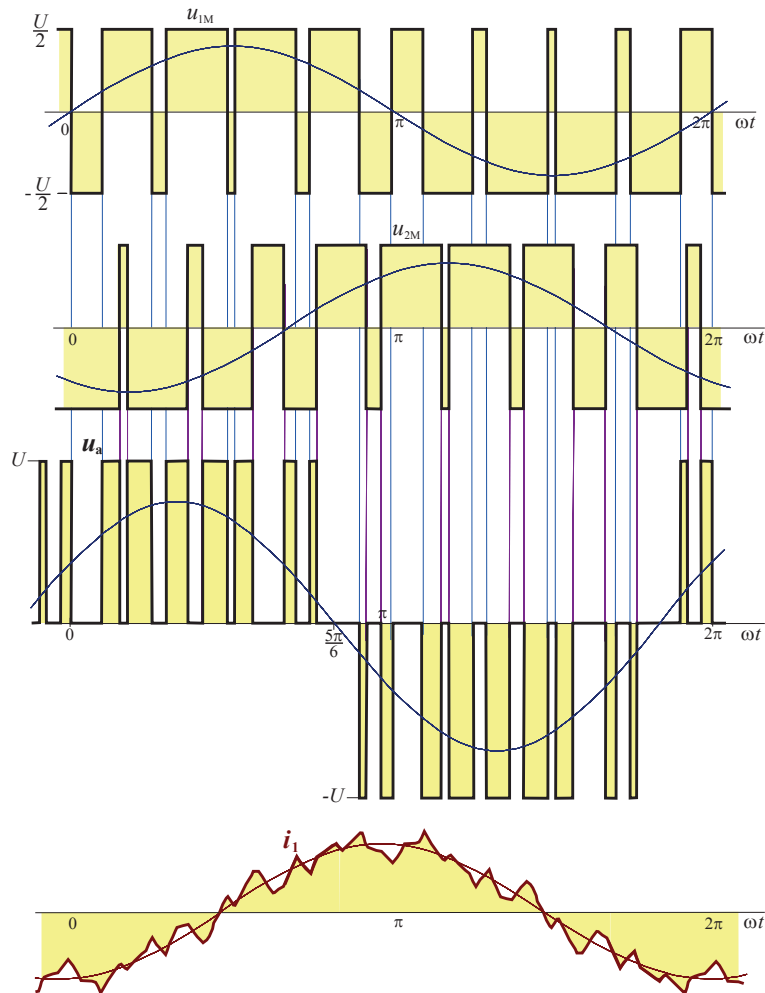


Fig. 9.23 – Forma de onda de uma tensão composta elaborada pelo ondulator de tensão trifásico em ponte por modulação *triangular-sinusoidal* e forma de uma corrente no caso de ter carga trifásica R-L-E

Na fig. 9.23 também está representada a evolução da corrente numa fase, em regime permanente, no caso de a carga em AC ser do tipo R-L-E, como foi visto em secções precedentes. A mesma exibe um conteúdo de distorção (em torno da evolução sinusoidal) com um aspecto de “serrilha” que é revelador de teor harmónico em frequências elevadas.

Quanto maior for a relação f_p/f menor se torna a amplitude da distorção na corrente. No entanto, existem limites físicos a considerar na prática: por um lado as comutações dos semicondutores não são instantâneas e aos tempos de transição acrescem as margens de segurança, por outro lado as comutações causam perdas adicionais nos semicondutores. Na prática, com transistores IGBT consegue-se facilmente f_p de dezenas de kHz em potências tipicamente abaixo de 100kVA, ao passo que com tiristores GTO se pode ficar abaixo do kHz nos conversores de grande potência.

Tal como no caso monofásico, para valores elevados da relação de frequências f_p/f (p.ex. $f_p=10$ kHz e $f<100$ Hz) não se torna necessário assegurar o sincronismo entre a modulante e a portadora. O mesmo não sucede com valores baixos dessa relação, devendo-se inclusivamente procurar que a mesma seja um múltiplo de 3, conforme se viu antes.

Este método e, principalmente, outros derivados dele encontram bastante utilização prática, nomeadamente em accionamentos de velocidade variável com máquinas de corrente alternada (em especial assíncronas) e em fontes de alimentação. Um inconveniente da técnica básica vista atrás é o limite da amplitude fundamental que permite obter: no caso das tensões u_{IM} as amplitudes atingem $U/2$ e no caso das tensões compostas atingem, naturalmente, $\sqrt{3}U/2 \approx 0,87U$. De facto, viu-se em 9.4, com comando rudimentar, que a amplitude da componente fundamental da tensão composta era de $(4/\pi)(\sqrt{3}/2)U \approx 1,10U$.

Uma variante da técnica de modulação triangular-sinusoidal para os onduladores trifásicos em ponte consiste em **sobrepôr uma componente de 3ª harmónica às modulantes**. Essa componente será tal que, somada a uma componente fundamental com amplitude $A \approx 1,10A_p$, não provoque sobremodulação (cf. fig. 9.24). A componente de 3ª harmónica não se repercute nas tensões compostas (cf. fig. 9.25), pois aparece em sincronismo nas três fases, mas tem o efeito benéfico de permitir amplitudes fundamentais dessas tensões cerca de 10% mais elevadas do que com a técnica básica. Ou seja, as amplitudes das componentes fundamentais das tensões compostas atingem quase o valor U . Esta modalidade não é adequada para onduladores monofásicos.

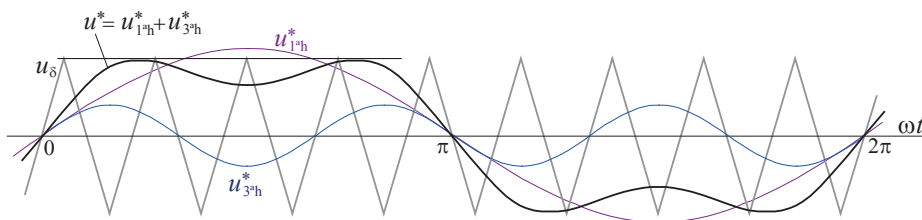


Fig. 9.24 – Variante da técnica de modulação *triangular-sinusoidal* baseada na incorporação de uma componente de 3ª harmónica na composição da modulante.

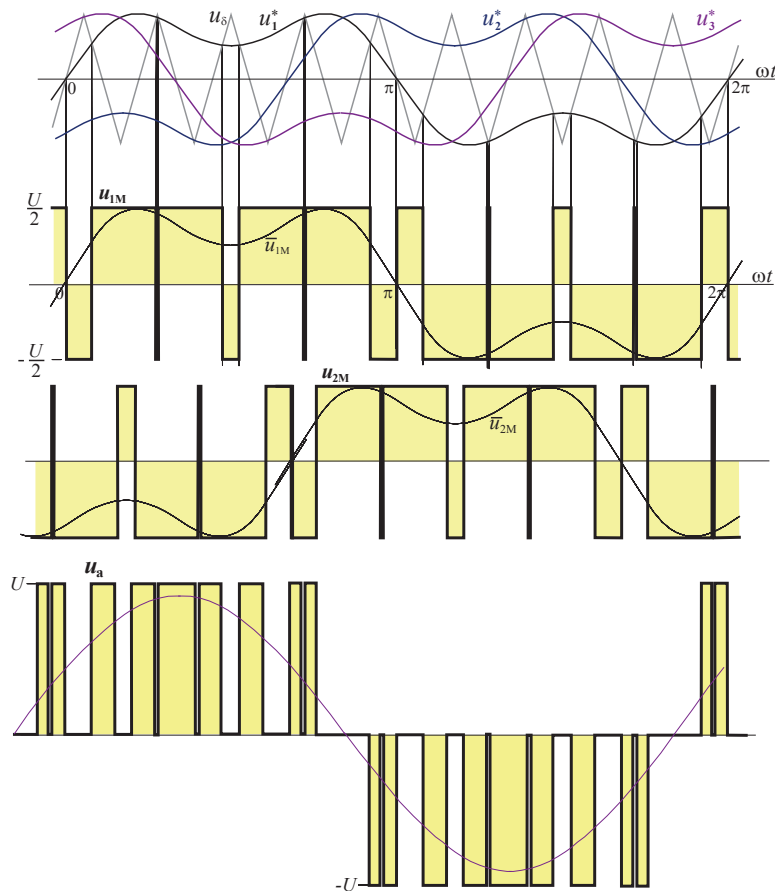


Fig. 9.25 – Variante da técnica de modulação *triangular-sinusoidal* para onduladores trifásicos em ponte, baseada na incorporação de componentes de 3ª harmónica: aspecto das três modulantes, das tensões u_{1M} e u_{2M} e de uma tensão composta.

9.5.2- Modulação com eliminação de harmónicas especificadas

Realizando comutações em instantes adequados podem suprimir-se harmónicas no espectro das tensões. Isto já se verificou na secção 9.4 onde, mediante a escolha oportuna de certos instantes de comutação, se conseguiam anular as harmónicas múltiplas de 3.

Mais genericamente, se a tensão u apresenta dois níveis e tem simetria ímpar, podem-se anular N harmónicas especificadas através de $2N+1$ comutações em cada meio período de u .

Como primeiro exemplo veja-se o caso representado na fig. 9.26, que corresponde a $N=2$. O desenvolvimento de u em série de Fourier dá

$$u = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin(k\omega t) \quad (9.39)$$

$$a_k = \frac{4X}{\pi} \left[\int_0^{\alpha_1} \sin(k\omega t) d(\omega t) + \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin(k\omega t) d(\omega t) + \int_{\alpha_2}^{\pi/2} \sin(k\omega t) d(\omega t) \right]$$

$$a_k = \frac{4X}{\pi} [1 - 2 \cos(k\alpha_1) + 2 \cos(k\alpha_2)] \quad (9.40)$$

Assim, para eliminar a 3ª e a 5ª harmónicas há que escolher α_1 e α_2 tais que satisfaçam simultaneamente

$$\begin{cases} 1 - 2 \cos(3\alpha_1) + 2 \cos(3\alpha_2) = 0 \\ 1 - 2 \cos(5\alpha_1) + 2 \cos(5\alpha_2) = 0 \end{cases} \quad (9.41)$$

cuja solução é o par $\alpha_1=23,62^\circ$, $\alpha_2=33,30^\circ$.

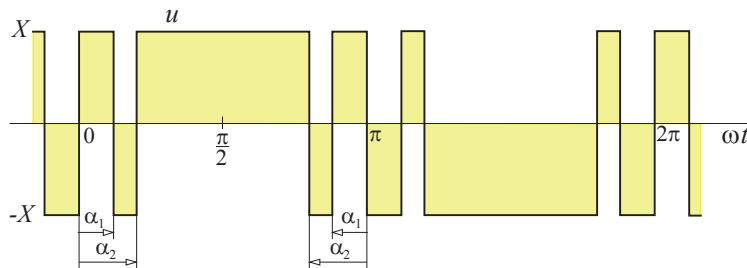


Fig. 9.26 – Forma de tensão com dois níveis e cinco comutações em cada meio ciclo (10 por ciclo).

No caso de se pretenderem eliminar as 5ª, 7ª, 11ª, 13ª e 17ª harmónicas seriam necessárias 11 comutações em cada meio período, com os seguintes ângulos de comutação:

$$\alpha_1=6,795^\circ, \alpha_2=17,296^\circ, \alpha_3=21,025^\circ, \alpha_4=34,657^\circ \text{ e } \alpha_5=35,984^\circ.$$

Note-se que com esta técnica apenas se conseguem suprimir as harmónicas de ordens especificadas e não os seus múltiplos.

Pode-se utilizar um grau de liberdade para **estabelecer** também um valor desejado na **amplitude da componente fundamental**, prescindindo de uma das harmónicas a eliminar. Isto é, com $2N+1$ comutações em meio período podem suprimir-se $N-1$ harmónicas e regular a componente a_1 . Assim, existirão N equações a N incógnitas

$$\begin{cases} f_1(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) = a_1 & \leftarrow \text{valor da 1ª harmónica} \\ f_2(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) = 0 \\ \dots \\ f_N(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) = 0 \end{cases} \quad \text{eliminação das } N - 1 \text{ harmónicas escolhidas} \quad (9.42)$$

que, em princípio, terão uma e uma só solução a $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$, tal que $\alpha_1 \leq \alpha_2 \leq \dots \leq \alpha_N$. A resolução de um tal sistema, no caso geral, terá de ser feita por métodos numéricos em computador. O valor máximo possível para a_1 , ou seja, o máximo da função f_1 , sujeita às condições $f_2=0, \dots, f_N=0$, também poderá ser pesquisado numericamente; conforme se sabe esse valor será sempre inferior a $1,27X$, correspondente à onda quadrada.

A título de exemplo mostra-se na fig. 9.27 o diagrama com os valores de ângulos α_1 , α_2 , α_3 que permitem obter cada valor de amplitude da componente fundamental, ao mesmo tempo que asseguram a eliminação das 5ª e 7ª harmónicas. O valor máximo de amplitude fundamental que se consegue neste caso é $a_{1\text{máx}} \approx 1,18X$.

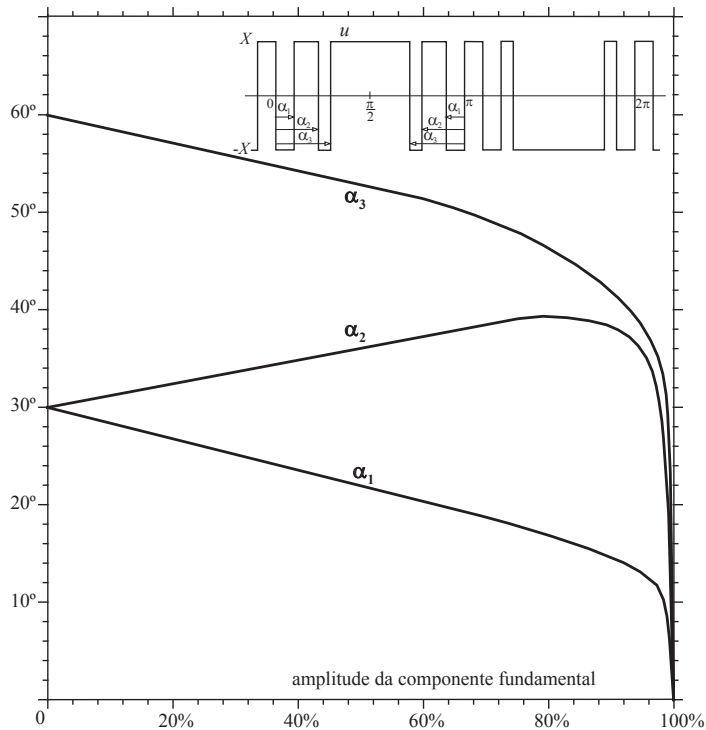


Fig. 9.27 – Evolução dos valores dos ângulos α_1 , α_2 , α_3 que permitem eliminar as 5ª e 7ª harmónicas em função do valor de amplitude da componente fundamental a obter.

Esta técnica de PWM pode aplicar-se quer a onduladores monofásicos de ponto médio, quer a monofásicos ou trifásicos em ponte. No caso dos monofásicos devem incluir-se a 3ª harmónica e, eventualmente, alguns múltiplos ímpares, no conjunto a eliminar. No onduladores trifásico em ponte não se incluem essas ordens de harmónicas pois não vão ter efeito sobre a carga. Os valores calculados dos ângulos são dispostos numa memória de configurações que depois é percorrida ciclicamente.

Na prática trabalhar-se-á com tantas comutações por ciclo quanta seja a frequência de manobras razoavelmente admissível com os dispositivos semicondutores usados. No caso de se pretender variar a frequência das tensões a sintetizar convém ir aumentando o número de comutações por ciclo à medida que aquela frequência passa a gamas mais baixas.

9.5.3- Otimização de grandezas físicas na carga

Existem métodos de PWM que estabelecem os ângulos das comutações, não por forma a anular explicitamente harmónicas, mas em função de objetivos a otimizar, normalmente respeitantes a aspectos da carga. Citam-se, p. ex., a minimização do tremor de binário, ou da distorção nas correntes, ou das perdas, numa máquina alimentada pelo ondulado. Um dos graus de liberdade é usado para ajuste da amplitude fundamental da tensão.

A aplicação dos valores dos ângulos calculados à síntese de tensões é feita da mesma forma do que no método anterior, percorrendo ciclicamente uma memória de configurações. A cada gama de frequências a gerar deve corresponder um número de comutações por período tanto maior quanto mais baixas forem aquelas frequências.

9.5.4- Modulação vectorial

Num circuito trifásico como os que existem à saída dos onduladores trifásicos em ponte, as grandezas trifásicas possuem apenas duas componentes linearmente independentes: nas tensões tem-se $u_a+u_b+u_c=0$ (e $u_{1N}+u_{2N}+u_{3N}=0$) e, nas correntes, $i_1+i_2+i_3=0$. Bastam, por isso, duas componentes para as representar.

Veja-se a representação da fig. 9.28a onde se construiu um sistema de três eixos reais num plano (simbolizados por 1, 2, 3) rodados entre si de 120° : todo o ponto x do plano tem uma e uma só representação por um terno de valores reais x_1, x_2, x_3 , obtidos pela projecção do ponto sobre os eixos e que verificam $x_1+x_2+x_3=0$. Por outro lado, cada ponto do plano também terá uma e uma só representação por um par de valores reais x_α, x_β , obtidos pelas projecções do ponto x em dois eixos ortogonais α, β , conforme assinalado na fig. 9.28b.

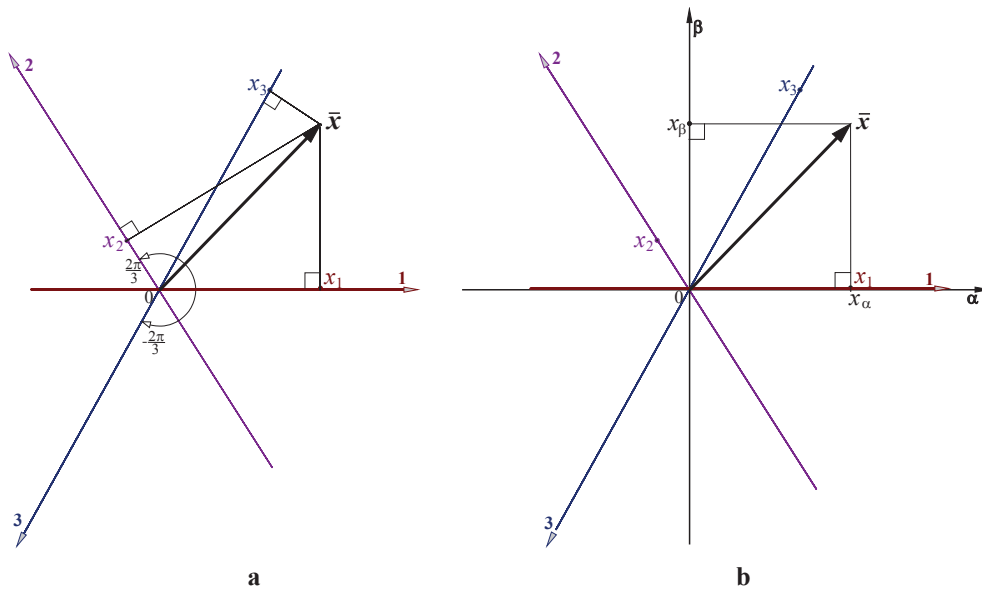


Fig. 9.28 – Representação de um ponto do plano em três eixos (a) e em dois eixos ortogonais (b).

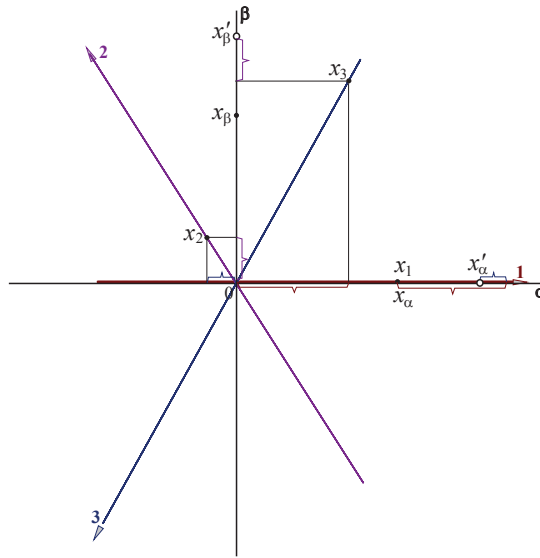


Fig. 9.29 – Transformação das coordenadas nos três eixos 1,2,3 para dois eixos α,β .

Contabilizando as coordenadas x_1, x_2, x_3 segundo os eixos α, β (cf. fig. 9,29), obtém-se

$$\begin{aligned} x'_\alpha &= x_1 - \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3 \\ x'_\beta &= \frac{\sqrt{3}}{2}x_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x_3 \end{aligned} \tag{9.43}$$

Estes valores não coincidem com as projecções do vector \bar{x} sobre os eixos α,β . Para encontrar o factor de escala mais conveniente para esta transformação* veja-se o que acontece às expressões da potência: ao transformar quer tensões quer correntes de coordenadas 1,2,3 para α,β usando (9,43) encontra-se

$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3 \tag{9.44}$$

$$p' = u'_\alpha i'_\alpha + u'_\beta i'_\beta \tag{9.45}$$

$$\begin{aligned} &= \left(u_1 - \frac{1}{2}u_2 - \frac{1}{2}u_3\right)\left(i_1 - \frac{1}{2}i_2 - \frac{1}{2}i_3\right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}u_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}u_3\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}i_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}i_3\right) \\ &= u_1 i_1 - \frac{1}{2}u_1 i_2 - \frac{1}{2}u_1 i_3 - \frac{1}{2}u_2 i_1 + \frac{1}{4}u_2 i_2 + \frac{1}{4}u_2 i_3 - \frac{1}{2}u_3 i_1 + \frac{1}{4}u_3 i_2 + \frac{1}{4}u_3 i_3 + \\ &\quad + \frac{3}{4}u_2 i_2 - \frac{3}{4}u_2 i_3 - \frac{3}{4}u_3 i_2 + \frac{3}{4}u_3 i_3 \\ p' &= \frac{3}{2}(u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3) \end{aligned}$$

Para que a expressão de potência (9.45) conduza ao mesmo valor do que (9.44) é necessário incorporar o factor $\sqrt{2/3}$ na transformação (9.43), que passa a ser

* A passagem de coordenadas 1,2,3 para coordenadas α,β é conhecida por transformação de Concordia.

$$\begin{aligned} x_\alpha &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left(x_1 - \frac{1}{2} x_2 - \frac{1}{2} x_3 \right) \\ x_\beta &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} x_2 - \frac{\sqrt{3}}{2} x_3 \right) \end{aligned} \quad (9.46)$$

garantindo analogia nas expressões de potência: $p = u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3 = u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta$.

A disposição dos eixos α, β no plano também sugere a possibilidade de representar as novas coordenadas na forma complexa, $\bar{x} = x_\alpha + j x_\beta$, considerando que o plano de representação é o plano complexo, sendo α o eixo real e β o eixo imaginário.

As coordenadas complexas permitem representar, com uma notação mais compacta, os valores instantâneos das grandezas trifásicas para utilizar em equações. Por exemplo no caso das eq. diferenciais (9.31) ficará simplesmente

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{i}}{dt} &= \frac{1}{L} (\bar{u}_N - \bar{e} - R\bar{i}) \\ \bar{e} &= \sqrt{\frac{3}{2}} E e^{j(\omega t - \pi/2 - \beta)} \end{aligned} \quad (9.31')$$

Note-se que o sistema sinusoidal trifásico simétrico de f.e.m. surge, após aplicação da transformação, como um vector girante com amplitude $\sqrt{3/2} E$ e velocidade angular ω , fazendo, pois, uma trajectória circular no plano complexo.

As tensões trifásicas criadas por um ondulator trifásico em ponte podem ser representadas como pontos (ou vectores) do plano complexo, cada ponto correspondendo a uma configuração (fechado-aberto) dos dispositivos do ondulator. Existem oito configurações possíveis, representadas na fig. 9.30a. A primeira produz $u_1 = U, u_2 = -U, u_3 = 0$; procedendo à transformação (9.46) obtém-se

$$\begin{aligned} x_\alpha &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left(U + \frac{1}{2} U \right) = \sqrt{\frac{3}{2}} U \\ x_\beta &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} U \right) = -\frac{1}{\sqrt{2}} U \end{aligned}$$

ou seja,

$$\bar{x} = x_\alpha + j x_\beta = \left(\sqrt{\frac{3}{2}} - j \frac{1}{\sqrt{2}} \right) U = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j \frac{1}{2} \right) U.$$

Procedendo igualmente para as restantes configurações obtém-se os valores indicados no quadro 9.1 e conclui-se que duas das oito configurações produzem vector nulo, pelo que existem sete vectores distintos. A disposição desses sete pontos no plano complexo (indicada na fig. 9.30b) constitui o conjunto de vértices e o centro de um hexágono.

Quadro 9.1 – Cálculo dos vectores complexos representativos das tensões elaboradas por um ondulator trifásico em ponte nas oito configurações possíveis.

configuração	tensões em 1,2,3	vector
1	$u_1 = U, u_2 = -U, u_3 = 0$	$\bar{U}_1 = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j \frac{1}{2} \right) U$
2	$u_1 = U, u_2 = 0, u_3 = -U$	$\bar{U}_2 = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right) U$
3	$u_1 = 0, u_2 = U, u_3 = -U$	$\bar{U}_3 = j\sqrt{2}U$
4	$u_1 = -U, u_2 = U, u_3 = 0$	$\bar{U}_4 = \sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right) U$
5	$u_1 = -U, u_2 = 0, u_3 = U$	$\bar{U}_5 = \sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - j \frac{1}{2} \right) U$
6	$u_1 = 0, u_2 = -U, u_3 = U$	$\bar{U}_6 = -j\sqrt{2}U$
7	$u_1 = 0, u_2 = 0, u_3 = 0$	$\bar{U}_0 = 0$
8	$u_1 = 0, u_2 = 0, u_3 = 0$	$\bar{U}_0 = 0$

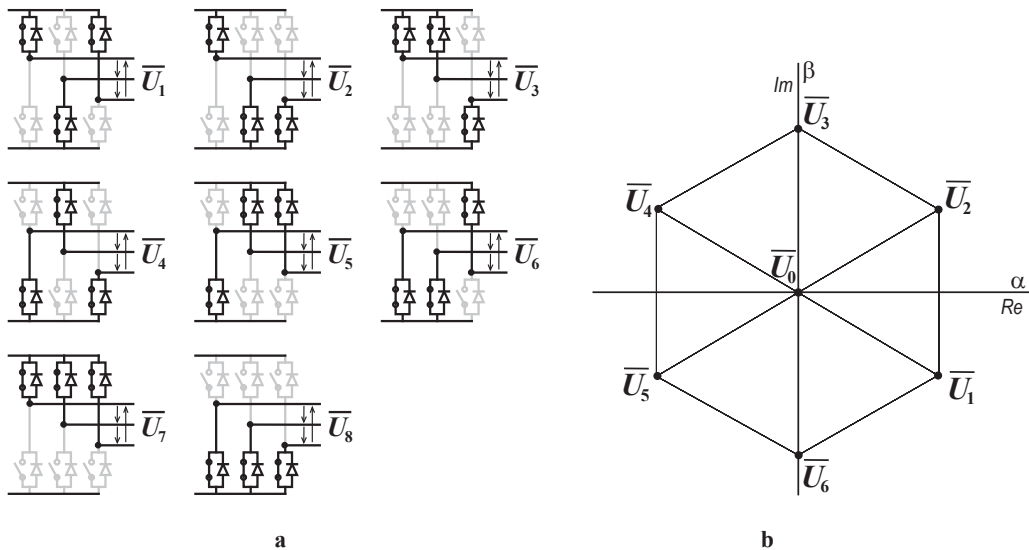


Fig. 9.30 – a: configurações possíveis no ondulator de tensão de tensão trifásico em ponte; b: valores correspondentes do vector de tensões e sua disposição no plano complexo.

Um sistema trifásico simétrico de tensões é representado em notação complexa por um vector girante à velocidade angular ω (cf. fig. 9.31a). Um ondulator de tensão apenas cria tensões trifásicas com sete valores complexos fixos, como se viu. Para conseguir sintetizar uma trajectória circular têm de se obter valores médios temporais em pontos sucessivos da mesma, doseando para tal a aplicação das configurações do ondulator que produzem os valores fixos mais próximos, como indicado na fig. 9.31b. Por simplicidade passam a utilizar-se os vectores normalizados para terem amplitude unitária, i.e. $\bar{u}_i = \frac{\bar{U}_i}{\sqrt{2}U}$, $i = 1, \dots, 6$.

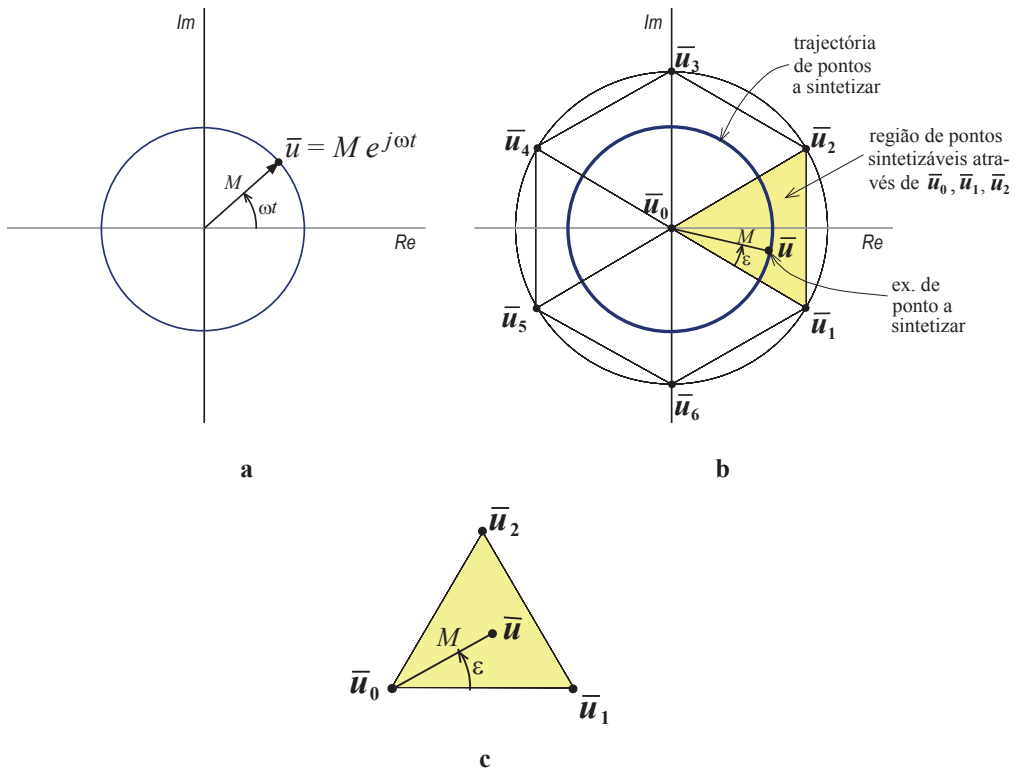


Fig. 9.31 – a: trajectória circular do vector \bar{u} correspondente a um sistema de tensões trifásico simétrico; b: selecção do conjunto de três vectores mais próximos para a síntese de um ponto \bar{u} de uma trajectória circular; c: triângulo definido por $\bar{u}_0, \bar{u}_1, \bar{u}_2$ rodado por forma a ter $\bar{u} = M e^{j\epsilon}$.

Um dado ponto \bar{u} é obtido como valor médio durante um intervalo muito curto dos três vectores fixos mais próximos que o ondulator permite, cada qual aplicado durante uma fracção adequada daquele intervalo. Para maior facilidade represente-se o triângulo com esses vértices rodado como na fig. 9.31c, de modo a ter $\bar{u} = M e^{j\epsilon}$. O ponto \bar{u} obtém-se pela soma ponderada dos três vectores mais próximos $\bar{u}_0, \bar{u}_1, \bar{u}_2$:

$$\bar{u} = \alpha \bar{u}_1 + \beta \bar{u}_2 + \gamma \bar{u}_0, \text{ com } \alpha + \beta + \gamma = 1 \tag{9.48}$$

Cada coeficiente representa a fracção de tempo em que o vector deve ser aplicado.

Resolvendo (9.48) em ordem a α , β e γ , tem-se

$$Me^{j\varepsilon} = \alpha + \beta e^{j\frac{\pi}{3}}, \quad \gamma = 1 - \alpha - \beta$$

$$\begin{cases} M \cos(\varepsilon) = \alpha\sqrt{2} + \beta\frac{1}{\sqrt{2}} \\ M \sin(\varepsilon) = \beta\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = M \cos(\varepsilon) - \frac{1}{\sqrt{3}} M \sin(\varepsilon) \\ \beta = \frac{2}{\sqrt{3}} M \sin(\varepsilon) \end{cases}$$

encontram-se os valores dos coeficientes em função de M e ε :

$$\begin{cases} \alpha(M, \varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{3}} M \sin(\varepsilon + \pi / 3) \\ \beta(M, \varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{3}} M \sin(\varepsilon) \\ \gamma(M, \varepsilon) = 1 - \alpha - \beta \end{cases} \quad (9.49)$$

Existem diversas maneiras de aplicar as configurações do ondulator que estabelecem os vectores $\bar{u}_0, \bar{u}_1, \bar{u}_2$ durante estas proporções temporais que, ao longo de um ciclo de modulação, criam o valor médio $\bar{u} = Me^{j\varepsilon}$. Considerem-se as duas possibilidades descritas na fig. 9.32: uma que faz aparecer os vectores na sequência \bar{u}_1, \bar{u}_0 e \bar{u}_2 e outra que os faz aparecer na sequência \bar{u}_1, \bar{u}_2 e \bar{u}_0 .

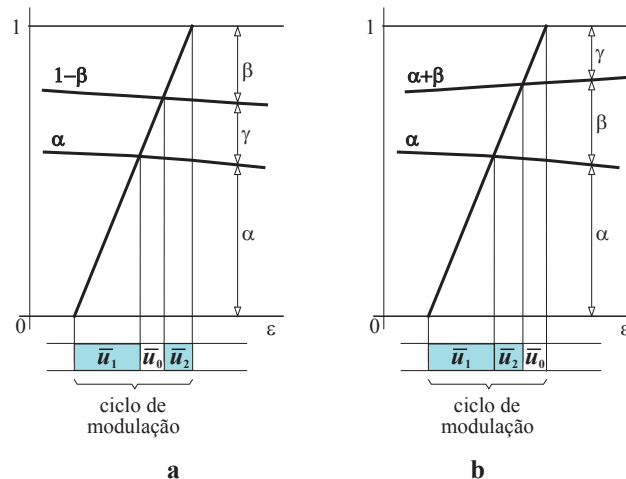


Fig. 9.32 – Estratégias de modulação vectorial em cada ciclo de manobras: **a**- com modulantes α e $1-\beta$ que originam a aplicação dos três vectores na sequência \bar{u}_1, \bar{u}_0 e \bar{u}_2 ; **b**- com modulantes α e $\alpha+\beta$ que originam a aplicação dos três vectores na sequência \bar{u}_1, \bar{u}_2 e \bar{u}_0 .

Estas estratégias baseiam-se na intersecção de duas modulantes com uma portadora. Para gerar uma evolução sinusoidal simétrica de tensões trifásicas há que sintetizar pontos médios \bar{u} ao longo de uma trajectória circular. Para tal podem ser aplicados os princípios de **modulação vectorial** atrás definidos, com duas modulantes e portadora ao longo de um ciclo completo, conforme se ilustra na fig. 9.33. As amplitudes das modulantes são função de M e a geração de configuração vai sucedendo com a evolução de ϵ . É recomendável a utilização de valores para a relação entre a frequência de portadora e a frequência fundamental que sejam múltiplos de três.

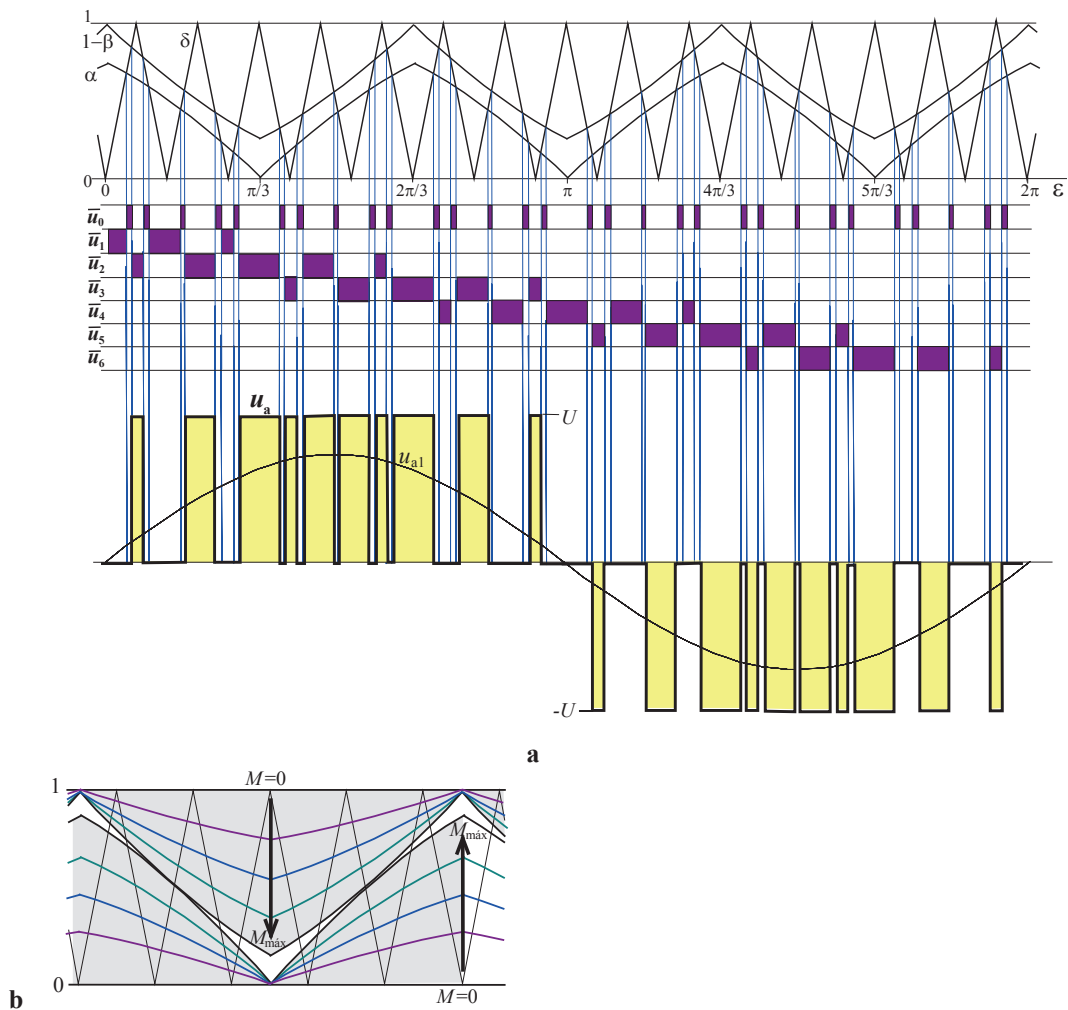


Fig. 9.33 – **a**: descrição de um procedimento de PWM vectorial segundo o princípio indicado na fig. 9.32a (note-se que o ângulo ϵ neste caso tem a origem sobre o vector \bar{u}_1); **b**: lugar geométrico ocupado pelas modulantes com a variação de M no intervalo $[0, M_{\max}]$.

O raio máximo da trajectória circular que é possível gerar corresponde à circunferência inscrita no hexágono da fig. 9.31 e vale $M_{\max} = \sqrt{3}/2$. O vector de tensão correspondente

$|\bar{U}|_{\max} = \sqrt{3/2}U$ tem a amplitude máxima que é possível sintetizar sem incorrer em sobremodulação; a mesma, transformada para coordenadas reais por (9.46), corresponde ao valor máximo das componentes fundamentais de tensão composta que se pode alcançar:

$$|u_a|_{\max} = \sqrt{3/2} |\bar{U}|_{\max} = U \quad (9.50)$$

O valor eficaz máximo de tensão composta será igual a $U / \sqrt{2} \approx 0,7U$.

O espectro harmónico da forma de tensão obtida com esta técnica de PWM vectorial fica ilustrado na fig. 9.34, para um caso em que a relação entre a frequência da portadora e a frequência fundamental é igual a 39 e o índice de modulação vale $m = M/M_{\max} = 0,8$. Nele se reconhece o aspecto típico com harmónicas essencialmente na vizinhança da frequência da portadora e dos seus múltiplos.

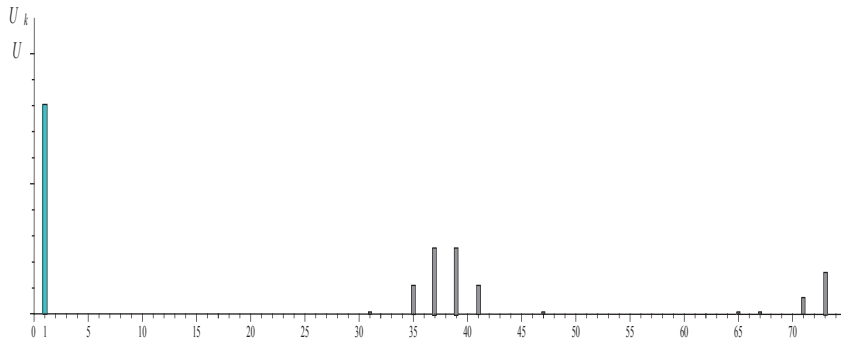


Fig. 9.34 – Espectro de amplitudes da tensão composta elaborada com a técnica de PWM vectorial cujo princípio está descrito na fig. 9.33, mas com $f_p/f=39$ e $m=0,8$.

Existem outras hipóteses de realizar a modulação vectorial, designadamente quanto às modulantes (cf. fig. 9.33) e quanto à fase inicial da portadora.

9.5.5- Controlo de correntes com onduladores de tensão

Os onduladores de tensão empregam-se frequentemente para controlar correntes alternadas, sobre circuitos indutivos. A continuidade de corrente é imposta pela presença de indutância na carga no lado de AC, mas a sua evolução é conduzida de acordo com a tensão criada pelo ondulador. Diz-se que o ondulador de tensão assim controlado *injecta correntes* com a evolução desejada, ou que fica transformado em *fonte de corrente*.

Na fig. 9.35 representa-se um esquema de aplicação de um ondulador trifásico em ponte com controlo de correntes nas três fases. Um método simples de controlo das correntes nas fases consiste na técnica de controlo individual por **histerese** (ou banda morta):

- estabelecem-se as referências i_1^* , i_2^* , i_3^* pretendidas (verificando $i_1^* + i_2^* + i_3^* = 0$);

- em cada instante, se a corrente medida na fase k , ou seja i_k , verificar $i_k > i_k^* + \Delta I$ abre-se Q'_k e fecha-se Q''_k ;

- se a corrente medida na fase k verificar $i_k < i_k^* - \Delta I$ abre-se Q''_k e fecha-se Q'_k .

Com este método obtêm-se evoluções das correntes i_k aproximadamente* confinadas aos intervalos $i_k^* - \Delta I \leq i_k \leq i_k^* + \Delta I$.

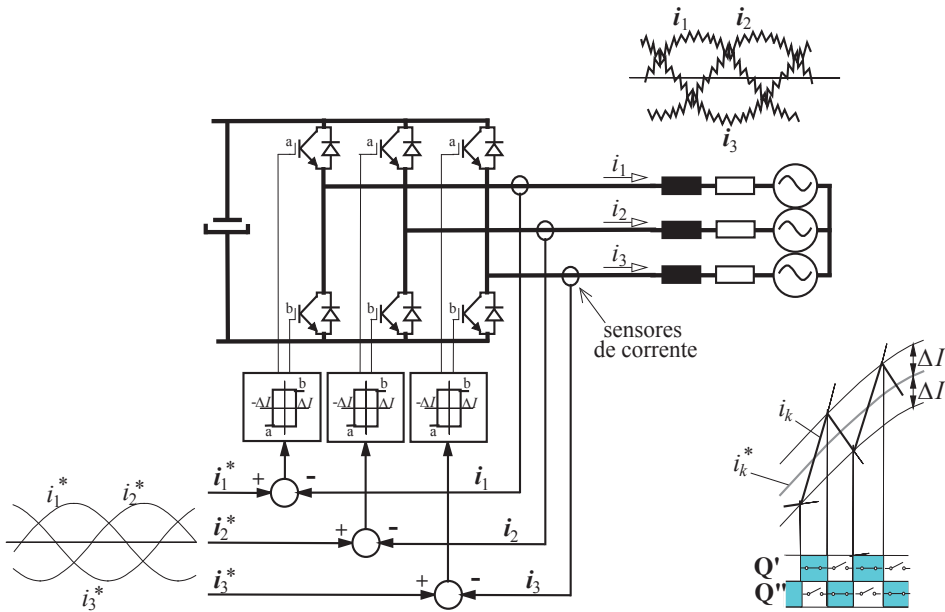


Fig. 9.35 – Esquema de controlo histerético de correntes com ondulator de tensão trifásico em ponte.

O afastamento das correntes resultantes em torno do valor de referência será tanto menor quanto mais apertada for a abertura da janela de histerese. Mas também nesse caso a frequência de comutação irá aumentar e, se a carga não for muito indutiva, poderá tornar-se excessiva para os semicondutores. Convém estabelecer a abertura da janela no compromisso entre a largura admitida para o serrilhado da corrente e a frequência de comutação máxima admissível. Quando as cargas são máquinas eléctricas o tremor das correntes é razoavelmente tolerado.

* De facto, face à dependência linear entre as três correntes, não é possível controlá-las individualmente com total independência; por isso, nem sempre permanecem confinadas à banda de histerese.

9.6- Semicondutores de potência e circuitos de comando

Os semicondutores de potência comutáveis mais utilizados em onduladores são os transistores IGBT e os tiristores GTO; estes últimos apenas em potências bastante elevadas. Nas potências mais baixas podem também encontrar-se transistores MOSFET.

Para além da utilização de dispositivos individuais, na construção dos onduladores assumem grande interesse prático os blocos compactos, constituídos por conjuntos de dispositivos já interligados, formando montagens completas ou partes de onduladores, como se pode ver na fig. 9.36 e também na fig. 8.34. Todos os dispositivos ou blocos compactos têm de ser instalados em contacto com dissipadores apropriados às condições de serviço.

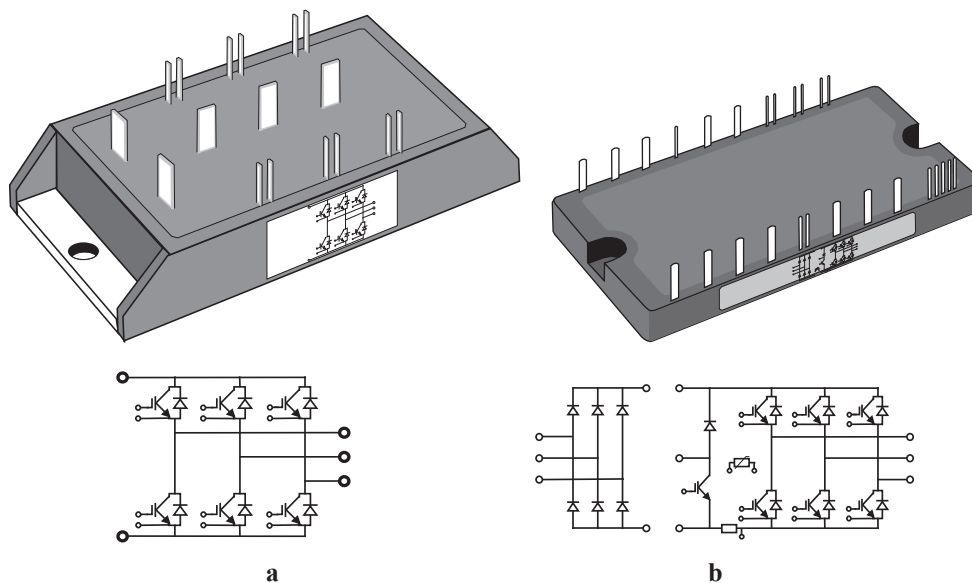


Fig. 9.36 – Alusão ao aspecto típico de blocos compactos de semicondutores para onduladores de tensão: **a-** montagem completa de ondulator trifásico em ponte com IGBT. **b-** associação de rectificador a diodos, *chopper* e ondulator trifásico em ponte a IGBT; esta montagem também traz resistência de prova para protecção contra sobreintensidades, bem como resistência termométrica.

Os assuntos do comando, do dimensionamento e da protecção de transistores IGBT já foram abordados no capítulo 8. Quanto ao problema do *ataque* (ou *guiamento*) dos IGBT em onduladores, um dos aspectos mais importantes diz respeito à necessidade de aplicar sinais de poucos volt em pontos do circuito com grandes diferenças de potencial entre si. Os sinais de comando a aplicar nas junções gate-emissor têm amplitudes tipicamente entre +15V e -15V, mas os emissores dos IGBT em andares superiores têm os seus potenciais a variar constantemente, podendo afastar-se muitas centenas ou mesmo mais de um milhar de volt entre si e relativamente aos emissores dos IGBT inferiores. No caso do ondulator trifásico em ponte só os três emissores do andar inferior permanecem ao mesmo potencial.

É necessário levar os sinais de guiamento aos vários IGBT com isolamento galvânico. O comando dos IGBT de cada braço de ondulator deve ter uma margem de tempo de segurança nas comutações, que pode durar um ou mais microssegundos, durante a qual ambos os dispositivos têm de estar a receber ordem de abertura (veja-se a fig. 9.3). É preciso garantir ainda que, mesmo nas comutações do circuito de potência, quando sujeitas a variações de potencial muito acentuadas e bruscas, as interfaces de ataque das junções gate-emissor não manifestem perturbações que afectem o estado dos IGBT respectivos.

Actualmente existem circuitos integrados comercializados capazes de realizar as funções de guiamento de IGBT em braços de ondulator e mesmo em onduladores trifásicos completos. Na fig. 9.37 está representado o esquema de aplicação de um desses circuitos para guiamento associável a módulos compactos de onduladores trifásicos em ponte de IGBT como o representado na fig. 9.36b. O circuito está preparado para as tensões elevadas entre os vários andares de guiamento e as transições rápidas das mesmas. Permite ainda detectar situações de sobreintensidade através da q.d.t. medida aos terminais de uma resistência de prova já existente no módulo para esse efeito; essa ocorrência provoca a aplicação imediata de sinais de bloqueio a todos os IGBT. Este circuito de guiamento impede a activação de ambos os dispositivos de cada braço e estabelece automaticamente intervalos de segurança de cerca de 1 μ s.

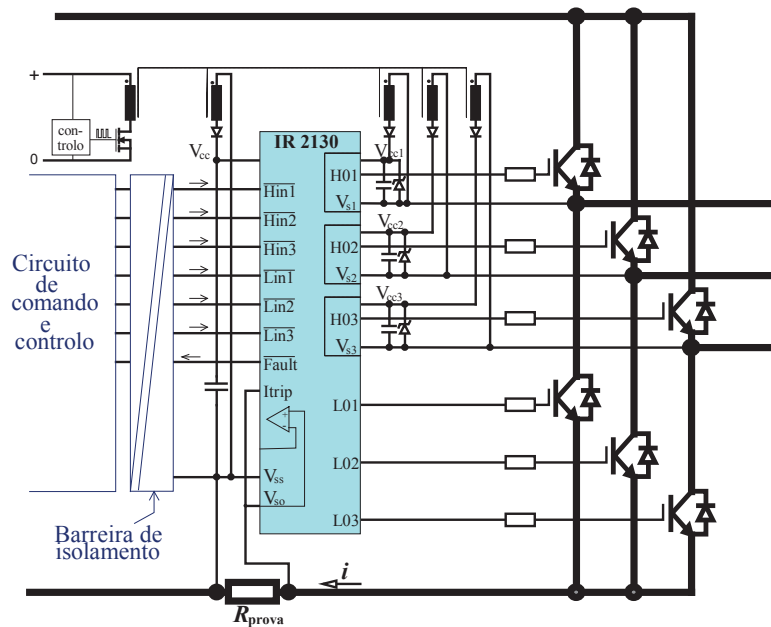


Fig. 9.37 – Esquema de ligação de um circuito integrado para ataque (*driver*) de IGBT em onduladores de tensão trifásicos em ponte. Este circuito monitoriza sobreintensidades (sobrecargas e curto-circuitos) e pode emitir um sinal de aviso de falha para o circuito de comando.

Um problema a resolver no guiamento dos onduladores é a necessidade de alimentação separada das interfaces nos vários andares a potenciais diferentes. No ondulador trifásico em ponte são necessárias quatro fontes separadas: uma para as interfaces dos três IGBT inferiores (com emissor comum) e uma para cada um dos outros IGBT. Uma solução consiste em utilizar fontes com saídas isoladas, como é o caso da fonte comutada representada no esquema da fig. 9.37, com transformador de ferrite de cinco enrolamentos. Outra hipótese pode ser a utilização de condensadores carregáveis através de díodos no decurso do próprio funcionamento do ondulador (chamado método de *boot-strap*).

O circuito apresentado na fig. 9.37 fica ao potencial de referência do pólo negativo da tensão contínua imposta ao ondulador. Requer, por isso, ainda uma etapa de isolamento galvânico relativamente aos circuitos de comando e controlo. Para essa tarefa é habitual o recurso a acopladores ópticos rápidos (para mais de 1 MHz), conforme se exemplifica na fig. 9.38.

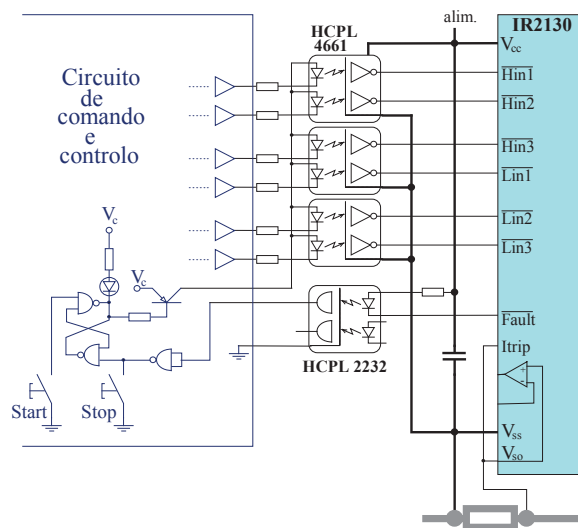
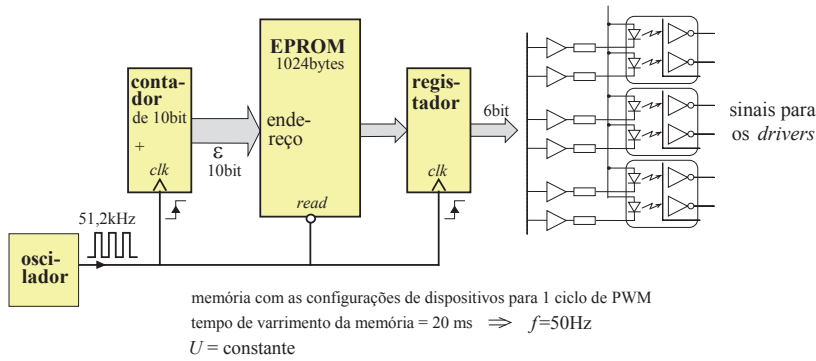


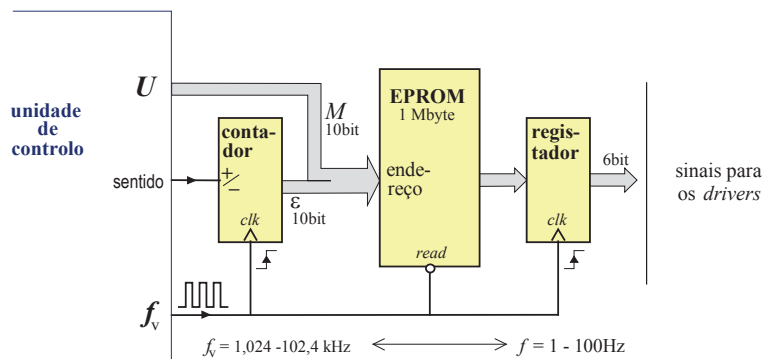
Fig. 9.38 – Esquema de isolamento óptico nas ligações a um circuito integrado para ataque de IGBT em onduladores de tensão trifásicos em ponte.

Uma vez colocado um sistema de guiamento de IGBT, como o descrito antes, a geração dos sinais de comando já pode ser feita em total isolamento galvânico relativamente ao circuito de potência. Os sinais de PWM podem ser elaborados a partir de modulantes e de portadora ou percorrendo ciclicamente uma memória contendo uma tabela de configurações sucessivas, ou com soluções mistas. Na prática, o recurso a circuitos digitais torna-se indispensável, podendo a própria geração de PWM ser totalmente baseada em microcontroladores, ou em processadores digitais de sinal (DSP), que tenham a seu cargo ainda outras funções de controlo. A título ilustrativo mostram-se alguns exemplos de geradores de PWM.

Na fig. 9.39a está ilustrada uma solução de comando por PWM baseada no varrimento cíclico de uma memória contendo uma sequência correspondente a um período de sinais de comando dos IGBT (configurações). Destina-se a aplicações de frequência e amplitude constantes. Na fig. 9.39b está representada uma alternativa um pouco mais complexa que aceita duas variáveis de comando – a **amplitude** e a **frequência** – que serão impostas por uma unidade digital de controlo: a amplitude é estabelecida por uma palavra binária de 10 bit e a frequência por um sinal pulsado de frequência proporcional à desejada mas muito mais elevada. Os padrões memorizados podem derivar de qualquer das técnicas precedentes.



a



b

Fig. 9.39 – Circuitos para geração de PWM por padrão memorizado: **a**- exemplo para frequência e amplitude fixas; **b**- variante para frequência, sentido e amplitude variáveis.

A fig. 9.40 apresenta uma solução de modulação triangular-sinusoidal com terceira harmónica (cf. final da secção 9.5.1). Baseia-se em três memórias contendo os valores instantâneos das modulantes ao longo de um ciclo. Cada modulante é comparada com a portadora (criada em circuito analógico) sendo, a partir daí, estabelecidos os sinais de comando dos dispositivos do braço respectivo. A **amplitude** da tensão e o seu **ângulo** foram as variáveis e entrada adoptadas, sendo estabelecidas com palavras binárias de 12 bit.

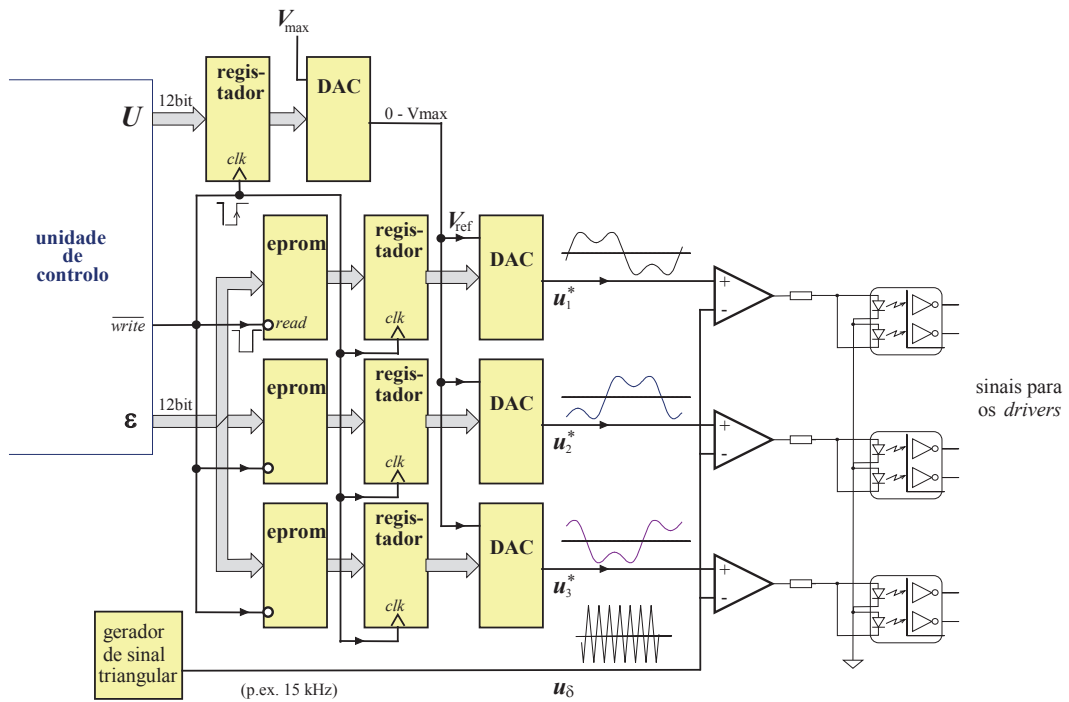


Fig. 9.40 – Esquema de princípio de um gerador de PWM triangular-sinusoidal com 3ª harmónica para ondulator de tensão trifásico em ponte, com fixação de amplitude e ângulo.

9.7- Associações de conversores envolvendo onduladores de tensão

Os onduladores de tensão têm aplicações práticas muito importantes, embora raramente surjam de forma isolada. Na indústria são muito utilizados no controlo de accionamentos com máquinas eléctricas de corrente alternada trifásicas, com destaque para os motores de indução e os motores síncronos de magnetos permanentes. São também largamente utilizados em unidades de alimentação de regime não interruptível (UPS – *uninterruptible power supply*). Para poderem trabalhar a partir da rede de energia eléctrica geralmente aparecem associados a rectificadores, como se mostra com o esquema da fig. 9.41a.

A ligação à rede pode ser monofásica ou trifásica, preferindo-se a última para potências elevadas. Em qualquer dos casos é necessária uma pré-carga do banco de condensadores intermédios antes da entrada em serviço. Nos accionamentos de menor potência aparecem normalmente rectificadores a díodos, sendo a pré-carga dos condensadores feita com uma resistência de atenuação que depois é curto-circuitada por um contactor. Nos de potência elevada (tipicamente acima das várias dezenas de kW) são frequentemente utilizados rectificadores semicontrolados para facilitarem o processo de carga suave dos condensadores.

O ondulador de tensão permite o trânsito de energia entre os lados de DC e AC e vice-versa, mas os rectificadores não permitem compatibilizar essa bidireccionalidade; assim, em ocasiões em que a máquina funciona como gerador, a energia que devolve através do ondulador vai apenas para os condensadores podendo elevar-lhe excessivamente a tensão*. Por esse facto também se costuma providenciar um *chopper* intermédio a fim de controlar a dissipação dessa energia numa resistência própria.

Outra solução um pouco mais cara, mas totalmente reversível, é a montagem simétrica com dois onduladores de tensão representada na fig. 10. 41b. Um deles opera como rectificador de comutação forçada controlando as correntes pedidas à rede por forma a sustentar a tensão contínua dentro de níveis aceitáveis; nesta modalidade é possível estabelecer as correntes alternadas na rede com menor teor harmónico (especialmente de baixa ordem) do que na modalidade anterior. Dado que a rede tem fontes de tensão e não possui normalmente autoindução suficiente a montante, necessita em geral da inserção de pequenas autoinduições nas fase junto do conversor.

Para a entrada em funcionamento do conjunto continua a ser necessário proceder a uma pré-carga segura dos condensadores, através de resistência temporariamente inserida. Com efeito, este tipo de conversor tem os díodos numa configuração de rectificador trifásico em ponte e, para funcionar ligado à rede, necessita sempre de trabalhar com uma tensão aplicada no lado de DC maior do que aquela que resulta da rectificação directa a partir da rede. Uma

* apesar de os condensadores electrolíticos usados terem capacidades consideráveis (p.ex. 1 mF em 10kVA).

vez iniciado o funcionamento essa tensão pode ser mantida em níveis relativamente elevados, à custa da energia que o rectificador de comutação forçada lhe envia; o sistema pode até ser usado para alimentar máquinas com tensão nominal superior à da rede.

Para potências muito elevadas podem associar-se onduladores em paralelo (cf. fig. 9.42) para subdividir as correntes e explorar comutações desfasadas no comando por PWM.

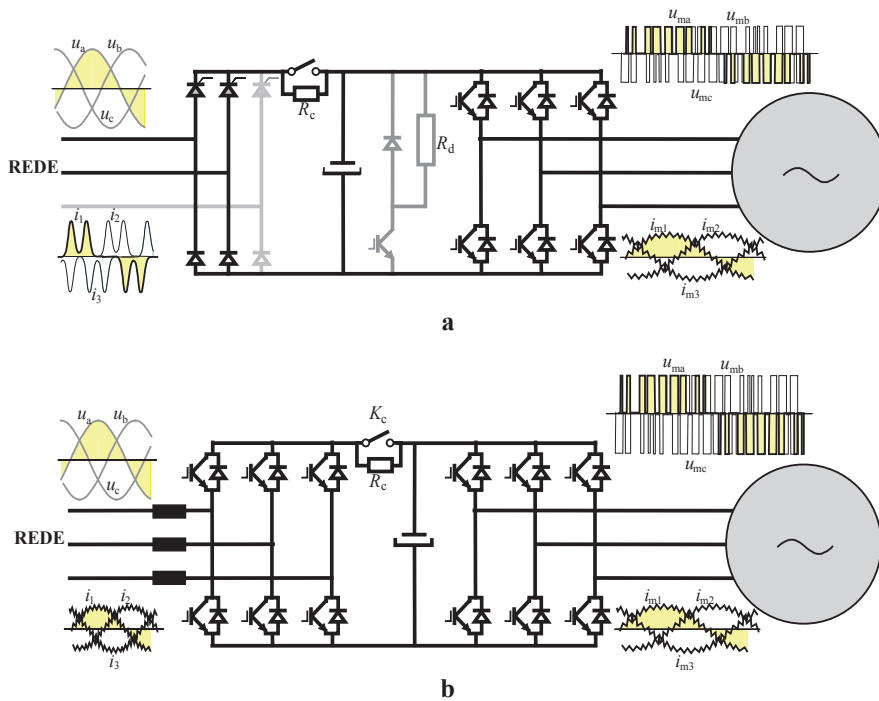


Fig. 9.41 – Esquemas de algumas associações de conversores em cascata envolvendo onduladores de tensão utilizados em accionamentos de velocidade variável: **a**- associação de rectificador (não controlado ou semicontrolado) e ondulator de tensão, mostrando também dispositivos de pré-carga (R_c) e *chopper* com resistência de dissipação (R_d); **b**- associação de onduladores simétricos, totalmente reversíveis quanto ao trânsito de energia.

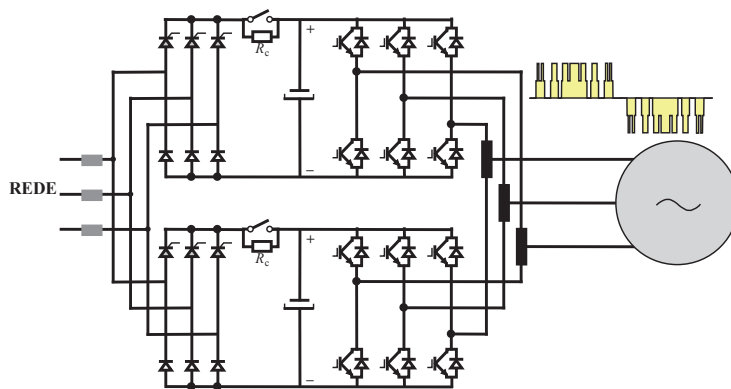


Fig. 9.42 – Exemplo de associação para potências altas, culminando com onduladores de tensão em paralelo.



10 – TOPOLOGIAS DOS CONVERSORES ESTÁTICOS

10.1- Introdução

Os conversores estudados nos capítulos precedentes funcionam com dispositivos estáticos que operam como interruptores, fechando e abrindo de acordo com ordens externas ou comportamentos espontâneos, ou ambos.

Neste capítulo é feita uma tentativa de sistematização das topologias desses conversores que são constituídos apenas por dispositivos equivalentes a interruptores interpostos entre circuitos adjacentes que imponham tensões e correntes nas suas fronteiras. Exceptuam-se para já aqueles conversores estáticos que incluem elementos passivos (designadamente, bobinas, condensadores, transformadores). Ficam de fora, por exemplo, os conversores ressonantes e os que possuem malhas de ajuda à comutação.

Como ponto de partida conceptual definem-se topologias elementares de conversores. Depois o processo dedutivo baseia-se em operações de associação e em generalizações. Alguns desses passos já foram ensaiados ocasionalmente em capítulos anteriores. As condições de fronteira entre os circuitos adjacentes e o conversor também fazem parte das hipóteses prévias, sendo pressuposto que de um lado são impostas tensões e do outro correntes.

Com esta abordagem pretende-se justificar e alargar a diversidade de conversores desta família, definir classes do ponto de vista das topologias, justificar as estruturas de dispositivos que surgem em cada classe, e ainda proporcionar maior capacidade para interpretar montagens diferentes que o leitor venham a encontrar.

Ao longo do capítulo não se dá praticamente enfoque às metodologias de comando dos conversores que se deduzem. No entanto, muitas topologias correspondem a montagens já anteriormente estudadas, outras apresentam afinidade ou dualidade com aquelas; outras ainda terão de ser estudadas mais em detalhe, no que respeita ao funcionamento, utilizando os conhecimentos já adquiridos e/ou recorrendo a literatura específica. Aqui apenas se investe nesse tipo de explicação a título ilustrativo, em casos especiais considerados de maior relevância prática, nomeadamente em rectificadores de comutação forçada, em onduladores de tensão multiníveis e em conversores AC-AC.

10.2- Definição de estruturas elementares em quadripólo

A estrutura mais simples de conversor, constituída por um conjunto de interruptores, capaz de regular a transferência de energia entre dois circuitos adjacentes, um deles impondo uma tensão e outro impondo uma corrente, está representada na fig. 10.1. A mesma consiste num quadripólo de dois interruptores, I_1 e I_2 .

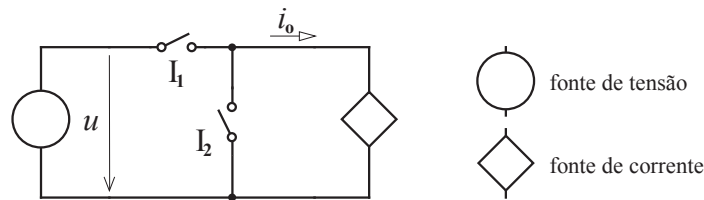


Fig. 10.1 – Estrutura elementar de quadripólo de interruptores entre uma tensão imposta e uma corrente imposta. Não há restrição de sentido à tensão nem à corrente

Não se colocam quaisquer restrições aos sentidos da tensão e da corrente. As hipóteses de funcionamento deste conversor já foram exploradas na secção 8.1, existindo dois estados admissíveis $\{I_1 \text{ fechado; } I_2 \text{ aberto}\}$ e $\{I_1 \text{ aberto; } I_2 \text{ fechado}\}$. Por simplicidade representa-se aqui a tensão e a corrente impostas por fontes na fronteira do conversor, mas, na prática, podem sê-lo por elementos passivos — condensadores e bobinas — pois as restrições que estes impõem na continuidade dessas grandezas têm a mesma consequência em termos de possibilidades de operação dos interruptores.

Para comandar a transferência de energia há que proceder sucessivamente à comutação entre os dois estados admissíveis do conversor. Isso é possível apenas teoricamente, com interruptores ideais que operem instantaneamente, pois nunca poderão estar ambos fechados, provocando curto-circuito sobre a fonte de tensão, nem ambos abertos, causando sobretensão na fonte de corrente (cf. fig. 8.1d,e). Os dispositivos reais a utilizar para o efeito não são instantâneos, o que dificulta imenso a concretização deste tipo de solução. Essa concretização obrigaria ao atravessamento sincronizado da zona activa de ambos, um no sentido da abertura e outro no sentido do fecho, o que se torna especialmente difícil sob tensões e correntes elevadas.

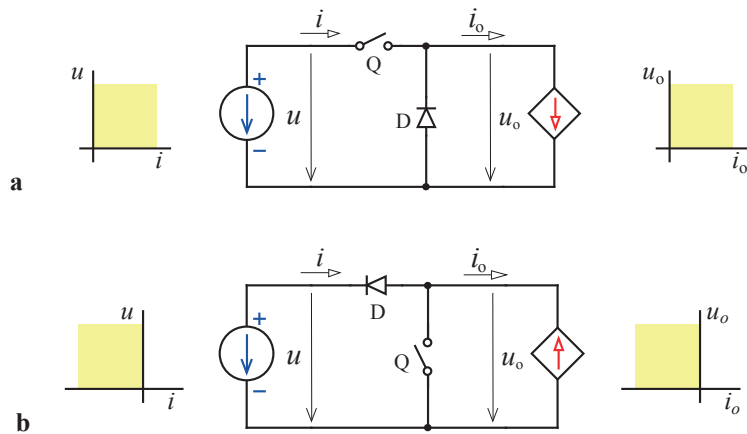
10.2.1- Estruturas elementares de conversores DC-DC

Mas este problema já foi resolvido, de uma forma robusta, para o caso de a tensão e a corrente impostas serem unidireccionais. As soluções representadas na fig. 10.2 fazem apelo à função *válvula* não comandada, cuja realização prática consiste no diodo. Nestas montagens é possível abrir e fechar os interruptores sem risco de violação das leis de Kirchhoff, mesmo tratando-se de manobras não instantâneas*. O seu funcionamento já foi estudado em detalhe no cap. 8 (*choppers* de um quadrante).

Como aceitam apenas grandezas impostas unidireccionais (DC) serão considerados conversores DC-DC: trata-se das **topologias elementares de conversor DC-DC**. Todas as outras serão deduzidas a partir destas.

* isto é, considerando a impedância do interruptor a variar gradualmente entre zero e infinito.

DEFINIÇÃO DE ESTRUTURAS ELEMENTARES EM QUADRIPOLO



10.2.2- Estruturas elementares de conversores AC-DC

Para criar topologias de conversores capazes de aceitar grandezas impostas bidireccionais (ou seja, AC), tomam-se as duas montagens elementares anteriores e associam-se por forma a complementar os quadrantes de operação quanto a uma das grandezas impostas. O procedimento consiste na associação de quadripólos em série e em paralelo de ambos os lados e está descrito nas fig.^{as} 10.3 e 10.4.

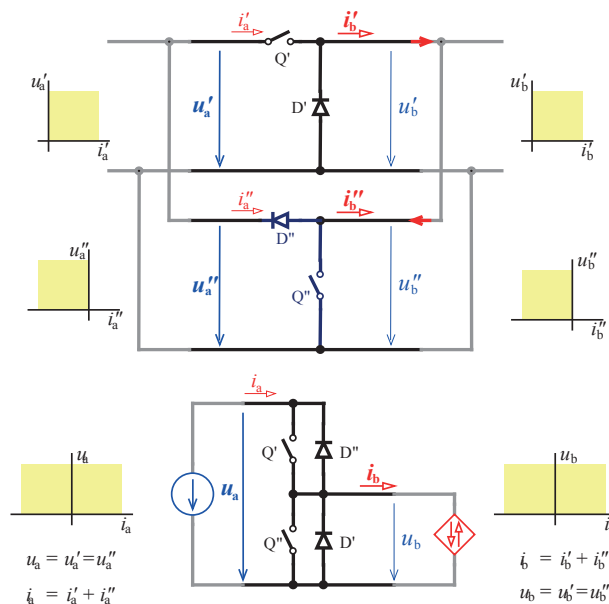


Fig. 10.3 – Associação de dois conversores elementares DC-DC, com quadrantes complementares, em paralelo de ambos os lados. Origina uma estrutura que aceita uma corrente bidirecional de um dos lados; a corrente convertida para o outro também pode ser bidirecional.

TOPOLOGIAS DOS CONVERSORES ESTÁTICOS

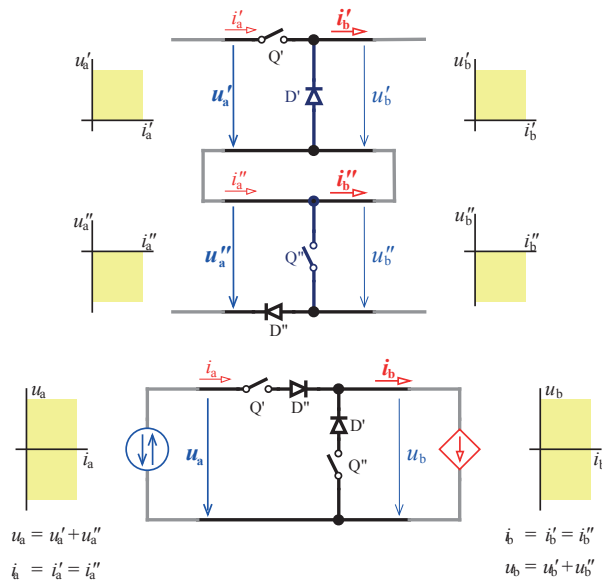


Fig. 10.4 – Associação de dois conversores elementares DC-DC, com quadrantes complementares, em série de ambos os lados. Origina uma estrutura que aceita uma tensão bidirecional de um dos lados; a tensão convertida para o outro lado também pode ser bidireccional.

As duas estruturas obtidas aceitam uma grandeza bidireccional (ou seja, AC) imposta de um lado e outra unidireccional (ou seja, DC) imposta do outro. Este facto é assinalado na fig. 10.5, com uma notação em que se escreveu entre parêntesis o símbolo U para tensões impostas e o símbolo I para correntes impostas. Trata-se de topologias duais que revelam, na sua constituição, agrupamentos (ou *células*) peculiares de interruptor e válvula, conforme se evidencia na fig. 10.6, onde também se mostram exemplos da sua realização prática. O primeiro tipo de dispositivo já foi encontrado em onduladores de tensão que, efectivamente, pertencem à classe DC(U)-AC(I)*. O segundo tem o tiristor como caso particular e surgiu nos rectificadores; repare-se que estes últimos pertencem à classe AC(U)-DC(I).

Há que ter em conta certos aspectos do funcionamento dos dispositivos de cada um dos conversores AC-DC encontrados, a saber:

- no conversor AC(I)-DC(U) os interruptores nunca podem ficar ambos fechados em simultâneo, i.e. antes de fechar um deles tem de se abrir o outro;
- no conversor AC(U)-DC(I) os interruptores nunca podem ficar ambos abertos em simultâneo, i.e. antes de abrir um deles tem de se fechar o outro.

Note-se desde já que a função interruptor pode ser implementada de forma total ou só parcialmente comandável; o primeiro caso acontece por exemplo ao utilizar IGBT, GTO ou MOSFET, o segundo caso verifica-se com o tiristor.

* Nesta notação indica-se qual a grandeza imposta em AC e em DC, sendo indiferente a ordem, isto é, DC(U)-AC(I) ou AC(I)-DC(U) simbolizam a mesma classe.

DEFINIÇÃO DE ESTRUTURAS ELEMENTARES EM QUADRIPOLO

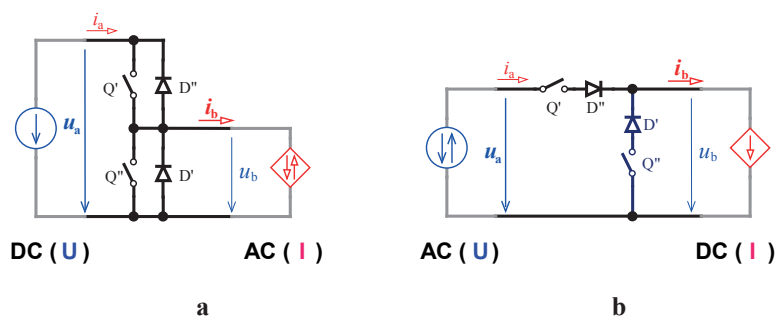


Fig. 10.5 – Estruturas elementares de conversores AC-DC de duas classes: AC(I)-DC(U) e AC(U)-DC(I).

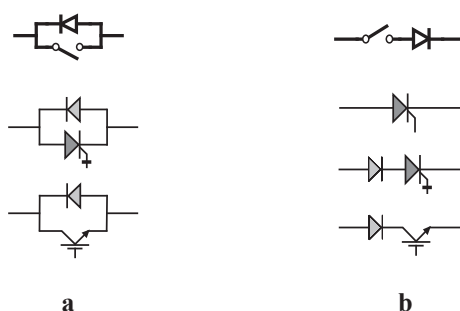


Fig. 10.6 – Agrupamentos de interruptores e diodos de cada classe de conversores AC-DC e exemplos da sua concretização com semicondutores de potência reais: a- caso AC(I)-DC(U); b- caso AC(U)-DC(I).

10.2.3- Estruturas elementares de conversores AC-AC

Na pesquisa de topologias de conversores em quadripólo que cubram as várias possibilidades quanto aos sentidos admissíveis das grandezas impostas falta encontrar soluções para a conversão AC-AC. Para alcançar este objectivo pode-se partir de duas montagens elementares AC(U)-DC(I), associando-as de modo a complementar os respectivos pares de quadrantes de funcionamento, conforme fica representado na fig. 10.7. Obtém-se assim uma estrutura de conversor capaz de aceitar uma tensão bidireccional de um lado e uma corrente bidireccional do outro, ou seja AC(U)-AC(I), e em que as grandezas convertidas também podem ser bidireccionais, o que corresponde aos quatro quadrantes de operação possível em ambos os lados.

O mesmo objectivo também pode ser alcançado associando convenientemente duas montagens AC(I)-DC(U), conforme indicado na fig. 10.8. O resultado é uma montagem dual daquela que foi obtida na fig. 10.7 e que oferece a mesma possibilidade de operar com uma tensão bidireccional imposta de um lado e uma corrente bidireccional imposta do outro.

TOPOLOGIAS DOS CONVERSORES ESTÁTICOS

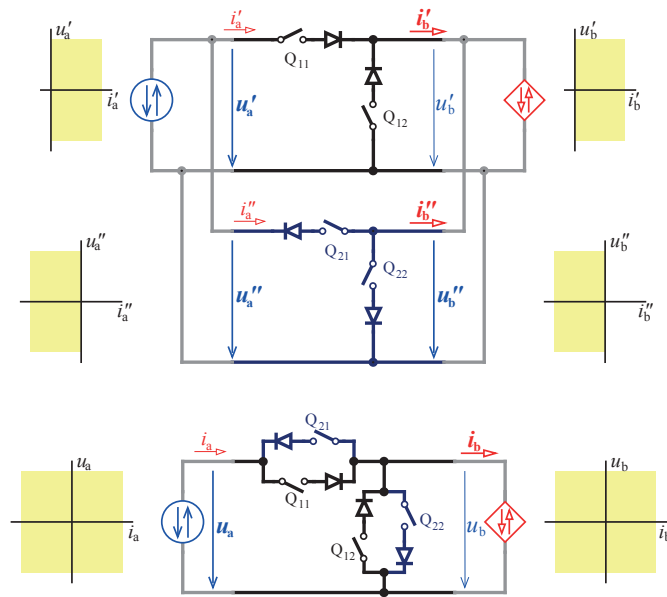


Fig. 10.7 – Associação em paralelo de ambos os lados de duas montagens elementares AC(U)-DC(I), com pares complementares de quadrantes, de modo a criar uma estrutura de conversor capaz de aceitar uma tensão bidirecional de um dos lados e uma corrente bidireccional do outro.

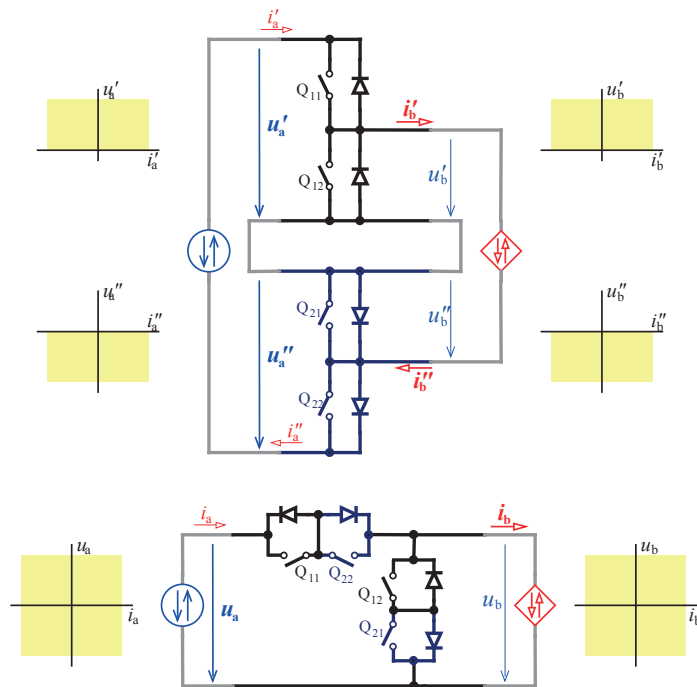


Fig. 10.8 – Associação em paralelo de ambos os lados de duas montagens elementares AC(I)-DC(U), com pares complementares de quadrantes, de modo a criar uma estrutura de conversor capaz de aceitar uma tensão bidirecional de um dos lados e uma corrente bidireccional do outro.

DEFINIÇÃO DE ESTRUTURAS ELEMENTARES EM QUADRIPOLO

Identificam-se dois tipos de agrupamentos de interruptores e válvulas nestas classes de conversores AC-AC, representados na fig. 10.9a. São duais entre si mas resultam funcionalmente equivalentes; por simplicidade serão simbolizados por uma dupla seta (cf. fig. 10.9a) de que resulta uma representação esquemática menos trabalhosa como se mostra na fig. 10.9b.

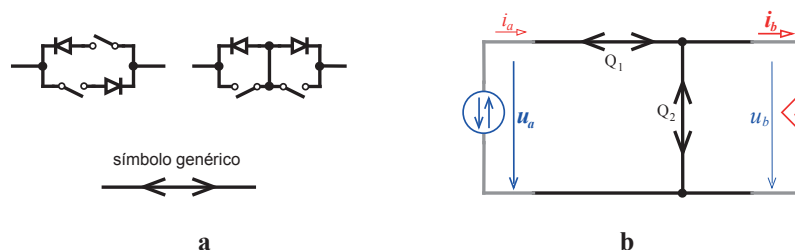


Fig. 10.9 – **a:** agrupamentos de interruptores e válvulas obtidos para conversores AC-AC e respectivo símbolo genérico simplificado. **b:** esquema de estrutura elementar AC-AC com a simbologia simplificada.

Como este tipo de conversores não foi estudado nos capítulos anteriores, antes de prosseguir assinalam-se resumidamente alguns pormenores do seu funcionamento. A comutação segura de um ramo para outro está descrita nas fig.^{as} 10.10 e 10.11, para várias situações. A sequência de manobras depende do sentido das grandezas impostas num dado momento, mas corresponde sempre a uma sequência de quatro passos; esses passos duram intervalos muito curtos mas suficientes para assegurar a comutação de cada dispositivo individual.

Admita-se que inicialmente o ramo horizontal está fechado (ambos os interruptores fechados). Para desencadear a sua abertura e o fecho do ramo vertical num dado instante* pode tomar-se o sentido da corrente i_b nesse instante: se for positivo como na fig. 10.10a, começa-se por abrir Q_{21} , depois fecha-se Q_{12} , em seguida abre-se Q_{11} e, finalmente, fecha-se Q_{22} . Se a corrente inicialmente tivesse sentido oposto procedia-se como indicado na fig. 10.10b. Como se vê em nenhum instante há lugar a curto-circuito de u_a nem a interrupção de i_b .

Utilizando a montagem AC-AC alternativa podem estabelecer-se igualmente sequências seguras de comutação em quatro passos, tomando em atenção o sentido da corrente, conforme fica ilustrado na fig. 10.11.

Embora não se ilustre aqui também é possível planear uma sequência segura de comutação tomando como referência o sentido de u_a .

* ou melhor, num dado intervalo muito curto.

TOPOLOGIAS DOS CONVERSORES ESTÁTICOS

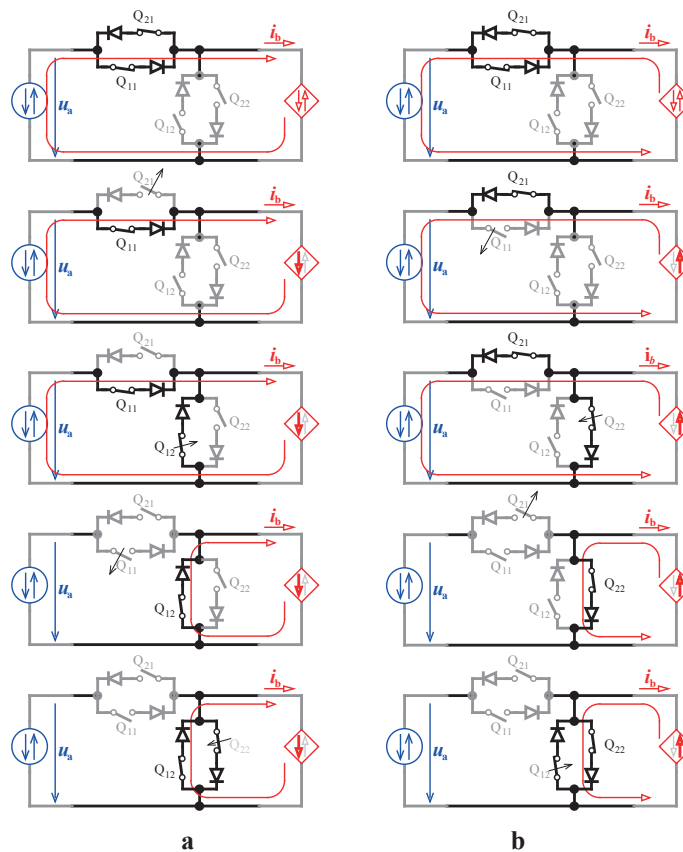


Fig. 10.10 – Sequências seguras de manobras que levam à transferência da corrente do ramo horizontal para o ramo vertical: (a) no caso de i_b positivo; (b) no caso de i_b negativo.

Na fig. 10.12a,b mostram-se exemplos de implementação das células de interruptores e válvulas da fig. 10.9a utilizando semicondutores de potência comuns. Tal como já foi assinalado para os casos relativos às classes AC-DC, os dispositivos usados podem não ser totalmente comandáveis, como sucede com os dois tiristores associados em anti-paralelo.

Na fig. 10.12c representou-se um esquema de implementação de interruptor bidirecional muitas vezes referido na literatura como sendo equivalente aos outros indicados na mesma figura. No entanto essa equivalência funcional não é legítima e a solução da fig. 10.12c não permite estabelecer sequências seguras de comutação como as que se descreveram atrás. Pelo contrário, se o circuito elementar AC-AC fosse realizado com células do tipo da fig. 10.12c, para efectuar uma comutação teria de se abrir um dispositivo ao mesmo tempo que se fecha o outro de forma a que nunca estivessem ambos completamente abertos nem completamente fechados. Ora isso corresponde ao atravessamento sincronizado da zona activa do IGBT de cada célula, com um deles a abrir e o outro a fechar, o que constitui uma operação tecnicamente muito delicada, em especial quando se manobram correntes e tensões

DEFINIÇÃO DE ESTRUTURAS ELEMENTARES EM QUADRIPOLO

consideráveis. É por esta razão que a solução da fig. 10.12c, apesar de referida como hipótese na literatura, não tem sido efectivamente usada em conversores AC-AC de potência.

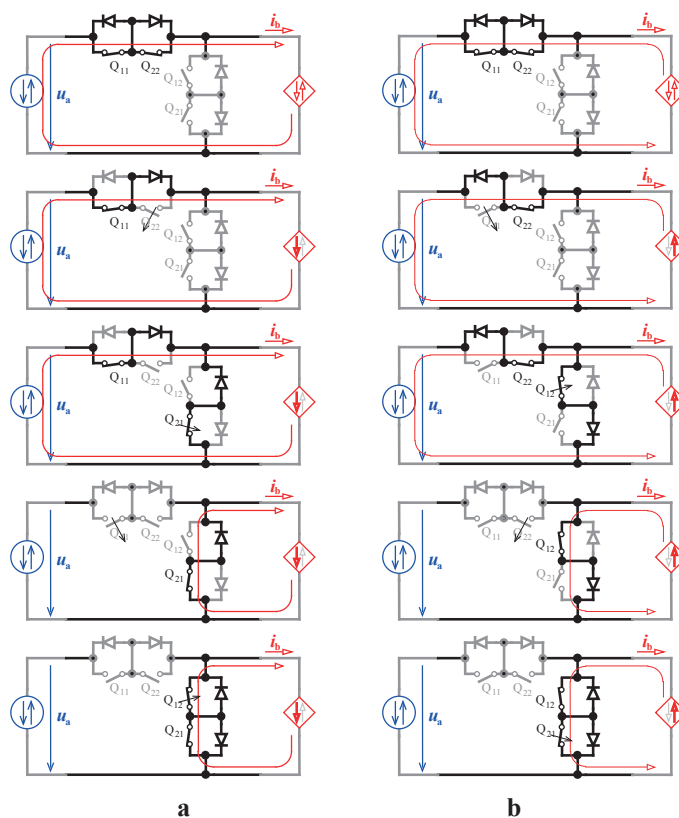


Fig. 10.11 – Sequências seguras de manobras que levam à transferência da corrente do ramo horizontal para o ramo vertical: (a) no caso de i_b positivo; (b) no caso de i_b negativo.

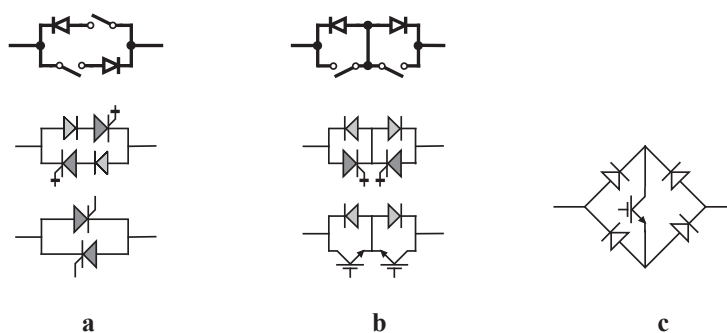


Fig. 10.12 – a,b: agrupamentos de interruptores e diodos encontrados para os conversores AC-AC e exemplos da sua concretização com semicondutores de potência reais; c- esquema frequentemente indicado para implementação de interruptor bidireccional, mas que não é equivalente aos anteriores.

Retorna-se novamente a dedução de topologias das várias classes de conversores.

10.3- Dedução de outras topologias de conversores DC-DC

Prossegue-se com o exercício de explorar as diferentes formas viáveis de associação entre pares de estruturas elementares.

A associação representada na fig. 10.13, em paralelo do lado da tensão imposta e em série do lado da corrente imposta, permite criar grandezas convertidas bidireccionais, mas aceitando apenas grandezas impostas unidireccionais.

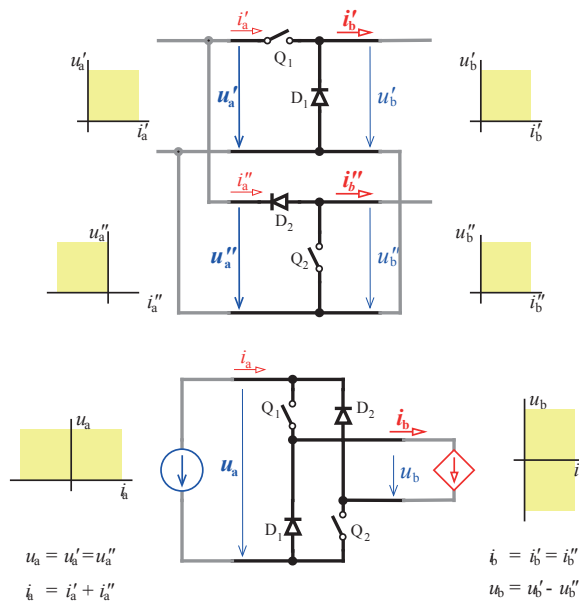


Fig. 10.13 – Associação de dois conversores elementares DC-DC, com quadrantes complementares, em paralelo de um lado e em série do outro. Origina uma estrutura que aceita grandezas impostas unidireccionais mas permite criar grandezas convertidas bidireccionais.

Até agora operou-se apenas em estruturas de quadripólo (muitas representáveis mesmo por tripólos), a que corresponde uma tensão imposta de um lado e corrente do outro. Mas há que procurar soluções para casos com maior número de grandezas impostas de um ou de ambos os lados.

A associação de montagens idênticas repartindo entre si uma das grandezas impostas está representada na fig. 10.14. Quando numa associação resultam dispositivos redundantes, simplificam-se, conforme se fez com os díodos D_1 e D_2 em paralelo ou em série que foram substituídos por um único diodo (D_o). Obtém-se montagens destinadas a duas* grandezas impostas de um lado e uma só do outro. O caso da fig. 10.14a constitui um *chopper* do 1º quadrante operando com várias fontes de tensão.

* que se generalizam facilmente para n grandezas do mesmo lado.

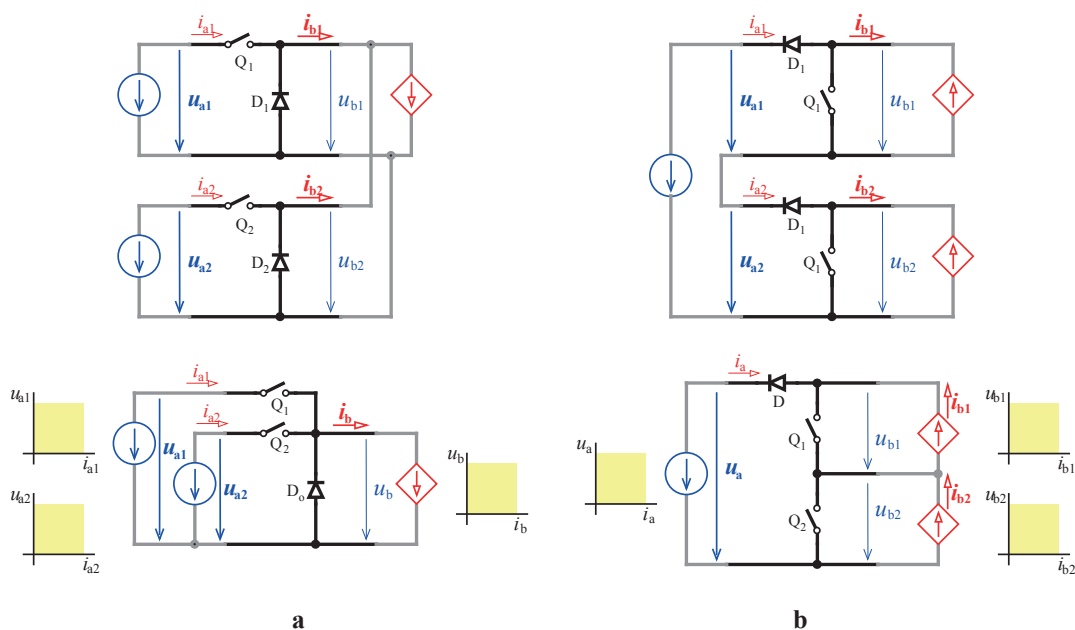


Fig. 10.14 – Associação de dois conversores elementares DC-DC partilhando apenas uma das grandezas impostas: **a**- em paralelo do lado da corrente imposta; **b**- em série do lado da tensão imposta. Elimina-se a redundância de diodos e resultam estruturas com duas grandezas impostas de um lado e uma do outro.

Seguidamente voltam a encarar-se as topologias elementares de conversores DC-DC que consistem numa estrutura com um interruptor e uma válvula e em duas grandezas impostas externamente (uma tensão e uma corrente). Agora procura-se estender a utilização da mesma estrutura de interruptor e válvula a situações com maior número de grandezas impostas.

Na fig. 10.15a está representada uma montagem elementar. Comece-se por encarar a possibilidade de inserir outra fonte de tensão em série no ramo do diodo (cf. fig. 10.15b). Designando a primeira tensão por u_1 e a segunda por u_2 esta situação será aceitável (i.e. não há curto-circuito quando Q fechar) se estas tensões tiverem os sentidos assinalados na fig. 10.15b. A mesma topologia pode ser representada com outras disposições dos elementos que a constituem (cf. fig. 10.15c,d).

Pensando de novo na montagem elementar da fig. 10.15a, considere-se a possibilidade de inserir outra fonte de corrente em paralelo com o ramo do interruptor (cf. fig. 10.15e). A primeira corrente passa a designar-se por i_1 e a segunda por i_2 ; se estas tensões tiverem os sentidos assinalados na fig. 10.15e o interruptor pode ser manobrado sem violação das leis de Kirchoff. Outras representações da mesma topologia constam das fig^{as}. 10.15f,g.

Estas deduções já haviam sido apresentadas na secção 8.8, onde também se referiu que as montagens obtidas tinham eventual interesse prático com duas das grandezas impostas por elementos passivos (cf. fig. 10.16), recebendo a designação de conversores DC-DC com *armazenamento intermédio*.

TOPOLOGIAS DOS CONVERSORES ESTÁTICOS

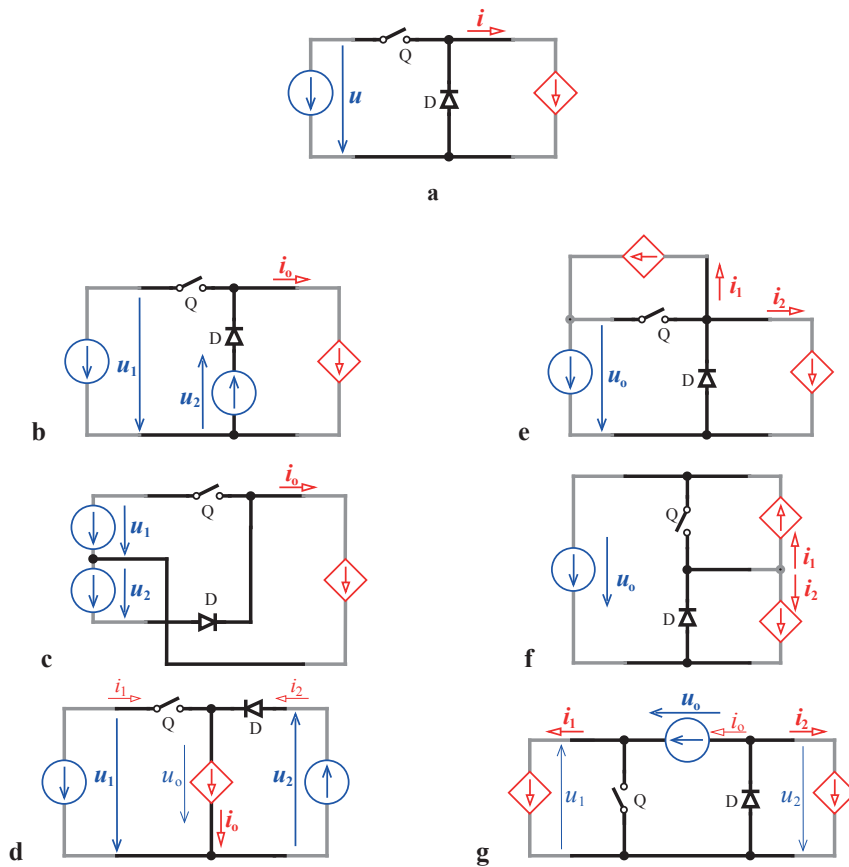


Fig. 10.15 – Dedução de topologias de conversor DC-DC para três grandezas impostas partindo de uma estrutura elementar: **a**- montagem elementar; **b**- acréscimo de uma tensão imposta adicional; **c,d**- outras disposições da mesma topologia; **e**- acréscimo de uma corrente imposta adicional; **f,g**- outras disposições da mesma topologia.

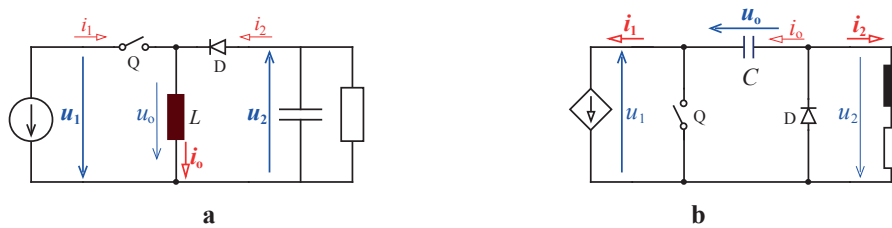


Fig. 10.16 – Aplicação das topologias obtidas na fig. 10.15 com duas das três grandezas impostas por elementos passivos: **a**- caso da fig. 10.15d; **b**- caso da fig. 10.15f.

Pode ainda pensar-se no acréscimo de uma tensão e uma corrente feitos nas fig^{as}. 10.15b e 10.15e, mas em simultâneo: resulta a montagem representada na fig. 10.17e; a estrutura da fig. 10.17f deriva do mesmo procedimento a partir de uma estrutura elementar dual.

Na fig. 10.17 representaram-se todas as topologias deduzidas para conversores DC-DC incluindo as generalizações das montagens de alimentação múltipla e destas últimas com armazenamento intermédio. Nem todas elas encontram efectivo interesse prático.

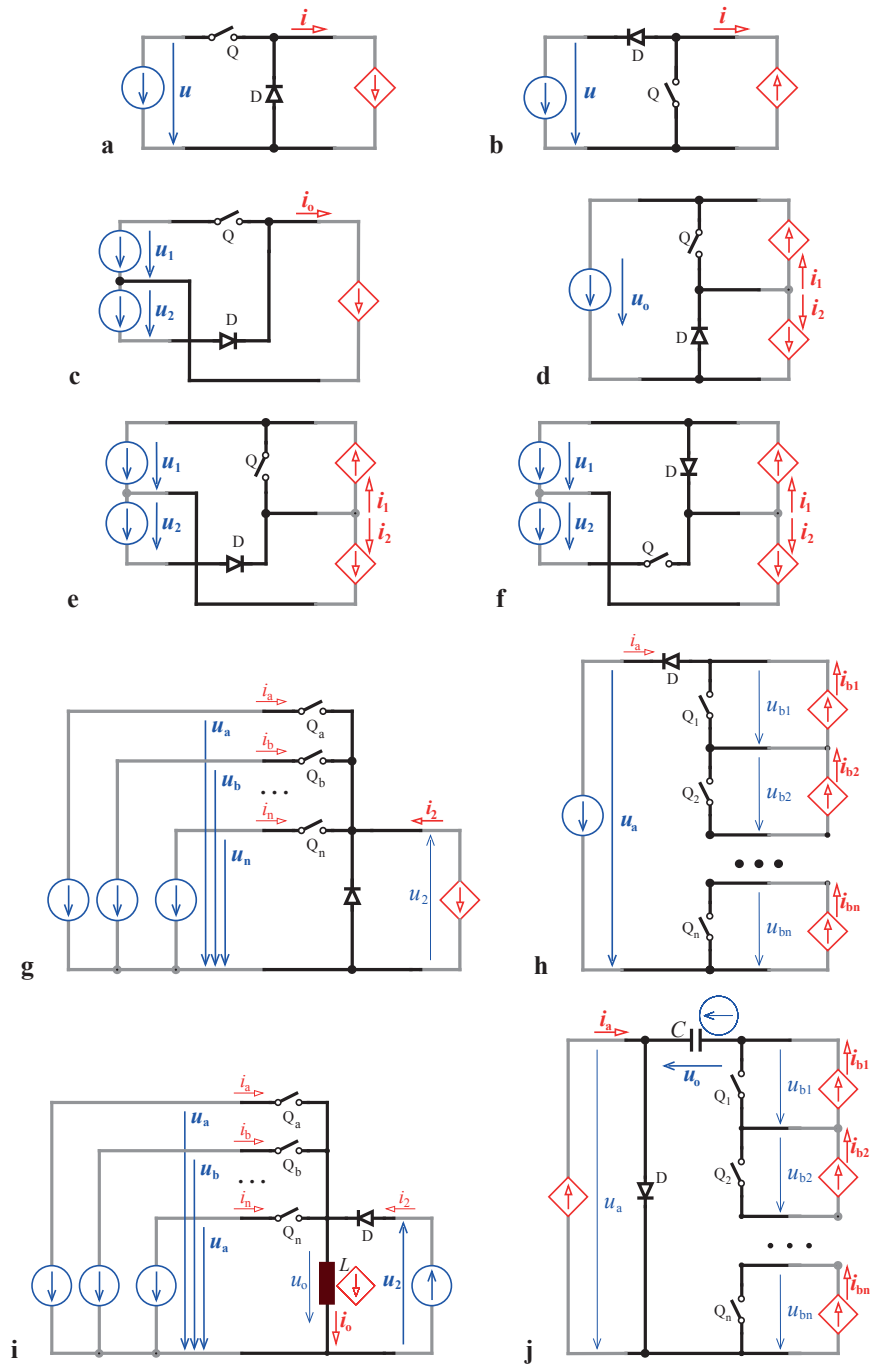


Fig. 10.17 – Panorama de topologias deduzidas para conversores DC-DC: **a-f** estruturas possuindo apenas um interruptor e um diodo; **g,h** estruturas com alimentação múltipla; **g,h** idem com armazenamento intermédio.

A estrutura representada na fig. 10.17g corresponde à generalização do conversor obtido na fig. 10.14a para n tensões impostas; a generalização correspondente do conversor da fig. 10.14b está patente na fig. 10.17h. Procedendo sobre estas últimas como indicado na fig. 10.15 encontram-se facilmente as versões correspondentes com armazenamento intermédio representadas na fig. 10.17i,j.

Chama-se a atenção para o reconhecimento de topologias idênticas embora com disposição diferente dos elementos que constituem os circuitos. É o caso, por exemplo, das montagens representadas nas fig.^{as} 10.15b,c,d ou das montagens representadas nas fig.^{as} 10.15e,f,g. Dois circuitos têm a mesma topologia se neles neles aperecer alterada a disposição relativa entre elementos em série num mesmo ramo, ou a disposição relativa de elementos em paralelo entre dois nós.

Faz-se notar que, em consequência das definições aqui adoptadas, alguns conversores DC-DC, estudados no capítulo 8, aparecem agora classificados como montagens AC-DC. É o caso do *chopper* de dois quadrantes (1° e 2°) que constitui uma montagem elementar AC-DC, e do *chopper* de quatro quadrantes que também já foi estudado com ondulator de tensão monofásico em ponte. Com efeito, neste capítulo, atribuiu-se a designação de “AC” estritamente ao lado onde podem ser impostas grandezas bidireccionais; ora os dois conversores assinalados estão nessas condições.

10.4- Dedução de outras topologias de conversores AC-DC

As duas topologias de conversores AC-AC consideradas como elementares foram deduzidas na secção 10.2.2 a partir das estruturas DC-DC elementares.

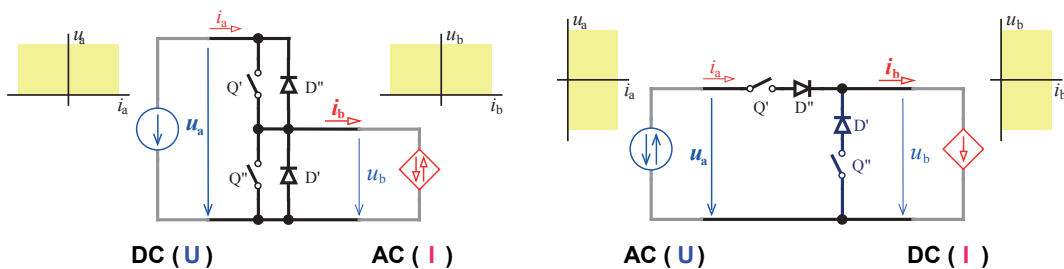


Fig. 10.18 – Topologias elementares de conversores AC-DC.

Procura-se agora associar dois conversores DC-DC com a topologia indicada na fig. 10.17c, mas com sentidos opostos de corrente, por forma a receberem as mesmas tensões DC impostas e a partilharem a mesma corrente imposta que, deste modo, poderá ser bidireccional. O procedimento, já antes apresentado em 9.2, está indicado na fig. 10.19a. A montagem que resulta constitui o ondulator de tensão monofásico de ponto médio; pode também estabelecer-

-se uma montagem dual desta conforme indicado na fig. 10.19b. A primeira tem efectivo interesse prático enquanto que a segunda tem sobretudo interesse conceptual.

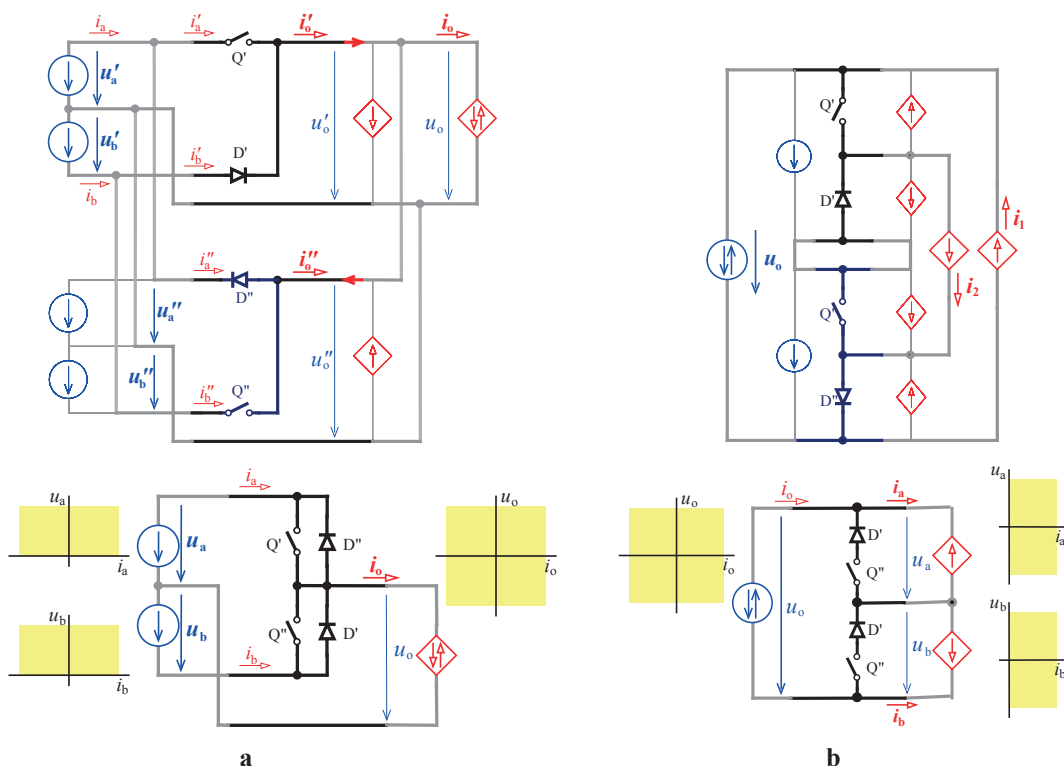


Fig. 10.19 – a- dedução da topologia de um conversor AC(I)-DC(U) com duas tensões DC e uma corrente AC impostas (ondulador de tensão monofásico de ponto médio); b- idem para um conversor AC(U)-DC(I) com duas correntes DC e uma tensão AC impostas.

As montagens resultantes proporcionam uma grandeza convertida bidireccional no lado de AC, ou seja, permitem quatro quadrantes de funcionamento desse lado, facto que não se verifica nas estruturas AC-DC elementares (fig. 10.18).

Tome-se a montagem AC(I)-DC(U) da fig. 10.19a e represente-se conforme indicado na fig. 10.20a,b; o acréscimo de mais um módulo (cf. fig. 10.20c) afigura-se plausível como generalização da montagem inicial. A esta topologia pode ser dada a representação esquemática da fig. 10.20d; pode ainda admitir-se a presença de uma corrente bidireccional i_3 indicada desde que seja imposta com valor tal que satisfaça $i_1 + i_2 + i_3 = 0$. Trata-se de um conversor que admite uma fronteira trifásica de correntes impostas; este ondulador de tensão é conhecido pelo nome de *ondulador em delta*; requer três fontes de tensão mas possui apenas três células de dispositivos de comutação. A generalização para n fases é óbvia.

É possível conceber um conversor AC(U)-DC(I) dual do ondulador em delta. No entanto essa montagem, representada na fig. 10.21, não tem merecido interesse prático.

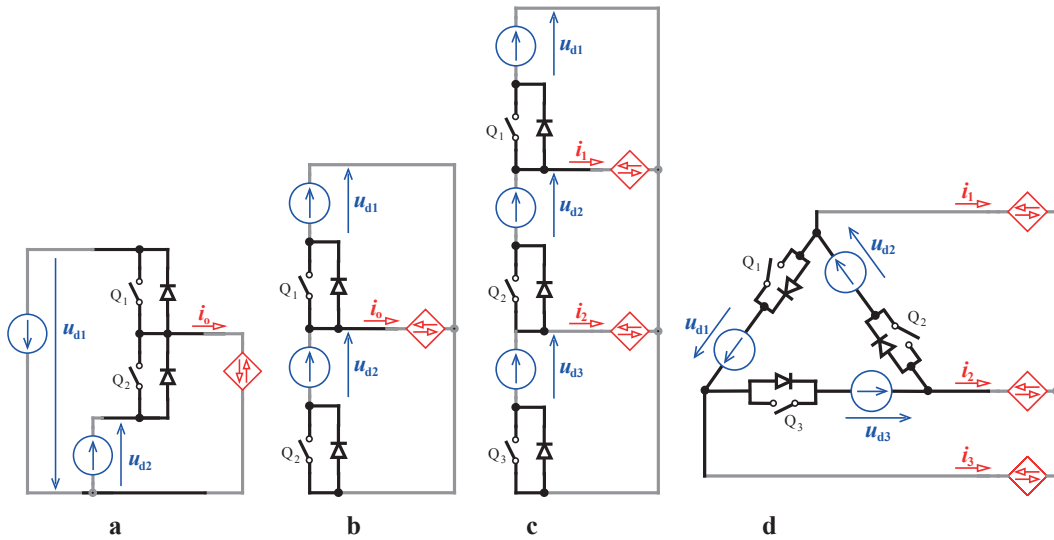


Fig. 10.20 – Generalização da topologia de conversor AC(I)-DC(U) da fig. 10.19a para várias tensões DC e várias correntes AC impostas: **a,b**- representações da mesma topologia; **c**- generalização para mais um módulo com uma tensão e uma corrente impostas; **d**- representação equivalente à anterior mas explicitando três correntes impostas sujeitas à condição $i_1 + i_2 + i_3 = 0$.

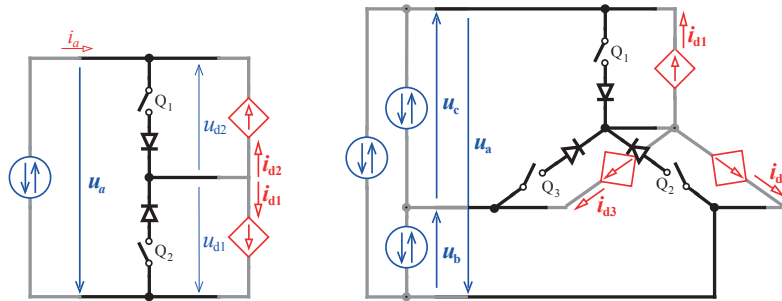


Fig. 10.21 – Generalização da topologia de conversor AC(U)-DC(I) da fig. 10.19b para três tensões AC e três correntes DC impostas. A sua generalização para n fases não oferece dificuldade.

Já foram estabelecidas as primeiras estruturas polifásicas de conversores AC-DC por generalização de estruturas mais simples. Outra forma de obter montagens polifásicas consiste em associar várias estruturas monofásicas partilhando uma mesma grandeza DC imposta e mantendo separadas as grandezas AC impostas em cada uma delas.

Na fig. 10.22 pode ver-se essa dedução feita a partir de estruturas elementares AC(U)-DC(I). Encontrou-se uma topologia *polifásica de ponto médio*, bem conhecida em rectificadores; o ramo contendo Q_0 recebe o nome de ramo de *roda-livre*, podendo ser utilizado ou mantido aberto (como inexistente). A montagem dual desta última consta da fig. 10.23, mas apenas se lhe reconhece interesse conceptual. Repare-se no dual do ramo de *roda-livre*; neste caso não existir equivale a estar fechado.

DEDUÇÃO DE OUTRAS TOPOLOGIAS DE CONVERSORES AC-DC

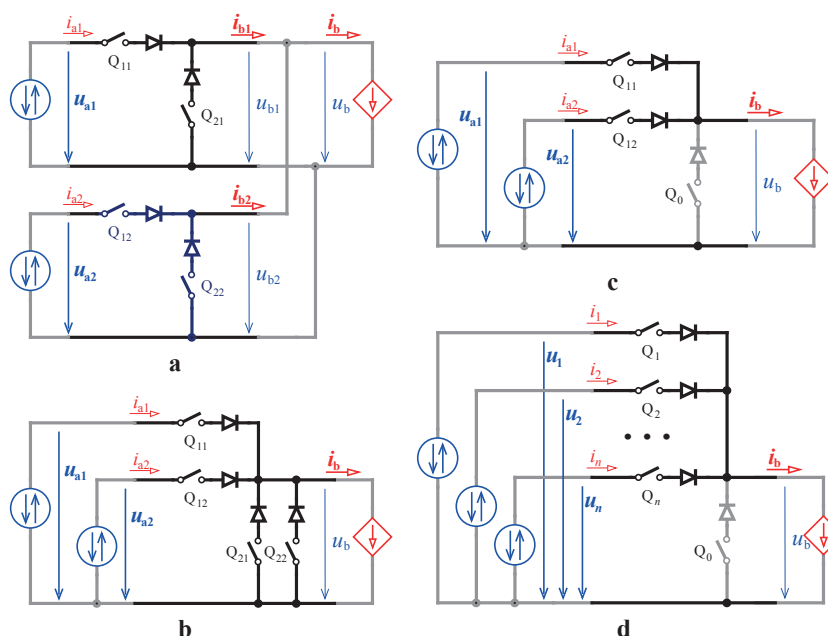


Fig. 10.22 – a,b- associação de montagens AC(U)-DC(I) elementares, por forma a partilharem a mesma corrente imposta; c- simplificação de elementos redundantes; d- generalização para n tensões AC impostas. O ramo onde está Q_0 é designado por ramo de *roda-livre*.

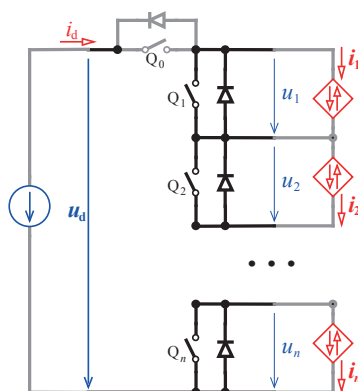


Fig. 10.23 – Conversor AC(I)-DC(U) polifásico dual do da fig. 10.22d.

No estudo dos rectificadores já se viu como se podem associar montagens de ponto médio para criar outro tipo de topologia chamada *em ponte*. Na fig. 10.24 recapitula-se esse procedimento que consiste em associar montagens que se complementam por forma a criarem quatro quadrantes no lado de AC.

A topologia trifásica em ponte para conversores AC(I)-DC(U) pode obter-se conforme fica ilustrado na fig. 10.25. A ligação de neutro em AC pode suprimir-se desde que se imponha a condição $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ nas correntes. A estrutura trifásica em ponte encontra grande interesse prático, quer em rectificadores quer em onduladores.

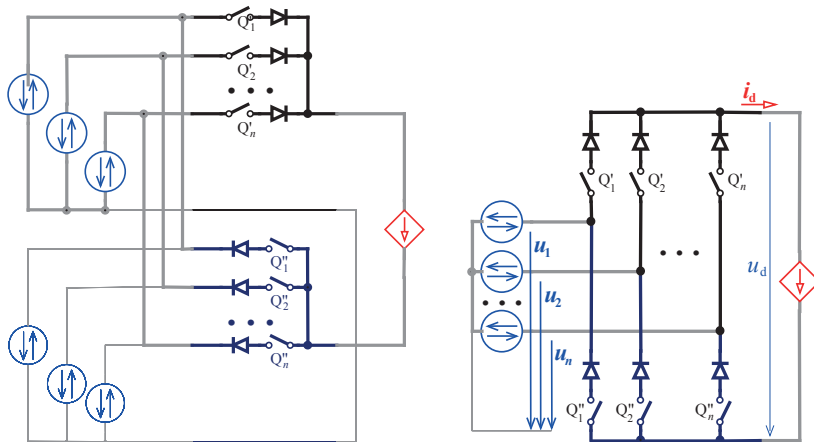


Fig. 10.24 – Associação de montagens polifásicas AC(U)-DC(I) em paralelo do lado das tensões impostas e em série do lado das correntes impostas: conduzem à topologia polifásica em ponte. Por simplicidade omitiram-se os ramos de roda-livre.

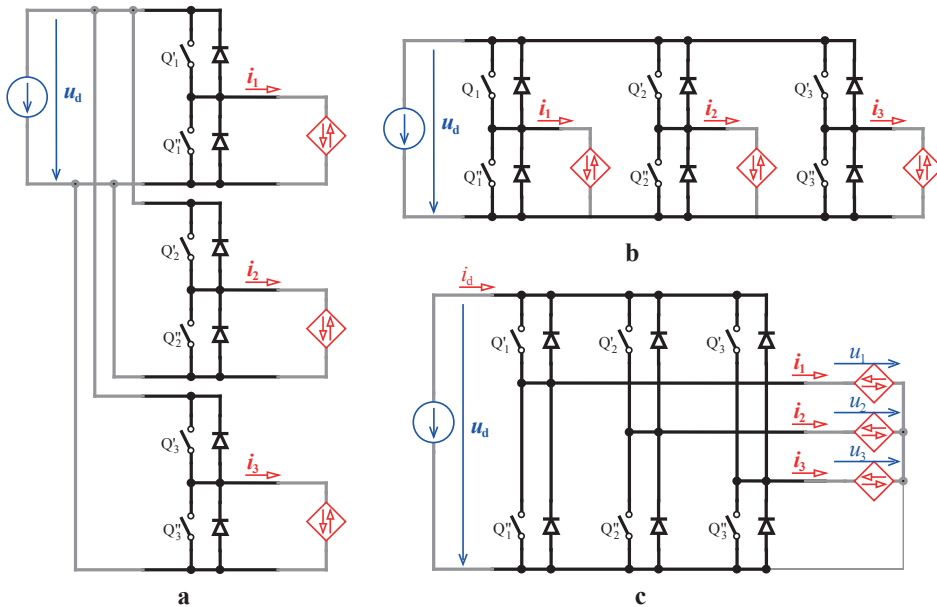


Fig. 10.25 – Geração da topologia polifásica em ponte da classe AC(I)-DC(U): **a**- associam-se várias montagens (três nesta ilustração) partilhando a mesma tensão DC imposta e mantendo as correntes impostas separadas; **b**- outra representação da mesma topologia; **c**- supressão da ligação de neutro em AC estipulando $i_1 + i_2 + i_3 = 0$.

A fig. 10.26 resume o panorama das duas classes de topologias de conversores AC-DC aqui deduzidas. Nem todas as montagens possuem designações consagradas e também só algumas possuem interesse prático. Nas aplicações práticas é frequente a utilização de fontes de tensão AC ou DC. Pelo contrário, são raras as situações em que as correntes sejam impostas por fontes; é habitual serem circuitos indutivos a impor a continuidade de correntes.

DEDUÇÃO DE OUTRAS TOPOLOGIAS DE CONVERSORES AC-DC

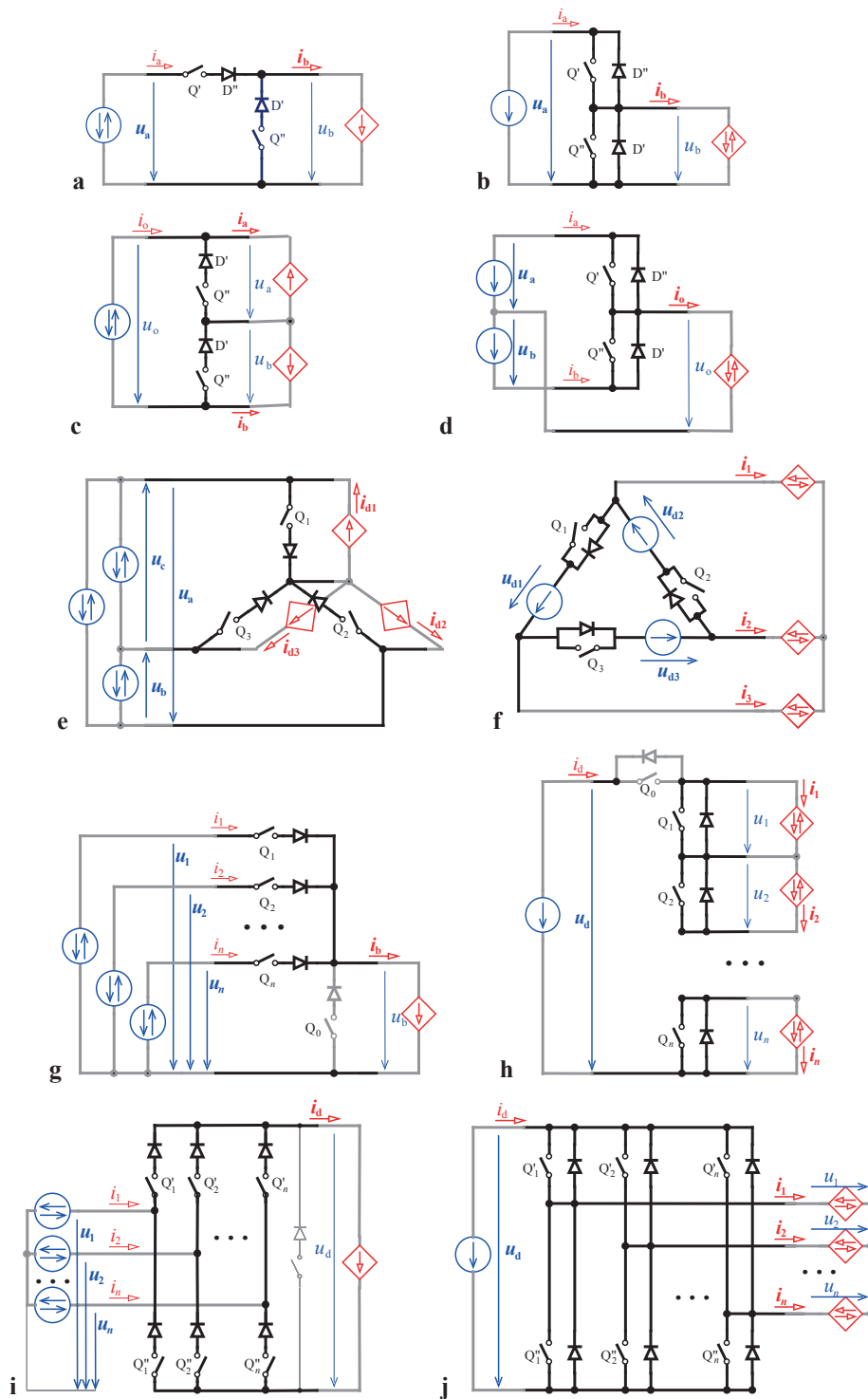


Fig. 10.26 – Panorama das topologias deduzidas para conversores AC(U)-DC(I), à esquerda, e AC(I)-DC(U), à direita. Só algumas têm designações consagradas: **d**- ondulado de tensão monofásico de ponto médio; **f**- ondulado de tensão em delta; **f**- rectificador polifásico de ponto médio; **i,j**- conversores polifásicos em ponte; os monofásicos em ponte são casos particulares destes.

10.4.1- Observações sobre a manobrabilidade dos dispositivos e as designações de *rectificador* e *ondulador*

Já se percebeu que os chamados rectificadores pertencem à classe AC(U)-DC(I) e que os onduladores de tensão ficam incluídos na classe AC(I)-DC(U). As designações de *rectificador* ou de *ondulador* decorrem do sentido do trânsito de energia, respectivamente de AC para DC, ou de DC para AC, mas não é esse aspecto que determina as topologias dos conversores. Efectivamente, todas as montagens vistas, quer da classe AC(U)-DC(I) quer da classe AC(I)-DC(U), podem ser comandadas por forma a enviarem energia de AC para DC ou vice-versa, ou seja, podem operar como “rectificadores” ou como “onduladores”.

Merece também reflexão o aspecto da **manobrabilidade dos dispositivos** que realizam a função *interruptor*. Aqueles podem ser:

- **plenamente comandáveis**, i.e. abrirem e fecharem por comando externo, como sucede se forem utilizados p.ex. transistores IGBT ou tiristores GTO;
- **parcialmente comandáveis**, p.ex. só receberem comando externo para fecho, como acontece com o tiristor, em que a acção de abertura ocorre espontaneamente quando surgem condições para tal;
- **não comandáveis**, quando apenas existir o diodo e a função interruptor não for exercida*.

Com as condições de fronteira adequadamente impostas pelos circuitos adjacentes, tal como se indicam neste capítulo, podem utilizar-se dispositivos com comando pleno, manobrados nas sequências e com as margens de segurança convenientes. Mas para se poder tirar partido do comando parcial, os circuitos adjacentes têm de criar as condições para desencadear as manobras espontâneas e permitir a chamada **comutação natural**. Essas condições existem p.ex. com grandezas AC impostas, como se viu nos rectificadores a tiristores, mas não acontecem se as grandezas impostas forem todas contínuas.

Este assunto será recuperado adiante (secção 10.6), para mostrar como as montagens da classe AC(U)-DC(I), para além de poderem ser utilizadas em rectificadores de comutação natural, como já se conhece, também podem ser usadas em conversores de comutação forçada, que assim passam a ter possibilidades de comando interessantes, nomeadamente com PWM, e que podem operar como rectificadores ou como onduladores de corrente autónomos.

* O interruptor permanecer fechado nos casos AC(U)-DC(I) e aberto nos casos AC(I)-DC(U).

10.4.2- Onduladores de tensão multinível

Têm merecido um interesse especial os onduladores de tensão capazes de aceitar várias tensões contínuas impostas em DC, sob o nome de onduladores de tensão *multinível*. Procedeu-se aqui à dedução de soluções para topologias de onduladores de tensão de três e de quatro níveis, sugerindo ao leitor que se exercite com as estruturas de cinco ou mais níveis.

Seja um caso em que se pretende ter duas tensões DC impostas de um lado e uma corrente AC imposta do outro. A cada fonte DC pode ligar-se o lado correspondente (a “entrada”) de uma estrutura elementar DC(U)-AC(I), conforme indicado na fig. 10.27a; no lado de AC surgem duas correntes impostas. Mas esta montagem permite ainda que se associe mais uma estrutura elementar em cascata, como se indica na fig. 10.27b, deixando apenas uma corrente AC imposta. Esta associação em cascata é admissível porquanto as estruturas à esquerda forçam tensões à entrada da estrutura que se colocou à direita e esta última força correntes à “saída” das primeiras.

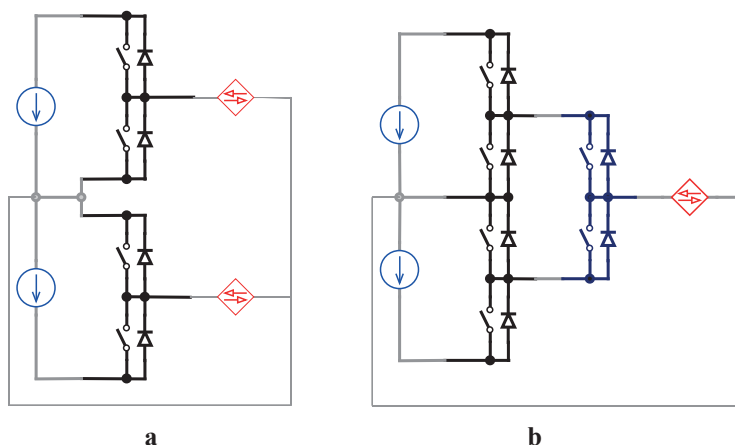


Fig. 10.27 – Primeiros passos para obter um ondulador com duas tensões DC impostas e uma corrente AC imposta, ou *ondulador de três níveis*. Caso monofásico.

Em seguida analisam-se exaustivamente as configurações possíveis dos interruptores que permitem forçar na “saída” cada um dos três potenciais existentes na “entrada”, ao mesmo tempo que são permissivas à passagem de corrente bidireccional. A fig. 10.28 mostra as diferentes possibilidades: só uma configuração permite colocar na saída o potencial mais elevado (fig. 10.28a); outra configuração única permite colocar na saída o potencial mais baixo (fig. 10.28b); mas existem cinco possibilidades de forçar o potencial intermédio na saída (fig. 10.28c-g). Note-se bem que as configurações **f** e **g** são inteiramente permissivas à passagem de corrente bidireccional.

TOPOLOGIAS DOS CONVERSORES ESTÁTICOS

A estrutura que permite, com o número mínimo de dispositivos, criar as três situações pretendidas está representada na fig. 10.28h; com ela é possível estabelecer as configurações **a**, **b** e **g** da fig. 10.28, sendo por isso satisfatória para um ondulator de três níveis.

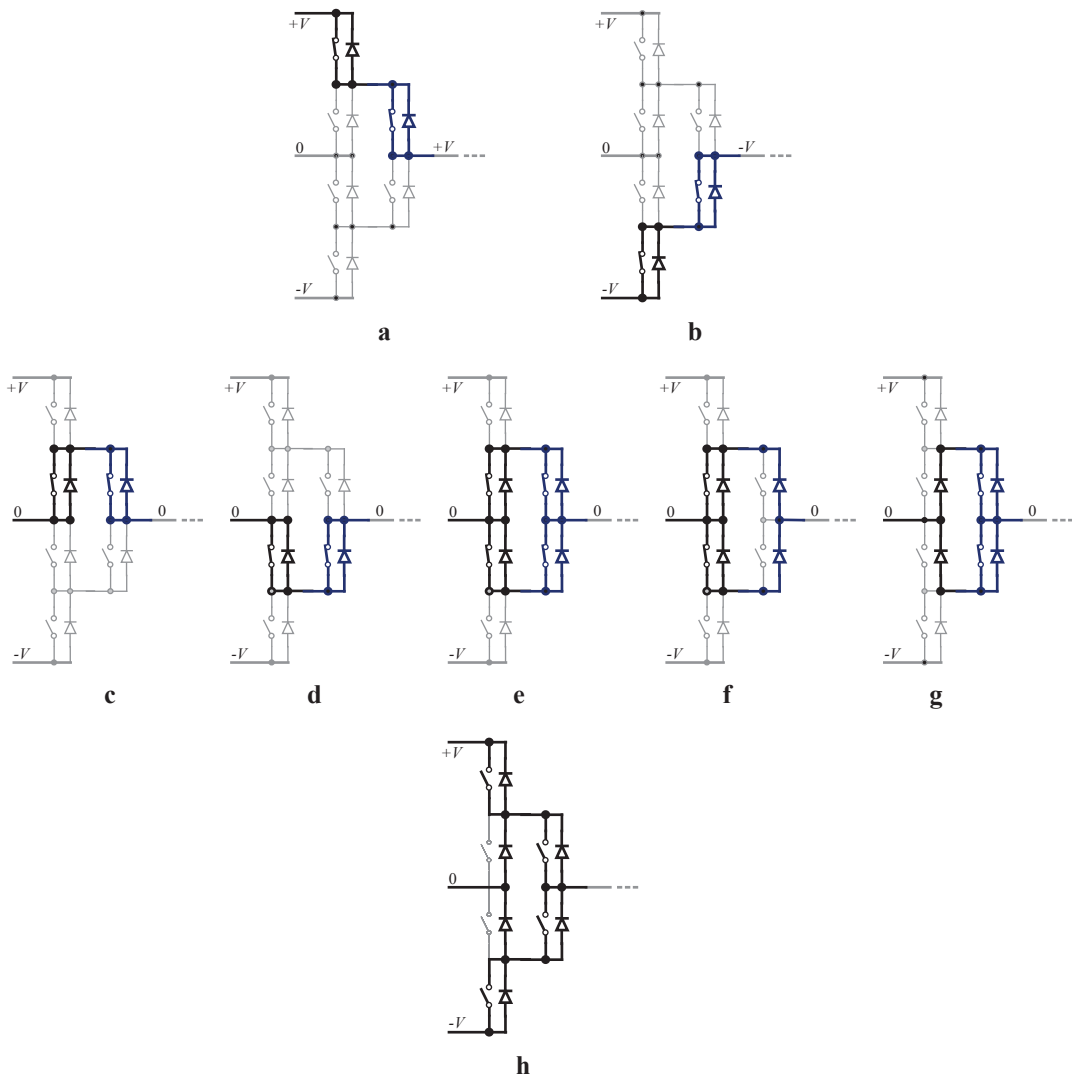


Fig. 10.28 – Configurações que permitem colocar cada um dos três potenciais do lado DC na saída: **a**- potencial superior; **b**- potencial inferior; **c,d,e,f,g**- potencial intermédio; **h**- estrutura com o número mínimo de dispositivos que podem ser usados no conversor pretendido (permite estabelecer as configurações **a**, **b** e **g**).

A fig. 10.29a representa a topologia obtida para o caso monofásico e também a estrutura correspondente para o caso trifásico (resultado da associação de três monofásicas partilhando as fontes de tensão DC). As montagens assim obtidas, actualmente conhecidas por *onduladores de três níveis*, surgiram propostas em 1981 com nome de *neutral point clamped inverters* (“onduladores com encravamento ao ponto médio”) em virtude dos diodos que aparecem ligados ao ponto médio (“neutro”).

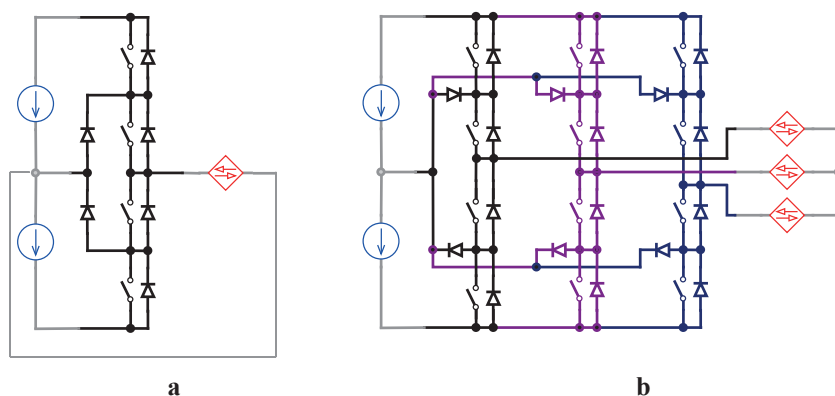


Fig. 10.29 – Topologias encontradas para onduladores de tensão de três níveis: a- monofásica; b- trifásica.

Para procurar soluções para **onduladores de quatro níveis** pode proceder-se de modo análogo ao que atrás se usou: começa-se com o caso monofásico encadeando montagens já conhecidas, primeiro, a par e, depois, em cascata. Pode fazer-se, p.ex., como se indica na fig. 10.30a, utilizando numa primeira etapa, três montagens elementares (i.e. de “dois níveis”) e, a seguir, uma montagem de três níveis. Em seguida estudavam-se exaustivamente as configurações possíveis para forçar cada um dos quatro níveis de potencial na saída e seleccionava-se uma estrutura que permita satisfazer isso com um mínimo de dispositivos; chegar-se-ia à montagem da fig. 10.30b.

Acontece que, neste caso, se poderia chegar directamente ao mesmo resultado, tendo em conta a possibilidade de colocar apenas uma estrutura elementar entre os dois nós intermédios de DC (reduzindo o número de pólos DC de 4 para 3) e, a seguir, colocar uma estrutura de três níveis. Mas também se torna óbvia a possibilidade de usar duas estruturas de dois níveis nas tensões mais afastadas (fig. 10.30c), reduzindo de 4 para 2 nós, acrescentando uma terceira estrutura elementar em cascata. A generalização para o caso trifásico é evidente.

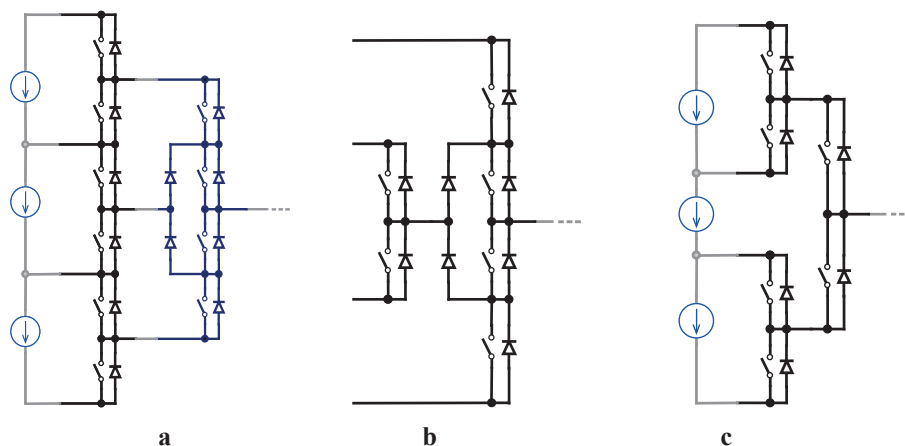


Fig. 10.30 – Topologias para onduladores de tensão de quatro níveis (representadas só no caso monofásico): a- primeira hipótese para estudo; b- resultado da simplificação de a; c- outra hipótese de solução.

10.5- Dedução de outras topologias de conversores AC-AC

As estruturas básicas de conversores AC-AC já foram deduzidas atrás e apresentam-se de novo na fig. 10.31a,b. Elas são funcionalmente equivalentes – aceitam uma tensão bidireccional imposta num dos lados e uma corrente bidireccional imposta no outro – e podem ser representadas com uma simbologia simplificada para as células bidireccionais de interruptores e válvulas conforme fica representado na fig. 10.31c.

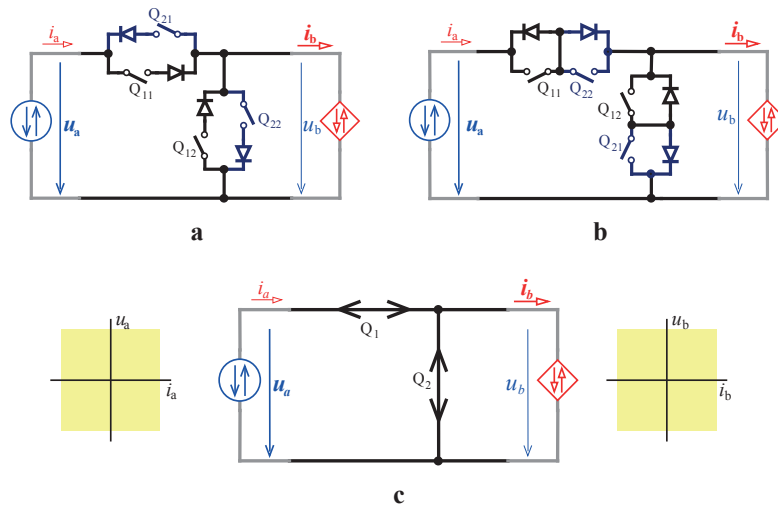


Fig. 10.31 – a, b: Topologias elementares de conversores AC-AC; c: esquema genérico com simbologia simplificada.

Procedendo à associação de várias montagens elementares AC-AC, de uma forma perfeitamente análoga ao que se fez na fig. 10.22 para conversores AC(U)-DC(I), encontra-se a topologia polifásica de *ponto médio* representada na fig. 10.32a. Na fig. 10.32b consta a estrutura dual da anterior. Trata-se de montagens com fronteira polifásica de um lado e monofásica do outro.

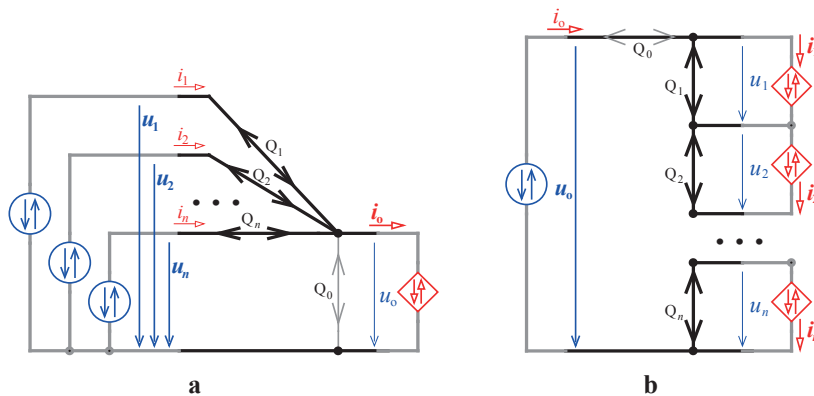


Fig. 10.32 – Topologias de conversores AC-AC com fronteira polifásica de um lado e monofásica do outro.

O ramo dito em *roda-livre* ou o seu dual podem ser utilizados ou ignorados (significando que se mantém aberto na montagem da fig. 10.32a e fechado na da fig. 10.32b).

Podem deduzir-se outras topologias por um procedimento análogo ao que foi seguido para os conversores AC-DC nas fig.^{as} 10.20 e 10.21. Tome-se o caso do conversor polifásico de ponto médio em tensões obtido atrás e representado na fig. 10.33a; apresente-se o mesmo na disposição da fig. 10.33b; generalize-se para mais um módulo como indicado na fig. 10.33c com mais uma tensão e uma corrente. Pode dar-se a disposição esquemática em triângulo (ou *delta*) à mesma montagem e admitir-se a presença da corrente i_3 indicada, desde que satisfaça a condição $i_1 + i_2 + i_3 = 0$. A generalização para a disposição poligonal com n fases é fácil.

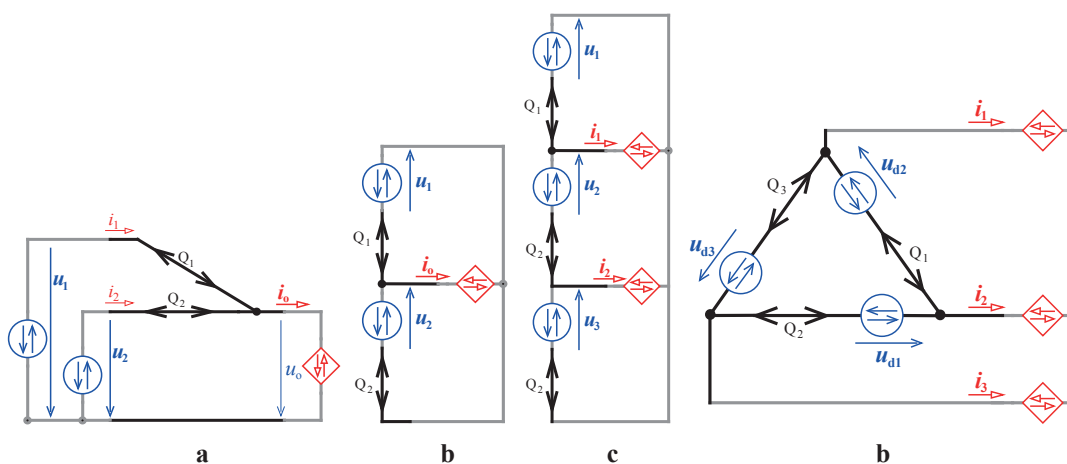


Fig. 10.33 – Dedução da topologia do conversor AC-AC polifásico em triângulo (delta): **a**- montagem bifásica de tensões em ponto médio; **b**- outra representação da mesma montagem; **c**- generalização para mais uma tensão e uma corrente; **d**- representação equivalente à anterior mas com três correntes impostas satisfazendo $i_1 + i_2 + i_3 = 0$.

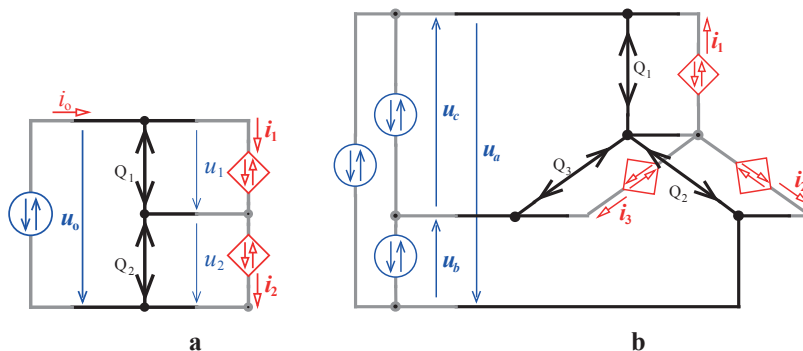


Fig. 10.34 – Dedução da topologia do conversor AC-AC polifásico em estrela: **a**- montagem bifásica de correntes com ponto médio; **b**- generalização para três tensões e três correntes impostas.

Associando agora duas montagens polifásicas AC-AC de ponto médio, à semelhança do que se fez na fig. 10.24 para conversores AC(U)-DC(I), obtém-se a topologia em *ponte* representada na fig. 10.35a, com fronteira polifásica de tensões impostas de um lado e monofásica de corrente imposta no outro. Procedendo como indicado na fig. 10.35b encontra-se outra montagem em ponte com fronteira polifásica de correntes impostas de um lado e monofásica de tensão imposta no outro. Nestas associações pode incluir-se o ramo de roda livre num caso ou o seu dual no outro, conforme se assinalou a ponteado.

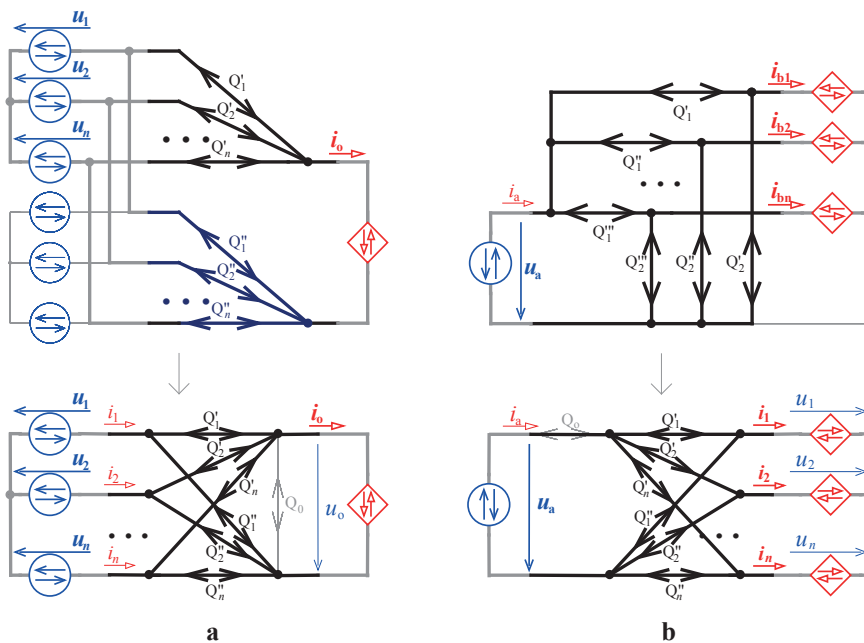


Fig. 10.35 – Obtenção das topologias de conversores AC-AC em ponte, com fronteira polifásica de um lado e monofásica do outro.

Generalizando agora a associação de montagens polifásicas AC-AC de ponto médio da fig. 10.32a, obtém-se a topologia polifásica de ambos os lados representada na fig. 10.36. Simbolizou-se a hipótese de serem n tensões bidireccionais impostas de um lado e m correntes bidireccionais impostas do outro, podendo verificar-se $n \neq m$.

O conversor obtido possui um “interruptor” bidireccional* a interligar cada nó de um lado com cada nó do outro e, por esse facto, é conhecido pelo nome de *conversor matricial*. Esta é considerada a mais geral das topologias de conversores.

* Agrupamento de interruptores e válvulas como os indicados na fig. 10.9a.

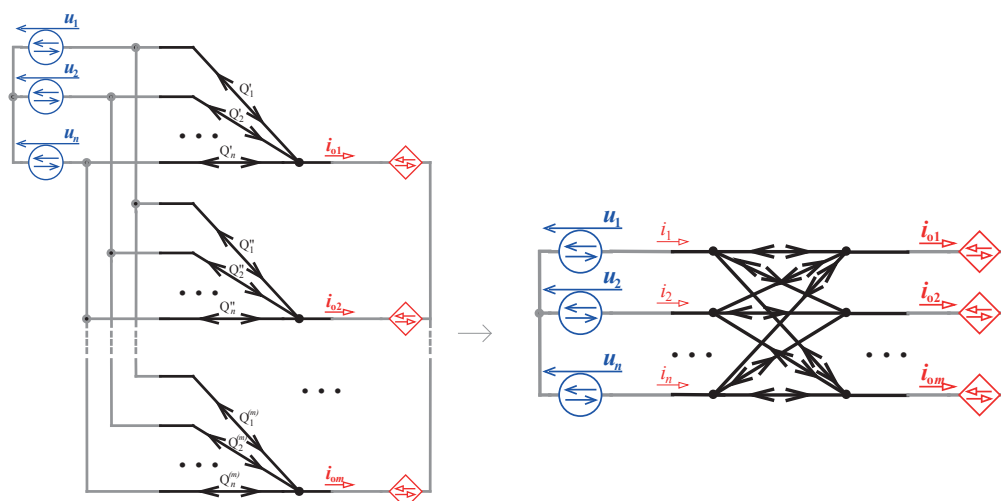


Fig. 10.36 – Obtenção da topologia do chamado *conversor matricial*, que tem fronteira polifásica de ambos os lados, num deles com tensões AC impostas e no outro com correntes AC impostas.

Na fig. 37 resumiram-se todas as topologias aqui deduzidas para conversores AC-AC. De todas as assinaladas são as três últimas aquelas que têm merecido aplicação prática em maior escala. O maior óbice à aplicação deste tipo de conversores decorre do elevado número de dispositivos comutáveis que necessitam.

Termina aqui a dedução de topologias de conversores. Mais uma vez se refere que esta abordagem apenas abrange os conversores equivalentes a conjuntos de interruptores interpostos entre circuitos adjacentes. Não inclui nomeadamente os conversores ressonantes e quasi-ressonantes, nem aqueles que possuem transformadores intercalados, ou elementos passivos auxiliares de comutação, como o ondulator de corrente clássico.

Diversas topologias de conversores foram propostas ao longo do tempo isoladamente e não como resultado de uma abordagem sistemática como aquela que aqui se empreendeu. Por exemplo, a montagem DC-DC de armazenamento intermédio da fig. 10.15f (ou 10.16b) foi proposta por Cuk, no final da década de 70 do século XX; o ondulator em delta foi proposto por Evans *et al* (“e outros”) em 1980; o ondulator de três níveis foi apresentado por Nabae *et al* em 1981; a utilização das topologias de rectificador com dispositivos de comutação forçada aparece referida, separadamente, por Hombu *et al* e por Wiechmann *et al* em 1985; uma justificação das primeiras seis topologias de conversores DC-DC que constam da fig. 10.17(a-f) foi apresentada por Liu e Lee em 1988, embora feita numa perspectiva diferente daquela aqui seguida; a topologia de conversor DC-DC com entrada múltipla e armazenamento intermédio (fig. 10.17i) foi proposta por Dobs e Chapman em 2003. Com a sistematização feita ao longo deste capítulo (que o autor apresentou, numa primeira versão, em 1989) encontraram-se, para além de muitas topologias já conhecidas, também outras não usuais. Fica em aberto a possibilidade de deduzir outras mais sofisticadas.

TOPOLOGIAS DOS CONVERSORES ESTÁTICOS

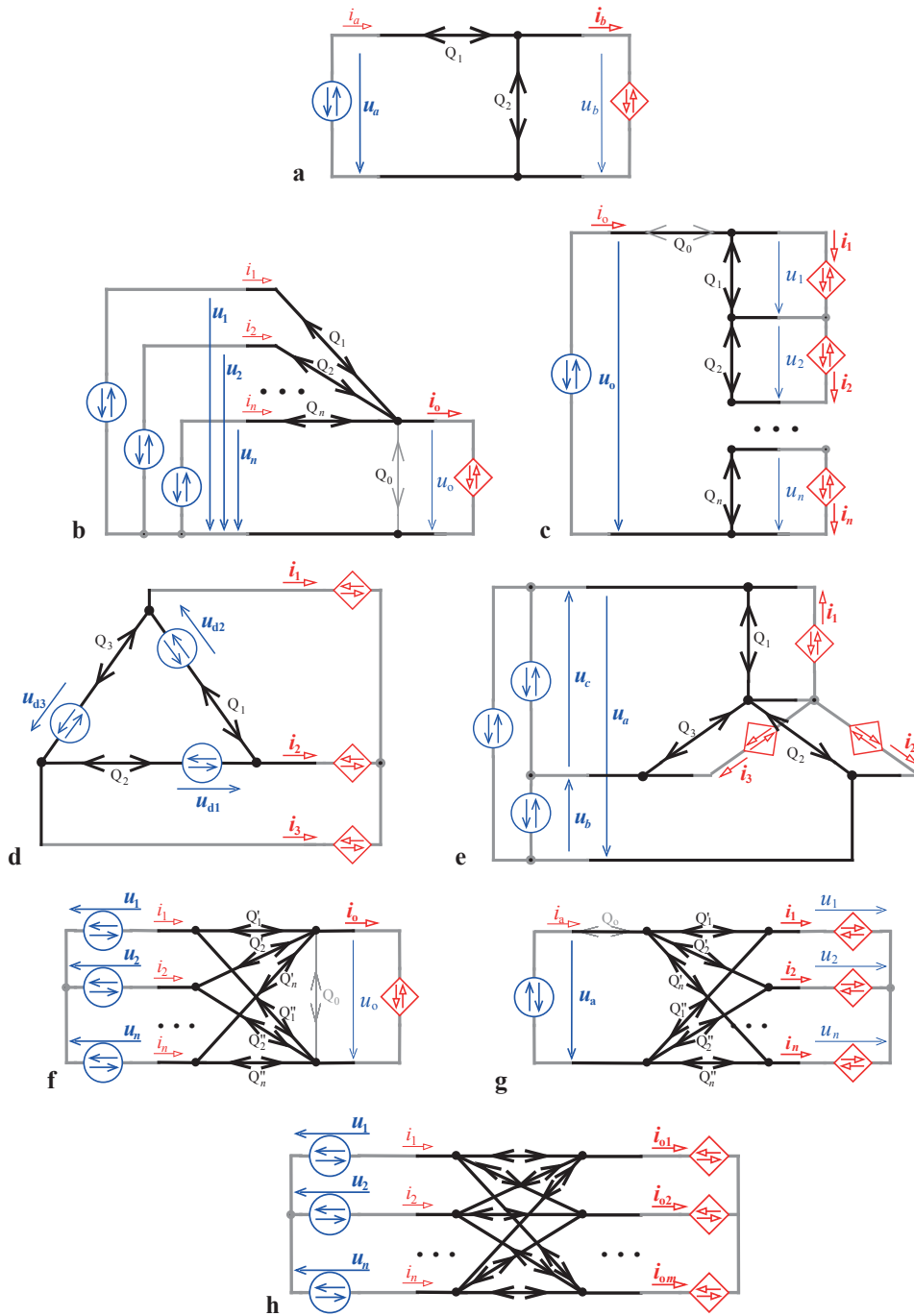


Fig. 10.37 – Resumo das topologias de conversores AC-AC aqui deduzidas, usando a simbologia simplificada para as células de comutação bidireccionais.

Segue-se uma descrição breve do funcionamento de conversores duas classes que ainda não tinham sido estudados e que merecem uma alusão especial.

10.6- Funcionamento de rectificadores/onduladores de comutação forçada

Foi visto neste capítulo que os conversores que aceitam tensões AC e correntes DC impostas possuem dispositivos combinando as funções de um interruptor e um diodo em série. Isso já sucedia com os rectificadores de comutação natural, mas agora mostra-se que a função interruptor pode ser comandada deliberadamente à abertura e ao fecho, ou seja, os dispositivos passam a ter **comutação forçada**, respeitando certas condições. Para tal há que utilizar semicondutores tais como os transistores MOSFET ou IGBT, ou os tiristores GTO.

Considere-se a topologia de **conversor trifásico de ponto médio** representada na fig. 10.38a. Neste caso a restrição de manobra dos interruptores consiste em manter sempre pelo menos um interruptor fechado (o contrário levaria à violação de leis de Kirchoff por abertura dum circuito com uma corrente imposta). Para impor univocamente as grandezas convertidas a cada momento, deve manter-se fechado um e um só interruptor de cada vez. Mas, em termos práticos, para garantir manobras seguras na comutação de um dispositivo para outro, tem de se começar por fechar o próximo interruptor um breve intervalo antes de abrir o actual (cf. fig. 10.38b); essa margem de segurança é geralmente muito curta face aos intervalos de permanência de cada dispositivo fechado, sendo desprezada na análise que se faz.

O modo de comando mais simples consiste em fechar sucessivamente cada dispositivo com um ângulo de comando α , por desfasagem, semelhante ao ângulo de disparo dos tiristores, de uma forma análoga ao que se faz nos rectificadores de comutação natural, mas tendo o cuidado de forçar a abertura do dispositivo anterior*.

Se o ângulo de comando α aplicado for positivo ($\alpha > 0$, i.e. por atraso no tempo) obtém-se um funcionamento idêntico ao do rectificador a tiristores de igual topologia. Mais curiosa é a possibilidade que agora existe de estabelecer ângulos de comando em avanço ($\alpha < 0$), conforme se pode ver nas fig.^{as} 10.38b,c,d.

Com este modo de comando o valor médio da tensão rectificada exprime-se da mesma forma já vista para os rectificadores de comutação natural sob funcionamento contínuo:

$$U_d = U_{d0} \cos(\alpha), \text{ com } U_{d0} = \frac{3\sqrt{6}U}{2\pi} \text{ e } -\pi < \alpha < +\pi \quad (10.1)$$

sendo U o valor eficaz da tensão simples.

Com $\alpha < 0$ as correntes convertidas ficam em avanço em relação às respectivas tensões de fase, ou seja, o conversor assume comportamento capacitivo. Por outro lado, para $|\alpha| < \pi/2$ o conversor funciona como **rectificador** e para $|\alpha| > \pi/2$ funciona como **ondulador**.

* nos semicondutores de comutação forçada a abertura não é espontânea: corresponde a um disparo específico no caso de GTO ou à suspensão de sinal de porta no caso de IGBT ou MOSFET.

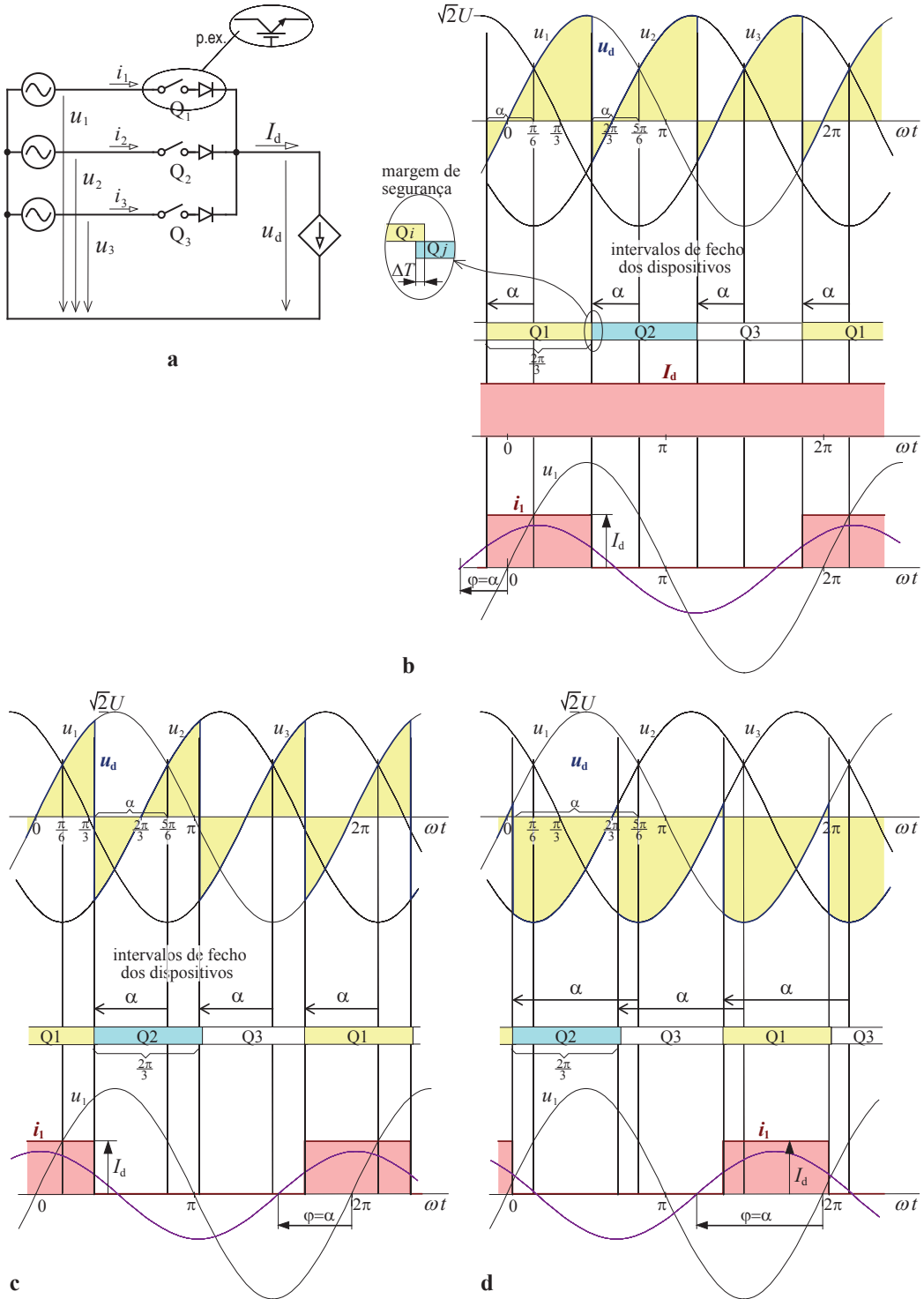


Fig. 10.38 – Diagramas de funcionamento do retificador de comutação forçada trifásico de ponto médio, com fontes ideais e ângulos de comando negativos. Em **b** chama-se a atenção para a margem de segurança, por sobreposição, que tem de existir na comutação de dispositivos neste tipo de conversores [AC(U)-DC(I)].

Considere-se agora a montagem **trifásica em ponte** representada na fig. 10.39a. A manobra dos dispositivos em cada grupo de ponto médio (ou seja, em $\{Q_1, Q_2, Q_3\}$ e em $\{Q_4, Q_5, Q_6\}$) deve obedecer à regra vista atrás de nunca serem todos abertos em simultâneo; para impor univocamente as grandezas convertidas em cada instante exige-se, por outro lado, que em cada grupo fique um e um só interruptor fechado de cada vez, com excepção dos curtos intervalos de segurança em que um dispositivo que se encontre fechado só se abre depois do dispositivo seguinte ter já sido fechado.

Os diagramas representados na fig. 10.39b,c,d ilustram o modo de operação por ângulo de comando α , mostrando apenas casos em que se utilizam valores negativos de α ; daí resultam desfasagens em avanço das correntes em relação às respectivas tensões simples. O funcionamento com ângulos de comando positivos (em atraso) já foi estudado no caso dos rectificadores de comutação natural.

Com este modo de comando o valor médio da tensão rectificada continua a exprimir-se por (10.1), mas agora com $U_{d0} = 3\sqrt{6}U/\pi$.

Mas as capacidades de manobra dos dispositivos utilizados nestas montagens permitem modos de comando muito mais sofisticados, designadamente recorrendo a técnicas de **modulação de largura de impulso (PWM)**.

O método de modulação *triangular-sinusoidal*, apresentado na secção 9.5.1, baseia-se no fecho/abertura complementar dos dispositivos de cada braço vertical, conforme se exige nos onduladores de tensão. Ora, as restrições de manobra dos conversores aqui em estudo não são compatíveis com esse modo de operação, pelo que aquela técnica de PWM não é viável. Repete-se que agora é exigido que exista sempre um e um só dispositivo fechado em cada grupo de ponto médio ($\{Q_1, Q_2, Q_3\}$ e $\{Q_4, Q_5, Q_6\}$).

Pode-se recorrer aos métodos de **PWM vectorial** apresentados em 9.5.4 adaptando-os ao caso presente para a elaboração das correntes de fase. Assim, considere-se a tabela de valores para a representação complexa (ou vectorial) das correntes trifásicas criadas com o conversor da fig. 10.39a, nas suas diferentes configurações (cf. Quadro 10.1 e fig. 10.40). Voltam a encontrar-se sete valores complexos possíveis formando o centro e os vértices de um hexágono.

TOPOLOGIAS DOS CONVERSORES ESTÁTICOS

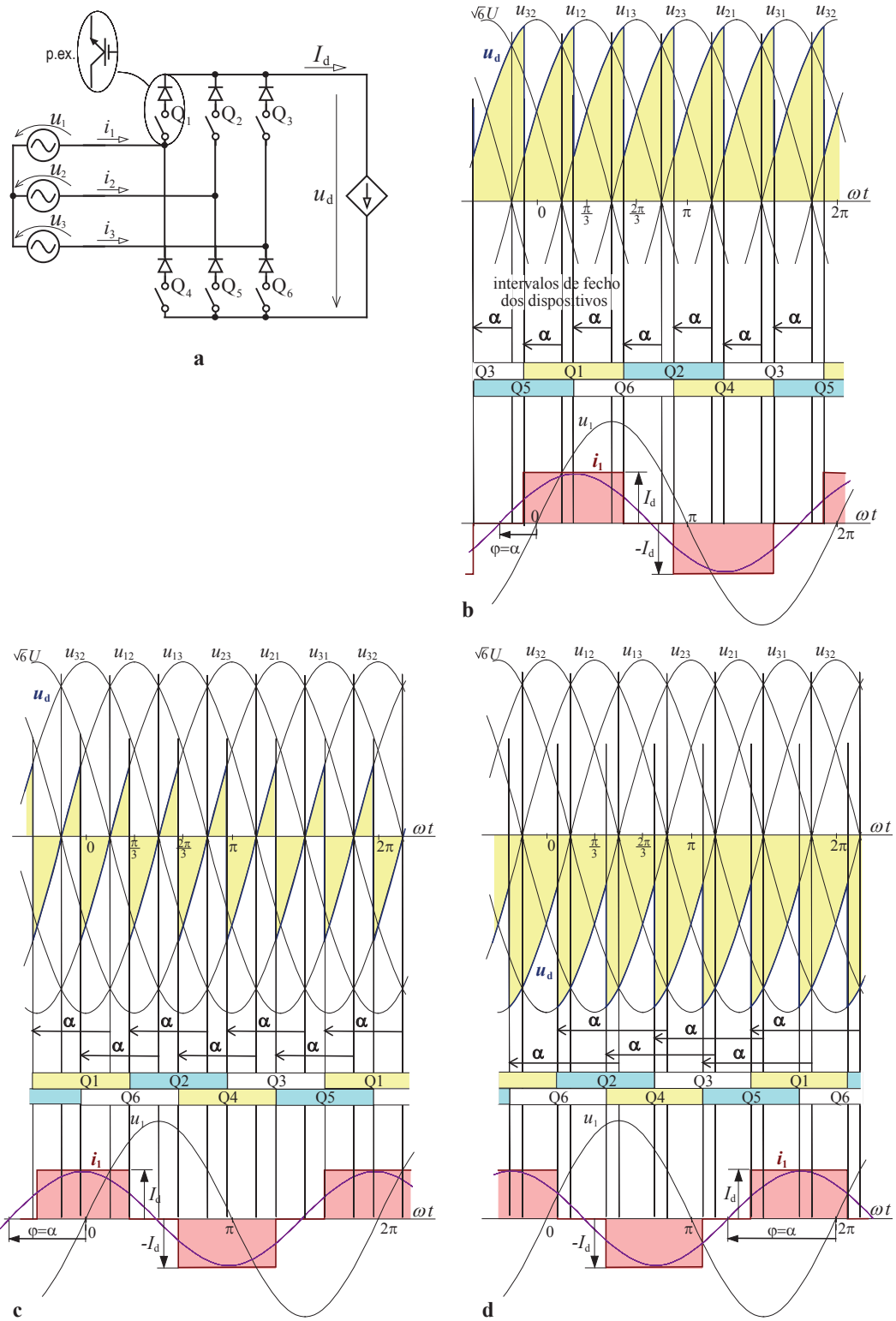


Fig. 10.39 – Ilustração do funcionamento do rectificador de comutação forçada trifásico em ponte, com fontes ideais e ângulos de comando negativos. Em **a** opera como rectificador e, em **b** e **c**, como ondulator.

Quadro 10.1 – Vectores complexos representativos das correntes de fase elaboradas por um rectificador/ondulador de corrente trifásico em ponte em nove configurações possíveis.

configuração	correntes em 1,2,3	vector
1	$i_1 = I_d, i_2 = -I_d, i_3 = 0$	$\bar{I}_1 = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j \frac{1}{2} \right) I_d$
2	$i_1 = I_d, i_2 = 0, i_3 = -I_d$	$\bar{I}_2 = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right) I_d$
3	$i_1 = 0, i_2 = I_d, i_3 = -I_d$	$\bar{I}_3 = j\sqrt{2}I_d$
4	$i_1 = -I_d, i_2 = I_d, i_3 = 0$	$\bar{I}_4 = \sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right) I_d$
5	$i_1 = -I_d, i_2 = 0, i_3 = I_d$	$\bar{I}_5 = \sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - j \frac{1}{2} \right) I_d$
6	$i_1 = 0, i_2 = -I_d, i_3 = I_d$	$\bar{I}_6 = -j\sqrt{2}I_d$
7, 8, 9	$i_1 = 0, i_2 = 0, i_3 = 0$	$\bar{I}_0 = 0$

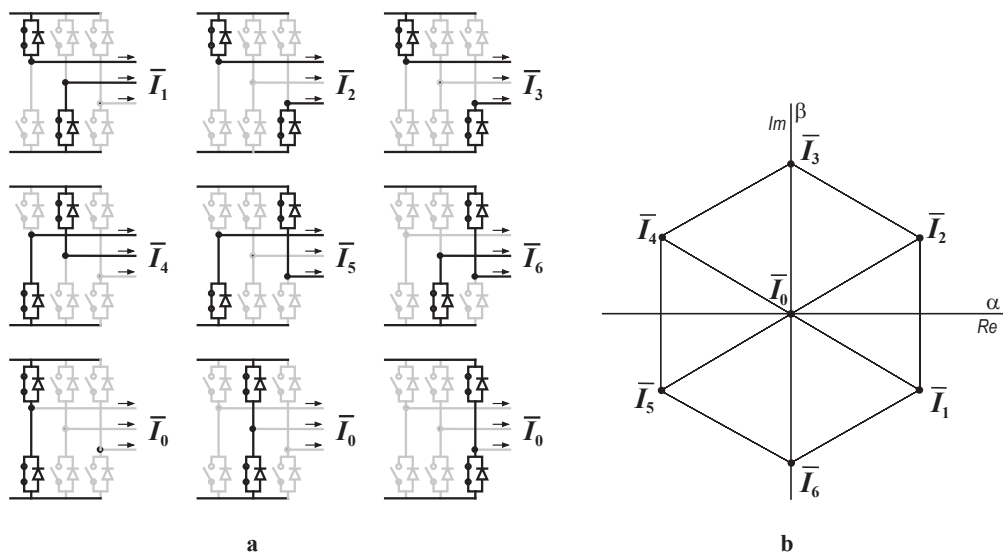


Fig. 10.40 – a: configurações possíveis no rectificador/ondulador de corrente trifásico em ponte; b: valores correspondentes do vector de correntes e sua disposição no plano complexo.

Para ilustrar a implementação do comando vectorial considere-se a modalidade já antes descrita (em 9.5.4) baseada nas duas modulantes (α e $1-\beta$) e na portadora (δ) representadas na fig. 10.41. Na mesma figura estão assinalados os intervalos de fecho dos interruptores.

Para fazer variar a amplitude da componente fundamental das correntes e, ao mesmo tempo, o valor médio da tensão convertida para DC, ajustam-se as amplitudes de α e β desde 0 até as modulantes se encontrarem em pontos de tangência.

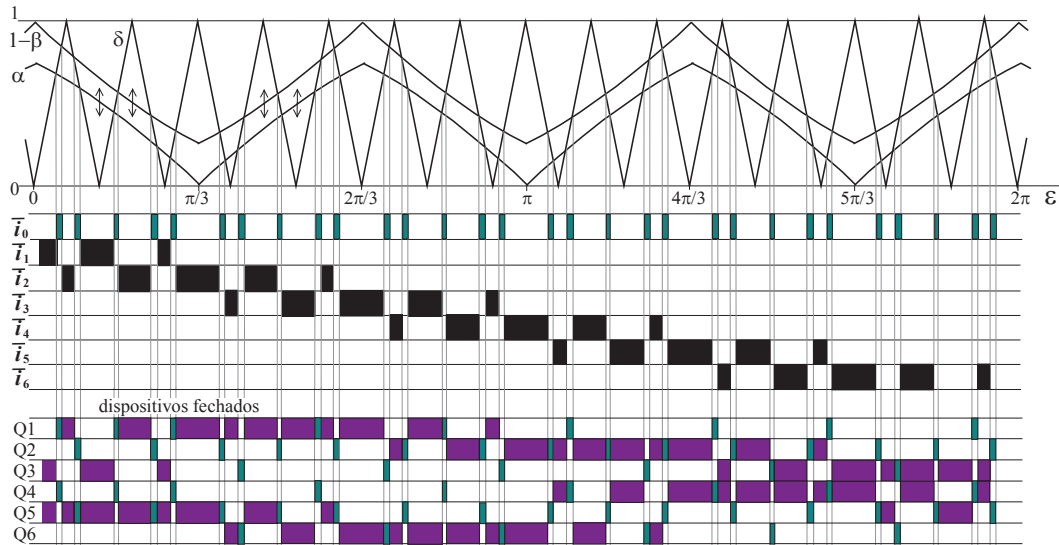


Fig. 10.41 – Estabelecimento dos estados dos interruptores do rectificador/ondulador de corrente trifásico em ponte obedecendo a um método de comando por PWM vectorial.

Na fig. 10.42 podem observar-se os diagramas da tensão DC convertida (u_d) e da corrente AC convertida na fase 1 (i_1), obtidos com a sequência de manobras de dispositivos descrita na fig. 10.41. Foi adoptada uma disposição para ter as tensões simples e as componentes fundamentais das correntes em fase, ou seja, para ter factor de potência unitário. Todavia é perfeitamente possível estabelecer defasagens em avanço ou em atraso.

Os conversores deste tipo podem operar indistintamente como rectificadores ou como onduladores, podendo ser designados, com igual propriedade, por **rectificadores de comutação forçada** ou por **onduladores de corrente**. Também são conhecidos na gíria, embora de forma pouco apropriada, por *rectificadores de PWM*; trata-se de uma imprecisão idêntica aquela que frequentemente se vê na atribuição do nome de *onduladores de PWM* aos onduladores de tensão.

Os conversores que aqui se estudaram, para poderem funcionar ligados a uma rede de tensão alternada, com indutância a montante nas linhas e transformadores, exigem a regeneração de condições de fronteira em AC, com tensões impostas à custa de condensadores adequados, conforme indicado na fig. 10.43.

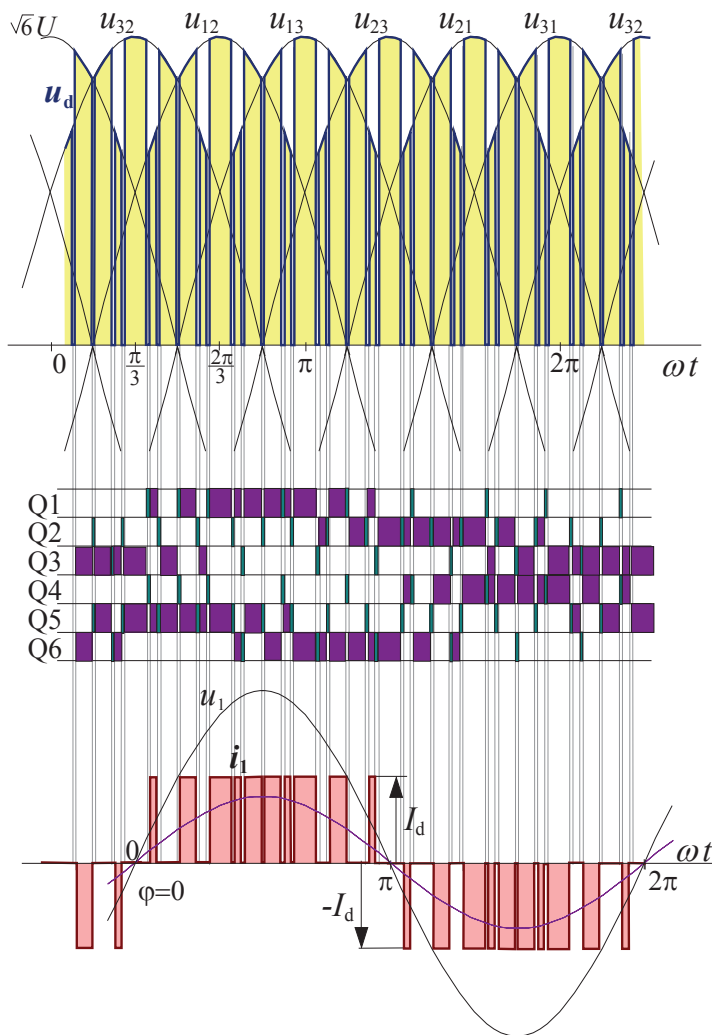


Fig. 10.42 – Exemplo de diagramas de tensão em DC e de corrente em AC (grandezas convertidas) num rectificador/ondulador de corrente trifásico em ponte, considerando o comando em PWM vectorial descrito na fig. 10.41. Neste exemplo foram estabelecidas correntes AC em fase com as tensões simples.

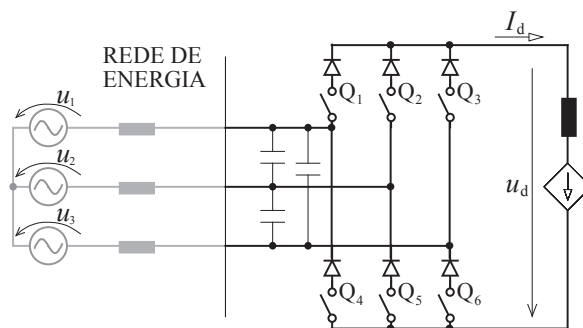


Fig. 10.43 – Regeneração das condições de fronteira para que um rectificador de comutação forçada possa funcionar ligado à rede de energia eléctrica.

10.7- Breve alusão ao funcionamento de conversores matriciais

Os conversores AC-AC (ou *matriciais*), cujas topologias foram vistas na secção 10.5, de um modo geral são constituídos por um número elevado de interruptores bidireccionais. O seu comando tem de ser realizado através de sequências de manobras que nunca violem as leis de Kirchoff, ou seja, nunca provoquem a abertura de correntes impostas nem o curto-circuito a tensões impostas.

Para ilustração considere-se o conversor 3×2 representado na fig.10.44a, com um sistema trifásico de tensões impostas num lado e uma corrente imposta do outro. Trata-se de uma estrutura em ponte. O conjunto de interruptores que ligam a cada nó B1 (ou B2) tem de possuir um e um só interruptor fechado de cada vez; desta forma permitirá sempre a passagem da corrente i_o e impedirá curto-circuitos entre quaisquer dois nós de A1, A2 e A3. As configurações representadas na fig. 10.44b ilustram essa condição.

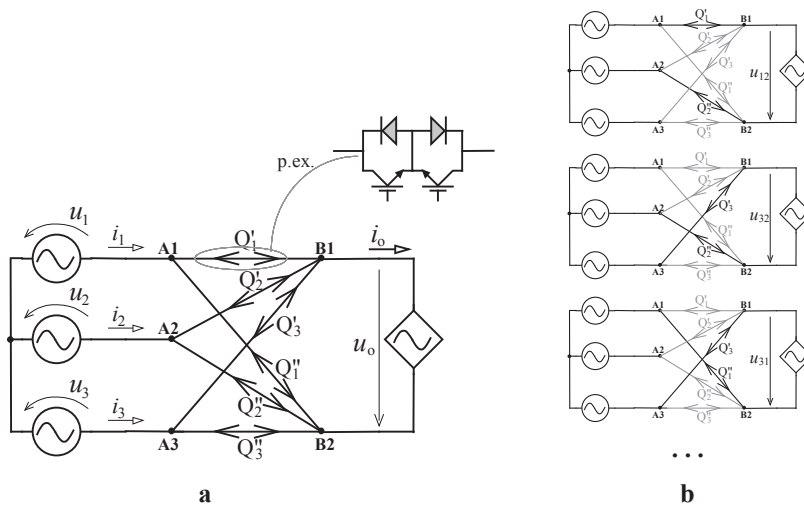


Fig. 10.44 – a- esquema de conversor matricial trifásico em tensão e monofásico em corrente; a- exemplos de configurações admissíveis.

Conforme já se sabe, cada *interruptor bidireccional* é composto por dois agrupamentos interruptor/válvula. A manobra de comutação entre dois interruptores de cada um desses conjuntos, $\{Q'_1, Q'_2, Q'_3\}$ ou $\{Q''_1, Q''_2, Q''_3\}$, tem de ser realizada segundo uma sequênciade quatro passos que foi explicada na secção 10.2.3. Na exposição subsequente este pormenor considera-se implícito nas referências à actuação dos interruptores bidireccionais.

Quanto ao **modo de comando** deste conversor podem imaginar-se soluções do tipo *modulação de largura de impulso* (PWM). Admitindo que as tensões aplicadas formam um sistema sinusoidal simétrico, qualquer valor da tensão u_o a elaborar pode ser sintetizado dentro da mancha entre as envolventes das tensões compostas (cf. fig. 10.46a).

Para sintetizar um valor de referência u_r procure-se, em cada pequeno intervalo de tempo T_f , a tensão imposta imediatamente acima e a tensão imposta imediatamente abaixo de u_r , designadas, respectivamente, por u_{sup} e u_{inf} (ver fig. 10.45). Nesse intervalo irá aplicar-se aos terminais A1 e A2, primeiro a tensão u_{sup} e depois a tensão u_{inf} , durante intervalos de tempo tais que o valor médio resulte igual a u_r . Simbolizando por δ a relação cíclica entre o intervalo de aplicação de u_{sup} e o intervalo total T_f , para que o valor médio resulte igual a u_r tem de ser satisfeita a seguinte condição de igualdade de áreas

$$(u_{sup} - u_r)\delta T_f = (u_r - u_{inf})(1 - \delta)T_f$$

ou seja,

$$\delta = \frac{u_r - u_{inf}}{u_{sup} - u_{inf}} \quad (10.2)$$

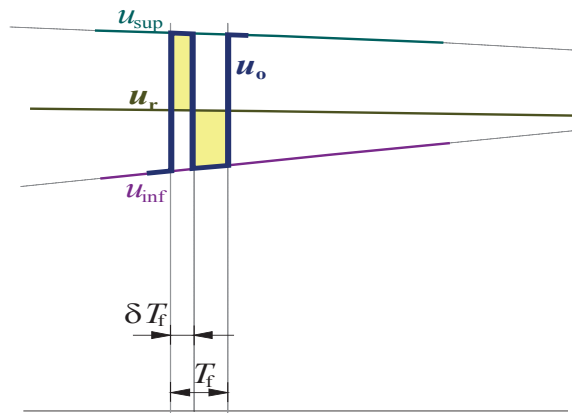


Fig. 10.45 – Tempos de permanência ao nível superior e ao nível inferior, num dado intervalo de comutação, no comando do conversor da fig. 10.44.

Desde que o intervalo de comutação T_f seja bastante curto pode repetir-se o processo sucessivamente enquanto u_r vai variando e, deste modo, elaborar-se uma tensão de saída u_o cuja média móvel seja aproximadamente coincidente com a evolução de u_r , como se ilustra na fig. 10.46a.

Se o intervalo de comutação for suficientemente curto poderá mesmo servir para sintetizar tensões u_r com frequência ainda maior do que a frequência das tensões impostas, conforme se mostra na fig. 10.46b.

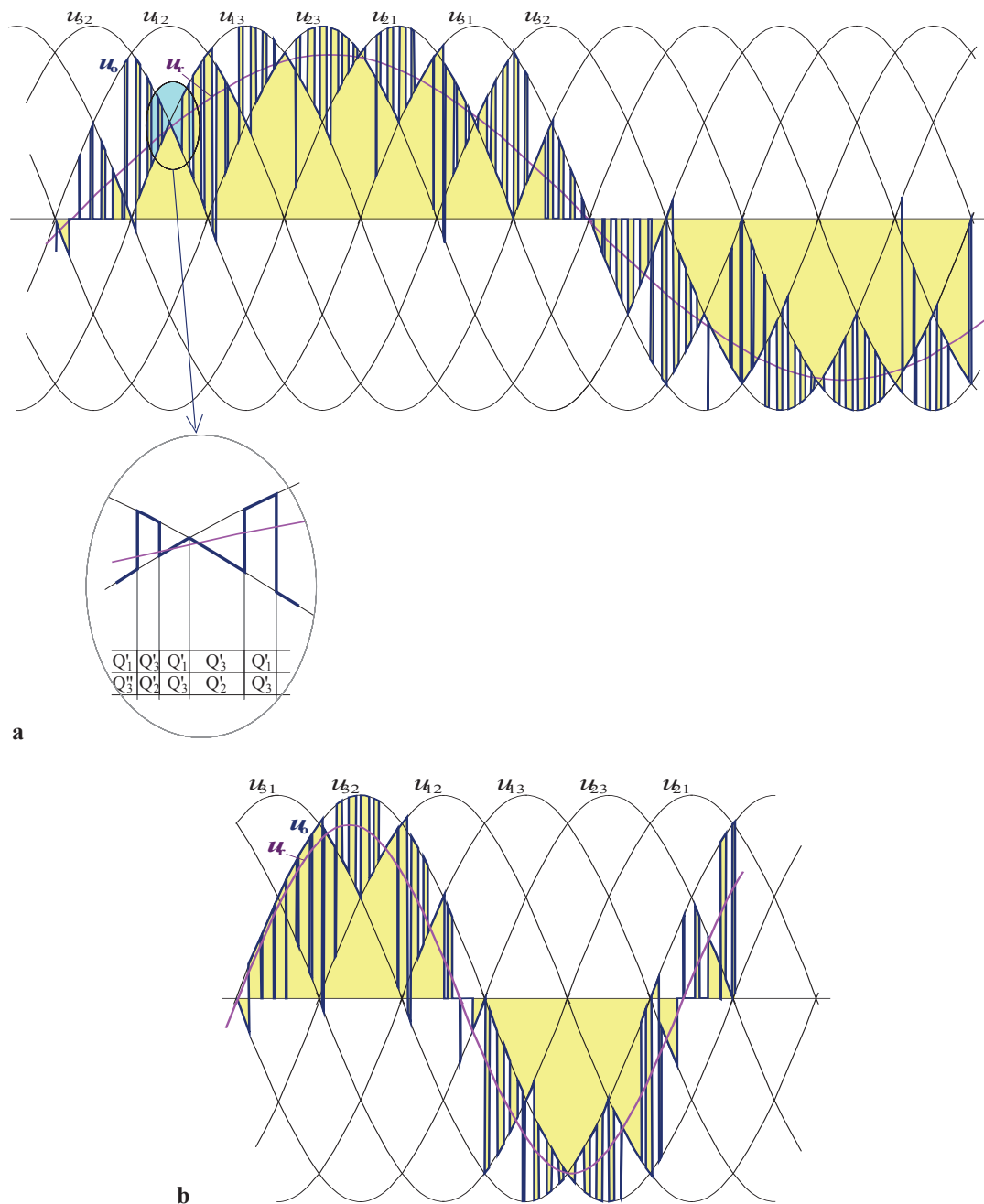


Fig. 10.46 – Exemplos de diagramas de tensão u_o elaborados com o conversor trifásico-monofásico da fig. 10.44 usando um método de síntese por PWM: **a**- caso em que se sintetiza uma tensão com frequência menor do que a das tensões impostas (mostra também um pormenor da sequência de dispositivos fechados); **b**- caso em que se sintetiza uma tensão com frequência maior do que a das tensões impostas.

Estes conversores encontram sobretudo aplicações em que funcionam ligados a redes de energia eléctrica de um lado, ou de ambos. Como as redes não são fontes de tensão ideais mas apresentam características indutivas, têm de ser inseridos condensadores na fronteira do

conversor em que tenha de ser assegurada a condição de tensões impostas (cf. fig. 10.47). No outro lado tem de existir corrente imposta, se necessário por acréscimo de uma bobina.

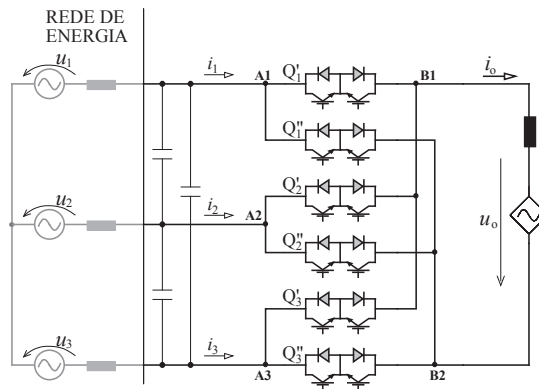


Fig. 10.47 – Regeneração com condensadores das condições de fronteira indispensáveis para que um conversor matricial com a topologia indicada na fig. 10.44 possa funcionar ligado à rede de energia eléctrica. No lado monofásico o circuito tem de ser intrinsecamente indutivo ou essa condição tem de ser criada com bobinas.

Existe também a variante de **comutação natural** nos conversores matriciais: trata-se de uma modalidade clássica em que os conversores são constituídos por tiristores e são denominados por **cicloconversores**.

Na topologia de 3×2 nós, que aqui tem sido usada para ilustrar alguns conceitos, a versão de cicloconversor é exactamente o rectificador trifásico em ponte de quatro quadrantes sem corrente circulante (descrito em 7.2.2). Pode ser representada na forma da fig. 10.48 que é mais sugestiva das estruturas em ponte. O seu comando consiste em fazer variar o ângulo de disparo dos tiristores por forma a produzir uma evolução aproximadamente sinusoidal no valor médio da tensão de saída. A tensão u_0 resulta com formas relativamente grosseiras e a sua frequência tem de ser consideravelmente inferior à frequência das tensões impostas.

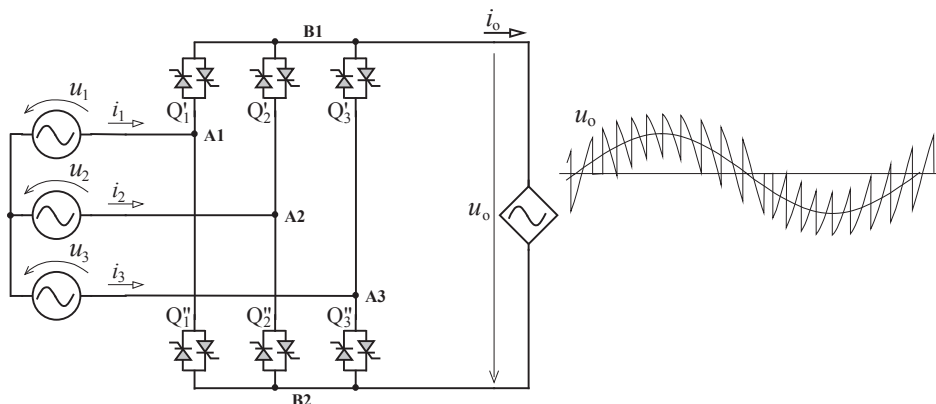


Fig. 10.48 – Esquema de um cicloconversor trifásico-monofásico e ilustração de uma forma de tensão u_0 nele elaborada.



BIBLIOGRAFIA

- Pelly, G. – *Thyristor Phase-Controlled Converters and Cycloconverters*, Wiley, 1971.
- Möltgen, G. – *Line Commutated Thyristor Converters*, Siemens/Pitman, 1972.
- Dewan; Straughen – *Power Semiconductor Circuits*, Wiley, 1975.
- Gyugi; Pelly – *Static Power Frequency Changers*, Wiley, 1976.
- Duarte-Ramos, H. – *Electrónica de Potência*, A.E.I.S.E.L. Secção de Folhas, 1976.
- Csáki; Gansky; Ipsits; Marti – *Power Electronics*, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1980.
- Wood, P. – *Switching Power Converters*, Van Nostrand, 1981.
- Labrique; Santana – *Electrónica de Potência*, Fundação Calouste Gulbenkian, 1991.
- Mohan; Undeland; Robins – *Power Electronics: Converters, Applications and Design*, Wiley, 1989.
- Kassakian; Schlecht; Verghese – *Principles of Power Electronics*, Addison Wesley, 1991.
- Krein – *Elements of Power Electronics*, Oxford University Press, 1998.
- Rashid, M., ed. – *Power Electronics Handbook*, Academic Press, 2001.
-
- Bühler, H. – *Electronique de Réglage et de Commande*, Dunod, 1979.
- Alves da Silva, F. – *Electrónica Industrial*, Fundação Calouste Gulbenkian, 1998.
-
- Shönung; Stemmler – Réglage d'un Moteur Triphasé Réversible à l'Aide d'un Convertisseur Statique de Fréquence Commandé Suivant le Procédé de Sous-Oscillation, *Révue Brown Boveri*, 1964.
- Joos; Barton – Four-Quadrant DC Variable Speed Drives - Design Considerations, *Proceedings of IEE*, vol. 63, no. 12, 1975.
- Palma; Santana – Vector Representation in Modelling and Synthesis of PWM Techniques for Several Three-Phase Converter Structures, IMACS Nancy, 1990, incluído em LeD'Oeff et Robert (editors) – *Modelling and Control of Electrical Machines and Converters: New Trends*, Elsevier, 1991.
- DeBuck; Gistelinck – Loss-Optimal PWM Waveforms for Variable-Speed Induction Motor Drives, *Proceedings of IEE*, vol. 130, no.5, 1983.
-
- Leonhard, W. – *Control of Electrical Drives*, Springer-Verlag, 1985; 2nd edition, 1996.
- Kazmierkowski; Tunia – *Control of Converter-Fed Drives*, Elsevier, 1994.
- Palma, J. – *Accionamentos Electromecânicos de Velocidade Variável*, Fundação Calouste Gulbenkian, 1999.
- Bose – *Modern Power Electronics and AC Drives*, Prentice Hall, 2002.

BIBLIOGRAFIA

Mardiguian – *Manuel Pratique de Compatibilité Electromagnetique*, Prâna R&D, 1992.

Balcels; Daura; Esparza; Pallás – *Interferências Electromagnéticas en Sistemas Electrónico*, Marcombo, 1992.

ANEXO A

Recapitulação sobre regimes transitórios

Os exemplos que se seguem foram escolhidos por forma a permitir uma revisão rápida da matéria de regimes transitórios em circuitos eléctricos, que se considera essencial para o estudo do funcionamento dos conversores estáticos de potência.

Ex.1. Estudar a evolução das grandezas i , i_a , u_L e u_a no circuito da fig. A.1, nas seguintes condições:

Inicialmente S encontra-se aberto e a corrente é nula em todas as secções do circuito.

Em $t = 0$ fecha-se o interruptor, voltando-se a abrir em $t = 5$ ms .

Admite-se que todos os elementos do circuito são lineares e que a fonte é ideal (i.e. com impedância interna nula).

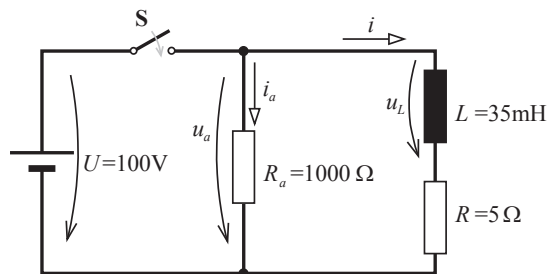


Fig. A.1 - Esquema de circuito do Ex. 1 para análise de regime transitório.

Após o fecho do interruptor, para $0 \leq t < 5$ ms, tem-se:

$$u_a = U = 100 \text{ V}$$

$$U = R_a i_a \tag{A.1}$$

ou seja, a corrente que atravessa R_a vem a ser $i_a = \frac{U}{R_a} = 0,1 \text{ A}$.

Por outro lado, no ramo R-L

$$U = L \frac{di}{dt} + Ri \tag{A.2}$$

Quanto à corrente i obtém-se resolvendo a eq. diferencial anterior, que tem a seguinte forma canónica

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{U}{L} \quad (\text{A.3})$$

A solução geral desta equação exprime-se por

$$i = A_1 e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{U}{R} \quad (\text{A.4})$$

A parcela $\frac{U}{R}$ é uma solução particular da equação diferencial dada, vulgarmente conhecida por *regime forçado*. A parcela $A_1 e^{-\frac{R}{L}t}$, que se designa por *regime livre*, é a solução da equação homogénea associada a (A.3), ou seja,

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0 \quad (\text{A.5})$$

A constante A_1 determina-se por um estado conhecido num dado instante. Neste caso será o estado ou condição inicial: em $t = 0^-$ regista-se $i = 0$.

Como a energia magnética armazenada na bobina não pode sofrer variações finitas instantaneamente, visto isso exigir uma potência infinita, e a energia magnética armazenada ser dada por $W_m = \frac{1}{2}Li^2$, a corrente também não pode variar bruscamente. Por conseguinte, em $t = 0^+$, logo após o fecho do interruptor, também se regista $i = 0$; logo,

$$0 = A_1 e^{-\frac{R}{L} \times 0} + \frac{U}{R}, \text{ ou seja, } A_1 = -\frac{U}{R}.$$

A expressão analítica da corrente no ramo R-L

$$i = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) = 20 \left(1 - e^{-\frac{1}{0,007}t} \right)$$

Finalmente, a tensão aos terminais da bobina exprime-se por

$$u_L = L \frac{di}{dt} \quad (\text{A.6})$$

$$u_L = L \frac{U}{R} \times \frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$u_L = U e^{-\frac{R}{L}t} = 100 e^{-\frac{1}{0,007}t}$$

A fig. A.2 mostra a evolução das correntes e tensões neste circuito.

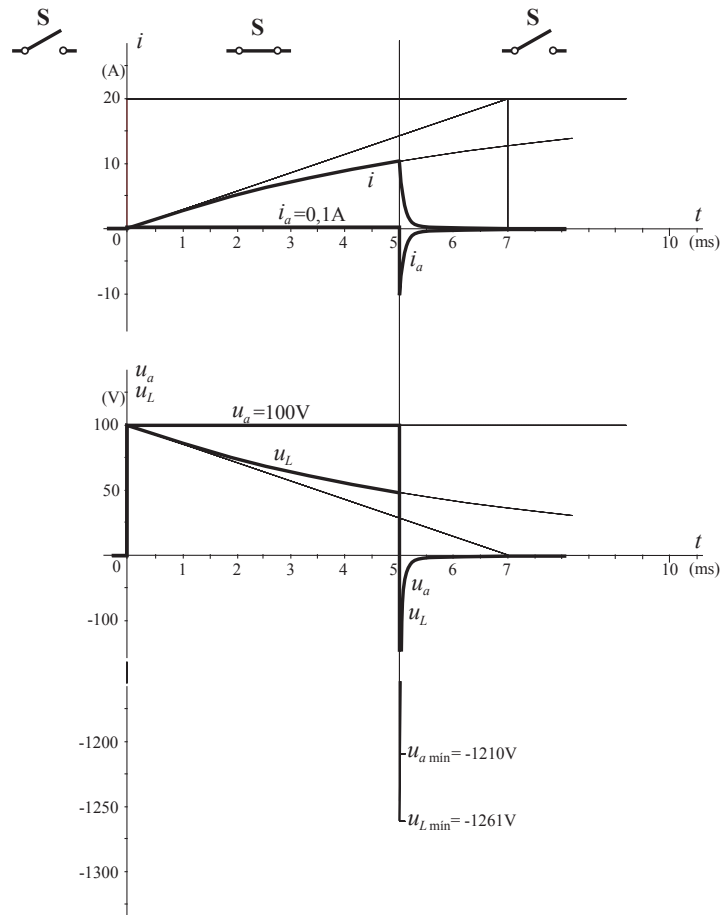


Fig. A.2 - Diagramas de funcionamento do circuito da Fig. A.1 após uma manobra de fecho do interruptor S posteriormente seguida de outra manobra de abertura

Após a abertura do interruptor, para $t > 5$ ms, tem-se:

$$i_a = i$$

e, tomando uma nova variável tempo t' , que tem a origem em $t=5$ ms, i.e. $t' = t - 0,005$ s, vem

$$0 = L \frac{di}{dt'} + (R + R_a)i \quad (\text{A.7})$$

A equação diferencial (A.7), que é homogénea e pode ser escrita na forma

$$\frac{di}{dt'} + \frac{R + R_a}{L}i = 0 \quad (\text{A.8})$$

tem por solução

$$i = A_2 e^{-\frac{R+R_a}{L}t'} \quad (\text{A.9})$$

Como em $t' = 0^-$, ou seja, em $t = 0,005^-$ s, a corrente i valia

$$i = 20 \left(1 - e^{-\frac{1}{0,007} \times 0,005} \right) = 10,21 \text{ A}$$

Em $t' = 0^+$ será também $i = 10,21 \text{ A}$ para que se obedeça à continuidade de energia magnética na bobina. Daqui decorre que $i(t' = 0) = A_2 e^0$, ou seja, $A_2 = i(t' = 0) = 10,21 \text{ A}$. Então a corrente na malha R_a - R - L exprime-se por

$$i = A_2 e^{-\frac{R+R_a}{L} t'} = 10,21 e^{-\frac{1}{3,48 \times 10^{-5}} t'}$$

e a tensão aos terminais da bobina por

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -(R + R_a) A_2 e^{-\frac{R+R_a}{L} t'} = -10261 e^{-\frac{1}{3,48 \times 10^{-5}} t'}$$

Quanto à tensão aos terminais da resistência R_a obtém-se

$$u_a = -R_a i = -R_a A_2 e^{-\frac{R+R_a}{L} t'} = -10210 e^{-\frac{1}{3,48 \times 10^{-5}} t'}$$

Convém notar que a tensão aos terminais da bobina assume valores elevadíssimos na sequência da abertura do interruptor [$u_L(t' = 0) = -10261 \text{ V}$], valor esse que também é extremamente elevado aos terminais de R_a , conforme fica patente nos diagramas da fig. A.2.

Comentários:

Este exemplo serviu para ilustrar um método de análise do comportamento de um sistema de primeira ordem. O facto de existir um elemento armazenador de energia que é uma bobina tem como consequência que a corrente que atravessa esse elemento tem de ter evolução contínua. Com efeito, a energia magnética armazenada na bobina exprime-se por $W_m = \frac{1}{2} Li^2$; esta energia só poderia sofrer variações discretas mediante a aplicação de potências infinitas e, pela dependência que existe entre W_m e i , a corrente também não pode sofrer variações discretas.

Evidenciaram-se duas parcelas na solução da equação diferencial que rege o comportamento do circuito:

- uma, que corresponde ao chamado *regime forçado* ou *regime permanente*, é a evolução para que tende a variável analisada quando o tempo tende para infinito; esse andamento é imposto pelas fontes de energia do sistema, face aos elementos passivos;
- outra, que corresponde ao chamado *regime livre*, traduz a evolução que se regista a partir de um dado estado inicial quando for retirado o efeito das fontes; essa evolução só depende dos elementos passivos armazenadores e dissipadores de energia.

Em termos práticos o exemplo também mostrou que, quando se abre um interruptor inserido no ramo de um circuito contendo uma bobina em série, aparecem enormes picos de tensão aos terminais da bobina e do próprio interruptor. No caso de não existir o ramo resistivo em paralelo ($R_a \rightarrow \infty$) a energia magnética armazenada tem de se dissipar essencialmente na resistência de arco que surge entre os contactos do interruptor. Os referidos picos de tensão podem provocar a perfuração de isolamentos (normalmente na bobina), além de causarem arcos que contribuem para danificar os contactos do interruptor.

Com o exemplo seguinte mostra-se como é possível estabelecer um ramo para permitir a continuidade de circulação da corrente após a abertura do interruptor e, desse modo, assegurar uma dissipação mais lenta da energia magnética armazenada na bobina, evitando os picos assinalados no caso anterior.

Ex.2. Estudar a evolução das grandezas i , i_a , u_L e u_a no circuito da fig. A.3, nas mesmas condições do Ex. 1.

Supor que o díodo é ideal, i.e. que apresenta resistência infinita quando tem uma tensão positiva do cátodo (K) para o ânodo (A) e apresenta q.d.t. nula quando é atravessado por corrente no sentido ânodo-cátodo.

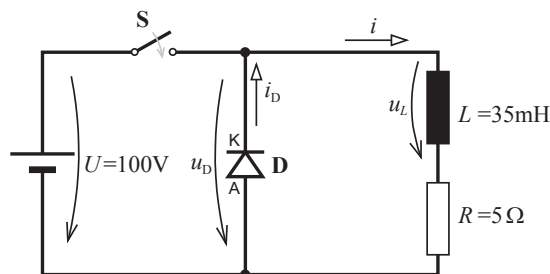


Fig. A3 - Esquema de circuito do Ex. 2 para analisar em regime transitório.

Após o fecho do interruptor, para $0 \leq t < 5 \text{ ms}$, tem-se:

$$u_a = U = 100 \text{ V}$$

$$i_a = 0 \text{ (o díodo está polarizado inversamente)}$$

$$U = L \frac{di}{dt} + Ri \tag{A.10}$$

Resolvendo esta eq. diferencial, depois de passada à forma canónica $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{U}{L}$, encontra-se a solução

$$i = i_f + i_l = \frac{U}{R} + A_1 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (\text{A.11})$$

Em $t = 0^-$ regista-se $i = 0$, logo, em $t = 0^+$ também será $i = 0$, pela exigência de continuidade da energia magnética da bobina. Portanto, em $t = 0^+$ vem

$$0 = \frac{U}{R} + A_1 e^{-\frac{R}{L} \times 0}, \text{ ou seja, } A_1 = -\frac{U}{R}.$$

A expressão analítica da intensidade de corrente i é

$$i = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) = 20 \left(1 - e^{-\frac{1}{0,007}t} \right)$$

A tensão aos terminais da bobina, por seu lado, exprime-se por

$$u_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{U}{R} \times \frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L}t} \quad (\text{A.12})$$

$$u_L = U e^{-\frac{R}{L}t} = 100 e^{-\frac{1}{0,007}t}$$

A fig. A.4 mostra a evolução destas grandezas.

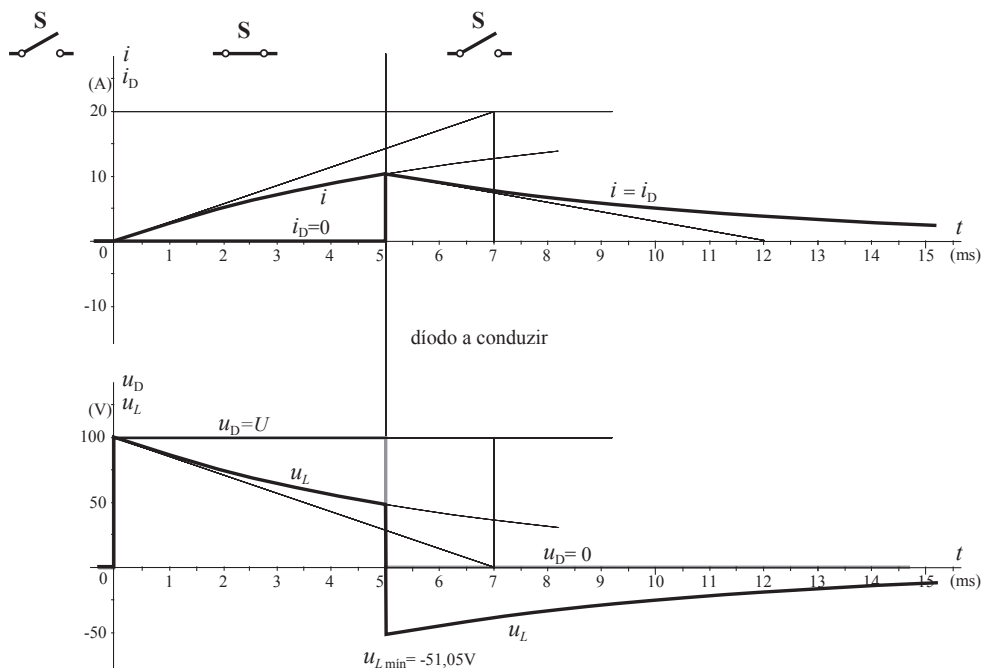


Fig. A4 - Diagramas de funcionamento do circuito da Fig. A3 após uma manobra de fecho do ininterruptor S posteriormente seguida de outra de abertura

Após a abertura do interruptor, a continuidade da energia magnética armazenada na bobina exige que a corrente que a atravessa se mantenha imediatamente invariável. Já se viu no exemplo anterior que a abertura do interruptor desencadeia a ocorrência de tensão u_a negativa. Neste caso o diodo entra à condução e toda a corrente i passa a circular através dele, ficando u_a nula.

Então, para $t > 5$ ms tem-se:

$$\begin{aligned} u_a &= 0 \\ i_a &= i \\ 0 &= L \frac{di}{dt'} + Ri \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

sendo t' a nova variável tempo, que tem a origem em $t=5$ ms, i.e. $t' = t - 0,005$ s.

$$\begin{aligned} \text{Resolvendo } \frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i &= 0 \text{ obtém-se} \\ i &= i_f + i_l = 0 + A_2 e^{-\frac{R}{L}t'} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Em $t' = 0^-$ acha-se $i(t = 0,005^-) = 10,21$ A, donde $i(t' = 0^+) = 0 + A_2 = 10,21$ A e então fica

$$i = i_a = 10,21 e^{-\frac{1}{0,007}t'}$$

A tensão aos terminais da bobina exprime-se por

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -RA_2 e^{-\frac{R}{L}t'} = -51,05 e^{-\frac{1}{0,007}t'}$$

Como se pode ver pelos diagramas da fig. A.4 esta tensão agora assume valores moderados.

Ex.2-A. Considerando que o diodo é ideal, estudar a evolução das grandezas i , i_a e u_L no circuito da fig. A.5, nas seguintes condições:

Inicialmente S encontrava-se aberto e a corrente era nula em todas as secções do circuito. Em $t=0$, S é fechado, voltando a abrir-se em $t=5$ ms.

Admite-se que a bobina é linear e tem resistência óhmica nula, e que o diodo e a fonte são ideais.

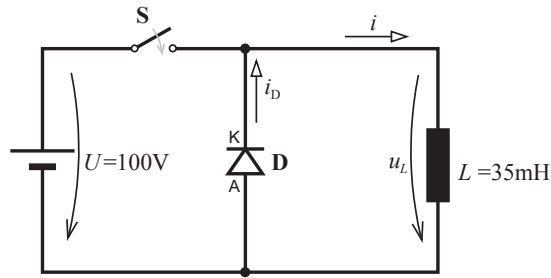


Fig. A5 - Esquema de circuito a analisar em regime transitório.

Após o fecho de S, para $0 \leq t < 5 \text{ ms}$, regista-se:

$$u_L = U = 100 \text{ V}$$

$i_a = 0$ (o diodo está polarizado inversamente)

$$U = L \frac{di}{dt} \tag{A.15}$$

$$\text{Resolvendo } \frac{di}{dt} = \frac{U}{L}, \text{ encontra-se } i = \int \frac{U}{L} dt = \frac{U}{L} t + K_1.$$

Em $t = 0^-$ tem-se $i = 0$, pela exigência de continuidade da energia magnética da bobina, em $t = 0^+$ também será $i = 0$, i.e $0 = 0 + K_1$, donde

$$i = \frac{U}{L} t = 2857t \tag{A.16}$$

Enquanto S permanece fechado a tensão aplicada à bobina é constante e igual a 100 V e a corrente nesta cresce linearmente a partir de zero (cf. fig. A.6).

Depois da abertura de S, i.e para $t > 5 \text{ ms}$, o diodo passa à condução, tal como se justificou no Ex. 2, ficando:

$$u_L = 0$$

$$i_a = i$$

$$0 = L \frac{di}{dt} \tag{A.17}$$

A solução desta última eq. diferencial é simplesmente

$$i = K_2 \tag{A.18}$$

Em $t = 0,005^- \text{ s}$, usando (A.16) tinha-se $i = 2857 \times 0,005 = 14,29 \text{ A}$. Por conseguinte em $t = 0,005^+ \text{ s}$ também será $i = 14,29 \text{ A} = K_2$ e a corrente permanecerá constante:

$$i = i_a = 14,29 \text{ A}$$

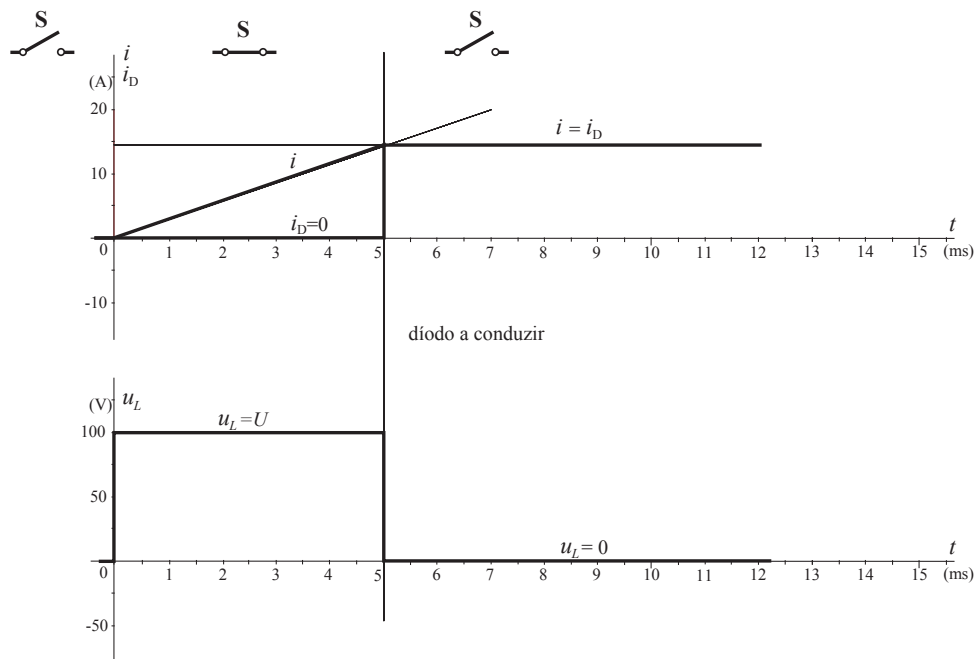


Fig. A6 - Diagramas de funcionamento do circuito da Fig. A5 após uma manobra de fecho do interruptor S posteriormente seguida de outra de abertura

Ex.3. Estudar a evolução das grandezas i , u_L e u_C no circuito da fig. A.7, após o fecho do interruptor S em $t=0$, supondo que inicialmente o condensador está:

- descarregado;
- carregado à tensão de 50 V;
- carregado à tensão de 100 V.

Admite-se que todos os elementos são lineares e que a fonte é ideal.

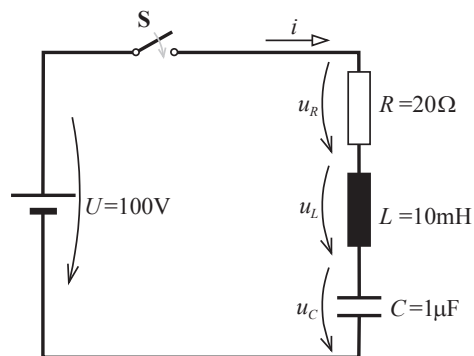


Fig. A7 - Esquema de circuito R-L-C a analisar em regime transitório.

Convém recordar que $u_R = Ri$, $u_L = L \frac{di}{dt}$ e $u_C = \frac{1}{C} \int idt$. Circulando na malha obtém-se a seguinte eq. que rege o comportamento do circuito após o fecho de S:

$$U = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt \quad (\text{A.19})$$

Derivando ambos os membros desta última obtém-se uma eq. diferencial de 2ª. ordem:

$$0 = R \frac{di}{dt} + L \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{C} i$$

que, na forma canónica, fica

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0 \quad (\text{A.20})$$

Para resolver eq. diferenciais de 2ª ordem como esta prefere-se normalmente não lidar explicitamente com os parâmetros R , L e C , e definir outros que depois vão evidenciar melhor as características da solução. Sejam λ e ω_o novos parâmetros tais que

$$\lambda = \frac{R}{2L} \quad \text{e} \quad \omega_o^2 = \frac{1}{LC} \quad (\text{A.21})$$

A eq. diferencial (A.20) passará a escrever-se na forma

$$\frac{d^2i}{dt^2} + 2\lambda \frac{di}{dt} + \omega_o^2 i = 0 \quad (\text{A.22})$$

Para determinar a solução desta eq. diferencial homogénea define-se a sua equação característica da seguinte forma:

$$s^2 + 2\lambda s + \omega_o^2 = 0 \quad (\text{A.23})$$

Trata-se de uma eq. algébrica cujas soluções se calculam por

$$\begin{aligned} s_1 &= -\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \omega_o^2} \\ s_2 &= -\lambda - \sqrt{\lambda^2 - \omega_o^2} \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Quando $\lambda \geq \omega_o$ as soluções são reais e negativas (serão iguais no caso de $\lambda = \omega_o$). Quando $\lambda < \omega_o$ as soluções são complexas conjugadas e com parte real negativa.

A solução geral da eq. diferencial homogénea (A.22) pode ser do tipo

$$i = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}, \quad \text{no caso de } s_1 \neq s_2 \quad (\text{A.25})$$

ou

$$i = A_1 e^{s_1 t} + A_2 t e^{s_1 t}, \quad \text{no caso de } s_1 = s_2 \quad (\text{A.26})$$

A_1 e A_2 são constantes determináveis mediante o conhecimento de um valor de i num dado instante e também de um valor de $\frac{di}{dt}$ num dado instante.

Regimes possíveis de comportamento transitório:

1. Caso $\lambda > \omega_o$ resultam $s_1 \neq s_2$, ambas reais e negativas — trata-se de um regime *aperiódico sobreamortecido*. A solução analítica (ou resposta do circuito) é a que se apresenta seguidamente e a evolução temporal correspondente está ilustrada com dois exemplos na fig. A.8.

$$\begin{aligned}
 i &= A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} \\
 s_1 &= -\lambda + \sqrt{\lambda^2 - \omega_o^2} \\
 s_2 &= -\lambda - \sqrt{\lambda^2 - \omega_o^2}
 \end{aligned}
 \tag{A.27}$$

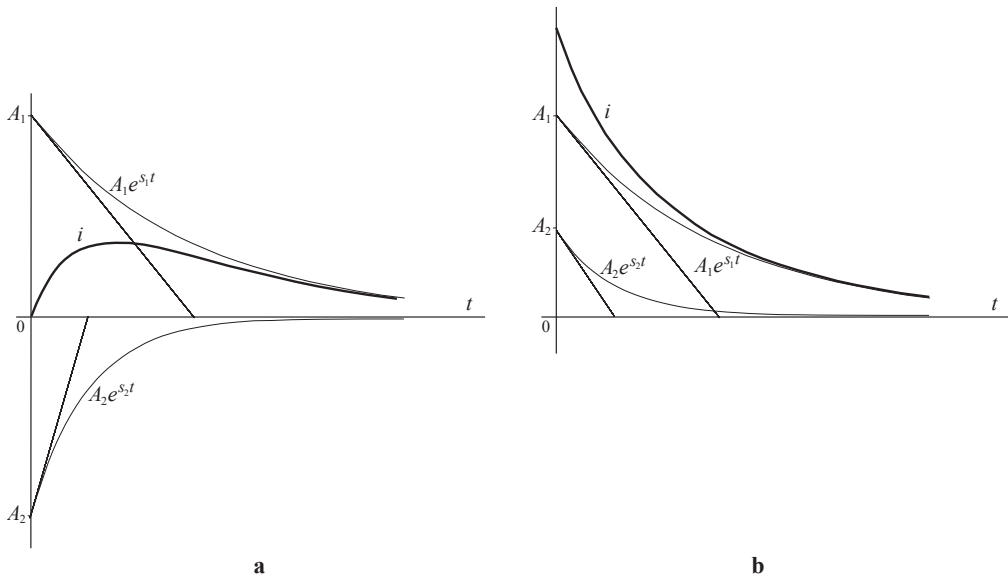


Fig. A8 - Exemplos de respostas aperiódicas, correspondentes a condições iniciais distintas.

2. Caso $\lambda = \omega_o$ resultam $s_1 = s_2$ ambas reais e negativas — trata-se de um regime *aperiódico limite* ou com *amortecimento crítico*. A evolução temporal correspondente terá um aspecto semelhante às representadas na fig. A.9. A expressão analítica da solução passa a ser:

$$\begin{aligned}
 i &= A_1 e^{s_1 t} + A_2 t e^{s_1 t} \\
 s_1 &= -\lambda \\
 s_2 &= -\lambda
 \end{aligned}
 \tag{A.28}$$

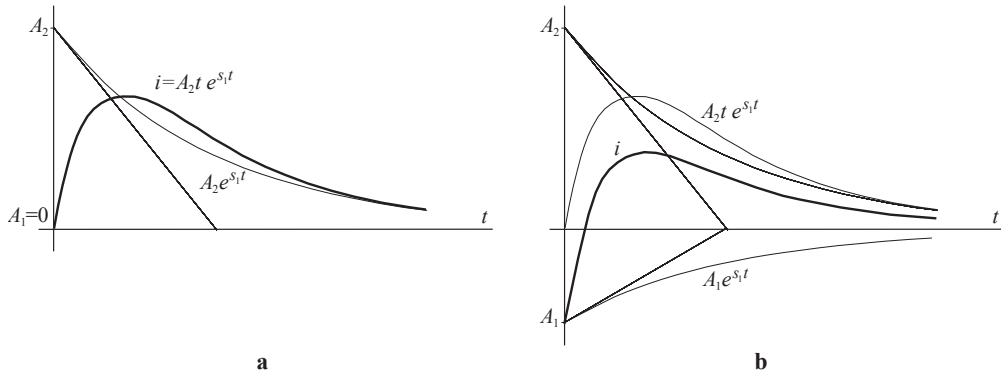


Fig. A9 - Exemplos de respostas aperiódicas limites, correspondentes a condições iniciais distintas.

3. Caso $\lambda < \omega_o$ resultam $s_1 \neq s_2$, ambas complexas conjugadas e com parte real negativa — trata-se de um regime *oscilatório amortecido (periódico)*. A expressão analítica da solução resulta como se indica em seguida:

$$\begin{aligned}
 i &= A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} \\
 s_1 &= -\lambda + j\sqrt{\omega_o^2 - \lambda^2} \\
 s_2 &= -\lambda - j\sqrt{\omega_o^2 - \lambda^2}
 \end{aligned} \tag{A.29}$$

Designando $\omega_r = \sqrt{\omega_o^2 - \lambda^2}$, ou seja, $s_1 = -\lambda + j\omega_r$, $s_2 = -\lambda - j\omega_r$, pode-se reescrever (A.29) sucessivamente como:

$$\begin{aligned}
 i &= A_1 e^{(-\lambda + j\omega_r)t} + A_2 e^{(-\lambda - j\omega_r)t} = e^{-\lambda t} (A_1 e^{j\omega_r t} + A_2 e^{-j\omega_r t}) \\
 i &= e^{-\lambda t} [A_1 (\cos \omega_r t + j \sin \omega_r t) + A_2 (\cos \omega_r t - j \sin \omega_r t)] \\
 i &= e^{-\lambda t} [(A_1 + A_2) \cos \omega_r t + j(A_1 - A_2) \sin \omega_r t] \\
 i &= e^{-\lambda t} [B_1 \cos \omega_r t + B_2 \sin \omega_r t]
 \end{aligned}$$

ou ainda

$$\begin{aligned}
 i &= C e^{-\lambda t} \cos(\omega_r t + \phi) \\
 \text{sendo } C &= \sqrt{B_1^2 + B_2^2}, \quad \phi = \arctg \frac{B_2}{B_1}
 \end{aligned} \tag{A.30}$$

Trata-se pois de uma evolução sinusoidal amortecida, à frequência ω_r e com coeficiente de amortecimento λ , do tipo das que se observam na fig. A.10.

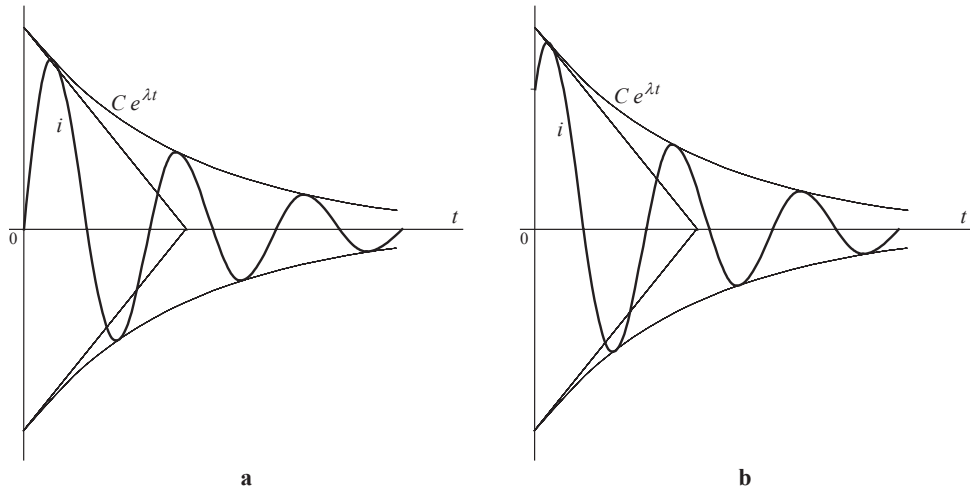


Fig. A10 - Exemplos de respostas oscilatórias amortecidas para diferentes condições iniciais.

4. Caso $\lambda=0$ resultam s_1 e s_2 imaginárias puras conjugadas — trata-se de um regime *oscilatório não amortecido (periódico)*. A expressão analítica da solução resulta com a forma seguinte:

$$i = B_1 \cos \omega_o t + B_2 \sin \omega_o t$$

ou

$$i = C \cos(\omega_o t + \phi)$$

$$s_1 = j\omega_o$$

$$s_2 = -j\omega_o$$

(A.30)

e a respectiva evolução é sinusoidal à frequência ω_o (cf. fig. A11).

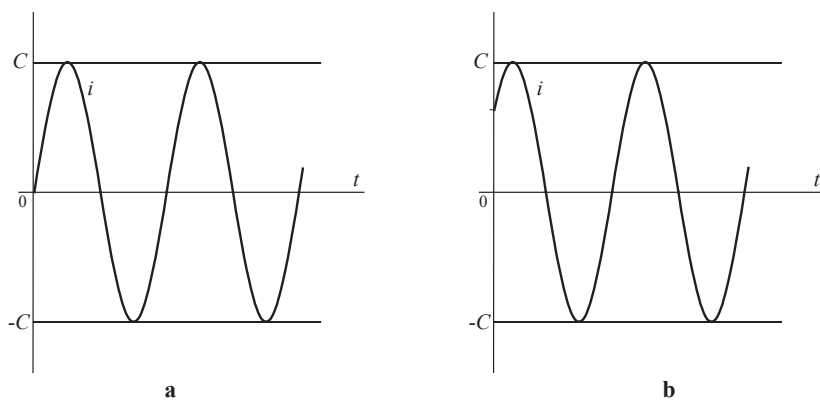


Fig. A11 - Exemplos de respostas oscilatórias não amortecidas, correspondentes a diferentes condições iniciais.

Retomando o exemplo em estudo, tem-se:

$$\lambda = \frac{R}{2L} = \frac{20}{2 \times 10^{-2}} = 10^3 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-2} \times 10^{-6}}} = 10^4 \text{ s}^{-1}$$

Verifica-se $\lambda < \omega_o$ e, por conseguinte, o comportamento será oscilatório amortecido com $\omega_r = \sqrt{\omega_o^2 - \lambda^2} = \sqrt{10^8 - 10^6} = 9950 \text{ s}^{-1}$.

a) A evolução da corrente virá expressa por

$$i = e^{-\lambda t} [B_1 \cos \omega_r t + B_2 \sin \omega_r t] \quad (\text{A.31})$$

Em $t=0^-$ regista-se $i=0$; por razões de continuidade da energia magnética armazenada na bobina, em $t=0^+$ será igualmente $i=0$, ou seja, $0 = e^0 [B_1 \cos 0 + B_2 \sin 0]$, logo, $B_1=0$.

Mas tem de se verificar igualmente a continuidade da energia eléctrica armazenada no condensador que se exprime por $W_C = \frac{1}{2} C u_C^2$. Para esta ser contínua é necessário que u_C também o seja.

Em $t=0^-$ havia $u_C=0$, logo, em $t=0^+$ será $u_C=0$; como nesse instante também $i=0$ e $u_R=0$, tendo em atenção (A.19) fica $u_L = L \frac{di}{dt} = U$, ou seja, $\frac{di}{dt} = \frac{U}{L} = \frac{100}{0,01} = 10^4 \text{ As}^{-1}$.

Derivando (A.31) em ordem a t , tendo em conta já que $B_1=0$, encontra-se

$$\frac{di}{dt} = -\lambda e^{-\lambda t} B_2 \sin \omega_r t + \omega_r e^{-\lambda t} B_2 \cos \omega_r t \quad (\text{A.32})$$

Em $t=0^+$ obtém-se então $0 = -\lambda e^0 B_2 \sin 0 + \omega_r e^0 B_2 \cos 0$, donde

$$B_2 = \frac{U}{L \omega_r} = \frac{100}{10^{-2} \times 9950} = 1,005 \text{ A}$$

Finalmente pode-se escrever a solução da eq. diferencial (A.20):

$$i = B_2 e^{-\lambda t} \sin \omega_r t = 1,005 e^{-10^3 t} \sin(9950 t)$$

A fig. A12a mostra o diagrama de evolução temporal da intensidade de corrente.

Quanto a u_L obtém-se calculando $L \frac{di}{dt}$:

$$u_L = B_2 L \omega_r e^{-\lambda t} \cos \omega_r t - B_2 L \lambda e^{-\lambda t} \sin \omega_r t = 100 e^{-10^3 t} \cos(9950 t) - 10,05 e^{-10^3 t} \sin(9950 t)$$

A tensão u_L pode calcular-se por $\frac{1}{C} \int i dt$ ou, por ser mais simples neste caso,

$$u_C = U - Ri - u_L$$

Repare-se que quando $t \rightarrow \infty$ se verifica $i \rightarrow 0$, $u_C \rightarrow 0$ e $u_L \rightarrow U$.

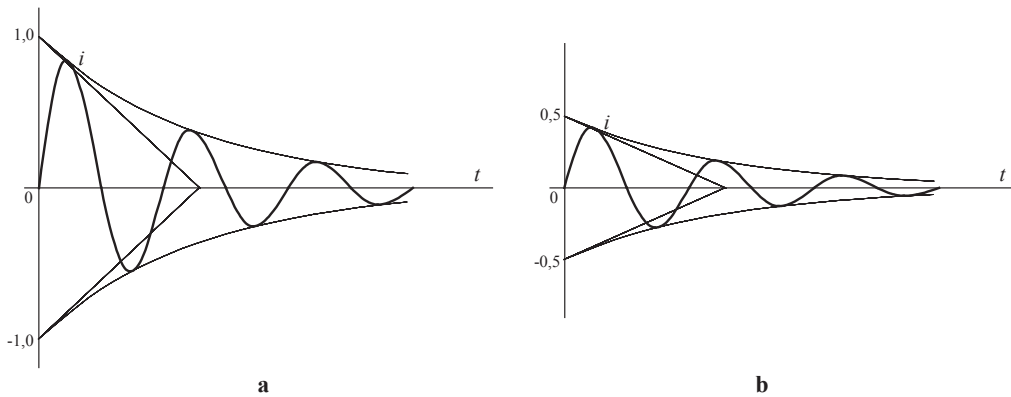


Fig. A12 - Respostas do circuito da Fig. A7 em situações de regime transitório oscilatório amortecido.

- b)** No instante de fecho do interruptor, isto é em $t=0^-$, havia $u_C=50$ V.

Tal como no caso anterior a continuidade de corrente conduz a $B_1=0$.

Em $t=0^+$ será $u_C=50$ V; como $u_R=0$ atendendo a (A.19) obtém-se $u_L = L \frac{di}{dt} = U - 50$,
ou seja, $\frac{di}{dt} = \frac{U - 50}{L} = \frac{50}{0,01} = 5000 \text{ As}^{-1}$.

Tomando (A.32), para $t=0$ resulta $\frac{di}{dt} = 5000 = \omega_r B_2$, donde $B_2 = \frac{5000}{9950} = 0,503 \text{ A}$. A evolução temporal da corrente está representada na fig. A12b e exprime-se por

$$i = B_2 e^{-\lambda t} \sin \omega_r t = 0,3e^{-10^3 t} \sin(9950t)$$

- c)** Se no instante de fecho do interruptor, i.e. em $t=0^-$, havia $u_C=U=100$ V, então não vai circular corrente no circuito.

Tal como anteriormente também $B_1=0$. Mas $\frac{di}{dt} = \frac{U - 10}{L} = 0 = \omega_r B_2$ e por isso $B_2=0$, motivando então $i=0$ para todo o t .

Ex.4. Estudar a evolução temporal das grandezas i , u_L e u_C no circuito da fig. A.13, se em $t=0$ interruptor S for fechado, supondo que inicialmente o condensador está:

- a)** descarregado;
b) carregado à tensão de -100 V;

Admite-se que L e C são lineares e que a fonte e o diodo são ideais.

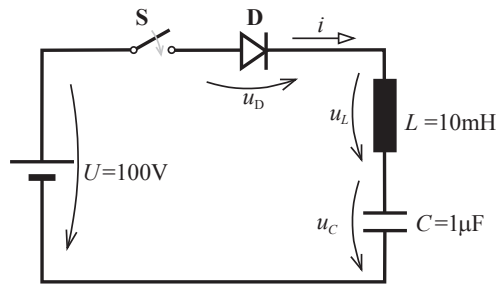


Fig. A13 - Esquema de circuito L-C com válvula para estudo do regime transitório.

Quando se fecha o interruptor o diodo fica submetido à tensão $u_D = U - u_L - u_C$ que o polariza directamente e, por conseguinte, ele conduz, quer no caso a), quer no caso b), iniciando-se a passagem de corrente no circuito.

Neste circuito não há amortecimento e, por isso, o regime livre da corrente vai exibir uma evolução oscilatória à frequência de ressonância. Com efeito, por (A.21) e (A.24), obtém-se $\lambda = \frac{R}{2L} = 0$ e $\omega_r = \omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^4 \text{ s}^{-1}$.

Circulando na malha tem-se, a partir de $t=0$,

$$0 = L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{C} i, \text{ ou seja, } \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{LC} i = 0, \text{ cuja solução é da forma de (A.30):}$$

$$i = B_1 \cos \omega_o t + B_2 \sin \omega_o t$$

Em $t=0^-$ registava-se $i=0$ pelo que em $t=0^+$ será ainda $i=0$, ou seja, $0 = e^0 [B_1 \cos 0 + B_2 \sin 0]$ e, por isso, $B_1=0$. Conclui-se que a corrente terá uma evolução sinusoidal: $i = B_2 \sin \omega_o t$

a) Em $t=0^-$ havia $u_C=0$. Para garantir a continuidade da energia eléctrica armazenada no condensador, em $t=0^+$ mantém-se $u_C=0$ e, por conseguinte, $u_L = U$, ou seja, $\frac{di}{dt} = \frac{U}{L}$.

Derivando $i = B_2 \sin \omega_o t$ em ordem a t encontra-se $\frac{di}{dt} = \omega_o B_2 \cos \omega_o t$; em $t=0^+$ será $\frac{U}{L} = \omega_o B_2 \cos 0$, donde se obtém $B_2 = \frac{U}{\omega_o L} = \frac{100}{10^4 \times 10^{-2}} = 1 \text{ A}$.

A corrente no circuito após o fecho de S exprime-se por

$$i = \sin 10^4 t, \quad 0 \leq \omega_o t \leq \pi$$

e a sua evolução temporal está patente na fig. A14. A válvula D (diodo) apenas permite a passagem desta corrente enquanto ela tiver sentido favorável, i.e. enquanto for positiva. Daí para diante tenderia a tornar-se negativa, mas o diodo bloqueia e permanece nula:

$$i=0, \quad \omega_o t \geq \pi.$$

A tensão no condensador evolui segundo $u_C = \frac{1}{C} \int i dt$, ou seja,
 $u_C = -\frac{B_2}{\omega_o C} \cos \omega_o t + K = -\frac{U}{\omega_o^2 LC} \cos \omega_o t + K = -U \cos \omega_o t + K$, (note-se que $\omega_o^2 = \frac{1}{LC}$).
 Em $t=0^-$ havia $u_C=0$; em $t=0^+$ ainda se regista $u_C=0$, pelo que $0 = -U \cos 0 + K$ e $K=U=100$ V. Então, no intervalo de condução do diodo vigora a expressão

$$u_C = U(1 - \cos \omega_o t) = 100(1 - \cos 10^4 t), \quad 0 \leq \omega_o t \leq \pi$$

e, quando a corrente fica impedida de circular, passa a ter-se

$$u_C = 2U = 200 \text{ V}, \quad \omega_o t \geq \pi.$$

Pelos diagramas da fig. A14 verifica-se que a tensão no condensador e a corrente sofreram uma oscilação, terminando a tensão com um valor duplo do da fonte.

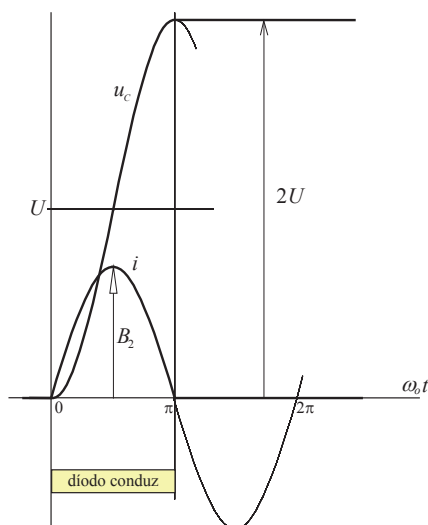


Fig. A14 - Resposta do circuito da Fig. A13 após o fecho do interruptor S.

- b) Em $t=0^-$ estava $u_C = -100$ V e em $t=0^+$ será $u_C = -100$ V. Em $t=0^+$ resulta $u_L = L \frac{di}{dt} = U - u_C(t=0) = 200$ V, ou seja, $\frac{di}{dt} = \frac{U - u_C(t=0)}{L}$. Como $\frac{di}{dt} = \omega_o B_2 \cos \omega_o t$, em $t=0^+$ será $\frac{U - u_C(t=0)}{L} = \omega_o B_2 \cos 0$, donde se obtém $B_2 = \frac{U - u_C(t=0)}{\omega_o L} = \frac{200}{10^4 \times 10^{-2}} = 2$ A, passando a expressão do valor da corrente a ser a seguinte, válida enquanto tiver sentido positivo:

$$i = 2 \sin 10^4 t, \quad 0 \leq \omega_o t \leq \pi$$

a partir daí o diodo bloqueia e a corrente permanece nula

$$i=0, \quad \omega_o t \geq \pi.$$

Quanto à tensão no condensador, já se mostrou na alínea anterior que obedece a $u_C = -\frac{B_2}{\omega_o C} \cos \omega_o t + K$. Agora será

$$u_C = -\frac{U - u_C(t=0)}{\omega_o^2 LC} \cos \omega_o t + K = -[U - u_C(t=0)] \cos \omega_o t + K, \quad (\text{com } \omega_o^2 = \frac{1}{LC})$$

Em $t=0^+$ $u_C=0$, pelo que $u_C(t=0) = -[U - u_C(t=0)] \cos 0 + K$, resultando $K=U=100$ V. Então, fica

$$u_C = [U - u_C(t=0)] \cos \omega_o t + U, \quad 0 \leq \omega_o t \leq \pi$$

e

$$u_C = 2U + u_C(t=0), \quad \omega_o t \geq \pi.$$

As evoluções temporais observam-se na fig. A15, reconhecendo-se uma oscilação que termina com uma tensão no condensador de sinal contrário e com valor absoluto muito mais elevado do que o seu valor inicial.

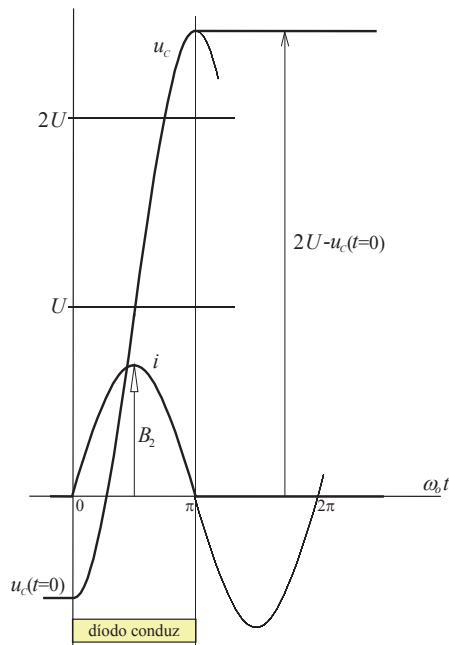


Fig. A15 - Resposta do circuito da Fig. A13 após o fecho do interruptor S.

Ex.5. Determinar como evoluem no tempo as grandezas i , u_L e u_C no circuito da fig. A.16, sabendo que inicialmente o condensador está carregado à tensão de 100 V e em $t=0$ interruptor é fechado. L e C são lineares e D é ideal.

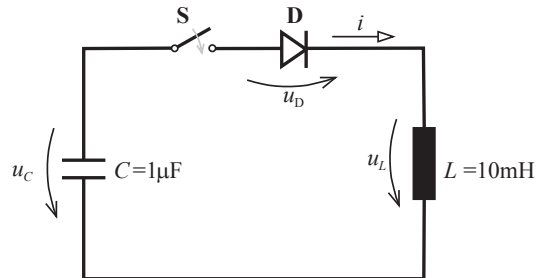


Fig. A16 - Esquema equivalente ao da Fig. A13 com $U=0$.

1ª abordagem – com base nos exemplos precedentes e no balanço de energias:

Após o fecho de S o diodo é solicitado a conduzir e, de acordo com aquilo que foi visto nos exemplos anteriores, estabelece-se um regime oscilatório não amortecido na malha L-C série, à frequência $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^4 \text{ s}^{-1}$ (ou rad/s). Como no instante inicial $i=0$ (cf. exemplos anteriores) a corrente será necessariamente sinusoidal, até que o fenómeno pare ao fim da primeira alternância. A evolução da tensão e da corrente será do tipo da que se observa na fig. A17.

Quando começa a circular corrente esta irá aumentando enquanto o condensador se descarrega. Como não há fontes nem elementos dissipativos este sistema é conservativo, i.e. a sua energia total mantém-se constante:

$$W_E + W_M = \text{constante}$$

sendo $W_E = \frac{1}{2} C u_C^2$ a energia eléctrica armazenada no condensador e $W_M = \frac{1}{2} L i^2$ a energia magnética armazenada na bobina.

No instante inicial tem-se $u_C = U_o$ e $i=0$, donde $W_E = \frac{1}{2} C U_o^2$ e $W_M = 0$. Quando, na sua evolução sinusoidal, a corrente atinge o seu valor máximo I_o , regista-se $u_C = 0$, significando que nesse instante toda a energia se encontra armazenada na bobina: $W_E = 0$ e $W_M = \frac{1}{2} L I_o^2$; como nesse instante a energia total é igual à que existia no início fica

$$\frac{1}{2} L I_o^2 = \frac{1}{2} C U_o^2 \text{ e, portanto, } I_o = \sqrt{\frac{C}{L}} U_o.$$

No fim da alternância de corrente volta a registrar-se $i=0$ e, por isso, toda a energia volta a estar localizada no condensador; como a tensão neste evoluiu segundo uma cosinusóide, significa que adquire valor simétrico do inicial, i.e. $u_C = -U_o$, $i=0$, $W_E = \frac{1}{2}CU_o^2$ e $W_M = 0$.

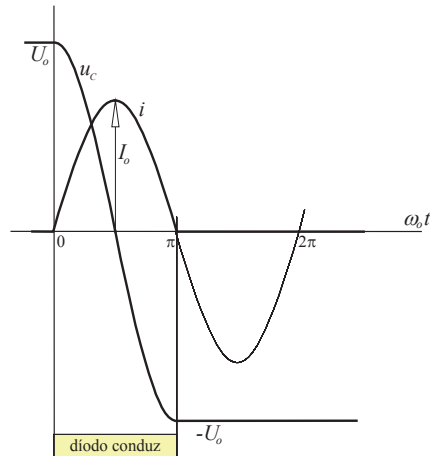


Fig. A17 - Resposta do circuito da Fig. A16 após o fecho do interruptor S.

2ª abordagem – com base na análise do regime transitório no circuito:

Neste circuito $\lambda = \frac{R}{2L} = 0$ e $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^4 \text{ s}^{-1}$. O seu comportamento é oscilatório

não amortecido e a corrente exprime-se por

$$i = B_1 \cos \omega_o t + B_2 \sin \omega_o t$$

Em $t=0$, $i=0$ pelo que $0 = e^0 [B_1 \cos 0 + B_2 \sin 0]$, logo $B_1=0$, concluindo-se que

$$i = B_2 \sin \omega_o t, \quad 0 \leq \omega_o t \leq \pi$$

$$i=0, \quad \omega_o t \geq \pi.$$

Em $t=0$, $u_C = 100 \text{ V}$, pelo que $u_C(t=0) = U_o = L \frac{di}{dt} \Big|_{t=0} = L \omega_o B_2 \cos \omega_o t \Big|_{t=0} = L \omega_o B_2$,

donde $B_2 = \frac{U_o}{\omega_o L} = 1 \text{ A}$. Finalmente,

$$u_C = -\frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i dt = u_C(t=0) - \frac{1}{C} \int_0^t i dt = U_o - \frac{B_2}{C} \int_0^t \sin(\omega_o t) dt, \text{ ou seja,}$$

$$u_C = U_o \cos \omega_o t, \quad 0 \leq \omega_o t \leq \pi$$

e

$$u_C=0, \quad \omega_o t \geq \pi.$$

ANEXO B

Recapitulação sobre decomposição em série de Fourier

Resumem-se seguidamente alguns conceitos relativos à decomposição de funções periódicas em série de Fourier, realçando aspectos práticos de cálculo, através da apresentação de casos típicos de aplicação na electrónica de potência.

Uma função periódica $x(t)$ que obedeça às condições de Dirichlet, i.e. que seja limitada e tenha um número finito de máximos, mínimos e pontos de descontinuidade em cada período τ , pode ser desenvolvida em série de Fourier na forma

$$x(t) = x_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \sin(k\Omega t) + b_k \cos(k\Omega t)] \quad (\text{B.1})$$

cujos coeficientes se calculam por

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+\tau} x(t) dt \\ a_k &= \frac{2}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+\tau} x(t) \sin(k\Omega t) dt \\ b_k &= \frac{2}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+\tau} x(t) \cos(k\Omega t) dt \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

e onde $\Omega = \frac{2\pi}{\tau}$.

O desenvolvimento em série de Fourier também pode ser expresso na forma

$$x(t) = x_0 + \sum_{k=1}^{\infty} c_k \cos(k\Omega t + \Phi_k) \quad (\text{B.3})$$

onde o *valor médio* x_0 se calcula por (B2) e os termos alternados (*harmónicas*) têm

$$c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad \Phi_k = -\arctg \frac{a_k}{b_k} \quad (\text{B.4})$$

O cálculo dos coeficientes de Fourier fica normalmente facilitado quando for possível **explorar as simetrias da função** e uma escolha criteriosa da origem do referencial de abscissas. Com efeito demonstra-se facilmente através de (B2) que:

- se $x(t)$ for **função par**, i.e. $x(t) = x(-t)$, resulta $a_k = 0$, para $k \geq 1$
- se $x(t)$ for **função ímpar**, i.e. $x(t) = -x(-t)$, resulta $x_0 = 0$ e $b_k = 0$, para $k \geq 1$.

Existe outra propriedade importante para a análise harmônica de grandezas que ocorrem frequentemente em electrónica de potência:

- se $x(t)$ apresentar *eixos de simetria par* e também *eixos de simetria ímpar*, na série de Fourier dessa função vêm nulas todas as harmônicas de ordem par bem como o valor médio, aparecendo apenas harmônicas de ordem ímpar.

Na fig. B1a está representada uma função com essas características. Verifica-se que os eixos de simetria par e ímpar consecutivos estão afastados de um quarto de período.

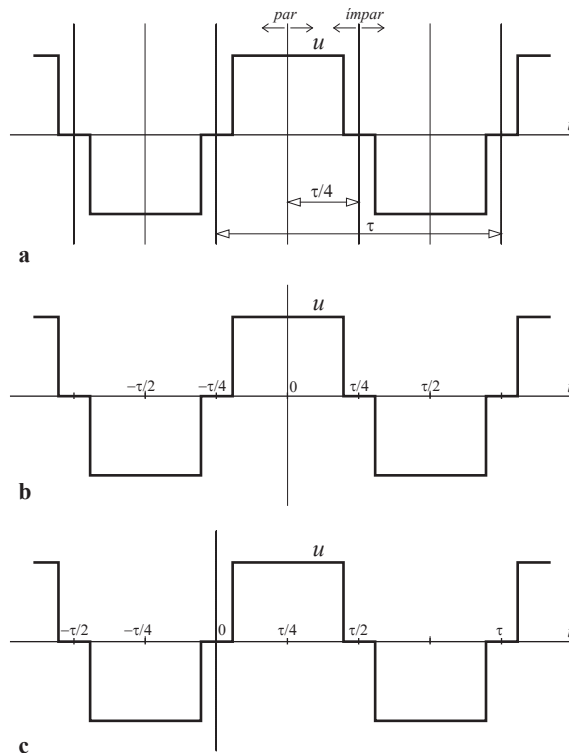


Fig. B1 – **a**: exemplo de função com eixos de simetria par e eixos de simetria ímpar; **b**: escolha de um referencial de tempo com a origem num eixo de simetria par; **a**: idem com a origem num eixo de simetria ímpar.

Considerando a origem do tempo de modo a que $x(t)$ seja função par, então a sua decomposição em série de Fourier será expressa por:

$$x(t) = x_0 + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cos(k\Omega t)$$

Adoptando outra origem do tempo de modo a que $x(t')$ seja função ímpar, fica:

$$x(t') = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin(k\Omega t')$$

Para $t'=t-\tau/4$ ambas as expressões têm de coincidir

$$x(t) = x_0 + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cos(k\Omega t) \equiv x\left(t - \frac{\tau}{4}\right) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin\left[k\Omega\left(t - \frac{\tau}{4}\right)\right]$$

Tal implica que x_0 tem de ser nulo e que as harmónicas correspondentes dadas por uma ou outra expressão coincidem

$$b_k \cos(k\Omega t) \equiv a_k \sin\left[k\Omega\left(t - \frac{\tau}{4}\right)\right], \quad \forall t \in \mathbb{R}, k \in \mathbb{N}$$

ou seja, as respectivas amplitudes, calculadas como a_k ou como b_k também coincidem para todo o t :

$$\cos(k\Omega t) \equiv \sin\left[k\Omega\left(t - \frac{\tau}{4}\right)\right] \Leftrightarrow \sin\left(k\Omega t - \frac{\pi}{2} + 2m\pi\right) \equiv \sin\left[k\Omega\left(t - \frac{\tau}{4}\right) + 2n\pi\right]$$

com m e n inteiros (positivos ou negativos); daqui resulta

$$k\Omega t - \frac{\pi}{2} + 2m\pi \equiv k\Omega t - k\Omega \frac{\tau}{4} + 2n\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} + 2(m-n) = -k \frac{1}{2}$$

$$k = -2m + 1$$

Sendo m e n inteiros esta última igualdade implica que k seja ímpar, conforme se pretendia verificar.

O **valor eficaz de uma função periódica** $x(t)$ pode ser calculado através das amplitudes dos termos da sua série de Fourier. Utilizando a expressão (B3) de desenvolvimento, fica

$$X = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+\tau} x^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+\tau} \left[x_0 + \sum_{k=1}^{\infty} c_k \cos(k\Omega t + \Phi_k) \right]^2 dt}$$

Como o integral dos produtos entre valor médio e qualquer harmónica e dos produtos entre harmónicas diferentes é nulo, o valor eficaz X resulta apenas do contributo da componente contínua e dos valores eficazes das harmónicas, da seguinte forma:

$$X = \sqrt{x_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{c_k^2}{2}} \quad (\text{B.5})$$

Atendendo a (B1) e (B4) também se pode escrever

$$X = \sqrt{x_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{a_k^2}{2} + \frac{b_k^2}{2} \right)} \quad (\text{B.6})$$

Assinala-se ainda que a decomposição em série de Fourier de certas grandezas dos circuitos eléctricos só faz sentido em **regime permanente**, ou seja, quando elas já se tornaram periódicas.

Ex.1. Fazer a decomposição harmónica da tensão periódica u imposta pela fonte e da corrente i de regime permanente no circuito da fig. B2a.

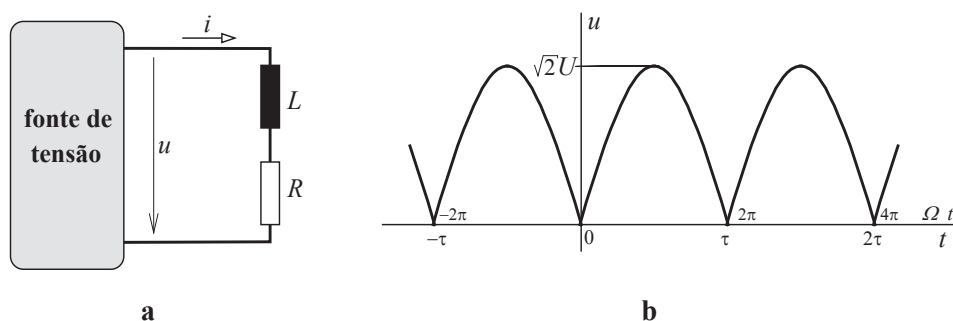


Fig. B2 - a: esquema do circuito referente ao Ex. B1; **b:** diagrama da tensão imposta pela fonte.

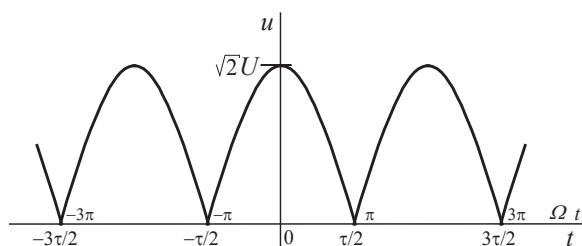


Fig. B3 - Diagrama da tensão u da fig. B1b representada noutra referencial.

Atente-se à função $u(t)$ representada na fig. B2b: a escolha do referencial de tempo apresentada na fig. B3 permite desde logo concluir que todos os coeficientes $a_k=0$, para $k \geq 1$, são nulos. Neste referencial, a tensão exprime-se por

$$u = \sqrt{2}U \cos(\omega t) \text{ para } -\tau/2 < t < \tau/2 \quad (\text{B.7})$$

O termo u_0 , que representa o seu valor médio, calcula-se por (notar que $\Omega = 2\omega$)

$$u_0 = \frac{1}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} u(t) dt = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau/2} \sqrt{2}U \cos(\omega t) dt = \frac{2\sqrt{2}U}{\omega\tau} [\sin(\omega t)]_{t=0}^{t=\tau/2} = \frac{2\sqrt{2}U}{\pi} \left[\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin(0) \right]$$

$$u_0 = \frac{2\sqrt{2}U}{\pi} \quad (\text{B.8})$$

e os restantes coeficientes não nulos valem

$$b_k = \frac{2}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \sqrt{2}U \cos(\omega t) \cos(k\Omega t) dt = \frac{2}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \sqrt{2}U \cos(\omega t) \cos(2k\omega t) dt$$

$$b_k = \frac{2}{\tau} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sqrt{2}U \cos(\omega t) \cos(2k\omega t) \frac{d(\omega t)}{\omega} = \frac{2\sqrt{2}U}{\omega\tau} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(\alpha) \cos(2k\alpha) d\alpha$$

tendo em conta que $\cos(A)\cos(B) = \frac{1}{2}[\cos(A+B) + \cos(A-B)]$ e que $\tau = \pi/\omega$, obtém-se

$$b_k = \frac{2\sqrt{2}U}{\pi} \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\{ \cos[(2k+1)\alpha] + \cos[(2k-1)\alpha] \right\} d\alpha = \frac{\sqrt{2}U}{\pi} \left\{ \frac{\sin[(2k+1)\alpha]}{2k+1} + \frac{\sin[(2k-1)\alpha]}{2k-1} \right\} \Bigg|_{-\pi/2}^{\pi/2}$$

$$b_k = \frac{\sqrt{2}U}{\pi} \left\{ \frac{2 \sin\left[(2k+1)\frac{\pi}{2}\right]}{2k+1} + \frac{2 \sin\left[(2k-1)\frac{\pi}{2}\right]}{2k-1} \right\} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U \left[\frac{(-1)^k}{2k+1} + \frac{(-1)^{k+1}}{2k-1} \right]$$

$$b_k = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U \frac{(2k-1)(-1)^k + (2k+1)(-1)^{k+1}}{4k^2-1} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U \frac{2k \overbrace{[(-1)^k + (-1)^{k+1}]}^0 - (-1)^k + (-1)^{k+1}}{4k^2-1}$$

$$b_k = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U \frac{2(-1)^{k+1}}{4k^2-1}$$

Finalmente, o desenvolvimento de u em série de Fourier pode ser escrito na forma

$$u = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U \left[1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{k+1}}{4k^2-1} \cos(2k\omega t) \right] \quad (\text{B.9})$$

Note-se que, em módulo, as amplitudes das harmónicas são dadas por

$$|b_k| = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U \frac{2}{4k^2-1} \quad (\text{B.10})$$

verificando-se que as amplitudes das harmónicas diminuem muito rapidamente com o aumento da ordem destas, conforme está patente no diagrama da fig. B4.

O valor eficaz de $u(t)$ vale:

$$U_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+\tau} u^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+\tau} \left| \sqrt{2}U \cos(\omega t) \right|^2 dt} = U$$

Este resultado derivou da forma particular de $u(t)$ que, elevada ao quadrado coincide com o quadrado de uma senoide, cuja amplitude é igual a $\sqrt{2}$ vezes o valor eficaz. Se assim não fosse teria de se recorrer a (B5) ou (B6), entrando com o contributo de um certo número de harmónicas, a fim de obter um resultado aproximado.

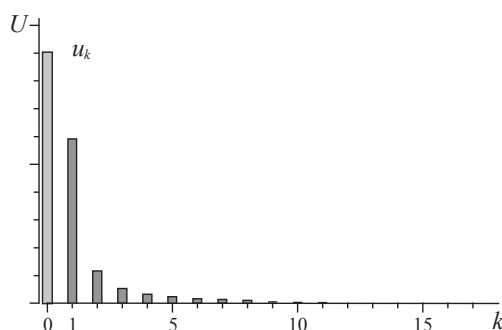


Fig. B4 – Espectro de amplitudes das harmônicas da grandeza representada na fig. B2b.

Ex.2. Fazer a decomposição harmónica da corrente i de regime permanente no circuito da fig. B2a.

Em regime estacionário ou permanente, uma vez que a carga é linear, a corrente i pode ser calculada a partir da série de Fourier da tensão, utilizando o princípio da sobreposição. Sendo a tensão aplicada igual à soma de diferentes termos (em número infinito) pode determinar-se a parcela de corrente provocada, em regime permanente, por cada um daqueles termos de tensão, conforme esquematizado na fig. B5, e achar a corrente total pela soma dessas parcelas.

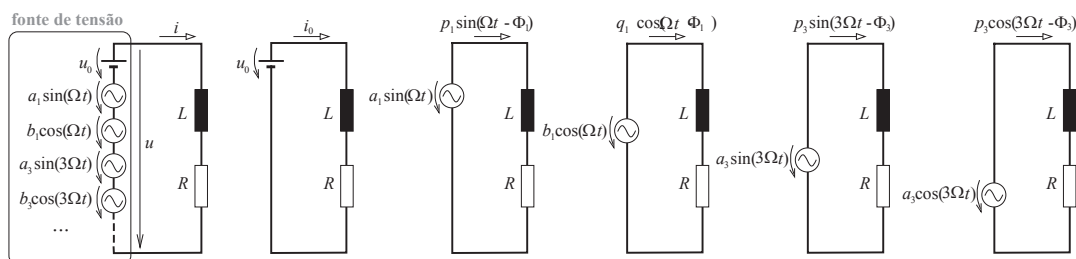


Fig. B5 – Análise da corrente provocada por cada componente da série de Fourier da tensão, para aplicação do princípio da sobreposição.

O valor médio obtém-se como efeito de uma fonte de tensão contínua (tendo em conta a resistência) e os termos alternados obtém-se por análise dos efeitos de tensões alternadas sobre uma carga R-L (tendo em conta as impedâncias às diferentes harmónicas). Ou seja, tomando o desenvolvimento na forma

$$u(t) = u_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \sin(k\Omega t) + b_k \cos(k\Omega t)]$$

obtém-se

$$i(t) = i_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [p_k \sin(k\Omega t - \Phi_k) + q_k \cos(k\Omega t - \Phi_k)] \quad (\text{B.11})$$

onde

$$i_0 = \frac{u_0}{R}, \quad p_k = \frac{a_k}{Z_k}, \quad q_k = \frac{b_k}{Z_k} \quad (\text{B.12})$$

$$Z_k = \sqrt{R^2 + (k\Omega L)^2}, \quad \Phi_k = \arctg \frac{k\Omega L}{R}$$

Neste exemplo já se sabe que $a_k=0$, e obviamente $p_k=0$. Atendendo a (B9) obtém-se

$$i = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U \left[\frac{1}{R} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2(-1)^{k+1}}{4k^2 - 1} \frac{1}{Z_k} \cos(2k\omega t - \Phi_k) \right] \quad (\text{B.13})$$

Esta corrente tem uma evolução temporal com o aspecto ilustrado na fig. B5. O seu valor eficaz pode calcular-se por (B6) que, neste caso, origina:

$$I_{\text{ef}} = \sqrt{i_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{q_k^2}{2}} = \sqrt{\frac{8U^2}{\pi^2 R^2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{16}{\pi^2} \frac{U^2}{R^2 + (k\omega L)^2} \frac{1}{(4k^2 - 1)^2}}$$

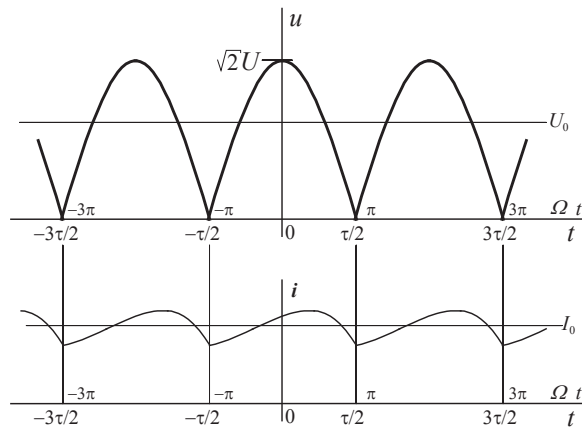


Fig. B5 - Diagramas da tensão e da corrente no circuito da fig.B2 em regime permanente.

Repare-se no **efeito da autoindução L na corrente i** :

- Com $L=0$ fica $Z_k=R$. Mas neste caso particular $i = \frac{u}{R}$; conforme foi visto antes o valor eficaz de $u(t)$ é U e, por conseguinte, o valor eficaz de i obtém-se também por $I_{\text{ef}} = \frac{U}{R}$. Comparando o valor eficaz com o valor médio para este caso tem-se:

$$I_{\text{ef}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} i_0 \approx 1,11 i_0$$

- Com $\omega L = R$ fica $Z_k = \sqrt{R^2 + (2kR)^2} = R\sqrt{4k^2 + 1}$. Atendendo a (B6) e a (B13) o valor eficaz da corrente obtém-se por

$$I_{\text{ef}} = \frac{2\sqrt{2}U}{\pi R} \sqrt{1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{(4k^2 - 1)^2} \frac{1}{(4k^2 + 1)}} = i_0^2 \sqrt{1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{(4k^2 - 1)^2} \frac{1}{(4k^2 + 1)}} \approx 1,022 i_0$$

Comparando este resultado com o correspondente a $L=0$, verifica-se que, perante um ligeiro aumento de L , a corrente passou a ter menor teor harmónico.

- Se $L \rightarrow \infty$ resulta $Z_k \rightarrow \infty$, o que significa que todas as harmónicas de corrente vêm nulas (cf. (B13)). Por outras palavras, a corrente é perfeitamente lisa e igual ao seu valor médio:

$$i = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{U}{R} = i_0 = I_{\text{ef}}$$

O valor de L não afecta o valor médio mas apenas o conteúdo harmónico.

Ex.3. Fazer a decomposição harmónica da grandeza $i(t)$ representada na fig. B7.

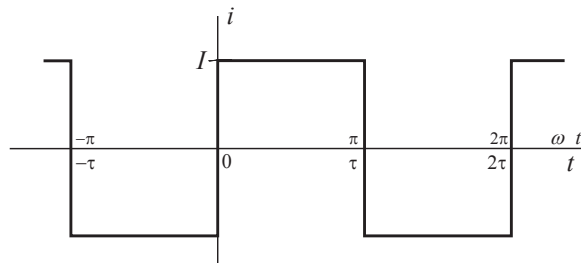


Fig. B7 - Diagrama de uma grandeza com evolução em *onda quadrada*.

No referencial escolhido $i(t)$ tem a seguinte expressão analítica:

$$i = I, \quad 0 \leq t \leq \tau/2$$

$$i = -I, \quad -\tau/2 \leq t \leq 0$$

e a sua série de Fourier obtém-se por

$$i(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin(k\Omega t)$$

Procedendo ao cálculo dos coeficientes encontra-se:

$$\begin{aligned}
 a_k &= \frac{2}{\tau} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} i(t) \sin(k\Omega t) dt = -\frac{2}{\tau} \int_{-\tau/2}^0 I \sin(k\Omega t) dt + \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau/2} I \sin(k\Omega t) dt = \\
 &= \frac{2I}{\tau} \left\{ -\left[-\frac{1}{k\Omega} \cos(k\Omega t) \right]_{t=-\tau/2}^{t=0} + \left[-\frac{1}{k\Omega} \cos(k\Omega t) \right]_{t=0}^{t=\tau/2} \right\} = \\
 &= \frac{2I}{k\tau\Omega} \left\{ [\cos(k\Omega t)]_{t=-\tau/2}^{t=0} - [\cos(k\Omega t)]_{t=0}^{t=\tau/2} \right\} = \frac{I}{k\pi} [\cos(0) - \cos(-k\pi) - \cos(k\pi) + \cos(0)] = \\
 &= \frac{I}{k\pi} [2 - 2\cos(k\pi)] = \frac{2I}{k\pi} [1 - \cos(k\pi)] \\
 a_k &= \frac{4I}{k\pi}, \text{ com } k \text{ ímpar.}
 \end{aligned}$$

Finalmente

$$i(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4I}{k\pi} \sin(k\Omega t)$$

cujos primeiros termos estão representados na fig. B8.

Note-se que a primeira harmónica (*harmónica fundamental*) tem uma amplitude $a_1 = \frac{4I}{\pi}$ e que a amplitude de cada uma das outras representa uma fracção daquela: $a_k = \frac{a_1}{k}$.

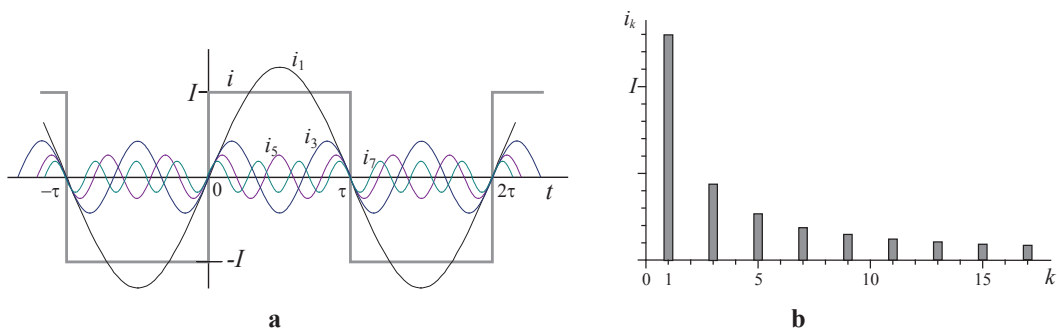


Fig. B8 – a: primeiras harmónicas na decomposição da *onda quadrada*. b: espectro de amplitudes das harmónicas.

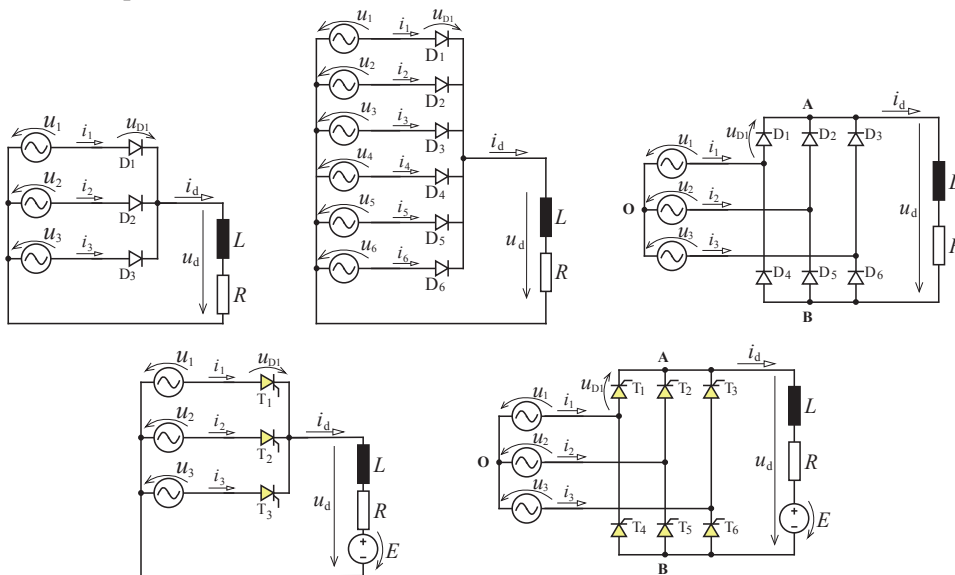


ANEXO C

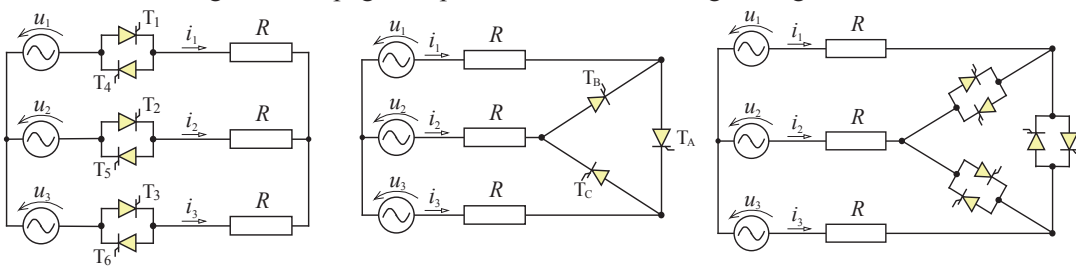
Bases de diagramas para treino no estudo do funcionamento de conversores

Apresentam-se algumas páginas destinadas a auxiliar o traçado manual de diagramas de grandezas convertidas em diversos tipos de conversores, especialmente naqueles onde existem sistemas sinusoidais polifásicos de grandezas. Essas páginas podem ser policopiadas e utilizadas como bases de trabalho para treino na análise de funcionamento dos circuitos estudados, aproveitando os diagramas aí existentes para traçar sobre eles as evoluções de grandezas convertidas. Algumas servem para várias montagens e outras só para uma.

Sobre os diagramas da pág. 402 ou da pág. 403 podem ser estudados diversos tipos de retificadores comandados ou não comandados, p.ex. trifásicos e hexafásicos de ponto médio e trifásicos em ponte:

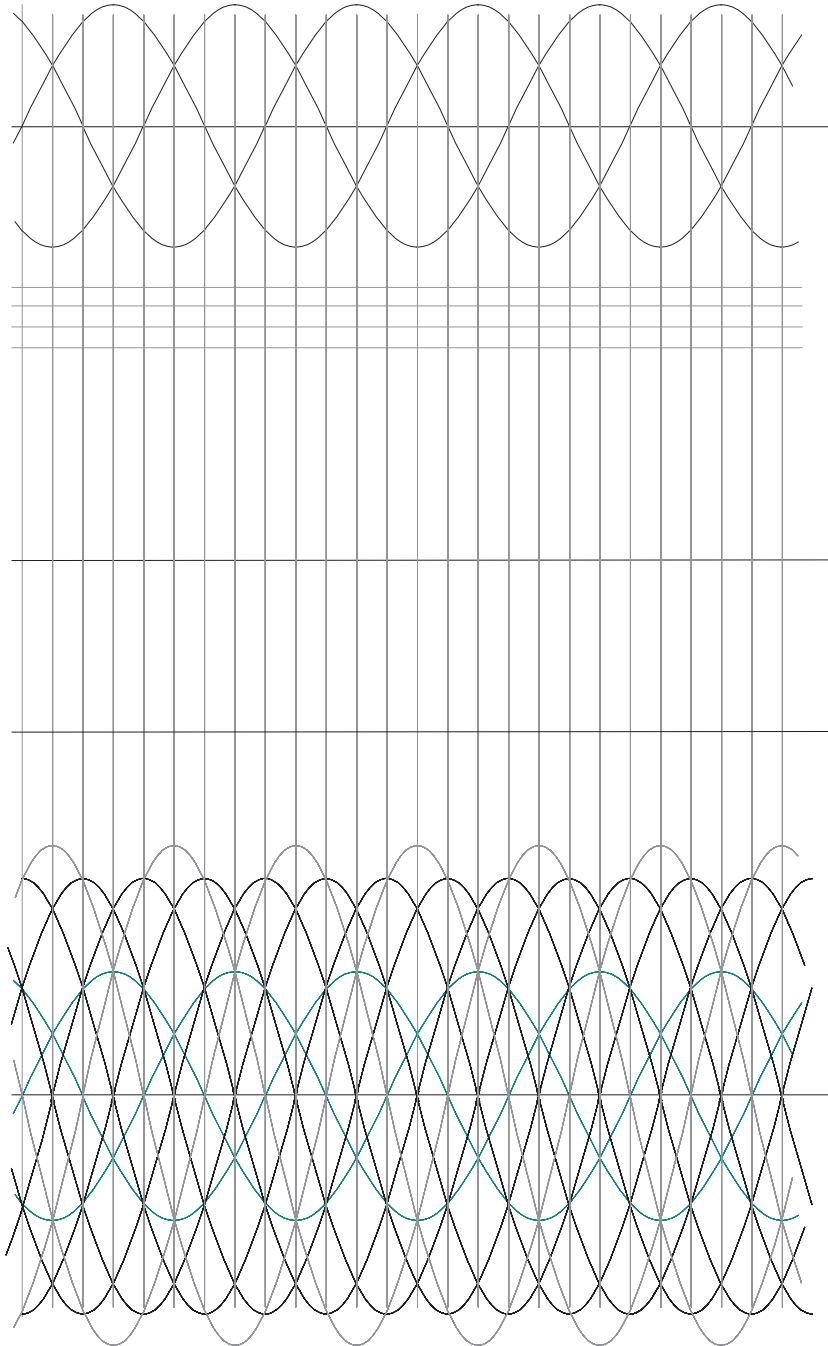


Sobre os diagramas da pág. 404 podem ser estudados alguns reguladores de fase de AC:

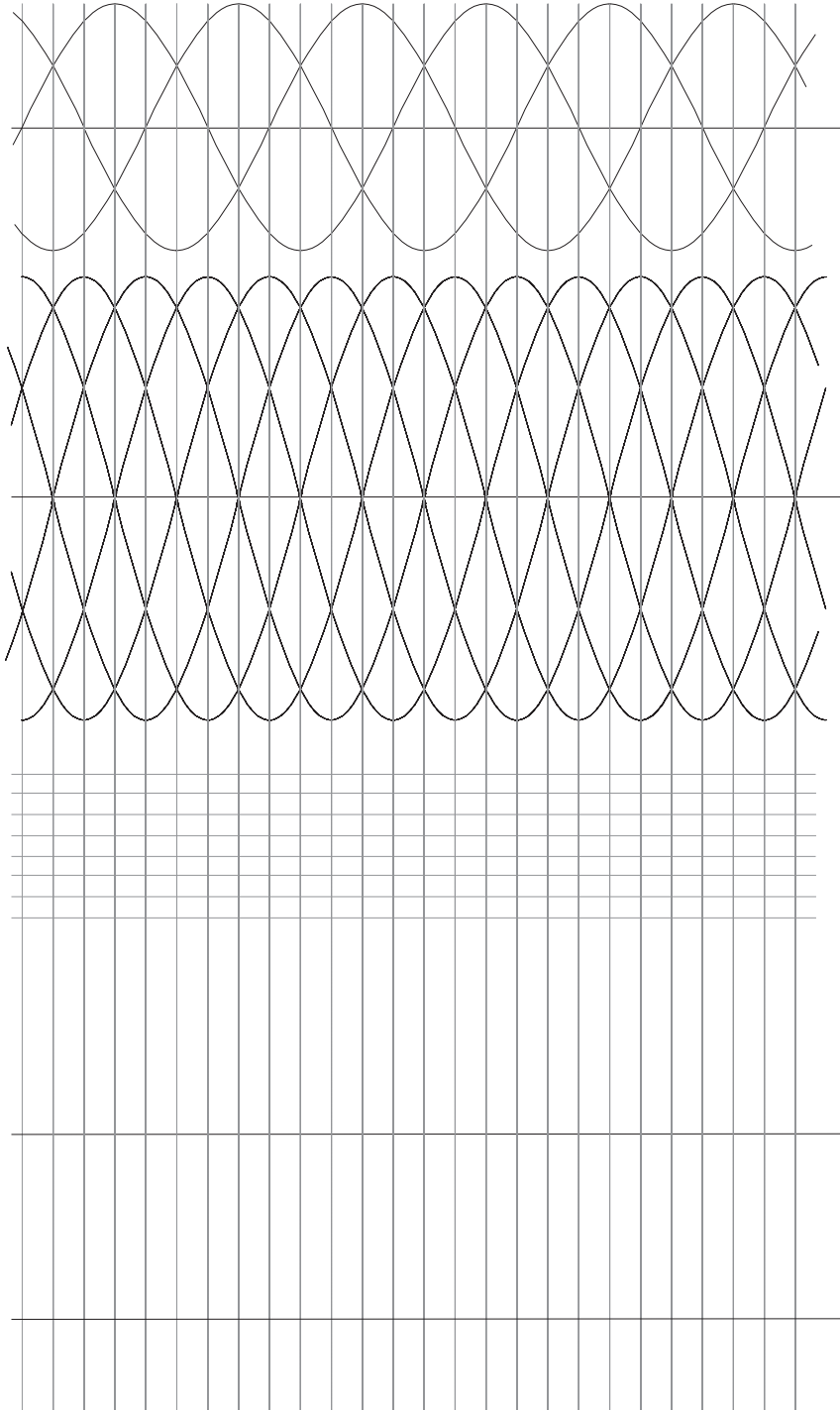


As outras páginas são vocacionadas para montagens específicas nelas representadas.

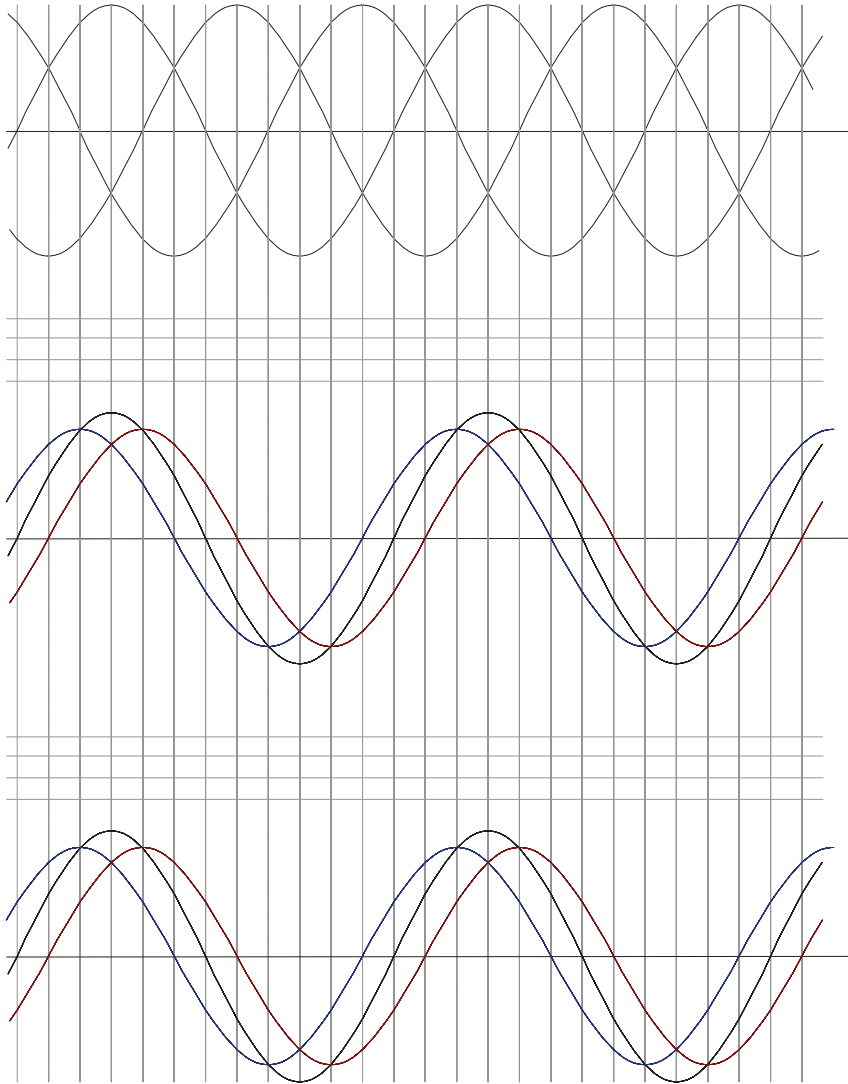
ANEXOS



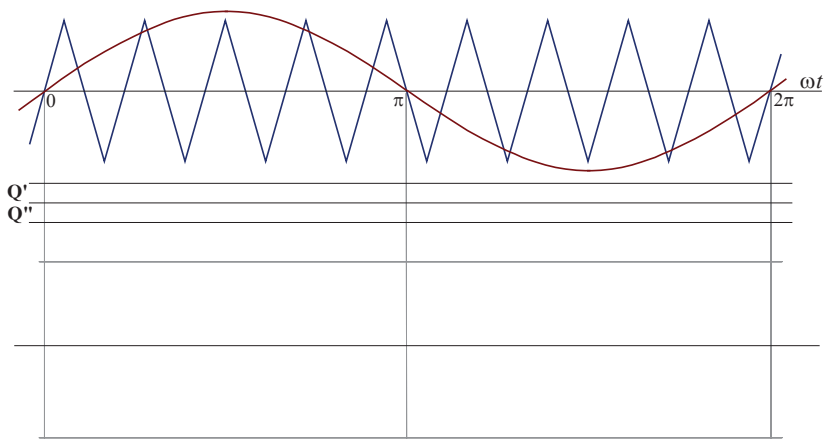
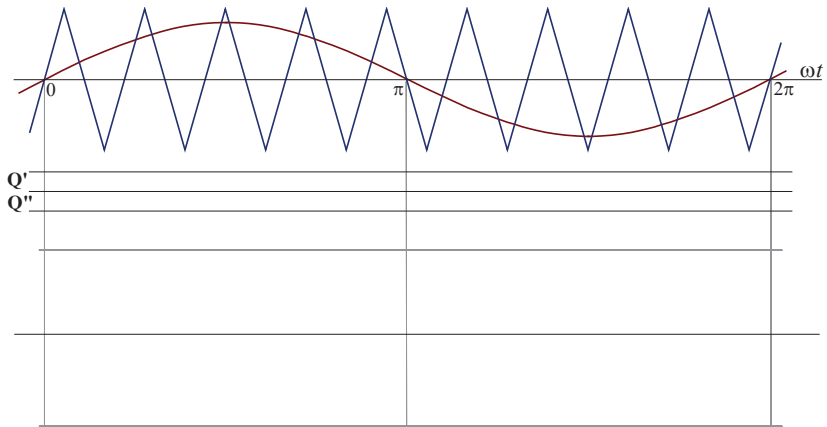
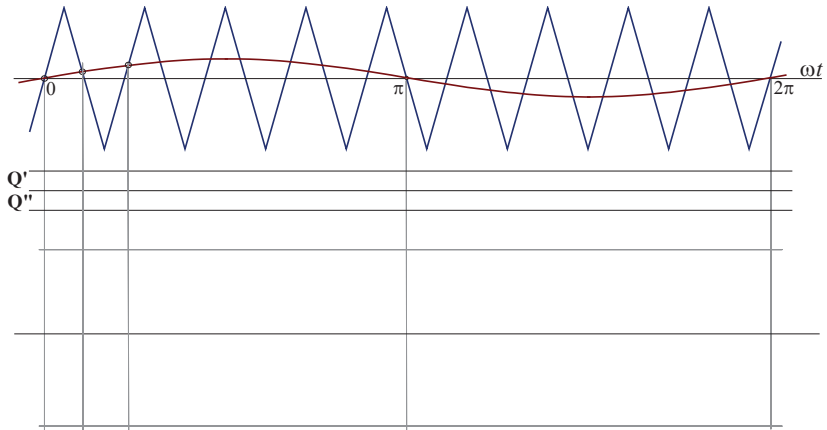
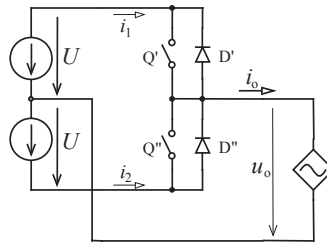
ANEXO C



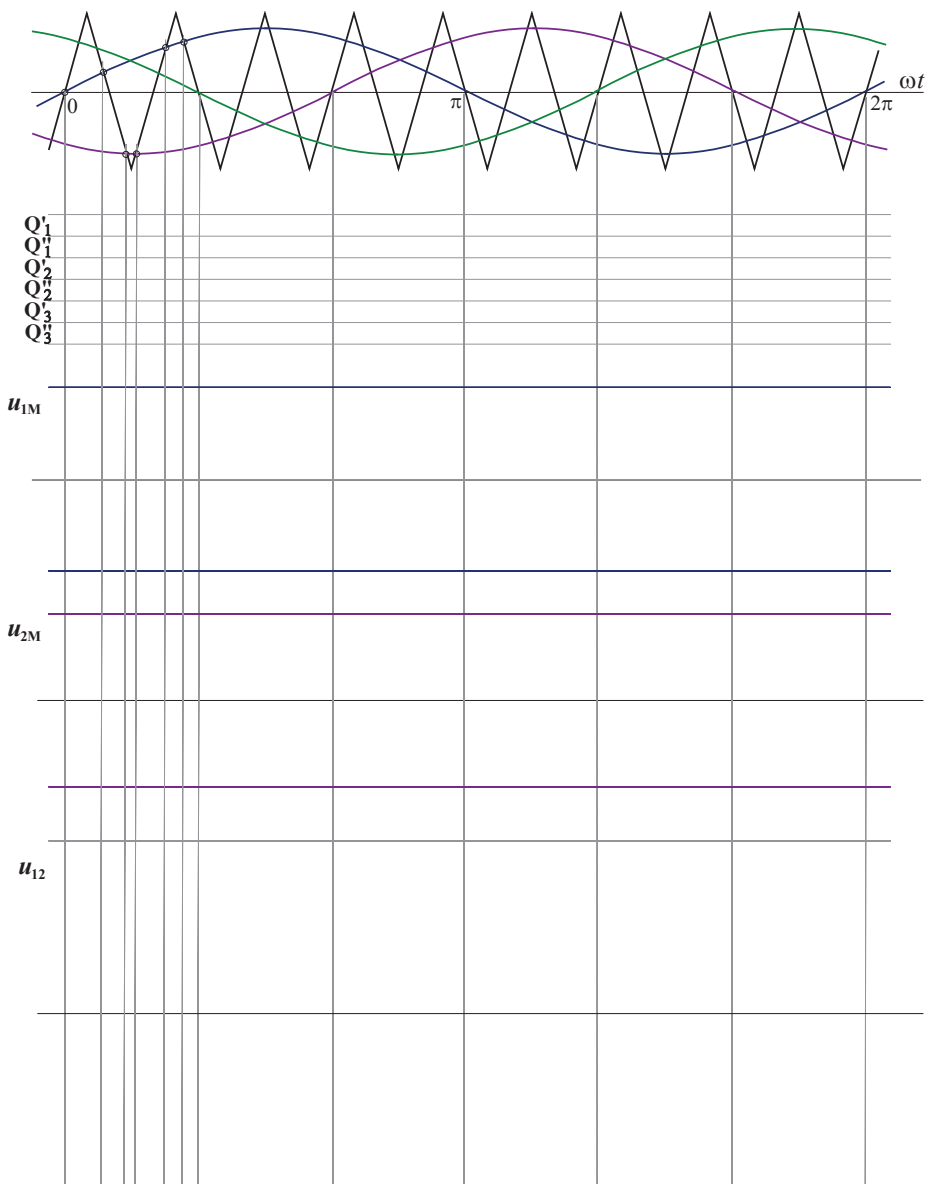
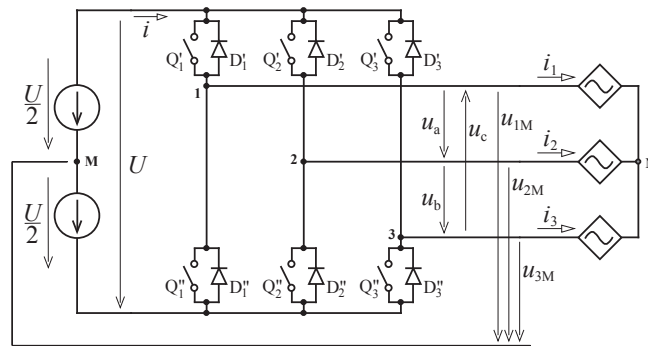
ANEXOS



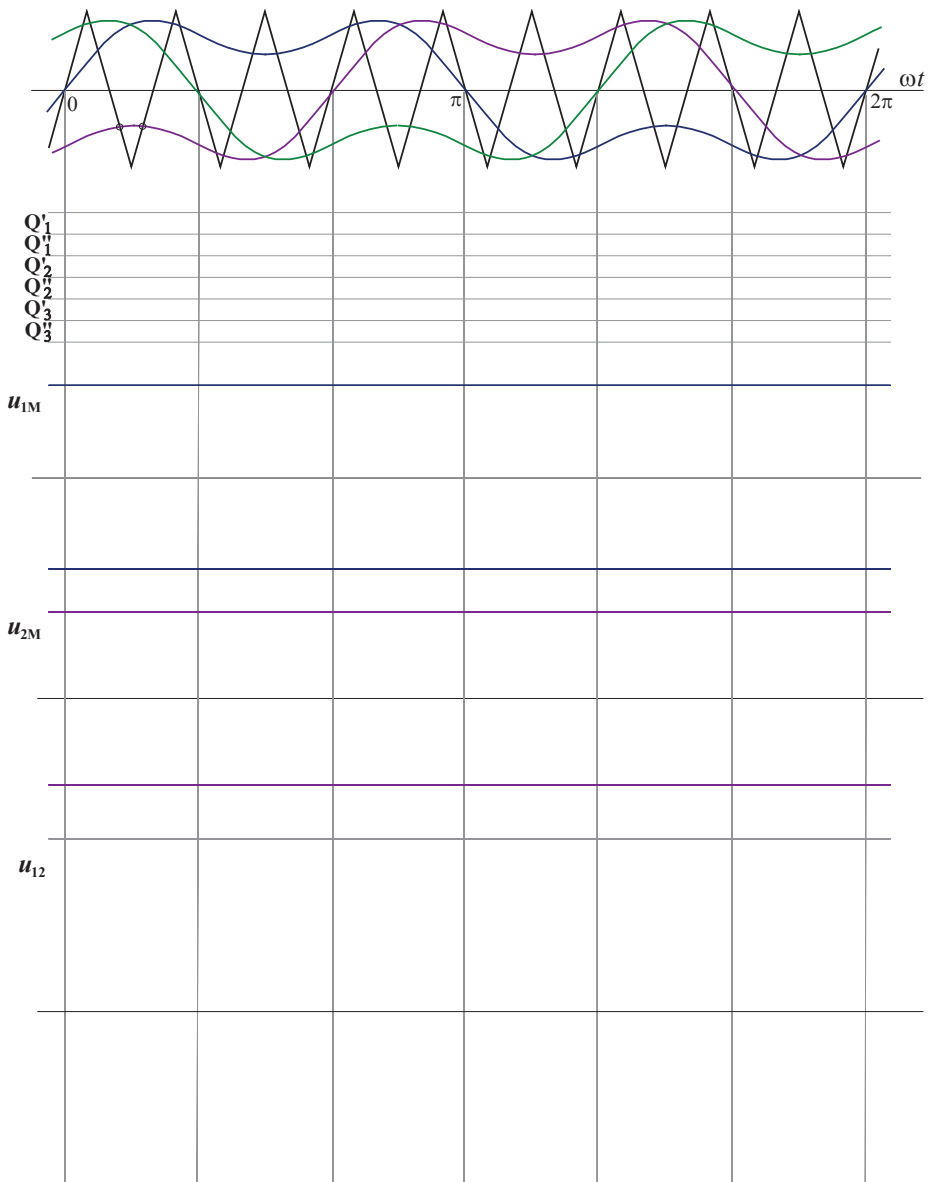
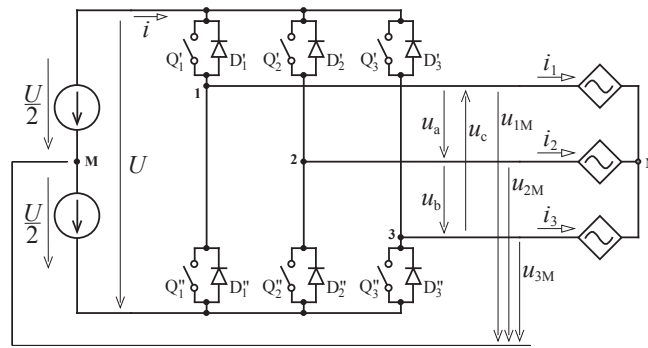
ANEXO C



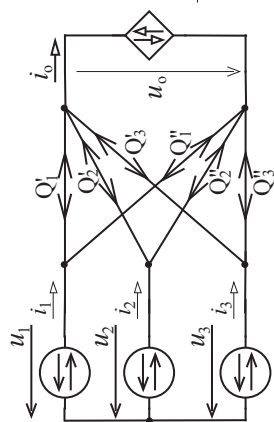
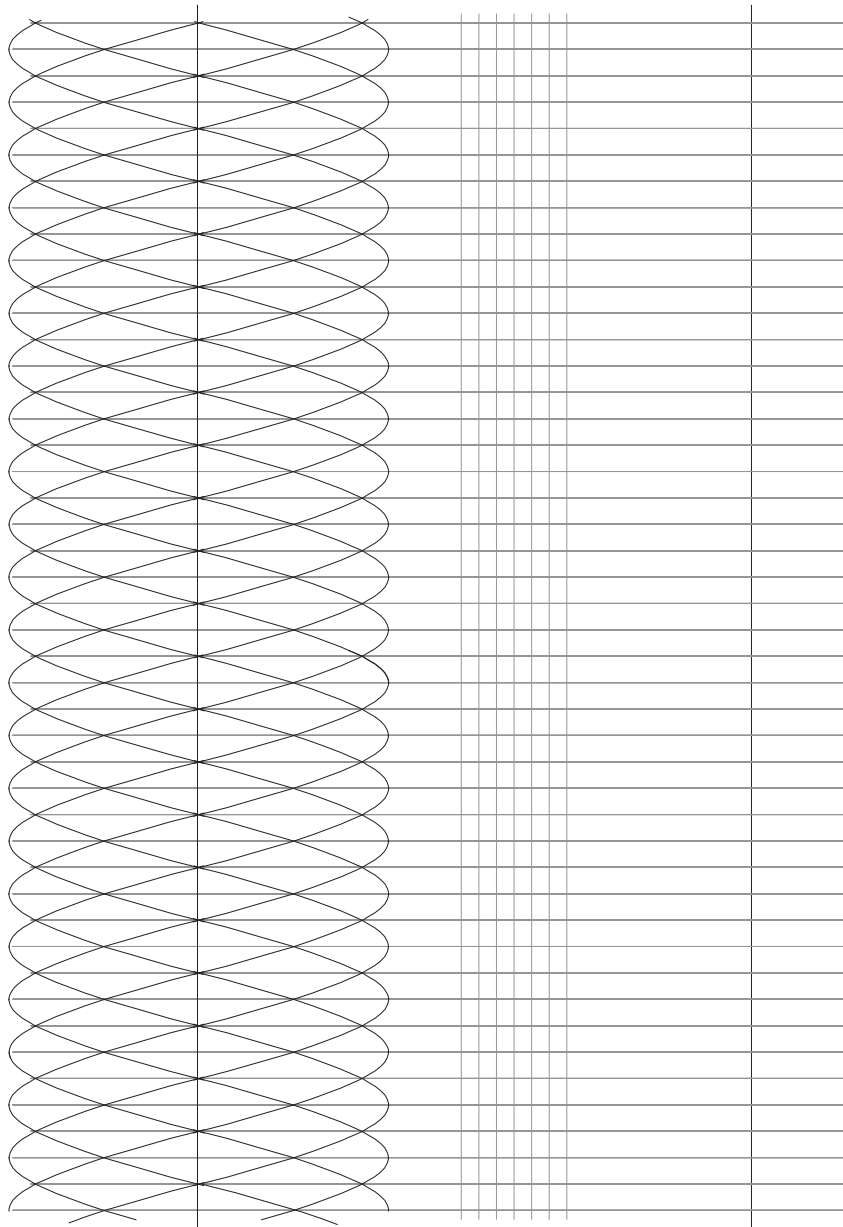
ANEXOS



ANEXO C



ANEXOS





João Carlos Pires da Palma

Nasceu em Luanda em 1956 e falouse em Lisboa em 2010.

Na sua formação académica obteve os graus de Bacharel pelo Instituto Superior de Engenharia de Lisboa (ISEL) e de Licenciado, Mestre e Doutor em Engenharia Electrotécnica e de Computadores pela Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico (IST).

Ingressou no Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC) em 1983, como Estagiário da Comissão de Investigação Científica, ascendendo posteriormente às categorias de Assistente de Investigação, Investigador Auxiliar e Investigador Principal. No final de 2017, apresentou o programa de investigação para ascender à categoria de Investigador Coordenador.

Chefe o Grupo de Estudos de Electrotecnicidade Centro de Projecto e Construção de Equipamento do LNEC, entre 1995 e 2002, e foi chefe do Núcleo de Sistemas Electrónicos e Mecânicos do Centro de Instrumentação Científica do LNEC de 2013 a 2018.

Exerceu actividade docente no Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Automação do ISEL desde 1990, onde leccionou mais de uma dezena de cadeias da sua especialidade, sendo em 2010 Professor Coordenador Convidado.

As suas actividades de investigação e de docência abrangem os domínios da Electrónica de Potência, Accionamentos Electromecânicos, Instrumentação, Controlo de Sistemas, Automação e Segurança Funcional.

Foi autor e co-autor de mais de uma centena e meia de relatórios do LNEC, de dezenas de textos didácticos no ISEL, de mais de uma centena de comunicações e artigos científicos, de vários capítulos em livros e de uma obra sobre a utilização de conversores electrónicos em accionamentos de velocidade variável. Foi orientador de dezenas de Teses de Mestrado e de Doutoramento, participou em júris de provas de pós-graduação e comités científicos de conferências nacionais e internacionais.

A utilização de conversores electrónicos de potência tem crescido de forma muito acentuada ao longo das últimas décadas. Estes conversores, que utilizam dispositivos semicondutores de potência, são utilizados para o processamento electrónico de energia de forma muito eficiente.

As primeiras soluções de engenharia em electrónica de potência apareceram em meados do século passado. Os avanços tecnológicos nos semicondutores e nos microcontroladores permitiram o desenvolvimento de conversores electrónicos de potência mais sofisticados, com o objectivo de controlar de forma mais eficiente diferentes processos industriais.

Actualmente, a tecnologia de conversão electrónica de energia é utilizada em inúmeros equipamentos e sistemas industriais, permitindo a melhoria do desempenho e a utilização racional de energia. Tais conversores podem ter aplicação, por exemplo, em controlo de accionamentos de velocidade variável industriais ou de tração eléctrica, carregamento de baterias, fontes de alimentação e sistemas de produção de energia eléctrica a partir de recursos primários renováveis, entre outros.

Fundamentos de Electrónica Potência, de João C. P. Palma, começa por apresentar os conceitos fundamentais em electrónica de potência a partir dos quais evolui para a análise, de forma sistemática e minuciosa, das topologias de conversores de conversão natural, que utilizam díodos e tiristores, AC-DC e AC-AC. Seguem-se os conversores de comutação forçada, que utilizam dispositivos semicondutores totalmente comandáveis, com topologias DC-DC e DC-AC. São ainda apresentadas as topologias avançadas de conversores DC-AC e AC-AC. A análise das topologias de conversão electrónica de potência é feita de forma detalhada, com apresentação das equações temporais e do cálculo analítico das grandezas envolvidas, permitindo assim uma rápida aquisição dos conteúdos.

Este livro destina-se a estudantes de Engenharia Electrotécnica ou Electrónica, a frequentar unidades curriculares de electrónica de potência; professores de unidades curriculares de electrónica de potência e engenheiros que trabalhem com conversores de potência.

