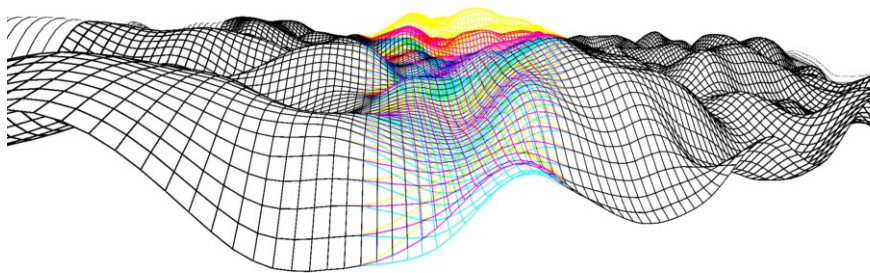




INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Departamento de Engenharia Mecânica



**Modelação e Análise de Estruturas Adaptáveis:
Materiais Magneto-Eletro-Elasticos e
Laminados Double-Double**

BOGDAN DANIEL LUPU

(Licenciado em Engenharia Mecânica)

Dissertação de natureza científica para obtenção do grau de Mestre
em Engenharia Mecânica

Orientador:

Doutora Maria Amélia Ramos Loja

Júri:

Presidente: Doutor Mário José Gonçalves Cavaco Mendes

Vogais:

Doutor Aurélio Lima Araújo

Doutora Maria Amélia Ramos Loja

dezembro de 2023



INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Departamento de Engenharia Mecânica

**Modelação e Análise de Estruturas Adaptáveis:
Materiais Magneto-Eletro-Elasticos e
Laminados Double-Double**

BOGDAN DANIEL LUPU

(Licenciado em Engenharia Mecânica)

Dissertação de natureza científica para obtenção do grau de Mestre
em Engenharia Mecânica

Orientador:

Doutora Maria Amélia Ramos Loja

Júri:

Presidente: Doutor Mário José Gonçalves Cavaco Mendes

Vogais:

Doutor Aurélio Lima Araújo

Doutora Maria Amélia Ramos Loja

dezembro de 2023

Autor: Bogdan Daniel Lupu

Email: A44073@alunos.isel.pt ; bogdan.lupu.sci@gmail.com

Título da dissertação: Modelação e Análise de Estruturas Adaptáveis: Materiais Magneto-Eletro-Elásticos e Laminados Double-Double

Orientador:

Doutora Maria Amélia Ramos Loja

Júri:

Presidente:

Doutor Mário José Gonçalves Cavaco Mendes

Vogais:

Doutor Aurélio Lima Araújo

Doutora Maria Amélia Ramos Loja

Ano de conclusão: 2023

Mestrado em Engenharia Mecânica no ramo de Manutenção e Produção

Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, Copyright© 2023

Aos meus queridos pais, Danuț e Felicia,

À minha querida afilhada e sobrinha, Matilde e aos queridos pais, Patrícia e Marcos,

À minha querida namorada, Íris

Para sempre, os meus tesouros.

À memória da minha querida avó, Smilia que partiu para o Senhor durante o período de realização da presente dissertação e que de muito perto acompanhei durante a fase final de vida.

1934 – 2023

Agradecimentos

O presente trabalho representa o final de uma jornada, um virar de página e o começo de um novo capítulo. O tempo investido para o desenvolvimento e redação desta dissertação adveio de muito sacrifício em diferentes aspetos da minha vida. Como oportunamente li num prefácio de um livro do Professor J. N. Reddy - “*Embora nenhuma palavra de gratidão possa substituir o tempo perdido com a família, (...)*” – gostaria de começar por demonstrar a minha gratidão à minha família, aos meus pais, à minha irmã e ao meu cunhado pelo amor e apoio incondicional que me deram ao longo de todo o meu percurso académico e em especial, nesta fase. Partilharam comigo, não só os meus êxitos, mas muitos momentos difíceis onde o seu apoio foram uma das mais fortes motivações para não desistir de atingir os meus objetivos. Gostaria de agradecer à minha namorada, pelo seu amor, a sua paciência, resiliência emocional e calma que me deu nos momentos mais angustiantes. Também gostaria de agradecer ao André, por todo companheirismo, pelo interesse que demonstrou no meu trabalho, momentos de descontração e de partilha mútua. Agradeço também aos meus amigos Filipa, Pedro, Tiago e ao Diogo pela sua amizade e apoio onde até quando estavam no seu período de férias, ajustaram o seu horário para que pudesse passar bons tempos com eles e também trabalhar na minha dissertação. Quero também agradecer ao David, pela sua prontidão em disponibilizar o seu computador pessoal como auxílio computacional para os modelos numéricos simulados. Agradeço também ao meu amigo e colega, Pedro Marques, pela sua disponibilidade em trocar ideias, confirmar resultados e clarificar conceitos. Faço das palavras de agradecimento dele – “*É de facto gratificante poder ter alguém com quem conversar, que compreende a essência do trabalho desenvolvido e o seu custo em termos pessoais e de recursos*” – as minhas. Desejo também mostrar os meus sinceros agradecimentos à II Igreja Evangélica Baptista do Barreiro e aos nossos irmãos em Cristo pelo constante apoio e força que me transmitiram durante esta fase. Obrigado pelas vossas orações.

Gostaria de expressar a minha gratidão ao Professor Stephen W. Tsai (*Stanford University, California USA*) e à sua equipa pela oportunidade que me concederam de participar à distância no seu *workshop* intensivo “*COMPOSITES DESIGN WORKSHOP XXIV*” bem como toda a bibliografia, *softwares* e bases de dados que me facultaram.

Agradeço com especial apreço, carinho e muito respeito à minha orientadora, a Professora Maria Amélia Ramos Loja pela sua disponibilidade, incrível capacidade de guiar e motivar, mas principalmente, clarificar os diversos temas. Foi um privilégio ter a oportunidade de aprender com um docente que domina tão bem esta área. Muitas vezes, deparamo-nos com diversos trabalhos realizados pelo nosso orientador – grande motivação que encontrei nos seus. Agradeço por me ter desafiado com este tema, mas principalmente, pelo seu exemplo de seriedade e honestidade face ao tratamento dos resultados e que tudo advém de sacrifício e trabalho. Por fim, obrigado pela confiança e paciência depositada no meu trabalho e pela oportunidade de participação numa conferência internacional e na primeira publicação de natureza científica. Se algum dia, eu alcançar a excelência foi porque tive um bom modelo.

Por fim, sou muito grato a Deus por todas as portas que me abriu, pelo seu cuidado e pela capacidade que me concedeu para elaborar este trabalho. ***Provérbios 3:5-6.***

Resumo

A utilização de materiais compósitos com capacidades multifuncionais é um requisito cada vez mais presente nas soluções estruturais inovadoras, tornando-os um tópico de investigação muito significativo.

No presente trabalho, o objetivo é modelar, analisar e prever o comportamento mecânico de estruturas compósitas híbridas do tipo viga/placa constituídas por laminados reforçados com fibras e materiais magneto-eleto-elásticos. Os laminados *Double-Double* (DD) – recentemente publicados – baseados em dois pares de camadas de orientação angular foram implementados. Para controlar a resposta mecânica das estruturas, foram consideradas camadas piezoelétricas e piezomagnéticas com diversos empilhamentos. Para esse fim, foi utilizada a teoria de deformação de corte de primeira ordem implementada através do método dos elementos finitos tendo sido construída uma plataforma numérica. Pretendeu-se também realizar um estado-da-arte imersivo em materiais e estruturas inteligentes apresentado na primeira parte da dissertação

Os resultados obtidos permitiram demonstrar as vantagens associadas aos DD que incluem a homogeneização, escalonamento simplificado para minimização do peso e o método de deslizamento de cartas que simplifica o empilhamento e o escalonamento, reduzindo o peso consequentemente. Foi verificado o conceito de *Master-ply* em contexto de laminados híbridos, prevendo o comportamento de laminados para diversos materiais com uma precisão aceitável. Também foram apresentados os perfis de tensões associados aos DD em comparação com outros laminados, expondo-se a homogeneização e a simetria natural inerente aos DD. A respeito dos materiais magneto-eleto-elásticos, foi possível verificar o efeito dos acoplamentos associados e dos respetivos esquemas de laminação – efeito de rigidificação das estruturas – e a não linearidade da distribuição de potenciais em espessura. Além disso, apresentou-se a possibilidade de controlar continuamente a morfologia das estruturas através da aplicação de potenciais não-uniformes e a atenuação/inversão dos efeitos dos esforços mecânicos impostos.

Palavras-chave: estruturas adaptáveis, materiais compósitos, laminados *double-double*, laminados híbridos, materiais magneto-eleto-elásticos, modelação por elementos finitos

Abstract

The use of multifunctional composite materials is an increasingly important requirement in innovative structural solutions, making them an important research topic.

In this work, the main goal is to model, analyze and predict the mechanical behavior of beam/plate-type hybrid composite structures constituted by fiber-reinforced laminates and magneto-electro-elastic materials. The recently published Double-Double laminates (DD), based on two pairs of angle-ply were implemented. To control the mechanical response of a structure, piezoelectric and piezomagnetic patches with several types of stacking were considered. This is performed using the first-order shear deformation theory implemented via the finite element method and a numerical platform was built for this purpose. In the first part of the dissertation, an immersive state-of-the-art on intelligent materials and structures was also carried out.

The Master-ply concept was verified in the context of hybrid laminates, predicting the behavior of laminates for various materials with acceptable accuracy. The stress profiles associated with DD were also compared to other laminates, demonstrating the homogenization and natural symmetry inherent to DD. Regarding magneto-electro-elastic materials, the effect of the associated couplings and the respective lamination schemes - the stiffening effect of the structures - and the non-linearity of the distribution of potentials in thickness - could be verified. Furthermore, the application of non-uniform potentials and the attenuation/inversion of the effects of imposed mechanical stresses allowed for continuous control of the morphology of the structures.

Keywords: adaptive structures, composite materials, double-double laminates, hybrid laminates, magneto-electro-elastic materials, finite element modelling.

Lista de Figuras

| | |
|---|----|
| Figura 1.4.1.1 – Representação gráfica da tendência na utilização de materiais compósitos nas aeronaves Airbus. Adaptado de [5]. | 4 |
| Figura 1.4.1.2 – Representação gráfica da tendência do número de publicações científicas de materiais inteligentes entre 1984 e 2018. Adaptado de [7]. | 4 |
| Figura 1.4.1.3 – Analogia entre as estruturas e materiais inteligentes com a anatomia do ser humano. Adaptado de [8]. | 5 |
| Figura 1.4.2.1 – (a) Processo de desenvolvimento de produto tradicional e baseado em simulação, adaptado de [10]. (b) 4 disciplinas que incorporam a Mecânica Computacional, adaptado de [11]. | 7 |
| Figura 1.4.2.2 – Esquema da modelação multiescala de materiais compósitos. Adaptado de [1]. | 7 |
| Figura 1.4.2.3 – Representação esquemática da discretização de um corpo. Adaptado de [12]. | 7 |
| Figura 1.4.2.4 – Alguns exemplos do tipo de elementos que se pode encontrar na literatura e softwares computacionais comerciais. Adaptado de [13]. | 8 |
| Figura 1.4.2.5 – Exemplos de Aplicação do MEF e validação experimental: Balística. Adaptado de [14]. | 8 |
| Figura 1.4.2.6 – Comparação entre a previsão dada pelo MEF e medições por DIC e CT: (a) aparecimento de fendas, DIC; (b) aparecimento de fendas, MEF; (c) delaminação em laminados, MEF e CT. Adaptado de [15]. | 9 |
| Figura 1.4.2.7 – Representação esquemática da metodologia de análise típica de um problema recorrendo ao Método dos Elementos Finitos. Adaptado de [9]. | 9 |
| Figura 2.1.1.1 – Características e classificação dos materiais inteligentes. | 12 |
| Figura 2.1.1.2 – Classificação de Estruturas Multifuncionais Avançadas. Adaptado de [24]. | 13 |
| Figura 2.1.2.1 - Exemplos reais e esquemáticos de: (a) LCD do tipo TFT (<i>Thin-Film-Transistor</i>), adaptado de [35]; (b) Termocrómico, adaptado de [18, p. 87]; (c) Partículas Suspensas, adaptado de [18, p. 95]. | 15 |
| Figura 2.1.2.2 - Exemplos de materiais inteligentes: (a) esquema de atuação em Magneto e eletroreológicos, adaptado de [21]; (b) Efeito de memória de forma em SMAs, adaptado de [18, p. 105]. | 16 |
| Figura 2.1.2.3 - Exemplos de materiais fosforescentes. Adaptado de [41, p. 118,121]. | 16 |

| | |
|--|----|
| Figura 2.1.2.4 – Exemplo real e esquemático: (a) gerador termoelétrico, adaptado de [18, p. 102]; (b) LEDs, adaptado de [41, p. 152]; (c) Painel fotovoltaico, adaptado de [20, p. 37]..... | 17 |
| Figura 2.1.2.5 - Exemplo de aplicação de piezoelétricos: (a) MFC; (b) Modelo de perfil alar similar ao NACA 4415; (c) Parte interior do extradorso; (d) Sem atuação; (e) atuação de -500 (V); (f) atuação de 1500 (V). Adaptado de [48]. | 18 |
| Figura 2.1.3.1 - Exemplos de algumas Indústrias com possíveis aplicações de Materiais e Estruturas Inteligentes | 21 |
| Figura 2.1.3.2 – Exemplos de aplicação em Indústria da Saúde: (a) <i>Stent</i> em SMA; (b) Estimulação elétrica do cérebro por ultrassons/Piezo; (c) Atuadores em SMA para implante na bexiga; (d) Nanogerador triboelétrico implantável (iTENG) para a captação do movimento cardíaco e alimentação de um pacemaker. Adaptado de [73]. | 22 |
| Figura 2.1.3.3 - Exemplo dos vários estados de vidros dinâmicos (electrocromicos) nas instalações da View Inc., EUA. Adaptado de [20, p. 319]..... | 23 |
| Figura 2.1.3.4 – Exemplos de aplicação de materiais inteligentes na construção civil: (a) Vidros com inclusões de material com mudança de fase para armazenamento de calor latente, instalado numa Residência Sênior em Domat/Ems, Suíça. Adaptado de [41, p. 172]; (b) Amortecedor sísmico com fluido magnetoreológico instalado no Museu Nihon-Kagaku-Miraikan em Tokyo, Japão. Adaptado de [41, p. 39]..... | 23 |
| Figura 2.1.3.5 – Exemplos de aplicação de materiais inteligentes na Indústria Petrolífera: (a) Esquema de um BOP equipado com SMA; (b) Atuação de um Filtro de areia à base de espuma (<i>GeoFORM</i>). Adaptado de [84]. | 24 |
| Figura 2.1.3.6 - Exemplos de aplicação de <i>Soft Robotics</i> : (a) Pinça macia atuada pneumáticamente, retirado de [86]; Robô autodobrável utilizando SMP's, retirado de [91]; (c) Pinça utilizando DE's e (d) Robô bioinspirado (alforreca) com capacidade de nadar utilizando atuadores magnetoreativos. Adaptado de [88]. | 25 |
| Figura 2.1.3.7 - Exemplo esquemático de algumas aplicações possíveis dos NGs na Indústria Automóvel. Adaptado de [96], [97]. | 26 |
| Figura 2.1.3.8 – Testes de voo em escala real de <i>Chevrons</i> de geometria variável acionados por SMAs. Adaptado de [8]..... | 27 |
| Figura 2.1.3.9 – Exemplos de aplicação de estruturas morfologicamente adaptáveis na aeronáutica: a) Demonstrador <i>Flexfoil (Flexys)</i> mostrando a capacidade de deformação do bordo de ataque e de fuga, retirado de [107]; b) Múltiplas capturas da asa dobrável do Lockheed Martin, adaptado de [7]; c) Sistema integrado da <i>Flexfoil</i> no <i>Gulfstream 3</i> da NASA para testes de voo durante 2018, retirado de [107]; d) AFTI F-111, protótipo desenvolvido pela DARPA e pilotado pela NASA como parte do programa de <i>Morphing</i> da DARPA, retirado de [108]. | 27 |
| Figura 2.1.4.1 - Representação esquemática de: (a) Comportamento piezoelétrico em cristais, adaptado de [46]; (b) Efeito da polarização num cerâmico piezoelétrico, adaptado de [119]. ... | 32 |

| | |
|---|----|
| Figura 2.1.4.2 – Passos fundamentais no processo de fabrico de um cerâmico piezoelétrico. ... | 33 |
| Figura 2.1.4.3 - Exemplos de configurações para atuadores piezoelétricos comuns. Adaptado de [122], [128]. | 33 |
| Figura 2.1.4.4 - Linha cronológica da história da piezoelectricidade, alguns avanços e perspetivas futuras..... | 34 |
| Figura 2.1.4.5 - Rotação dos dipolos magnéticos e alteração o comprimento da amostra em função do campo magnético, H. Adaptado de [8, p. 601]..... | 36 |
| Figura 2.2.1.1 – Esquematização de alguns MCs: (a) CNTs, adaptado de [154]; (b) FGMS, adaptado de [152]; (c) partículas, adaptado de [156]; (d) Fibras curtas, adaptado de [157]. | 39 |
| Figura 2.2.1.2 – Esquematização de MCs: (a) Laminado típico, adaptado de [159]; (b) Laminado híbrido, adaptado de [160]; (c) <i>Sandwich</i> , adaptado de [150]...... | 40 |
| Figura 2.2.1.3 - Classificação dos MCs com base em: (a) Matriz, (b) Reforço, (c) Laminado. Adaptado de [172]...... | 41 |
| Figura 2.2.2.1 – 5 das principais regras de empilhamento. | 42 |
| Figura 2.2.2.2 - Representação esquemática do laminado Double-Double. Adaptado de [178, p. VIII]..... | 43 |
| Figura 2.2.2.3 – Exemplos esquemáticos do método de escalonamento por deslizamento de baralho de cartas: (a) vista lateral de um laminado escalonado, retirado de [173]; (b) placa escalonada em duas direções de $rT = 6$ para $rT = 2$, adaptado de [174]. | 45 |
| Figura 2.2.2.4 – Exemplos de aplicação: (a) <i>Omega Stringer</i> com um empilhamento $[\pm 19/\pm 67]_{rT}$ com um escalonamento que vai de $rT = 8$ até 1, adaptado de [174]; (b) Ensaio de resistência à fadiga numa viga duplamente escalonada em $[\pm 0/\pm 50]_{rT}$, adaptado de [178, p. 8]; (c) Vista detalhada do laminado evidenciando a forma ordenada da deposição de camadas, adaptado de [178, p. 9] | 45 |
| Figura 2.2.2.5 – Placa em DD sem distorções após fabrico com escalonamento de $rT = 3$ a 8 de espessura 1,5 a 5 mm. Adaptado de [178, p. 70]...... | 46 |
| Figura 2.2.2.6 - Exemplos de componentes utilizando a abordagem DD: (a) Forquilha de um trem de aterragem, adaptado de [178, p. 249]; (b) Viga com <i>tapering</i> em DD $[\pm 0,\pm 50]$, adaptado de [178, p. 250]; (c) Componente em DD $[\pm 0,\pm 50]$ (molde com a cor verde) adaptado de [178, p. 249]. | 46 |
| Figura 2.3.1 - Protótipo utilizado no estudo de validação do MEF composto por um CFRP integrando um transdutor MFC. Adaptado de [264]. | 51 |
| Figura 3.1.1 - Interação entre o campo elástico, elétrico, magnético e térmico. Adaptado de [267, p. 324]...... | 53 |

| | |
|---|-----|
| Figura 3.1.1.1 - Exemplo esquemáticos: (a) multidireccionalidade das camadas de um laminado; (b) Referencial Global e Referencial do Material para uma camada, adaptado de [3, pp. 84, 90]. | 56 |
| Figura 3.1.2.1 - Geometrias de uma placa segundo os pressupostos da FSDT: (a) secção deformada e não-deformada, adaptado de [265, p. 638] ; (b) distribuição de deslocamentos, adaptado de [273, p. 111]. | 61 |
| Figura 3.1.3.1 – Invariantes das componentes “11” e “66”. Adaptado de [268, p. 64]. | 66 |
| Figura 3.1.3.2 - Apresentação das 3 opções no cálculo dos ângulos para o DD. Adaptado de [178, p. 42]. | 68 |
| Figura 3.2.1.1 - Representação do mapeamento de um elemento de referência Q4 no sistema de coordenadas naturais e a discretização (4x4) no sistema global de coordenadas cartesianas com a numeração por elementos e por nós. | 69 |
| Figura 3.2.1.2 - Representação esquemática do funcionamento da aplicação numérica desenvolvida. | 76 |
| Figura 4.1.2.1 - Condições de fronteira (SSSS) para laminados: (a) SS-1; (b) SS-2. Adaptado de [3, pp. 299, 379]. | 83 |
| Figura 4.1.2.2 - Gráfico da variação das componentes de rigidez do DD conforme Φ e as respectivas componentes de rigidez do laminado duro – (GPa). | 87 |
| Figura 4.1.2.3 - Representação gráfica da evolução dos respectivos fatores, $1/rT$ e $1/rT^2$ em função de rT . | 88 |
| Figura 4.2.2.1 - Representação esquemática das condições de fronteira aplicadas na vista lateral (Plano xOz) com uma discretização de [10x1] Elementos: (a) CFFF; (b) CCFF; (c) (CSFF); (d) (CSCFF); (e) CSFFF; (f) CFFF (PVDF-PZT4). | 98 |
| Figura 4.2.2.2 - Representação esquemática na vista lateral (Plano xOz) das condições de fronteira mecânicas aplicadas com uma discretização de [10x1] elementos: CFFF – (a) UDL, (b) SDL, (c) Força pontual central, (D) Força pontual final. | 98 |
| Figura 4.2.2.3 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos transversais e de potenciais ao longo do comprimento de uma viga para os diversos potenciais e cargas aplicadas: (a) CFFF-Atuador; (b) CFFF-Sensor; (c) CCFF-Atuador; (d) CCFF-Sensor; (e) CSFF-Atuador; (f) CSFF-Sensor. (Continua na Figura 4.1.2.2). | 100 |
| Figura 4.2.2.4 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos transversais e de potenciais ao longo do comprimento de uma viga para os diversos potenciais e cargas aplicadas (continuação da Figura 4.2.2.3): (g) CSCFF-Atuador; (h) CSFFF-CSCFF-Sensor; (i) CSFFF-Atuador; (k) CFFF (híbrido)-Sensor; (l) CFFF (híbrido)-Atuador. | 101 |
| Figura 4.2.2.5 - Distribuição do potencial elétrico em vigas: (a) Distribuição em espessura para uma viga CFFF com diversas camadas numéricas; Placas sujeitas a cargas UDL: (b) SSSS; (c) SSCC; (d) SSCS; (e) SSFF; (f) SSFC. | 102 |

| | |
|---|-----|
| Figura 4.2.3.1 - Representação gráfica das deformações no modo atuador em função das CFs do laminado simétrico (Config.1): (a) SSSS; (b) SSCC; (c) SSCS; (d) SSFF; (e) SSFC; (f) CFFF. | 105 |
| Figura 4.2.4.1 - Representação gráfica da frequência fundamental de laminados QUAD e DD ([D]*) híbridos para diversas CFs considerando o modo de sensor aberto: (a) SSSS; (b) SSCC; (c) SSCS; (d) SSFF; (e) SSFC; (f) CFFF..... | 108 |
| Figura 4.2.5.1 - Representação esquemática na Vista Lateral (plano xOz) do tipo de <i>tapering</i> : (a) <i>Tapering-1</i> (1D) da viga; (b) <i>Tapering-2</i> (2D) da placa; (c) <i>Tapering-3</i> (2D) da placa. | 109 |
| Figura 4.2.5.2 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos ao longo do bordo livre de vigas CFFF, considerando os diversos esquemas de laminação em modo atuador: (a) Constante; (b) <i>Tapering-1</i> | 110 |
| Figura 4.2.5.3 - Representação gráfica dos potenciais elétricos para uma viga de espessura constante e com <i>tapering-1</i> considerando uma carga UDL para CFFF e CSFF. | 111 |
| Figura 4.2.6.1 - Representação esquemática das propriedades consideradas e respectivas espessuras: (a) Laminado híbrido; (b) Laminado híbrido considerando as propriedades do material; (b) Laminado híbrido considerando as propriedades da <i>Master-ply</i> | 112 |
| Figura 4.2.7.1 - Representação esquemática dos esquemas de laminação considerados considerando uma carga UDL: (a) Double-Double; (b) QUAD. | 114 |
| Figura 4.2.7.2 - Representação gráfica das tensões em espessura do laminado QUAD e respectivos DD: (a) σ_{xx} – QUAD; (b) σ_{xx} – DD [$\pm 61, \pm 14$]. | 115 |
| Figura 4.2.7.3 - Representação gráfica das tensões em espessura do laminado QUAD e respectivos DD: (a) σ_{yy} – QUAD; (b) σ_{yy} – DD [$\pm 61, \pm 14$]. | 116 |
| Figura 4.2.7.4 - Representação gráfica das tensões em espessura do laminado QUAD e respectivos DD: (a) σ_{xy} – QUAD; (b) σ_{xy} – DD [$\pm 61, \pm 14$];..... | 116 |
| Figura 4.2.7.5 - Representação gráfica das tensões em espessura do laminado QUAD e respectivos DD (a) σ_{xz} – QUAD; (b) σ_{xz} – DD [$\pm 61, \pm 14$]. | 117 |
| Figura 4.2.7.6 - Representação gráfica das tensões em espessura do laminado QUAD e respectivos DD: (a) σ_{yz} – QUAD; (b) σ_{yz} – DD [$\pm 61, \pm 14$]. | 117 |
| Figura 4.2.7.7 - Representação gráfica das tensões em espessura do laminado não-convencional e respectivos DD: (a) σ_{xx} – Laminado não-convencional; (b) σ_{xx} – DD [$\pm 61, \pm 25$]. | 118 |
| Figura 4.2.7.8 - Representação gráfica das tensões em espessura do laminado não-convencional e respectivo DD: (a) não-convencional; (b) σ_{yy} – DD [$\pm 61, \pm 25$]. | 118 |
| Figura 4.2.8.1 - Representação gráfica dos deslocamentos para uma viga de espessura constante considerando diversos esquemas de atuação para CFFF: (a) Sem carga UDL; (b) Com carga UDL. | 120 |
| Figura 4.2.8.2 - Representação esquemática das condições dos potenciais elétricos e carregamento mecânico considerado (10x1): (a) Uniforme; (b) Unilateral-inicial; (c) Unilateral-final; (d) | |

Distribuído; (e) Inversamente distribuído; (f) Unilaterais invertidos; (g) Unilaterais invertidos inversamente distribuídos; (h) UDL+ Uniforme..... 120

Figura 4.2.9.1 - Representação do esquemas de laminação considerados no EP9: (a) F/B/QUAD-DD/B/F; (b) B/F/QUAD-DD/B/F; (c) B/B/QUAD-DD/B/B; (d) F/B/QUAD-DD/F/B; (e) B/F/QUAD-DD/F/B; (f) F/F/QUAD-DD/F/F..... 121

Figura A-1 - Gráfico da variação das componentes de rigidez do DD conforme Φ e as respectivas componentes de rigidez do laminado duro..... A-18

Figura B-1 - Representação esquemática das condições de fronteira aplicadas na vista lateral (Plano xOz) com uma discretização de [10x1] Elementos: (a) CFFF; (b) CCFF; (c) (CSFF); (d) (CSCFF); (e) CSFFF; (f) CFFF (PVDF-PZT4). B-2

Figura B-2 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos transversais ao longo do comprimento de uma viga para os diversos potenciais aplicados: CFFF - [20x1] - PVDF (1). B-3

Figura B-3- Representação gráfica do perfil de deslocamentos transversais ao longo do comprimento de uma viga para os diversos potenciais aplicados: CFFF - [20x1] - PVDF (2). B-4

Figura B-4 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos transversais ao longo do comprimento de uma viga para os diversos potenciais aplicados: CCFF - [20x1] - PVDF (2). B-5

Figura B-5 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos transversais ao longo do comprimento de uma viga para os diversos potenciais aplicados: CSFF - [20x1] - PVDF (2). B-6

Figura B-6 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos transversais ao longo do comprimento de uma viga para os diversos potenciais aplicados: CSCFF - [20x1] - PVDF (2). B-7

Figura B-7 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos transversais ao longo do comprimento de uma viga para os diversos potenciais aplicados: CSFFF - [20x1] - PVDF (2). B-8

Figura B-8 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos transversais ao longo do comprimento de uma viga para os diversos potenciais aplicados: CFFF - [20x1] - PVDF (2) - PZT4..... B-9

Figura B-9 - Representação esquemática na vista lateral (Plano xOz) das condições de fronteira mecânicas aplicadas com uma discretização de [10x1] elementos: CFFF – (a) UDL, (b) SDL, (c) Força pontual central, (D) Força pontual final..... B-10

Figura B-10 - Representação esquemática na vista em planta (plano xOy) das condições de fronteira aplicadas a uma placa bimorph com uma discretização de [4x4] elementos: (a) SSSS, (b) SSCC, (c) SSCS, (d) SSFF, (e) SSFC, (f) CCFF, (g) CSFFF, (h) CSCFF..... B-11

Figura B-11 - Representação gráfica do perfil de potenciais elétricos ao longo do comprimento de uma viga para os diversos esforços mecânicos aplicados: CFFF - [20x1] - PVDF (2)..... B-12

| | |
|---|------|
| Figura B-12 - Representação gráfica do perfil de potenciais elétricos ao longo do comprimento de uma viga para os diversos esforços mecânicos aplicados: CCFF - [20x1] - PVDF (2). | B-13 |
| Figura B-13 - Representação gráfica do perfil de potenciais elétricos ao longo do comprimento de uma viga para os diversos esforços mecânicos aplicados: CSFF - [20x1] - PVDF (2)..... | B-14 |
| Figura B-14 - Representação gráfica do perfil de potenciais elétricos ao longo do comprimento de uma viga quando sujeita a uma carga UDL: CSFFF e CSCFF – [20x1] - PVDF (2)..... | B-15 |
| Figura B-15 - Representação gráfica do perfil de potenciais elétricos ao longo do comprimento de uma viga quando sujeita a uma carga SDL: CSFFF e CSCFF – [20x1] - PVDF (2). | B-16 |
| Figura B-16 - Representação gráfica do perfil de potenciais elétricos ao longo do comprimento de uma viga para os diversos esforços mecânicos aplicados: CFFF - [20x1] - PVDF (2)-PZT4. | B-17 |
| Figura B-17 - Representação gráfica do perfil de potenciais elétricos no primeiro elemento conforme o nr de subcamadas para uma carga pontual final: CFFF - [20x1] - PVDF (2). | B-18 |
| Figura B-18 - Representação gráfica do perfil de potenciais elétricos ao longo da espessura no elemento 1 para diversas cargas: CFFF - [20x1] - PVDF (2). | B-20 |
| Figura B-19 - Representação gráfica da discretização em espessura através do aumento de subcamadas numéricas: CFFF - [20x1]..... | B-20 |
| Figura B-20 - Representação gráfica dos potenciais elétricos para uma placa considerando uma carga UDL: (a) SSSS, (b) SSCC. | B-21 |
| Figura B-21 - Representação gráfica dos potenciais elétricos para uma placa considerando uma carga UDL: (a) SSCS, (b) SSFF, (c) SSFC, (d) CCFF. | B-22 |
| Figura B-22 - Representação gráfica dos potenciais elétricos para uma placa considerando uma carga UDL: (a) CSFFF, (b) CSCFF. | B-23 |
| Figura B-23 - Representação esquemática dos esquemas de laminação cross-ply considerados: (a) Laminado simétrico (config. externa); (b) Laminado simétrico (config. interna); (c) Laminado antissimétrico (config. externa); (d) Laminado antissimétrico (config. interna)..... | B-24 |
| Figura B-24 - Representação esquemática das solicitações consideradas: (a) Carregamento SDL, adaptado de [283]; (b) Potencial uniforme..... | B-24 |
| Figura B-25 - Representação gráfica das deformações no modo atuador em função das CFs do laminado simétrico (config. exterior): (a) SSSS; (b) SSCC; (c) SSCS; (d) SSFF; (e) SSFC; (f) CCFF. | B-26 |
| Figura B-26- Representação esquemática dos esquemas de laminação considerados: (a) Double-Double; (b) QUAD..... | B-27 |
| Figura B-27 - Representação esquemática dos esquemas de laminação considerados: (a) Double-Double; (b) QUAD..... | B-31 |
| Figura B-28 - Representação esquemática isométrica do Tapering-1 (1D) da viga e nas vistas: (a) Vista Lateral (plano xOz); (b) Vista em Planta (plano xOy); (c) Vista isométrica. | B-32 |

| | |
|--|------|
| Figura B-29 - Representação esquemática isométrica do Tapering-2 (2D) da placa e nas vistas: (a) Vista Lateral (plano xOz); (b) Vista em Planta (plano xOy); (c) Vista Lateral (plano yOz); (d) Vista isométrica..... | B-33 |
| Figura B-30 - Representação esquemática isométrica do Tapering-3 (2D) da placa e nas vistas: (a) Vista Lateral (plano xOz); (b) Vista em Planta (plano xOy); (c) Vista Lateral (plano yOz); (d) Vista isométrica..... | B-34 |
| Figura B-31 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos ao longo do bordo livre de vigas CFFF com tapering-1, considerando os diversos potenciais aplicados em modo atuador. | B-36 |
| Figura B-32 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos ao longo do bordo livre de vigas CFFF de espessura constante, considerando os diversos esquemas de laminação em modo atuador. | B-37 |
| Figura B-33 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos ao longo do bordo livre de vigas CFFF de espessura constante, considerando os diversos esquemas de laminação em modo atuador. | B-37 |
| Figura B-34 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos ao longo do centro de vigas CSFF de espessura constante, considerando os diversos esquemas de laminação em modo atuador. | B-37 |
| Figura B-35 - Representação gráfica dos modos de vibração (flexão) de uma viga híbrida (stagg1-CC) CFFF: (a) modo 1 (ω_1), (b) modo 2 (ω_3), (c) modo 3 (ω_4), (d) modo 4 (ω_7), (e) modo 5 (ω_9). | B-41 |
| Figura B-36 - Representação gráfica dos modos de vibração (flexão) de uma viga híbrida (stagg1-CC) CFFF: (a) modo 1 (ω_5), (b) modo 2 (ω_8), (c) modo 3 (ω_{13}), (d) modo 4 (ω_{15}), (e) modo 5 (ω_{18}). | B-42 |
| Figura B-37 - Representação gráfica dos modos de vibração de uma viga híbrida (stagg1-CC) CSFF: (a) modo 1-flexão (ω_1), (b) modo 2-flexão (ω_3), (c) modo 1-torção (ω_5), (d) modo 3-flexão (ω_6), (e) modo 2-torção (ω_8). | B-43 |
| Figura B-38- Representação gráfica dos potenciais elétricos para uma viga de espessura constante e com tapering-1 considerando uma carga UDL para CFFF e CSFF..... | B-46 |
| Figura B-39 - Representação gráfica das deformações no modo atuador para Vigas com Tapering-1 (61,14): (a) CFFF; (b) CSFF. | B-46 |
| Figura B-40 - Representação esquemática das propriedades consideradas: (a) Materiais normalizadas; (b) MasterPly. | B-47 |
| Figura B-41 - Representação gráfica da resposta estática de vigas híbridas CFFF em modo atuador considerando os diversos materiais e a masterply..... | B-48 |
| Figura B-42 - Representação esquemática dos esquemas de laminação considerados considerando uma carga UDL: (a) Double-Double; (b) QUAD. | B-49 |

| | |
|---|------|
| Figura B-43 - Representação gráfica das tensões xx em espessura do laminado QUAD convencional e respectivos DD – [61,14]: (a) QUAD; (b) Stagg1; (c) Stagg2; (d) Stagg3..... | B-51 |
| Figura B-44 - Representação gráfica das tensões xx em espessura dos restantes esquemas de DD - [61,14]: (a) Stagg4; (b) Paired1; (c) Paired2..... | B-52 |
| Figura B-45 - Representação gráfica das tensões yy em espessura do laminado QUAD convencional e respectivos DD – [61,14]: (a) QUAD; (b) Stagg1; (c) Stagg2; (d) Stagg3..... | B-53 |
| Figura B-46 - Representação gráfica das tensões yy em espessura dos restantes esquemas de DD – [61,14]: (a) Stagg4; (b) Paired1; (c) Paired2..... | B-54 |
| Figura B-47 - Representação gráfica das tensões xy em espessura do laminado QUAD convencional e respectivos DD – [61,14]: (a) QUAD; (b) Stagg1; (c) Stagg2; (d) Stagg3..... | B-55 |
| Figura B-48 - Representação gráfica das tensões xy em espessura dos restantes esquemas de DD – [61,14]: (a) Stagg4; (b) Paired1; (c) Paired2..... | B-56 |
| Figura B-49 - Representação gráfica das tensões xz em espessura do laminado QUAD convencional e respectivos DD – [61,14]: (a) QUAD; (b) Stagg1; (c) Stagg2; (d) Stagg3..... | B-57 |
| Figura B-50 - Representação gráfica das tensões xz em espessura dos restantes esquemas de DD – [61,14]: (a) Stagg4; (b) Paired1; (c) Paired2..... | B-58 |
| Figura B-51 - Representação gráfica das tensões yz em espessura do laminado QUAD convencional e respectivos DD – [61,14]: (a) QUAD; (b) Stagg1; (c) Stagg2; (d) Stagg3..... | B-59 |
| Figura B-52 - Representação gráfica das tensões yz em espessura dos restantes esquemas de DD – [61,14]: (a) Stagg4; (b) Paired1; (c) Paired2..... | B-60 |
| Figura B-53 - Representação gráfica das tensões xx em espessura do laminado não-convencional e respetivo DD – [61,25]: (a) Não-convencional; (b) Stagg1. | B-61 |
| Figura B-54 - Representação gráfica das tensões yy em espessura do laminado não-convencional e respetivo DD – [61,25]: (a) não-convencional; (b) Stagg1. | B-61 |
| Figura B-55 - Representação gráfica das tensões xy em espessura do laminado não-convencional e respetivo DD – [61,25]: (a) não-convencional; (b) Stagg1. | B-62 |
| Figura B-56 - Representação gráfica das tensões xz em espessura do laminado não-convencional e respetivo DD – [61,25]: (a) não-convencional; (b) Stagg1. | B-62 |
| Figura B-57 - Representação gráfica das tensões yz em espessura do laminado não-convencional e respetivo DD – [61,25]: (a) não-convencional; (b) Stagg1. | B-63 |
| Figura B-58- Representação esquemática das condições dos potenciais elétricos e carregamento mecânico considerado (10x1): (a) Uniforme; (b) Unilateral-inicial; (c) Unilateral-final; (d) Distribuído; (e) Inversamente distribuído; (f) Unilaterais invertidos; (g) Unilaterais invertidos inversamente distribuídos; (h) UDL+ Uniforme..... | B-64 |
| Figura B-59 - Representação gráfica dos deslocamentos para uma viga de espessura constante considerando diversos esquemas de atuação para CFFF..... | B-67 |

Figura B-60 - Representação gráfica dos deslocamentos para uma viga de espessura constante considerando diversos esquemas de atuação e uma carga UDL para CFFF. B-67

Figura B-61 - Representação do esquemas de laminação considerados no EP9: (a) F/B/QUAD-DD/B/F; (b) B/F/QUAD-DD/B/F; (c) B/B/QUAD-DD/B/B; (d) F/B/QUAD-DD/F/B; (e) B/F/QUAD-DD/F/B; (f) F/F/QUAD-DD/F/F. B-68

Lista de Tabelas

| | |
|--|----|
| Tabela 2.1.1.1 – Caracterização das Estruturas Multifuncionais Avançadas..... | 13 |
| Tabela 2.1.2.1 - Caracterização generalizada de alguns materiais inteligentes..... | 20 |
| Tabela 2.1.3.1 - Aplicações dos Materiais e Sistemas Inteligentes no Setor da Saúde: estado da arte das tecnologias para dispositivos autossuficientes implantáveis e <i>wearable</i> . Adaptado de [73]. | 29 |
| Tabela 2.1.3.2 - Aplicações dos Materiais Inteligentes na Indústria Civil..... | 30 |
| Tabela 2.1.3.3 - Aplicações dos Materiais Inteligentes na Indústria Petrolífera e do Gás | 30 |
| Tabela 2.1.3.4 - Aplicações dos Materiais Inteligentes na Indústria Robótica Macia | 31 |
| Tabela 2.1.3.5 - Aplicações dos Materiais Inteligentes na Indústria Automóvel. Adaptado de [97]. | 31 |
| Tabela 2.1.4.1 - Exemplos de materiais piezoelétricos comuns..... | 33 |
| Tabela 2.1.4.2 - Algumas normas relacionadas com os materiais piezoelétricos. | 33 |
| Tabela 2.1.4.3 - Alguns dos efeitos magnetostritivos, onde: H - campo magnético, M – magnetização, Δx – deformação longitudinal, σ – tensão longitudinal, H_l e H_c – campo magnético longitudinal e circular; e as setas verdes indicam um binário aplicado ou induzido. Adaptado de [139]. | 36 |
| Tabela 2.1.4.4 - Resumo de algumas configurações geométricas encontradas para atuadores magnetostritivos. Adaptado de [5]. | 36 |
| Tabela 2.2.1.1 – Algumas vantagens e desvantagens do uso de MCs..... | 41 |
| Tabela 3.2.1.1 Tipos de integração utilizados para o elemento isoparamétrico Q4. | 71 |
| Tabela 3.2.1.2 - Pesos e pontos de Gauss-Legendre para uma direção de coordenada. Adaptado de [3, p. 508]. | 71 |
| Tabela 4.1.2.1 - Resposta estática de placas isotrópicas SSSS sujeitas a uma carga UDL – amostra de resultados..... | 78 |
| Tabela 4.1.2.2 - Resposta estática de placas isotrópicas CCCC sujeitas a uma carga UDL – amostra de resultados. | 79 |
| Tabela 4.1.2.3 - Resposta dinâmica em vibração de placas isotrópicas SSSS – amostra de resultados..... | 80 |

| | |
|---|----|
| Tabela 4.1.2.4 - Resposta dinâmica em vibração de placas isotrópicas CCCC – amostra de resultados..... | 80 |
| Tabela 4.1.2.5 - Resposta estática de placas ortotrópicas (UD) sujeitas a uma carga UDL – amostra de resultados..... | 81 |
| Tabela 4.1.2.6 - Resposta estática de placas laminadas <i>cross-ply</i> simétricas e antissimétricas sujeitas a uma carga SDL: deslocamentos – amostra de resultados..... | 82 |
| Tabela 4.1.2.7 - Resposta estática de placas laminadas <i>cross-ply</i> simétricas e antissimétricas sujeitas a uma carga SDL: tensões – amostra de resultados..... | 82 |
| Tabela 4.1.2.8 - Resposta estática de placas laminadas <i>angle-ply</i> sujeita a UDL: deslocamentos – amostra de resultados..... | 83 |
| Tabela 4.1.2.9 – Resposta dinâmica de diversos empilhamentos em placas ortotrópicas <i>cross-ply</i> em vibração livre - amostra de resultados..... | 84 |
| Tabela 4.1.2.10 - Propriedades do material e Invariantes: normalizados pelo <i>trace</i> - amostra de resultados..... | 85 |
| Tabela 4.1.2.11 - Laminado DD equivalente ao QUAD convencional em [A]*..... | 85 |
| Tabela 4.1.2.12 - Laminado DD equivalente ao QUAD convencional em [D]*..... | 86 |
| Tabela 4.1.2.13 - Laminado DD equivalente em [D]* ao laminado duro – amostra de resultados..... | 87 |
| Tabela 4.1.2.14 - Evolução das componentes da matriz [B] normalizadas em espessura e pelo <i>trace</i> | 88 |
| Tabela 4.1.2.15 - Evolução das componentes da matriz [D] normalizadas em espessura e pelo <i>trace</i> | 88 |
| Tabela 4.1.3.1 - Resposta estática de uma viga <i>bimorph</i> no modo atuador (uniforme) – amostra de resultados..... | 89 |
| Tabela 4.1.3.2 - Resposta estática de uma viga <i>bimorph</i> no modo sensor (aberto) – amostra de resultados..... | 90 |
| Tabela 4.1.4.1 - Resposta dinâmica de placas piezoelétricas e piezomagnéticas em vibração livre - amostra de resultados..... | 91 |
| Tabela 4.1.4.2 - Resposta dinâmica de placas piezoelétricas e piezomagnéticas em vibração livre (modo sensor fechado e aberto) - amostra de resultados..... | 92 |
| Tabela 4.1.4.3 - Resposta estática de um laminado híbrido simétrico sujeito a SDL ($V=0$) - amostra de resultados..... | 93 |
| Tabela 4.1.4.4 - Resposta estática de um laminado híbrido MEE do tipo B/F sujeita a uma carga UDL – amostra de resultados..... | 94 |
| Tabela 4.1.4.5 - Resposta dinâmica de laminados híbridos MEE do tipo B/F em vibração livre - amostra de resultados..... | 94 |

| | |
|---|-----|
| Tabela 4.1.4.6 - Resposta dinâmica de placas piezoelétricas e piezomagnéticas híbridas (F/B/F e B/F/B) em vibração livre - amostra de resultados..... | 94 |
| Tabela 4.2.1.1 – Propriedades elásticas e piezoelétricas (adaptadas das respectivas referências) dos materiais considerados nos estudos paramétricos. | 95 |
| Tabela 4.2.1.2 - Propriedades elásticas (passivas) dos materiais considerados nos estudos paramétricos (continua na Tabela 4.2.1.3). | 96 |
| Tabela 4.2.1.3 - Propriedades elásticas (passivas) dos materiais considerados nos estudos paramétricos (continuação da Tabela 4.2.1.2)..... | 96 |
| Tabela 4.2.1.4 - Propriedades passivas e ativas dos materiais considerados nos estudos paramétricos (continuação da Tabela 4.2.1.3)..... | 96 |
| Tabela 4.2.2.1 - Resposta estática da viga bimorph sujeita a uma ddp=100V e diversas condições de fronteira: deslocamento transversal em função do comprimento da viga - amostra de resultados. | 99 |
| Tabela 4.2.2.2 - Resposta estática da viga bimorph sujeita a uma carga UDL e diversas condições de fronteira: potencial gerado em função do comprimento da viga - amostra de resultados. | 99 |
| Tabela 4.2.3.1 - Resposta estática da placa híbrida sujeita a uma ddp=1V e carga SDL unitária com diversas condições de fronteira: deslocamento transversal para sensor aberto/fechado e atuador - amostra de resultados. | 104 |
| Tabela 4.2.3.2 - Resposta dinâmica de placas híbridas em vibração livre (modo sensor fechado/aberto) - amostra de resultados..... | 104 |
| Tabela 4.2.4.1 - Resposta estática de placas laminadas híbridas QUAD e DD com diversas condições de fronteira: deslocamento transversal para modo de atuador - amostra de resultados | 107 |
| Tabela 4.2.4.2 - Resposta dinâmica de placas híbridas QUAD e DD em vibração livre (modo sensor fechado/aberto) - amostra de resultados..... | 107 |
| Tabela 4.2.5.1 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação de espessura variável (<i>tapering-1</i>) e constante, CFFF em modo atuador – amostra de resultados..... | 110 |
| Tabela 4.2.5.2 - Resposta dinâmica de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação de espessura variável (<i>tapering-1</i>) e constante, CFFF – amostra de resultados..... | 110 |
| Tabela 4.2.5.3 - Resposta estática de placas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação de espessura variável (<i>tapering-2</i> e <i>tapering-3</i> em [D]*) e constante, SSSS em modo atuador – amostra de resultados. | 111 |
| Tabela 4.2.5.4 - Resposta dinâmica de placas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação de espessura variável (<i>tapering-2</i> e <i>tapering-3</i> em [D]*) e constante, SSSS – amostra de resultados. | 111 |

| | |
|---|-----|
| Tabela 4.2.6.1 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas CFFF em modo atuador, considerando DD-Stagg1 com $[\Phi, \psi]=[\pm 64, \pm 14]$ de espessura constante e as propriedades materiais/Master-ply – amostra de resultados. | 113 |
| Tabela 4.2.9.1 - Resposta dinâmica de placas laminadas <i>sandwich</i> com núcleos QUAD e camadas piezoelétricas e piezomagnéticas em vibração livre - amostra de resultados..... | 123 |
| Tabela 4.2.9.2 - Resposta dinâmica de placas laminadas sandwich com núcleos DD-[D]* e camadas piezoelétricas e piezomagnéticas em vibração livre - amostra de resultados. | 123 |
| Tabela 4.2.9.3 - Resposta dinâmica de placas laminadas sandwich com núcleos DD-[A]* e camadas piezoelétricas e piezomagnéticas em vibração livre - amostra de resultados. | 123 |

| | |
|---|-----|
| Tabela A-1 - Resposta de placas isotrópicas sujeitas a uma carga UDL: Valores de referência para o EV1. Adaptado de [257, p. 657]..... | A-2 |
| Tabela A-2 - Localização do ponto A para o cálculo das tensões em xx no EV1. Adaptado de [257, p. 657]. | A-2 |
| Tabela A-3 - Valores obtidos do deslocamento transversal, das tensões e respectivos desvios para o EV1. | A-2 |
| Tabela A-4 - Resposta de placas isotrópicas sujeitas a uma carga UDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV2..... | A-3 |
| Tabela A-5 - Localização do ponto A para o cálculo das tensões em xx no EV2. Adaptado de [1, p. 658]. | A-3 |
| Tabela A-6 - Resposta de vigas isotrópicas sujeitas a uma carga pontual de tração: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV3..... | A-4 |
| Tabela A-7 - Resposta de vigas isotrópicas sujeitas a uma carga pontual de flexão: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV4..... | A-4 |
| Tabela A-8 - Resposta de vigas isotrópicas sujeitas a uma carga pontual de flexão no centro: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV5..... | A-5 |
| Tabela A-9 - Resposta de vigas isotrópicas sujeitas a UDL: Valores de referência, obtidos e desvios do EV6. | A-5 |
| Tabela A-10 - Resposta de placas isotrópicas em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV7. | A-6 |
| Tabela A-11 - Resposta de placas isotrópicas em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV8. | A-6 |
| Tabela A-12 - Convergência de valores da frequência natural fundamental para o EV8, $L/h=1000$ | A-6 |
| Tabela A-13 - Resposta de placas isotrópicas em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV9. | A-7 |

| | |
|---|------|
| Tabela A-14 - Resposta de placas ortotrópicas UD sujeitas a uma carga UDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV10..... | A-8 |
| Tabela A-15 - Resposta de placas ortotrópicas cross-ply sujeitas a uma carga UDL e SDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV11-deslocamentos..... | A-9 |
| Tabela A-16 - Resposta de placas ortotrópicas cross-ply sujeitas a uma carga SDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV11-Resultados numéricos de deslocamentos e tensões..... | A-9 |
| Tabela A-17 - Resposta de placas ortotrópicas cross-ply simétricas sujeitas a uma carga UDL e SDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV11-tensões..... | A-10 |
| Tabela A-18 - Resposta de placas ortotrópicas cross-ply antissimétricas sujeitas a uma carga UDL e SDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV11-tensões..... | A-10 |
| Tabela A-19 - Resposta de placas ortotrópicas angle-ply sujeitas a uma carga UDL e SDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV12-deslocamentos..... | A-11 |
| Tabela A-20 - Resposta de placas ortotrópicas angle-ply simétricas sujeitas a uma carga UDL e SDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV12-tensões..... | A-11 |
| Tabela A-21 - Resposta de placas ortotrópicas angle-ply simétricas sujeitas a uma carga UDL e SDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV12-tensões..... | A-12 |
| Tabela A-22 - Resposta de placas ortotrópicas angle-ply sujeitas a uma carga UDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV13-deslocamentos..... | A-12 |
| Tabela A-23 - Resposta de placas ortotrópicas cross-ply em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV14..... | A-13 |
| Tabela A-24 - Resposta de placas ortotrópicas angle-ply em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV15..... | A-14 |
| Tabela A-25 - Resposta de placas ortotrópicas angle-ply em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV16..... | A-14 |
| Tabela A-26 - Propriedades do material, propriedades normalizadas com o respectivo trace e desvios..... | A-15 |
| Tabela A-27 - Invariantes, Invariantes normalizados pelo trace e respectivos desvios..... | A-15 |
| Tabela A-28 - Laminado DD equivalente em $[A]^*$ ao QUAD convencional, propriedades de $[A]^*$ e $[D]^*$ e respectivos desvios..... | A-16 |
| Tabela A-29 - Laminado DD equivalente em $[D]^*$ ao QUAD convencional, propriedades de $[A]^*$ e $[D]^*$ e respectivos desvios..... | A-16 |
| Tabela A-30 - Laminado DD equivalente em $[A]^*$ ao não-convencional, propriedades de $[A]^*$ e $[D]^*$ e respectivos desvios..... | A-17 |
| Tabela A-31 - Laminado DD equivalente em $[D]^*$ ao não-convencional, propriedades de $[A]^*$ e $[D]^*$ e respectivos desvios..... | A-17 |

| | |
|--|------|
| Tabela A-32 - Laminado DD equivalente em $[A]^*$ ao laminado duro, propriedades de $[A]^*$ e desvios..... | A-18 |
| Tabela A-33 - Laminado DD equivalente em $[D]^*$ ao laminado duro e propriedades de $[D]^*$. A-18 | |
| Tabela A-34 - Evolução das componentes da matriz $[A]$ normalizadas em espessura e pelo trace. | A-19 |
| Tabela A-35 - Evolução das componentes da matriz $[B]$ normalizadas em espessura e pelo trace. | A-19 |
| Tabela A-36 - Evolução das componentes da matriz $[D]$ normalizadas em espessura e pelo trace. | A-19 |
| Tabela A-37 - Resposta de vigas piezoelétricas bimorph sujeitas a um potencial elétrico uniforme: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV22..... | A-20 |
| Tabela A-38 - Resposta de vigas piezoelétricas bimorph sujeitas a diversos potenciais elétricos uniformes: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV23. | A-21 |
| Tabela A-39 - Resposta de vigas piezoelétricas bimorph sujeitas a um potencial elétrico uniforme: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV24..... | A-21 |
| Tabela A-40 - Resposta de vigas piezoelétricas bimorph sujeitas a um potencial elétrico uniforme: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV25..... | A-22 |
| Tabela A-41 - Resposta de vigas piezoelétricas bimorph em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV26 – circuito fechado. | A-23 |
| Tabela A-42 - Resposta de vigas piezoelétricas bimorph em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV26 – circuito aberto. | A-24 |
| Tabela A-43 - Resposta de placas piezoelétricas e piezomagnéticas em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV27 – circuito aberto..... | A-25 |
| Tabela A-44 - Propriedades do BaTiO ₃ e CoFeO ₄ . Adaptado de [211]..... | A-26 |
| Tabela A-45 - Resposta de vigas piezoelétricas e piezomagnéticas em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV28 – circuito aberto-aberto-aberto e fechado-fechado. | A-26 |
| Tabela A-46 - Propriedades do PFRC e do substrato. Adaptado de [281]..... | A-27 |
| Tabela A-47 - Resposta do laminado híbrido sujeitas a uma carga UDL com e sem tensão aplicada à camada PFRC: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV29..... | A-27 |
| Tabela A-48 - Resposta do laminado híbrido sujeitas a uma carga SDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV30..... | A-28 |
| Tabela A-49 - Propriedades do BaTiO ₃ e CoFeO ₄ (transversalmente isotrópico). Adaptado de [196]..... | A-29 |
| Tabela A-50 - Resposta estática de vigas piezoelétricas e piezomagnéticas sujeita a uma carga UDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV31. | A-29 |

| | |
|--|------|
| Tabela A-51 - Resposta de placas piezoelétricas e piezomagnéticas em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV31 – circuito aberto..... | A-29 |
| Tabela A-52 - Resposta de placas piezoelétricas e piezomagnéticas em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV32 – circuito fechado. | A-30 |
| Tabela B-1 - Propriedades dos materiais utilizados no EP1: PVDF (1), PVDF (2), PZT-4. ... | B-2 |
| Tabela B-2 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (1)) quando sujeita a diversos potenciais elétricos: deslocamento transversal nodal em função do comprimento da viga - CFFF..... | B-3 |
| Tabela B-3 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos potenciais elétricos: deslocamento transversal nodal em função do comprimento da viga - CFFF..... | B-4 |
| Tabela B-4 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos potenciais elétricos: deslocamento transversal nodal em função do comprimento da viga – CCFF..... | B-5 |
| Tabela B-5 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos potenciais elétricos: deslocamento transversal nodal em função do comprimento da viga – CSFF. | B-6 |
| Tabela B-6 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos potenciais elétricos: deslocamento transversal nodal em função do comprimento da viga – CSCFF..... | B-7 |
| Tabela B-7 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos potenciais elétricos: deslocamento transversal nodal em função do comprimento da viga – CSFFF..... | B-8 |
| Tabela B-8 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2) - PZT4) quando sujeita a diversos potenciais elétricos: deslocamento transversal nodal em função do comprimento da viga – CFFF. | B-9 |
| Tabela B-9 - Propriedades dos materiais utilizados no EP2: PVDF (1), PVDF (2), PZT-4. . | B-10 |
| Tabela B-10 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos esforços mecânicos: potencial elétrico em função do comprimento da viga - CFFF..... | B-12 |
| Tabela B-11 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos esforços mecânicos: potencial elétrico em função do comprimento da viga - CCFF..... | B-13 |
| Tabela B-12 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos esforços mecânicos: potencial elétrico em função do comprimento da viga - CSFF..... | B-14 |
| Tabela B-13 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos esforços mecânicos: potencial elétrico em função do comprimento da viga – UDL: CSFFF, CSCFF. B-15 | B-15 |
| Tabela B-14 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos esforços mecânicos: potencial elétrico em função do comprimento da viga – SDL: CSFFF, CSCFF.. | B-16 |
| Tabela B-15 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2) - PZT4) quando sujeita a diversos esforços mecânicos: potencial elétrico em função do comprimento da viga – CFFF. | B-17 |
| Tabela B-16 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a uma carga pontual final: potencial elétrico em função do número de subcamadas numéricas – CFFF. | B-18 |
| Tabela B-17 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a uma carga UDL: potencial elétrico em função do número de subcamadas numéricas – CFFF..... | B-19 |

| | |
|---|------|
| Tabela B-18 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a uma carga SDL: potencial elétrico em função do número de subcamadas numéricas – CFFF..... | B-19 |
| Tabela B-19 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a uma carga UDL: potencial elétrico em função do número de subcamadas numéricas – CFFF..... | B-21 |
| Tabela B-20- Propriedades dos materiais utilizados no EP3: Gr/Ep, PZT-4. | B-24 |
| Tabela B-21 - Resposta estática adimensional de placas laminadas híbridas, considerando diversos esquemas de laminação, quando sujeita a solicitações: mecânicas (SDL) – modo sensor aberto e fechado; elétricas (uniforme)..... | B-25 |
| Tabela B-22 - Resposta dinâmica adimensional de placas laminadas híbridas, considerando diversos esquemas de laminação, em vibração livre. | B-25 |
| Tabela B-23 - Propriedades dos materiais utilizados no EP4: IM6/Epoxy, PZT-4..... | B-27 |
| Tabela B-24 - Resposta estática de placas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 64, \pm 14]$) e diversas CFs em modo atuador. | B-28 |
| Tabela B-25 - Resposta estática de placas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 62, \pm 20]$) e diversas CFs em modo atuador. | B-28 |
| Tabela B-26 - Resposta dinâmica de placas laminadas híbridas, considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 64, \pm 14]$) e diversas CFs em vibração livre. | B-29 |
| Tabela B-27 - Resposta dinâmica de placas laminadas híbridas, considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 62, \pm 20]$) e diversas CFs em vibração livre. | B-30 |
| Tabela B-28 - Propriedades dos materiais utilizados no EP5: IM6/Epoxy, PZT-4..... | B-31 |
| Tabela B-29 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura constante, CFFF em modo atuador. | B-35 |
| Tabela B-30 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura variável (tapering-1), CFFF em modo atuador..... | B-35 |
| Tabela B-31 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura variável (tapering-1), CFFF em modo atuador (18V/camada)..... | B-35 |
| Tabela B-32 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura variável (tapering-1), CFFF em modo atuador com diversos potenciais. | B-35 |
| Tabela B-33 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 64, \pm 14]$) de espessura constante, CSFF em modo atuador. | B-36 |

| | |
|---|------|
| Tabela B-34 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura variável (tapering-1), CSFF em modo atuador..... | B-36 |
| Tabela B-35 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 62, \pm 20]$) de espessura constante, CFFF em modo atuador. | B-38 |
| Tabela B-36 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 62, \pm 20]$) de espessura variável (tapering-1), CFFF em modo atuador..... | B-38 |
| Tabela B-37 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 62, \pm 20]$) de espessura constante, CSFF em modo atuador. | B-38 |
| Tabela B-38 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 62, \pm 20]$) de espessura variável (tapering-1), CSFF em modo atuador..... | B-38 |
| Tabela B-39 - Resposta dinâmica de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura constante, CFFF em modo sensor aberto e fechado. | B-39 |
| Tabela B-40 - Resposta dinâmica de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura variável (tapering-1), CFFF em modo sensor aberto e fechado. | B-39 |
| Tabela B-41 - Resposta dinâmica de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura constante, CSFF em modo sensor aberto e fechado. | B-39 |
| Tabela B-42 - Resposta dinâmica de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura variável (tapering-1), CSFF em modo sensor aberto e fechado. | B-39 |
| Tabela B-43 - Resposta dinâmica de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 62, \pm 20]$) de espessura constante, CFFF em modo sensor aberto e fechado. | B-40 |
| Tabela B-44 - Resposta dinâmica de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 62, \pm 20]$) de espessura variável (tapering-1), CFFF em modo sensor aberto e fechado. | B-40 |
| Tabela B-45 - Resposta estática de placas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) com diversas configurações de espessura, SSSS em modo atuador..... | B-44 |

| | |
|--|------|
| Tabela B-46 - Resposta dinâmica de placas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura constante, SSSS em modo sensor aberto e fechado. | B-44 |
| Tabela B-47 - Resposta dinâmica de placas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura variável (tapering-2), SSSS em modo sensor aberto e fechado. | B-44 |
| Tabela B-48 -Resposta dinâmica de placas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura variável (tapering-3), SSSS em modo sensor aberto e fechado. | B-44 |
| Tabela B-49 - Resposta de uma viga híbrida de espessura constante e variável quando sujeita a uma carga UDL: potencial elétrico em função do comprimento da viga – CFFF, CSFF. | B-45 |
| Tabela B-50 - Propriedades dos materiais CFRP e da respetiva Masterply utilizados no EP6. Adaptado de [171, p. 18]. | B-47 |
| Tabela B-51 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas CFFF em modo atuador, considerando os diversos esquemas de laminação (DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 64, \pm 14]$) de espessura constante e respetivos materiais/masterply. | B-48 |
| Tabela B-52 - Resposta estática das vigas híbridas CFFF com propriedades materiais Normalizadas e Não-Norm..... | B-48 |
| Tabela B-53 - Propriedades dos materiais utilizados no EP7: IM6/Epoxy, IM7/977. | B-49 |
| Tabela B-54 - Resposta estática do laminado QUAD convencional e o seu equivalente DD em [D]*: Deslocamento máximo, tensões máximas e localização. | B-50 |
| Tabela B-55 - Resposta estática do laminado QUAD convencional e o seu equivalente DD em [A]*: Deslocamento máximo, tensões máximas e localização. | B-50 |
| Tabela B-56 - Resposta estática do laminado não-convencional e o seu equivalente DD-Stagg1 em [A]* e [D]*: Deslocamento máximo, tensões máximas e localização. | B-50 |
| Tabela B-57 - Propriedades dos materiais utilizados no EP8: IM6/Epoxy, PZT-4..... | B-64 |
| Tabela B-58 - Resposta de uma viga híbrida de espessura constante sujeita a diversos esquemas de potenciais elétricos: deslocamento em função do comprimento da viga – CFFF. | B-65 |
| Tabela B-59 - Resposta de uma viga híbrida de espessura constante sujeita a diversos esquemas de potenciais elétricos e uma força de tração UDL: deslocamento em função do comprimento da viga – CFFF..... | B-66 |
| Tabela B-60 - Propriedades dos materiais utilizados no EP9: IM6/Epoxy, BaTiO ₃ e CoFeO ₄ . B-68 | |
| Tabela B-61 - Resposta dinâmica de placas laminadas híbridas considerando QUAD e camadas piezoelétricas-piezomagnéticas, com diversos esquemas de laminação e diversas CFs em vibração livre. | B-69 |

| | |
|---|------|
| Tabela B-62 - Resposta dinâmica de placas laminadas híbridas considerando DD – (61;14) e camadas piezoelétricas-piezomagnéticas, com diversos esquemas de laminação e diversas CFs em vibração livre..... | B-70 |
| Tabela B-63 - Resposta dinâmica de placas laminadas híbridas considerando DD – (62;20) e camadas piezoelétricas-piezomagnéticas, com diversos esquemas de laminação e diversas CFs em vibração livre..... | B-71 |

Nomenclatura

Acrónimos

| | |
|-------|--|
| 1D | Unidimensional |
| 2D | Bidimensional |
| 3D | Tridimensional |
| 3DMEF | Método dos Elementos Finitos baseado em elementos tridimensionais |
| A | Atuador |
| BB | Bloco principal sublaminaado (<i>Building Block</i>) |
| CC | Sensor Fechado (<i>Closed Circuit</i>) |
| CFRP | Polímeros Reforçados com Fibra de Carbono (<i>Carbon Fiber Reinforced Polymer</i>) |
| CFs | Condições de Fronteira |
| CMCs | Compósitos com Matriz Cerâmica (<i>Ceramic Matrix Composites</i>) |
| CNTs | Nanotubos de carbono |
| DD | Double-Double |
| ddp | Diferença de potencial |
| EAP | Polímeros eletroativos (<i>Electroactive Polymers</i>) |
| EBCs | Condições de Fronteira Elétricas (<i>Electric Boundary Conditions</i>) |
| EPs | Estudos Paramétricos |
| ESL | Abordagem de amada única equivalente |
| EVs | Estudos de Verificação |
| FGMs | Materiais com gradiente funcional (<i>Functionally Graded Materials</i>) |
| FSDT | Teoria de Deformação de Corte de 1ª Ordem (<i>First order Shear Deformation Theory</i>) |
| GFRP | Polímeros Reforçados com Fibra de Vidro (<i>Glass Fiber Reinforced Polymer</i>) |
| Gdl | Graus de liberdade |
| HSDT | Teoria de Deformação de Corte de Ordem Superior (<i>High order Shear Deformation Theory</i>) |
| IPMC | Compósitos de polímero iônico e metal (<i>Ionic Polymer-metal Composites</i>) |

| | |
|------------|--|
| KFRP | Polímeros Reforçados com Fibra de Carbono (<i>Kevlar Fiber Reinforced Polymer</i>) |
| LED | Díodo Emissor de Luz |
| LW | Abordagem multicamada (<i>Layerwise</i>) |
| MBCs | Condições de Fronteira Mecânicas (<i>Mechanical Boundary Conditions</i>) |
| MCs | Materiais compósitos |
| MEE | Magneto-Eletro-Elástico |
| MEF | Método dos Elementos Finitos |
| MEMS | Sistemas microeletromecânicos (<i>Micro-electromechanical systems</i>) |
| MMCs | Compósitos com Matriz Metálica (<i>Metal Matrix Composites</i>) |
| MWCNTs | nanotubos de carbono de paredes múltiplas (<i>Multi-Walled CNTs</i>) |
| NEMS | Sistemas nanoeletromecânicos (<i>Nano-electromechanical systems</i>) |
| NGs | Nanogeradores |
| OC | Sensor Aberto (<i>Open Circuit</i>) |
| OMCs | Compósitos com Matriz Orgânica (<i>Organic Matrix Composites</i>) |
| PCM | Materiais com mudança de fase (<i>Phase Changing Materials</i>) |
| PENG | Nanogeradores piezoelétricos |
| PV | Células Fotovoltaicas |
| PVD | Princípio de Deslocamentos Virtuais |
| PYENG | Nanogeradores piroelétricos |
| Q4FSDT | Elemento Finito Quadrangular de 4 Nós de Lagrange baseado na Teoria de Deformação de Corte de 1ª Ordem |
| Q8-FSDT | Elemento Finito Quadrangular de 8 Nós baseado na Teoria de Deformação de Corte de 1ª Ordem |
| Q8-HSDT | Elemento Finito Quadrangular de 8 Nós baseado na Teoria de Deformação de Corte de Ordem Superior |
| Q9-FSDT5P | Elemento Finito Quadrangular de 9 Nós baseado na Teoria de Deformação de Corte de 1ª Ordem |
| Q9-HSDT11P | Elemento Finito Quadrangular de 9 Nós baseado na Teoria de Deformação de Corte de Ordem Superior |
| QUAD | Laminados com 4 principais orientações (0°, 90°, +45° e -45°) |
| RMVT | Princípio variacional misto de Reissner |
| SBFEM | Método dos elementos de fronteira (<i>Scaled Boundary Finite Element Method</i>) |
| SDL | Carga sinusoidal distribuída |
| SL | <i>Shear Locking</i> |
| SMA | Ligas com Memória de Forma (<i>Shape Memory Alloys</i>) |

| | |
|--------|--|
| SMPs | Polímeros com Memória de Forma (<i>Shape Memory Polymers</i>) |
| SWCNTs | Nanotubos de carbono de parede única (<i>Single-Walled CNTs</i>) |
| CPT | Teoria Clássica de Placas (<i>Classical Plate Theory</i>) |
| CBT | Teoria Clássica de Vigas (<i>Classical Beam Theory</i>) |
| TEG | Nanogeradores termoelétricos |
| TEME | Termo-Eletro-Magneto-Elásticas |
| TENC | Teoria de elasticidade não-clássica |
| TENG | Nanogeradores triboelétricos |
| CUF | Formulação Unificada de Carrera (<i>Carrera Unified Formulation</i>) |
| UD | Unidirecional |
| UDL | Carga uniforme distribuída |

Subscritos

| | |
|--------------------------|---|
| <i>conc</i> | Identifica forças concentradas |
| <i>dist</i> | Identifica forças distribuídas |
| <i>eq</i> | Equivalente |
| <i>m</i> | Piezomagnético |
| <i>mb</i> | Componente de membrana-flexão |
| <i>p</i> | Piezoelétrico |
| <i>rT</i> | Número de repetições total |
| <i>s</i> | Componente de corte |
| <i>uu</i> | Componente associada à contribuição puramente mecânica |
| <i>vol</i> | Identifica forças de volume |
| <i>x</i> | Componente do sistema de coordenadas cartesianas 3D: eixo Ox |
| <i>y</i> | Componente do sistema de coordenadas cartesianas 3D: eixo Oy |
| <i>z</i> | Componente do sistema de coordenadas cartesianas 3D: eixo Oz |
| $\phi\phi$ | Componente associada à contribuição puramente elétrica |
| $\psi\psi$ | Componente associada à contribuição puramente magnética |
| ϕu ou $u\phi$ | Componente associada ao acoplamento entre componente mecânica/elétrica |
| ψu ou $u\psi$ | Componente associada ao acoplamento entre componente mecânica/elétrica |
| $\psi\phi$ ou $\phi\psi$ | Componente associada ao acoplamento entre componente magnética/elétrica |

Sobrescritos

| | |
|----------|--|
| 0 | Identifica as grandezas associadas à superfície média de referência da estrutura |
| (0) | Identifica extensões de membrana |
| (1) | Identifica extensões de flexão (curvaturas) |
| * | Componente normalizada pela espessura |
| ** | Componente normalizada pela espessura e pelo <i>trace</i> |
| <i>e</i> | Elemento |
| <i>k</i> | Camada k |

Unidades Base e Derivadas SI

| Unidade | Grandeza Quantitativa | Unidade SI |
|------------|---|---|
| ampere | Corrente elétrica | [A] |
| coulomb | Carga elétrica | [C] = [s A] |
| farad | Capacitância | [F] = [m ⁻² kg ⁻¹ s ⁴ A ²] |
| henry | Indução magnética | [H] = [kg m ² s ⁻² A ⁻²] |
| hertz | Frequência | [Hz] = [s ⁻¹] |
| joule | Energia, trabalho | [J] = [m ² kg s ⁻²] |
| metro | Comprimento, largura, altura e profundidade | [m] |
| newton | Força | [N] = [m kg s ⁻²] |
| pascal | Pressão, tensão mecânica | [Pa] = [m ⁻¹ kg s ⁻²] |
| quilograma | Massa | [kg] |
| radiano | Ângulo | [rad] |
| segundo | Tempo, duração | [s] |
| tesla | Densidade de fluxo magnético | [T] = [kg s ⁻² A ⁻¹] |
| volt | Potencial elétrico | [V] = [m ² kg s ⁻³ A ⁻¹] |
| weber | Fluxo magnético | [Wb] = [kg m ² s ⁻² A] |

Simbologia Dimensional

| Símbolo | Grandeza Dimensional | Unidade SI |
|---------|----------------------------------|------------|
| I | Intensidade de corrente elétrica | [A] |
| L | Comprimento | [m] |
| M | Massa | [kg] |
| T | Tempo | [s] |

Simbologia Grega

| Símbolo | Descrição | Dimensão | Unidade SI |
|-------------------------------|--|----------------------|----------------------|
| $\overline{\sigma}_{ij}$ | Componente ij da tensão adimensional, $ij=\{xx,yy,xy,xz,yz\}$ | - | - |
| τ_{ij} | Componente ij da tensão de corte, $ij=\{xy,yz,xz\}$ | $L^{-1}MT^{-2}$ | [Pa] |
| σ_{ij} | Componente ij da tensão normal, $ij=\{xx,yy,zz\}$ | $L^{-1}MT^{-2}$ | [Pa] |
| γ_{ij} | Componente ij de distorção, $ij=\{xy,yz,xz\}$ | - | - |
| ε_{kl} | Componente ij de extensão, $ij=\{xx,yy,zz\}$ | - | - |
| $\overline{\mu}_{ij}$ | Componente ij de permeabilidade corrigida e transformada, $ij=\{11,12,22,33\}$ | $LMT^{-2}I^{-2}$ | [H m ⁻¹] |
| $\tilde{\mu}_{ij}$ | Componente ij de permeabilidade corrigida, $ij=\{11,12,22,33\}$ | $LMT^{-2}I^{-2}$ | [H m ⁻¹] |
| μ_{ij} | Componente ij de permeabilidade magnética, $ij=\{11,12,22,33\}$ | $LMT^{-2}I^{-2}$ | [H m ⁻¹] |
| $\overline{\varepsilon}_{ij}$ | Componente ij de permitividade elétrica corrigida e transformada, $ij=\{11,12,22,33\}$ | $L^{-3}M^{-1}T^4I^2$ | [F m ⁻¹] |
| $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ | Componente ij de permitividade elétrica corrigida, $ij=\{11,12,22,33\}$ | $L^{-3}M^{-1}T^4I^2$ | [F m ⁻¹] |
| ε_{ij} | Componente ij de permitividade elétrica, $ij=\{11,12,22,33\}$ | $L^{-3}M^{-1}T^4I^2$ | [F m ⁻¹] |
| ν_{ij} | Componente ij do coeficiente de Poisson, $ij=\{12,21\}$ | - | - |
| ξ | Coordenada natural do referencial do elemento | - | - |
| η | Coordenada natural do referencial do elemento | - | - |
| ρ | Massa Específica | $L^{-3}M$ | [kgm ⁻³] |
| Π | Energia potencial | L^2MT^{-2} | [J] |
| ω_n | Frequência natural associada ao modo n | T^{-1} | [Hz] |
| \mathcal{J} | Jacobiano | - | - |
| $[\overline{\mu}]$ | Matriz de permeabilidade corrigida e transformada | $LMT^{-2}I^{-2}$ | [H m ⁻¹] |
| $[\mu]$ | Matriz de permeabilidade magnética | $LMT^{-2}I^{-2}$ | [H m ⁻¹] |
| $[\overline{\varepsilon}]$ | Matriz de permitividade corrigida e transformada | $L^{-3}M^{-1}T^4I^2$ | [F m ⁻¹] |
| $[\varepsilon]$ | Matriz de permitividade elétrica | $L^{-3}M^{-1}T^4I^2$ | [F m ⁻¹] |
| δ | Operador variacional | - | - |
| ϕ | Orientação angular das camadas no plano xOy em laminados DD | - | [rad] |

| | | | |
|-------------------|---|--------------------|-------|
| ψ | Orientação angular das camadas no plano xOy em laminados DD | - | [rad] |
| θ | Orientação angular do material no plano xOy | - | [rad] |
| Ω | Potencial de forças | - | - |
| ϕ | Potencial elétrico | $L^2MT^{-3}I^{-1}$ | [V] |
| ψ | Potencial magnético | I | [A] |
| θ_y^0 | Rotação normal transversal em torno da direção Ox | - | [rad] |
| θ_x^0 | Rotação normal transversal em torno da direção Oy | - | [rad] |
| $\{\varepsilon\}$ | Vetor do campo de deformações | - | - |
| $\{\sigma\}$ | Vetor do campo de tensões | $L^{-1}MT^{-2}$ | [Pa] |

Simbologia Romana

| Símbolo | Descrição | Dimensão | Unidade SI |
|------------------|---|--------------------|--------------------------------------|
| B_s | Componente de corte da matriz de acoplamento extensão-deslocamento | - | - |
| B_{mb} | Componente de membrana flexão da matriz de acoplamento extensão-deslocamento | - | - |
| E_i | Componente i do módulo de elasticidade, $i=\{1,2,3\}$ | $L^{-1}MT^{-2}$ | [Pa] |
| G_{ij} | Componente ij do módulo de corte | $L^{-1}MT^{-2}$ | [Pa] |
| Q_{ij} | Componente ij da matriz dos coeficientes de rigidez elástica | $L^{-1}MT^{-2}$ | [Pa] |
| \bar{Q}_{ij} | Componente ij da matriz dos coeficientes de rigidez elástica corrigidos e transformados | $L^{-1}MT^{-2}$ | [Pa] |
| \tilde{Q}_{ij} | Componente ij da matriz dos coeficientes de rigidez elástica corrigidos | $L^{-1}MT^{-2}$ | [Pa] |
| m_{ij} | Componente ij da matriz dos coeficientes magnetoelétricos | TL^{-1} | [NsV ⁻¹ C ⁻¹] |
| \bar{m}_{ij} | Componente ij da matriz dos coeficientes magnetoelétricos corrigida e transformada | TL^{-1} | [NsV ⁻¹ C ⁻¹] |
| \tilde{m}_{ij} | Componente ij da matriz dos coeficientes magnetoelétricos corrigida | TL^{-1} | [NsV ⁻¹ C ⁻¹] |
| d_{ij} | Componente ij da matriz dos coeficientes piezoelétricos (<i>strain-charge</i>) | $L^{-1}M^{-1}T^3I$ | [CN ⁻¹] |

| | | | |
|------------------|---|--------------------|-----------------------------|
| \bar{d}_{ij} | Componente ij da matriz dos coeficientes piezoelétricos (<i>strain-charge</i>) corrigida e transformada | $L^{-1}M^{-1}T^3I$ | $[CN^{-1}]$ |
| e_{ij} | Componente ij da matriz dos coeficientes piezoelétricos (<i>stress-charge</i>) | $L^{-2}TI$ | $[Cm^{-2}]$ |
| \bar{e}_{ij} | Componente ij da matriz dos coeficientes piezoelétricos (<i>stress-charge</i>) corrigida e transformada | $L^{-2}TI$ | $[Cm^{-2}]$ |
| \tilde{e}_{ij} | Componente ij da matriz dos coeficientes piezoelétricos (<i>stress-charge</i>) corrigida | $L^{-2}TI$ | $[Cm^{-2}]$ |
| q_{ij} | Componente ij da matriz dos coeficientes piezomagnéticos | $MT^{-2}I^{-1}$ | $[T],$ $[NA^{-1}m^{-1}]$ |
| \bar{q}_{ij} | Componente ij da matriz dos coeficientes piezomagnéticos corrigida e transformada | $MT^{-2}I^{-1}$ | $[T],$ $[NA^{-1}m^{-1}]$ |
| \tilde{q}_{ij} | Componente ij da matriz dos coeficientes piezomagnéticos corrigida | $MT^{-2}I^{-1}$ | $[T],$ $[NA^{-1}m^{-1}]$ |
| L | Comprimento da estrutura na direção Ox | L | $[m]$ |
| b | Comprimento da estrutura na direção Oy | L | $[m]$ |
| u^0 | Deslocamento de um ponto genérico da superfície média na direção Ox | L | $[m]$ |
| v^0 | Deslocamento de um ponto genérico da superfície média na direção Oy | L | $[m]$ |
| w^0 | Deslocamento de um ponto genérico da superfície média na direção Oz | L | $[m]$ |
| \bar{w} | Deslocamento máximo transversal adimensionalizado | - | - |
| w | Deslocamento na direção do eixo Oz | L | $[m]$ |
| v | Deslocamento na direção Oy | L | $[m]$ |
| u | Deslocamento na direção Ox | L | $[m]$ |
| \mathcal{K} | Energia Cinética | L^2MT^{-2} | $[J]$ |
| U | Energia elástica de deformação | L^2MT^{-2} | $[J]$ |
| N_{ij} | Esforço normal resultante por unidade de comprimento | MT^{-2} | $[Nm^{-1}]$ |
| Q_{ij} | Esforço transversal resultante por unidade de comprimento | MT^{-2} | $[Nm^{-1}]$ |
| h_i | Espessura da camada | L | $[m]$ |

| | | | |
|------------------|--|----------------------|---|
| K_s | Fator de correção de corte | - | - |
| N_i | Função de forma associada ao nó i | - | - |
| \mathcal{L} | Funcional Lagrangeano | - | - |
| U_i | Invariante | $L^{-1}MT^{-2}$ | [Pa] |
| $[B]$ | Matriz de rigidez de acoplamento membrana-flexão | LMT^{-2} | [N] |
| $[D]$ | Matriz de rigidez de flexão | ML^2T^{-2} | [Nm] |
| $[A]$ | Matriz de rigidez de membrana | MT^{-2} | [Nm ⁻¹] |
| $[K_{\phi\phi}]$ | Matriz de rigidez dielétrica | $L^{-2}M^{-1}T^4I^2$ | [F] |
| $[K_{uu}]$ | Matriz de rigidez linear elástica | MT^{-2} | [Nm ⁻¹] |
| $[K_{\psi\psi}]$ | Matriz de rigidez magnética | $ML^2T^{-2}I^{-2}$ | [H] |
| $[B_\phi]$ | Matriz do potencial elétrico | - | - |
| $[B_\psi]$ | Matriz do potencial magnético | - | - |
| $[Q]$ | Matriz dos coeficientes de rigidez elástica | $L^{-1}MT^{-2}$ | [Pa] |
| $[\bar{Q}]$ | Matriz dos coeficientes de rigidez elástica corrigida e transformada | $L^{-1}MT^{-2}$ | [Pa] |
| $[m]$ | Matriz dos coeficientes magnetoelétricos | TL^{-1} | [NsV ⁻¹ C ⁻¹] |
| $[\bar{m}]$ | Matriz dos coeficientes magnetoelétricos corrigida e transformada | TL^{-1} | [NsV ⁻¹ C ⁻¹] |
| $[d]$ | Matriz dos coeficientes piezoelétricos (<i>strain-charge</i>) | $L^{-1}M^{-1}T^3I$ | [CN ⁻¹] |
| $[\bar{d}]$ | Matriz dos coeficientes piezoelétricos (<i>strain-charge</i>) corrigida e transformada | $L^{-1}M^{-1}T^3I$ | [CN ⁻¹] |
| $[e]$ | Matriz dos coeficientes piezoelétricos (<i>stress-charge</i>) | $L^{-2}TI$ | [Cm ⁻²] |
| $[\bar{e}]$ | Matriz dos coeficientes piezoelétricos (<i>stress-charge</i>) corrigida e transformada | $L^{-2}TI$ | [Cm ⁻²] |
| $[q]$ | Matriz dos coeficientes piezomagnéticos | $MT^{-2}I^{-1}$ | [T], [NA ⁻¹ m ⁻¹] |
| $[\bar{q}]$ | Matriz dos coeficientes piezomagnéticos corrigida e transformada | $MT^{-2}I^{-1}$ | [T], [NA ⁻¹ m ⁻¹] |
| $[K_{\phi u}]$ | Matrizes de rigidez do acoplamento eletromecânico | $L^{-1}TI$ | [Cm ⁻¹] |
| $[K_{u\phi}]$ | | | |
| $[K_{\psi\phi}]$ | Matrizes de rigidez do acoplamento eletromagnético | T | [s] |
| $[K_{\phi\psi}]$ | | | |

| | | | |
|-------------------|---|--------------------|----------------------|
| $[K_{\psi u}]$ | Matrizes de rigidez do acoplamento magnetomecânico | $LMT^{-2}I^{-1}$ | $[NA^{-1}]$ |
| $[K_{u\psi}]$ | | | |
| M_{ij} | Momento fletor resultante por unidade de comprimento | LMT^{-2} | $[N]$ |
| N_c | Número de camadas | - | - |
| V | Parâmetro de laminação associado à matriz [A] | | |
| Y | Parâmetro de laminação associado à matriz [B] | | |
| W | Parâmetro de laminação associado à matriz [D] | | |
| $tr(Q)$ | Trace 2D (Módulo de Tsai 2D) | $L^{-1}MT^{-2}$ | $[Pa]$ |
| $tr(Q)_{3D}$ | Trace 3D (Módulo de Tsai 3D) | $L^{-1}MT^{-2}$ | $[Pa]$ |
| $\{\mathcal{H}\}$ | Vetor de campo magnético | $MT^{-2}I^{-1}$ | $[T],$ $[Vs/m^2]$ |
| $\{F_\phi\}$ | Vetor de cargas elétricas | TI | $[C]$ |
| $\{F_\psi\}$ | Vetor de cargas magnéticas | $L^2MT^{-2}I^{-1}$ | $[Wb]$ |
| $\{\mathcal{D}\}$ | Vetor de deslocamento elétrico | $L^{-2}TI$ | $[C/m^2]$ |
| $\{u\}$ | Vetor de deslocamentos elásticos | $L, -$ | $[m], [rad]$ |
| $\{\mathcal{B}\}$ | Vetor de fluxo magnético | $L^{-1}I$ | $[A/m]$ |
| $\{F_{eq}\}$ | Vetor de forças equivalente | LMT^{-2} | $[N]$ |
| $\{F_u\}$ | Vetor de forças mecânicas | LMT^{-2} | $[N]$ |
| $\{F_{ap}\}$ | Vetor de forças mecânicas equivalentes decorrentes do potencial elétrico aplicado aos atuadores piezoelétricos | LMT^{-2} | $[N]$ |
| $\{F_{am}\}$ | Vetor de forças mecânicas equivalentes decorrentes do potencial magnético aplicado aos atuadores piezomagnético | LMT^{-2} | $[N]$ |
| $\{\phi\}$ | Vetor de potenciais elétricos | $L^2MT^{-3}I^{-1}$ | $[V]$ |
| $\{\psi\}$ | Vetor de potenciais magnéticos | I | $[A]$ |
| $\{E\}$ | Vetor do campo elétrico | $LMT^{-3}I^{-1}$ | $[V/m]$ |

Índice

| | |
|---|--------|
| Agradecimentos..... | i |
| Resumo..... | iii |
| Abstract..... | v |
| Lista de Figuras..... | vii |
| Lista de Tabelas..... | xvii |
| Nomenclatura..... | xxviii |
| Índice..... | xxxvii |
| Capítulo I..... | 1 |
| 1 Introdução..... | 1 |
| 1.1 Motivação..... | 1 |
| 1.2 Objetivos..... | 2 |
| 1.3 Notas ao leitor..... | 2 |
| 1.4 Enquadramento: definição dos temas abordados..... | 3 |
| 1.4.1 Materiais Avançados..... | 3 |
| 1.4.2 Método dos Elementos Finitos..... | 5 |
| 1.5 Estrutura da Dissertação..... | 10 |
| Capítulo II..... | 11 |
| 2 Materiais Avançados..... | 11 |
| 2.1 Materiais e Estruturas Inteligentes..... | 11 |
| 2.1.1 Generalidades..... | 11 |
| 2.1.2 Materiais Inteligentes: Definições e tipos..... | 14 |
| 2.1.3 Estruturas Inteligentes: Aplicações nas indústrias..... | 21 |
| 2.1.4 Piezoelectricidade e Piezomagnetismo..... | 32 |
| 2.2 Materiais Compósitos..... | 37 |
| 2.2.1 Materiais Compósitos: Definições e tipos..... | 37 |
| 2.2.2 <i>Double-Double</i> : Uma Nova Família de Laminados..... | 42 |
| 2.3 Revisão Bibliográfica..... | 47 |
| Capítulo III..... | 53 |
| 3 Fundamentos teóricos..... | 53 |
| 3.1 Modelação de Materiais e Estruturas..... | 53 |

| | | |
|----------------------------|---|-----|
| 3.1.1 | Laminados Magneto-Eletro-Elásticos | 54 |
| 3.1.2 | Campo de deslocamentos e Relação Constitutiva | 60 |
| 3.1.3 | Laminados <i>Double-Double</i> | 65 |
| 3.2 | Método dos Elementos Finitos | 69 |
| 3.2.1 | Formulação do método | 69 |
| Capítulo IV | | 77 |
| 4 | Casos de Estudo | 77 |
| 4.1 | Estudos de Verificação | 77 |
| 4.1.1 | Introdução aos estudos de verificação | 77 |
| 4.1.2 | Estruturas sem efeito piezoelétrico/piezomagnético | 78 |
| 4.1.3 | Estruturas com efeito piezoelétrico | 89 |
| 4.1.4 | Estruturas com efeito piezoelétrico, piezomagnético e estruturas híbridas | 91 |
| 4.2 | Estudos Paramétricos | 95 |
| 4.2.1 | Introdução aos estudos paramétricos | 95 |
| 4.2.2 | Estudo Paramétrico 1 e 2: Vigas e Placas <i>bimorph</i> | 97 |
| 4.2.3 | Estudo Paramétrico 3: Localização das camadas piezoelétricas | 103 |
| 4.2.4 | Estudo Paramétrico 4: Placas laminadas híbridas – QUAD vs DD | 106 |
| 4.2.5 | Estudo Paramétrico 5: <i>Tapering</i> de vigas e placas laminadas híbridas | 108 |
| 4.2.6 | Estudo Paramétrico 6: <i>Master-ply</i> no contexto de laminados híbridos | 112 |
| 4.2.7 | Estudo Paramétrico 7: Esquemas de laminação e Tensões – QUAD vs DD | 114 |
| 4.2.8 | Estudo Paramétrico 8: Esquemas de atuação em laminados híbridos | 119 |
| 4.2.9 | Estudo Paramétrico 9: Laminados <i>Sandwich</i> com núcleo DD e camadas adjacentes Piezoelétricas e Piezomagnéticas | 121 |
| Capítulo V | | 124 |
| 5 | Conclusão | 124 |
| 5.1 | Visão geral da dissertação | 124 |
| 5.2 | Conclusões por tópico abordado | 125 |
| 5.3 | Desenvolvimentos futuros | 130 |
| Referências Bibliográficas | | 131 |
| Anexos | | 150 |
| Anexo A | | A-1 |
| Anexo B | | B-1 |

Capítulo I

No presente capítulo é feito um panorama geral da presente Dissertação, resumindo a motivação que levou ao seu desenvolvimento, os seus principais objetivos, os temas que são abordados ao longo dela e a estrutura do documento.

Extensão do capítulo: 10 páginas.

1 Introdução

1.1 Motivação

O projeto estrutural tem sido constantemente impactado e otimizado pelo desenvolvimento de novos materiais e sistemas estruturais inovadores. A ideia de que o projeto de estruturas modernas pode capacitá-las a reagir inerentemente a estímulos ou ao meio envolvente de uma forma pré-determinada e adaptativa torna este tema fascinante. A capacidade de controlar a sua resposta e respetivas propriedades, ampliam os limites técnicos das soluções estruturais clássicas melhorando a segurança e conseqüentemente a fiabilidade estrutural. Assim, as suas atuais e possíveis aplicações altamente tecnológicas validam o seu interesse do ponto de vista prático.

Por outro lado, a abordagem inovadora associada ao fabrico e projeto de materiais compósitos através dos *Double-Double* desenvolvida pelo professor Stephen W. Tsai e pela sua equipa, abriu caminho ao desenvolvimento de novas aplicações. Em particular, a incorporação de laminados *Double-Double* com camadas Magneto-Eletro-Elásticas. Tanto quanto é do conhecimento do autor da presente dissertação, este trabalho é pioneiro no tema referido, validando assim a motivação para o seu desenvolvimento do ponto de vista científico.

Por fim, a multidisciplinaridade do tema e o elevado grau de dificuldade que lhe é inerente, são colmatados pelo prazer da investigação, inovação e perseverança na resolução dos diversos desafios. O desenvolvimento da presente dissertação constituiu o primeiro passo na caminhada científica do autor.

1.2 Objetivos

No presente trabalho, o objetivo principal é analisar, modelar e prever o comportamento mecânico de estruturas compósitas híbridas do tipo viga/placa constituídas por laminados reforçados com fibras e materiais Magneto-Eletro-Elásticos. Para esta finalidade, foi criada uma plataforma numérica tendo sido realizados testes de verificação de modo a verificar os resultados obtidos, compreender o seu comportamento e as suas limitações. Os estudos paramétricos – posteriormente realizados – em conjunto com os estudos de verificação, são utilizados com intuito de estudar a influência de diversos parâmetros. Um ponto importante a referir é a apresentação de resultados de laminados *Double-Double* integrando camadas piezoelétricas, piezomagnéticas e ambas. De um modo geral, são abordados os seguintes pontos:

- **Análise estática** (deslocamentos, extensões, tensões mecânicas, potenciais elétricos, potenciais magnéticos) e **Análise dinâmica em vibração livre** (frequências naturais):
 - Influência de relações de aspeto e da discretização;
 - Influência dos esquemas de integração: completa, reduzida e mista;
 - Influência das condições de fronteira: Simplesmente apoiado, Encastrado, Livre;
 - Influência dos esforços: Mecânicos, Elétricos e Magnéticos;
 - Influência dos esquemas de laminação: Simétricos, Antissimétricos, QUAD, DD;
 - Influência do escalonamento (*tapering*);
 - Verificação da abordagem baseada em invariantes, *trace* e homogeneização;
 - Implementação da *Master-ply* para estruturas híbridas;
 - Influência da teoria considerada para o campo de deslocamentos;
 - Influência dos acoplamentos: eletromecânico e magnetomecânico.

Constituiu também um objetivo deste trabalho a criação de um estado-da-arte imersivo relacionado com os materiais avançados e inteligentes bem como as respetivas estruturas por eles compostas. Para o efeito, são abordadas generalidades, definições, tipos, aplicações nas indústrias bem como a definição em detalhe dos fenómenos efetivamente considerados nos modelos numéricos. Um ponto crucial desta parte é a apresentação da nova abordagem baseada nos *Double-Double*. Também é feita uma revisão bibliográfica direcionada especificamente aos materiais Magneto-Eletro-Elásticos.

1.3 Notas ao leitor

A presente dissertação é constituída por um total de 298 páginas divididas entre o documento principal e anexos. Constam neste documento um total de 142 figuras, 160 tabelas sendo citado um total de 292 referências bibliográficas de acordo com o modelo IEEE. A versão digital do documento possui hiperligações em texto associadas aos capítulos, subcapítulos, secções, tabelas, figuras, equações e anexos. Para facilitar a navegação, aconselha-se vivamente o seu uso. No início de cada capítulo, apresenta-se a respetiva extensão como auxílio à perceção do tempo estimado de leitura. **Lembrete: atalhos úteis de navegação – (Alt + ←) e (Alt + →).**

1.4 Enquadramento: definição dos temas abordados

O estudo de estruturas e materiais avançados/inteligentes que são morfologicamente adaptáveis é uma área multidisciplinar que envolve diversos conceitos e temas. Assim, nesta secção serão apresentados de forma resumida os diversos temas que serão abordados e desenvolvidos ao longo da dissertação.

1.4.1 Materiais Avançados

A história da humanidade foi marcada por diversas “eras”, podendo estas ser classificadas de várias formas e sendo uma delas pelo uso generalizado de determinados materiais. A mudança ocorreu cada vez que um material inovador foi descoberto e exemplos dessas eras podem ser a Idade da Pedra, do Cobre, do Bronze, do Ferro e a do Material Sintético/Avançado. Os materiais desenvolvidos ao longo dos últimos dois séculos podem ser classificados em diversos grupos, sendo os 4 principais: metais, cerâmicos, polímeros e materiais avançados. Com o avanço das tecnologias de fabrico, os materiais avançados ganharam bastante popularidade devido às suas vastas aplicações nos diversos campos da ciência. Alguns exemplos práticos são os materiais compósitos, semicondutores, nanomateriais e biomateriais que revolucionaram o mundo da indústria aeronáutica, informática/computacional e saúde/farmacêutica respetivamente. Todas estas revoluções foram feitas através da capacidade de projetar/controlar algumas propriedades intrínsecas deste tipo de materiais. Como referido, a necessidade e a procura por novos materiais com características e propriedades únicas levaram ao avanço e desenvolvimento tecnológico dos referidos, **materiais compósitos** [1].

Este tipo de material que em termos gerais é um material heterogéneo, anisotrópico e multifásico, resulta da mistura de dois ou mais materiais distintos e não miscíveis com propriedades mecânicas, físicas e/ou químicas diferentes. O exemplo mais comum é a junção de uma fibra que é identificada como a fase descontínua ou de reforço, com uma fase contínua também correntemente designada por matriz ou material aglomerante [2, p. 1]. Apesar de cada constituinte isoladamente possuir propriedades distintas, quando combinados entre si, preservam a contribuição das melhores características de cada um [3, Ch. 1], [4]. Estes tipos de materiais têm sido amplamente utilizados em diferentes tipos de indústrias, sendo algumas referências a aeronáutica e aeroespacial, automobilística, naval, construção civil, saúde, telecomunicações e energias renováveis. Na Figura 1.4.1.1, é possível verificar a evolução do uso de materiais compósitos na indústria ao longo dos anos e espera-se que se mantenha uma tendência crescente.

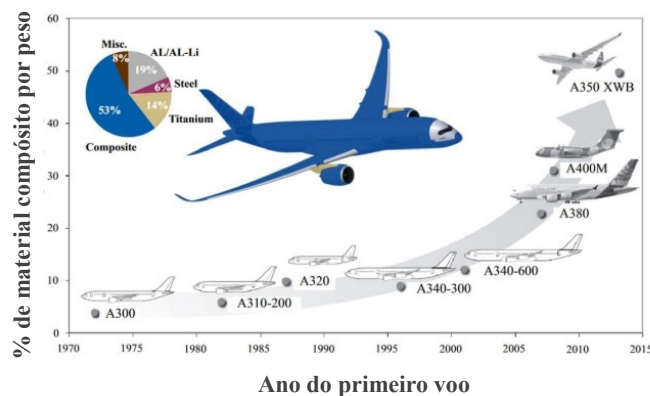


Figura 1.4.1.1 – Representação gráfica da tendência na utilização de materiais compósitos nas aeronaves Airbus. Adaptado de [5].

Uma outra classe de materiais avançados que emergiu e que ganha cada vez mais popularidade são os **Materiais Inteligentes**, os denominados “*Smart Materials*”, “*Intelligent Materials*” ou ainda “*Adaptive Materials*”. A capacidade de um ou mais materiais que compõem uma estrutura alterarem as suas características morfológicas quando expostos a estímulos externos é o que torna esta classe de materiais tão promissora. Em resposta a esses estímulos, a especificação deste tipo de materiais pode ser feita conforme a sua capacidade de sensorização e de atuação ou adaptabilidade. Estímulos como alterações de temperatura, pressão, campo magnético, esforços mecânicos ou corrente elétrica podem levar a alterações de forma, cor, humidade, odor e viscosidade. Este comportamento deve-se ao reajustamento molecular em resposta às alterações causadas por tais estímulos [6]. As capacidades de sensorização e de atuação, tornam este tipo de materiais amplamente aplicados em dispositivos sensores e atuadores em diferentes domínios das indústrias referidas. Na Figura 1.4.1.2, é possível verificar a evolução do número de publicações relacionadas com os materiais inteligentes ao longo dos anos e também é expectável que o comportamento crescente se mantenha.

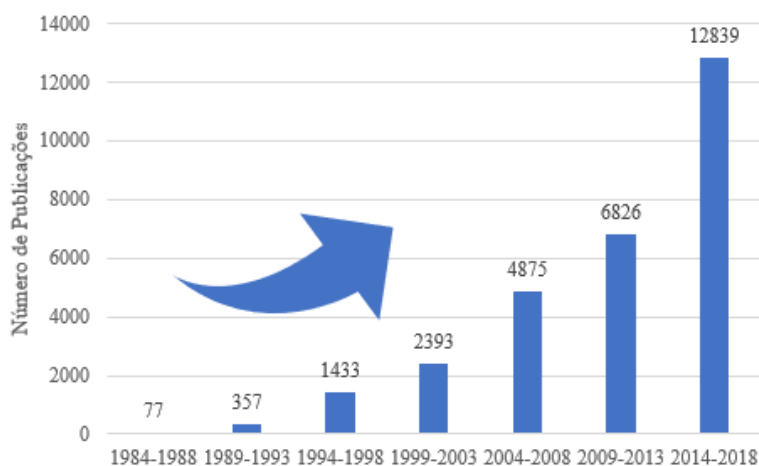


Figura 1.4.1.2 – Representação gráfica da tendência do número de publicações científicas de materiais inteligentes entre 1984 e 2018. Adaptado de [7].

Como mostra a Figura 1.4.1.3, analogamente ao ser humano, os materiais e estruturas inteligentes têm capacidade de sensorização (obter informação do ambiente através da pele), de controlo (produção de um efeito químico-físico interno enviado ao cérebro para a tomada de decisões) e de atuação (acionamento muscular com base nas decisões tomadas). Todo este processo é um ciclo fechado ligado entre si, i.e., a informação passa através das conexões nervosas sendo cada parte ligada por tendões e fibras musculares por sua vez suportadas por uma estrutura base, o esqueleto humano. Este sistema não ocorre somente no ser humano, mas em toda a natureza possibilitando assim a criação de sistemas semelhantes, os denominados sistemas bioinspirados ou estruturas inspiradas biologicamente [8].

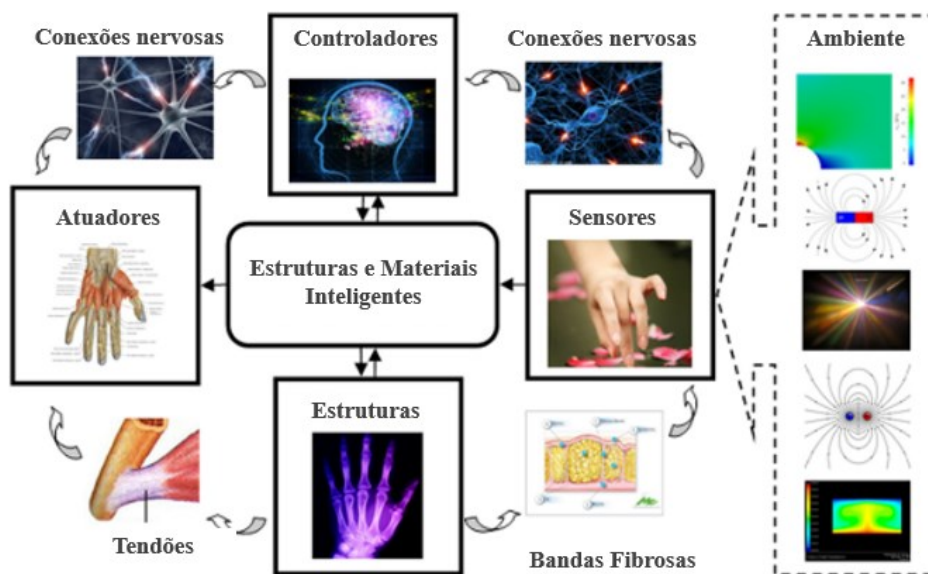


Figura 1.4.1.3 – Analogia entre as estruturas e materiais inteligentes com a anatomia do ser humano. Adaptado de [8].

Para uma compreensão generalizada do tipo de materiais utilizados na presente dissertação é necessário sedimentar algumas definições e responder a algumas questões tais como: O que são materiais e estruturas avançadas: compósitos e inteligentes? Quais as suas definições e propriedades? Quais os tipos e os seus princípios de funcionamento? Quais as suas aplicações e vantagens? As respostas a estas questões encontram-se no capítulo 2.

1.4.2 Método dos Elementos Finitos

O avanço tecnológico, designadamente a nível dos recursos computacionais, permitiu que métodos já existentes pudessem ter uma implementação prática viável e/ou que outros métodos de cálculo fossem desenvolvidos. Possibilitando assim a análise de sistemas complexos cuja resolução analítica seria impraticável ou mesmo inexistente.

A crescente complexidade dos equipamentos e estruturas em geral, devido às restrições impostas e a requisitos de projeto de maior ou menor especificidade torna difícil a antecipação do

seu comportamento. De um ponto de vista económico e de tempo despendido, não se justificaria a criação de modelos físicos sempre que se pretendesse analisar o comportamento desse modelo à escala necessária ou verificar o impacto da alteração de um parâmetro de projeto. Razão pela qual ao longo dos anos, em inúmeras situações, os modelos físicos tenham vindo a ser substituídos por modelos computacionais. Mais recentemente, os que integram funcionalidades de inteligência artificial como é o exemplo generalizado dos designados *Digital Twins* em diferentes áreas do conhecimento.

Embora dependendo dos problemas a abordar possamos estar a pensar numa diversidade de métodos que poderão ser usados para as análises necessárias, é incontornável referir o Método dos Elementos Finitos em diferentes áreas de Engenharia. No entanto, a sua aplicação aos problemas reais de engenharia exige – tal como se mencionou – a disponibilidade de meios computacionais significativos. Logo, é natural que o seu desenvolvimento e implementação tenha vindo a aumentar de acordo com a disponibilidade e capacidade de cálculo dos meios digitais [9], enriquecendo progressivamente o conceito de projeto.

Como se pode ver na Figura 1.4.2.1 – (a), o projeto tradicional desenvolve e implementa protótipos sobre os quais realiza testes e assim chegar ao denominado *design* do produto. Em contrapartida, o projeto assistido por computador, baseado em simulação faz uso de modelos numéricos para dar suporte ao *design* e somente após a verificação da conformidade desses modelos e simulações com critérios pré-determinados, o projeto poderá eventualmente seguir para validação através da prototipagem e testes [10]. Não é, no entanto, indispensável que isso aconteça para a obtenção do design do produto.

A palavra “simulação” referida na Figura 1.4.2.1 tem um sentido muito amplo, podendo revestir análises de várias naturezas tais como a análise estática e dinâmica, estrutural, transferência de calor, dinâmica de fluídos, acústica, eletromagnetismo, contacto, fadiga, vibração e muitas mais. Assim, os tipos de simulação referidos são apenas alguns exemplos que demonstram a vasta aplicação deste método.

O Método dos Elementos Finitos, por vezes também referido como Análise por Elementos Finitos permite assim a realização de análises computacionais com vista à obtenção de soluções aproximadas para um dado problema científico e/ou de engenharia. No presente trabalho este método é utilizado para prever o comportamento mecânico de materiais avançados. Para introduzir esta abordagem, é necessário determinar onde se encaixa este método dentro da área da Mecânica. De acordo com [11], uma possível classificação geral pode ser conforme a Figura 1.4.2.1 – (b). Na Figura 1.4.2.2, apresenta-se um exemplo de um esquema de modelação multiescala de materiais compósitos.

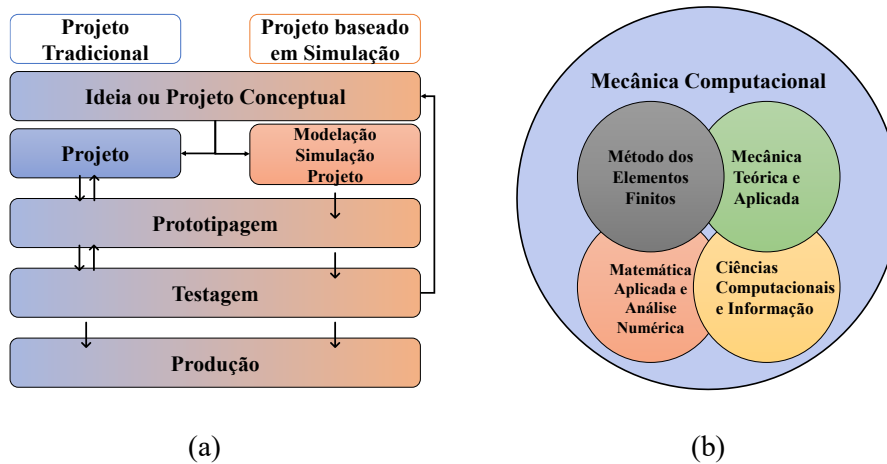


Figura 1.4.2.1 – (a) Processo de desenvolvimento de produto tradicional e baseado em simulação, adaptado de [10]. (b) 4 disciplinas que incorporam a Mecânica Computacional, adaptado de [11].

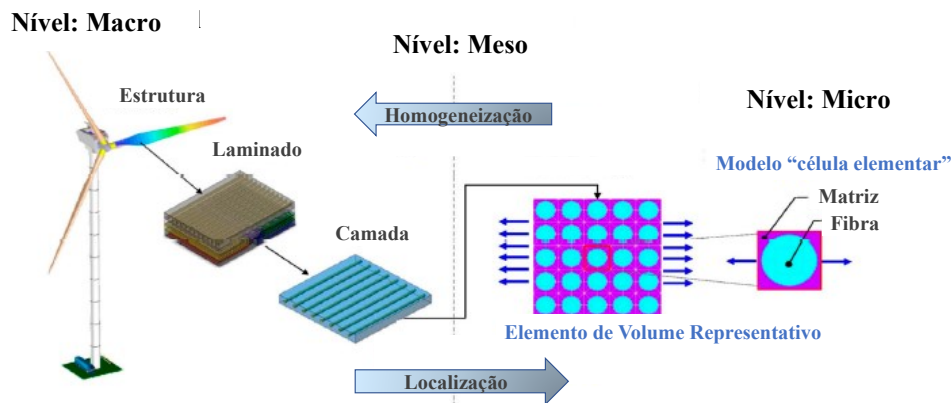


Figura 1.4.2.2 – Esquema da modelação multiescala de materiais compósitos. Adaptado de [1].

Sendo o Método dos Elementos Finitos um método numérico para resolução de equações diferenciais, mais propriamente de problemas de valores de fronteira é necessário subdividir o domínio que se pretende analisar num conjunto de subdomínios, interligados entre si, que garantem condições de continuidade e de equilíbrio. Assim, será necessário dividir o “corpo contínuo” que se pretende analisar em vários subdomínios, na prática figuras geométricas, geralmente simples, denominadas por elementos. Esses elementos que se encontram ligados entre si através dos respetivos nós, constituem a noção de malha que constitui o domínio discretizado. A Figura 1.4.2.3, ilustra de modo simples este processo. Assim, o tipo de elemento utilizado, pode ter várias geometrias apresentando-se apenas alguns exemplos na Figura 1.4.2.4.

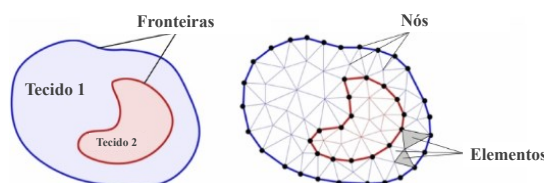


Figura 1.4.2.3 – Representação esquemática da discretização de um corpo. Adaptado de [12].

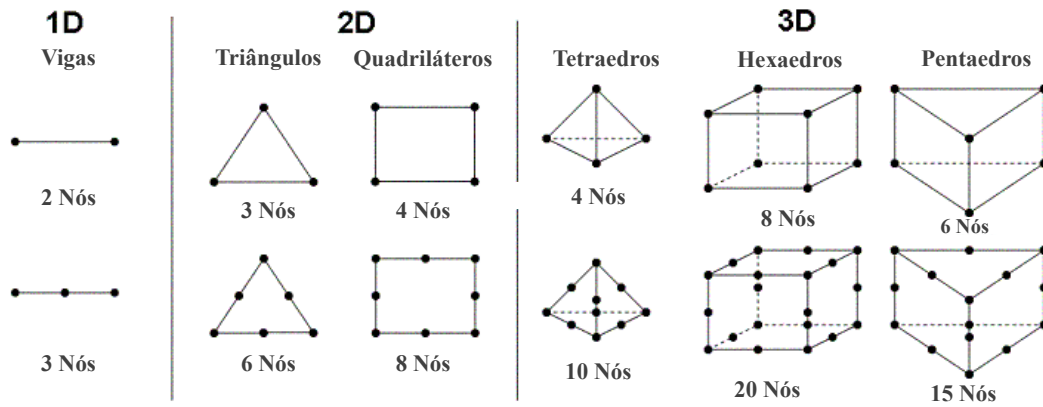


Figura 1.4.2.4 – Alguns exemplos do tipo de elementos que se pode encontrar na literatura e softwares computacionais comerciais. Adaptado de [13].

De modo generalizado, um corpo pode ser dividido em vários elementos ligados entre si por nós de modo a aproximar a respetiva geometria real. A resolução das equações que definem o sistema geralmente é impraticável atendendo à complexidade dos problemas em termos gerais. Este método permite obter equações algébricas e – após a imposição das condições de fronteira que o problema apresentar – resolver com maior facilidade obtendo as incógnitas desejadas.

Para demonstrar a utilidade e relevância dos métodos numéricos e computacionais, apresenta-se na Figura 1.4.2.5 uma comparação entre o impacto balístico com e sem lubrificação para ensaios experimentais e simulação. De modo semelhante, na Figura 1.4.2.6 apresentam-se os resultados obtidos das simulações e experimentalmente no estudo da delaminação e aparecimento de fendas em laminados.

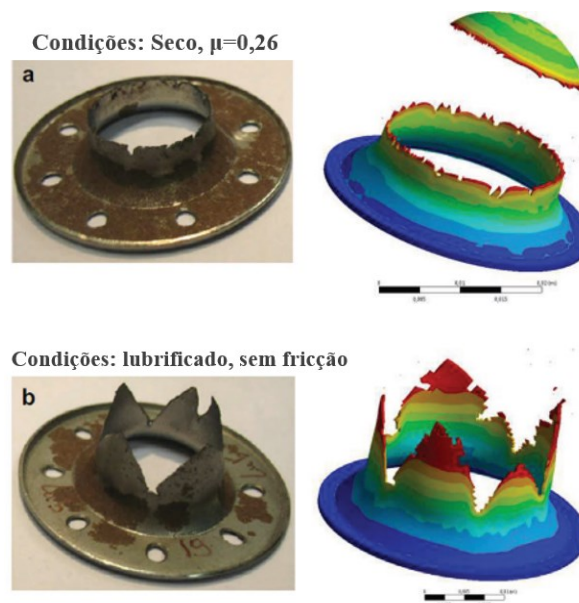


Figura 1.4.2.5 – Exemplos de Aplicação do MEF e validação experimental: Balística. Adaptado de [14].

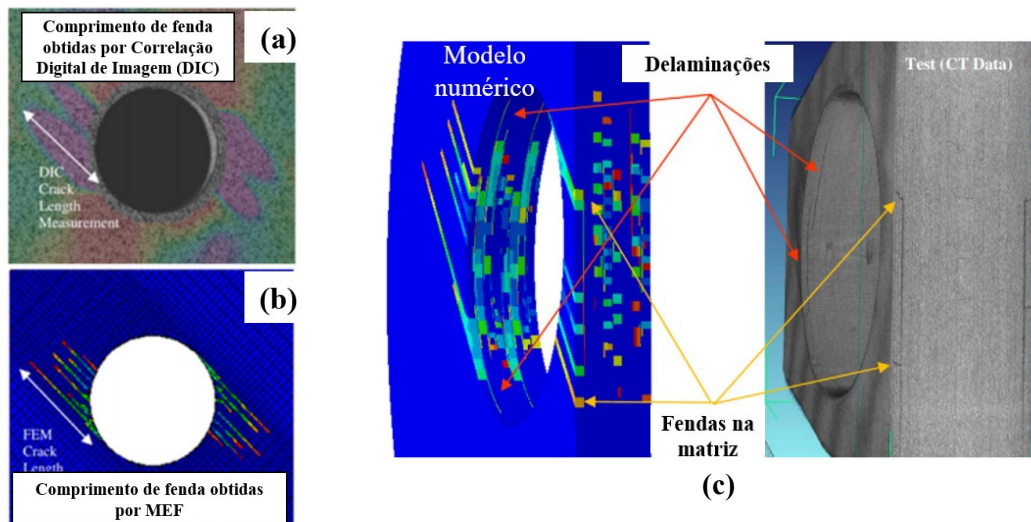


Figura 1.4.2.6 – Comparação entre a previsão dada pelo MEF e medições por DIC e CT: (a) aparecimento de fendas, DIC; (b) aparecimento de fendas, MEF; (c) delaminação em laminados, MEF e CT. Adaptado de [15].

Os vastos campos de aplicação tornam este método bastante apelativo, no entanto, é sempre necessária alguma precaução. Os resultados de natureza aproximada e a propagação de erros podem levar a resultados pouco credíveis. Estes são determinados/afetados por diversos fatores como: teorias utilizadas, modelos matemáticos das relações constitutivas, tipo de elemento utilizado e respetivos graus de liberdade (Gdl), condições de fronteira impostas, e pela própria discretização utilizada. Tudo isto para além naturalmente das características do próprio problema. Assim, é de extrema importância verificar e validar sempre os resultados devolvidos pelo Método utilizando a metodologia: Pré-Processamento, Análise e Pós-Processamento. Na Figura 1.4.2.7, apresenta-se um resumo da metodologia típica a empregar durante a implementação do Método dos Elementos Finitos.

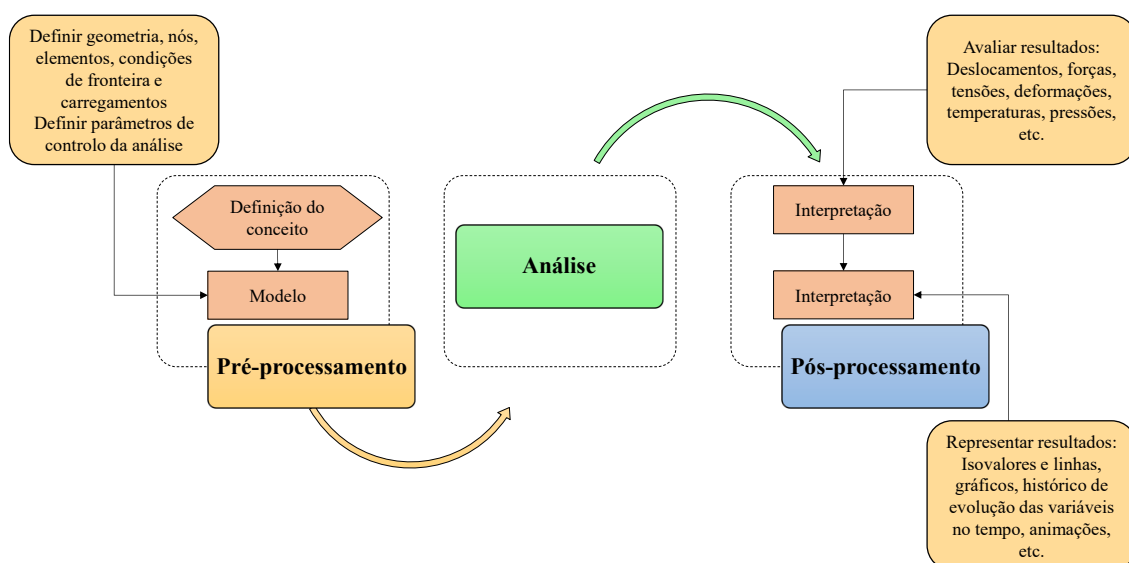


Figura 1.4.2.7 – Representação esquemática da metodologia de análise típica de um problema recorrendo ao Método dos Elementos Finitos. Adaptado de [9].

A passagem do mundo real para o da simulação, *i.e.*, a constituição de um modelo que irá ser utilizado na análise a realizar, tem sido cada vez mais acessível e simples devido ao desenvolvimento de *softwares* comerciais de modelação e simulação. No entanto, cabe ao engenheiro a capacidade de implementar e analisar os resultados devolvidos pelos *softwares* ultrapassando de forma criativa e metódica as limitações do próprio método. A expressão GIGO – “*Garbage In, Garbage Out*” é uma forma concisa de referir que o *software* apenas calcula aquilo que lhe é introduzido e que é importante conhecer a fundamentação teórica que suporta essas aplicações bem como ter espírito crítico para interpretar os resultados obtidos.

1.5 Estrutura da Dissertação

O documento é composto por um total de 5 capítulos, considerando-se os primeiros dois capítulos como a primeira parte da dissertação e os restantes três como a segunda parte.

No **capítulo 1** (presente), são definidos os principais tópicos a abordar de forma concisa juntamente com a motivação e objetivos que conduziram ao desenvolvimento deste trabalho.

No **capítulo 2**, é feita uma caracterização dos materiais/estruturas avançados(as) e inteligentes com o intuito de fornecer uma compreensão ampla num formato condensado. São abordados temas como Materiais e Estruturas Inteligentes, Materiais Compósitos e a modelação de Materiais Magneto-Eletro-Elásticos.

No **capítulo 3**, apresentam-se os fundamentos e as metodologias utilizadas nos modelos dos materiais e das estruturas para os respetivos estudos. São abordados fundamentos teóricos como as Leis Constitutivas, Teoria de Placas e Modelação por Elementos Finitos.

No **capítulo 4**, exploram-se os estudos desenvolvidos no presente trabalho resultando da aplicação dos diversos conceitos apresentados. Os estudos encontram-se divididos em dois tipos: Estudos de Verificação e Estudos Paramétricos. O **Anexo A** e **Anexo B** estão inerentemente ligados a este capítulo dado que apresentam os resultados obtidos no seu formato completo. Este capítulo representa o culminar de todo o trabalho desenvolvido ao longo da dissertação.

No **capítulo 5**, apresentam-se as conclusões gerais, considerações finais por tema abordado bem como algumas propostas de trabalho futuro.

Capítulo II

No presente capítulo é feita uma caracterização extensiva dos materiais/estruturas avançados(as) e inteligentes onde se apresentam definições, tipos e princípios de funcionamento, aplicações, vantagens e alguns desafios. O objetivo é fornecer uma compreensão ampla num formato condensado para que se torne clara a relevância do seu estudo.

Extensão do capítulo: 41 páginas.

2 Materiais Avançados

2.1 Materiais e Estruturas Inteligentes

2.1.1 Generalidades

A definição de materiais e estruturas inteligentes não é única e varia conforme os diversos campos da ciência, sendo alvo de debate ao longo dos anos. Segundo [16], podem ser considerados materiais inteligentes, os materiais que têm a capacidade de converter energia elétrica, térmica ou magnética em mecânica no contexto da atuação e vice-versa no contexto de sensorização. Por outro lado [17], define os materiais inteligentes como materiais com a capacidade de memorizarem formas diferentes e terem a capacidade de se adaptarem aos diversos estímulos. De modo semelhante, a definição dada em [18, Ch. 4] é de materiais altamente desenvolvidos capazes de se adaptar e de responder de maneira inteligente ao seu ambiente. Por fim, também é possível definir os materiais inteligentes como materiais que possuem a capacidade de mudar as suas propriedades físicas de uma forma específica, em resposta a estímulos específicos [19]. Embora distintas, todas estas definições procuram definir os materiais inteligentes baseando-se na sua relação com o ambiente externo ou nas suas propriedades e capacidades intrínsecas. Assim, na Figura 2.1.1.1 ilustra-se a classificação e algumas características comuns encontradas na literatura que tornam os materiais inteligentes distintos dos convencionais [18, Sec. 1.4], [20, Sec. 2.3], [21].

Conforme o tipo de resposta fornecida ao estímulo externo, os materiais inteligentes são divididos em dois tipos: os passivos e ativos. Os materiais inteligentes passivos são materiais

capazes de detetar e transferir certos tipos de energia sem qualquer reação adaptativa ao meio, *e.g.*, as fibras óticas amplamente implementadas na indústria atualmente. Por sua vez, os materiais inteligentes ativos podem também ser divididos em duas categorias: os que alteram as propriedades intrínsecas e os que trocam a forma de energia [18, Sec. 1.4], [21], [22]. A caracterização pode ainda ser feita conforme a sua escala, *i.e.*, em escala macro, micro e nanométrica.

As alterações de propriedades que ocorrem nos materiais inteligentes em resposta aos estímulos exteriores são de natureza química, térmica, mecânica, magnética, ótica ou elétrica. Fundamentalmente, os estímulos exteriores são de natureza energética, podendo estes serem devido a alterações de condições do ambiente, como alterações de temperatura, radiação, pressão e concentrações químicas ou devido a uma entrada direta de energia, *e.g.*, corrente elétrica.

Fazem parte da segunda categoria de materiais inteligentes ativos, os que trocam energia proveniente dos estímulos de forma direta reversível ou não. Tanto os estímulos com origem nas condições ambientais, como os de entrada direta são traduzidos para uma nova forma de energia. A diferença entre ambas as categorias (tipo 1 e tipo 2) pode ser compreendida de forma simples com o seguinte exemplo: quando sujeitos a um estímulo, por exemplo uma variação de temperatura, o material do tipo 1 alteraria as suas propriedades e mudaria de cor, no entanto um material do tipo 2 trocava a forma de energia (térmica devido à variação de temperatura) e passaria a emitir luz visível. Exemplos reais de materiais que exibem este comportamento são os: Termocrómicos e Termoluminescentes. A unidirecionalidade e bidirecionalidade desta categoria de materiais está relacionada com a capacidade de ter o efeito direto e inverso ou não (*e.g.* Efeito direto e inverso piezoelétrico).

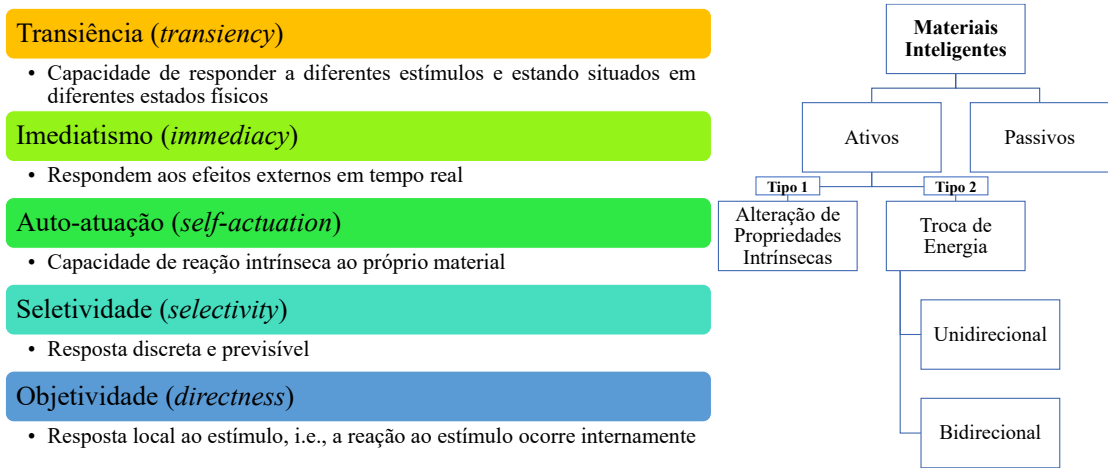


Figura 2.1.1.1 – Características e classificação dos materiais inteligentes.

De modo semelhante aos materiais inteligentes, a definição de estruturas inteligentes também foi alvo de grande debate [16]. Em [23, Ch. 1], encontra-se uma definição para uso na

comunidade científica que remonta a 1988, na qual o Gabinete de Investigação do Exército dos EUA definiu as estruturas inteligentes do seguinte modo:

“Um sistema ou material que possui sensor(es), actuador(es) e mecanismo(s) de controlo incorporados ou intrínsecos, através dos quais é capaz de detetar um estímulo, responder-lhe de uma forma e extensão predeterminadas, num tempo curto/apropriado, e reverter para o seu estado original assim que o estímulo seja removido.”

Em termos gerais, uma estrutura inteligente tem a capacidade de “sentir” o seu ambiente através de sensores e modificar o seu comportamento de forma dinâmica em tempo real. A questão que se coloca é: O que constitui ao certo uma estrutura inteligente?

Apesar de existirem diferentes estratégias, uma forma simples de responder à questão, é definir uma estrutura inteligente como um agregado de três componentes físicos: sensores, atuadores e um controlador lógico (computador). Um exemplo de aplicação destes três componentes é o controlo ativo da vibração em estruturas. Neste caso o sensor mede os deslocamentos ao longo dos graus de liberdade, o dispositivo de controlo de *feedback* determina a correção adequada à resposta não controlada e o atuador aplica a força necessária atenuando o movimento oscilatório. Na Figura 2.1.1.2, as estruturas avançadas são numeradas hierarquicamente em termos de complexidade e caracterizadas conforme as suas funcionalidades na Tabela 2.1.1.1.

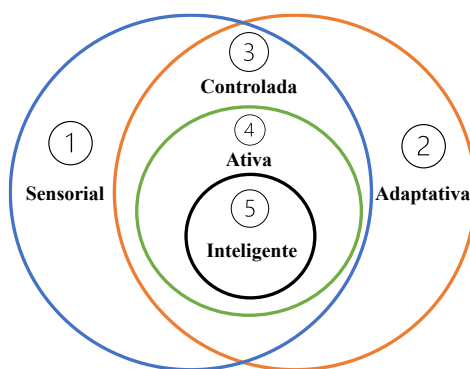


Figura 2.1.1.2 – Classificação de Estruturas Multifuncionais Avançadas. Adaptado de [24].

Tabela 2.1.1.1 – Caracterização das Estruturas Multifuncionais Avançadas.

| Complexidade | Estrutura | Funcionalidades | | | | |
|--------------|-------------|-----------------|-------|--|------------------------------|--------------------|
| | | Monitorizar | Atuar | Controlar funcionalidades em cadeia de retroação (<i>feedback</i>) | | |
| | | | | Estado e Propriedades do sistema | Controlo de forma/estrutural | Lógico e cognitivo |
| (1) | Sensorial | • | | | | |
| (2) | Adaptativa | • | • | | | |
| (3) | Controlada | • | • | • | | |
| (4) | Ativa | • | • | • | • | |
| (5) | Inteligente | • | • | • | • | • |

2.1.2 Materiais Inteligentes: Definições e tipos

Conforme já foi referido, uma forma de distinguir os tipos de materiais inteligentes é conforme a sua alteração de propriedades ou troca de energia quando expostos a um estímulo externo. Na Tabela 2.1.2.1, apresenta-se resumidamente alguns tipos de materiais inteligentes onde se mostram as respetivas reações (*output*) aos diversos estímulos (*input*). As descrições apresentadas servem somente como material introdutório aos materiais sintetizados na Tabela 2.1.2.1 e à generalidade dos materiais inteligentes.

Os **materiais crómicos** são materiais inteligentes que exibem uma alteração das propriedades óticas como a cor, quando sujeito a um respetivo estímulo externo. As superfícies podem refletir, absorver ou transmitir os comprimentos de onda disponíveis conforme a sua estrutura interna cristalina ou molecular [18, p. 83,84]. No caso dos materiais crómicos, essa alteração de propriedades óticas (absorção, reflexão e dispersão) é fundamentalmente, uma alteração na estrutura interna da superfície do material quando esta é exposta ao respetivo estímulo externo [25]–[29].

Os **Cristais Líquidos** são substâncias que se encontram entre o estado sólido e líquido apresentando uma ou várias fases intermédias designadas mesofases [30]. Numa fase denominada nemática, estes cristais têm a particularidade de conseguirem ser facilmente alinhados devido às propriedades sensíveis aos campos elétricos e magnéticos [18, p. 92]. Esta particularidade torna este tipo de material amplamente utilizado nos ecrãs de dispositivos, os denominados LCDs – *Liquid Crystal Display* [30].

As **partículas suspensas** são um outro tipo de material inteligente com um comportamento similar. Um dispositivo de partículas suspensas (SPD – *Suspended Particle Display*) consiste fundamentalmente numa camada ativa composta por um líquido/filme e pequenas partículas em suspensão, contido entre duas camadas condutoras [18, p. 18]. Esta camada ativa é sensível aos estímulos elétricos e quando sujeita a uma voltagem, alinha as partículas (semelhantes a agulhas) permitindo a passagem da luz. Este processo é reversível com a ausência do potencial elétrico [18, p. 94], [31]. Na Figura 2.1.2.1 apresentam-se alguns exemplos de LCDs, materiais termocrómicos e partículas suspensas.

Os **fluidos magnetoreológicos (MR)** consistem em dispersões de partículas magneticamente reativas num líquido [18, p. 92]. A aplicação de campos magnéticos resulta na magnetização ou polarização das partículas que conseqüentemente experimentam forças magnéticas promovendo a formação de estruturas em cadeia que se opõem ao fluxo [32]. Assim, a característica essencial é a sua capacidade de alterar a viscosidade e a tensão de cedência de forma proporcional em resposta a um campo magnético [32]. Por sua vez, os **fluidos**

eletroreológicos (ER) respondem a estímulos elétricos tendo um comportamento semelhante aos MR [33], [34].

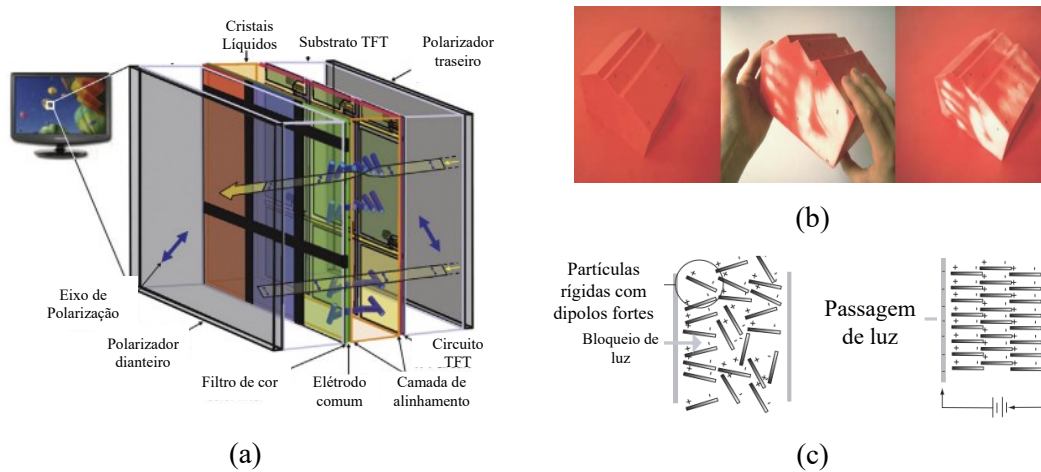


Figura 2.1.2.1 - Exemplos reais e esquemáticos de: (a) LCD do tipo TFT (*Thin-Film-Transistor*), adaptado de [35]; (b) Termocrômico, adaptado de [18, p. 87]; (c) Partículas Suspensas, adaptado de [18, p. 95].

As duas classificações de destaque dos materiais com memória de forma são as **Ligas com Memória de Forma (*Shape Memory Alloys – SMAs*)** e **Polímeros com Memória de Forma (*Shape Memory Polymers – SMPs*)** [36]. Os **SMAs** são materiais que apresentam a capacidade de retornarem à sua forma inicial após serem sujeitas a grandes deformações, através do seu aquecimento (Efeito de Memória de Forma – *Shape Memory Effect*) ou remoção da carga aplicada (Superelasticidade ou Pseudoelasticidade) [21]. Este material apresenta duas fases estáveis: a fase austenítica (elevada temperatura) de elevada rigidez e a fase martensítica (baixa temperatura) de menor rigidez. Após deformado, a recuperação da forma inicial deve-se à estrutura atômica do material e à mudança entre fases. Especificamente, durante o aquecimento acima da temperatura de transição (T_{trans}), i.e., da fase martensítica para a austenítica (onde retorna a sua forma original) e durante o arrefecimento novamente para a fase martensítica (onde mantém a sua forma original) [18, p. 105], [21], [22], [37].

Por sua vez, os **SMPs** têm um comportamento semelhante uma vez que contêm, pelo menos, duas fases em temperaturas distintas, i.e., a fase permanente (acima de T_{trans}) e a fase temporária (abaixo de T_{trans}). A memória de forma deve-se à existência de dois elementos a nível molecular: as ligações cruzadas que definem a morfologia permanente e os "segmentos *switching*" usados para manter a temporária [38]. Uma das principais diferenças é a força de contração gerada num SMA ser muito superior à gerada num SMP [18, p. 108], [38]. A Figura 2.1.2.2 apresenta um esquema do comportamento dos materiais magneto/eletroreológicos e SMAs.

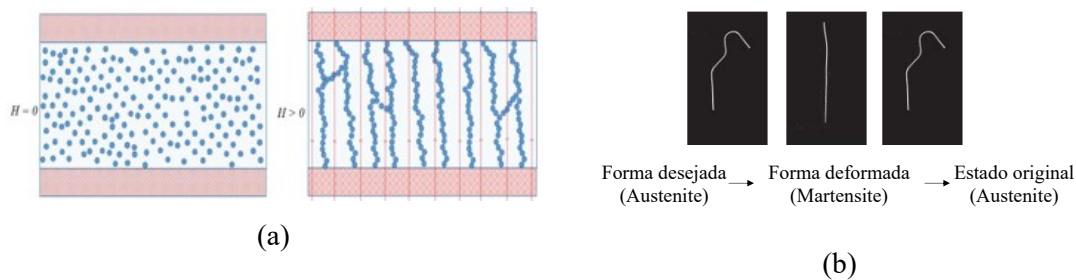


Figura 2.1.2.2 - Exemplos de materiais inteligentes: (a) esquema de atuação em Magneto e eletroreológicos, adaptado de [21]; (b) Efeito de memória de forma em SMAs, adaptado de [18, p. 105].

Os materiais **luminescentes** fazem uso da luminescência. Este termo refere-se ao fenômeno de emissão de radiação (visível ou não) devido à energia incidente como a luz, corrente elétrica, reação química, temperatura [39], [40]. No caso da emissão de luz, esta é causada pela reemissão de energia em comprimentos de onda no espectro visível e está associada à reversão de elétrons de um nível energeticamente mais elevado para um inferior [18, p. 98]. Quando a emissão é instantânea, o termo fluorescente é empregue e quando o fenômeno é mais lento, é utilizado o termo fosforescente [39], [40]. Na Figura 2.1.2.3, apresentam-se alguns exemplos reais de materiais fosforescentes.



Figura 2.1.2.3 - Exemplos de materiais fosforescentes. Adaptado de [41, p. 118,121].

Alguns dispositivos comuns que fazem uso de materiais inteligentes (tipo 2) e que se podem considerar inteligentes são as Células Fotovoltaicas, os dispositivos Termoelétricos e os Diodos Emissores de Luz. Para compreender o seu funcionamento é necessário compreender também o fenômeno da semicondução e os materiais semicondutores como as junções PN.

Convencionalmente, os Painéis Solares são constituídos por **Células Fotovoltaicas (PV)** que são essencialmente junções PN¹ geralmente com uma grande área de superfície. Por sua vez, a radiação solar excita as ligações elétron-lacuna criadas na zona de depleção da junção conferindo-lhes a capacidade de sair dessa zona separando-se da lacuna [18, p. 100,101]. Convenientemente, se o cátodo e o ânodo do material estiverem ligados entre si, o elétron irá deslocar-se através dessa ligação promovendo assim a produção de corrente elétrica contínua [42]. Novas ligações elétron-lacuna são formadas e o processo repete-se [42]. No caso dos diodos emissores de luz (**LEDs**), a emissão de luz ocorre, essencialmente, pelo processo inverso ao que

¹ Parte “N” estão predominantemente carregados de elétrons a mais (*e.g.* dopagem com fosforo) terão uma carga negativa e no tipo “P” encontram-se “vazios” ou “lacunas” (*e.g.* dopagem com boro).

ocorre no PV. A imposição inversa de um potencial promove o deslocamento de elétrons permitindo a criação de novas ligações que têm como o resultado a libertação de luz, i.e., fótons [43].

Os materiais **termoelétricos** apresentam o fenómeno de termoelectricidade que se refere à produção de potencial elétrico quando existe uma diferença de temperatura e vice-versa, efeito *Seebeck* e *Peltier* respetivamente [18, p. 102]. Um dispositivo termoelétrico faz uso de uma (ou mais) junções PN entre uma fonte fria e quente [44]. Quando um gradiente de temperatura é aplicado ao par de semicondutores, uma corrente elétrica diretamente proporcional é gerada (efeito *Seebeck*) [44]. Por outro lado, quando uma voltagem é aplicada ao mesmo par de semicondutores, é iniciada uma transferência de calor da fonte quente para a fonte fria da junção devido ao movimento dos elétrons e à sua transição entre os diferentes estados energéticos (efeito *Peltier*) [44]. Na Figura 2.1.2.4 apresentam-se exemplos reais e esquemáticos de PVs, LEDs e termoelétricos.

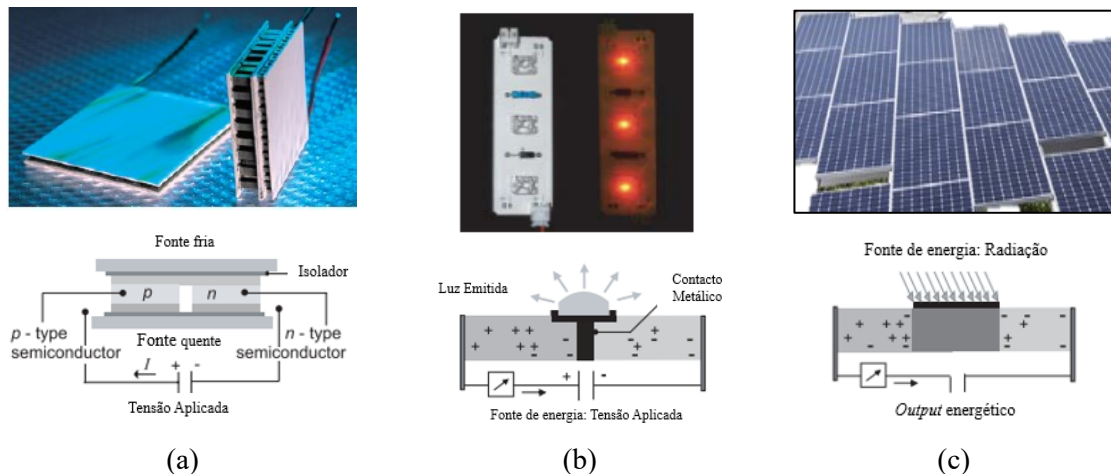


Figura 2.1.2.4 – Exemplo real e esquemático: (a) gerador termoelétrico, adaptado de [18, p. 102]; (b) LEDs, adaptado de [41, p. 152]; (c) Painel fotovoltaico, adaptado de [20, p. 37].

Os **piroelétricos** fazem uso da piroelectricidade sendo que este efeito se define pela capacidade de um cristal produzir corrente quando sujeito a uma variação de temperatura. Ambos os efeitos (termoelétrico e piroelétrico) não devem ser confundidos, i.e., no piroelétrico todo o cristal sofre uma variação de temperatura enquanto no termoelétrico existe uma fonte fria e outra fonte quente [44]. Devido à natureza assimétrica da estrutura cristalina do material piroelétricos, as cargas positivas e negativas presentes não se anulam causando assim uma polarização do material (dipolos). Assim, um gradiente térmico causa deformações estruturais que se traduzirão em alterações de polarização e resultam numa diferença de potencial [45].

Os materiais **eletrostrictivos** e **magnetostrictivos** relacionam a energia elétrica e magnética com a mecânica. Casos particulares dos materiais eletrostrictivos são os piezoelétricos e dos magnetostrictivos, os piezomagnéticos [18, p. 103,104]. Semelhantemente ao piroelétricos,

o efeito piezoelétrico pode ser explicado pelo deslocamento dos dipolos no seu interior [46]. Quando existe uma força aplicada, os dipolos de cada célula unitária são deslocados, originando uma polarização elétrica da unidade que cumulativamente se traduz no aparecimento de um potencial elétrico entre as faces do cristal [18, p. 104]. No efeito inverso, a aplicação de um campo elétrico promove a deslocação dos dipolos devido às forças electrostáticas resultando assim numa deformação mecânica [46]. Por sua vez, a magnetostrição é a variação da geometria de um material devido à alteração da sua estrutura cristalina em função da orientação dos seus momentos magnéticos [47]. Sendo estes dois materiais utilizados na presente dissertação, serão posteriormente descritos com maior rigor. Na Figura 2.1.2.5, apresenta-se um exemplo de aplicação de uma estrutura contendo materiais piezoelétricos – *Macro Fiber Composite* (MFC). Fundamentalmente, o MFC consiste em fibras em material piezo-cerâmico colocado entre duas camadas adesivas e filmes de poliamida com elétrodos integrados [48].

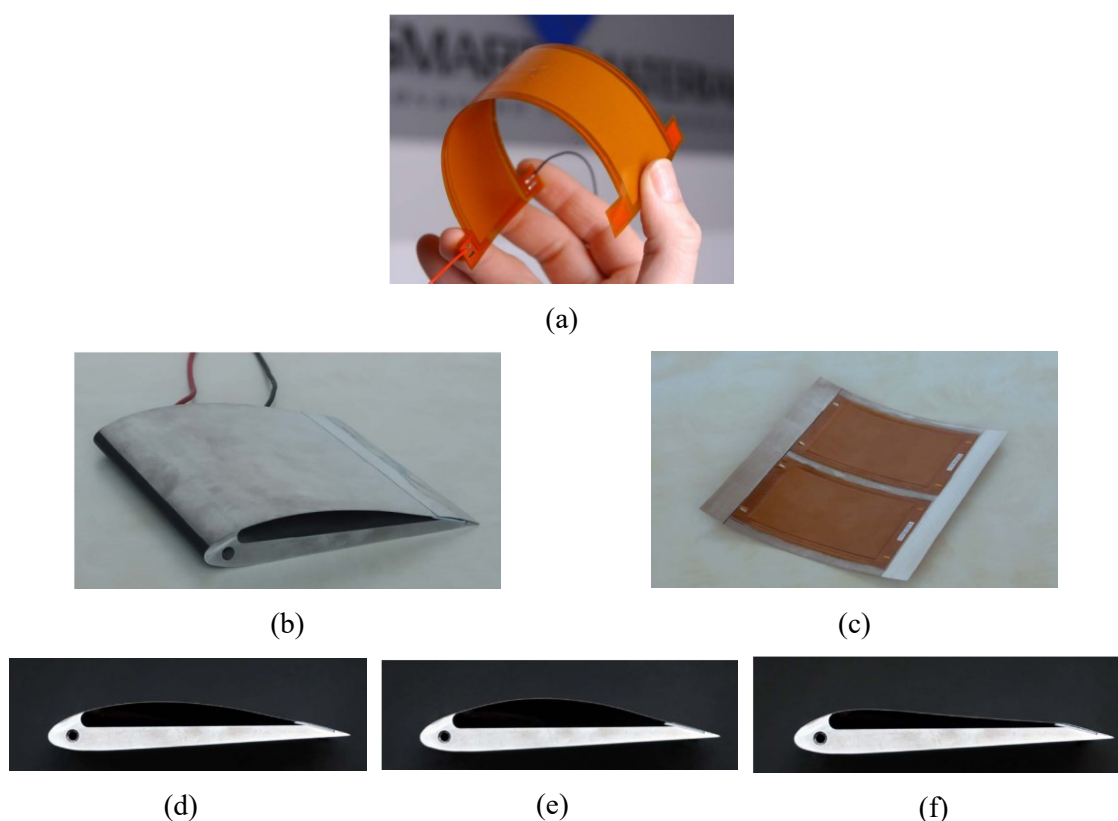


Figura 2.1.2.5 - Exemplo de aplicação de piezoelétricos: (a) MFC; (b) Modelo de perfil alar similar ao NACA 4415; (c) Parte interior do extradorso; (d) Sem atuação; (e) atuação de -500 (V); (f) atuação de 1500 (V). Adaptado de [48].

Existem ainda outros materiais que convencionalmente não aparecem em tabelas-resumo de materiais inteligentes como a apresentada na Tabela 2.1.2.1. No entanto, existem alguns materiais cujas aplicações são bastante relevantes e considera-se que também devem ser introduzidos de forma breve.

Os **polímeros eletroativos** (*Electroactive Polymers - EAP*) alteram a sua forma quando sujeitos a um estímulo elétrico. De acordo com o tipo de mecanismo de atuação, estes podem ser

divididos em dois tipos: EAPs do tipo iônico cuja deformação é causada pelo efeito de migração de grupos iônicos e do tipo elétrico baseados em forças elétricas (previsto pelas Leis de Coloumb) [49]. Os iônicos incluem materiais como géis poliméricos, compósitos de polímero iônico e metal (*Ionic Polymer-metal Composites* - IPMC), polímeros condutores e materiais elatroativos à base de carbono [50]. No caso dos EAPs elétricos, estes incluem elastómeros dielétricos, eletrostrictivos, piezoelétricos, ferroelétricos e elastómeros de cristal líquido [49]. O uso tem sido disseminado em várias áreas, principalmente em sensores e atuadores nas diversas indústrias [49], [50].

O **hidrogel** é fundamentalmente uma rede tridimensional hidrofílica de polímeros com ligações cruzadas, sendo altamente absorvente mesmo mantendo a sua integridade estrutural [51]. Os estímulos que ativam este material podem ser de diversas naturezas como estímulos mecânicos e químicos [52]. Algumas áreas de onde este tipo de material tem sido extensivamente aplicado são a farmacêutica, indústria alimentar, medicina, microeletrônica e também em aplicações como microválvulas, microbombas e biossensores [52]. Os nanocompósitos em hidrogel são uma nova geração de materiais inteligentes que integram os benefícios do hidrogel e do material aglomerante tendo prominente aplicação em sistemas de administração de medicação [51]–[53].

O **aerogel** é um material sólido, muito poroso, sintetizado através de reações sol-gel com diversas matrizes possíveis como carbono, óxidos de metais e o mais comum, dióxido de silício [54]. A definição dada pela IUPAC (União Internacional de Química Pura e Aplicada) considera-os como: “Géis compostos por um sólido microporoso em que a fase dispersa é um gás” [55]. A porosidade presente no material confere-lhe uma densidade e condutividade extremamente baixa [54]. Estes materiais têm encontrado várias aplicações como isoladores térmicos e sonoros, agentes espessantes ou absorventes químicos nas diversas indústrias. As referências [54]–[56], apresentam informação detalhada relativamente as estes materiais.

Os **materiais com mudança de fase (*Phase Changing Materials- PCM*)** são capazes de armazenar/libertar grandes quantidades de energia calorífica sob a forma de latente, através da sua mudança de fase [57]. A base do funcionamento destes materiais é a formação e quebra de ligações intermoleculares que geralmente ocorrem dentro de cápsulas (PCM encapsulado) contendo o material [58]. A classificação pode ser realizada conforme as respetivas transições de fase (e.g., líquido-sólido) e por sua vez, conforme a sua constituição (orgânico, inorgânico e misturas eutécticas) [59]. As suas aplicações centram-se em áreas como a da construção civil, em equipamentos de armazenamento de energia e isolamento térmico [57]–[59].

Por fim, salienta-se que os materiais inteligentes também são alvo de questões atuais como a sustentabilidade e a pegada ambiental. Embora não sejam definidos, alguns materiais inteligentes renováveis e alguns desenvolvimentos nessa direção podem ser encontrados em [60].

Tabela 2.1.2.1 - Caracterização generalizada de alguns materiais inteligentes.

| Material Inteligente | Input | Output | Exemplos de aplicações genéricas | Exemplos de Materiais | Ref. | |
|--|---------------------------|--|--|---|---|-----------|
| Tipo 1: Alteração De Propriedades | Termocrômico | Variação de temperatura (ΔT) | Alteração de Cor | Revestimento para vidros inteligentes | VO ₂ | [61] |
| | Fotocrômico | Radiação | | Lentes para óculos solares | AgCl; ZnCl ₂ | [28] |
| | Piezocrômico | Pressão Mecânica | | Sensores para deteção de dano estrutural | CuMoO ₄ ; Pd | [62] |
| | Quimio-crômico | Reação química | | Indicadores e sensores químicos | TiO ₂ ; PdO | [29],[26] |
| | Electrocrômico | | | Espelhos retrovisores anti-encandeamento | WO ₃ ; MoO ₃ ; V ₂ O ₅ | [63],[64] |
| | Cristais Líquidos | | | Ecrãs e <i>Displays</i> | C ₁₈ H ₁₉ N | |
| | Partículas suspensas | Diferença de potencial elétrico (ddp) | Alteração viscosidade /rigidez | Revestimento para vidros inteligentes | In ₂ O ₅ Sn | [31] |
| | Eletroreológico | | | Meio dispersante: óleo mineral, silicone Meio disperso: Al ₂ O ₃ ; B; C | [33] | |
| | Magnetoreológico | | | Meio dispersante: óleo mineral, silicone, Gycol Meio disperso: Óxidos Fe, Co, Ni; Fe ₃ O ₄ | [32] | |
| | Liga com Memória de Forma | ΔT | Deformação Mecânica | Dipositivos médicos (<i>Stent</i>) | NiTi; Cu-Zn-Al; Cu-Al-Ni | [37] |
| Polímero com Memória de Forma | Mangas termoretráteis | | | PCL; PLA; TPU; EVA; PE | [65],[38] | |
| Tipo 2: Troca de Energia | Díodo Emissor de Luz | ddp | Emissão de luz | Iluminação | AlGaIn; InGaIn; AlGaInP; InAs | [43] |
| | Eletroluminescente | | | OLED | Ir (III) | [66] |
| | Quimiluminescente | Reação química | | Marcadores de impurezas em substâncias | C ₈ H ₇ N ₃ O ₂ | [67] |
| | Termoluminescente | ΔT | | Dosímetro de radiação | LiF: Mg,Ti ; LiF: Mg,Cu,P | [40] |
| | Fotoluminescente | Radiação | | Sinalização de Emergência | ZnS; CdSe, ZnSe | [68],[69] |
| Fotovoltaicos | | ddp | Painéis solares (PV) | c-Si; poli-Si; a-Si; GaAs | [70] | |
| Tipo 2: Troca de Energia (Reversível) | Piezoeétrico | Pressão Mecânica | ddp | Sensores de pressão | Quartzo (SiO ₂); BaTiO ₃ ; PZT; PVDF | [71],[46] |
| | Piroelétrico | ΔT | | Sensores de temperatura e infravermelhos | LiTaO ₃ ; Ba _{1-x} Sr _x TiO ₃ ; GaN; (C ₂ H ₃ F) _n | [45] |
| | Termoeétrico | | Arrefecimento de circuitos eletrónicos | (Bi,Sb) ₂ (Te,Se) ₃ | [44] | |
| | Eletrostrictivos | ddp | Deformação Mecânica | Atuadores | PMN- PbMg _{1/3} Nb _{2/3} O ₃ ; PMN-PT; | [72] |
| Magnetostrictivos | Campo magnético | Sonares | | Terfenol-D | [47] | |

2.1.3 Estruturas Inteligentes: Aplicações nas indústrias

As estruturas inteligentes são consideradas uma grande inovação e o seu uso em diversos componentes e dispositivos tem vindo a aumentar a par do crescimento dos seus campos de aplicação. Embora muitos casos estejam ainda em fases iniciais de desenvolvimento e pesquisa em laboratório, apresentam aplicações promissoras para futuros produtos comerciais. A Figura 2.1.3.1, apresenta algumas indústrias onde os materiais inteligentes são já utilizados e/ou podem vir a ser aplicados em larga escala.



Figura 2.1.3.1 - Exemplos de algumas Indústrias com possíveis aplicações de Materiais e Estruturas Inteligentes

O aumento da população idosa e o desenvolvimento de doenças crónicas conduz ao mercado em crescimento de dispositivos médicos portáteis e implantáveis. A monitorização contínua das atividades humanas pode ajudar a monitorizar a progressão de uma doença e com base nisso, administrar os tratamentos necessários. Na **Indústria Biomédica** e na **Medicina** as aplicações dos materiais inteligentes são vastas e podem ser agrupadas em três grupos: terapêutica, diagnóstico e tratamento. A Tabela 2.1.3.1, resume algumas aplicações recentes que esta indústria tem feito nos três grupos referidos. Porém, um dos principais desafios é a fonte de alimentação energética dos dispositivos médicos, principalmente os implantáveis. Neste sentido, a aspiração de ter dispositivos que funcionem durante um longo período sem que exista a necessidade da substituição de uma bateria levou ao desenvolvimento de sistemas geradores de energia. As diversas formas de energia como o calor emitido pelo corpo humano, movimentos corporais diários e radiação exterior podem ser aproveitados por sistemas como geradores termoelétricos, nanogeradores triboelétricos e piezoelétricos, abrindo-se assim o horizonte para sistemas autónomos na medicina. Na Figura 2.1.3.2, apresentam-se alguns exemplos de aplicação nesta indústria.

A revisão bibliográfica feita em [73], fornece informação detalhada sobre as aplicações de materiais e estruturas inteligentes referentes à medicina e indústria biomédica. Outras referências focando a geração de energia por via de materiais inteligentes no âmbito da biomédica são os [74], [75]. Adicionalmente, [76] resume os avanços dos materiais inteligentes na indústria da saúde focando-se especificamente no controlo destes por Inteligência Artificial e a aplicação de Redes Neurais.

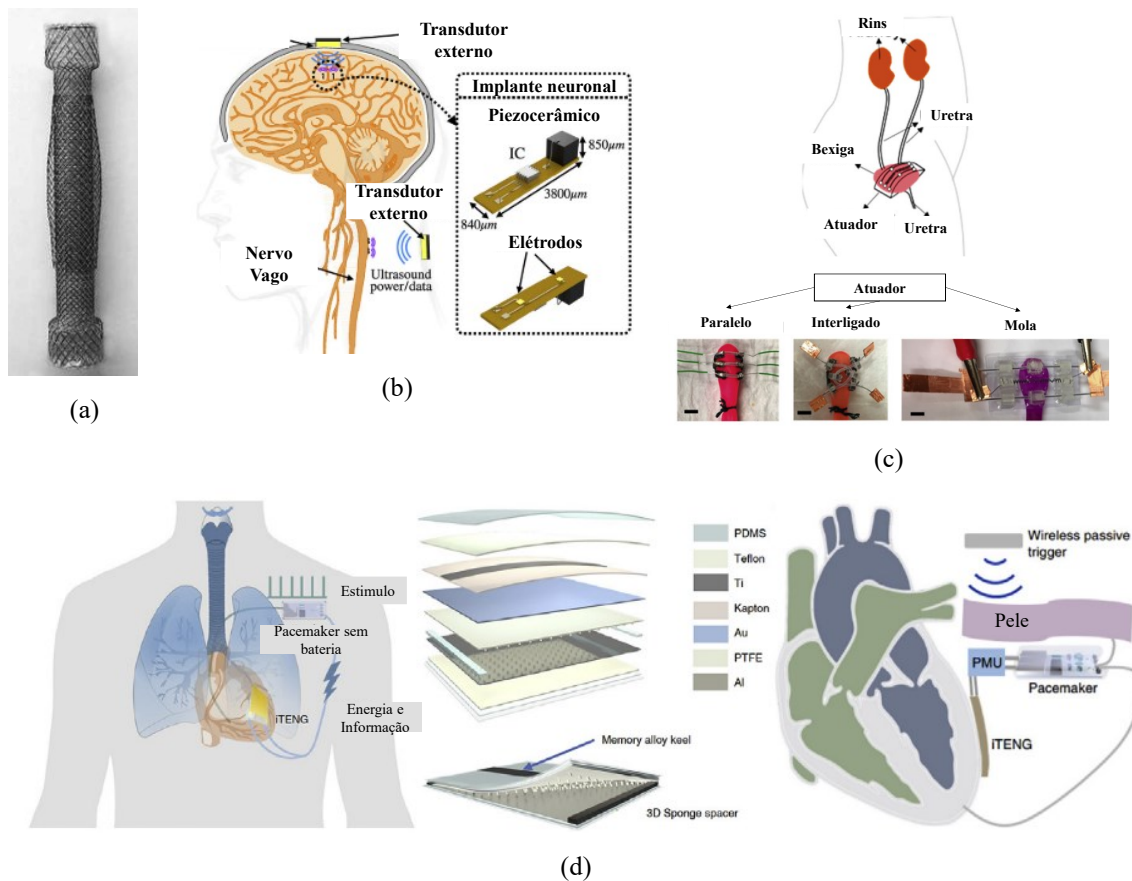


Figura 2.1.3.2 – Exemplos de aplicação em Indústria da Saúde: (a) *Stent* em SMA; (b) Estimulação elétrica do cérebro por ultrassons/Piezo; (c) Atuadores em SMA para implante na bexiga; (d) Nanogerador triboelétrico implantável (iTENG) para a captação do movimento cardíaco e alimentação de um pacemaker. Adaptado de [73].

Os requisitos de projeto nas áreas da **Construção Civil e Arquitetura** são continuamente atualizados e nos últimos anos, um dos principais pontos, tem sido o impacto e a pegada ecológica destas indústrias. Assim sendo, as empresas e os respetivos construtores necessitam de novos materiais e tecnologias que sejam mais eficientes, multifuncionais, ecológicos e principalmente rentáveis. De modo geral, as principais aplicações são ao nível do desempenho estrutural/energético das respetivas infraestruturas perspetivando a monitorização e o controlo ótimo. A nível estrutural o principal foco é a monitorização da segurança e integridade estrutural. No caso do desempenho energético os principais focos são os sistemas de iluminação adaptativa, sistemas de geração de energia e o isolamento a nível térmico e sonoro [77]. Na Tabela 2.1.3.2, apresenta-se um resumo de algumas aplicações recentes que se têm verificado nesta indústria. Exemplos de aplicações em edifícios são apresentados na Figura 2.1.3.3 e na Figura 2.1.3.4, onde se verificam os vários estados de vidros electrocrómicos, vidros isolados com inclusões de material com mudança de fase e um exemplo de um amortecedor sísmico com fluido magnetoreológico.

O artigo de revisão [78] e o capítulo definido em [20, Ch. 1] expõem com maior detalhe as aplicações e temas mencionados. Para literatura complementar aos materiais inteligentes e respetivas aplicações na arquitetura e construção civil recomenda-se [18], [20], [41]. As

referências [79]–[82], apresentam de forma extensa a aplicação no controlo da vibração em estruturas de construção civil.

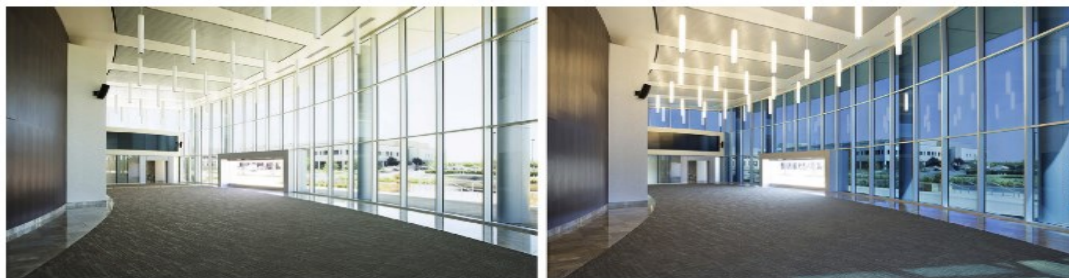


Figura 2.1.3.3 - Exemplo dos vários estados de vidros dinâmicos (electocrómicos) nas instalações da View Inc., EUA. Adaptado de [20, p. 319].



Figura 2.1.3.4 – Exemplos de aplicação de materiais inteligentes na construção civil: (a) Vidros com inclusões de material com mudança de fase para armazenamento de calor latente, instalado numa Residência Sénior em Domat/Ems, Suíça. Adaptado de [41, p. 172]; (b) Amortecedor sísmico com fluido magnetoreológico instalado no Museu Nihon-Kagaku-Miraikan em Tokyo, Japão. Adaptado de [41, p. 39].

Apesar do panorama energético atual e da importância na aposta nas energias provenientes de fontes renováveis, a **Indústria do setor Petrolífero e do Gás** continua a ter relevância. A globalização e o ritmo acelerado da indústria traduzem-se numa procura por energia cada vez maior, o que impõe a necessidade de explorar e produzir mais. Com o aumento do consumo, as necessidades de explorar poços de petróleo/gás menos acessíveis que os convencionais são cada vez mais frequentes implicando a adaptação e inovação das atuais tecnologias. Por exemplo, a transição dos poços de petróleo em terra (*Onshore*) para as respetivas estruturas no mar (*Offshore*) trazem grandes e novos desafios devido ao ambiente adverso marítimo. Os materiais inteligentes que esta indústria tem focado são os materiais com memória de forma e os piezoelétricos devido à suas capacidades de adaptação (resistência a ambientes agressivos como a corrosão e erosão) e atuação (*output* energético). Na Tabela 2.1.3.3, apresenta-se um resumo de algumas aplicações recentes que esta indústria tem feito e na Figura 2.1.3.5 exemplos esquemáticos de aplicação.

Os artigos de revisão [83]–[85] apresentam de forma extensa as respetivas aplicações dos materiais inteligentes focando os materiais com memória de forma e piezoelétricos.

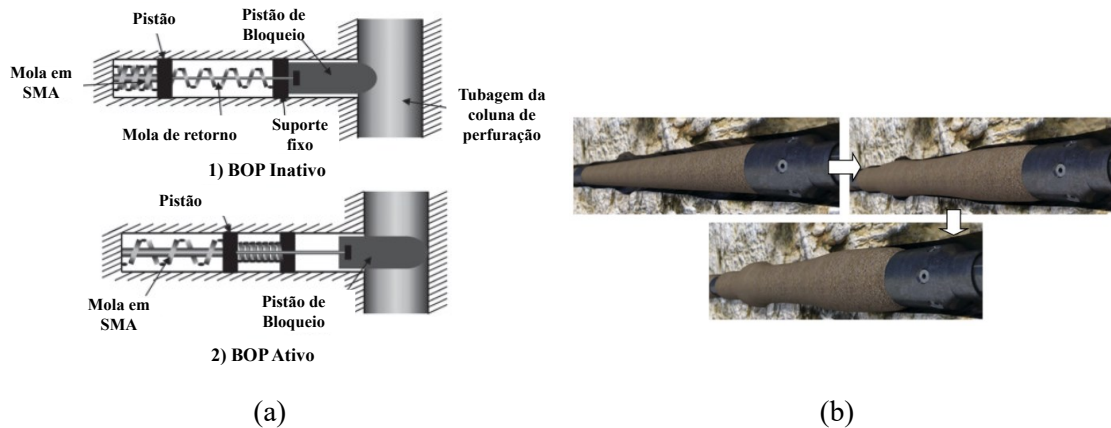


Figura 2.1.3.5 – Exemplos de aplicação de materiais inteligentes na Indústria Petrolífera: (a) Esquema de um BOP equipado com SMA; (b) Atuação de um Filtro de areia à base de espuma (*GeoFORM*). Adaptado de [84].

Atualmente na **Indústria Robótica** convencional, os materiais que compõem os robôs são rígidos e isso traduz-se, muitas vezes, em estruturas volumosas e pesadas. Para a Indústria da Produção, estes encontram-se perfeitamente aptos tendo um comportamento eficiente, espetável e preciso. Porém, têm um alcance e manuseamento limitados, fraca adaptabilidade e a interação humano-máquina pode ser arriscada e perigosa [86]. Neste tipo de aplicação, a diferenciação entre os sensores e os atuadores é nítida [87] e o uso de materiais avançados em tais dispositivos é habitual. No entanto, os últimos avanços nos materiais inteligentes abriram portas para o desenvolvimento e a pesquisa do ramo denominado por *Soft Robotics*. O principal foco e fonte de inspiração desta indústria é na replicação do comportamento biológico com possíveis aplicações em todos os ramos devido à sua agilidade, sensibilidade e adaptabilidade. Para esse fim, o desenvolvimento de corpos controláveis com materiais cuja estrutura intrínseca inclua capacidades sensoriais, atuação e controlo que permitam o comportamento desejado é a chave. A Tabela 2.1.3.4, resume de forma generalizada alguns tipos de sensores e atuadores conforme o estímulo e o tipo referindo também algumas aplicações. A Figura 2.1.3.6, apresenta alguns exemplos de aplicação nesta indústria.

Os artigos de revisão [88], [89] fornecem informação relativa à robótica biologicamente inspirada e também da sua aplicação em sensores e atuadores para tais estruturas. O artigo [90] resume de forma breve o uso dos vários materiais macios com base nas diferentes técnicas de atuação e [91] explora as vantagens e desvantagens de cada método. O artigo de revisão [86] analisa de forma condensada a parte da conceção, fabrico e controlo. Por fim, o capítulo definido em [92] define de forma extensiva a componente de atuação e as suas possíveis aplicações na reabilitação física no âmbito da medicina.

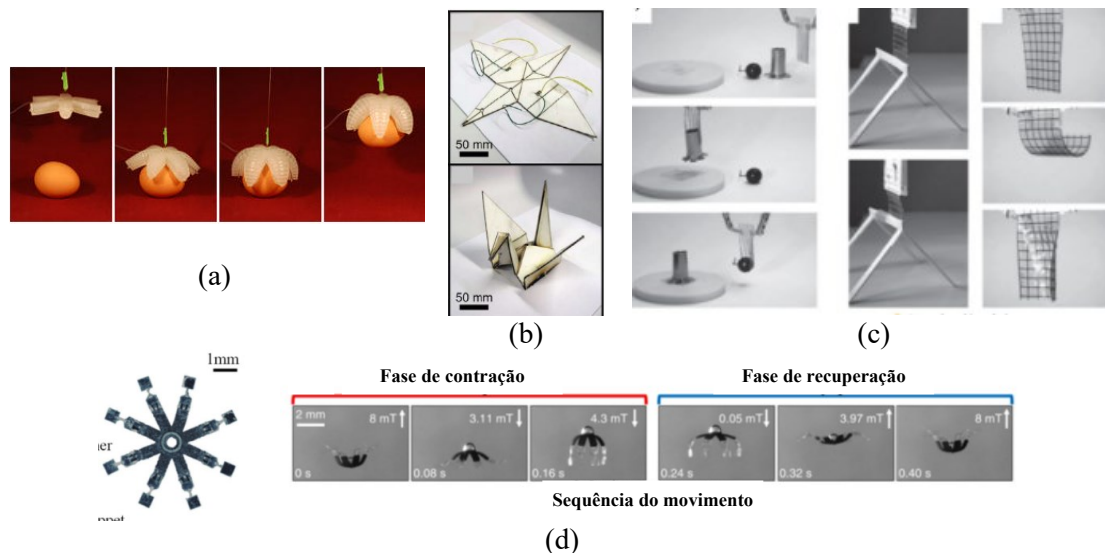


Figura 2.1.3.6 - Exemplos de aplicação de *Soft Robotics*: (a) Pinça macia atuada pneumática, retirado de [86]; Robô autodobrável utilizando SMP's, retirado de [91]; (c) Pinça utilizando DE's e (d) Robô bioinspirado (alforreca) com capacidade de nadar utilizando atuadores magnetoreativos. Adaptado de [88].

O desenvolvimento da **Indústria Automóvel** tem sido constante e os esforços têm sido direcionados para a autonomia na condução do veículo. Para tais avanços, os veículos necessitam de sensores e atuadores mais desenvolvidos para o seu controlo dinâmico, segurança, monitorização e operação. Para o efeito, atualmente os veículos possuem sensores distribuídos em diversas partes. Alguns exemplos ilustrativos são no motor, chassis, travões, suspensão, pneus, airbags, espelhos, bancos, cintos de segurança, tanque de combustível e escape. A utilização de materiais inteligentes como os piezoelétricos em sensores como os de pressão, de detonação e injetores de combustível [93], electrocrómicos em espelhos anti-encandeamento [94], fluido magnetoreológico em amortecedores semi-ativos [95] são alguns exemplos de aplicações já comercializadas. Apesar desta indústria já fazer uso deste tipo de materiais em escala comercial, a atenção tem sido virada para a potencial incorporação de nanogeradores no desenvolvimento de sistemas sensoriais energeticamente autónomos. O tipo de nanogeradores (NGs) em vista são os piezoelétricos (PENG), triboelétricos (TENG), piroelétricos (PYENG) e termoelétricos (TEG). Por sua vez, a sua incorporação nos veículos pode ser categorizada em quatro tópicos principais sendo eles: 1) monitorização do comportamento do condutor; 2) sistemas de segurança dos veículos; 3) monitorização do estado/condição dos pneus e 4) testagem de emissões.

A Tabela 2.1.3.5, indica algumas potenciais aplicações dos nanogeradores e respetivos sistemas sensoriais. A redução da cablagem, ausência de partes móveis em atuadores, redução dos custos de manutenção e do consumo de combustível; o aumento da segurança dos veículos e o avanço da tecnologia dos veículos e transportes inteligentes seriam algumas vantagens da sua utilização. No entanto, existem alguns desafios que necessitam de ser ultrapassados para a que a produção em larga escala possa ser viável, como a: durabilidade mecânica dos materiais utilizados; adequação aos diversos ambientes; adequação da tecnologia para cada aplicação

sensorial; processamento dos dados obtidos através dos novos sensores e a segurança informática do sistema sensorial e inteligente do veículo. Algumas potenciais aplicações apresentam-se na Figura 2.1.3.7.

As referências [96]–[99] exploram todos estes os aspetos associados às aplicações de NGs em veículos. A utilização destes NGs na indústria automóvel não está somente restrita aos veículos, podendo a sua incorporação ser estendida aos próprios pavimentos como estradas e autoestradas inteligentes. Os artigos de revisão [100], [101] abordam e discutem este tema. Outros artigos de revisão que abordam a geração de energia através da utilização de materiais inteligentes são [75], [89], [102].

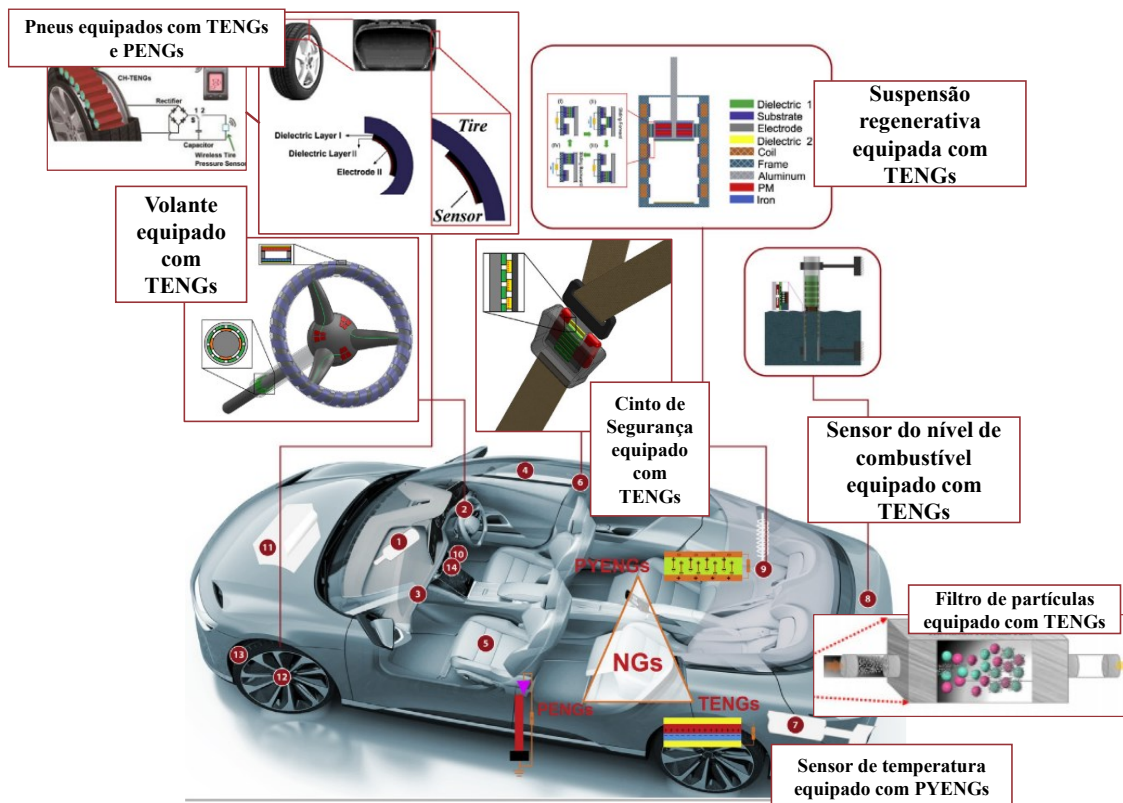


Figura 2.1.3.7 - Exemplo esquemático de algumas aplicações possíveis dos NGs na Indústria Automóvel. Adaptado de [96], [97].

Uma das pressões que a **Indústria Aeronáutica** tem enfrentado assenta na necessidade de aumentar o desempenho das aeronaves através da diminuição dos custos de operação e manutenção sendo a diminuição do consumo de combustível um requisito crucial. Assim, é necessário que as estruturas e os materiais utilizados nas aeronaves também permitam aumentar o seu desempenho sendo capazes de responder ao seu meio envolvente. Para o efeito, a indústria aeronáutica tem focado com especial interesse, os materiais com memória de forma (SMAs e SMPs) e os piezoelétricos na aplicação à tecnologia de estruturas morfologicamente adaptáveis (*Morphing Technology*). O seu uso como sensores e atuadores tem tido um forte impacto e um exemplo disso são os atuadores lineares, utilizados em rotores de helicópteros mostrando-se

capazes de reduzir a sua vibração até 90% [103]. A monitorização estrutural através de sensores piezoelétricos tem sido extensivamente aplicada devido à sua capacidade de inspecionar danos em microescala [104]. A referência [104], explora as aplicações atuais dos materiais inteligentes na indústria aeronáutica. Complementarmente, as referências [7] e [105] definem as tendências e aplicações recentes na tecnologia de estruturas morfologicamente adaptáveis utilizando materiais piezoelétricos e SMAs respetivamente. O artigo [106] aborda a produção de energia utilizando materiais piezoelétricos em estruturas de aeronaves. A Figura 2.1.3.8 e a Figura 2.1.3.9, ilustram a aplicação dos materiais inteligentes em estruturas com geometria variável.

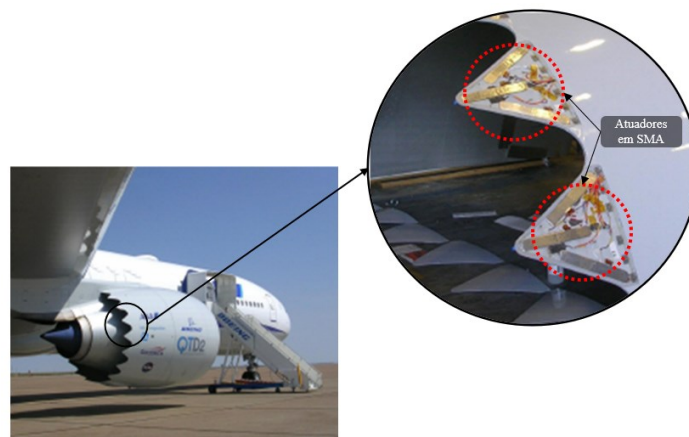


Figura 2.1.3.8 – Testes de voo em escala real de *Chevrons* de geometria variável acionados por SMAs. Adaptado de [8].

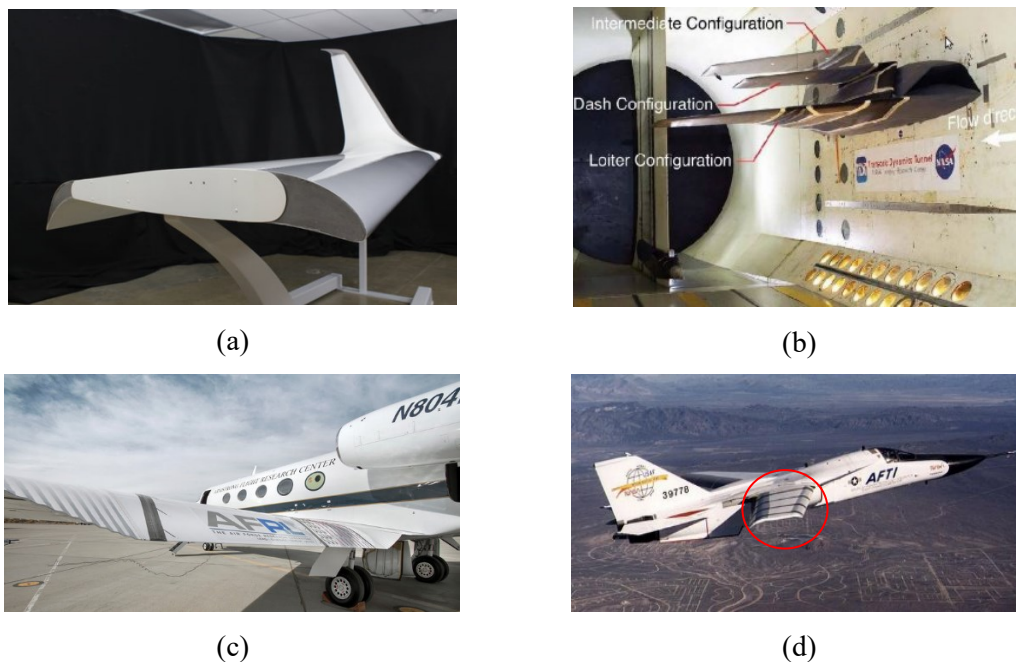


Figura 2.1.3.9 – Exemplos de aplicação de estruturas morfologicamente adaptáveis na aeronáutica: a) Demonstrador *Flexfoil* (*Flexys*) mostrando a capacidade de deformação do bordo de ataque e de fuga, retirado de [107]; b) Múltiplas capturas da asa dobrável do Lockheed Martin, adaptado de [7]; c) Sistema integrado da *Flexfoil* no *Gulfstream 3* da NASA para testes de voo durante 2018, retirado de [107]; d) AFTI F-111, protótipo desenvolvido pela DARPA e pilotado pela NASA como parte do programa de *Morphing* da DARPA, retirado de [108].

A contaminação, o dano ou o desperdício de alimentos durante o seu transporte, armazenamento ou venda são desafios críticos para a segurança na **Indústria Alimentar**. Para colmatar o desafio relacionado com a contaminação, novos métodos de análise de contaminantes estão a ser desenvolvidos, sendo mais ecológicos, mais eficientes e sensíveis. Este desenvolvimento irá traduzir-se numa redução de tempo e consequentemente o custo associado à análise química de contaminantes. O artigo de revisão [109], debate a aplicação dos materiais inteligentes na determinação de contaminantes como Mercúrio e Arsénio nos alimentos e bebidas. Nesta perspetiva, a referência [110] aborda as possíveis aplicações na análise química quanto à amostragem e o seu pré-tratamento, processos de separação e a determinação de substâncias de um ponto de vista prático e ambiental. Para o controlo do dano e do desperdício alimentar, estão a ser desenvolvidos materiais ativos de embalagem com inclusões de antimicrobianos e antioxidantes com o objetivo de estender o prazo de validade dos alimentos. Para o embalamento inteligente, também estão a ser desenvolvidos materiais fotoativos que exibem luminescência para monitorização da sua qualidade, maturação e segurança. O artigo de revisão [111] explora a ligação entre os materiais inteligentes e o embalamento alimentar e as futuras perspetivas. Embora muitos dos materiais discutidos ainda estejam em fases de investigação e desenvolvimento em laboratório, espera-se que num futuro próximo sejam implementados em larga escala [112]. Na referência [112], o principal foco é a aplicação da tecnologia microfluídica no embalamento de alimentos mas também diferencia o embalamento ativo e inteligente e resume avanços recentes.

Os avanços tecnológicos nas indústrias criaram exigências materiais e de serviços que facilitem a monitorização/execução de dados/tarefas por parte do utilizador, sendo que a **Indústria Têxtil** não é exceção. Apesar de ser uma realidade pouco explorada, os tecidos inteligentes podem vir a ser produtos relevantes e revolucionários devido às diferentes funcionalidades que podem desempenhar [113]. A principal meta tem sido o desenvolvimento de fibras e tecidos envolvendo materiais crómicos (termocrómicos, fotocrómicos e electrocrómicos), materiais com memória de forma (ligas e polímeros), luminescentes (fotoluminescentes e termoluminescentes) e materiais com mudança de fase. Dada a natureza da Indústria Têxtil, as aplicações destes tecidos inteligentes estão diretamente relacionadas com as restantes aplicações de outros setores (por exemplo o da saúde, da mobilidade e energia). No entanto, outras aplicações de destaque poderão ser em equipamentos de proteção individual, equipamento policial e militar, deteção de vapores tóxicos e de níveis elevados de radiação. A referência [114] e complementarmente a [115] introduzem e descrevem aplicações dos tecidos inteligentes.

Outras aplicações podem ser encontradas na **Indústria Farmacêutica** com a utilização de nanomateriais inteligentes [116]; em **aplicações ambientais** [117] e remediação de ambientes aquosos contaminados [118] com a utilização de absorventes inteligentes.

Tabela 2.1.3.1 - Aplicações dos Materiais e Sistemas Inteligentes no Setor da Saúde: estado da arte das tecnologias para dispositivos autossuficientes implantáveis e *wearable*. Adaptado de [73].

| Categoria | Aplicação | Estímulo Prod. | | Sensor | | Atuador | | | Gerador de Energia | | | | Estímulo Ext. | | | |
|--|-------------------------------------|--------------------|------------------|-----------|---------|---------|--|---------------------|--------------------|-------|-------|-------|---------------|-------|-----------------|---|
| | | Eléctrodo | Transístor | Eléctrodo | Pressão | SMA | Polímero Eletroativo/ <i>Hydrogel</i> | Laser infravermelho | Eléctrico | | | Solar | Sombra | Calor | Fluído corporal | |
| | | | | | | | | | Tribo | Piezo | Termo | | | | | |
| Transdutor- Gerador de Energia/ Estímulo Externo | Controlo da bexiga | | | | | • | • | | • | | | | | | | |
| | Estímulo | Neuronal | • | | | | | • | | • | | | | | • | |
| | | Muscular | • | | | | | | | • | | | | | | |
| | | Retina | • | | | | | | | | • | | | | | |
| | Administração de medicamentos | | | | | | • | | • | | | | | | | |
| | Robótica (<i>Soft</i>) | | | | | | • | | | | | | | • | | |
| | Terapia por Laser | | | | | | | • | • | | | | | | | |
| | Sistema autónomo gerador de energia | Batimento cardíaco | | • | • | • | | | | • | • | • | • | | | |
| | | Monitorização | Clínica | | • | | | | | | | | | | | • |
| | | | Pressão arterial | | | | | | | | | • | | | | |
| CO ₂ | | | | | | | | | | • | | | | | | |
| Deteção de amónia | | | • | | | | | | • | | | | | | | |
| Sensor | | Toque | | | | | | | | • | • | • | | | | |
| | | Proximidade | | | | | | | | | | | | • | | |
| | | pH | | • | | | | | | | | | • | | | |
| <i>Pacemaker</i> | | | | | | | | • | • | | | | | | | |

Tabela 2.1.3.2 - Aplicações dos Materiais Inteligentes na Indústria Civil

| Aplicações Estruturais e Energéticas | |
|---|---|
| Materiais transparentes | <ul style="list-style-type: none"> Betão translúcido e Alumínio transparente |
| Materiais autocuráveis | <ul style="list-style-type: none"> Betão e Revestimentos autocuráveis |
| Capacidades sensoriais intrínsecas | <ul style="list-style-type: none"> Betão, vidros e tijolos inteligentes |
| Controlo de vibração em estruturas, edifícios e pontes | <ul style="list-style-type: none"> Amortecedores, braços e barras de reforço estrutural, cabos, conectores e retentores em SMA Amortecedores sísmicos com fluido magnetoreológico |
| Sistemas de geração e eficiência energética | <ul style="list-style-type: none"> Painéis e Vidros fotovoltaicos Betão e Vidros com inclusões de material com mudança de fase Sistemas avançados de iluminação Isoladores avançados: Aerogel |

Tabela 2.1.3.3 - Aplicações dos Materiais Inteligentes na Indústria Petrolífera e do Gás

| Sector | Aplicações |
|---|--|
| Materiais com Memória de Forma (SMA's e SMP's) | |
| Atuação | <ul style="list-style-type: none"> Dispositivos de controlo de emergência do fluxo de petróleo (<i>Blowout preventers – BOP</i>); Sensores/atuadores para recolha de dados utilizado em tecnologias como <i>Measurement While Drilling (MWD)</i> ou <i>Logging While Drilling (LWD)</i>; Válvulas diversas; Dispositivos de ativação/desativação de explosivos e até como substitutos dos respetivos explosivos; |
| Reforço Estrutural | <ul style="list-style-type: none"> Amortecedores, braços e barras de reforço nas estruturas; Centralizadores de tubos; |
| Vedação e Acoplamentos | <ul style="list-style-type: none"> Acoplamentos hidráulicos e conectores elétricos subaquáticos; Retentores (<i>Packer</i>) e vedantes. |
| Gestão de Sedimentos | <ul style="list-style-type: none"> Filtros de areia à base de espuma (<i>GeoFORM</i>); |
| Controlo do desgaste (Condições extremas) | <ul style="list-style-type: none"> Revestimentos protetores resistentes a corrosão, erosão, altas pressões e temperaturas; |
| Piezoeletricos | |
| Pesquisa Sísmica Marítima | <ul style="list-style-type: none"> Hidrofones para aplicações subaquáticas; |
| Perfilagem Ultrassónica | <ul style="list-style-type: none"> Transdutores |
| Aquisição de dados | <ul style="list-style-type: none"> Transdutores e Transmissores sónicos para operações de perfuração (<i>LWD</i>); Sensores para altas pressões e altas temperaturas |

Tabela 2.1.3.4 - Aplicações dos Materiais Inteligentes na Indústria Robótica Macia

| Atuadores | | |
|----------------|---|--|
| Estímulo | Material base | Aplicações |
| Elétrico | <ul style="list-style-type: none"> Elastómero Dielétrico (DE) Piezoelétrico DE + Fluido Dielétrico (HASEL) Polímero eletroativo iónico: IPMC (<i>Ionic Polymer Metal Composite</i>) Polímero eletroativo não-iónico: Gel PVC Fluido eletroreológPiico | <ul style="list-style-type: none"> Robôs e Estruturas biomiméticas Robôs subaquáticos Dinâmicas específicas como: agarrar, transportar e deslocar |
| | <ul style="list-style-type: none"> Materiais com Memória de Forma: Polímeros e Ligas (SMP e SMA) Elastómero de Cristal Líquido (LCE) Hidrogel | <ul style="list-style-type: none"> Microeletrónica, Microbombas e Micromotores |
| Magnético | <ul style="list-style-type: none"> Partículas Magnéticas Elastómero Magnetoreológico | <ul style="list-style-type: none"> Robôs autodobráveis e autoconfigurável |
| Radiação (luz) | <ul style="list-style-type: none"> Polímero fotoreativo (LCE) | <ul style="list-style-type: none"> <i>untethered microrobots</i> |
| Mecânico | <ul style="list-style-type: none"> Elastómero atuado pneumaticamente Elastómero atuado hidraulicamente | |
| Sensores | | |
| Tipo | Material base | Aplicações |
| Resistivos | <ul style="list-style-type: none"> Metal líquido <i>Hydrogel</i> Nanotubos de carbono (CNT's) e oxido de grafeno (GO) | <ul style="list-style-type: none"> Medição de deformações, esforços e respetivas direções |
| | Capacitativos | <ul style="list-style-type: none"> Placas paralelas com camada dielétrica intermédia: Sólida ou Microestruturada |
| Magnéticos | <ul style="list-style-type: none"> Partículas magnéticas + Sensor Hall | <ul style="list-style-type: none"> Tecido e pele eletrónica |
| Óticos | <ul style="list-style-type: none"> Polidimetilsiloxano (PDMS) | <ul style="list-style-type: none"> Ecrãs táteis flexíveis |

Tabela 2.1.3.5 - Aplicações dos Materiais Inteligentes na Indústria Automóvel. Adaptado de [97].

| Categoria do dispositivo | Aplicações | Tecnologia (NGs) |
|---|-------------------------------------|---------------------------|
| Sensor | Volante | |
| | Pedais | |
| Posição | Nível de combustível | Triboeletrico (TENG) |
| | Velocidade | |
| | Corpo da Borboleta | |
| | Chassi (altura) | |
| Térmico | Fluido refrigerante | Piroelétrico (PYENG) |
| | Gases de escape | |
| Composição química e gasosa | CO e CO ₂ | |
| | NO _x | |
| | H ₂ | |
| Pressão | Humidade | Triboeletrico |
| | Pneus | - |
| Outros sensores e dispositivos baseados em NGs | Sensor de ocupação de lugar | Piezoelétrico (TENG-PENG) |
| | Sensor de cinto de segurança | |
| | Painel de bordo (<i>touchpad</i>) | |
| Pneus inteligentes | Monitorização da condição | |

2.1.4 Piezoelectricidade e Piezomagnetismo

A piezoelectricidade pode ser definida como uma interação linear entre a energia mecânica e elétrica [119]. Como já foi referido, os materiais piezoelectricos reagem à tensão mecânica produzindo um potencial elétrico (**efeito piezoelectrico direto**, configuração de **sensor**) e produzem uma deformação (extensão) em resposta a um campo elétrico aplicado (**efeito piezoelectrico inverso**, configuração de **atuador**) [46]. A classificação dos materiais pode ser feita de várias formas, sendo uma delas a que se apresenta na Tabela 2.1.4.1 embora de uma forma geral possa ser dividido em Cristais Singulares, Cerâmicos e Polímeros. O comportamento piezoelectrico de um cristal natural e de um cerâmico sintético (polarizado) podem ser entendidos através da Figura 2.1.4.1.

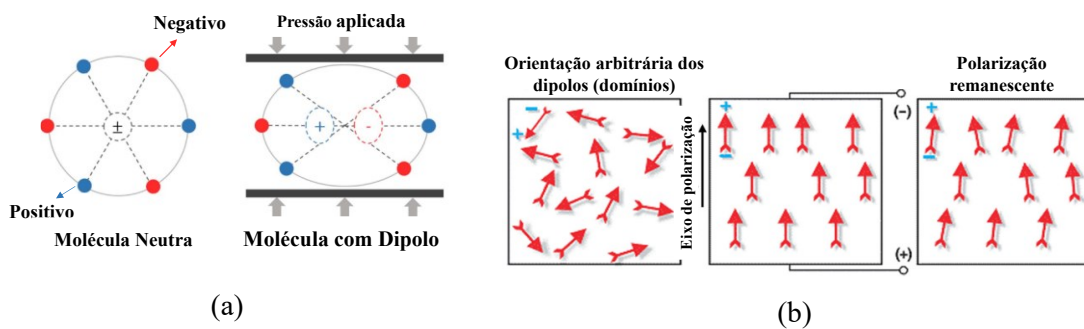


Figura 2.1.4.1 - Representação esquemática de: (a) Comportamento piezoelectrico em cristais, adaptado de [46]; (b) Efeito da polarização num cerâmico piezoelectrico, adaptado de [119].

A Tabela 2.1.4.1 apresenta alguns materiais piezoelectricos comuns e as respectivas classificações [46]. Na revisão bibliográfica feita por [46], apresenta-se de forma abrangente os materiais piezoelectricos (cristais, cerâmicos, poliméricos e compósitos). Na Figura 2.1.4.2 e na Figura 2.1.4.3 apresentam-se os passos fundamentais no processo de fabrico de um piezoelectrico cerâmico [120] e alguns exemplos de configurações para atuadores piezoelectricos. Existem, no entanto, outros processos de fabrico que não serão abordados como o *Sputtering*, *Aero-sol*, *Atomic Layer Deposition* e outros métodos para o fabrico de polímeros e compósitos piezoelectricos. As referências [119], [121] abordam estes temas de forma extensa e detalhada. Referente aos tipos de atuadores e diversas configurações, salienta-se os trabalhos apresentados em [122], [123]. A Tabela 2.1.4.2 resume algumas normas de referência na indústria relacionadas com a utilização de materiais piezoelectricos. Na Figura 2.1.4.4 apresenta-se uma linha cronológica da história da piezoelectricidade [121], [124]–[127].

Tabela 2.1.4.1 - Exemplos de materiais piezoelétricos comuns.

| Tipo de Piezoelétrico | Materiais |
|---------------------------|--|
| Cristal natural | Berlinite, sacarose, quartzo, turmalina, topázio, sal de <i>La Rochelle</i> |
| Cerâmico sintético | BaTiO ₃ , PZT, AlN, ZnO, PbTiO ₃ , KNbO ₃ , LiNbO ₃ , LiTaO ₃ |
| Cerâmico s/chumbo | KNN, LiNbO ₃ , BT, BNT, BKT |
| Polímero | PVDF, P(VDF-HFP), P(VDF-TrFE), P(VDF-CTFE), P(VDF-TrFE-CFE), |
| Biomaterial | Osso, tendões, madeira, enamel, dentina, DNA, proteínas virais |

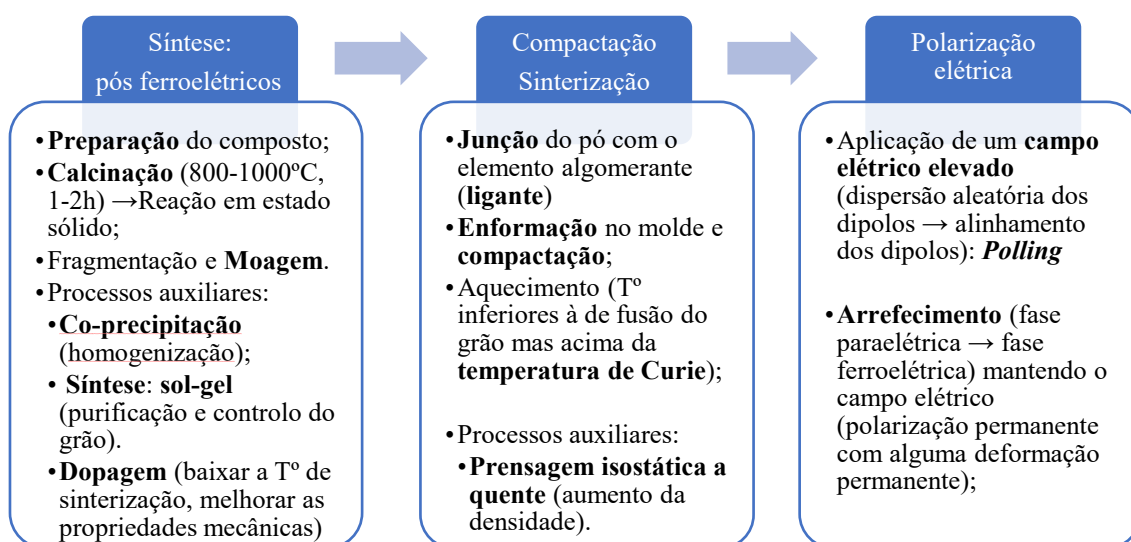


Figura 2.1.4.2 – Passos fundamentais no processo de fabrico de um cerâmico piezoelétrico.

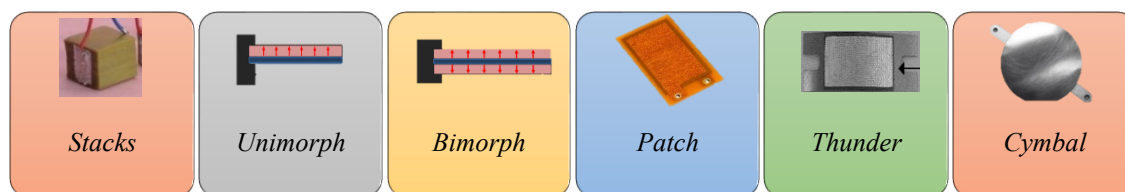
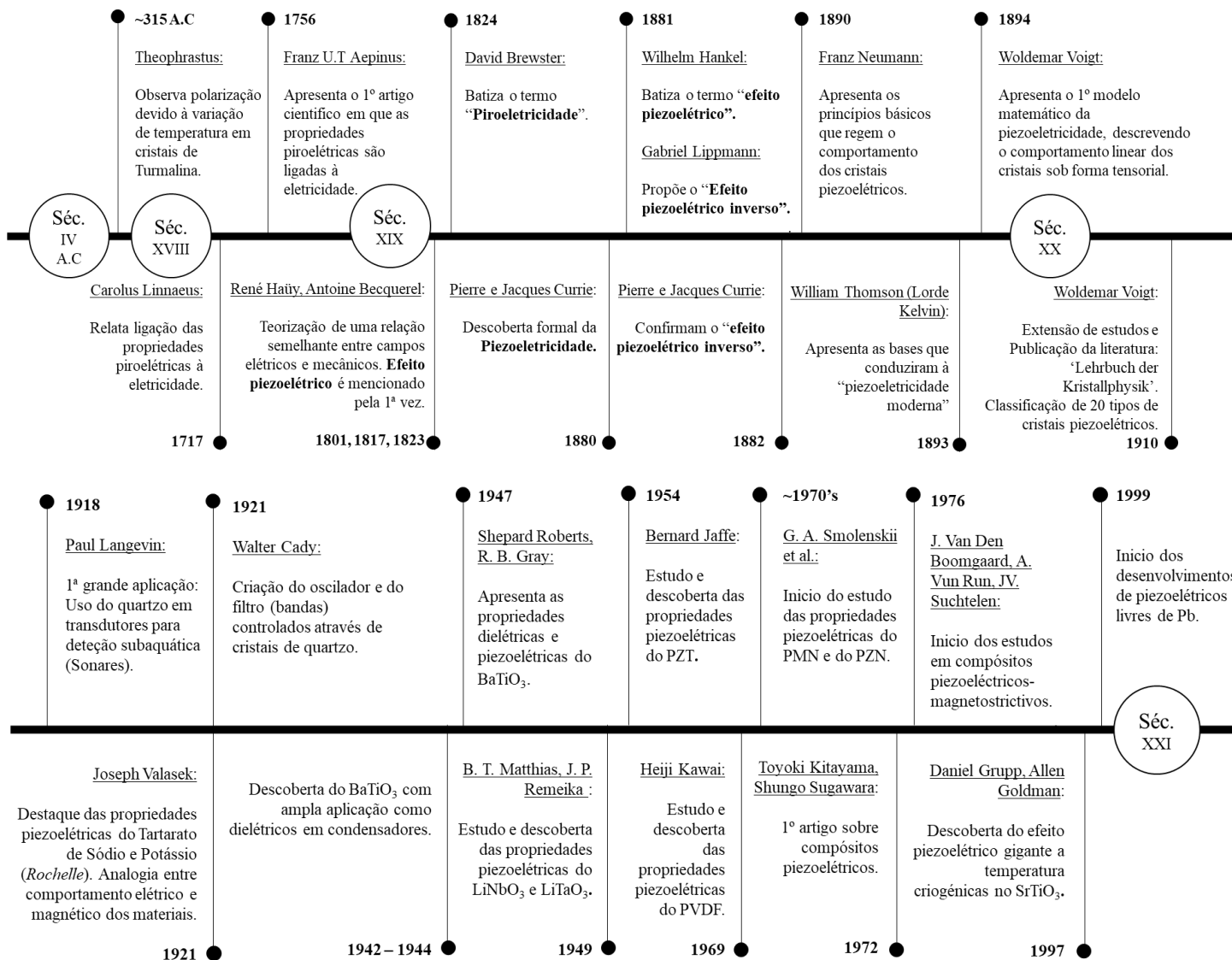


Figura 2.1.4.3 - Exemplos de configurações para atuadores piezoelétricos comuns. Adaptado de [122], [128].

Tabela 2.1.4.2 - Algumas normas relacionadas com os materiais piezoelétricos.

| Organização | Norma | Ano | | Estado |
|-------------|----------------------|------------|------------|---------|
| | | Publicação | Revisão | |
| IEEE | 176-1987 | 1949 | 1958, 1978 | Inativa |
| | 176-1958 | 1958 | - | Inativa |
| | 176-1961 | 1961 | 1971 | Inativa |
| | 1859-2017 | 2017 | - | Ativa |
| MIL-STD | 1376 A, B(SH) | 1984 | 1995 | Inativa |
| CENELEC | EN 50324-1 | 2002 | 2004 | Ativa |
| | EN 50324-2 | | | |
| | EN 50324-3 | | | |
| IEC | “TC 49” | - | - | Ativa |
| JISC | EM-4501A (EMAS-6100) | 1993 | 2015 | Ativa |
| ISO | 17859:2015 | 2015 | 2020 | Ativa |
| | 21819-1:2018 | 2018 | - | Ativa |
| | 21819-2:2018 | | | |



Avanços e tendências futuras Desempenho e fiabilidade

- Piezoelétricos s/chumbo: BT, BNT, BKT, KNN, BLSF, ZnO
- Aumento do rendimento: Aumentar *output* energético, reduzir perdas, reduzir fenómeno de histerese e melhorar propriedades mecânicas.
- 1ª Geração: PZN-PT; PMN-PT;
- 2ª Geração: PIN-PMN-PT;
- 3ª Geração: MN: PIN-PMN-PT;
- Ref: [124], [129, Ch. 8], [130].

Rígido para Suave

- Compostos piezoelétricos; PVDF/BT (nano), *ferroelectrets*
- Polímeros Eletroativos
- Ref: [46], [122].

Macro para Micro/Nano

- MEMS / NEMS
- Sensores, Atuadores e Geradores de Energia.
- Ref: [71], [122], [131], [132]

Uniforme para Não-uniforme

- Flexoeletricidade
- Ref: [133].

Singular para Multifuncional

- Estruturas Magneto-Eleto-Elásticas Terfenol-D/PVDF; Metglas/PVDF
- Fotostricção MAPbI₃; SRO; SIO;
- Ref: [134], [135].

Figura 2.1.4.4 - Linha cronológica da história da piezoelasticidade, alguns avanços e perspectivas futuras.

Segundo [136], as primeiras observações relacionadas com a magnetostricção foram feitas por C. G. Page, em 1837, sendo a magnetostricção formalmente apresentada em 1842 por James P. Joule. Para uma breve abordagem histórica da magnetostricção recomenda-se [47], [136], [137]. O fenómeno da magnetostricção engloba as interações entre a magnetização, tensões mecânicas e extensões [136], [138], [139]. Na sequência da descoberta deste fenómeno, outros efeitos foram verificados, nomeadamente o Efeito Villari, Wiedemann, Matteucci, Barrett, Nagoka-Honda e ΔE [136], [138], [139] – repartidos em duas categorias: Efeitos Diretos e Efeitos Inversos. Em [47], [137], estes efeitos são definidos de forma extensa. Assim, no contexto da presente dissertação, apenas o **Efeito Magnetostritivo Joule** e o **Efeito Villari** são considerados. No entanto, estes efeitos referidos podem ser brevemente definidos conforme:

Efeito Magnetostritivo Joule – Consiste na extensão ou contração de um corpo na mesma direção que o campo magnético aplicado. Este efeito implica uma conversão da energia magnética em energia mecânica e é explorado para fins de atuação. Descoberto por James P. Joule em 1842 [136], [138], [139].

Efeito Matteucci – Consiste na alteração da magnetização helicoidal (vetor magnético axial e longitudinal, quando é aplicada um torque ao corpo magnetostrictivo. Foi descoberto por Carlo Matteucci em 1847 e pode ser considerado como inverso ao Efeito Wiedemann, *i.e.*, anisotropia magnética helicoidal induzida por um torque [136], [139].

Efeito Wiedemann – Consiste na torção de um corpo magnetostrictivo quando sujeito a campos magnéticos longitudinais e circunferenciais, *i.e.*, um torque induzido por uma anisotropia magnética helicoidal. Foi descoberto em 1858, por Gustav Wiedemann [136], [137].

Efeito Villari – Consiste na alteração da magnetização devido à aplicação de uma tensão de natureza mecânica. Este efeito é contrário ao Efeito Magnetostritivo Joule e é explorado para fins de sensorização. Foi descoberto por Emilio Villari em 1865 e também é conhecido como o efeito magnetomecânico [136], [140].

Efeito Nagaoka-Honda – Consiste na alteração da magnetização devido à presença de uma pressão hidroestática ou, em outros termos, mudança do estado magnético devido a uma alteração no volume [136], [137]. Este efeito foi inicialmente investigado por Hantaro Nagaoka e Kotaro Honda em 1898 [136].

Efeito Barrett – Consiste na alteração do volume em resposta a campos magnéticos. Também conhecido como Efeito Magnetovolume, foi descoberto por W. F. Barrett em 1882, e é também considerado como o efeito Nagaoka-Honda inverso [136], [137].

Efeito ΔE – Consiste numa alteração da elasticidade do material magnetostritivo induzida em resposta a campos magnéticos. Foi descoberto por Honda, Shimizu e Kusakabe em 1902 [136].

Tipicamente, os principais materiais magnetostritivos são: NiFe_2O_4 , Terfenol-D, Galfenol, Ligas Fe-Ga, Ligas Fe-Co, Metglas [137], [138], [141]. Na revisão bibliográfica realizada por [139], ilustram-se os diversos tipos de atuadores e respectivas configurações. Recomenda-se também [138], onde é feita uma revisão bibliográfica visando a caracterização, fabrico, modelação, simulação, durabilidade e fiabilidade de piezoelétricos, magnetostritivos e compostos magnetoelétricos. Relativamente aos compósitos magnetoelétricos, recomenda-se [141] onde é feita uma abordagem generalizada a estes compósitos. Por fim, no contexto da presente dissertação, considera-se que o acoplamento entre magnetização presente no material magnetostritivo e a respetiva deformação é linear, introduzindo assim o termo piezomagnético – conforme definido por [136]. Na Figura 2.1.4.5, apresenta-se o Efeito Magnetostritivo Joule demonstrando a variação da geometria de um material devido à alteração da sua estrutura cristalina em função da orientação dos seus momentos magnéticos. Na Tabela 2.1.4.3, apresenta-se esquematicamente alguns dos referidos efeitos e na Tabela 2.1.4.4, alguns exemplos de configurações geométricas para atuadores magnetostritivos. Salienta-se que ambas as tabelas foram adaptadas de [139] e que nela, é apresentada diversa literatura associada a cada efeito ou geometria referida.

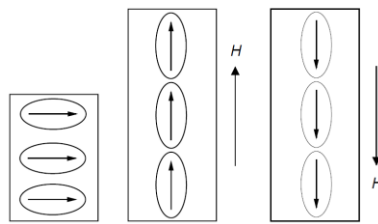


Figura 2.1.4.5 - Rotação dos dipolos magnéticos e alteração o comprimento da amostra em função do campo magnético, H. Adaptado de [8, p. 601].

Tabela 2.1.4.3 - Alguns dos efeitos magnetostritivos, onde: H - campo magnético, M – magnetização, Δx – deformação longitudinal, σ – tensão longitudinal, H_l e H_c – campo magnético longitudinal e circular; e as setas verdes indicam um binário aplicado ou induzido. Adaptado de [139].

| Efeito: | Joule Magnetostritivo | Villari | Wiedmann | Matteucci |
|------------|-----------------------|----------------------------|-----------------|-----------|
| Aplicação: | Atuador | Sensor/ Gerador de Energia | Atuador/ Torque | Sensor |
| Esboço | | | | |

Tabela 2.1.4.4 - Resumo de algumas configurações geométricas para atuadores magnetostritivos. Adaptado de [5].

| Linear | Encastrado | Amplificado | Inchworm | outros |
|--------|------------|-------------|----------|--------|
| | | | | |

2.2 Materiais Compósitos

A abordagem geral no presente capítulo centra-se nos Materiais Compósitos (MCs). Apenas um dos MCs será descrito em detalhe uma vez que é o tipo implementado. No entanto, existem diversos estudos descritos no Capítulo 2.3 que utilizam outros tipos de MCs e considera-se útil uma breve apresentação.

Como referido, este material é constituído por dois ou mais materiais distintos com propriedades mecânicas, físicas e/ou químicas diferentes. Geralmente é composto de duas ou mais fases, *i.e.*, a fase contínua (matriz) e de discreta (reforço). Em termos estruturais, a matriz confere homogeneidade comportando-se como um agente ligante e o reforço confere grande parte das propriedades mecânicas [1], [142], [143]. A terminologia dos MCs são definidas na norma ASTM D3878-20b [144]. Outras normas relevantes são as: MIL-HDBK-17 (Vol:1-5) e SAE RT-422 SET6: 2017 [145], [146, p. 373].

2.2.1 Materiais Compósitos: Definições e tipos

Para tornar clara a abordagem generalizada dos materiais compósitos é necessário compreender como se pode classificar este tipo de material e que vantagens/desvantagens estão associadas ao seu uso. A respetiva classificação é feita na Figura 2.2.1.3 e juntamente na Tabela 2.2.1.1, apresentam-se as vantagens e desvantagens regulares que surgem da sua utilização [143], [146, Sec. 1.5], [147].

As **matrizes** podem ser de natureza **Cerâmica**, **Metálica** ou **Orgânica**. Os **Compósitos com Matriz Cerâmica (CMCs)** consistem tipicamente de fibras e matrizes de natureza cerâmica. O desenvolvimento baseia-se na necessidade de explorar as excelentes propriedades mecânicas das Cerâmicas Técnicas a elevadas temperaturas ultrapassando problemas como o seu comportamento frágil e resistência à fratura [146, p. 537]. Alguns exemplos são C/C (Carbono-Carbono), C/SiC (Carbono-Carbonato de Silício), SiC/ SiC e Al₂O₃/ Al₂O₃ (Alumina-Alumina) [148], [149].

Os **Compósitos com Matriz Metálica (MMC)** geralmente são constituídos por fibras metálicas ou cerâmicas em matrizes metálicas. Neste caso, as fibras não têm somente funções estruturais, mas também a de alterar outras propriedades como condutividade térmica, elétrica e resistência ao desgaste [146, p. 573]. Alguns exemplos de matrizes metálicas são o Alumínio, Magnésio, Titânio e Cobalto; exemplos de fibras são o Carbono, óxidos de alumínio, Carbonato de Silício e Boro [149], [150].

Nos **Compósitos com Matriz Orgânica (OMCs)**, têm especial interesse os **Compósitos de Matriz Polimérica (PMCs)**. Por sua vez, as matrizes de natureza polimérica dividem-se em termoplásticas (*e.g.* Polipropileno, Poliamida, PEEK) e termoendurecíveis (*e.g.* Poliéster, *Epoxy*).

Em geral, os termoplásticos salientam-se por apresentarem maior resistência ao impacto e maior tenacidade embora o seu uso seja limitado [2, p. 21]. Por outro lado, uma das principais vantagens das resinas termoendurecíveis é a facilidade na impregnação das fibras, uma vez que antes da cura, apresentam viscosidades bastante inferiores às dos termoplásticos [2, p. 21]. Os principais tipos de MCs utilizados nas indústrias são os reforçados a fibra de Carbono (CFRP – *Carbon Fiber Reinforced Polymer*), a fibra de Vidro (GFRP– *Glass Fiber Reinforced Polymer*) e em fibra Aramídica (KFRP - *Kevlar Fiber Reinforced Polymer*) [150].

Os **reforços** podem ser feitos por **fibras**, **partículas** ou de **forma estrutural**. Os **Compósitos Reforçados por Fibras** podem usar fibras contínuas alinhadas como é o caso de camadas unidirecionais (UD), tecidos entrelaçados 2D e 3D (*woven fabrics*), malhas (*Knitted fabrics*) e entrançados (*Braids*). As fibras descontínuas e dispersas aleatoriamente podem ser encontradas sob a forma das designadas mantas de filamentos dispersos [149], [150]. As fibras UD têm excelentes propriedades na direção longitudinal da fibra, no entanto, o mesmo já não acontece na direção transversal [146, p. 1,2]. Por outro lado, os tecidos multidirecionais, embora tenham propriedades mecânicas (no plano) inferiores – devido à sobreposição e dobragem das fibras que causam pontos de concentrações de tensões – apresentam outras vantagens como a excelente enformabilidade permitindo o fabrico de formas complexas com uma boa tolerância ao dano [149].

Os **Compósitos Reforçados por Partículas** podem integrar partículas de grandes dimensões (*e.g.* betão e asfalto), dispersas em flocos, com ou sem gradiente funcional (*e.g.* *Functionally Graded Materials* – FGMs) e ainda nanopartículas – nanotubos (*e.g.* *Carbon NanoTubes* – CNTs) [150]. Os **FGMs** são MCs compostos por duas ou mais fases, cujas propriedades variam de forma gradual e contínua em uma ou mais direções espaciais de acordo com uma determinada função de distribuição [151]. Esta gradação é alcançada através da variação das respetivas frações volúmicas dos constituintes e pelo facto de esta ser gradual, existe a vantagem da minimização das concentrações de tensões interlaminares comumente observadas nos compósitos laminados [152]. Alguns exemplos de FGMs podem ser: Alumina/Zircónia ($\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Y-ZrO}_2$), Alumínio/Carbono (Al-C), Aluminato de Titânio/ Carbonato de Silício (TiAl-SiC) ou até com piezoelétricos como PZT/Platina (PZT-PT) [153].

Os **nanocompósitos** têm sido alvo de grande interesse científico devido às suas excelentes propriedades mecânicas, térmicas e elétricas. O foco centra-se em reforços como nanopartículas, nanofibras, nanofios e de especial interesse, os **CNTs**. Estes podem ser obtidos enrolando uma única ou várias camadas de Grafeno ao longo de um eixo e podem ser divididos em duas categorias: os nanotubos de carbono de parede única (*Single-Walled CNTs* – SWCNTs) e de paredes múltiplas (*Multi-Walled CNTs* – MWCNTs) [154]. A inserção em MCs destes

nanomateriais como *fillers* à escala nanométrica, mesoescala ou macroescala resulta nos denominados MCs híbridos multiescala com várias propriedades do material acrescentadas [155]. Os fatores internos como as relações de aspeto (rácio comprimento-diâmetro dos nanotubos, tipicamente 1 μm para 1 nm) e consequentemente a adesão reforço-matriz influenciam fatores como a resistência ao corte interlaminar, à delaminação, à fadiga e corrosão [155].

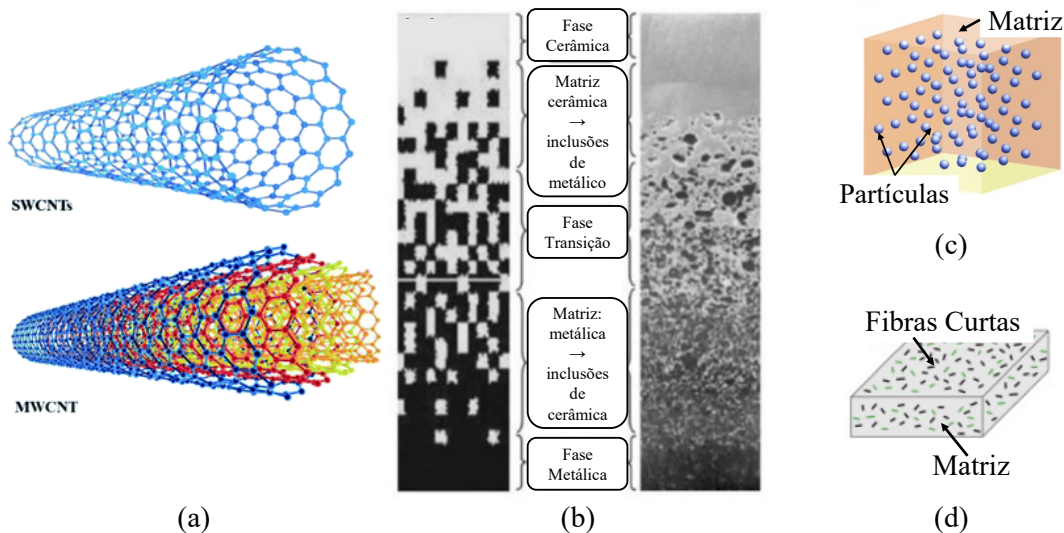


Figura 2.2.1.1 – Esquemática de alguns MCs: (a) CNTs, adaptado de [154]; (b) FGMS, adaptado de [152]; (c) partículas, adaptado de [156]; (d) Fibras curtas, adaptado de [157].

Nos **Compósitos Estruturais**, os mais comuns são os **Laminados** e os **Sandwich**. Ambos são projetados com o objetivo de obter vigas/painéis leves com uma elevada rigidez e resistência mecânica. Geralmente, os **Sandwich** são obtidos introduzindo um núcleo de vários materiais (*e.g.*, espumas, madeira, alumínio ou MCs) e vários formatos (*e.g.*, formato de favo de mel - *Honeycomb*) entre duas camadas externas (*e.g.* alumínio, titânio, MCs) [150, p. 611]. As camadas externas providenciam a elevada rigidez e resistência suportando os diversos esforços de compressão e tração; por outro lado, o núcleo para além de suportar ambas as faces, fornece resistência às tensões de corte transversais e também à encurvadura [150, p. 611].

Por fim, os **laminados** são tipicamente obtidos através do empilhamento de camadas onde as fibras se encontram orientadas de um modo específico e são consequentemente cementadas entre si [158]. No entanto, os materiais laminados poderão conter camadas de materiais diversificados que não só compósitos com reforço de fibras longas. A orientação e a forma de como estas camadas são dispostas impactam diretamente o comportamento do material. Como se pode verificar na Figura 2.2.1.3 (c), existem várias formas de fazer esse empilhamento o que pode influenciar significativamente o comportamento mecânico do laminado.

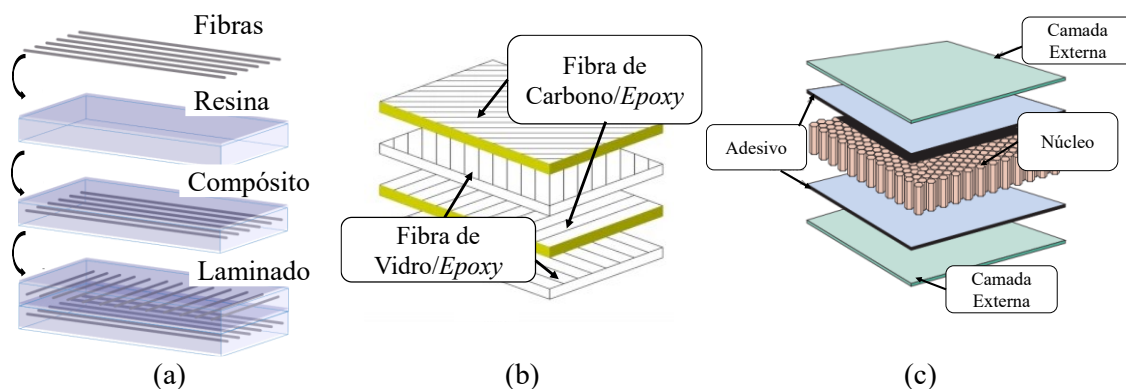
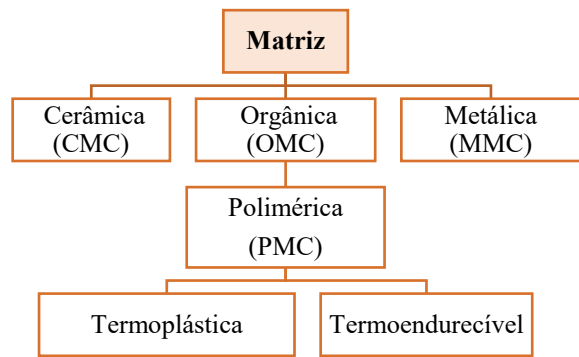


Figura 2.2.1.2 – Esquemática de MCs: (a) Laminado típico, adaptado de [159]; (b) Laminado híbrido, adaptado de [160]; (c) *Sandwich*, adaptado de [150].

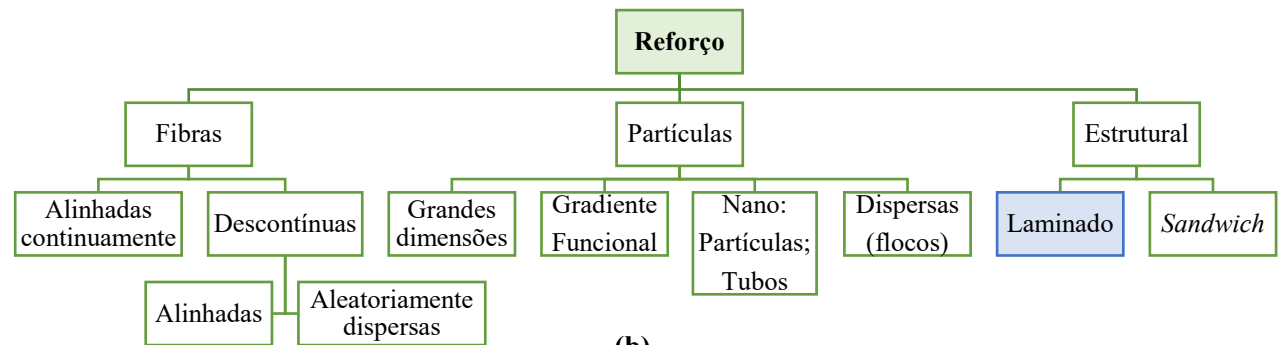
Uma abordagem resumida da história do desenvolvimento dos MCs pode encontrar-se em [161]–[163]. Embora os processos de fabrico não sejam abordados, recomenda-se também a literatura [2, Ch. 2], [146, Ch. 5–6], [164]. Para além dos processos convencionais e conforme definido em [165], a Manufatura Aditiva dos MCs é um dos processos em foco atualmente. Com o objetivo de otimizar os processos, reduzir custos de fabrico e de sucata, a utilização de gémeos digitais – *Digital Twin* como complemento aos processos de fabrico de MCs [166] tem sido um outro aspeto importante.

Por outro lado, a crescente produção na indústria automóvel, a quantidade elevada de pás de turbinas eólicas em fim de vida útil e o crescente descomissionamento de aeronaves têm contribuído para o desenvolvimento de soluções sustentáveis de **Tecnologias de Reciclagem** de MCs [162]. Este tema é abordado em [162], [167] de forma extensiva. Existe também um grande foco nas fibras naturais, bioresinas e consequentemente nos denominados Compósitos Ecológicos - “*Green Composites*” [168]. Em [169] é feita uma revisão dos MCs de matriz polimérica onde são também abordados os biocompósitos e as tendências futuras nas respetivas matrizes. Estes temas também são discutidos em [168], [170], [171]. Como se pode verificar em [161], compósitos multiescala, híbridos, biologicamente inspirados e multifuncionais (aplicados na presente dissertação) são temas que emergem e encontram cada vez mais potenciais aplicações.

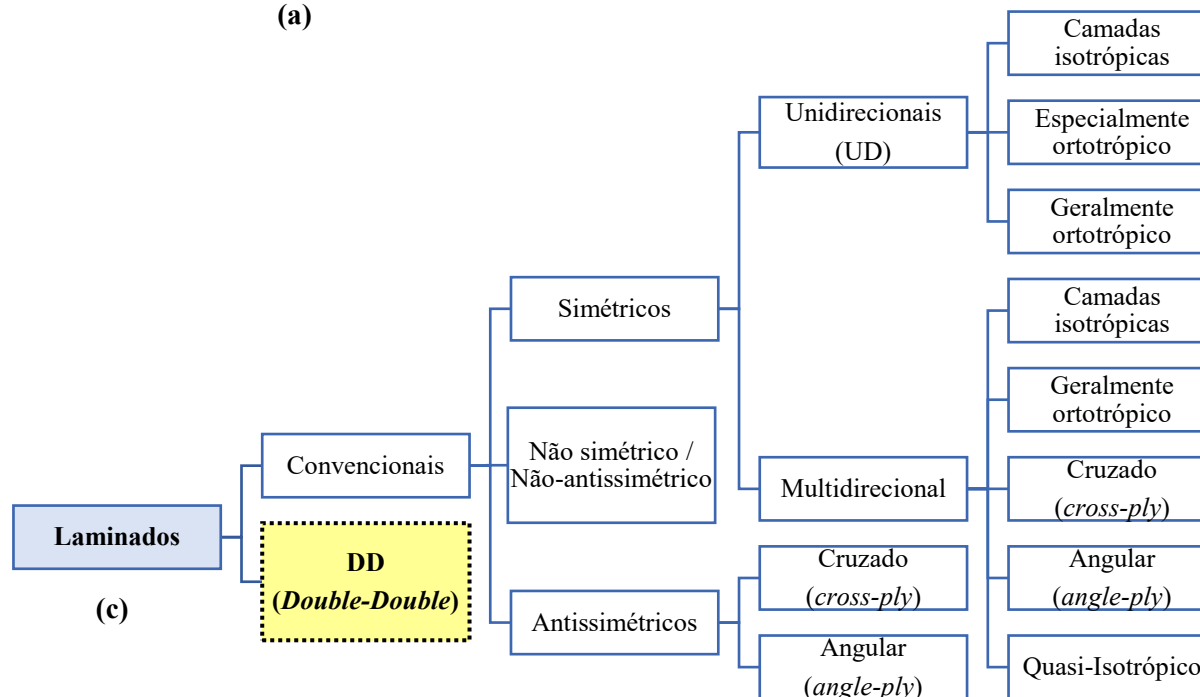
Na seguinte subsecção serão abordados em maior detalhe os laminados juntamente com uma nova abordagem à sua família, os *Double-Double*.



(a)



(b)



(c)

Tabela 2.2.1.1 – Algumas vantagens e desvantagens do uso de MCs.

| Vantagens | Desvantagens |
|--|--|
| Excelentes propriedades mecânicas | Custos superiores dos materiais brutos e fabrico |
| Baixo peso | Custos e metodologia de reparação com custos mais elevados |
| Possibilidade de modelar para uma resistência e rigidez ótimas | Risco de delaminação |
| Resistência à fadiga | Reciclagem dificultada |
| Resistência à corrosão | Temperatura de serviço limitada pela matriz |
| Resistência ao ataque químico | Anisotropia |
| Resistência ao desgaste | Otimização e homogeneização trabalhosa |
| Rápida aplicação | Descontinuidades nos esforços internos |
| Boas propriedades dielétricas | Caracterização do comportamento dificultada |

Figura 2.2.1.3 - Classificação dos MCs com base em: (a) Matriz, (b) Reforço, (c) Laminado. Adaptado de [172].

2.2.2 *Double-Double*: Uma Nova Família de Laminados

Uma das metas da utilização dos MCs é conceber componentes estruturais leves não comprometendo a sua resistência e rigidez. De entre as diversas abordagens que existem para melhorar as características mecânicas, salienta-se a otimização da estrutura interna (*Layup*) do laminado dado que permite explorar com maior liberdade o potencial e as vantagens mecânicas dos MCs [173]. Como já foi referido, um laminado consiste numa deposição sucessiva de fibras, ligadas entre si por uma matriz. A sequência de como é feita a sua deposição e as respetivas orientações influenciam drasticamente o comportamento do laminado que pode ir desde anisotrópico a quasi-isotrópico [2, Ch. 3]. Para já é essencial compreender que o comportamento anisotrópico deve ser evitado uma vez que torna a análise e previsão do seu comportamento muito complexa e difícil de modelar.

Ao longo das décadas, as indústrias estudaram e aplicaram amplamente camadas compreendidas em 4 principais orientações, os denominados “*Legacy Quad*” ou apenas “*QUAD*”: 0° , 90° , $+45^\circ$ e -45° [173]–[176]. Com o objetivo de produzir laminados robustos, foram desenvolvidas algumas regras de produção empíricas conhecidas como: “*Stacking Rules*”, i.e., “Regras de Empilhamento”. As 5 principais regras [146, Sec. 16.5], [177, Ch. 3], [178, Ch. 3], encontram-se definidas na Figura 2.2.2.1.

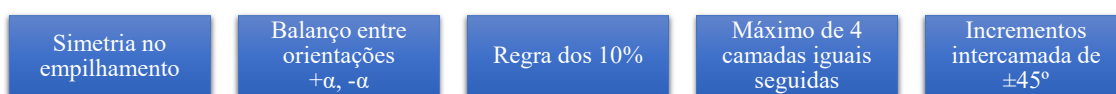


Figura 2.2.2.1 – 5 das principais regras de empilhamento.

A simetria e o balanceamento asseguram a simplificação do comportamento mecânico, evitando acoplamentos como flexão-extensão (matriz [B]), extensão-corte (parte da matriz [A], i.e., A_{16} e A_{26}). Os acoplamentos de flexão-distorção (parte da matriz [D], i.e., D_{16} e D_{26}) são reduzidos pelo aumento do número de camadas do laminado [146, Sec. 16.5]. Estas matrizes fazem parte da matriz geral do laminado [ABD] e serão posteriormente definidas em detalhe no Capítulo 3. A limitação do número de camadas com a mesma orientação agrupadas e o incremento intercamada não afetam diretamente o comportamento mecânico, mas reduzem a heterogeneidade severa no laminado, as tensões interlaminares associadas e a delaminação [178, Ch. 1]. A “regra dos 10%” solicita que cada orientação deva ter um mínimo de 10% da totalidade de camadas, protegendo em todas as direções a integridade do laminado de cargas secundárias [178, Ch. 4]. No entanto, segundo [178, Ch. 1], [179] trata-se de uma regra empírica de difícil validação. O uso deste tipo de diretrizes limitou bastante o potencial dos MCs trazendo sérias desvantagens [173].

Em primeiro lugar, existe a limitação de potenciais permutações de empilhamentos que reduz a hipótese de encontrar o empilhamento ótimo e único [174]. Em segundo lugar, mesmo existindo esta redução, o número elevado de camadas necessárias conduz a um número de possibilidades tão elevado que a sua otimização é problemática e geralmente, impossível [173], [178, p. 2], [180, p. 15]. Por exemplo, um laminado quasi-isotrópico com 8 camadas (*e.g.*, $[0/\pm 45/90]_s^2$) teria 24 permutações e um de 32 camadas (*e.g.*, $[0_s/\pm 45_4/90_3]_s$) teria permutações superiores a 1 000 000 [178, p. 4]. Este número elevado de camadas conduz a um aumento de espessura indesejável aumentando também a propensão para os erros de fabrico. Em terceiro lugar, a redução de espessura através da remoção de certas lâminas (conhecido como “*Ply-Drop*”) torna-se muito complexa, uma vez que é necessário escolher que camadas prescindir mantendo a simetria e as restantes diretrizes sem reduzir o desempenho. Muitas vezes este processo baseia-se na experiência técnica do projetista e não puramente no comportamento mecânico tornando a otimização relativista [173]. Por outro lado, a ocorrência de “*Ply-Drop*” dentro do laminado e não à superfície, pode levar à formação de bolsas de resina que prejudicam e limitam o comportamento mecânico [176].

Os laminados **Double-Double (DD)** foram introduzidos pelo professor S. W. Tsai em [178] como uma nova abordagem aos laminados. Esta nova família caracteriza-se por um bloco principal sublaminado (*Building Block, BB*) e por um parâmetro de repetição “rT”. O bloco é composto por um empilhamento de 4 camadas, $[\pm\Phi/\pm\psi]$ com ângulos que variam desde 0° a 90° sendo o bloco ótimo: $[\Phi/-\psi/-\Phi/\psi]_{rT}$ – conhecido como “*Staggered 1*” [174]. Na Figura 2.2.2.2, apresenta-se de forma esquemática o conceito. Este tipo de laminado é assimétrico, balanceado e a simetria ocorre de forma natural [173], [174]. Ao contrário dos QUAD, a otimização torna-se simples uma vez que o sublaminado contém 6 permutações de empilhamentos ($\pm\Phi; \pm\psi$) distintas [178, p. 83].

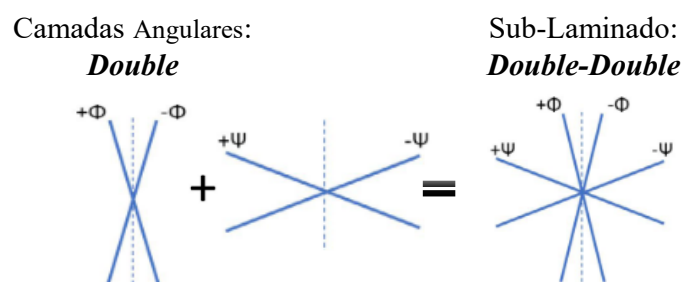


Figura 2.2.2.2 - Representação esquemática do laminado Double-Double. Adaptado de [178, p. VIII].

² $[0/\pm 45/90]_s = [0^\circ/45^\circ/-45^\circ/90^\circ|90^\circ/-45^\circ/45^\circ/0^\circ]$; subscripto “s” indica simetria ao plano médio “|”; subscripto numérico indica repetição de camadas, *e.g.*, $[0_3/..] = [0/0/0/..]$; subscripto numérico exterior (com ou sem simetria) indica repetições de padrão, *e.g.*, $[\pm 45]_{2s} = [45^\circ/-45^\circ/45^\circ/-45^\circ|-45^\circ/45^\circ/-45^\circ/45^\circ]$.

Neste novo laminado, a simetria deixa de ser fundamental devido ao elemento-chave: a homogeneização [174]. Esta característica conduz a uma redução na espessura do laminado sem alteração das propriedades do laminado. Assim, os aspetos negativos que resultam da assimetria são colmatados e tendem para zero com o aumento de repetições do sublaminado ou BB ($rT \geq 4$), *i.e.*, os termos nas matrizes [B] e parte de [D] diminuem com uma taxa de $1/rT$ e $1/rT^2$ respetivamente [176]. Na prática, obtém-se $[A]^*=[D]^*3$ e $[B]^*=0$ [178, p. 80]. Outros benefícios deste método, incluem um processo de *Ply-Drop* muito mais simplificado uma vez que a simetria e sua localização deixam ser constrangimentos [173]. Também tem uma rigidez e resistência mecânica acrescida devido à melhor distribuição de tensões e também um processo de otimização simplificado. Em termos práticos a diferença na rapidez da homogeneização entre um QUAD e um DD pode verificar-se entre um laminado com 120 camadas (15 mm de espessura total) e outro de 16 camadas (1 mm de espessura total) [174]. A homogeneização também permite que o *Ply-Drop* seja feito de forma singular (não em pares) e estrategicamente perto do eixo neutro ou perto da superfície [180, Sec. 1.4]. O primeiro poderia eliminar algumas tensões nos esforços de flexão e o último evitaria defeitos e descontinuidades no seu interior conforme [178, Ch. 1]. Assim, este processo é mais rápido, menos suscetível a erros, mais resistente a efeitos de bordo e possivelmente à delaminação [173].

O *Ply-Drop* permite que seja feita um escalonamento (*Tapering*) de forma gradual que conduz à redução do peso. Em específico, foi desenvolvido um novo método de escalonamento duplo baseado no fenómeno de deslizamento de um baralho de cartas ("*card sliding method*") [174]. A ideia central do método apresenta-se na Figura 2.2.2.3. Para além das vantagens já referidas e da evidente redução no peso (*e.g.*, $\geq 40\%$), todos os sublaminados terão: a mesma geometria/dimensões que conduz uma redução na sucata produzida e escalonamentos superficiais fáceis de inspecionar estando livres de descontinuidades internas [174]. A Figura 2.2.2.4 e Figura 2.2.2.5, apresentam alguns exemplos de aplicação do *tapering* demonstrando ausência de distorções.

O processo de conversão pode aplicar-se a laminados específicos ou em grupos, focando-se na rigidez no plano definido pela matriz [A], na rigidez à flexão definidos pela matriz [D] ou ambas [176]. No caso de um grupo de laminados, a sua conversão conduz a um DD com as propriedades médias desse grupo de indivíduos. Para percentagens superiores a 50% de uma orientação, os resultados são apenas aproximados uma vez que os ângulos do DD estão limitados a essa proporção [178, p. 5].

³ Sobrescrito "*" representa uma matriz normalizada adimensional, *e.g.*, $[A]^* = [A]/h$ sendo "h" a espessura.

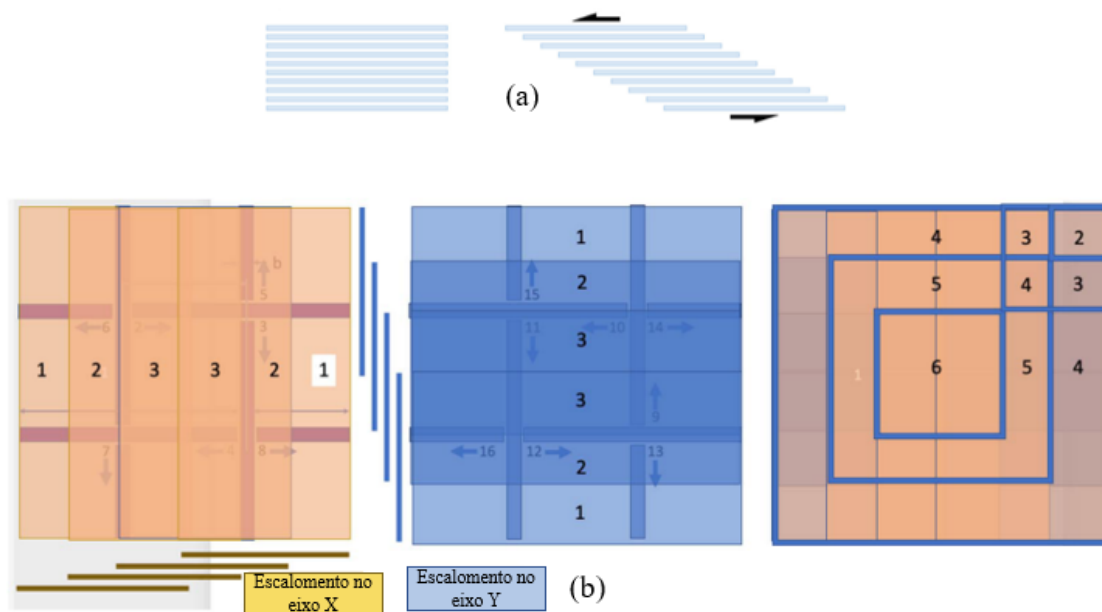


Figura 2.2.2.3 – Exemplos esquemáticos do método de escalonamento por deslizamento de baralho de cartas: (a) vista lateral de um laminado escalonado, retirado de [173]; (b) placa escalonada em duas direções de $rT = 6$ para $rT = 2$, adaptado de [174].

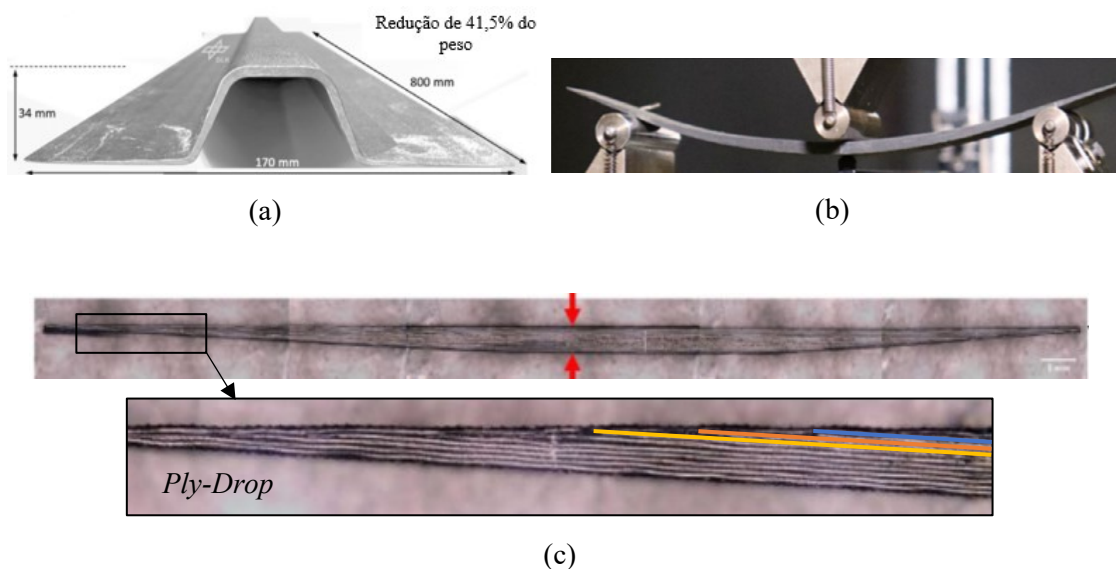


Figura 2.2.2.4 – Exemplos de aplicação: (a) *Omega Stringer* com um empilhamento $[\pm 19/\pm 67]_{rT}$ com um escalonamento que vai de $rT = 8$ até 1, adaptado de [174]; (b) Ensaio de resistência à fadiga numa viga duplamente escalonada em $[\pm 0/\pm 50]_{rT}$, adaptado de [178, p. 8]; (c) Vista detalhada do laminado evidenciando a forma ordenada da deposição de camadas, adaptado de [178, p. 9].

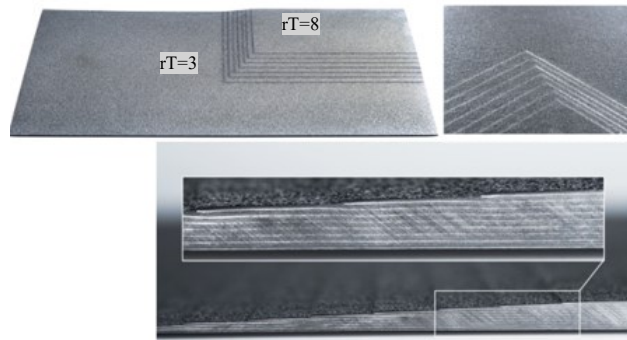


Figura 2.2.2.5 – Placa em DD sem distorções após fabrico com escalonamento de $rT = 3$ a 8 de espessura 1,5 a 5 mm. Adaptado de [178, p. 70].

A conversão inversa não é simples nem direta, i.e., de DD para QUAD. Isto deve-se ao facto de os DD serem contínuos - *field based* e não discretos (como uma coleção de laminados) [178, p. 5]. Embora existam vantagens associadas à redução do peso e de projeto/produção, a conversão de QUAD para DD com o objetivo de reproduzir o mesmo comportamento mecânico, não explora esta nova família de laminados na sua totalidade. Em contrapartida, o seu potencial sobressai quando se consideram os esforços mecânicos e se determina a melhor combinação de $[\psi, \Phi]$ com o respetivo rT [176]. Para a mesma resistência, os DD são mais leves que os QUAD e para o mesmo peso, os DD são mais resistentes que os QUAD [180, Sec. 1.4]. A razão está na seleção de melhores ângulos de empilhamento que ocorre nos DD, uma vez que as escolhas não estão limitadas e os ângulos devem competir entre si [173]. Assim, somente a melhor combinação domina. A continuidade dos DD permite ainda ampliar ou reduzir o intervalo de ângulos para uma seleção exata [180, p. 15]. Existem *softwares* desenvolvidos que permitem realizar essa conversão. Para substituição por DD recomenda-se o *MicMac* e para projeto de DD, o *LamSearch* [178, p. 253]. Na Figura 2.2.2.6, apresentam-se alguns exemplos de aplicações práticas dos DD.

Como nota final, salienta-se que o objetivo da abordagem DD é tornar os compósitos tão simples de entender como um metal ortotrópico e não complexificar. Para informação detalhada recomenda-se a leitura de [178], uma vez que é a referência base para esta parte da dissertação.

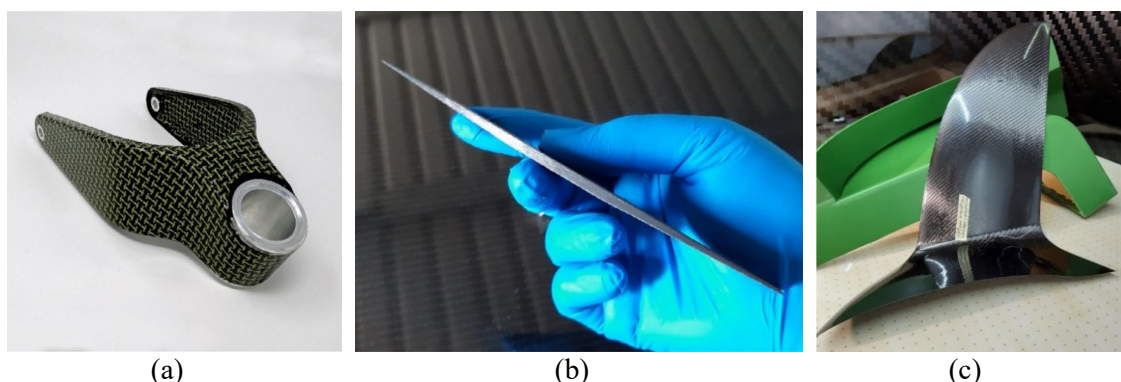


Figura 2.2.2.6 - Exemplos de componentes utilizando a abordagem DD: (a) Forquilha de um trem de aterragem, adaptado de [178, p. 249]; (b) Viga com *tapering* em DD $[\pm 0, \pm 50]$, adaptado de [178, p. 250]; (c) Componente em DD $[\pm 0, \pm 50]$ (molde com a cor verde) adaptado de [178, p. 249].

2.3 Revisão Bibliográfica

As estruturas Magneto-Eletro-Elásticas (MEE) são uma classe específica das estruturas híbridas, compostas por materiais piezoelétricos (ex: BaTiO₃) e magnetostrictivos (ex: CoFe₂O₄) cujas interações entre o campo magnético, elétrico e elástico podem ser significativas [181]. Nestas estruturas, a aplicação de cargas mecânicas ou a imposição de potenciais elétricos/magnéticos conduz a deformações elásticas e vice-versa [181]. A sua utilização tem sido proposta em vários formatos tais como laminados e materiais com gradiente funcional [182]. Para que a sua implementação seja viável é necessário desenvolver teorias de análise adequadas – abrangendo os diferentes campos – que descrevam o comportamento estrutural e dinâmico. Inicialmente, as estruturas laminadas considerando apenas a piezoelectricidade tiveram bastante foco sendo desenvolvidos inúmeras publicações [183]. Algumas revisões bibliográficas extensivas sobre formulações teóricas foram realizadas por [183]–[189]. Outras revisões bibliográficas importantes no contexto da sua resolução por via do MEF foram realizadas por [183], [185], [187], [190].

Em 1999, Reddy [183] referiu que a próxima geração de estruturas inteligentes apresentaria acoplamentos Termo-Eletro-Magneto-Elásticos, controlo automático e caminharia para a escala nanométrica. Durante as últimas décadas, muitas publicações sobre esta nova geração de estruturas foram realizadas e será nelas que a próxima secção se debruçará, apresentado grande parte delas em modo cronológico englobando o período de 2000-2023. Segundo [191], desde a primeira demonstração das propriedades do efeito do acoplamento das propriedades MEE em [192], este tema obteve um grande foco científico. Numa recente revisão extensa realizada por Vinyas [193], são abordados os diversos aspetos relacionados com os materiais MEE. Em específico, na análise estrutural apresentada pelo autor, os comportamentos de especial interesse considerados na presente dissertação são a estática e a dinâmica em vibração livre para placas e vigas MEE.

Reddy e Barbosa [194], analisaram o efeito das propriedades dos materiais, esquemas de laminação de camadas magnetostrictivas em placas no contexto da supressão de vibrações através da implementação analítica de diversas teorias. Em [195]–[197], foram apresentadas soluções analíticas para placas simplesmente apoiadas e em flexão cilíndrica em condições estáticas e dinâmicas. Wang *et al.* [198], utilizaram uma formulação mista baseada no método de vetores de variáveis de estado (“*State Vector Approach*”) de modo a obter soluções analíticas para placas simplesmente apoiadas. Em [199], [200] apresentam-se soluções aproximadas considerando uma abordagem discreta de camadas (*Layerwise* – LW) para laminados em flexão cilíndrica. Por outro lado, em [201], [202] são apresentadas soluções para casos estáticos e dinâmicos obtidas através da implementação de elementos finitos considerando o principio variacional misto de Reissner (*Reissner’s Mixed Variational Theorem* – RMVT) com uma abordagem LW. Inicialmente, no

contexto das placas FGM, Chen *et al.* [203], estudaram as vibrações livres utilizando equações de estado independentes (*Independent State Equations*); Pan e Han [204], apresentaram soluções analíticas fazendo uso das funções de Green; Bhangale e Ganesan [205], [206] analisaram a resposta estática e de vibração livre de placas utilizando um método semi-analítico de elementos finitos. Também Huang *et al.* [207], apresentou soluções analíticas para o caso estático em tensão plana de vigas FGM com diferentes CFs. Annigeri *et al.* [208], analisaram o comportamento em vibração livre de laminados e FGMs utilizando o MEF considerando caso de tensão plana com diversas CFs. Wu e Tsai [209], implementaram a teoria clássica de cascas no estudo de cascas curvas MEE de modo a estender a formulação 3D assintótica para o estudo de cascas multicamada e com gradiente funcional.

Jian e Wu [210], apresentaram soluções analíticas para vigas sob potenciais elétricos e magnéticos lineares considerando o estado de tensão plana. Moita *et al.* [211], analisaram o comportamento estático e dinâmico em vibração livre utilizando elementos finitos baseados na teoria de deformação por corte de ordem superior (HSDT). Millazo *et al.* [212], propuseram uma solução analítica na análise de vibração livre e forçada de vigas do tipo *bimorph* baseando-se na teoria de Timoshenko para vigas. Carrera *et al.* [213], [214] estendeu a Formulação Unificada de Carrera (Carrera Unified Formulation - CUF) para a análise multicampo de placas multicamada e para o desenvolvimento de elementos finitos baseados nessa teoria. Phoenix *et al.* [215], analisou o comportamento estático e dinâmico em vibração livre e forçada utilizando o MEF considerando LW e baseando-se no RMVT exposto em [216]. Wu e Lu [217], desenvolveram um modelo tridimensional para placas laminadas e FGM simplesmente apoiadas utilizando o Método de Pagano baseado numa formulação mista. Liu [218], desenvolveu soluções analíticas para placas FGM baseando-se na teoria clássica de placas (*Classical Plate Theory - CPT*).

Millazo [219], apresentou um modelo analítico de camada única equivalente (ESL) para análise dinâmica de placas laminadas simplesmente apoiadas baseado na FSDT. Bishay *et al.* [220] desenvolveu um modelo de elementos finitos misto usando propriedades materiais do tipo *Node-Wise* para modelar estruturas FGM. Kondaiah *et al.* [221], analisou a resposta de vigas sujeitas a gradientes térmicos utilizando MEF-3D. Millazo e Orlando [222], desenvolveram um elemento finito 1D baseando-se no modelo ESL-FSDT para analisar vigas do tipo *bimorph* e FGM. Alaimo *et al.* [223], formularam um elemento finito isoparamétrico Q4-2D baseado no modelo ESL-FSDT para analisar placas multicamada em modo estático e dinâmico de vibrações livres. Sladek *et al.* [224], [225], propuseram um modelo não-linear que utiliza o método Petrov-Galerkin, sem malha, baseado na teoria de Reissner-Mindlin para a análise de estruturas laminadas e FGM considerando estudos estáticos de grandes deformações e estudos dinâmicos. Posteriormente, essa formulação foi estendida para a análise estática e transiente de placas FGM circulares em [226]. Millazo [227], desenvolveu uma família de modelos 2D-ESL com teorias de

placas de diversas ordens para laminados e FGMs. Uma extensão desse trabalho foi posteriormente apresentada em [228] através da introdução da abordagem LW em conjunto com a CUF. Millazo [229], também formulou uma solução analítica sob cargas estáticas em laminados simplesmente apoiados considerado um modelo ESL-FSDT não-linear para grandes deformações.

Alaimo *et al.* [230], apresentaram uma formulação para o mesmo caso considerando um elemento finito isoparamétrico Q4-2D baseado no modelo ESL-FSDT. Kattimani e Ray [231], efetuaram uma análise utilizando elementos finitos 3D para estudar o controlo de vibrações não-lineares em placas laminadas integradas com camadas ativas de amortecimento. Posteriormente, essa análise foi estendida para FGMs em [232]. Chen *et al.* [233], estudaram o comportamento dinâmico em vibração livre utilizando um método semi-analítico LW em placas laminadas sujeitas a diversas CFs. Loja *et al.* [234], realizou estudos de otimização em vigas FGM utilizando a técnica de evolução diferencial e considerando o estado de tensão plana em elementos finitos isoparamétricos. Chen e Yu [235], propuseram um modelo não-linear para placas utilizando um método assintótico. Rao *et al.* [236], introduziram uma formulação de elementos finitos do tipo casca geometricamente não-linear considerando FSDT e a Teoria de Rotação Finita.

Sladek *et al.* [237] utilizou uma abordagem derivada do método dos elementos de fronteira (*Scaled Boundary Finite Element Method – SBFEM*) para realizar uma análise micromecânica de sólidos MEE com porosidades. Utilizando o mesmo método, Liu *et al.* [238] estenderam a análise para placas laminadas sujeitas a carregamentos externos. Farajpour *et al.* [239] apresentou uma solução analítica para a vibração livre de nanoplacas simplesmente apoiadas baseando-se numa teoria de elasticidade não-clássica (TENC). De modo semelhante, Jamalpoor *et al.* [240] fazendo uso da TENC de Eringen, investigou o comportamento em vibração livre e encurvadura biaxial de nanoplacas. Numa série de estudos, Vinyas e Kattimani [181], [182], [191], [241], analisaram o comportamento de placas/vigas laminadas e FGM sujeitas a gradientes térmicos e em vibração livre utilizando elementos finitos 3D. Jiang e Heyliger [242], analisaram os efeitos da espessura de placas laminadas em vibração livre fazendo uso de uma abordagem semi-analítica LW-CPT, com o objetivo de determinar os seus limites adequados. Ebrahimi *et al.* [243], analisaram analiticamente o comportamento em vibração livre de placas FGM contendo porosidades, apoiadas em fundações elásticas e diversas CFs, fazendo uso de uma teoria de corte de ordem superior no estado de tensão plana.

Yang *et al.* [244], analisaram o comportamento de laminados utilizando uma abordagem analítica baseada em vetores de variáveis do espaço de estados (*State Vector*) e numérica baseada no MEF-3D. Ye *et al.* [245], propuseram um modelo micromecânico 3D analítico e numérico de modo a analisar as diversas propriedades de laminados a diferentes temperaturas. Kiran e Kattimani [246], estudaram a influencia de diversas distribuições de porosidades no

comportamento estático e dinâmico em vibração livre de placas FGM utilizando elementos finitos isoparamétricos Q8. Usando o mesmo tipo de elemento e baseando-se na HSDT em tensão plana, Vinyas e Kattimani [247] analisaram o impacto das características higroscópicas e térmicas na vibração livre de placas sujeitas a diferentes CFs. Vinyas *et al.* [248], investigaram a influência do arranjo cristalográfico no comportamento estático de vigas Termo-Eletro-Magneto-Elásticas (TEME) sujeitas a ambiente térmico de diversos perfis utilizado MEF-3D. Vinyas [249], realizou um estudo paramétrico extensivo utilizando elementos finitos 3D para analisar o controle ativo/passivo de vibrações lineares em placas paralelogramáticas (*skew plates*) laminadas integrando camadas ativas de amortecimento.

Vinyas *et al.* [250], realizaram um estudo paramétrico extensivo para placas paralelogramáticas em vibração livre utilizando um elemento finito isoparamétrico Q8-HSDT. Vinyas *et al.* [251], estudaram a influência da espessura da interface piezoelétrica na resposta em frequência de placas quadradas e paralelogramáticas constituídas por 3 fases (*Three-Phase Smart MEE*) baseando-se no mesmo elemento finito isoparamétrico Q8-HSDT. Zhang *et al.* [252], formularam uma solução semianalítica onde analisaram o comportamento de placas laminadas utilizando o SBFEM. Zhou *et al.* [253], apresentaram um modelo sem malha (*Galerkin Free Element*) em tensão plana para analisar a resposta estática, dinâmica em vibração livre e transiente.

Xu *et al.* [254], estudou o comportamento não-linear de placas assentes em fundações elásticas e sujeitas a vibrações forçadas utilizando o Método de Galerkin e baseando-se na HSDT. Zhang *et al.* [255], propuseram um modelo numérico utilizando elementos finitos isoparamétricos Q8-FSDT na condição de tensão plana para analisar placas e cascas FGM em condições estáticas e dinâmicas em vibração livre. Vinyas [256], fazendo uso de um elemento isoparamétrico Q8-HSDT, investigou o impacto da aglomeração de CNTs no controle da resposta dinâmica transiente de placas MEE sandwich com o respetivo núcleo em CNTs aglomerados.

Recentemente, Gong *et al.* [257] desenvolveram um modelo MEF-3D para a análise não-linear de laminados. Barati e Shariyat [258], apresentaram soluções analíticas para discos FGM Higro-Termo-Eletro-Magneto-Elásticos encastrados e simplesmente apoiados sujeitos a carregamentos de diversas naturezas. Zheng *et al.* [259], apresentaram soluções analíticas – baseando-se na HSDT e “*Modified Couple Stress Theory*” – para o regime não-linear de carga a que microvigas laminadas TEME simplesmente apoiadas e encastradas ficam sujeitas após encurvadura (*postbuckling*). Zhou e Qu [260], analisaram o comportamento estático e dinâmico de diversas estruturas com várias CFs e carregamentos através do método de análise isogeométrica. Özmen [261], analisou analiticamente a resposta em vibração livre e encurvadura de nanoplacas laminadas e sandwich com um núcleo FGM poroso, simplesmente apoiadas,

utilizando a *Sinusoidal Higher-order Deformation Theory* e *Nonlocal Strain Gradient Theory*. Vinyas [262], utilizou uma nova abordagem utilizando MEF Q8-HSDT em conjunto com Redes Neurais Artificiais para analisar placas sandwich compostas por faces em TEME e núcleo em CNTs aglomerados porosos. Por fim, no contexto nanoestruturas MEE recomenda-se a leitura de [263].

Conforme o exposto no presente capítulo, verifica-se que existem diversas abordagens possíveis no que toca à modelação e análise de laminados contendo camadas Magneto-Electro-Elásticas. Na Figura 2.3.1, apresenta-se um exemplo de uma estrutura do tipo viga em CFRP com um MFC de um estudo de validação do MEF apresentado por [264]. Tanto quanto é do conhecimento do autor da presente dissertação, não foram desenvolvidos quaisquer estudos envolvendo Laminados *Double-Double* híbridos que considerem camadas MEE. O próximo capítulo apresenta a abordagem considerada na presente dissertação, fundamentando devidamente todos os pressupostos utilizados.



Figura 2.3.1 - Protótipo utilizado no estudo de validação do MEF composto por um CFRP integrando um transdutor MFC. Adaptado de [264].

Capítulo III

O presente capítulo tem por objetivo representar como foram implementados os modelos dos materiais e das estruturas para os respectivos estudos. São abordados fundamentos teóricos como as Leis Constitutivas, Teoria de Placas e Modelação por Elementos Finitos. As formulações são baseadas nas seguintes referências: [2], [3], [23], [178], [193], [199], [265]–[268].

Extensão do capítulo: 24 páginas.

3 Fundamentos teóricos

3.1 Modelação de Materiais e Estruturas

Como foi verificado nos capítulos anteriores, as estruturas constituídas por materiais compósitos têm encontrado cada vez mais aplicações nas diversas indústrias tendo ganho especial interesse os compósitos Magneto-Eleto-Elástico e especificamente, os laminados híbridos MEE [212]. Estas estruturas inteligentes multicamada encontram-se inseridas no denominados problemas multicampo (*multifield problems*) [267, p. 323]. Na Figura 3.1.1, apresenta-se a interação entre os diversos campos estando a tracejado o campo térmico uma vez que não foi implementado.

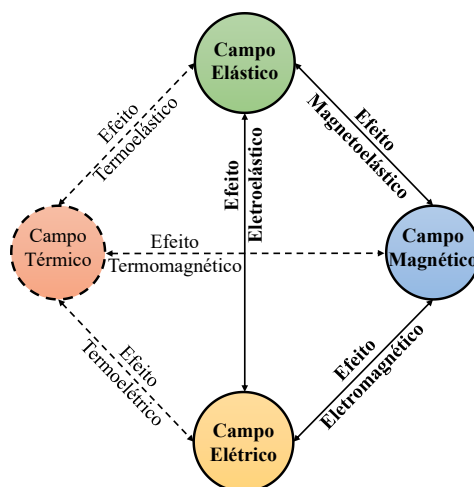


Figura 3.1.1 - Interação entre o campo elástico, elétrico, magnético e térmico. Adaptado de [267, p. 324].

3.1.1 Laminados Magneto-Eletro-Elásticos

Para analisar o comportamento das estruturas, é necessário primeiro compreender o comportamento dos respetivos constituintes [3, p. 1]. Segundo [3, p. 22], um material considera-se homogéneo se as suas propriedades intrínsecas forem iguais independentes da posição espacial e heterogéneo, se as suas propriedades forem função dessa posição. Neste contexto, define-se um material anisotrópico onde as propriedades são dependentes da direção, ao contrário de um isotrópico, cujas propriedades se mantêm as mesmas para todas as direções. Deste modo, os materiais anisotrópicos e isotrópicos podem ser homogéneos ou heterogéneos.

No contexto da mecânica dos materiais, as relações constitutivas são formalizações matemáticas que estabelecem a relação entre as diversas grandezas físicas presentes no respetivo material [3, p. 22]. Estas relações em conjunto com as leis que regem o sistema, abrem caminho para a resolução dos problemas da análise estrutural [193]. Em específico, estas relações ditam a resposta do material Magneto-Eletro-Elástico quando sujeito a um estímulo externo, como esforços mecânicos, campo elétrico ou magnético [193].

Considerando primeiro na parte elástica, um dado ponto material pode estar sujeito a um estado de tensão e considerando o seu comportamento como Linear-Elástico, a sua resposta é definida genericamente pela Lei de Hooke Generalizada [266, p. 6] apresentada em (3.1.1.1).

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad (3.1.1.1)$$

Onde σ_{ij} é o tensor das tensões, C_{ijkl} o tensor dos coeficientes elásticos e ε_{kl} o tensor das extensões.

Esta abordagem é bastante elaborada dado que o tensor que define os parâmetros do material é de quarta ordem contendo 81 componentes escalares. Conforme [3, p. 23], é possível diminuir o número de componentes através da consideração de simetria no tensor das tensões ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$) reduzindo para 54 componentes; natureza da simetria no tensor das extensões ($\varepsilon_{kl} = \varepsilon_{lk}$) reduzindo para 36 componentes; simetria nos componentes do tensor dos coeficientes elásticos ($C_{ijkl} = C_{lkij}$) reduzindo para 21 componentes e por fim, pela simetria nos planos do material. Segundo [3, pp. 25–26], os materiais com somente um plano de simetria designam-se por materiais monoclínicos reduzindo-se os componentes para 13 conforme a relação constitutiva apresentada em (3.1.1.2). Note-se que por conveniência, a notação C_{ijkl} foi substituída por Q_{ij} .

$$\{\sigma\} = [Q]\{\varepsilon\} \leftrightarrow \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & Q_{26} \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & 0 & 0 & Q_{36} \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & Q_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{45} & Q_{55} & 0 \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{36} & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \\ \gamma_6 \end{Bmatrix} \quad (3.1.1.2)$$

Por sua vez, designa-se por ortotrópico um material contendo três planos de simetria onde conseqüentemente o número de componentes se reduz para 9 [3, p. 26], conforme apresentado em (3.1.1.3).

$$[Q] = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & Q_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{45} & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \quad (3.1.1.3)$$

Os coeficientes elásticos Q_{ij} – (N/m²) calculam-se de acordo com as propriedades do material conforme apresentado em (3.1.1.4), (3.1.1.5) e (3.1.1.6).

$$Q_{11} = \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta}; \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12} - \nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_3 \Delta}; \quad Q_{13} = \frac{\nu_{13} - \nu_{12}\nu_{23}}{E_1 E_2 \Delta}; \quad Q_{22} = \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta} \quad (3.1.1.4)$$

$$Q_{23} = \frac{\nu_{32} - \nu_{12}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta}; \quad Q_{33} = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{E_1 E_2 \Delta}; \quad Q_{44} = G_{23}; \quad Q_{55} = G_{13}; \quad Q_{66} = G_{12}$$

$$\nu_{21} = \nu_{12} \frac{E_2}{E_1}; \quad \nu_{31} = \nu_{13} \frac{E_3}{E_1}; \quad \nu_{32} = \nu_{23} \frac{E_3}{E_2} \quad (3.1.1.5)$$

$$\Delta = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{13}\nu_{31} - 2(\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13})}{E_1 E_2 E_3} \quad (3.1.1.6)$$

Onde E_i – (N/m²) é o módulo de elasticidade, G_{ij} – (N/m²) é o módulo de corte e ν_{ij} é o coeficiente de Poisson (adimensional).

Salienta-se que apesar de não serem apresentados no formato matricial, as conseqüentes simplificações continuam a ter lugar considerando-se ainda materiais transversalmente isotrópicos, com um dos planos de simetria considerado isotrópico (plano yz) contendo 5 constantes e por fim, o isotrópico com infinito número de planos de simetria elásticos contendo somente 2 constantes elásticas [266, p. 10], [268, pp. 24–25].

Conforme já foi referido, um laminado pode ser constituído por diversas camadas empilhadas multidirecionais como exemplificado na Figura 3.1.1.1 – (a). Conforme [2, p. 82], [268, p. 31], devido às suas excelentes propriedades mecânicas, os laminados utilizam-se geralmente sob o formato de estruturas finas e é válido admitir que as respetivas camadas estão sob o estado de tensão plana. Este pressuposto implica que as tensões na direção da espessura ($\sigma_{zz} = 0$) sejam nulas face às restantes havendo necessidade de corrigir os respetivos coeficientes, denominando-os por coeficientes reduzidos [3, p. 33]. Por outro lado, quando o referencial do material (x_k, y_k, z_k) não coincide com o sistema global de coordenadas (x, y, z), *i.e.*, no caso das fibras de cada camada não se encontrarem alinhadas com o referencial global, é necessário transformar os respetivos coeficientes do referencial do material para o global [3, p. 89]. Salienta-

se ainda que as suas propriedades devem ser calculadas camada a camada, *i.e.*, o cálculo dos coeficientes apresentados em (3.1.1.4), (3.1.1.5) e (3.1.1.6) é feito para cada camada do laminado.

Denota-se a matriz de coeficientes elásticos transformados como $[\bar{Q}]^k$ considerando o sobrescrito k que define a respetiva camada do laminado conforme a relação constitutiva para tensão plana em (3.1.1.7).

$$\{\sigma\}^k = [\bar{Q}]^k \{\varepsilon\} \leftrightarrow \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \end{Bmatrix}^k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_4 \\ \gamma_5 \end{Bmatrix}^k \quad (3.1.1.7)$$

Onde os coeficientes elásticos transformados são dados por (3.1.1.8) conforme as correções para a tensão plana apresentadas em (3.1.1.9).

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= \bar{Q}_{11} \cos^4 \theta + 2(\bar{Q}_{12} + 2\bar{Q}_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \bar{Q}_{22} \sin^4 \theta \\ \bar{Q}_{12} &= (\bar{Q}_{11} + \bar{Q}_{22} - 4\bar{Q}_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \bar{Q}_{12}(\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \\ \bar{Q}_{22} &= \bar{Q}_{11} \sin^4 \theta + 2(\bar{Q}_{12} + 2\bar{Q}_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \bar{Q}_{22} \cos^4 \theta \\ \bar{Q}_{16} &= (\bar{Q}_{11} - \bar{Q}_{12} - 2\bar{Q}_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (\bar{Q}_{12} - \bar{Q}_{22} + 2\bar{Q}_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ \bar{Q}_{26} &= (\bar{Q}_{11} - \bar{Q}_{12} - 2\bar{Q}_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (\bar{Q}_{12} - \bar{Q}_{22} + 2\bar{Q}_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ \bar{Q}_{66} &= (\bar{Q}_{11} + \bar{Q}_{22} - 2\bar{Q}_{12} - 2\bar{Q}_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \bar{Q}_{66}(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \bar{Q}_{44} &= \bar{Q}_{44} \cos^2 \theta + \bar{Q}_{55} \sin^2 \theta \\ \bar{Q}_{45} &= (\bar{Q}_{55} - \bar{Q}_{44}) \cos \theta \sin \theta \\ \bar{Q}_{55} &= \bar{Q}_{55} \cos^2 \theta + \bar{Q}_{44} \sin^2 \theta \end{aligned} \quad (3.1.1.8)$$

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} - \frac{Q_{13}^2}{Q_{33}}; \bar{Q}_{12} = Q_{12} - \frac{Q_{13}Q_{23}}{Q_{33}}; \bar{Q}_{22} = Q_{22} - \frac{Q_{23}^2}{Q_{33}}; \bar{Q}_{44} = Q_{44}; \bar{Q}_{55} = Q_{55}; \bar{Q}_{66} = Q_{66} \quad (3.1.1.9)$$

As funções de seno e cosseno da orientação (θ) das fibras da respetiva camada têm por base o referencial apresentado na Figura 3.1.1.1. Conforme (3.1.1.8), verifica-se que para $\theta \neq 0^\circ$ os coeficientes elásticos reduzidos transformados com os índices ($i, j = 16, 24, 45$) deixam de ser nulos.

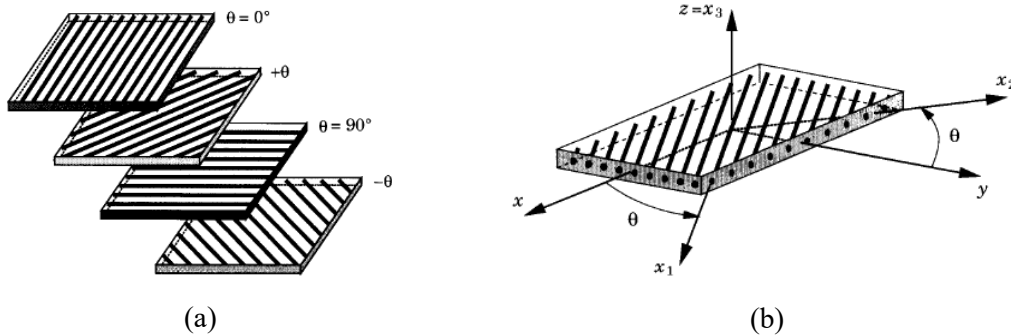


Figura 3.1.1.1 - Exemplo esquemáticos: (a) multidireccionalidade das camadas de um laminado; (b) Referencial Global e Referencial do Material para uma camada, adaptado de [3, pp. 84, 90].

Considere-se no acoplamento elétrico do material MEE, o efeito piezoelétrico. Este ocorre devido a uma conversão de energia entre o campo elástico e elétrico [23, p. 9], lembrando que no efeito direto, os esforços mecânicos geram potenciais elétricos e no efeito inverso, os potenciais elétricos induzem tensões e extensões mecânicas [23, p. 10]. Apesar do fenômeno da piezoeletricidade ter um comportamento não-linear [183], [269], [270], [271, p. 58], este pode ser considerado como linear para pequenas variações no campo elétrico [183], [184], [269], [272] e conseqüentemente, definido por coeficientes lineares [23, p. 12]. Assim, a matriz acoplamento eletromecânico considerando tensão plana $[\bar{d}]^k$ é definido pelos coeficientes piezoelétricos lineares \bar{d}_{ij} apresentados em (3.1.1.10).

$$[d]^k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & d_{14} & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & d_{25} & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & d_{36} \end{bmatrix}^k \rightarrow [\bar{d}]^k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \bar{d}_{14} & \bar{d}_{15} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{d}_{24} & \bar{d}_{25} \\ \bar{d}_{31} & \bar{d}_{32} & \bar{d}_{36} & 0 & 0 \end{bmatrix}^k \quad (3.1.1.10)$$

Salienta-se que os componentes de acoplamento piezoelétricos podem ser apresentados sob o formato *strain-charge*, $d_{ij}(x, y, z) - (C/N)$ ou *stress-charge*, $e_{ij}(x, y, z) - (C/m^2)$. Conforme [269], [272], a sua relação dá-se pela expressão apresentada em (3.1.1.11) resultando nos coeficientes definidos em (3.1.1.12). Cada um destes coeficientes relaciona a direção de um campo elétrico i e com uma componente de tensão ou extensão j [23, p. 13].

$$[e]_{ij} = ([Q]_{ij}([d]_{ij})^T)^T \quad (3.1.1.11)$$

$$[e]^k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{14} & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} & e_{25} & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & e_{36} \end{bmatrix}^k \rightarrow [\bar{e}]^k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \bar{e}_{14} & \bar{e}_{15} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{e}_{24} & \bar{e}_{25} \\ \bar{e}_{31} & \bar{e}_{32} & \bar{e}_{36} & 0 & 0 \end{bmatrix}^k \quad (3.1.1.12)$$

Onde os coeficientes piezoelétricos transformados \bar{e}_{ij} são dados por (3.1.1.13) conforme as correções \tilde{e}_{ij} apresentadas em (3.1.1.14). Salienta-se que os coeficientes com os índices ($i, j=14,15,24,25$) serão sempre nulos uma vez que as contribuições do corte não são consideradas para esta parte.

$$\begin{aligned} \bar{e}_{31} &= \tilde{e}_{31} \cos^2 \theta + \tilde{e}_{32} \sin^2 \theta \\ \bar{e}_{32} &= \tilde{e}_{31} \sin^2 \theta + \tilde{e}_{32} \cos^2 \theta \\ \bar{e}_{36} &= (\tilde{e}_{31} - \tilde{e}_{32}) \sin \theta \cos \theta \\ \bar{e}_{15} &= \tilde{e}_{15} \cos^2 \theta + \tilde{e}_{24} \sin^2 \theta \\ \bar{e}_{25} &= (\tilde{e}_{15} - \tilde{e}_{24}) \sin \theta \cos \theta \\ \bar{e}_{14} &= (\tilde{e}_{15} - \tilde{e}_{24}) \sin \theta \cos \theta \\ \bar{e}_{24} &= \tilde{e}_{24} \cos^2 \theta + \tilde{e}_{15} \sin^2 \theta \end{aligned} \quad (3.1.1.13)$$

$$\tilde{e}_{31} = e_{31} - \frac{Q_{13}e_{33}}{Q_{33}}; \tilde{e}_{32} = e_{32} - \frac{Q_{23}e_{33}}{Q_{33}}; \tilde{e}_{15} = e_{15}; \tilde{e}_{24} = e_{24}; \tilde{e}_{36} = e_{36} \quad (3.1.1.14)$$

Os coeficientes referentes à polarização do material $\bar{\epsilon}_{ij} - (C^2/Nm^2)$ apresentam-se na matriz de permitividades $[\bar{\epsilon}]^k$ definida em (3.1.1.15).

$$[\epsilon]^k = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & 0 \\ \epsilon_{12} & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix}^k \rightarrow [\bar{\epsilon}]^k = \begin{bmatrix} \bar{\epsilon}_{11} & \bar{\epsilon}_{12} & 0 \\ \bar{\epsilon}_{12} & \bar{\epsilon}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\epsilon}_{33} \end{bmatrix}^k \quad (3.1.1.15)$$

Onde os coeficientes de permitividade transformados $\bar{\epsilon}_{ij}$ são dados por (3.1.1.16) conforme as correções $\tilde{\epsilon}_{ij}$ apresentadas em (3.1.1.17). Salienta-se que os coeficientes com os índices ($i, j=11,12,22$) serão sempre nulos uma vez que só é considerada a polarização em espessura, *i.e.*, na direção z .

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_{11} &= \tilde{\epsilon}_{11} \cos^2 \theta + \tilde{\epsilon}_{22} \sin^2 \theta \\ \bar{\epsilon}_{22} &= \tilde{\epsilon}_{11} \sin^2 \theta + \tilde{\epsilon}_{22} \cos^2 \theta \\ \bar{\epsilon}_{33} &= \tilde{\epsilon}_{33} \\ \bar{\epsilon}_{12} &= (\tilde{\epsilon}_{11} - \tilde{\epsilon}_{22}) \sin \theta \cos \theta \end{aligned} \quad (3.1.1.16)$$

$$\tilde{\epsilon}_{11} = \epsilon_{11}; \tilde{\epsilon}_{22} = \epsilon_{22}; \tilde{\epsilon}_{33} = \epsilon_{33} + \frac{e_{33}^2}{Q_{33}} \quad (3.1.1.17)$$

Considere-se no acoplamento magnético do material MEE, o efeito piezomagnético e para o acoplamento da fase piezoelétrica e piezomagnética, o efeito magnetoelétrico. De modo semelhante ao piezoelétrico, a fase piezomagnética deforma sob a influência de um campo magnético devido ao acoplamento entre o campo elástico e magnético [199]. Se a fase piezomagnética estiver mecanicamente acoplada a uma fase piezoelétrica, esta irá gerar potenciais elétricos [192]. Este fenómeno, conhecido como efeito magnetoelétrico, ocorre quando uma variação na magnetização da fase piezomagnética acontece devido à deformação elástica produzida pela fase piezoelétrica sujeita a determinado um potencial elétrico. Salienta-se que este acoplamento total entre os 3 campos não ocorre em fases singulares, como um *Bimorph* piezoelétrico ou magnético [193]. Analogamente à piezoelectricidade, ambos os fenómenos podem ser considerados lineares [136]. Assim, o acoplamento magnetomecânico considerando tensão plana é definido pelos coeficientes piezomagnéticos lineares $\bar{q}_{ij} - (N/Am)$ apresentados em (3.1.1.18).

$$[q]^k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & q_{14} & q_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{24} & q_{25} & 0 \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & 0 & 0 & q_{36} \end{bmatrix}^k \rightarrow [\bar{q}]^k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \bar{q}_{14} & \bar{q}_{15} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{q}_{24} & \bar{q}_{25} \\ \bar{q}_{31} & \bar{q}_{32} & \bar{q}_{36} & 0 & 0 \end{bmatrix}^k \quad (3.1.1.18)$$

Onde os coeficientes piezomagnéticos transformados \bar{q}_{ij} são dados por (3.1.1.19) conforme as correções \tilde{q}_{ij} apresentadas em (3.1.1.20). Salienta-se que os coeficientes com os índices ($i, j=14,15,24,25$) serão sempre nulos uma vez que as contribuições do corte não são consideradas para esta parte.

$$\begin{aligned}
\bar{q}_{31} &= \tilde{q}_{31} \cos^2 \theta + \tilde{q}_{32} \sin^2 \theta \\
\bar{q}_{32} &= \tilde{q}_{31} \sin^2 \theta + \tilde{q}_{32} \cos^2 \theta \\
\bar{q}_{36} &= (\tilde{q}_{31} - \tilde{q}_{32}) \sin \theta \cos \theta \\
\bar{q}_{15} &= \tilde{q}_{15} \cos^2 \theta + \tilde{q}_{24} \sin^2 \theta \\
\bar{q}_{25} &= (\tilde{q}_{15} - \tilde{q}_{24}) \sin \theta \cos \theta \\
\bar{q}_{14} &= (\tilde{q}_{15} - \tilde{q}_{24}) \sin \theta \cos \theta \\
\bar{q}_{24} &= \tilde{q}_{24} \cos^2 \theta + \tilde{q}_{15} \sin^2 \theta
\end{aligned} \tag{3.1.1.19}$$

$$\tilde{q}_{31} = q_{31} - \frac{Q_{13}q_{33}}{Q_{33}}; \tilde{q}_{32} = q_{32} - \frac{Q_{23}q_{33}}{Q_{33}}; \tilde{q}_{15} = q_{15}; \tilde{q}_{24} = q_{24}; \tilde{q}_{36} = q_{36} \tag{3.1.1.20}$$

Os coeficientes referentes à permeabilidade magnética do material $\bar{\mu}_{ij}$ – (Ns²/C²) apresentam-se na matriz de permeabilidades $[\bar{\mu}]^k$ definida em (3.1.1.21).

$$[\mu]^k = \begin{bmatrix} \mu_{11} & \mu_{12} & 0 \\ \mu_{12} & \mu_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{33} \end{bmatrix}^k \rightarrow [\bar{\mu}]^k = \begin{bmatrix} \bar{\mu}_{11} & \bar{\mu}_{12} & 0 \\ \bar{\mu}_{12} & \bar{\mu}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\mu}_{33} \end{bmatrix}^k \tag{3.1.1.21}$$

Onde os coeficientes de permeabilidade transformados $\bar{\mu}_{ij}$ são dados por (3.1.1.22) conforme as correções $\tilde{\mu}_{ij}$ apresentadas em (3.1.1.23). Salienta-se que os coeficientes com os índices ($i, j=11,12,22$) serão sempre nulos uma vez que só é considerada a permeabilidade em espessura, *i.e.*, na direção z .

$$\begin{aligned}
\bar{\mu}_{11} &= \tilde{\mu}_{11} \cos^2 \theta + \tilde{\mu}_{22} \sin^2 \theta \\
\bar{\mu}_{22} &= \tilde{\mu}_{11} \sin^2 \theta + \tilde{\mu}_{22} \cos^2 \theta \\
\bar{\mu}_{33} &= \tilde{\mu}_{33} \\
\bar{\mu}_{12} &= (\tilde{\mu}_{11} - \tilde{\mu}_{22}) \sin \theta \cos \theta
\end{aligned} \tag{3.1.1.22}$$

$$\tilde{\mu}_{11} = \mu_{11}; \tilde{\mu}_{22} = \mu_{22}; \tilde{\mu}_{33} = \mu_{33} + \frac{q_{33}^2}{Q_{33}} \tag{3.1.1.23}$$

Por fim, os coeficientes associados ao acoplamento magnetoelétrico do material \bar{m}_{ij} – (Ns/VC) apresentam se na matriz de acoplamento magnetoelétrico $[\bar{m}]^k$ definida em (3.1.1.24).

$$[m]^k = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & 0 \\ m_{12} & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} \end{bmatrix}^k; [\bar{m}]^k = \begin{bmatrix} \bar{m}_{11} & \bar{m}_{12} & 0 \\ \bar{m}_{12} & \bar{m}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{m}_{33} \end{bmatrix}^k \tag{3.1.1.24}$$

Onde os coeficientes magnetoelétricos transformados \bar{m}_{ij} são dados por (3.1.1.25) conforme as correções \tilde{m}_{ij} apresentadas em (3.1.1.26). Salienta-se que os coeficientes com os índices ($i, j=11,12,22$) serão sempre nulos uma vez que só é considerada o efeito magnetoelétrico em espessura, *i.e.*, na direção z .

$$\begin{aligned}
\bar{m}_{11} &= \tilde{m}_{11} \cos^2 \theta + \tilde{m}_{22} \sin^2 \theta \\
\bar{m}_{22} &= \tilde{m}_{11} \sin^2 \theta + \tilde{m}_{22} \cos^2 \theta \\
\bar{m}_{33} &= \tilde{m}_{33} \\
\bar{m}_{12} &= (\tilde{m}_{11} - \tilde{m}_{22}) \sin \theta \cos \theta
\end{aligned} \tag{3.1.1.25}$$

$$\tilde{m}_{11} = m_{11}; \tilde{m}_{22} = m_{22}; \tilde{m}_{33} = m_{33} + \frac{e_{33}q_{33}}{Q_{33}} \tag{3.1.1.26}$$

3.1.2 Campo de deslocamentos e Relação Constitutiva

Existem diversas teorias que tentam modelar o comportamento das estruturas através da representação dos seus campos de deslocamentos. Segundo [3, Ch. 2], as teorias ESL reduzem o problema da elasticidade 3D para o 2D e descrevem o campo de deslocamentos como uma combinação linear entre as funções desconhecidas e a coordenada em espessura. A sua simplicidade e baixo custo computacional, tornam esta abordagem bastante atrativa obtendo-se resultados bastante precisos para estruturas finas e moderadamente espessas [189]. As limitações do modelo ESL notam-se principalmente quando as estruturas se tornam mais espessas e na presença de descontinuidades geométricas ou em regiões de cargas elevadas sendo, muitas vezes, incapaz de descrever com exatidão o estado de tensão-deformação [3, Ch. 2]. No entanto, estas limitações não entram em conflito com a natureza dos estudos realizados, tornando-se uma abordagem adequada e viável.

No âmbito do conjunto de teorias 2D-ESL foi implementada a teoria de deformação de corte de primeira ordem (*First order Shear Deformation Theory – FSDT*). Esta teoria caracteriza-se principalmente pela remoção da terceira parte da hipótese de Kirchhoff na Teoria de Reissner-Mindlin, fazendo com que as normais transversais não permaneçam perpendiculares à superfície média após a deformação [3, p. 112]. Assim, esta teoria considera a existência de deformações de corte transversais e correspondentes tensões transversais. Além disso, a inextensibilidade na direção da espessura ($\varepsilon_{zz} = 0$) mantém-se conduzindo a um deslocamento transversal w independente da coordenada em z [3, p. 112]. Neste contexto, o respetivo campo de deslocamentos é descrito pelas expressões definidas em (3.1.2.1). Na Figura 3.1.2.1, apresentam-se esquematicamente os pressupostos da FSDT.

$$\begin{aligned}
u(x, y, z) &= u^0(x, y) + z \cdot \theta_x^0(x, y) \\
v(x, y, z) &= v^0(x, y) + z \cdot \theta_y^0(x, y) \\
w(x, y, z) &= w^0(x, y)
\end{aligned} \tag{3.1.2.1}$$

Onde, u , v e w representam os deslocamentos num ponto genérico de coordenadas (x, y, z) ; u^0 , v^0 e w^0 representam os deslocamentos num ponto genérico (x, y) da superfície média da placa; θ_x^0 e θ_y^0 representam as rotações da normal transversal em torno de oX e oY respetivamente.

Considerando que o domínio desta formulação se enquadra no âmbito da Teoria da Elasticidade para pequenas deformações e considerando as suas respectivas relações cinemáticas, obtém-se o campo de deformações dado pelas expressões em (3.1.2.2).

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u^0}{\partial x} + z \frac{\partial \theta_x^0}{\partial x} \\
 \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v^0}{\partial y} + z \frac{\partial \theta_y^0}{\partial y} \\
 \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \\
 \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u^0}{\partial y} + \frac{\partial v^0}{\partial x} + z \frac{\partial \theta_x^0}{\partial y} + z \frac{\partial \theta_y^0}{\partial x} \\
 \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w^0}{\partial y} + \theta_y^0 \\
 \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w^0}{\partial x} + \theta_x^0
 \end{aligned} \tag{3.1.2.2}$$

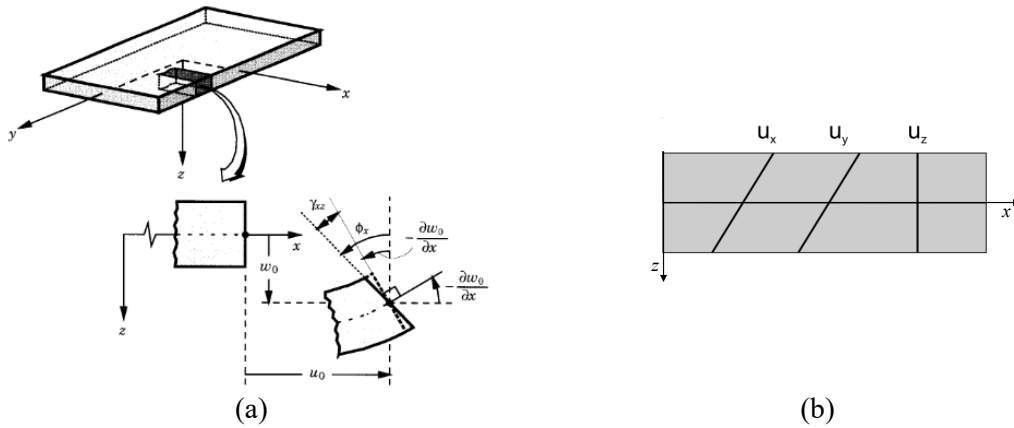


Figura 3.1.2.1 - Geometrias de uma placa segundo os pressupostos da FSDT: (a) secção deformada e não-deformada, adaptado de [265, p. 638] ; (b) distribuição de deslocamentos, adaptado de [273, p. 111].

Um aspeto importante a ter em consideração é condição da inextensibilidade na direção da espessura que pode dar lugar a fenómenos de *Locking* e em específico, o *Shear Locking*. Estes fenómenos, também conhecidos por fenómenos parasitas, induzem erros na obtenção dos deslocamentos generalizados das estruturas. Segundo [265, p. 653], este fenómeno sobressai quando a relação de aspeto da estrutura é muito elevada ($L/h \geq 50$), *i.e.* uma estrutura muito fina, onde as distorções γ_{yz} e γ_{xz} tornam-se desprezáveis. Neste contexto, a incapacidade dos elementos finitos baseados na FSDT de reproduzirem este estado de distorção nula conduz a uma rigidificação dos mesmos e resulta em deslocamentos generalizados inferiores [3, p. 523]. Mais sobre este fenómeno encontra-se em [3, p. 523] e conforme o autor, uma das formas de ultrapassar este problema é com recurso a técnicas de integração numérica. Além disso, segundo [23, p. 57], uma outra limitação da FSDT quando estendida à abordagem multicampo, é a adoção variações de potencial lineares em espessura que resulta num campo elétrico constante – esta limitação

conduz a um fenômeno denominado *Electrical Locking*. Similarmente a [23, p. 57], não foi adotada nenhuma correção para este fenômeno.

Conforme [199], as relações constitutivas que descrevem o comportamento anisotrópico e linear de um sólido MEE pode ser descrito de acordo com (3.1.2.3).

$$\begin{aligned}\{\sigma\}_i &= [Q]_{ij}\{\varepsilon\}_j - [e]_{ij}\{E\}_j - [q]_{ij}\{\mathcal{H}\}_j \\ \{\mathcal{D}\}_i &= [e]_{ij}\{\varepsilon\}_j + [\varepsilon]_{ij}\{E\}_j + [m]_{ij}\{\mathcal{H}\}_j \\ \{\mathcal{B}\}_i &= [q]_{ij}\{\varepsilon\}_j + [m]_{ij}\{E\}_j + [\mu]_{ij}\{\mathcal{H}\}_j\end{aligned}\quad (3.1.2.3)$$

Onde as componentes de tensões $\{\sigma\}_i - (\text{N/m}^2)$, deslocamento elétrico $\{\mathcal{D}\}_i - (\text{C/m}^2)$ e fluxo magnético $\{\mathcal{B}\}_i - (\text{A/m})$ são funções dos tensores de coeficientes rigidez elástica $[Q]_{ij} - (\text{N/m}^2)$, permissividade elétrica $[\varepsilon]_{ij} - (\text{C}^2/\text{Nm}^2)$ e permeabilidade magnética $[\mu]_{ij} - (\text{Ns}^2/\text{C}^2)$ e ainda dependentes dos tensores de coeficientes piezoelétricos $[e]_{ij} - (\text{C/m}^2)$, piezomagnéticos $[q]_{ij} - (\text{N/Am})$ e magnetoelétricos $[m]_{ij} - (\text{Ns/VC})$. Os graus de liberdade MEE são representados pelo tensor de extensões $\{\varepsilon\}_j - (\text{adimensional})$, campo elétrico $\{E\}_j - (\text{V/m})$ e campo magnético $\{\mathcal{H}\}_j - (\text{Vs/m}^2)$. A forma detalhada da expressão (3.1.2.3) considerando um laminado MEE ortotrópico no estado de tensão plana pode ser exposta conforme (3.1.2.4).

$$\begin{aligned}\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}^k &= \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{e}_{31} \\ 0 & 0 & \bar{e}_{32} \\ 0 & 0 & \bar{e}_{36} \\ \bar{e}_{14} & \bar{e}_{24} & 0 \\ \bar{e}_{15} & \bar{e}_{25} & 0 \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{q}_{31} \\ 0 & 0 & \bar{q}_{32} \\ 0 & 0 & \bar{q}_{36} \\ \bar{q}_{14} & \bar{q}_{24} & 0 \\ \bar{q}_{15} & \bar{q}_{25} & 0 \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \mathcal{H}_x \\ \mathcal{H}_y \\ \mathcal{H}_z \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} \mathcal{D}_x \\ \mathcal{D}_y \\ \mathcal{D}_z \end{Bmatrix}^k &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \bar{e}_{14} & \bar{e}_{15} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{e}_{24} & \bar{e}_{25} \\ \bar{e}_{31} & \bar{e}_{32} & \bar{e}_{36} & 0 & 0 \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}_{11} & \bar{\varepsilon}_{12} & 0 \\ \bar{\varepsilon}_{12} & \bar{\varepsilon}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\varepsilon}_{33} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{m}_{11} & \bar{m}_{12} & 0 \\ \bar{m}_{12} & \bar{m}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{m}_{33} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \mathcal{H}_x \\ \mathcal{H}_y \\ \mathcal{H}_z \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} \mathcal{B}_x \\ \mathcal{B}_y \\ \mathcal{B}_z \end{Bmatrix}^k &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \bar{q}_{14} & \bar{q}_{15} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{q}_{24} & \bar{q}_{25} \\ \bar{q}_{31} & \bar{q}_{32} & \bar{q}_{36} & 0 & 0 \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{m}_{11} & \bar{m}_{12} & 0 \\ \bar{m}_{12} & \bar{m}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{m}_{33} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mu}_{11} & \bar{\mu}_{12} & 0 \\ \bar{\mu}_{12} & \bar{\mu}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\mu}_{33} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \mathcal{H}_x \\ \mathcal{H}_y \\ \mathcal{H}_z \end{Bmatrix}\end{aligned}\quad (3.1.2.4)$$

Conforme [219], de acordo com a teoria de placas, as forças e momentos resultantes, por unidade de comprimento, são dadas por (3.1.2.5).

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} dz; \quad \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} dz; \quad \begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} z \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} dz; \quad (3.1.2.5)$$

Onde $N_{ij} - (\text{N/m})$ são os esforços resultantes no plano por unidade de comprimento, $Q_i - (\text{N/m})$ são os esforços transversos resultantes por unidade de comprimento e $M_{ij} - (\text{N})$ são os momentos resultantes por unidade de comprimento.

Sendo que a formulação completa pode ser verificada em [219] e considerando uma metodologia semelhante à de [23, p. 81], considere-se o seu comportamento mecânico no formato extenso dado por (3.1.2.6), (3.1.2.7) e (3.1.2.8) para um total numero de camadas, N_c . Note-se a separação da matriz $[\bar{Q}]$ para $[\bar{Q}]_b$ que considera o acoplamento membrana-flexão com índices ($i, j=11,22,66,12,16,26$) e $[\bar{Q}]_s$ que considera o corte com os índices ($i, j=44,55,45$).

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} &= \sum_{k=1}^{N_c} \left\{ \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}^k dz \right\} = \\ &= \sum_{k=1}^{N_c} \left\{ \int_{z_k}^{z_{k+1}} \left(\begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} + z\varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} + z\varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \varepsilon_{xy}^{(0)} + z\varepsilon_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{e}_{31} \\ 0 & 0 & \bar{e}_{32} \\ 0 & 0 & \bar{e}_{36} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} E_x^{(0)} + zE_x^{(1)} \\ E_y^{(0)} + zE_y^{(1)} \\ E_z^{(0)} + z0 \end{Bmatrix} \right. \\ &\quad \left. - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{q}_{31} \\ 0 & 0 & \bar{q}_{32} \\ 0 & 0 & \bar{q}_{36} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \mathcal{H}_x^{(0)} + z\mathcal{H}_x^{(1)} \\ \mathcal{H}_y^{(0)} + z\mathcal{H}_y^{(1)} \\ \mathcal{H}_z^{(0)} + z0 \end{Bmatrix} \right) dz \right\} \end{aligned} \quad (3.1.2.6)$$

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} &= \sum_{k=1}^{N_c} \left\{ \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}^k dz \right\} = \\ &= \sum_{k=1}^{N_c} \left\{ \int_{z_k}^{z_{k+1}} \left(K_s \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{e}_{14} & \bar{e}_{24} & 0 \\ \bar{e}_{15} & \bar{e}_{25} & 0 \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} E_x^{(0)} + zE_x^{(1)} \\ E_y^{(0)} + zE_y^{(1)} \\ E_z^{(0)} + z0 \end{Bmatrix} \right. \\ &\quad \left. - \begin{bmatrix} \bar{q}_{14} & \bar{q}_{24} & 0 \\ \bar{q}_{15} & \bar{q}_{25} & 0 \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \mathcal{H}_x^{(0)} + z\mathcal{H}_x^{(1)} \\ \mathcal{H}_y^{(0)} + z\mathcal{H}_y^{(1)} \\ \mathcal{H}_z^{(0)} + z0 \end{Bmatrix} \right) dz \right\} \end{aligned} \quad (3.1.2.7)$$

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} &= \sum_{k=1}^{N_c} \left\{ \int_{z_k}^{z_{k+1}} z \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}^k dz \right\} = \\ &= \sum_{k=1}^{N_c} \left\{ \int_{z_k}^{z_{k+1}} z \left(\begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} + z\varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} + z\varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \varepsilon_{xy}^{(0)} + z\varepsilon_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{e}_{31} \\ 0 & 0 & \bar{e}_{32} \\ 0 & 0 & \bar{e}_{36} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} E_x^{(0)} + zE_x^{(1)} \\ E_y^{(0)} + zE_y^{(1)} \\ E_z^{(0)} + z0 \end{Bmatrix} \right. \\ &\quad \left. - \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{q}_{31} \\ 0 & 0 & \bar{q}_{32} \\ 0 & 0 & \bar{q}_{36} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \mathcal{H}_x^{(0)} + z\mathcal{H}_x^{(1)} \\ \mathcal{H}_y^{(0)} + z\mathcal{H}_y^{(1)} \\ \mathcal{H}_z^{(0)} + z0 \end{Bmatrix} \right) dz \right\} \end{aligned} \quad (3.1.2.8)$$

De notar que conforme a metodologia apresentada em [206] e considerando somente a polarização em espessura (z) semelhantemente a [211], [223], *i.e.*, $E_x = E_y = \mathcal{H}_x = \mathcal{H}_y = 0$, as componentes E_z e \mathcal{H}_z serão definidas conforme (3.1.2.9).

$$\begin{aligned} E_z &= -\frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{\phi}{h_p} \\ \mathcal{H}_z &= -\frac{\partial \psi}{\partial z} = -\frac{\psi}{h_m} \end{aligned} \quad (3.1.2.9)$$

Onde $\phi - (V)$ é o potencial elétrico, $\psi - (A)$ é o potencial magnético, h_p e $h_m - (m)$ são as espessuras das camadas piezoelétricas e piezomagnéticas. Também é relevante referir que sendo as consideradas de média-fina espessura, a variação das funções do potencial elétrico e magnético podem ser consideradas lineares ao longo da espessura [211]. Assim, os campos elétricos e magnéticos obtidos são constantes ao longo da espessura [246].

Para a parte elástica, é possível definir a matriz rigidez de rigidez extensional $[A] - (N/m)$, a matriz de rigidez de acoplamento flexão-extensão $[B] - (N)$ e a matriz de rigidez de flexão $[D] - (Nm)$ conforme (3.1.2.10), (3.1.2.11) e (3.1.2.12).

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \varepsilon_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \varepsilon_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (3.1.2.10)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_x \end{Bmatrix} = K_s \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^{(0)} \\ \gamma_{xz}^{(0)} \end{Bmatrix} \quad (3.1.2.11)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(0)} \\ \varepsilon_{yy}^{(0)} \\ \varepsilon_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{(1)} \\ \varepsilon_{yy}^{(1)} \\ \varepsilon_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (3.1.2.12)$$

Salienta-se que quando os efeitos piezoelétricos, piezomagnéticos e magnetoelétricos estiverem presentes, as expressões (3.1.2.10), (3.1.2.11) e (3.1.2.12) irão conter as respectivas forças geradas conforme exposto em (3.1.2.6), (3.1.2.7) e (3.1.2.8) [219]. Outro aspecto importante é a presença do fator K_s associado às componentes do corte. Uma vez que na FSDT as distorções associadas ao corte são assumidas constantes, as respectivas tensões de corte também serão constantes. Segundo [3, p. 135], as tensões de corte variam, pelo menos, quadraticamente em espessura e essa discrepância pode ser corrigida através da adoção do respectivo Fator de Correção de Corte – K_s cujo valor é adimensional. A determinação do seu valor é dependente de diversas propriedades como esquemas de laminagem, geometria e material [266, p. 25]. No entanto, nenhuma abordagem à sua determinação é feita, utilizando-se o valor de 5/6 [274, p. 161].

Para cada camada, as matrizes $[A]$, $[A_s]$, $[B]$ e $[D]$ são calculadas de acordo com (3.1.2.13), sendo que cada matriz resultante é obtida através do somatório total de camadas conforme a alternativa apresentada em (3.1.2.14) [3, p. 128].

$$[A]^k = \int_{z_k}^{z_{k+1}} [\bar{Q}]_b^k dz ; [A_s]^k = \int_{z_k}^{z_{k+1}} [\bar{Q}]_s^k dz \quad (3.1.2.13)$$

$$[B]^k = \int_{z_k}^{z_{k+1}} z [\bar{Q}]_b^k dz ; [D]^k = \int_{z_k}^{z_{k+1}} z^2 [\bar{Q}]_b^k dz$$

$$\{A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}\} = \sum_{k=1}^{N_c} \left\{ \int_{z_k}^{z_{k+1}} \bar{Q}_{ij}^k(1, z, z^2) dz \right\} \quad (3.1.2.14)$$

3.1.3 Laminados *Double-Double*

Os diversos esquemas de laminação podem ser realizados ao nível material, ao nível das orientações das camadas ou através de um misto de ambos. Centrando a análise na parte puramente elástica dos laminados no plano, considere-se com especial interesse os esquemas de laminação baseados na ordem de empilhamento e respetivas orientações.

Devido às propriedades direcionais das camadas, as transformações associadas aos respetivos ângulos de empilhamento são essenciais para análise do seu comportamento mecânico [177, p. 1]. O uso dos invariantes associados a cada transformação simplifica bastante este processo, uma vez que, é reconhecido como se fosse o “ADN” do comportamento do laminado [177, p. 1]. Conforme [177, p. 5], considerando somente o comportamento no plano, as relações expostas em (3.1.1.8) podem ser definidas considerando $m = \cos(\theta)$, $n = \sin(\theta)$. Deste modo, obtêm-se as funções trigonométricas de transformação como uma combinação de ângulos e não como potências tal como disposto em (3.1.3.1).

$$\begin{aligned} m^4 &= \frac{3 + 4 \cos 2\theta + \cos 4\theta}{8}; \quad m^3 n = \frac{2 \sin 2\theta + \sin 4\theta}{8}; \quad m^2 n^2 = \frac{1 - \cos 4\theta}{8} \\ mn^3 &= \frac{2 \sin 2\theta - \sin 4\theta}{8}; \quad n^4 = \frac{3 - 4 \cos 2\theta + \cos 4\theta}{8} \end{aligned} \quad (3.1.3.1)$$

Esta abordagem em combinação com a expressão (3.1.1.8) permite descrever as combinações lineares da rigidez no plano (*on-axis stiffness moduli*) U_i , conforme (3.1.3.2).

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{3Q_{11} + 3Q_{22} + 2Q_{12} + 4Q_{66}}{8}; \quad U_2 = \frac{Q_{11} - Q_{22}}{2}; \quad U_3 = \frac{Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 4Q_{66}}{8} \\ U_4 &= \frac{Q_{11} + Q_{22} + 6Q_{12} - 4Q_{66}}{8}; \quad U_5 = \frac{Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 4Q_{66}}{8} \end{aligned} \quad (3.1.3.2)$$

De acordo com [268, p. 63], as combinações U_1, U_4 e U_5 são invariantes e o significado desta invariância, em termos práticos, é que independente das orientações do esquema de laminação o valor deste permanece inalterado. O seu valor representa os respetivos limites da rigidez potencial total de um coeficiente para um dado material anisotrópico [268, p. 63]. Na Figura 3.1.3.1, é feita uma representação gráfica de dois invariantes e correspondentes coeficientes de rigidez. Por outro lado, segundo [268, p. 63] os não-invariantes (U_2, U_3) são responsáveis pela anisotropia presente no material. Neste contexto, é possível reescrever a transformação das respetivas camadas conforme (3.1.3.3).

$$\begin{Bmatrix} Q_{11} \\ Q_{22} \\ Q_{12} \\ Q_{66} \\ Q_{16} \\ Q_{26} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 & U_3 & 0 & 0 \\ U_1 & -U_2 & U_3 & 0 & 0 \\ U_4 & 0 & -U_3 & 0 & 0 \\ U_5 & 0 & -U_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & U_2/2 & U_3 \\ 0 & 0 & 0 & U_2/2 & -U_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \\ \cos 4\theta \\ \sin 2\theta \\ \sin 4\theta \end{Bmatrix} \quad (3.1.3.3)$$

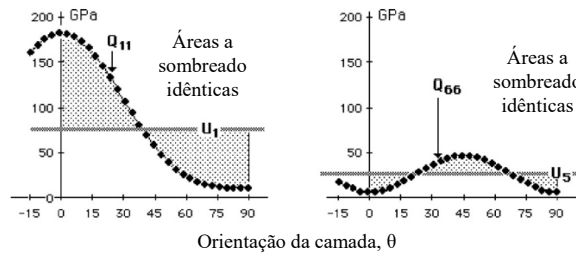


Figura 3.1.3.1 – Invariantes das componentes “11” e “66”. Adaptado de [268, p. 64].

Segundo [178, p. 17], são necessários pelo menos 4 parâmetros de rigidez para definir a rigidez de uma camada ortotrópica e conseqüentemente do laminado. No entanto, após a introdução do Módulo de Tsai, também conhecido como *trace*, apenas esse mesmo parâmetro é necessário para o mesmo efeito. No caso de uma matriz de rigidez em tensão plana (2D), o *trace* – (N/m²) é definido através da soma das três constantes elásticas do material conforme (3.1.3.4). O caso 3D apresenta-se em (3.1.3.5).

$$Trace\ 2D = tr(Q) = Q_{xx} + Q_{yy} + 2Q_{ss} = Q_{11} + Q_{22} + 2Q_{66} \quad (3.1.3.4)$$

$$Trace\ 3D = tr(Q)_{3D} = Q_{11} + Q_{22} + Q_{33} + 2Q_{44} + 2Q_{55} + 2Q_{66} \quad (3.1.3.5)$$

Sendo também um invariante, o *trace* permite definir o comportamento dos laminados compósitos, na medida em que ele pode ser considerado como o único representativo da rigidez do respetivo material definindo a rigidez potencial total [268, p. 280]. Por ser uma combinação linear dos três termos, se dois forem determinados, o terceiro será o remanescente. Esta abordagem simplifica bastante a determinação das propriedades dos compósitos dado que dois ensaios uniaxiais, em conjunto com o *trace*, podem definir totalmente as propriedades evitando ensaios difíceis como ensaios de corte [268, p. 280], [275]. Sendo único, este parâmetro material simplifica também o projeto das estruturas, uma vez no caso de se pretender um laminado 10% mais rígido, seleciona-se material compósito com mais 10% no valor do *trace* [178, p. 17]. Esta vantagem é principalmente válida para laminados reforçados em fibra de carbono (CFRP) [276], no entanto, para a sua justificação é necessário introduzir o conceito de *Master-ply* e os componentes de rigidez normalizados pelo *trace* e em espessura.

A *Master-ply* foi proposta por Tsai e Melo [275] e é definida por uma média das matrizes de rigidez normalizadas pelo *trace*, sendo considerada como uma espécie de camada universal representativa de todos os CFRP [277]. Esta consideração advém pelo facto de os coeficientes de rigidez normalizados apresentarem uma variação muito pequena (1.5% para Q_{xx}) [275], [276]. Conforme exemplificado por [277], é possível simplificar bastante o projeto de laminados CFRP, considerando inicialmente apenas a *Master-ply* como material base e posteriormente utilizar o *trace* como fator de escala para a rigidez da estrutura.

A normalização de uma constante de rigidez pelo *trace* é obtida através do quociente entre um dado coeficiente de rigidez e o *trace* do respetivo material tornando-o adimensional. A normalização em espessura é obtida através do quociente entre um dado coeficiente de rigidez e a espessura de uma camada ou do laminado. Ambas as normalizações são úteis uma vez que permitem uma comparação direta entre materiais dado que os coeficientes passam a representar intensidades independentes da geometria e grandezas físicas [180, p. 7]. Conforme [177, p. 43], a normalização em espessura das matrizes $[A, B, D]$ definidas em (3.1.2.14), apresenta-se em (3.1.3.6) e definida pelo sobrescrito “*”. A respetiva normalização pelo *trace* dá-se conforme (3.1.3.7), sendo definida pelo sobrescrito “**”. Salienta-se que a normalização pelo *trace* também pode ser aplicada aos coeficientes de rigidez Q_{ij} e as propriedades do material (E_i, G_{ij}) .

$$[A]^* = \frac{[A]}{h}; \quad [B]^* = \frac{2}{h^2}[B]; \quad [D]^* = \frac{12}{h^3}[D] \quad (3.1.3.6)$$

$$[A]** = \frac{[A]^*}{tr(Q)}; \quad [B]** = \frac{[B]^*}{tr(Q)}; \quad [D]** = \frac{[D]^*}{tr(Q)} \quad (3.1.3.7)$$

Segundo [268, p. 92], as integrações representadas em (3.1.2.13) podem ser realizadas de diversas formas sendo uma delas o método dos ângulos múltiplos. Neste método definem-se os coeficientes das matrizes $[A, B, D]$ em função de parâmetros de laminação $[V, Y, W]$ que estão dependentes dos invariantes e dos respetivos ângulos de transformação. Assim, define-se as matrizes normalizadas $[A]^*, [B]^*$ e $[D]^*$ de acordo com (3.1.3.8) e (3.1.3.9).

$$\left(\begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} A_{11}^* \\ A_{22}^* \\ A_{12}^* \\ A_{66}^* \\ A_{16}^* \\ A_{26}^* \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{c} B_{11}^* \\ B_{22}^* \\ B_{12}^* \\ B_{66}^* \\ B_{16}^* \\ B_{26}^* \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{c} D_{11}^* \\ D_{22}^* \\ D_{12}^* \\ D_{66}^* \\ D_{16}^* \\ D_{26}^* \end{array} \right\} \\ \end{array} \right) = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 & U_3 & 0 & 0 \\ U_1 & -U_2 & U_3 & 0 & 0 \\ U_4 & 0 & -U_3 & 0 & 0 \\ U_5 & 0 & -U_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & U_2/2 & U_3 \\ 0 & 0 & 0 & U_2/2 & -U_3 \end{bmatrix} \left(\begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ V_1^* \\ V_2^* \\ V_3^* \\ V_4^* \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ Y_1^* \\ Y_2^* \\ Y_3^* \\ Y_4^* \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ W_1^* \\ W_2^* \\ W_3^* \\ W_4^* \end{array} \right\} \\ \end{array} \right) \quad (3.1.3.8)$$

$$(\{V^*\}, \{Y^*\}, \{W^*\})_{[1,2,3,4]} = \left(\frac{1}{h}, \frac{2}{h^2}, \frac{12}{h^3} \right) \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [\cos 2\theta, \cos 4\theta, \sin 2\theta, \sin 4\theta] (1, z, z^2) dz \quad (3.1.3.9)$$

Conforme [178, p. 80], quando a homogeneização é atingida num laminado, obtém-se $[A]^* = [D]^*$ e $[B]^* = 0$. De acordo com exposto em [178, pp. 26–27], os parâmetros de laminação referentes às matrizes $[A]^*$ e $[D]^*$ são dados por (3.1.3.10).

$$\begin{aligned} V_1^* &= \frac{(A_{11}^* - A_{22}^*)}{2U_2}; & W_1^* &= \frac{(D_{11}^* - D_{22}^*)}{2U_2} \\ V_2^* &= \frac{A_{11}^* + A_{22}^* - 2U_1}{2U_3}; & W_2^* &= \frac{D_{11}^* + D_{22}^* - 2U_1}{2U_3} \\ V_3^* &= \frac{(A_{61}^* + A_{62}^*)}{U_2}; & W_3^* &= \frac{(D_{61}^* + D_{62}^*)}{U_2} \\ V_4^* &= \frac{(A_{61}^* - A_{62}^*)}{2U_3}; & W_4^* &= \frac{(D_{61}^* - D_{62}^*)}{2U_3} \end{aligned} \quad (3.1.3.10)$$

Considerando os laminados *Double-Double*, apresenta-se em (3.1.3.11) as suas combinações possíveis. Relembra-se que este laminado é caracterizado por um bloco principal sublaminado (*Building Block*, BB) composto por 4 camadas e por um parâmetro de repetição “rT” onde os respectivos pares de ângulos $[\pm\Phi/\pm\psi]$ variam continuamente de 0° até 90° .

$$\begin{aligned}
 \textit{Staggered 1} &= [+ \Phi | - \Psi | - \Phi | + \Psi] \\
 \textit{Staggered 2} &= [+ \Phi | + \Psi | - \Phi | - \Psi] \\
 \textit{Staggered 3} &= [+ \Phi | - \Psi | + \Psi | - \Phi] \\
 \textit{Staggered 4} &= [+ \Phi | + \Psi | - \Psi | - \Phi] \\
 \textit{Paired 1} &= [+ \Phi | - \Phi | + \Psi | - \Psi] \\
 \textit{Paired 2} &= [+ \Phi | - \Phi | - \Psi | + \Psi]
 \end{aligned}
 \tag{3.1.3.11}$$

Segundo [178, p. 26], os parâmetros de laminação V^* para laminados DD são dados conforme (3.1.3.12).

$$\begin{aligned}
 V_1^* &= (\cos 2\Phi + \cos(-2\Phi) + \cos 2\Psi + \cos(-2\Psi))/4 = (\cos 2\Phi + \cos 2\Psi)/2 \\
 V_2^* &= (\cos 4\Phi + \cos(-4\Phi) + \cos 4\Psi + \cos(-4\Psi))/4 = (\cos 4\Phi + \cos 4\Psi)/2 \\
 V_3^* &= \sin 2\Phi + \sin(-2\Phi) + \sin 2\Psi + \sin(-2\Psi) = 0 \\
 V_4^* &= \sin 4\Phi + \sin(-4\Phi) + \sin 4\Psi + \sin(-4\Psi) = 0
 \end{aligned}
 \tag{3.1.3.12}$$

Considerando as relações expressas em (3.1.3.12) e após as respectivas manipulações matemáticas, o cálculo das orientações das fibras para o DD utilizando os parâmetros de laminação V_i é realizado de acordo com (3.1.3.13). A sua dedução completa apresenta-se em [178, p. 28].

$$\begin{aligned}
 \cos 2\Psi &= V_1^* + \sqrt{(-V_1^*)^2 + (V_2^*/2) + (1/2)} \\
 \cos 2\Phi &= 2V_1^* - \cos 2\Psi
 \end{aligned}
 \tag{3.1.3.13}$$

A conversão de laminados convencionais ou não-convencionais para DD pode ser feita diretamente para a matriz $[A]^*$ ou $[D]^*$ utilizando os respectivos parâmetros V_i, W_i . De acordo com [178, p. 42], o cálculo dos ângulos para o DD podem ser realizados a partir de 3 estágios diferentes conforme resumido na Figura 3.1.3.2. Por fim, mais informação sobre a interpretação matemática dos DD, no seu formato extensivo, encontra-se em [178, Ch. 2].

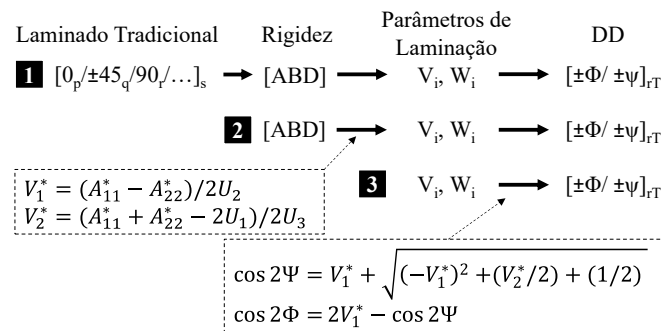


Figura 3.1.3.2 - Apresentação das 3 opções no cálculo dos ângulos para o DD. Adaptado de [178, p. 42].

3.2 Método dos Elementos Finitos

Após a breve introdução já realizada ao MEF e para reforçar a definição do método considere-se a definição dada por [23, p. 64]:

“É possível definir o Método dos Elementos Finitos como um método de aproximação para meios contínuos, de modo que: o meio contínuo é dividido num número finito de partes (elementos); o comportamento é especificado por um número finito de parâmetros; e solução do sistema completo, agregando todos os elementos, segue exatamente as regras aplicáveis aos problemas discretos normais.”

3.2.1 Formulação do método

O tipo de elemento selecionado foi um elemento quadrilátero Q4 isoparamétrico bilinear pertencente à família de Lagrange. Na Figura 3.2.1.1 apresenta-se o elemento genérico num sistema de coordenadas naturais (ξ, η) e no sistema global em coordenadas cartesianas (x, y) .

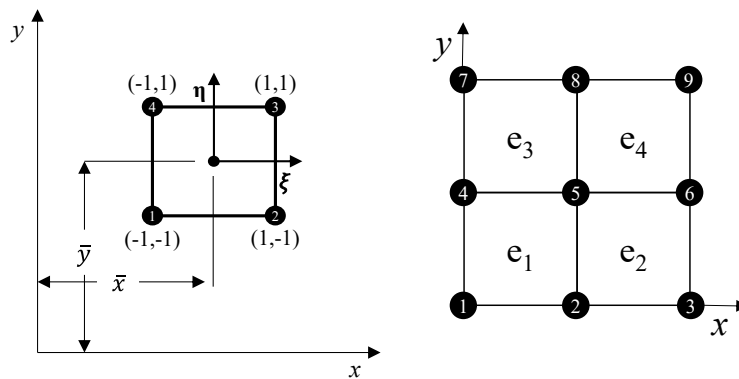


Figura 3.2.1.1 - Representação do mapeamento de um elemento de referência Q4 no sistema de coordenadas naturais e a discretização (4×4) no sistema global de coordenadas cartesianas com a numeração por elementos e por nós.

A discretização de um problema é realizada utilizando diversos elementos de referência mapeados num sistema de coordenadas (x, y) dados pela expressões em (3.2.1.1) [265, pp. 532, 542].

$$x = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) x_i ; y = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) y_i \quad (3.2.1.1)$$

Onde N_i são as funções interpoladoras do elemento Q4 definidas pelas expressões em (3.2.1.2).

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) & ; & & N_2 &= \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) & ; & & N_4 &= \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) \end{aligned} \quad (3.2.1.2)$$

Considerando o campo de deslocamentos definido na FSDT e cada nó do elemento Q4, obtém-se 5 Gdl $(u, v, w, \theta_x, \theta_y)$ em cada um e consequentemente 20 Gdl por elemento. Estes deslocamentos generalizados podem ser definidos como combinações lineares das funções

interpoladoras N_i e os deslocamentos generalizados nodais resultando nas expressões em (3.2.1.3).

$$\begin{aligned} u^0(x, y) &= \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) u_i^0; \quad v^0(x, y) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) v_i^0; \quad w^0(x, y) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) w_i^0 \\ \theta_x^0(x, y) &= \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) \theta_x^0; \quad \theta_y^0(x, y) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) \theta_y^0; \end{aligned} \quad (3.2.1.3)$$

As grandezas associadas com as equações de equilíbrio do sistema serão integradas em ambas as direções do plano do elemento. Para o efeito, é utilizada a quadratura de Gauss-Legendre no sistema de coordenadas naturais aplicando-se as expressões em (3.2.1.4) e que em notação matricial se apresenta em (3.2.1.5).

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta))}{\partial \xi} &= \frac{\partial N_i(\xi, \eta)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i(\xi, \eta)}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta))}{\partial \eta} &= \frac{\partial N_i(\xi, \eta)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i(\xi, \eta)}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (3.2.1.4)$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i(\xi, \eta)}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i(\xi, \eta)}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i(\xi, \eta)}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i(\xi, \eta)}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.2.1.5)$$

A matriz jacobiana apresenta-se na expressão (3.2.1.6) e utilizando a sua inversa é possível escrever a relação definida em (3.2.1.7).

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (3.2.1.6)$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i(\xi, \eta)}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i(\xi, \eta)}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i(\xi, \eta)}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i(\xi, \eta)}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (3.2.1.7)$$

Deste modo, as integrações da área no plano do elemento podem ser realizadas conforme disposto na expressão (3.2.1.8).

$$dA = dx dy = |J| d\xi d\eta \quad (3.2.1.8)$$

As respetivas integrações a realizar no domínio do elemento podem ser feitas analiticamente ou numericamente com diversos esquemas de integração [265, Ch. 9]. Conforme [265, p. 539], outra vantagem da abordagem numérica com o esquema seletivo/misto é a minimização do referido fenómeno de *Shear Locking*. O algoritmo implementado permite a resolução por via numérica considerando o esquema completo, seletivo e reduzido conforme a Tabela 3.2.1.1.

Tabela 3.2.1.1 Tipos de integração utilizados para o elemento isoparamétrico Q4.

| Elemento | Componente | Completo | Seletivo/misto | Reduzido |
|----------|-----------------|----------|----------------|----------|
| Q4 | Membrana-Flexão | (2 × 2) | (2 × 2) | (1 × 1) |
| | Corte | (2 × 2) | (1 × 1) | (1 × 1) |

Os termos associados à componente do corte são assim integrados pela quadratura de Gauss-Legendre apresentada na expressão (3.2.1.9) para uma dada função genérica e cujo número de pontos e pesos a utilizar na integração do respetivo polinómio é dado pela expressão (3.2.1.10). Os pesos e pontos de integração apresentam-se resumidamente na Tabela 3.2.1.2.

$$I = \int_A f(\xi, \eta) d\xi d\eta \cong \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m w_j w_i f(\xi_j, \eta_i) \quad (3.2.1.9)$$

$$P = 2n - 1 \quad (3.2.1.10)$$

Onde w_i e w_j representam os pesos de integração; (ξ_j, η_i) representam os pontos de integração; P representa o maior grau do polinómio a integrar e n o número de pontos e pesos a utilizar.

Tabela 3.2.1.2 - Pesos e pontos de Gauss-Legendre para uma direção de coordenada. Adaptado de [3, p. 508].

| n ; m | $\xi_j ; \eta_i$ | $w_j ; w_i$ |
|-------|--------------------|--------------|
| 1 | 0,0000000000 | 2,0000000000 |
| 2 | $\pm 0,5773502692$ | 1,0000000000 |
| 3 | 0,0000000000 | 0,8888888889 |
| | $\pm 0,7745966692$ | 0,5555555555 |

As equações de equilíbrio do sistema são obtidas através do Princípio de Deslocamentos Virtuais - PVD e dado que são analisadas situações de equilíbrio estático e dinâmico, é conveniente utilizar o Princípio de Hamilton para o efeito. Segundo [265, p. 54], este princípio é uma generalização do PVD para o caso dinâmico e assume que o sistema em consideração é caracterizado por duas energias: a energia cinética \mathcal{K} e a energia potencial Π . Assim, o Princípio de Hamilton para o equilíbrio dinâmico de um elemento pode ser descrito conforme (3.2.1.11).

$$\int_{t_0}^{t_1} (\delta\mathcal{L}) dt = 0 \quad ; \quad \mathcal{L} = \mathcal{K} - \Pi = \mathcal{K} - (U + \Omega) \quad (3.2.1.11)$$

Onde \mathcal{L} é o Funcional Lagrangeano, U a energia elástica de deformação e Ω o potencial de forças. Considere-se o elemento quadrilátero bilinear numa situação de equilíbrio estático e a respetiva energia potencial que lhe estará associada considerando as diversas sollicitações. Conforme [191], o Princípio da Energia Potencial Mínima é dado por (3.2.1.12) e a energia potencial total - Π de acordo com (3.2.1.13).

$$\delta\Pi = \delta(U + \Omega) = 0 \quad (3.2.1.12)$$

$$\begin{aligned} \delta\Pi = \frac{1}{2} \left[\sum_{k=1}^{N_c} \left\{ \left(\int_{V^k} \delta\{\varepsilon^k\}^T \{\sigma^k\} dV^k - \int_{V^k} \delta[E^k]^T \{\mathcal{D}^k\} dV^k - \int_{V^k} \delta[\mathcal{H}^k]^T \{\mathcal{B}^k\} dV^k \right) \right. \right. \\ \left. \left. - \int_A \delta\{u^k\}^T \{F_{dist}\} dA - \int_A \delta\phi Q^\phi dA - \int_A \delta\psi Q^\psi dA \right. \right. \\ \left. \left. - \int_{V^k} \delta\{u^k\}^T \{F_{vol}\} dV^k - \delta\{u^k\}^T \{F_{conc}\} \right\} \right] = 0 \quad (3.2.1.13) \end{aligned}$$

Uma vez que o Princípio da Energia Potencial Mínima está limitado à situação de equilíbrio estático, considere-se o Princípio de Hamilton para a situação de equilíbrio dinâmico [265, p. 54]. De acordo com [213], o Princípio de Hamilton apresenta-se conforme (3.2.1.14) e a energia cinética - \mathcal{K} é dada por (3.2.1.15).

$$\delta \int_{t_0}^t (\mathcal{K} - \Pi) dt = 0 \rightarrow \delta \int_{t_0}^t \mathcal{K} dt - \delta \int_{t_0}^t \Pi dt = 0 \quad (3.2.1.14)$$

$$\delta \int_{t_0}^t \mathcal{K} dt = \frac{1}{2} \left[\int_{t_0}^t \left(\sum_{k=1}^{N_c} \left\{ \int_{V^k} \delta\{\dot{u}^k\} \rho^k \{\dot{u}^k\} dV^k \right\} \right) dt \right] \quad (3.2.1.15)$$

Substituindo na expressão (3.2.1.11) as respectivas (3.2.1.13), (3.2.1.15) e combinando com a (3.1.2.3) obtém-se as equações de equilíbrio, que com as devidas manipulações matemáticas, apresenta-se no seu formato matricial compacto ao nível do elemento conforme (3.2.1.16).

$$\begin{aligned} ([K_{uu}^e] - \{\omega_n\}^2 [M^e]) \{u^e\} + [K_{u\phi}^e] \{\phi^e\} + [K_{u\psi}^e] \{\psi^e\} &= \{F_u\} \\ [K_{\phi u}^e] \{u^e\} - [K_{\phi\phi}^e] \{\phi^e\} - [K_{\phi\psi}^e] \{\psi^e\} &= \{F_\phi\} \\ [K_{\psi u}^e] \{u^e\} - [K_{\psi\phi}^e] \{\phi^e\} - [K_{\psi\psi}^e] \{\psi^e\} &= \{F_\psi\} \end{aligned} \quad (3.2.1.16)$$

Onde $[K_{uu}^e] - (\text{N/m}^2)$ é a matriz de rigidez, $[K_{\phi\phi}^e] - (\text{F})$ é a matriz de rigidez dielétrica, $[K_{\psi\psi}^e] - (\text{H})$ é a matriz de rigidez magnética, $[K_{\phi u}^e] = [K_{u\phi}^e]^T - (\text{C/m})$ são as matrizes de rigidez do acoplamento eletromecânico, $[K_{\psi u}^e] = [K_{u\psi}^e]^T - (\text{NA}^{-1})$ são as matrizes de rigidez do acoplamento magnetomecânico e $[K_{\psi\phi}^e] = [K_{\phi\psi}^e]^T - (\text{s})$ as matrizes de rigidez do acoplamento eletromagnético; $\{u^e\} - (\text{m, rad})$ é o vetor de deslocamentos elásticos, $\{\phi^e\} - (\text{V})$ é o vetor de potenciais elétricos e $\{\psi^e\} - (\text{A})$ o vetor de potenciais magnéticos; $\{F_u\} - (\text{N})$ é o vetor de forças mecânicas, $\{F_\phi\} - (\text{C})$ é o vetor de cargas elétricas e $\{F_\psi\} - (\text{Wb})$ é o vetor de cargas magnéticas; $[M^e] - (\text{kg})$ é a matriz de massas e $\{\omega_n\} - (\text{rad/s})$ corresponde às frequências naturais associadas aos modos n . As respectivas matrizes elementares de rigidez e massas são definidas de acordo com (3.2.1.17).

$$\begin{aligned}
[K_{uu}^e] &= \int_V [B_u^e]^T [\bar{Q}^e] [B_u^e] dV \rightarrow \int_V [B_{mb}^e]^T [\bar{Q}_{mb}^e] [B_{mb}^e] dV + \int_V [B_s^e]^T [\bar{Q}_s^e] [B_s^e] dV \\
[K_{u\phi}^e] &= \int_V [B_u^e]^T [\bar{e}^e] [B_\phi^e] dV \rightarrow \int_V [B_{mb}^e]^T [\bar{e}_{[3,1..3]}^e] [B_\phi^e] dV \\
[K_{u\psi}^e] &= \int_V [B_u^e]^T [\bar{q}^e] [B_\psi^e] dV \rightarrow \int_V [B_{mb}^e]^T [\bar{q}_{[3,1..3]}^e] [B_\psi^e] dV \\
[K_{\phi\phi}^e] &= \int_V [B_\phi^e]^T [\bar{\epsilon}^e] [B_\phi^e] dV \rightarrow \int_V [B_\phi^e]^T [\bar{\epsilon}_{[3,3]}^e] [B_\phi^e] dV \\
[K_{\phi\psi}^e] &= \int_V [B_\phi^e]^T [\bar{m}^e] [B_\psi^e] dV \rightarrow \int_V [B_\phi^e]^T [\bar{m}_{[3,3]}^e] [B_\psi^e] dV \\
[K_{\psi\psi}^e] &= \int_V [B_\psi^e]^T [\bar{\mu}^e] [B_\psi^e] dV \rightarrow \int_V [B_\psi^e]^T [\bar{\mu}_{[3,3]}^e] [B_\psi^e] dV \\
[K_{\phi u}^e] &= [K_{u\phi}^e]^T; [K_{\psi u}^e] = [K_{u\psi}^e]^T; [K_{\psi\phi}^e] = [K_{\phi\psi}^e]^T; \\
[M^e] &= \int_V [N_{mass}]^T \rho^e [N_{mass}] dV
\end{aligned} \tag{3.2.1.17}$$

A matriz $[B_u]$, constituída por $[B_{mb}]$ e $[B_s]$, relacionam os deslocamentos nodais com as correspondentes deformações estando definidas em (3.2.1.18). As respetivas matrizes contendo as funções interpoladoras encontram-se definidas em (3.2.1.19) e (3.2.1.20).

$$[B_{mb}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & z \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & 0 & z \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & z \frac{\partial N_i}{\partial y} & z \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix}; [B_s] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 & N_i \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & N_i & 0 \end{bmatrix} \tag{3.2.1.18}$$

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & N_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & & & 0 & N_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & N_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & & & 0 & 0 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & & & 0 & 0 & 0 & 0 & N_4 \end{bmatrix}, i = 1..4 \tag{3.2.1.19}$$

$$[N_{mass}] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & zN_1 & 0 & & & N_4 & 0 & 0 & zN_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & zN_1 & \dots & \dots & 0 & N_4 & 0 & 0 & zN_4 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & & & 0 & 0 & N_4 & 0 & 0 \end{bmatrix}, i = 1..4 \tag{3.2.1.20}$$

As matrizes do potencial elétrico $[B_\phi]$ e potencial magnético $[B_\psi]$ são definidas por matrizes cuja diagonal principal é dada pelo inverso da espessura de cada camada piezoelétrica h_{pe_i} ou piezomagnéticas h_{pm_i} conforme com disposto em (3.2.1.21) [211].

$$[B_\phi] = \begin{bmatrix} 1/h_{pe_1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1/h_{pe_i} \end{bmatrix}; [B_\psi] = \begin{bmatrix} 1/h_{pm_1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1/h_{pm_i} \end{bmatrix} \tag{3.2.1.21}$$

Analogamente a [215], as cargas elétricas $\{F_\phi\}$ e magnéticas $\{F_\psi\}$ são desprezadas. De acordo com [191], os esforços mecânicos $\{F_u\}$ são definidos conforme (3.2.1.22).

$$\{F_u\} = \int_V [N]^T F_{vol} dV + \int_A [N]^T F_{dist} dA + [N]^T F_{conc} \tag{3.2.1.22}$$

Segundo [270], devido ao acoplamento eletromecânico, a presença de um potenciais elétricos irá induzir esforços mecânicos adicionais. Assim, a força de atuação devido à piezoelectricidade $\{F_{ap}\} - (N)$ é definida conforme (3.2.1.23) [278].

$$\{F_{ap}\} = [K_{u\phi}]\{V\} \quad (3.2.1.23)$$

Por outro lado, devido ao acoplamento magnetomecânico, a presença de potenciais magnéticos também irá induzir esforços mecânicos adicionais. Assim, a força de atuação devido ao efeito magnetomecânico $\{F_{am}\} - (N)$ é definida conforme (3.2.1.24).

$$\{F_{am}\} = [K_{u\psi}]\{H\} \quad (3.2.1.24)$$

De acordo com [270], existe uma diferença muito significativa relativa entre os valores das diversas matrizes, *e.g.*, entre $[K_{uu}]$ e $[K_{\phi\phi}]$ estão na ordem de 10^8 e 10^{-11} respectivamente. Segundo [279], ao evitar tal discrepância, a eficiência computacional pode ser aumentada. Considerando somente a parte estática e ao eliminar os potenciais elétricos e magnéticos, a expressão (3.2.1.16) pode ser condensada algebricamente de modo a obter a relação disposta em (3.2.1.25).

$$[K_{eq}]\{u\} = \{F_{eq}\} \quad (3.2.1.25)$$

Por sua vez, os potenciais elétricos e magnéticos podem ser recuperados conforme (3.2.1.26).

$$\begin{aligned} \{\phi\} &= [K_3]\{u\} \\ \{\psi\} &= [K_{\psi\psi}]^{-1}[K_{1\psi}]\{u\} \end{aligned} \quad (3.2.1.26)$$

As respectivas componentes matriciais utilizadas nas expressões (3.2.1.25) e (3.2.1.26), são dadas conforme apresentado em (3.2.1.27).

$$\begin{aligned} [K_1] &= [K_{\phi u}] - [K_{\psi\phi}][K_{\psi\psi}]^{-1}[K_{\psi u}] \\ [K_2] &= [K_{\phi\phi}] - [K_{\psi\phi}][K_{\psi\psi}]^{-1}[K_{\phi\psi}] \\ [K_3] &= [K_2]^{-1}[K_1] \\ [K_4] &= [K_2]^{-1}[K_{\psi\phi}][K_{\psi\psi}] \\ [K_5] &= [K_{uu}] + [K_{u\psi}][K_{\psi\psi}]^{-1}[K_{\psi u}] \\ [K_6] &= [K_{u\phi}] - [K_{u\psi}][K_{\psi\psi}]^{-1}[K_{\phi\psi}] \\ [K_7] &= [K_5] + [K_6][K_3] \\ [K_{1\psi}] &= [K_{\psi u}] - [K_{\psi\phi}][K_3] \\ [K_{eq}] &= [K_7] \rightarrow EBCs: \text{Circuito aberto} \\ [K_{eq}] &= [K_{uu}] \rightarrow EBCs: \text{Circuito fechado} \end{aligned} \quad (3.2.1.27)$$

Considerando a situação de equilíbrio dinâmico para o cálculo das vibrações naturais do sistema, a expressão (3.2.1.16) pode ser reescrita conforme exposto em (3.2.1.28).

$$\begin{aligned}
& ([K_{uu}^e] - \{\omega_n\}^2 [M^e])\{u^e\} + [K_{u\phi}^e]\{\phi^e\} + [K_{u\psi}^e]\{\psi^e\} = 0 \\
& [K_{\phi u}^e]\{u^e\} - [K_{\phi\phi}^e]\{\phi^e\} - [K_{\phi\psi}^e]\{\psi^e\} = 0 \\
& [K_{\psi u}^e]\{u^e\} - [K_{\psi\phi}^e]\{\phi^e\} - [K_{\psi\psi}^e]\{\psi^e\} = 0
\end{aligned} \tag{3.2.1.28}$$

Este problema de valores próprios pode ser resolvido conforme (3.2.1.29) considerando as Condições de Fronteira Elétricas (*Electric Boundary Conditions* – EBCs) expostas em (3.2.1.27). Salienta-se que o circuito fechado (ou curto-circuito) considera apenas as contribuições da parte elástica dado que os potenciais elétricos e magnéticos são considerados nulos [270]. Por outro lado, o circuito aberto considera a presença dos referidos potenciais e como tal, verifica-se a presença de forças de atuação (modo de atuador) ou uma rigidificação do sistema (modo sensor aberto) [278].

$$([K_{eq}] - \{\omega_n\}^2 [M])\{u\} = 0; [K_{eq}] = \begin{cases} [K_{uu}] & \text{Circuito fechado} \\ [K_7] & \text{Circuito aberto} \end{cases} \tag{3.2.1.29}$$

O cálculo das tensões mecânicas presentes no material é realizado ao nível do elemento e ao nível da respetiva camada do laminado. Ao nível do elemento pode ser calculado nos pontos de gauss utilizados ou nos respetivos nós do elemento. Ao nível da camada i , são analisadas conforme a coordenada z do referencial global. Genericamente, as extensões e consequentemente as tensões podem ser calculadas conforme disposto em (3.2.1.30) e (3.2.1.31).

$$\begin{aligned}
\{\varepsilon\}_{mb}^{i,e} &= [B_{mb}]\{u\}^e \\
\{\varepsilon\}_s^{i,e} &= [B_s]\{u\}^e
\end{aligned} \tag{3.2.1.30}$$

$$\begin{aligned}
\{\sigma\}_{mb}^{i,e} &= [\bar{Q}_{mb}^{i,e}]\{\varepsilon\}_b^{i,e} \\
\{\sigma\}_s^{k,e} &= [\bar{Q}_s^{i,e}]\{\varepsilon\}_s^{i,e}
\end{aligned} \tag{3.2.1.31}$$

Salienta-se que as CFs são divididas entre Condições de Fronteira Elétricas (EBCs) e Condições de Fronteira Mecânicas (*Mechanical Boundary Conditions* – MBCs). No caso das MBCs, as seguintes correspondências são adotadas: Simplesmente Apoiado – S; Encastrado – C; Livre – F.

Por fim, na Figura 3.2.1.2 é feita uma representação esquemática do funcionamento da aplicação numérica desenvolvida com o objetivo de ilustrar a sequência de implementação da metodologia apresentada no presente capítulo.

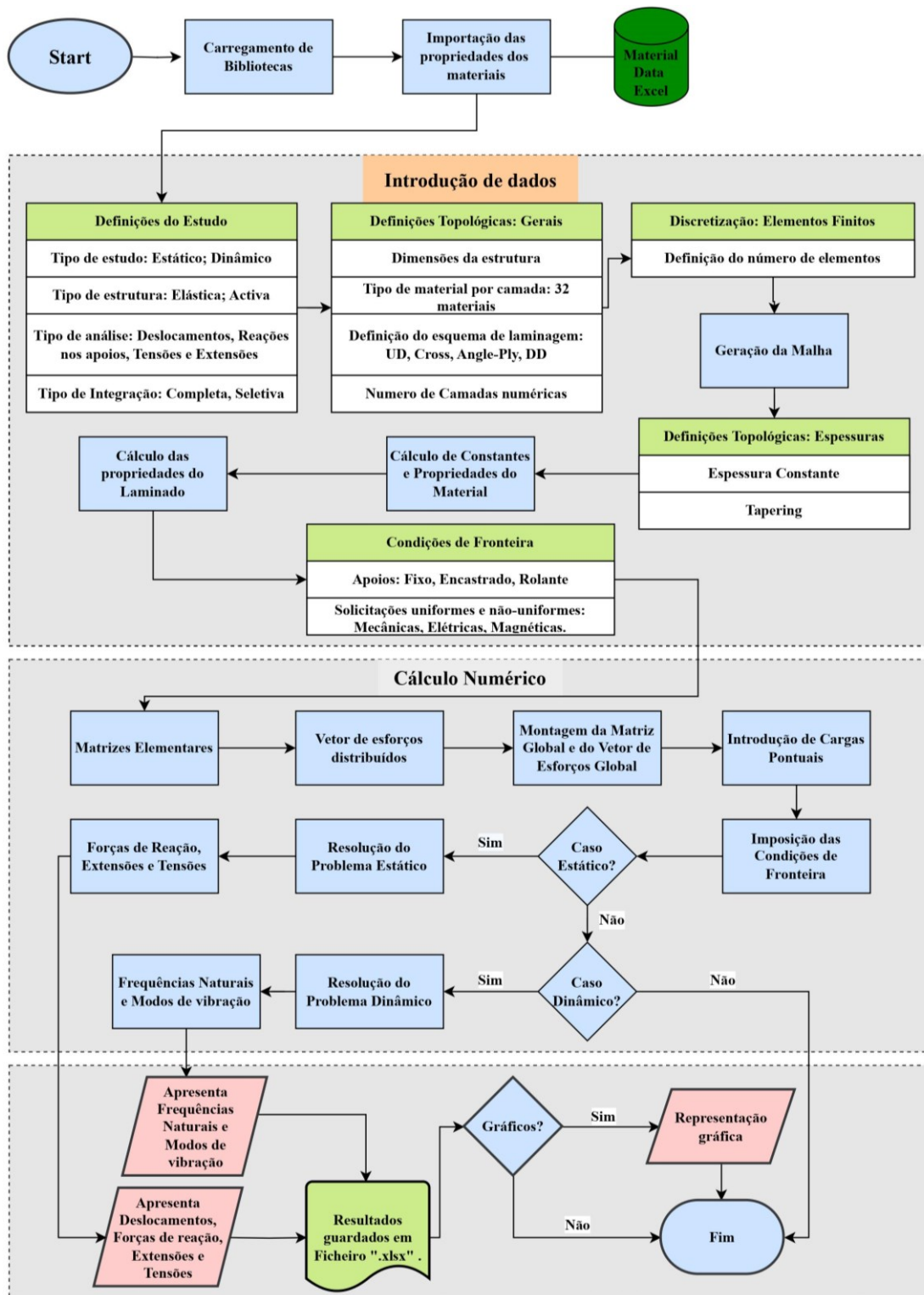


Figura 3.2.1.2 - Representação esquemática do funcionamento da aplicação numérica desenvolvida.

Capítulo IV

No presente capítulo são apresentados os diversos estudos de validação e estudos paramétricos realizados. De modo a facilitar a sua apresentação, análise e leitura apresentam-se apenas amostras dos resultados obtidos. Estes encontram-se na sua íntegra nos respetivos: **Anexo A** e **Anexo B**. Ao longo da apresentação dos estudos são colocadas hiperligações a negrito (*e.g.*, **EVx**) de modo a auxiliar a navegação dentro do documento em formato digital.

Extensão do capítulo: 47 páginas.

4 Casos de Estudo

4.1 Estudos de Verificação

4.1.1 Introdução aos estudos de verificação

O conjunto abrangente de estudos de verificação (EVs) realizados tem como finalidade garantir a credibilidade dos resultados obtidos minimizando eventuais não-conformidades. Assim, quanto maior for o volume e a variedade de EVs, maior será a confiança na aplicação numérica desenvolvida e nos resultados por ela gerados. Na sua totalidade foram desenvolvidos 32 EVs. Estes tipos de estudos consistem essencialmente numa avaliação comparativa entre os resultados obtidos pelo presente modelo numérico e outros modelos numéricos ou analíticos desenvolvidos por diversos autores. Naturalmente que existe a necessidade de comparar a presente abordagem com outras semelhantes ou equivalentes de modo a verificar o modelo, mas também se considera crucial a comparação com abordagens mais elaboradas de modo a compreender as suas limitações. O modo de como os EVs são apresentados refletem a evolução da aplicação desenvolvida bem como a componente pedagógica que lhe está associada. O parâmetro que afere o desvio entre os diversos resultados apresenta-se em (4.1.1.1).

$$Desvio [\%] = \frac{|valor\ numérico - valor\ de\ referência|}{valor\ de\ referência} \times 100 \quad (4.1.1.1)$$

Dada a sua disponibilidade na literatura e também na sua íntegra nos respectivos anexos, as propriedades dos EVs não são apresentadas no seu formato completo nestas secções, uma vez que não se consideram relevantes para o efeito expositivo pretendido. Também são apresentadas tabelas com amostras de resultados como complemento aos comentários realizados. O nome atribuído ao presente modelo numérico gerado pela aplicação desenvolvida é “Q4FSDT”, originário do elemento Q4 e da teoria FSDT. Salienta-se que em certos estudos são utilizadas quantidades adimensionais de valores de modo a garantir a coerência do estudo comparativo e também auxiliar na sua análise.

4.1.2 Estruturas sem efeito piezoelétrico/piezomagnético

Os Estudos de Verificação iniciam-se com o EV1 onde foi feita uma análise estática de placas isotrópicas quadradas de aresta unitária, simplesmente apoiadas em todos os bordos (SSSS) e sujeitas a uma carga unitária uniformemente distribuída (UDL). Neste estudo, o objetivo foi verificar o comportamento do modelo investigando os efeitos dos esquemas de integração (reduzida e completa), relação de aspeto (L/h), discretização (número de elementos e ordem o elemento) no deslocamento ao centro da placa w e na respetiva tensão normal, σ_{xx} . Os resultados obtidos nos deslocamentos e tensões demonstram o efeito de *Shear Locking* (SL) e a sua redução cuja prominência varia conforme a relação de aspeto ($\uparrow L/h \Rightarrow \uparrow SL$) e com o tipo de integração considerada (integração completa $\Rightarrow \uparrow\uparrow SL$). Com o aumento do número de elementos observa-se uma convergência natural de valores para o modelo analítico considerado. Os resultados obtidos entre o Q4FSDT e os obtidos por [265, p. 657] consideram-se coerentes verificando-se desvios nulos. Existem, no entanto, dois desvios (800% e 2,35%) que são contraditórios aos restantes e assume-se que a razão poderá ser um lapso da edição utilizada da respetiva literatura. Na Tabela 4.1.2.1, apresenta-se uma amostra dos resultados associados ao EV1.

Tabela 4.1.2.1 - Resposta estática de placas isotrópicas SSSS sujeitas a uma carga UDL – amostra de resultados.

| Parâmetro | Integração | 2x2 | | 4x4 | | 8x8 | | Analítico | |
|------------|--------------|---------------|---------------------|---------------|---------------------|---------------|---------------------|-----------|---------------------|
| | | [265, p. 658] | | [265, p. 658] | | [265, p. 658] | | | |
| | | Q4FSDT | | Q4FSDT | | Q4FSDT | | | |
| L/h | | \bar{w} | $\bar{\sigma}_{xx}$ | \bar{w} | $\bar{\sigma}_{xx}$ | \bar{w} | $\bar{\sigma}_{xx}$ | \bar{w} | $\bar{\sigma}_{xx}$ |
| 10 | Completa | 0,964 | 0,018 | 2,474 | 0,119 | 3,883 | 0,216 | 4,791 | 0,276 |
| | | 0,964 | 0,018 | 2,474 | 0,119 | 3,883 | 0,216 | | |
| | Desvio [%] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| | | 3,95 | 0,095 | 4,712 | 0,235 | 4,773 | 0,266 | | |
| 100 | Seletiva | 3,95 | 0,095 | 4,712 | 0,235 | 4,773 | 0,266 | 4,572 | 0,276 |
| | | 3,579 | 0,095 | 4,465 | 0,235 | 4,548 | 0,266 | | |
| | Desvio [%] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| | | 0,011 | 0 | 0,047 | 0,002 | 0,182 | 0,011 | | |
| Completa | 0,011 | 0 | 0,047 | 0,002 | 0,182 | 0,011 | | | |
| | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | |
| Desvio [%] | 3,579 | 0,095 | 4,465 | 0,235 | 4,548 | 0,266 | | | |
| | 3,579 | 0,095 | 4,465 | 0,235 | 4,548 | 0,266 | | | |
| Desvio [%] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | |

Nota: $\bar{w} = \frac{w(0,0)Eh^3 \times 10^2}{q_0 L^4}$; $\bar{\sigma}_{xx} = \left(\frac{h}{L}\right)^2 \frac{1}{q_0} \sigma_{xx} \left(A, A, \pm \frac{1}{2}h\right)$ - Ver Anexo A - EV1.

No **EV2**, foi realizada uma análise estática de placas isotrópicas sujeita a UDL com características semelhantes considerando todos os bordos encastrados (CCCC). Neste estudo, o objetivo foi verificar o comportamento do modelo para a condição de CCCC, a diferença entre a CPT e a FSDT para uma placa espessa ($L/h=10$) e o efeito da discretização. Os resultados obtidos demonstram a limitação da CPT face à FSDT, obtendo-se deslocamentos superiores para a FSDT devido ao efeito de deformação por corte e também a convergência de valores devido ao refinamento da discretização. Existindo uma maior restrição de Gdl para a condição de CCCC, verifica-se uma diminuição do deslocamento face à condição SSSS. Os resultados obtidos entre o Q4FSDT e os obtidos por [265, p. 659]. consideram-se coerentes verificando-se desvios nulos. Na Tabela 4.1.2.2, apresenta-se uma amostra dos resultados associados ao **EV2**.

Tabela 4.1.2.2 - Resposta estática de placas isotrópicas CCCC sujeitas a uma carga UDL – amostra de resultados.

| (L/h=10) Discretização | CPT [265, p. 659] | | Q4FSDT | CPT [265, p. 659] | | Q4FSDT |
|---|--|--------|---------------|--|-------|--------------|
| | Deslocamento no centro da placa, \bar{w} | | | Tensão no centro da placa, $\bar{\sigma}_{xx}$ | | |
| | | | 0,1495 | | | 1,333 |
| 8x8 | 0,1266 | 0,1495 | | 1,381 | 1,333 | |
| | | | Desvio [%] 0 | | | Desvio [%] 0 |

Nota: $\bar{w} = \frac{w(0,0) \times D \times 10^2}{q_0 L^4}$; $D = \frac{E \times h^3}{12(1-\nu^2)}$; $\bar{\sigma}_x = \sigma_x(A, A) \times \frac{10}{q_0}$ - Ver **Anexo A - EV2**.

Nos **EV3**, **EV4**, **EV5** e **EV6** foram analisadas estaticamente vigas isotrópicas sujeitas a cargas pontuais (tração, flexão) e UDL considerando-as encastradas num só bordo (CFFF) e em flexão cilíndrica (SSFF). Nestes estudos, o objetivo foi verificar outras CFs, analisar o comportamento do modelo variando a relação de aspeto (L/b) e a resposta às cargas pontuais para diversas discretizações. A partir dos resultados obtidos é possível verificar um aumento aproximadamente linear do deslocamento face ao L/b , bem como a diminuição do desvio devido ao aumento do número de elementos e da relação L/b relativo ao modelo analítico (*Classical Beam Theory* - CBT). Também se ilustra uma menor sensibilidade ao refinamento da discretização para o caso de tração em CFFF, superior para a flexão em CFFF e máxima em SSFF. Este fenómeno poderá ocorrer devido à natureza das restrições dos graus de liberdade e das cargas consideradas. Os resultados obtidos entre o Q4FSDT, [280, pp. 812, 813], [281] e [282] consideram-se coerentes verificando-se desvios aproximadamente nulos (<0,5%).

Nos **EV7**, **EV8** e **EV9** foram realizadas análises dinâmicas em vibração livre de placas isotrópicas SSSS, CCCC e SCSC respetivamente. O objetivo destes estudos foi verificar o modelo para as diversas CFs avaliando o efeito do refinamento da discretização, relação de aspeto L/h nas frequências naturais da estrutura. Os resultados obtidos indicam que a solução exata baseada na CPT sobrestima a rigidez da estrutura e consequentemente os valores das frequências naturais para placas espessas ($L/h=10$) comparativamente à FSDT. Segundo [265, p. 660], este fenómeno ocorre devido à presença de distorções γ_{xz} e γ_{yz} na FSDT e à sua ausência na CPT. A comparação

entre o elemento HSDT- C^1 e Q4FSDT (C^0) ilustra as limitações da FSDT face à HSDT à medida que a relação L/h diminui. Note-se que a continuidade C^1 da deformação transversal (*i.e.*, a deformação e as suas derivadas são contínuas entre elementos) é necessária para a CPT e HSDT- C^1 . Por outro lado, a continuidade C^0 (*i.e.*, apenas as variáveis são contínuas entre elementos) dos deslocamentos generalizados (w, ϕ_x, ϕ_y) são necessárias na FSDT [265, p. 663]. As discrepâncias são expectáveis, uma vez que na FSDT os efeitos das deformações por corte transversal são considerados utilizando um fator de correção e a HSDT não necessita dado que asseguram uma condição de tensão de corte nula nas superfícies superior e inferior da placa [283]. Devido à simetria nas CFs, também se verifica a existência de modos com frequências idênticas – os denominados modos múltiplos.

Os resultados obtidos entre o Q4FSDT, [265, p. 661] e [283] consideram-se coerentes verificando-se desvios nulos e quase nulos respetivamente. Os resultados obtidos entre o Q4FSDT e [274, p. 185] demonstram um bom comportamento do Q4FSDT quando comparado com uma solução analítica baseada na FSDT. Na Tabela 4.1.2.3 e Tabela 4.1.2.4, apresentam-se amostras dos resultados associados ao **EV7** e **EV8**.

Tabela 4.1.2.3 - Resposta dinâmica em vibração de placas isotrópicas SSSS – amostra de resultados.

| (L/h=10) Discretização | [265, p. 661] | | | Q4FSDT | | | Analítico - [265, p. 661] | | |
|---------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------------------|---------------|---------------|
| | ϖ_{11} | ϖ_{13} | ϖ_{33} | ϖ_{11} | ϖ_{13} | ϖ_{33} | ϖ_{11} | ϖ_{13} | ϖ_{33} |
| 8x8 | | | | 0,0579 | 0,2913 | 0,4654 | | | |
| | | | | Desvio [%] | | | | | |
| | | | | 0 | 0 | 0 | 0,0584 | 0,2829 | 0,4943 |

Nota: $\varpi = \omega \left(\frac{\rho}{E}\right)^{1/2} \left(\frac{a^2}{h}\right) 10^{-2}$ - Ver **Anexo A - EV7**.

Tabela 4.1.2.4 - Resposta dinâmica em vibração de placas isotrópicas CCCC – amostra de resultados.

| L/h | Modelo | ϖ_1 | ϖ_2 | ϖ_3 | ϖ_4 | ϖ_5 |
|-----------|-----------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------|
| 10 | MEF-HSDT - [283] | 3,306 | 6,323 | 6,323 | 8,879 | 10,477 |
| | Q4FSDT [20x20] | 3,313 | 6,367 | 6,367 | 8,913 | 10,638 |
| | Desvio [%] | 0,21 | 0,70 | 0,70 | 0,38 | 1,54 |
| 5 | MEF-HSDT - [283] | 2,72 | 4,786 | 4,786 | 6,451 | 7,384 |
| | Q4FSDT [20x20] | 2,698 | 4,729 | 4,729 | 6,25 | 6,250 |
| | Desvio [%] | 0,81 | 1,19 | 1,19 | 3,12 | 15,36 |

Nota: $\varpi = \omega \times \left(\frac{b^2}{\pi^2}\right) \times \sqrt{(\rho \times h \times D^{-1})}$; $D = (E \times h^3)/(12 \times 1 - \nu^2)$ - Ver **Anexo A - EV8**.

No **EV10**, foi feita uma análise estática de placas considerando material ortotrópico unidirecional (UD), SSSS sujeita a uma carga UDL. O objetivo foi verificar numa primeira instância a consideração de materiais ortotrópicos UD e verificar se o comportamento do modelo numérico baseado na FSDT se mantém face à CPT. Os resultados obtidos são válidos face ao que foi exposto nos estudos anteriores e consideram-se coerentes com os resultados obtidos por [265, p. 660] verificando-se desvios quase nulos (<0,26%). Na Tabela 4.1.2.5, apresenta-se uma amostra dos resultados associados ao **EV10**.

Tabela 4.1.2.5 - Resposta estática de placas ortotrópicas (UD) sujeitas a uma carga UDL – amostra de resultados.

| (L/h=10) Discretização | [265, p. 660] | | | Q4FSDT | [265, p. 660] | | | Q4FSDT |
|--|---------------|--------|------------|--|---------------|--------|------------|-----------------|
| | CPT | Linear | Quadrático | | CPT | Linear | Quadrático | |
| Deslocamento no centro da placa, \bar{w} | | | | Tensão no centro da placa, $\bar{\sigma}_{xx}$ | | | | |
| MEF 8x8 | 1,2123 | | | 7,449 | | | | |
| | 0,9224 | 1,2152 | 1,2147 | Desvio 0 [%] | 7,600 | 7,449 | 7,478 | Desvio 0 [%] |
| Analítico [265, p. 660] | 0,92 | 1,22 | - | 7,60 | 7,51 | - | - | |

Nota: $\bar{w} = w \times 10^3 \times \frac{H}{q_0 a^4}$, $H = D_{12} + 2 \times D_{66}$; $\bar{\sigma}_{xx} = 10 \times \left(\frac{h}{a}\right)^2 \times \frac{1}{q_0} \times \sigma_{xx}(central)$ - Ver Anexo A - EV10.

Nos **EV11** e **EV12**, a análise estática de placas ortotrópicas SSSS foi estendida a laminados do tipo *cross-ply* (simétricos e antissimétricos) e *angle-ply* (simétricos e antissimétricos) respetivamente. As estruturas encontram-se sujeitas a carregamentos UDL e sinusoidais (SDL). Nestes dois estudos, o objetivo foi verificar o comportamento do modelo numérico quando são considerados diversos esquemas de laminação, diversas relações L/h e tipos de cargas.

A partir dos resultados obtidos para o **EV11**, verifica-se novamente o aumento do impacto das deformações associadas ao corte conforme a diminuição da relação L/h – note-se que neste caso o uso de quantidades adimensionais permite expor este fenómeno de uma forma clarificada – e também a diminuição do mesmo conforme o aumento do número de camadas. Também se torna evidente a influência do acoplamento flexão-extensão conforme o grau de ortotropia presente nos laminados, *i.e.*, verifica-se um aumento no deslocamento de [0] para [0/90] e um comportamento muito semelhante entre um [0] e [0/90]₄. O efeito da deformação por corte nas tensões difere conforme as componentes de tensão, verificando-se uma diminuição para as componentes *xx*, *xy*, *xz* e um aumento para *yy* e *yz* para laminados simétricos. No caso de laminados antissimétricos o efeito não apresenta tal sensibilidade.

Os resultados no **EV12** demonstram que o comportamento de laminados *angle-ply* (simétricos e antissimétricos) é similar ao que já foi referido, salientando que neste tipo, as tensões não são sensíveis ao efeito do corte sendo somente o deslocamento transversal. Os resultados obtidos consideram-se coerentes dado que se verificam desvios quase nulos (<1%) entre o Q4FSDT e [3, pp. 385, 387, 405] cujos resultados são analíticos. Também foi realizada uma comparação com uma abordagem numérica de [265, p. 526] com desvios desprezáveis e apresentando novamente o efeito o SL devido ao tipo de integração utilizada. Na Tabela 4.1.2.6, apresenta-se uma amostra dos resultados (deslocamentos) associados ao **EV11**.

As eventuais discrepâncias entre os resultados das tensões associadas às componentes do corte *xz* e *yz*, devem-se à forma de como são obtidas dado que podem ser calculadas através das equações de equilíbrio ou das relações constitutivas sendo os resultados de ambos os métodos diferentes. Segundo [3, p. 388], no caso da componente *xz* as equações de equilíbrio preveem que

o valor máximo de tensão ocorra na linha média de uma placa. Em contrapartida, as equações constitutivas preveem que a tensão máxima ocorra nas camadas exteriores sendo este o método implementado. Na Tabela 4.1.2.7, apresenta-se uma amostra dos resultados (tensões) associados ao EV11.

Tabela 4.1.2.6 - Resposta estática de placas laminadas *cross-ply* simétricas e antissimétricas sujeitas a uma carga SDL: deslocamentos – amostra de resultados.

| | | Deslocamento Transversal Máximo, \bar{w} | | | |
|-----|--------------|--|---------------------------------------|-----------------------------|--------------------------|
| L/h | Carregamento | Empilhamento Antissimétrico | | Empilhamento Antissimétrico | |
| | | [3, p. 387] | [0/90] ₄ Q4FSDT [20x20] | [3, p. 387] | [0/90] Q4FSDT [20x20] |
| 10 | UDL | 0,966 | 0,966 | 1,9468 | 1,9454 |
| | Desvio [%] | | 0 | | 0,07 |
| | SDL | 0,6216 | 0,6214 | 1,2373 | 1,2359 |
| | Desvio [%] | | 0,03 | | 0,12 |
| 20 | UDL | 0,7776 | 0,7768 | 1,7582 | 1,756 |
| | Desvio [%] | | 0,1 | | 0,12 |
| | SDL | 0,4913 | 0,4906 | 1,107 | 1,1051 |
| | Desvio [%] | | 0,14 | | 0,17 |
| 100 | UDL | 0,7175 | 0,7165 | 1,698 | 1,6955 |
| | Desvio [%] | | 0,14 | | 0,15 |
| | SDL | 0,4496 | 0,4488 | 1,0653 | 1,0632 |
| | Desvio [%] | | 0,18 | | 0,2 |
| CPT | UDL | | 0,715 | | 1,6955 |
| | SDL | | 0,4479 | | 1,0636 |

Nota: $\bar{w} = w \left(\frac{E_2 h^3}{b^4 q_0} \right)$ - Ver Anexo A - EV11.

Tabela 4.1.2.7 - Resposta estática de placas laminadas *cross-ply* simétricas e antissimétricas sujeitas a uma carga SDL: tensões – amostra de resultados.

| L/h | Empilhamento | Referência | $\bar{\sigma}_{xx}$ | $\bar{\sigma}_{yy}$ | $\bar{\sigma}_{xy}$ | $\bar{\sigma}_{xz}$ | $\bar{\sigma}_{yz}$ |
|-----|---------------------|---------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 10 | [0/90/90/0] | [3, p. 385] | 0,4989 | 0,3614 | 0,0241 | 0,4165 | 0,1292 |
| | | Q4FSDT | 0,4967 | 0,3605 | 0,0241 | 0,4138 | 0,1285 |
| | Desvio [%] | | 0,44 | 0,25 | 0 | 0,65 | 0,54 |
| | [0/90] ₄ | [3, p. 387] | 0,495 | 0,495 | 0,0221 | 0,2728 | 0,2728 |
| | Q4FSDT | 0,493 | 0,493 | 0,0219 | 0,2712 | 0,2712 | |
| | Desvio [%] | | 0,40 | 0,40 | 0,90 | 0,59 | 0,59 |
| 20 | [0/90/90/0] | [3, p. 385] | 0,5273 | 0,2956 | 0,0221 | 0,437 | 0,1087 |
| | | Q4FSDT | 0,5252 | 0,2946 | 0,022 | 0,4343 | 0,1081 |
| | Desvio [%] | | 0,40 | 0,34 | 0,45 | 0,62 | 0,55 |
| | [0/90] ₄ | [3, p. 387] | 0,495 | 0,495 | 0,0221 | 0,2728 | 0,2728 |
| | Q4FSDT | 0,493 | 0,493 | 0,0219 | 0,2712 | 0,2712 | |
| | Desvio [%] | | 0,40 | 0,40 | 0,90 | 0,59 | 0,59 |
| 100 | [0/90/90/0] | [3, p. 385] | 0,5382 | 0,2704 | 0,0213 | 0,4448 | 0,1008 |
| | | Q4FSDT | 0,5361 | 0,2694 | 0,0211 | 0,4421 | 0,1002 |
| | Desvio [%] | | 0,39 | 0,37 | 0,94 | 0,61 | 0,6 |
| | [0/90] ₄ | [3, p. 387] | 0,495 | 0,495 | 0,0221 | 0,2728 | 0,2728 |
| | Q4FSDT | 0,493 | 0,493 | 0,0219 | 0,2712 | 0,2712 | |
| | Desvio [%] | | 0,40 | 0,40 | 0,90 | 0,59 | 0,59 |
| CPT | [0/90/90/0] | [3, p. 385] | 0,5387 | 0,2694 | 0,0213 | 0,3393 | 0,1382 |
| | [0/90] ₄ | [3, p. 387] | 0,7496 | 0,7496 | 0,0391 | - | - |

Nota: $\bar{\sigma}_{xx} = \sigma_{xx} \left(\frac{h^2}{b^2 q_0} \right)$; $\bar{\sigma}_{yy} = \sigma_{yy} \left(\frac{h^2}{b^2 q_0} \right)$; $\bar{\sigma}_{xy} = \sigma_{xy} \left(\frac{h^2}{b^2 q_0} \right)$; $\bar{\sigma}_{xz} = \sigma_{xz} \left(\frac{h}{b q_0} \right)$; $\bar{\sigma}_{yz} = \sigma_{yz} \left(\frac{h}{b q_0} \right)$ - Ver EV11.

Durante a execução destes estudos, foi verificado um aspeto importante relativamente às CFs SSSS implementadas, tal como exposto por [266, p. 75]. Segundo o autor, devido aos acoplamentos flexão-extensão ($B_{11} \neq 0$ para *cross-ply* antissimétrico e $B_{16} \neq 0$ para *angle-ply* antissimétrico), o uso de CFs SSSS apropriadas é muito importante e diferem entre os esquemas de laminação utilizados. Conforme a exposto na Figura 4.1.2.1, nos laminados antissimétricos o tipo SS-1 deve ser utilizado para *cross-ply* e SS-2 para o *angle-ply*. De acordo com [266, p. 76], com o aumento do número de camadas os acoplamentos flexão-extensão B_{ij} diminuem e ambas as CFs SS-1 e SS-2 produzem resultados muito próximos.

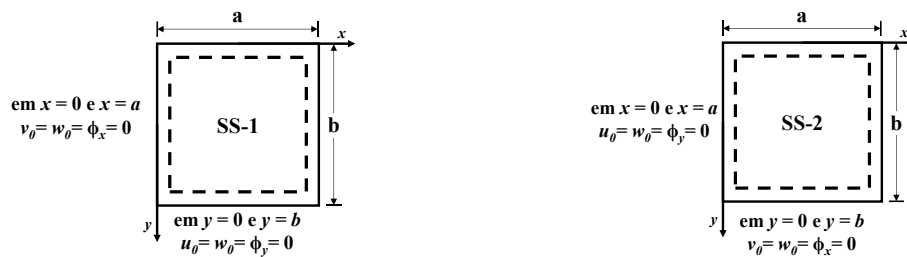


Figura 4.1.2.1 - Condições de fronteira (SSSS) para laminados: (a) SS-1; (b) SS-2. Adaptado de [3, pp. 299, 379].

No **EV13**, foi executada uma análise estática considerando laminados simétricos *angle-ply* compostos por um material ortotrópico com diversos graus de ortotropia, sujeitos a uma carga UDL e considerando a estrutura SSSS, SSSC, SSCC e SSFF. O objetivo foi verificar as diversas condições de fronteira e a influência do grau de ortotropia no laminado. Os resultados obtidos indicam que quantos mais Gdl forem suprimidos pelas CFs, menor será o deslocamento transversal máximo e menor será a sensibilidade à variação do grau de ortotropia (E_1/E_2). Os resultados obtidos consideram-se coerentes dado que se verificam desvios baixos (<1,5%) entre o Q4FSDT e [3, p. 426]. Na Tabela 4.1.2.8, apresenta-se uma amostra dos resultados associados ao **EV13**.

Tabela 4.1.2.8 - Resposta estática de placas laminadas *angle-ply* sujeita a UDL: deslocamentos – amostra de resultados.

| Deslocamento Transversal Máximo \bar{w} – <i>angle-ply</i> : [45/-45/45/-45] | | | | | |
|--|-----------------------|---------------|--------------|--------------|--------------|
| CFs | E_1/E_2 | 2 | 10 | 20 | 30 |
| SSCC | [3, p. 426] | 1,753 | 0,771 | 0,518 | 0,417 |
| | Q4FSDT [20x20] | 1,749 | 0,771 | 0,518 | 0,418 |
| | Desvio [%] | 0,23 | 0 | 0 | 0,24 |
| SSFF | [3, p. 426] | 10,735 | 6,049 | 4,284 | 3,422 |
| | Q4FSDT [20x20] | 10,690 | 6,017 | 4,258 | 3,398 |
| | Desvio [%] | 0,42 | 0,53 | 0,61 | 0,70 |

Nota: $\bar{w} = w(E_2 h^3 / b^4 q_0)$ - Ver **Anexo A - EV13**.

Nos **EV14** e **EV15**, são feitas análises dinâmicas em vibração livre de placas laminadas *cross-ply* e *angle-ply*, antissimétricas e SSSS. No **EV14**, o objetivo foi verificar o comportamento da frequência fundamental conforme o aumento do número de camadas juntamente com a variação do L/h comparando com um método analítico FSDT e um modelo numérico semelhante.

A seleção de um modelo de discretização mais refinado que o da referência é propositado, demonstrando uma convergência de valores para a solução analítica FSDT. Os resultados indicam um aumento do desvio do modelo numérico face ao analítico com a diminuição da relação L/h e simultaneamente uma diminuição com o aumento do número de camadas. Note-se que para **EV15**, ocorre o inverso. Também se verifica o anteriormente exposto face à comparação entre a CPT, FSDT e HSDT. Os resultados obtidos consideram-se coerentes dado que se verificam desvios quase nulos (<1%) entre o Q4FSDT e [266, pp. 77–78]. Na Tabela 4.1.2.9, apresenta-se uma amostra dos resultados associados ao **EV14**.

Tabela 4.1.2.9 – Resposta dinâmica de diversos empilhamentos em placas ortotrópicas *cross-ply* em vibração livre - amostra de resultados.

| Empilhamento: [0/90/...] | | MEF [266, p. 77] | | Q4FSDT | Analítico [266, p. 77] |
|---|------------|---------------------|---------------|---------------|---------------------------|
| Frequência fundamental, $\bar{\omega}_{11}$ | | Discretização | | | |
| N Camadas | L/h | 4x4 | 8x8 | 20x20 | - |
| 2 | 100 | 14,358 | 11,517 | 11,333 | 11,3 |
| | Desvio [%] | | | 0,29 | |
| | 10 | 10,777 | 10,648 | 10,501 | 10,568 |
| | Desvio [%] | | | 0,64 | |
| 5 | 9,21 | 8,941 | 8,851 | 9,087 | |
| Desvio [%] | | | 2,6 | | |
| 10 | 100 | 20,88 | 18,968 | 18,667 | 18,61 |
| | Desvio [%] | | | 0,31 | |
| | 10 | 15,911 | 15,996 | 15,814 | 15,77 |
| | Desvio [%] | | | 0,28 | |
| 5 | 11,716 | 11,732 | 11,658 | 11,673 | |
| Desvio [%] | | | 0,13 | | |

Nota: $\bar{\omega} = \omega \times L^2 \times (\sqrt{\rho/E_2})/h$ - Ver **Anexo A - EV14**.

No **EV16**, foi realizada uma análise dinâmica em vibração livre de placas laminadas *angle-ply* antissimétricas com diversos números de camadas e diversas CFs: SSSS, SSSC, SSCC, SSFF. O objetivo foi verificar as diversas condições de fronteira em função do número de camadas avaliando o comportamento do modelo quando considerados diversos ângulos de laminação. Os resultados vão de encontro ao esperado relativamente à frequência fundamental uma vez que aumentam conforme o número de camadas e conforme o aumento da restrição dos Gdl. Também se verifica uma similaridade nos laminados com ângulos de 30° e 60°. Os resultados obtidos consideram-se coerentes verificando-se desvios quase nulos (<1%) entre o Q4FSDT e [284].

No **EV17**, foi elaborada uma análise preliminar à implementação da abordagem baseada nos invariantes e no *trace* antes de se implementar os laminados DD. O objetivo foi verificar as propriedades mecânicas de 3 CFRP, os respetivos invariantes e também ambos normalizados pelo *trace*. De acordo com [178, p. 18], foi considerada a CPT considerando-se um $K_s = I$ sendo os CFRP considerados: IM6-Epoxy, T300-F934 e T700-Cply55. Os pressupostos assumidos na abordagem pelo *trace* são verificados uma vez que tanto o cálculo do Tr^* através dos coeficientes Q^*_{ij} como através dos U^*_i igualam a unidade. Os resultados obtidos consideram-se coerentes dado

que se verificam desvios nulos (0%) entre o Q4FSDT e [178, p. 18]. Na Tabela 4.1.2.10, apresenta-se uma amostra dos resultados associados ao EV17.

Nos EV18, EV19 e EV20 foram executadas verificações referentes às substituições de diversos laminados por DD. A principal vantagem verificada nesta instância é a homogeneização ($[A]^* = [D]^*$) e a simplificação do esquema de laminação. No EV18, foi verificada a proposta de substituição de um laminado QUAD convencional em IM6/Epoxy com o esquema de laminação $[0_3/45/90_2/-45_3/0/-45/45_2/90/45/-45/0/45]_{2S}$ com uma espessura total de 9mm por um DD. Os resultados obtidos para as matrizes $[A]^*$, $[B]^*$ e D^* do laminado QUAD demonstram a sua falta homogeneidade dado que $[A]^* \neq [D]^*$. O laminado DD substitutivo é um substituto exato quer considerando a substituição para $[A]^*$ ($\pm 62, \pm 20$) ou para $[D]^*$ ($\pm 61, \pm 14$) com um $rT=18$. A rigidez do laminado DD é pelo menos, igual ou superior ao QUAD. Na Tabela 4.1.2.11 e na Tabela 4.1.2.12, apresentam-se os resultados associados ao EV14.

Tabela 4.1.2.10 - Propriedades do material e Invariantes: normalizados pelo *trace* - amostra de resultados

| Referência. (GPa) | E ₁ | E ₂ | G ₁₂ | ν | Q ₁₁ | Q ₂₂ | Q ₁₂ | Q ₆₆ | Tr | Q* ₁₁ | Q* ₂₂ | Q* ₁₂ | Q* ₆₆ | Tr* | |
|-------------------|----------------|----------------|-----------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|--------------|----------|
| [178, p. 18] | | | | | 204 | 11,26 | 3,6 | 8,4 | 232 | 0,789 | 0,049 | 0,016 | 0,036 | 1 | |
| Q4FSDT | IM6/Ep. | 203 | 11,2 | 8,4 | 0,32 | 204 | 11,26 | 3,6 | 8,4 | 232 | 0,789 | 0,049 | 0,016 | 0,036 | 1 |
| Desvio[%] | | | | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| Referência. | U ₁ | U ₂ | U ₃ | U ₄ | U ₅ | Tr | U ₁ | U ₂ | U ₃ | U ₄ | U ₅ | Tr* | | | |
| [178, p. 18] | 85,88 | 96,44 | 21,83 | 25,43 | 30,23 | 232 | 0,37 | 0,415 | 0,094 | 0,11 | 0,13 | 1 | | | |
| Q4FSDT | IM6/Ep. | 85,88 | 96,44 | 21,83 | 25,43 | 30,23 | 232 | 0,37 | 0,415 | 0,094 | 0,11 | 0,13 | 1 | | |
| Desvio[%] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | | |

Tabela 4.1.2.11 - Laminado DD equivalente ao QUAD convencional em $[A]^*$.

| Laminado DD equivalente em $[A]^*$ | Φ | Ψ | | rT | |
|------------------------------------|--------------|-------------|--------------|------------|------|
| | | 62° | 20° | 18 | |
| Referência (GPa) | $[A]^*$ QUAD | $[A]^*$ DD | $[D]^*$ QUAD | $[D]^*$ DD | |
| [178, p. 255] | 11 | 94,2 | 94,2 | 104,6 | 94,2 |
| Q4FSDT | | 94,2 | 94,2 | 104,6 | 94,2 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 22 | 72,7 | 72,7 | 70,3 | 72,7 |
| Q4FSDT | | 72,7 | 72,7 | 70,3 | 72,7 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 21 | 27,9 | 27,9 | 23,9 | 27,9 |
| Q4FSDT | | 27,9 | 27,9 | 23,9 | 27,9 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 66 | 32,7 | 32,7 | 28,7 | 32,7 |
| Q4FSDT | | 32,7 | 32,7 | 28,7 | 32,7 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 61 | 0 | 0 | -1,8 | 0 |
| Q4FSDT | | 0 | 0 | -1,8 | 0 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 62 | 0 | 0 | -1,8 | 0 |
| Q4FSDT | | 0 | 0 | -1,8 | 0 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |

Tabela 4.1.2.12 - Laminado DD equivalente ao QUAD convencional em [D]*.

| Laminado DD equivalente em [D]* | | Φ 61° | Ψ 14° | rT 18 | |
|------------------------------------|-------|---------------|---------------|--------------|--------------|
| Referência | (GPa) | [A]* QUAD | [A]* DD | [D]* QUAD | [D]* DD |
| [178, p. 255] | 11 | 94,2 | 104,6 | 104,6 | 104,6 |
| Q4FSDT | | 94,2 | 104,6 | 104,6 | 104,6 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 22 | 72,7 | 70,3 | 70,3 | 70,3 |
| Q4FSDT | | 72,7 | 70,3 | 70,3 | 70,3 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 21 | 27,9 | 23,9 | 23,9 | 23,9 |
| Q4FSDT | | 27,9 | 23,9 | 23,9 | 23,9 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 66 | 32,7 | 28,7 | 28,7 | 28,7 |
| Q4FSDT | | 32,7 | 28,7 | 28,7 | 28,7 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 61 | 0 | 0 | -1,8 | 0 |
| Q4FSDT | | 0 | 0 | -1,8 | 0 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 62 | 0 | 0 | -1,8 | 0 |
| Q4FSDT | | 0 | 0 | -1,8 | 0 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |

No **EV19**, foi verificada a proposta de substituição de um laminado não-convencional em IM7/977 com o esquema de laminação [73,8/-34,4/42,8/-54,3/-43,7/-34,8/32,5/83/-9,4/-9,1/7,7/32,6]_{2s} e uma espessura total de 6 mm por um DD. Novamente, os substitutos DD são exatos quer para [A]* (± 57 , ± 17) ou [D]* (± 61 , ± 25) com um rT=12. Neste exemplo, são clarificadas as vantagens da simplificação do esquema de laminação, a possível otimização do método de fabrico, o ganho da homogeneização dos DD face ao laminado não-convencional e verificada a possibilidade de substituição por DD de outro tipo de laminados que não QUAD.

No **EV20**, foi verificada a proposta de substituição de um laminado “duro” (*hard laminate*) em IM7/977 com o esquema de laminação [5_s/45/-45₃/12]_s por um DD. Neste caso, os DD substitutos são aproximados, uma vez que a percentagem de camadas com orientação de 5° é igual a 50%. Segundo [178, p. 258] e como já foi oportunamente referido, para que existam soluções reais das funções utilizadas para obter os ângulos Φ e Ψ , é necessário que o valor do cosseno esteja entre [-1 e 1]. Estes valores estão relacionados com as propriedades materiais já mencionadas V^*_1 e V^*_2 e apesar de não serem apresentados, é possível visualizar o domínio dos DD e outros laminados através dos *lamination parameter plots* ([178, Ch. 2.6-2.7]). No entanto, é possível obter soluções aproximadas para [0/ $\pm\Phi$] e [90/ $\pm\Phi$] e não existindo um substituto exato, é utilizado um método gráfico para determinar o respetivo ângulo Φ . Os laminados DD obtidos são [$\pm 36,5$; 0] e [± 39 ; 0] para [A]* e [D]* respetivamente e ambos com um rT=5. Ao contrário do laminado “duro”, ambos os DD são novamente homogêneos e com uma rigidez pelo menos igual ou superior. Os resultados obtidos para os **EV18**, **EV19** e **EV20** consideram-se coerentes dado que se verificam desvios nulos (0%) entre o Q4FSDT e [178, pp. 255–259]. Na Tabela

4.1.2.13, apresenta-se uma amostra dos resultados associados ao **EV20** e na Figura 4.1.2.2, apresenta-se o gráfico de variação das componentes de rigidez conforme Φ do DD e do laminado duro.

Tabela 4.1.2.13 - Laminado DD equivalente em [D]* ao laminado duro – amostra de resultados.

| Laminado DD equivalente em [D]* | $\Phi=39$ | $\Psi=0$ | $rT=5$ |
|---------------------------------|-----------|--------------------|--------------|
| Referência | (GPa) | [D]* Laminado Duro | [D]* DD |
| Q4FSDT | 11 | 136,6 | 136,5 |
| | 22 | 30,2 | 26,5 |
| | 21 | 30,0 | 30,04 |
| | 66 | 21,2 | 23,1 |
| | 61 | 1,73 | 0 |
| | 62 | -8,3 | 0 |

No **EV21**, foi verificada a referida homogeneização em laminados DD sendo o seu objetivo demonstrar que a homogeneização é o elemento-chave no contexto dos DD. O laminado considerado é um DD – Stagg1 [$\pm 64, \pm 14$] em IM6/Epoxy. O critério de homogeneização é definido conforme (4.1.1) e a evolução da matriz ABD conforme o aumento do parâmetro de repetição (rT) é definido conforme (4.1.2) [176]. Os resultados obtidos consideram-se coerentes uma vez que verificam os pressupostos definidos e os efeitos de acoplamento indesejados diminuem de acordo do parâmetro de repetição conforme exposto por [176]. Na Tabela 4.1.2.14 e na Tabela 4.1.2.15, apresentam-se os resultados associados ao **EV21**. O Fator apresentado nestas tabelas pode ser obtido através do respetivo cálculo de $1/rT$ e $1/rT^2$ em que se considera o respetivo número de repetições – conforme previsto por [176] – ou pelo cálculo entre $(A_{ij,rT}^{**} / A_{ij,rT=1}^{**})$, $(B_{ij,rT}^{**} / B_{ij,rT=1}^{**})$ e $(D_{ij,rT}^{**} / D_{ij,rT=1}^{**})$. Na Figura 4.1.2.3, apresenta-se uma representação gráfica da evolução dos respetivos fatores, $1/rT$ e $1/rT^2$ em função de rT .

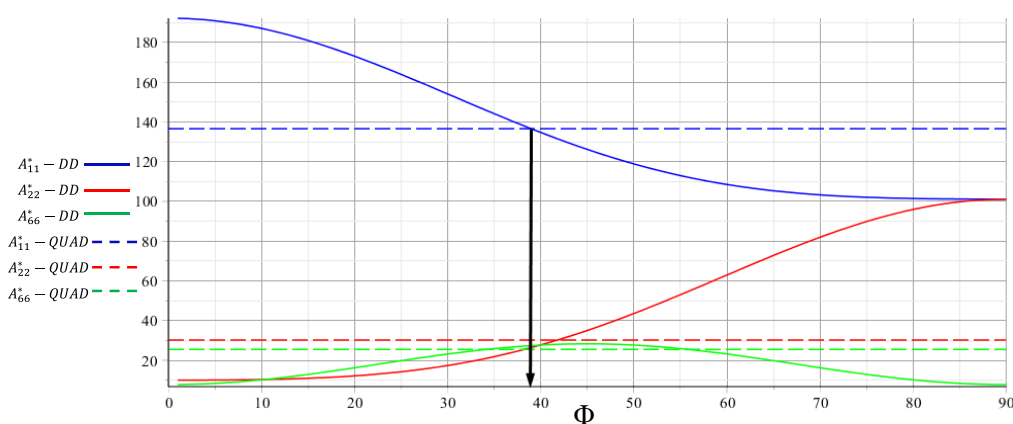


Figura 4.1.2.2 - Gráfico da variação das componentes de rigidez do DD conforme Φ e as respetivas componentes de rigidez do laminado duro – (GPa).

$$\lim_{rT \rightarrow \infty} \left(\frac{[A]}{h_{lam}} - \frac{[D]}{(h_{lam}^3)/12} \right) = [0]; \quad \lim_{rT \rightarrow \infty} ([B]) = [0] \quad (4.1.1)$$

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & & f(1/rT) & f(1/rT) & f(1/rT) \\ \cdot & \cdot & & f(1/rT) & f(1/rT) & f(1/rT) \\ & & \cdot & f(1/rT) & f(1/rT) & f(1/rT) \\ f(1/rT) & f(1/rT) & f(1/rT) & \cdot & \cdot & f(1/rT^2) \\ f(1/rT) & f(1/rT) & f(1/rT) & \cdot & \cdot & f(1/rT^2) \\ f(1/rT) & f(1/r) & f(1/rT) & f(1/rT^2) & f(1/rT^2) & \cdot \end{bmatrix} \quad (4.1.2)$$

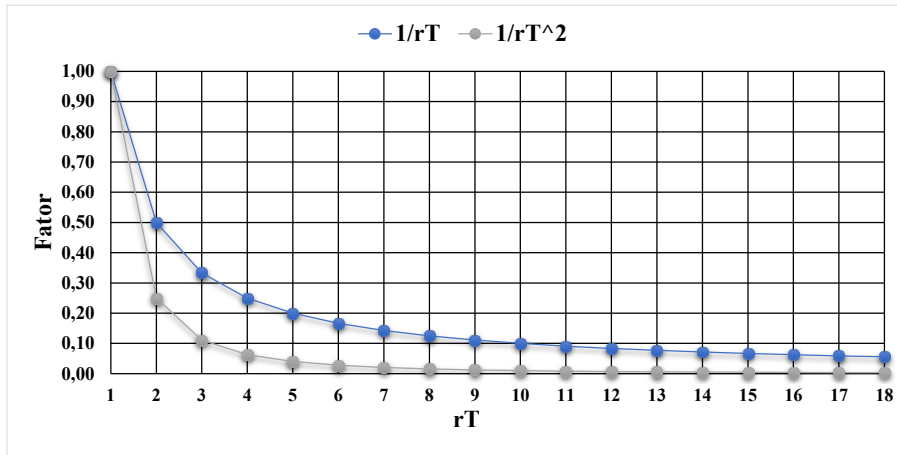


Figura 4.1.2.3 - Representação gráfica da evolução dos respectivos fatores, $1/rT$ e $1/rT^2$ em função de rT .

Tabela 4.1.2.14 - Evolução das componentes da matriz [B] normalizadas em espessura e pelo *trace*.

| rT | B_{11}^{**} | B_{12}^{**} | B_{22}^{**} | B_{16}^{**} | B_{26}^{**} | B_{66}^{**} |
|-------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | 19,8797 | -2,7528 | -14,3741 | 4,7223 | -14,0339 | -2,7528 |
| 2 | 9,9398 | -1,3764 | -7,1871 | 2,3611 | -7,0169 | -1,3764 |
| Fator | | | | 0,50 | | |
| 3 | 6,6266 | -0,9176 | -4,7914 | 1,5741 | -4,6780 | -0,9176 |
| Fator | | | | 0,33 | | |
| 4 | 4,9699 | -0,6882 | -3,5935 | 1,1806 | -3,5085 | 0,6882 |
| Fator | | | | 0,25 | | |
| 18 | 1,1044 | -0,1529 | -0,7986 | 0,2623 | -0,7797 | 0,1529 |
| Fator | | | | 0,06 | | |

Tabela 4.1.2.15 - Evolução das componentes da matriz [D] normalizadas em espessura e pelo *trace*.

| rT | D_{11}^{**} | D_{12}^{**} | D_{22}^{**} | D_{16}^{**} | D_{26}^{**} | D_{66}^{**} |
|-------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | | | | 22,9290 | 24,3165 | |
| 2 | | | | 5,7323 | 6,0791 | |
| Fator | | | | | 0,25 | |
| 3 | | | | 2,5477 | 2,7018 | |
| Fator | 104,5825 | 23,8548 | 70,3336 | | 0,11 | 28,6504 |
| 4 | | | | 1,4331 | 1,5198 | |
| Fator | | | | | 0,06 | |
| 18 | | | | 0,0708 | 0,0751 | |
| Fator | 1 | 1 | 1 | | 0,003 | 1 |

4.1.3 Estruturas com efeito piezoelétrico

Nos **EV22**, **EV23** e **EV24** foram executadas análises estáticas em vigas finas ($L/h \geq 100$), CFFF compostas por duas camadas piezoelétricas – as denominadas estruturas *Bimorph* – quando sujeitas a potenciais elétricos uniformes. O objetivo destes estudos foi realizar uma análise preliminar ao comportamento do modelo quando composto por materiais piezoelétricos no modo de atuador – efeito piezoelétrico inverso.

No **EV22**, verificou-se o modelo comparando com as diversas metodologias (FSDT, HSDT) analíticas e numéricas de [278], [285] obtendo-se resultados coerentes com desvios nulos e aproximadamente nulos para diversas discretizações consideradas. Os deslocamentos obtidos e o tipo de deformação que a viga (*bimorph*-PVDF) reproduz são expectáveis dado que devido ao efeito piezoelétrico inverso, as camadas ativas alteram a forma da estrutura na presença de um potencial elétrico. No **EV23**, o comportamento do modelo é verificado quando a viga (*bimorph*-PVDF) está sujeita a diversos potenciais elétricos e os resultados indicam um comportamento linear, *i.e.*, quanto maior o potencial aplicado maior o deslocamento tal como expectável com desvios baixos (<1%) entre o Q4FSDT e [286]. Na Tabela 4.1.3.1, apresenta-se uma amostra dos resultados associados ao **EV22**.

No **EV24**, o Q4FSDT foi comparado com o MEF-3D de [287] e os resultados obtidos consideram-se coerentes com desvios aceitáveis (<5%). Semelhante à justificação fornecida em [270], é plausível que os resultados do MEF-3D não se aproximem tanto para o presente caso devido à sua baixa eficiência computacional e também quantidade de Gdl por cada nó. A ineficiência computacional decorre da necessidade de utilizar um grande número de elementos para evitar distorções em placas finas. Note-se que o elemento utilizado no respetivo modelo 3D contém 4 Gdl/nó (3 elásticos+1 elétrico) e o Q4FSDT contém 6 Gdl/nó (5 elásticos +1 elétrico).

Tabela 4.1.3.1 - Resposta estática de uma viga *bimorph* no modo atuador (uniforme) – amostra de resultados.

| x (mm) | Referência | Discretização | | | | |
|----------|--------------------------------|---------------------------------------|-----|----------------|------|------|
| | | w_{max} ($\times 10^{-7}$) (m) | 1x5 | 1x10 | 1x15 | 1x20 |
| 20 | Q4FSDT | | | 0,138 | | |
| | [285] — Analítico Q9-FSDT5P | 0,138 | | Desvio [%] = 0 | | |
| 40 | Q4FSDT | | | 0,552 | | |
| | [285] — Analítico Q9-FSDT5P | 0,552 | | Desvio [%] = 0 | | |
| 60 | Q4FSDT | | | 1,240 | | |
| | [285] — Analítico Q9-FSDT5P | 1,24 | | Desvio [%] = 0 | | |
| 80 | Q4FSDT | | | 2,210 | | |
| | [285] — Analítico Q9-FSDT5P | 2,21 | | Desvio [%] = 0 | | |
| 100 | Q4FSDT | | | 3,450 | | |
| | [285] — Analítico Q9-FSDT5P | 3,45 | | Desvio [%] = 0 | | |

No **EV25**, foi realizada uma análise estática em vigas finas ($L/h \geq 100$) *bimorph* em PVDF, CFFF sujeitas a um deslocamento no bordo livre de 10 (mm). O objetivo destes estudos foi realizar uma análise ao comportamento do modelo de vigas *bimorph* no modo de sensor aberto verificando o potencial gerado – efeito piezoelétrico direto. Os resultados obtidos indicam uma variação linear de potencial verificando-se o máximo na extremidade encastrada e o mínimo na extremidade livre onde a carga é aplicada. O modelo Q4FSDT é comparado com os modelos numéricos Q9-FSDT5P e Q9-HSDT11P de [285] que são elementos do tipo placa semelhantes ao modelo atual mas com 9 nós contendo 5 Gdl/nó e 11 Gdl/nó respetivamente. Conforme o que já foi exposto a respeito da comparação entre resultados provenientes das teorias de FSDT e HSDT, os desvios obtidos são considerados aceitáveis ($\leq 7,2\%$). O elemento Q4 regista um potencial gerado superior ao Q9 e isso poderá ser devido ao facto do elemento Q4 ser um elemento mais rígido que o Q9, necessitando assim de uma carga acrescida para gerar o deslocamento de 10 (mm). Os desvios obtidos entre o Q4FSDT e Q9FSDT5P consideram-se coerentes e baixos ($< 2\%$). Na Tabela 4.1.3.2, apresenta-se uma amostra dos resultados associados ao **EV25**.

Tabela 4.1.3.2 - Resposta estática de uma viga *bimorph* no modo sensor (aberto) – amostra de resultados.

| Elemento | Referência | Φ (V) | Discretização [1x5] |
|----------|-----------------|------------|---------------------|
| 1 | Q4FSDT | | 295 |
| | [285] Q9-FSDT5P | 290 | Desvio [%] = 1,72 |
| 2 | Q4FSDT | | 229 |
| | [285] Q9-FSDT5P | 226 | Desvio [%] = 1,33 |
| 3 | Q4FSDT | | 164 |
| | [285] Q9-FSDT5P | 161 | Desvio [%] = 1,86 |
| 4 | Q4FSDT | | 98 |
| | [285] Q9-FSDT5P | 97 | Desvio [%] = 1,03 |
| 5 | Q4FSDT | | 32 |
| | [285] Q9-FSDT5P | 32 | Desvio [%] = 0 |

No **EV26**, foi executada uma análise dinâmica em vibração livre de vigas *bimorph* em PZT-4, espessas ($L/h=10$) e SSFF. O objetivo deste estudo é analisar o comportamento do *bimorph* com circuito aberto e fechado, *i.e.*, analisar o impacto do acoplamento eletromecânico nas frequências naturais da estrutura. De acordo com os resultados obtidos, verifica-se um aumento expectável das frequências naturais da estrutura cuja rigidificação da estrutura é devido à presença do acoplamento eletromecânico. O modelo Q4FSDT é comparado com diversas abordagens apresentadas em [270]: 3DMEF, elemento 2D isoparamétrico com uma aproximação do tipo multicamada para o potencial elétrico e modelos 2D de extensão plana. Os resultados indicam que o modelo 2D de extensão plana é bastante limitado com resultados razoáveis para o segundo modo de vibração ainda que sobrestimados. Os restantes valores consideram-se aceitáveis dadas as diferenças entre os modelos e dado que o Q4FSDT, não considera o efeito do

corde para camadas piezoelétricas, nem foi discretizada cada camada ativa de modo a aproximar os potenciais elétricos ao longo da espessura.

4.1.4 Estruturas com efeito piezoelétrico, piezomagnético e estruturas híbridas

No **EV27**, foi realizada uma análise dinâmica de placas piezoelétricas e piezomagnéticas com três camadas (BBB-BaTiO₃ e FFF- CoFe₂O₄), SSSS e em vibração livre considerando o circuito fechado. O objetivo deste estudo foi verificar o modelo considerando vigas piezoelétricas e piezomagnéticas em vibração livre considerando diversas relações de aspecto. Os resultados obtidos demonstram um comportamento expectável das frequências em função do L/h – aumentam com a diminuição do L/h – e verifica-se valores superiores de frequências para a fase piezomagnética do que para a piezoelétrica, o que é expectável, dado que os coeficientes de rigidez são superiores para o material piezomagnético. O modelo Q4FSDT tem um comportamento semelhante ao modelo ESL-FSDT (analítico) de [219] apresentando valores mais próximos da solução 3D para relações L/h menores. Neste sentido considera-se que os valores obtidos são coerentes dado que os desvios entre o Q4FSDT e ESL-FSDT de [219] variam desde quase nulos a aceitáveis (<0,5% para L/h=40; <2% para L/h=10). Na Tabela 4.1.4.1, apresenta-se uma amostra dos resultados associados ao **EV27**.

Tabela 4.1.4.1 - Resposta dinâmica de placas piezoelétricas e piezomagnéticas em vibração livre - amostra de resultados.

| L/h | Referência | BaTiO ₃ -BaTiO ₃ - BaTiO ₃ | | | | CoFe ₂ O ₄ - CoFe ₂ O ₄ - CoFe ₂ O ₄ | | | |
|------|----------------------|---|---------------|---------------|---------------|--|---------------|---------------|---------------|
| | | Modo $\bar{\omega}$ | | | | Modo $\bar{\omega}$ | | | |
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 40 | [219] ESL-FSDT | 0,0952 | 0,2374 | 0,3787 | 0,4724 | 0,1123 | 0,2798 | 0,4461 | 0,5562 |
| | 3D | 0,0949 | 0,2382 | 0,3772 | 0,4713 | 0,1120 | 0,2788 | 0,4456 | 0,5546 |
| | Q4FSDT[20x20] | 0,0955 | 0,2396 | 0,3825 | 0,4835 | 0,1124 | 0,2818 | 0,4493 | 0,5677 |
| | Desvio [%] | 0,32 | 0,93 | 1,00 | 2,35 | 0,09 | 0,71 | 0,72 | 2,07 |
| 10 | [219] ESL-FSDT | 0,3699 | 0,8862 | 1,3643 | 1,6655 | 0,4335 | 1,0291 | 1,5729 | 1,9121 |
| | 3D | 0,3686 | 0,8733 | 1,3373 | 1,6259 | 0,4327 | 1,0208 | 1,5532 | 1,8850 |
| | Q4FSDT[20x20] | 0,3693 | 0,8853 | 1,3568 | 1,6712 | 0,4313 | 1,0229 | 1,5545 | 1,9050 |
| | Desvio [%] | 0,16 | 0,10 | 0,55 | 0,34 | 0,51 | 0,60 | 1,17 | 0,37 |
| 3,33 | [219] ESL-FSDT | 0,9203 | 1,8908 | 2,6451 | 3,0787 | 1,0421 | 2,0841 | 2,8715 | 3,3183 |
| | 3D | 0,8883 | 1,7842 | 2,4684 | 2,8576 | 1,0229 | 2,0087 | 2,7571 | 3,1805 |
| | Q4FSDT[20x20] | 0,8988 | 1,8211 | 2,4061 | 2,5177 | 1,0103 | 1,9927 | 2,7171 | 2,7626 |
| | Desvio [%] | 2,34 | 3,69 | 9,04 | 18,22 | 3,05 | 4,39 | 5,38 | 16,75 |

Nota: $\bar{\omega} = (\omega \times L) \times (\sqrt{Q_{max}/\rho})$ – Ver **Anexo A - EV27**.

Semelhante ao **EV27**, foi realizada uma análise dinâmica de vibrações livres no **EV28** a placas piezoelétricas e piezomagnéticas, SSSS considerando o circuito aberto e fechado. O objetivo deste estudo foi verificar o comportamento do modelo para os efeitos dos respetivos acoplamentos piezoelétricos e piezomagnéticos em vigas com uma relação L/h = 30. Os

resultados obtidos demonstram um aumento das frequências naturais do material piezomagnético face ao piezoelétrico verificando-se, no entanto, um efeito superior do acoplamento piezoelétrico face ao piezomagnético. Os resultados também demonstram novamente a sobrestimação da rigidez da placa que o modelo Q4FSDT produz face ao HSDT que neste caso é um elemento placa triangular. Na Tabela 4.1.4.2, apresenta-se uma amostra dos resultados associados ao **EV28**.

Tabela 4.1.4.2 - Resposta dinâmica de placas piezoelétricas e piezomagnéticas em vibração livre (modo sensor fechado e aberto) - amostra de resultados.

| Modo (rad/s) | Referência | Elástica | | Magneto-Eletro-Elástica | |
|-----------------|-----------------------|--------------------|----------------------------------|-------------------------|----------------------------------|
| | | BaTiO ₃ | CoFe ₂ O ₄ | BaTiO ₃ | CoFe ₂ O ₄ |
| 1 | [211] MEF-HSDT | 12837,96 | 15166,12 | 12863,98 | 15185,24 |
| | Q4FSDT [20x20] | 13084,07 | 15449,85 | 13117,96 | 15475,71 |
| | Desvio [%] | 1,92 | 1,87 | 1,97 | 1,91 |

No **EV29**, foi feita uma análise estática de placas laminadas híbridas compostas por um substrato ortotrópico do tipo *cross-ply* antissimétrica e uma camada ativa do tipo PFRC em PZT5H-Epoxy (*piezoelectric fiber-reinforced composite*), SSFF sujeita a diversos potenciais elétricos e a uma carga UDL. O objetivo deste estudo foi verificar o comportamento do modelo quanto à inclusão de diversos materiais no respetivo empilhamento, para diversas relações L/h e esforços de diversas naturezas. Os resultados do Q4FSDT apresentam uma correlação razoável ao modelo Q8FSDT de [288] dado que o elemento Q4 é mais rígido que o Q8. Note-se que em nenhum dos casos **EV27** e **EV29** os respetivos autores referem qual o fator de corte considerado, o que pode justificar a presença de desvios ligeiramente superiores aos apresentados nos restantes estudos. Existem dois valores de desvios que sobressaem com valores de 900% e 853% que poderão ser devido a um lapso do próprio autor, dado que não são coerentes com os restantes e a diferença entre ambos é bastante sugestiva sendo num dos casos: 0,0014 e 0,014.

No **EV30**, foi realizada uma análise estática de placas laminadas híbridas simétricas *cross-ply*, SSSS com duas camadas piezoelétricas (isotrópicas), no modo sensor, sujeitas a uma carga mecânica SDL. O objetivo deste estudo foi verificar o comportamento do modelo híbrido no modo sensor para diversas relações L/h. Os resultados obtidos são comparados com um modelo numérico semelhante ao Q4FSDT, mas com um desempenho mais elevado. Segundo [289], baseia-se no elemento ARS-Q12 e utiliza a abordagem *layerwise* para discretizar o potencial em espessura bem como uma abordagem melhorada no cálculo de tensões. Os resultados numéricos obtidos para os deslocamentos consideram-se coerentes e os desvios baixos (<1%). Os desvios para as tensões de corte são superiores, o que é expectável, dado que são obtidas através das equações de equilíbrio 3D e na presente abordagem, através das relações constitutivas. Na Tabela 4.1.4.3, apresenta-se uma amostra dos resultados associados ao **EV30**.

Tabela 4.1.4.3 - Resposta estática de um laminado híbrido simétrico sujeito a SDL (V=0) - amostra de resultados.

| V=0, SDL | | [P/0/90/0/P] | | |
|-----------------------|---------------------|---------------|---------------|---------------|
| Referência | Parâmetro | L/h=10 | L/h=20 | L/h=100 |
| [289] MEF | \bar{w} | 0,669 | 0,4920 | 0,4330 |
| Q4FSDT [20x20] | | 0,6640 | 0,4897 | 0,4323 |
| Desvio [%] | | 0,75 | 0,47 | 0,16 |
| [289] MEF | $\bar{\sigma}_x$ | 0,5140 | 0,5330 | 0,5400 |
| Q4FSDT [20x20] | | 0,5201 | 0,5386 | 0,5451 |
| Desvio [%] | | 1,19 | 1,05 | 0,94 |
| [289] MEF | $\bar{\sigma}_y$ | 0,255 | 0,201 | 0,181 |
| Q4FSDT [20x20] | | 0,2558 | 0,2019 | 0,1820 |
| Desvio [%] | | 0,31 | 0,45 | 0,55 |
| [289] MEF | $\bar{\sigma}_{xy}$ | 0,025 | 0,0222 | 0,0212 |
| Q4FSDT [20x20] | | 0,0251 | 0,0223 | 0,0213 |
| Desvio [%] | | 0,40 | 0,45 | 0,47 |
| [289] MEF | $\bar{\sigma}_{xz}$ | 0,378 | 0,388 | 0,390 |
| Q4FSDT [20x20] | | 0,1662 | 0,1760 | 0,3420 |
| Desvio [%] | | 56,03 | 54,64 | 12,30 |
| [289] MEF | $\bar{\sigma}_{yz}$ | 0,122 | 0,097 | 0,076 |
| Q4FSDT [20x20] | | 0,0914 | 0,0760 | 0,0705 |
| Desvio [%] | | 25,08 | 21,64 | 7,23 |

Nota: $\bar{w} = \frac{100wE_2h^3}{q_0L^4} \left(\frac{L}{2}, \frac{L}{2}, 0 \right)$; $\bar{\sigma}_x = \frac{10\sigma_x h^2}{q_0L^2} \left(\frac{L}{2}, \frac{L}{2}, \pm \frac{h}{2} \right)$; $\bar{\sigma}_y = \frac{10\sigma_y h^2}{q_0L^2} \left(\frac{L}{2}, \frac{L}{2}, \pm \frac{h}{6} \right)$; $\bar{\sigma}_{xy} = \frac{10\sigma_{xy} h^2}{q_0L^2} \left(0, 0, \pm \frac{h}{2} \right)$;
 $\bar{\sigma}_{xz} = \frac{\sigma_{xz} h}{q_0L} \left(0, \frac{L}{2}, 0 \right)$, $\bar{\sigma}_{yz} = \frac{\sigma_{yz} h}{q_0L} \left(\frac{L}{2}, 0, 0 \right)$ - Ver Anexo A - EV30.

No EV31, foi realizada uma análise estática e dinâmica de vigas laminadas do tipo B/F. Para análise estática é considerada uma viga CFFF sujeita a uma carga UDL e na dinâmica as CFs de CFFF e CCFE em vibração livre. O objetivo deste estudo foi verificar o comportamento do modelo para vigas bimorph quanto à inclusão de camadas piezoelétricas e piezomagnéticas em fases separadas.

No caso estático, o Q4FSDT é comparado com um elemento viga 1D baseado na FSDT e os resultados obtidos consideram-se aceitáveis. As diferenças observadas são expectáveis dado que o modelo implementado por [222] apresenta uma taxa de convergência de valores acentuada e difere em diversos aspetos como o tipo de funções interpoladoras utilizadas e o número de graus de liberdade do elemento. Os resultados obtidos para o estudo dinâmico são razoáveis dado que o tipo de elemento utilizado por [208] é um 2D quadrilátero do tipo plano baseado na CBT com 4 graus de liberdade por nó sendo 2 deles elásticos e os outros dois elétricos e magnéticos. As frequências obtidas são inferiores, o que é expectável dado que o Q4FSDT considera os efeitos das deformações de corte transversais e também poderá captar outros modos de vibração. Neste sentido, os resultados para ambos os casos são razoáveis dadas as diferenças dos respetivos modelos. Na Tabela 4.1.4.4 e Tabela 4.1.4.5, apresenta-se uma amostra dos resultados associados ao EV31.

Tabela 4.1.4.4 - Resposta estática de um laminado híbrido MEE do tipo B/F sujeita a uma carga UDL – amostra de resultados.

| SSFF | Discretização | | 1x100 | | | |
|---------------|---------------|--------------|----------------|--------------|----------------------|---------------|
| w_0 (nm) | [222] | 1,173 | ϕ (mV) | 3,945 | ψ (μ A) | -2,828 |
| | Q4FSDT | 1,178 | | 4,023 | | -3,034 |
| | Desvio [%] | 0,43 | | 1,98 | | 7,28 |

Tabela 4.1.4.5 - Resposta dinâmica de laminados híbridos MEE do tipo B/F em vibração livre - amostra de resultados.

| CFs | Modo [Hz] | 1 | 2 | CFs | 1 | 2 |
|------|---------------|---------------|----------------|------|----------------|----------------|
| CFFF | [208] | 188,70 | 1154,65 | CCFF | 1165,07 | 3078,60 |
| | Q4FSDT | 180,59 | 1105,22 | | 1128,87 | 2992,20 |
| | Desvio [%] | 4,30 | 4,28 | | 3,11 | 2,81 |

No **EV32**, foi realizada uma análise dinâmica de placas piezoelétricas e piezomagnéticas com três camadas (F/B/F e B/F/B), SSSS e em vibração livre considerando o circuito fechado. O objetivo deste estudo foi verificar o modelo considerando vigas piezoelétricas e piezomagnéticas híbridas em vibração livre considerando diversas relações de aspecto. De modo semelhante ao **EV27**, os resultados obtidos demonstram um comportamento expectável das frequências em função do L/h e valores superiores de frequências para a fase piezomagnética do que para a piezoelétrica. Os desvios obtidos consideram-se aceitáveis e na Tabela 4.1.4.6, apresenta-se uma amostra dos resultados associados ao **EV32**.

Tabela 4.1.4.6 - Resposta dinâmica de placas piezoelétricas e piezomagnéticas híbridas (F/B/F e B/F/B) em vibração livre - amostra de resultados.

| L/h | Referência | CoFe ₂ O ₄ - BaTiO ₃ - CoFe ₂ O ₄ | | | | BaTiO ₃ - CoFe ₂ O ₄ - BaTiO ₃ | | | |
|-----|----------------------|--|---------------|---------------|---------------|--|---------------|---------------|---------------|
| | | Modo $\bar{\omega}$ | | | | Modo $\bar{\omega}$ | | | |
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 40 | [219] ESL-FSDT | 0,1102 | 0,2745 | 0,4375 | 0,5456 | 0,0971 | 0,2421 | 0,3861 | 0,4817 |
| | 3D | 0,1099 | 0,2746 | 0,4371 | 0,544 | 0,0971 | 0,2425 | 0,3858 | 0,4820 |
| | Q4FSDT[20x20] | 0,1118 | 0,2803 | 0,4470 | 0,5648 | 0,0962 | 0,2414 | 0,3852 | 0,4870 |
| | Desvio [%] | 1,47 | 2,12 | 2,16 | 3,51 | 0,94 | 0,31 | 0,24 | 1,10 |
| 20 | [219] ESL-FSDT | 0,2188 | 0,5390 | 0,8504 | 1,0533 | 0,1931 | 0,4768 | 0,7538 | 0,9351 |
| | 3D | 0,2190 | 0,5376 | 0,8455 | 1,0465 | 0,1933 | 0,4756 | 0,7514 | 0,9310 |
| | Q4FSDT[20x20] | 0,2217 | 0,5487 | 0,8643 | 1,0831 | 0,1910 | 0,4745 | 0,7498 | 0,9416 |
| | Desvio [%] | 1,32 | 1,80 | 1,64 | 2,83 | 1,17 | 0,24 | 0,21 | 1,14 |

Nota: $\bar{\omega} = (\omega \times L) \times (\sqrt{Q_{max}/\rho})$ – Ver Anexo A - EV32.

Na próxima secção são apresentados e analisados os Estudos Paramétricos realizados ao longo da presente dissertação que se encontram integralmente expostos no **Anexo B**.

4.2 Estudos Paramétricos

4.2.1 Introdução aos estudos paramétricos

Os Estudos Paramétricos (EPs) têm como finalidade aprofundar o estudo dos modelos considerados neste trabalho bem como a utilização da aplicação desenvolvida refletindo o comportamento das diversas estruturas consideradas. O conjunto de estudos desenvolvidos permitiu estudar de uma forma sistemática o comportamento dos diferentes campos considerados – elástico, elétrico e magnético – sendo na sua totalidade desenvolvidos um total de 9 EPs. Este tipo de análise consiste na seleção e perturbação de um ou diversos parâmetros de projeto com o objetivo de avaliar e explorar o comportamento e impacto na respetiva estrutura.

Da Tabela 4.2.1.1, até à Tabela 4.2.1.4, apresentam-se as características dos materiais utilizados nos diversos estudos. As propriedades elásticas dos diversos CFRP considerados, são calculadas a partir de bases de dados fornecidas pelo Professor Stephen W. Tsai e respetiva equipa.

Analogamente aos Estudos de Verificação, apenas são apresentadas amostras dos resultados sendo complementadas por diversas representações gráficas. Por serem casos próprios, as características dos estudos são apresentadas em maior detalhe. Além disso, as tabelas apresentam estilos de formatação condicional (coloração) de modo a auxiliar a visualização dos resultados obtidos. Assim, no gradiente de cores verde-vermelho, a cor verde corresponde a valores menores e o vermelho a valores superiores, dando desse modo uma ideia da evolução da grandeza em causa.

Tabela 4.2.1.1 – Propriedades elásticas e piezoelétricas (adaptadas das respetivas referências) dos materiais considerados nos estudos paramétricos.

| Propriedade | PVDF(1) [278] | PVDF(2) [290] | PZT-4 [291] | Gr-Ep [291] | IM6/Epoxy | IM7/977 |
|--|------------------|------------------|----------------|----------------|------------|------------|
| ρ (kg/m ³) | 1800 | 1800 | 7600 | 1578 | 1536 | - |
| Q_{11} (Pa) | 2,0E+9 | 3,8E+9 | 1,3850E+11 | 1,3486E+11 | 2,0742E+11 | 1,9571E+11 |
| Q_{12} (Pa) | 0 | 1,9E+9 | 7,7371E+10 | 5,1582E+9 | 6,9096E+9 | 6,7260E+9 |
| Q_{13} (Pa) | 0 | 1,0E+9 | 7,3643E+10 | 5,1582E+9 | 6,9096E+9 | 6,7260E+9 |
| Q_{22} (Pa) | 2,0E+9 | 3,2E+9 | 1,3850E+11 | 1,4357E+10 | 1,4606E+10 | 1,2989E+10 |
| Q_{23} (Pa) | 0 | 0,9E+9 | 7,3643E+10 | 7,1356E+9 | 6,9867E+9 | 6,2276E+9 |
| Q_{33} (Pa) | 2,0E+9 | 1,2E+9 | 1,1475E+11 | 1,4357E+10 | 1,4606E+10 | 1,2989E+10 |
| Q_{44} (Pa) | 1,0E+9 | 0,7E+9 | 2,5600E+10 | 3,6100E+9 | 3,8095E+9 | 3,3810E+9 |
| Q_{45} (Pa) | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Q_{55} (Pa) | 1,0E+9 | 0,9E+9 | 2,5600E+10 | 5,6500E+9 | 8,4000E+9 | 7,7900E+9 |
| Q_{66} (Pa) | 1,0E+9 | 0,9E+9 | 3,0600E+10 | 5,65E+9 | 8,4000E+9 | 7,7900E+9 |
| ϵ_{11} (10 ⁻⁹ F/m) | 0 | 6,5490E-11 | 1,3060E-8 | 0 | 0 | 0 |
| ϵ_{22} (10 ⁻⁹ F/m) | 0 | 8,2305E-11 | 1,3060E-8 | 0 | 0 | 0 |
| ϵ_{33} (10 ⁻⁹ F/m) | 1,0620E-10 | 6,7260E-11 | 1,1510E-8 | 0 | 0 | 0 |
| e_{31} (C/m ²) | 0,046 | 0,024 | -5,20 | 0 | 0 | 0 |
| e_{32} (C/m ²) | 0,046 | 0,001 | -5,20 | 0 | 0 | 0 |
| e_{33} (C/m ²) | 0,000 | -0,027 | 15,08 | 0 | 0 | 0 |

Tabela 4.2.1.2 - Propriedades elásticas (passivas) dos materiais considerados nos estudos paramétricos (continua na Tabela 4.2.1.3).

| Propriedade | T300/5208 | IM7/MTM45 | T800/Cytec | IM7/8552 | T800S/3900 | T300/F934 |
|----------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Q₁₁ (Pa) | 1,8410E+11 | 1,7844E+11 | 1,6762E+11 | 1,6254E+11 | 1,5445E+11 | 1,5135E+11 |
| Q₁₂ (Pa) | 5,5347E+09 | 5,2059E+09 | 7,0282E+09 | 5,5302E+09 | 5,2222E+09 | 5,5860E+09 |
| Q₁₃ (Pa) | 5,5347E+09 | 5,2059E+09 | 7,0282E+09 | 5,5302E+09 | 5,2222E+09 | 5,5860E+09 |
| Q₂₂ (Pa) | 1,3387E+10 | 1,0677E+10 | 1,1846E+10 | 1,1689E+10 | 1,0702E+10 | 1,2592E+10 |
| Q₂₃ (Pa) | 6,3800E+09 | 5,0986E+09 | 5,7240E+09 | 5,5934E+09 | 5,1233E+09 | 6,0276E+09 |
| Q₃₃ (Pa) | 1,3387E+10 | 1,0677E+10 | 1,1846E+10 | 1,1689E+10 | 1,0702E+10 | 1,2592E+10 |
| Q₄₄ (Pa) | 3,5034E+09 | 2,7891E+09 | 3,0612E+09 | 3,0476E+09 | 2,7891E+09 | 3,2823E+09 |
| Q₄₅ (Pa) | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Q₅₅ (Pa) | 7,1700E+09 | 5,5000E+09 | 5,0000E+09 | 5,5000E+09 | 4,0000E+09 | 4,5500E+09 |
| Q₆₆ (Pa) | 7,1700E+09 | 5,5000E+09 | 5,0000E+09 | 5,5000E+09 | 4,0000E+09 | 4,5500E+09 |

Tabela 4.2.1.3 - Propriedades elásticas (passivas) dos materiais considerados nos estudos paramétricos (continuação da Tabela 4.2.1.2).

| Prop. | T700/ C-Ply64 | AS4/ H3501 | T650/ epoxy | T4708/ MR60H | T700/ 2510 | AS4/ MTM45 | T700/ C-Ply 55 |
|----------------------------|------------------|---------------|----------------|-----------------|---------------|---------------|-------------------|
| Q₁₁ (Pa) | 1,4423E+11 | 1,4111E+11 | 1,4273E+11 | 1,4545E+11 | 1,2912E+11 | 1,2975E+11 | 1,2378E+11 |
| Q₁₂ (Pa) | 5,3848E+09 | 5,1861E+09 | 5,8278E+09 | 5,0728E+09 | 5,0349E+09 | 4,5859E+09 | 4,6323E+09 |
| Q₁₃ (Pa) | 5,3848E+09 | 5,1861E+09 | 5,8278E+09 | 5,0728E+09 | 5,0349E+09 | 4,5859E+09 | 4,6323E+09 |
| Q₂₂ (Pa) | 1,2138E+10 | 1,1691E+10 | 1,2303E+10 | 1,0086E+10 | 1,0978E+10 | 1,0340E+10 | 1,0442E+10 |
| Q₂₃ (Pa) | 5,8114E+09 | 5,5958E+09 | 5,9086E+09 | 4,8341E+09 | 5,2637E+09 | 4,9459E+09 | 4,9994E+09 |
| Q₃₃ (Pa) | 1,2138E+10 | 1,1691E+10 | 1,2303E+10 | 1,0086E+10 | 1,0978E+10 | 1,0340E+10 | 1,0442E+10 |
| Q₄₄ (Pa) | 3,1633E+09 | 3,0476E+09 | 3,1973E+09 | 2,6259E+09 | 2,8571E+09 | 2,6973E+09 | 2,7211E+09 |
| Q₄₅ (Pa) | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Q₅₅ (Pa) | 5,8000E+09 | 7,1000E+09 | 5,5000E+09 | 3,8000E+09 | 4,2000E+09 | 3,6000E+09 | 4,7000E+09 |
| Q₆₆ (Pa) | 5,8000E+09 | 7,1000E+09 | 5,5000E+09 | 3,8000E+09 | 4,2000E+09 | 3,6000E+09 | 4,7000E+09 |

Tabela 4.2.1.4 - Propriedades passivas e ativas dos materiais considerados nos estudos paramétricos (continuação da Tabela 4.2.1.3).

| Propriedade | BaTiO ₃ [196] | CoFe ₂ O ₄ [196] |
|---|-----------------------------|---|
| ρ (kg/m³) | 5800,0 | 5300,0 |
| Q₁₁ = Q₂₂ (10⁹ Pa) | 166,0 | 286,0 |
| Q₁₂ (10⁹ Pa) | 77,0 | 173,0 |
| Q₁₃ = Q₂₃ (10⁹ Pa) | 78,0 | 170,5 |
| Q₃₃ (10⁹ Pa) | 162 | 269,5 |
| Q₄₄ = Q₅₅ (10⁹ Pa) | 43 | 45,3 |
| Q₆₆ (10⁹ Pa) | 44,5 | 56,5 |
| ε₁₁ = ε₂₂ (10⁻⁹ F/m) | 11,2 | 0,08 |
| ε₃₃ (10⁻⁹ F/m) | 12,6 | 0,093 |
| μ₁₁ = μ₂₂ (10⁻⁶ Ns²/C²) | 5,0 | -590,0 |
| μ₃₃ (10⁻⁶ Ns²/C²) | 10,0 | 157,0 |
| m₁₁ = m₂₂ (Ns/VC) | 0 | 0 |
| m₃₃ (Ns/VC) | 0 | 0 |
| e₃₁ = e₃₂ (C/m²) | -4,4 | 0 |
| e₃₃ (C/m²) | 18,6 | 0 |
| e₁₅ = e₂₄ (C/m²) | 11,6 | 0 |
| q₃₁ = q₃₂ (N/Am) | 0 | 580,3 |
| q₃₃ (N/Am) | 0 | 699,7 |
| q₁₅ = q₂₄ (N/Am) | 0 | 550,0 |

4.2.2 Estudo Paramétrico 1 e 2: Vigas e Placas *bimorph*

Os estudos paramétricos iniciam-se com o **EP1** e **EP2**, onde são analisadas vigas e placas do tipo *bimorph* no modo atuador e sensor respetivamente. No **EP1**, foram analisadas vigas com um comprimento $L=100E-3$ (m), largura $b=5E-3$ (m) e com uma espessura por camada de $h_{camada}=1/2000$ (m). O material constituinte do *bimorph* é PVDF(1) para o primeiro caso, PVDF(2) para os restantes e ainda um *bimorph* híbrido constituído por PVDF(2) e PZT-4. Os potenciais aplicados são: 1 (V), 2 (V), 5 (V), 10 (V), 20 (V), 50 (V) e 100 (V); as condições de fronteira aplicadas são: CFFF, CCFF, CSFF, CSCFF, CSFFF e CFFF. A discretização considerada para as vigas é de $[1 \times 20]$ e o objetivo deste estudo foi analisar o comportamento em modo atuador do *bimorph* quando sujeito a diversas condições de fronteira e potenciais aplicados. As respetivas CFs e diversos carregamentos apresentam-se na Figura 4.1.2.1 e Figura 4.2.2.2.

Para o **EP2**, foram utilizadas as mesmas características sendo neste caso aplicadas cargas mecânicas pontuais, UDL e SDL com uma intensidade tal que produzam um deslocamento máximo de 20 (mm) num *bimorph* em PVDF(2) na condição de CFFF. Estas cargas mantiveram-se constantes para as restantes CFs. Além de estruturas do tipo viga, também foram analisadas placas quadradas com $L=b=100E-3$ (m) e com $h_{camada}=1/2000$ (m) sendo a discretização considerada de $[20 \times 20]$.

No **EP1**, verificou-se a linearidade entre o potencial aplicado e a respetiva deformação. Este comportamento linear entre o campo elástico e elétrico é expectável dado que são considerados coeficientes lineares de acoplamento eletromecânico. Os perfis de deslocamentos também são expectáveis, verificando-se as maiores deformações nas regiões com menos Gdl restringidos e deformações superiores para a viga *bimorph* híbrida – dado que os coeficientes do PZT-4 associados ao campo elétrico são superiores ao PVDF(2).

Os resultados do **EP2** também indicaram a linearidade entre o campo elástico-elétrico verificando-se a presença de potenciais elétricos quando a estrutura está sujeita a cargas mecânicas e funciona no modo de sensor aberto. O perfil de potenciais ao longo da viga são o oposto do deslocamento dado que os valores máximos se verificam nas regiões com maior restrição de Gdl, *i.e.*, nos apoios. Também se verificou que o tipo de carga aplicada influencia diretamente o perfil de potenciais ao longo da viga, sendo a diferença entre UDL e SDL expectável dado o seu perfil de carregamento. A linearidade assumida em comprimento também se aplica à distribuição em espessura dos potenciais elétricos. No entanto, através do aumento do número de subcamadas numéricas (1 até 20) verificou-se que a distribuição não é linear – conforme referido por [270]. Assim, a consideração de uma distribuição linear em espessura do potencial poderá conduzir a uma sobreavaliação do mesmo face à não-linear sendo deste modo uma limitação. A análise às placas também permitiu demonstrar a distribuição do potencial ao

longo da largura da viga, verificando-se o pressuposto dos potenciais apresentarem valores superiores nas zonas com maior restrição de Gdl.

Na Tabela 4.2.2.1 e na Tabela 4.2.2.2, apresentam-se amostras dos resultados estáticos e dinâmicos respetivamente. Na Figura 4.2.2.3 e Figura 4.2.2.4, são feitas representações gráficas do perfil de deslocamentos transversais e de potenciais ao longo do comprimento de uma viga. Na Figura 4.2.2.5, apresenta-se a distribuição do potencial elétrico em espessura para uma viga e para uma placa ao longo do seu comprimento e largura para diversas CFs.

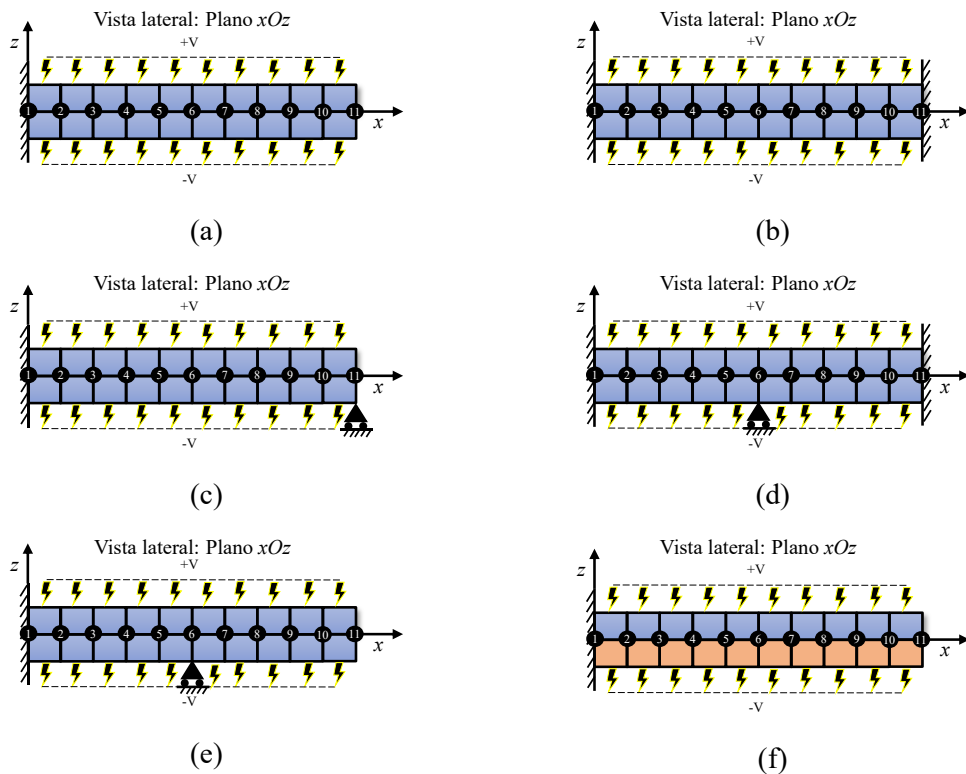


Figura 4.2.2.1 - Representação esquemática das condições de fronteira aplicadas na vista lateral (Plano xOz) com uma discretização de [10x1] Elementos: (a) CFFF; (b) CCFF; (c) (CSFF); (d) (CSCFF); (e) CSFFF; (f) CFFF (PVDF-PZT4).

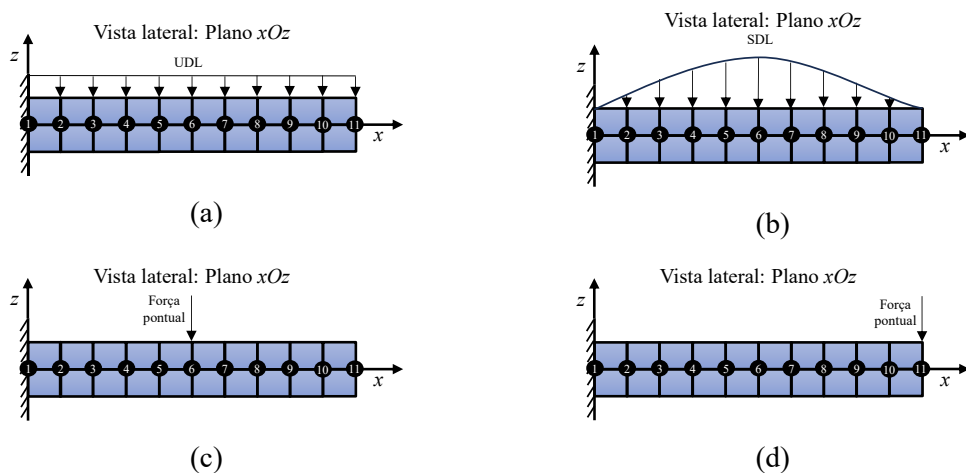


Figura 4.2.2.2 - Representação esquemática na vista lateral (Plano xOz) das condições de fronteira mecânicas aplicadas com uma discretização de [10x1] elementos: CFFF – (a) UDL, (b) SDL, (c) Força pontual central, (D) Força pontual final.

Tabela 4.2.2.1 - Resposta estática da viga bimorph sujeita a uma ddp=100V e diversas condições de fronteira: deslocamento transversal em função do comprimento da viga - amostra de resultados.

| Atuador | CFFF | | CCFF | | CSFF | | CSCFF | | CSFFF | | CFFF | |
|---------|-------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------|-----------|--|
| | 20x1 | Loc. | 100V | | 100V | | 100V | | 100V | | 100V | |
| | | | Bi-PVDF(2) | Bi-PVDF(2) | Bi-PVDF(2) | Bi-PVDF(2) | Bi-PVDF(2) | Bi-PVDF(2) | Bi-PVDF(2) | (PVDF-PZT4) | | |
| Nó | x(m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | |
| 1 | 0 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | |
| 2 | 0,005 | 5,746E-08 | 4,785E-09 | 1,980E-08 | 4,357E-09 | -1,870E-08 | 8,640E-08 | | | | | |
| 3 | 0,01 | 2,287E-07 | 1,312E-08 | 8,324E-08 | 1,137E-08 | -7,434E-08 | 3,360E-07 | | | | | |
| 4 | 0,015 | 5,129E-07 | 1,988E-08 | 1,890E-07 | 1,587E-08 | -1,569E-07 | 7,390E-07 | | | | | |
| 5 | 0,02 | 9,101E-07 | 2,582E-08 | 3,274E-07 | 1,864E-08 | -2,478E-07 | 1,300E-06 | | | | | |
| 6 | 0,025 | 1,420E-06 | 3,084E-08 | 4,900E-07 | 1,956E-08 | -3,300E-07 | 2,020E-06 | | | | | |
| 7 | 0,03 | 2,044E-06 | 3,494E-08 | 6,682E-07 | 1,864E-08 | -3,860E-07 | 2,890E-06 | | | | | |
| 8 | 0,035 | 2,780E-06 | 3,814E-08 | 8,535E-07 | 1,587E-08 | -3,984E-07 | 3,910E-06 | | | | | |
| 9 | 0,04 | 3,629E-06 | 4,042E-08 | 1,037E-06 | 1,137E-08 | -3,499E-07 | 5,100E-06 | | | | | |
| 10 | 0,045 | 4,591E-06 | 4,179E-08 | 1,211E-06 | 4,357E-09 | -2,232E-07 | 6,440E-06 | | | | | |
| 11 | 0,05 | 5,667E-06 | 4,224E-08 | 1,366E-06 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 7,930E-06 | | | | | |
| 12 | 0,055 | 6,855E-06 | 4,179E-08 | 1,494E-06 | 4,357E-09 | 3,340E-07 | 9,590E-06 | | | | | |
| 13 | 0,06 | 8,156E-06 | 4,042E-08 | 1,585E-06 | 1,137E-08 | 7,818E-07 | 1,140E-05 | | | | | |
| 14 | 0,065 | 9,571E-06 | 3,814E-08 | 1,633E-06 | 1,587E-08 | 1,343E-06 | 1,340E-05 | | | | | |
| 15 | 0,07 | 1,110E-05 | 3,494E-08 | 1,627E-06 | 1,864E-08 | 2,016E-06 | 1,550E-05 | | | | | |
| 16 | 0,075 | 1,274E-05 | 3,084E-08 | 1,560E-06 | 1,956E-08 | 2,803E-06 | 1,780E-05 | | | | | |
| 17 | 0,08 | 1,449E-05 | 2,582E-08 | 1,423E-06 | 1,864E-08 | 3,703E-06 | 2,020E-05 | | | | | |
| 18 | 0,085 | 1,636E-05 | 1,988E-08 | 1,207E-06 | 1,587E-08 | 4,716E-06 | 2,280E-05 | | | | | |
| 19 | 0,09 | 1,834E-05 | 1,312E-08 | 9,035E-07 | 1,137E-08 | 5,842E-06 | 2,550E-05 | | | | | |
| 20 | 0,095 | 2,043E-05 | 4,785E-09 | 5,044E-07 | 4,357E-09 | 7,081E-06 | 2,840E-05 | | | | | |
| 21 | 0,1 | 2,264E-05 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 8,433E-06 | 3,150E-05 | | | | | |

Tabela 4.2.2.2 - Resposta estática da viga bimorph sujeita a uma carga UDL e diversas condições de fronteira: potencial gerado em função do comprimento da viga - amostra de resultados.

| Elemento | Sensor UDL | CFFF | | CCFF | | CSFF | | CSFFF | | CSCFF | | CFFF | | |
|----------|------------|-------------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|-----------|----------|
| | | Localização | Bi-PVDF(2) | | Bi-PVDF(2) | | Bi-PVDF(2) | | Bi-PVDF(2) | | Bi-PVDF(2) | | PVDF-PZT4 | |
| | | | x (m) | Voltagem | Voltagem | Voltagem | Voltagem | Voltagem | Voltagem | Voltagem | Voltagem | Voltagem | Voltagem | Voltagem |
| [20x1] | | x (m) | Φ (V) | Φ (V) | Φ (V) | Φ (V) | Φ (V) | Φ (V) | Φ (V) | Φ (V) | Φ (V) | Φ (V) | Φ (V) | |
| 1 | 0,0025 | 863,702 | 130,546 | -55,009 | 27,776 | 201,646 | 1363,411 | | | | | | | |
| 2 | 0,0075 | 761,520 | 87,470 | -43,625 | 9,192 | 145,864 | 1262,722 | | | | | | | |
| 3 | 0,0125 | 683,826 | 52,215 | -29,067 | -4,082 | 99,596 | 1199,564 | | | | | | | |
| 4 | 0,0175 | 607,614 | 20,922 | -9,857 | -13,02 | 57,039 | 1130,173 | | | | | | | |
| 5 | 0,0225 | 536,306 | -5,835 | 13,786 | -17,479 | 19,054 | 1061,818 | | | | | | | |
| 6 | 0,0275 | 469,393 | -28,143 | 41,897 | -17,479 | -14,487 | 993,291 | | | | | | | |
| 7 | 0,0325 | 406,951 | -45,987 | 74,452 | -13,02 | -43,563 | 924,792 | | | | | | | |
| 8 | 0,0375 | 348,969 | -59,371 | 111,579 | -4,082 | -68,179 | 856,289 | | | | | | | |
| 9 | 0,0425 | 295,447 | -68,293 | 152,421 | 9,192 | -88,334 | 787,786 | | | | | | | |
| 10 | 0,0475 | 246,386 | -72,754 | 202,742 | 27,776 | -104,027 | 719,283 | | | | | | | |
| 11 | 0,0525 | 201,786 | -72,754 | 205,643 | 27,776 | -115,259 | 650,780 | | | | | | | |
| 12 | 0,0575 | 161,646 | -68,293 | 161,125 | 9,192 | -122,031 | 582,277 | | | | | | | |
| 13 | 0,0625 | 125,967 | -59,371 | 126,086 | -4,082 | -124,341 | 513,774 | | | | | | | |
| 14 | 0,0675 | 94,748 | -45,987 | 94,761 | -13,02 | -122,190 | 445,271 | | | | | | | |
| 15 | 0,0725 | 67,989 | -28,143 | 68,009 | -17,479 | -115,577 | 376,768 | | | | | | | |
| 16 | 0,0775 | 45,690 | -5,835 | 45,701 | -17,479 | -104,504 | 308,264 | | | | | | | |
| 17 | 0,0825 | 27,851 | 20,922 | 27,857 | -13,02 | -88,970 | 239,764 | | | | | | | |
| 18 | 0,0875 | 14,471 | 52,215 | 14,474 | -4,082 | -68,974 | 171,245 | | | | | | | |
| 19 | 0,0925 | 5,551 | 87,470 | 5,552 | 9,192 | -44,518 | 102,837 | | | | | | | |
| 20 | 0,0975 | 1,091 | 130,546 | 1,091 | 27,776 | -15,588 | 33,758 | | | | | | | |

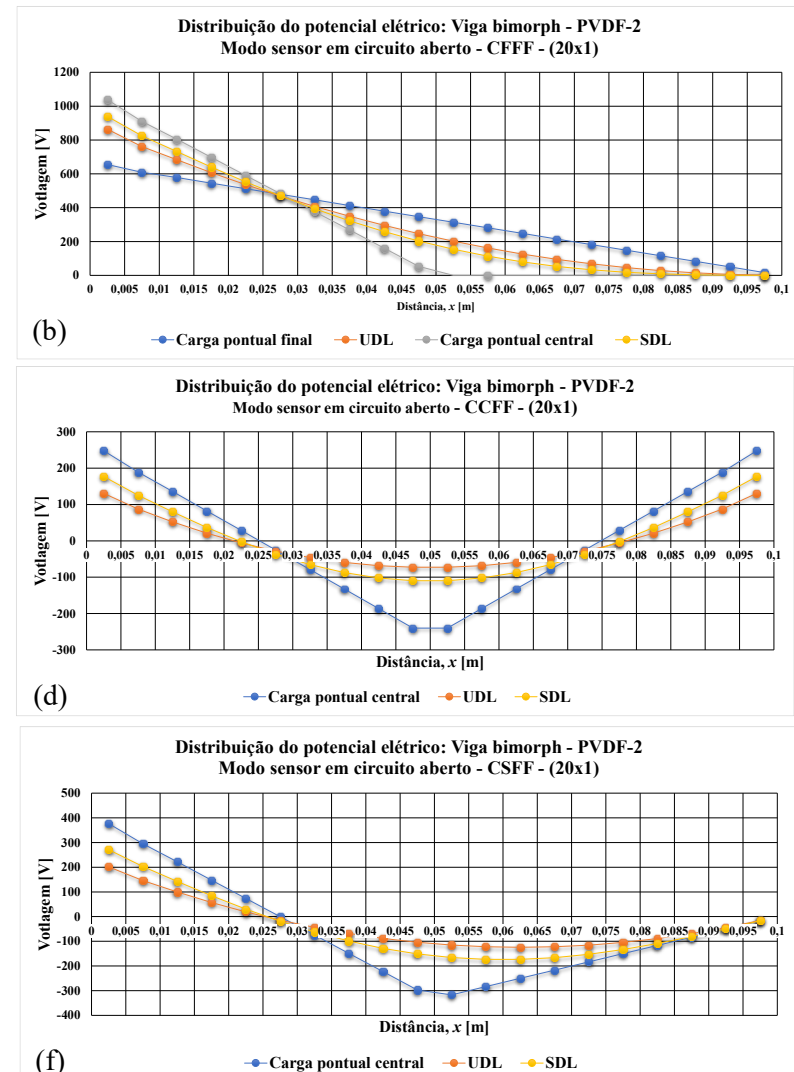
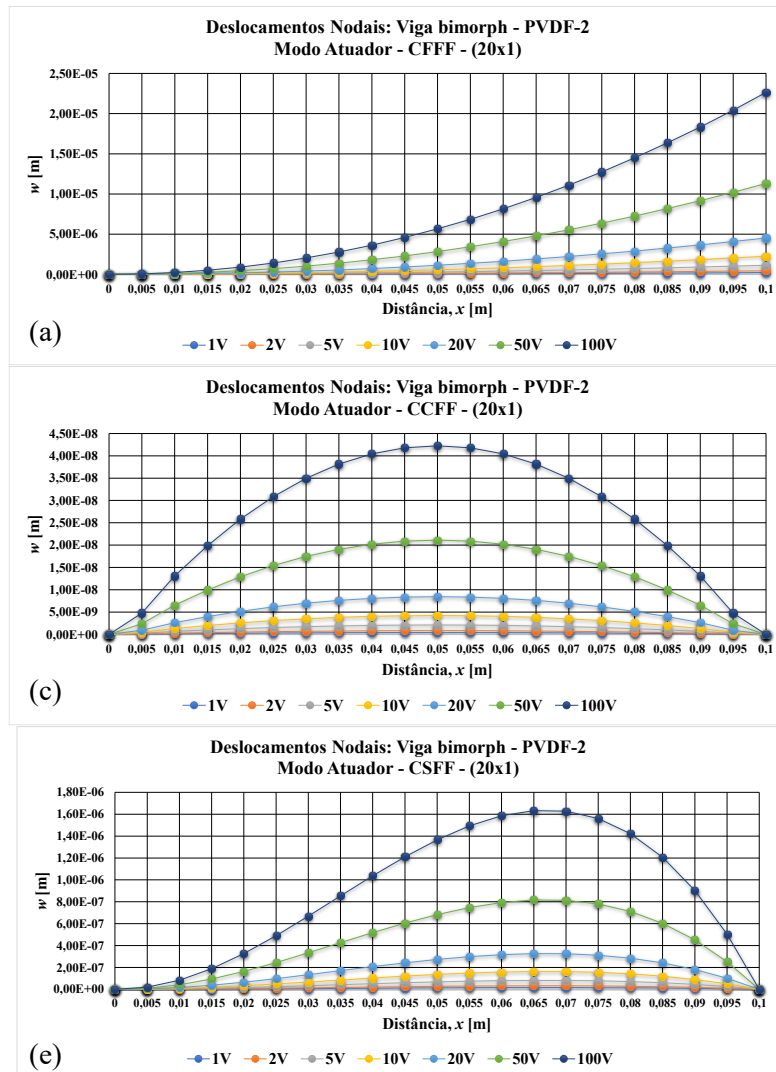


Figura 4.2.2.3 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos transversais e de potenciais ao longo do comprimento de uma viga para os diversos potenciais e cargas aplicadas: (a) CFFF-Atuador; (b) CFFF-Sensor; (c) CCFF-Atuador; (d) CCFF-Sensor; (e) CSFF-Atuador; (f) CSFF-Sensor. (Continua na Figura 4.1.2.2).

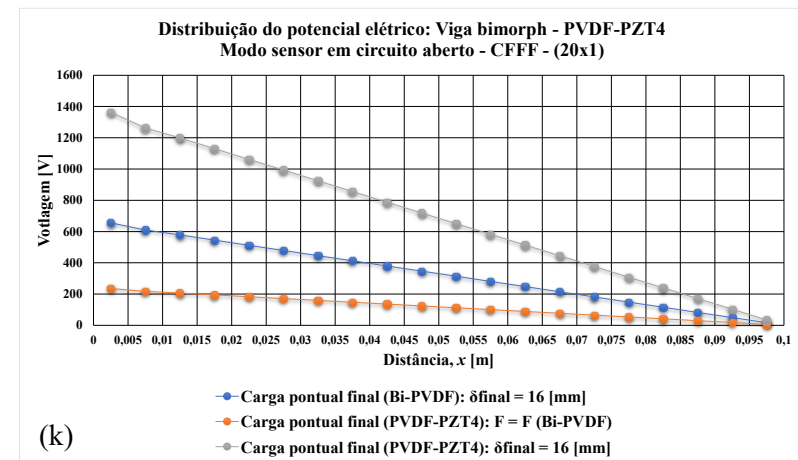
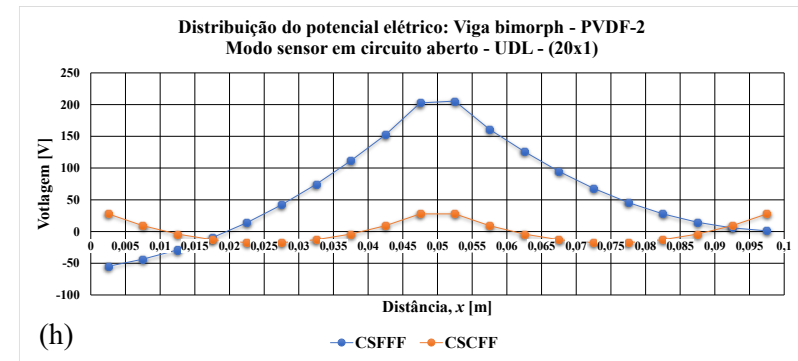
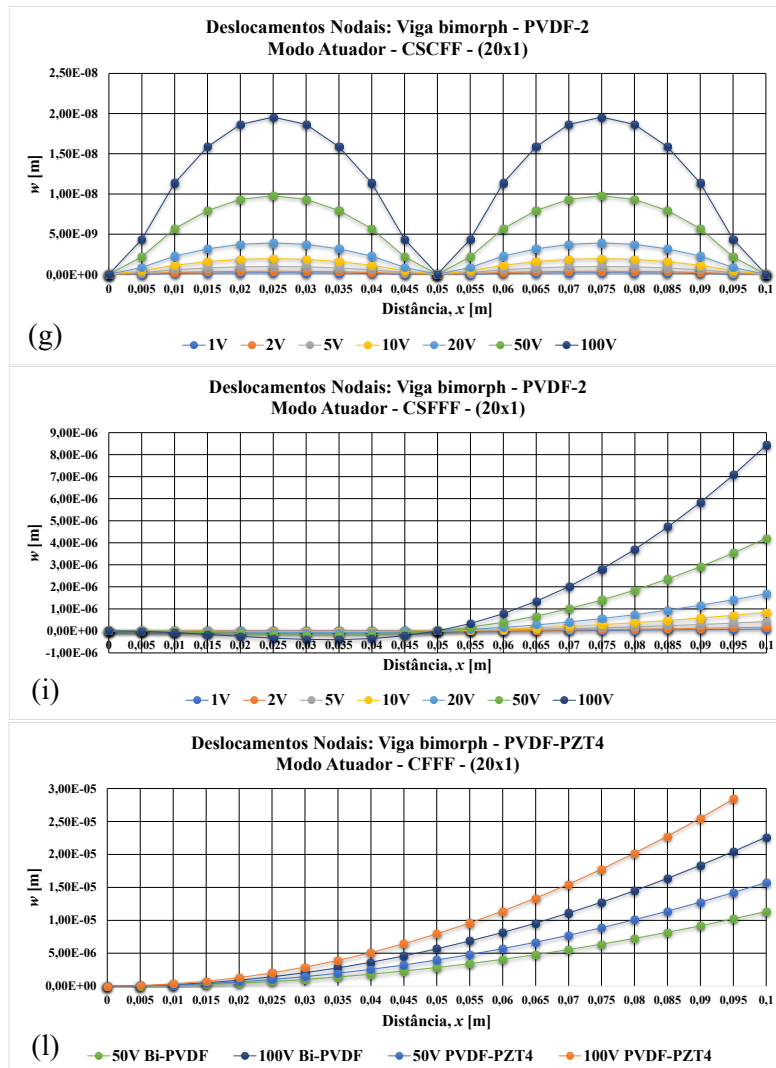


Figura 4.2.2.4 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos transversais e de potenciais ao longo do comprimento de uma viga para os diversos potenciais e cargas aplicadas (continuação da Figura 4.2.2.3): (g) CSCFF-Atuador; (h) CSFFF-CSCFF-Sensor; (i) CSFFF-Atuador; (k) CFFF (híbrido)-Sensor; (l) CFFF (híbrido)-Atuador.

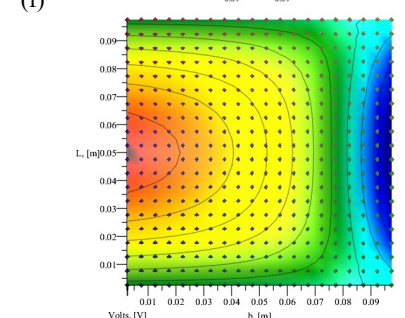
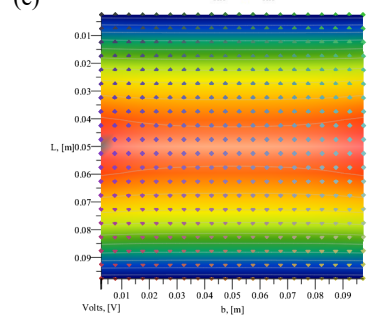
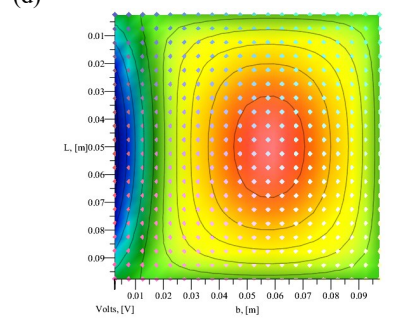
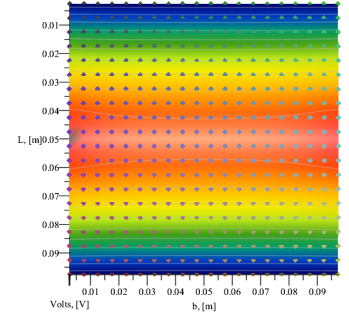
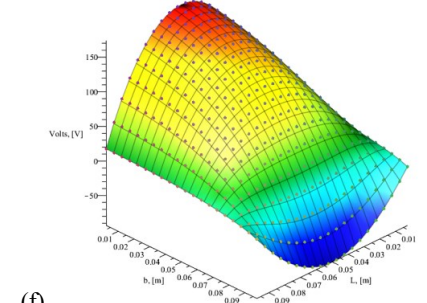
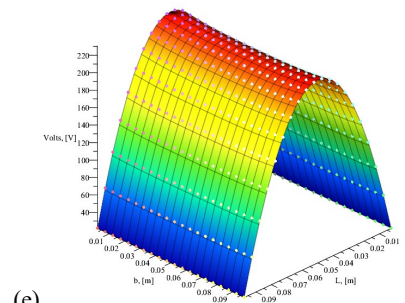
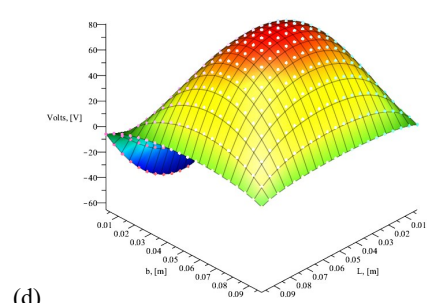
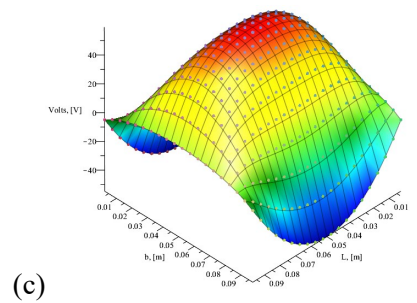
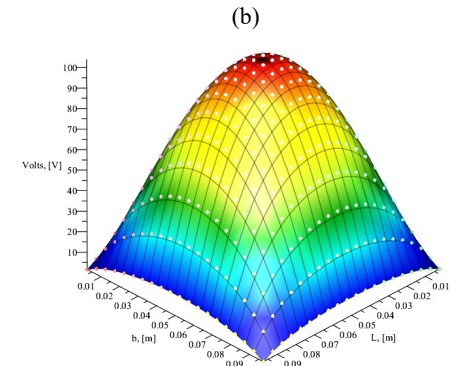
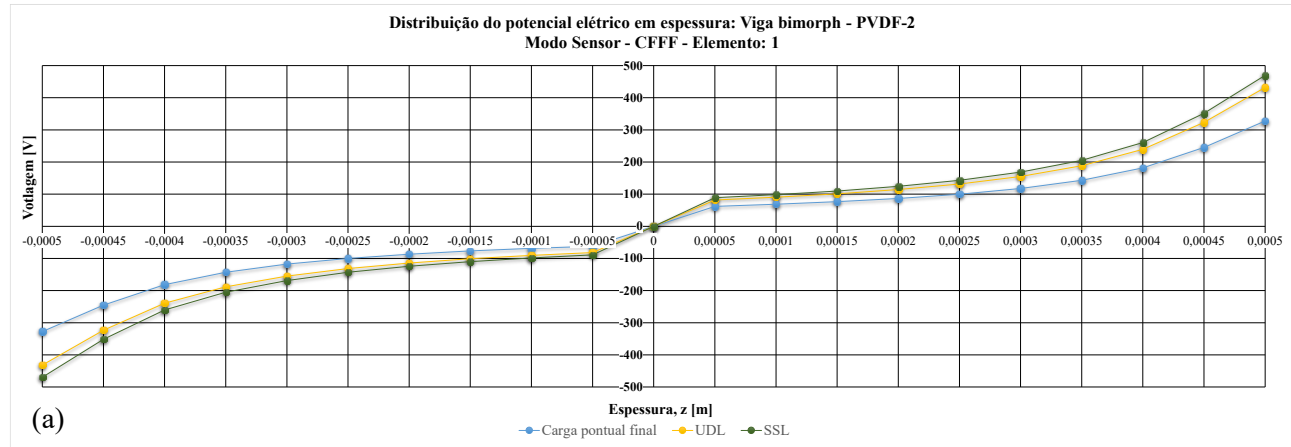


Figura 4.2.2.5 - Distribuição do potencial elétrico em vigas: (a) Distribuição em espessura para uma viga CFFF com diversas camadas numéricas; Placas sujeitas a cargas UDL: (b) SSSS; (c) SSCC; (d) SSCS; (e) SSFF; (f) SSFC.

4.2.3 Estudo Paramétrico 3: Localização das camadas piezoelétricas

No **EP3**, foi feita uma análise estática e dinâmica de placas laminadas híbridas com diversos esquemas de laminação sob diferentes CFs. As placas são constituídas por 4 camadas elásticas do tipo *cross-ply* em Gr/Ep e 2 camadas piezoelétricas PZT-4 sendo a espessura por camada elástica de 3 (mm) e 40 (μm) para cada camada piezoelétrica. A discretização considerada é de [20x20] sendo a relação de aspecto a estrutura com um L/h=20. Os esquemas de laminação considerados do tipo simétrico e antissimétrico com as respectivas camadas piezoelétricas nas extremidades do laminado (**Config.1**) ou no seu núcleo (**Config.2**). São consideradas diversas condições de fronteira (ver **EP1** e **EP2**) com um carregamento SDL unitário ($1\sin(\pi x/L)\sin(\pi y/b)$) para o modo sensor e um potencial elétrico unitário uniformemente distribuído para o modo atuador. O objetivo deste estudo foi analisar a influência dos esquemas de simétricos, antissimétricos e da localização das camadas piezoelétricas (ativas ou passivas e em circuito aberto ou fechado) no deslocamento transversal e nas frequências naturais da estrutura. Os valores dos deslocamentos e das frequências são adimensionalizados conforme (4.2.3.1) e (4.2.3.2).

$$\bar{w} = \frac{100wE_2h^3}{q_0L^4} \text{ (sensor); } \bar{w} = \frac{wE_2h^2}{Vd_{31}L^2} \text{ (atuador)} \quad (4.2.3.1)$$

$$\bar{\omega} = \frac{\omega L^2}{h\sqrt{\rho}10^3} \quad (4.2.3.2)$$

Com $E_2=10,76E+9$ (Pa), $h=151/12500$ (m), $L=151/625$ (m), $d_{31}=-122E-12$, $\rho=1$ (kgm⁻³).

Começando pelo efeito das CFs e do empilhamento no modo de atuador, o deslocamento máximo observa-se no laminado antissimétrico SSFF na Config. 1. Por outro lado, o deslocamento mínimo de atuação ocorre em laminados antissimétricos com ambas as Config.1 e Config.2 considerando SSCC. O maior deslocamento considerando SSSS e SSFF ocorre próximo do centro da placa nos laminados antissimétricos com ambas as Config.1 e Config.2. A deflexão máxima para SSCC ocorre em dois pontos, com o simétrico exibindo maior deslocamento. Para essa condição de fronteira (CF), quando o laminado é antissimétrico, desvia-se em direção ao bordo simplesmente apoiado e quando é simétrico, ocorre no centro da placa. Também se observa uma resposta semelhante para o SSCS e o SSFC com um empilhamento simétrico e antissimétrico. A Figura 4.2.3.1 apresenta os vários modos de atuação para a configuração antissimétrica-Config.1 que pode ser explorada em diversos atuadores. Os comportamentos das estruturas e dos respectivos deslocamentos podem ser explicados pela diferença de homogeneização entre os laminados com a configuração de piezoelétricos na extremidade e no seu núcleo e também, os efeitos dos acoplamentos de flexão-extensão/extensão-corte que são anulados pela simetria no empilhamento. Além disso, verifica-se que as CFs têm um grande impacto no comportamento da estrutura. Na Tabela 4.2.3.1 e na Tabela 4.2.3.2, apresentam-se amostras dos resultados estáticos e dinâmicos respectivamente.

Relativamente ao efeito das CFs (MBCs) e do empilhamento de camadas no modo sensor, para ambos OC/CC, o esquema antissimétrico com SSSS, SSFF e SSFC apresenta deflexões superiores devido aos efeitos dos acoplamentos que aparecem pela falta de simetria. Para laminados simétricos e antissimétricos, a Config.2 teve um impacto mínimo na deflexão da placa tanto para OC como para CC. Devido à rigidez induzida pelo acoplamento eletromecânico, observa-se uma ligeira diminuição nos deslocamentos para OC na Config.1.

Tabela 4.2.3.1 - Resposta estática da placa híbrida sujeita a uma $d_{dp}=1V$ e carga SDL unitária com diversas condições de fronteira: deslocamento transversal para sensor aberto/fechado e atuador - amostra de resultados.

| MBCs/ EBCs | Deslocamento adimensional máximo, \bar{w} | | | | | | | | | | | |
|---------------|---|-------|-------|-----------------------------|-------|-------|-----------------------------|-------|-------|-----------------------------|-------|-------|
| | Config.1 [p/0/90/90/0/p] | | | Config.2 [0/90/p/p/90/0] | | | Config.1 [p/0/90/0/90/p] | | | Config.2 [0/90/p/p/0/90] | | |
| | CC | OC | A | CC | OC | A | CC | OC | A | CC | OC | A |
| SSSS | 0,798 | 0,795 | 2,453 | 0,815 | 0,815 | 0,008 | 0,884 | 0,881 | 2,843 | 0,905 | 0,905 | 0,010 |
| SSCC | 0,523 | 0,522 | 0,774 | 0,538 | 0,538 | 0,003 | 0,390 | 0,388 | 0,540 | 0,394 | 0,394 | 0,002 |
| SSCS | 0,660 | 0,658 | 1,779 | 0,677 | 0,677 | 0,006 | 0,588 | 0,586 | 1,526 | 0,599 | 0,590 | 0,005 |
| SSFF | 0,884 | 0,882 | 2,378 | 0,890 | 0,890 | 0,008 | 1,466 | 1,462 | 3,507 | 1,479 | 1,480 | 0,012 |
| SSFC | 0,758 | 0,756 | 1,639 | 0,766 | 0,766 | 0,006 | 1,285 | 1,284 | 1,889 | 1,230 | 1,230 | 0,006 |
| CCFF | 0,271 | 0,270 | 1,429 | 0,272 | 0,272 | 0,004 | 0,402 | 0,401 | 1,165 | 0,405 | 0,405 | 0,004 |

Tabela 4.2.3.2 - Resposta dinâmica de placas híbridas em vibração livre (modo sensor fechado/aberto) - amostra de resultados.

| MBCs/ EBCs | Frequência fundamental, $\bar{\omega}$ | | | | | | | |
|---------------|--|---------|-----------------------------|---------|-----------------------------|---------|-----------------------------|---------|
| | Config.1 [p/0/90/90/0/p] | | Config.2 [0/90/p/p/90/0] | | Config.1 [p/0/90/0/90/p] | | Config.2 [0/90/p/p/0/90] | |
| | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC |
| SSSS | 184,899 | 185,159 | 182,912 | 182,912 | 175,571 | 175,847 | 173,489 | 173,489 |
| SSCC | 238,197 | 238,602 | 235,011 | 235,011 | 276,082 | 276,400 | 274,306 | 274,320 |
| SSCS | 206,475 | 206,801 | 203,910 | 203,910 | 218,872 | 219,170 | 216,892 | 216,898 |
| SSFF | 150,903 | 150,970 | 151,076 | 151,076 | 111,975 | 112,083 | 111,674 | 111,686 |
| SSFC | 159,202 | 159,279 | 158,830 | 158,830 | 126,950 | 127,052 | 126,070 | 126,082 |
| CCFF | 309,533 | 309,653 | 309,78 | 309,780 | 240,144 | 240,356 | 239,540 | 239,564 |

Os resultados dinâmicos obtidos indicam que a Config.1 apresenta um desempenho generalizadamente superior devido ao aumento das frequências que ocorrem devido, ao acoplamento eletromecânico e à localização geométrica das camadas piezoelétricas. No caso dinâmico verifica-se, com alguma clareza acrescida, a diferença entre os empilhamentos simétricos e antissimétricos. A frequência fundamental para a sequência de empilhamento simétrica (Config.1 e Config.2) pode ser ordenada da seguinte forma – da mais baixa para a mais alta: SSFF<SSFC<SSSS<SSCS<SSCC<CCFF. Um comportamento semelhante é verificado para a sequência de empilhamento antissimétrico existindo uma troca nas duas últimas CFs – tornando o SSCC com a maior frequência fundamental. Como se pode verificar na Tabela 4.2.3.2, o laminado simétrico apresenta uma frequência fundamental superior em SSSS, SSFF, SSFC e CCFF. Em contrapartida, o antissimétrico apresenta uma frequência fundamental superior apenas em SSCC e SSCS.

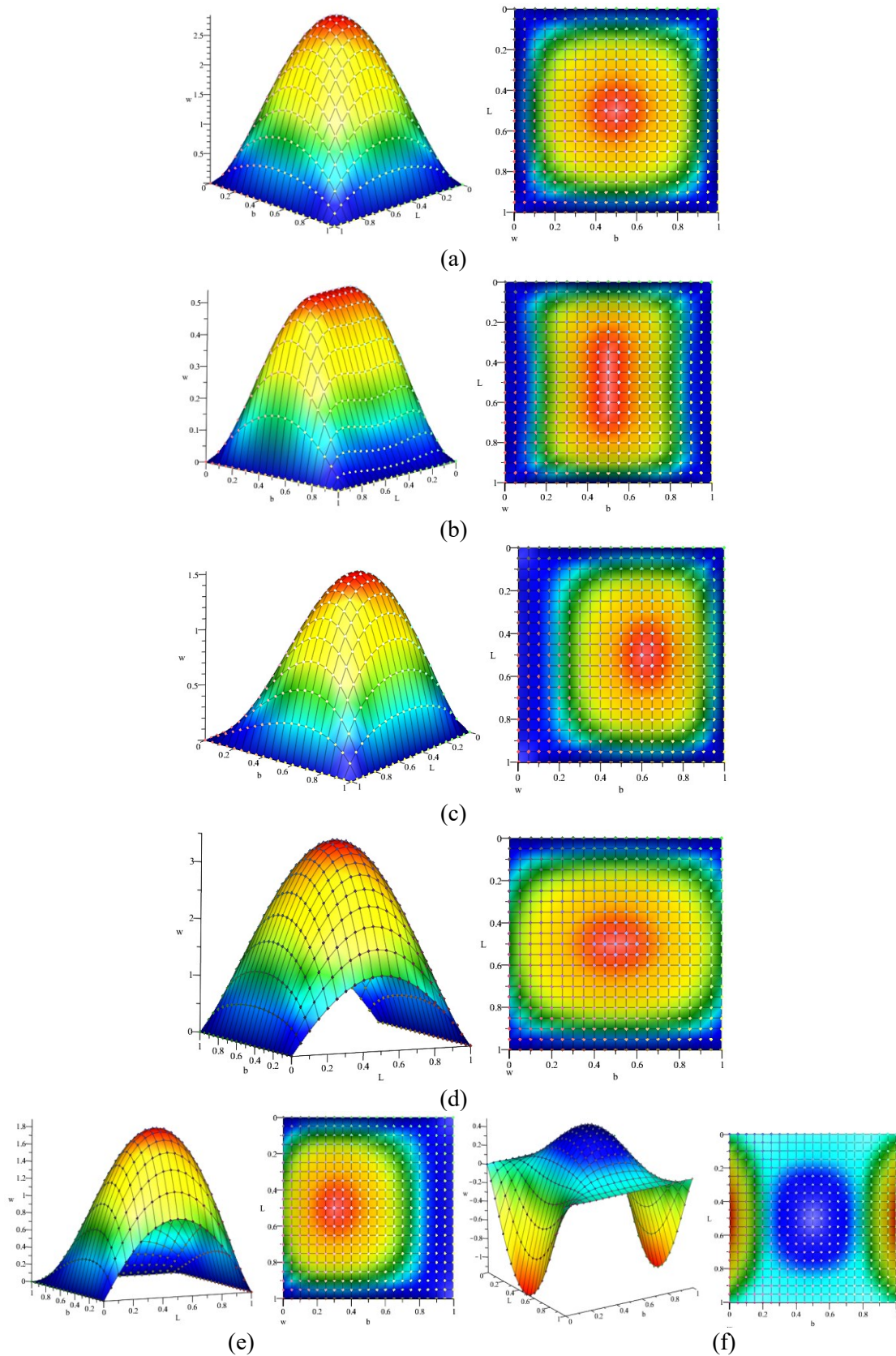


Figura 4.2.3.1 - Representação gráfica das deformações no modo atuador em função das CFs do laminado simétrico (Config.1): (a) SSSS; (b) SSCC; (c) SSCS; (d) SSFF; (e) SSFC; (f) CCFE.

4.2.4 Estudo Paramétrico 4: Placas laminadas híbridas – QUAD vs DD

No **EP4**, foi feita uma análise estática e dinâmica de placas laminadas híbridas com diversos esquemas de laminação sob diferentes CFs. Os tipos de empilhamentos considerados são reaproveitados do **EV18**, onde é feita a conversão de um laminado do tipo QUAD convencional para DD. Assim, o esquema de laminação do QUAD em IM6/Epoxy é: $[0_3/45/90_2/-45_3/0/-45/45_2/90/45/-45/0/45]_{2S}$ – com uma espessura total de 9 (mm). Nas extremidades da placa foram consideradas camadas piezoelétricas PZT-4 com uma espessura de 0,5 (mm) por camada, sendo a espessura total da estrutura de 10 (mm) com um $L/h=30$. Os DD considerados são os equivalentes obtidos para $[D]^*$ e $[A]^*$, *i.e.*, $(\Phi, \psi)=(\pm 61, \pm 14)$ e $(\Phi, \psi)=(\pm 62, \pm 20)$ com um $rT=18$. Relativamente aos esforços presentes na estrutura, foram considerados potenciais uniformemente distribuídos de 25 (V) para cada camada piezoelétrica e a discretização considerada é de $[20 \times 20]$ elementos. O objetivo deste estudo foi analisar o comportamento dos diversos esquemas de laminação DD em comparação com o QUAD quando inseridos em estruturas híbridas sob diversas CFs.

Os resultados obtidos revelam o comportamento esperado dado que não se verificam diferenças muito significativas na resposta mecânica entre o laminado QUAD e o DD. Este comportamento deve-se ao facto de o laminado DD ser um equivalente do laminado QUAD considerando a matriz de rigidez de membrana idêntica ($[A]^*$) ou de rigidez à flexão idêntica ($[D]^*$). No entanto, verifica-se uma rigidez generalizada superior para o DD face ao QUAD, que em termos de frequências naturais, também se traduz num aumento. Os coeficientes de variação demonstram uma baixa variabilidade para os laminados DD idênticos para a rigidez à flexão e uma variabilidade superior para os laminados com rigidez de membrana idêntica. Neste sentido, os resultados são mais salientes para o DD com a rigidez de membrana idêntica obtendo-se por exemplo, no caso dinâmico, frequências fundamentais superiores ao QUAD e em certos casos aos DD de rigidez à flexão idêntica. Também se verifica o efeito do acoplamento eletromecânico, obtendo-se frequências superiores para o modo sensor aberto face ao curto-circuito.

O comportamento relativamente às CFs é semelhante ao observado nos estudos anteriores sendo um detalhe importante a realçar, a ligação entre o comportamento associado à matriz de rigidez de membrana, rigidez de flexão e as respetivas CFs. Este fenómeno observa-se com maior clareza para os resultados dinâmicos, onde se verifica que para as CFs de SSSS, SSCC e SSCS o DD em $[A]^*$, obteve frequências superiores ao DD em $[D]^*$ e ao QUAD. Para as CFs de SSFF, SSFC e CCFF o comportamento inverte-se obtendo-se maiores frequências para o DD em $[D]^*$ e também para o QUAD. Na Tabela 4.2.4.1 e na Tabela 4.2.4.2, apresentam-se amostras dos resultados estáticos e dinâmicos do **EP4**. Na Figura 4.2.4.1 é feita uma representação gráfica da frequência fundamental de laminados QUAD e DD ($[D]^*$) híbridos para diversas CFs.

Tabela 4.2.4.1 - Resposta estática de placas laminadas híbridas QUAD e DD com diversas condições de fronteira: deslocamento transversal para modo de atuador - amostra de resultados

| Deslocamento máximo, w (μm) | | | | | | | | | | | |
|--|------------|-------------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|--------|---------------|------|
| Lam/MBCs | [p/QUAD/p] | Equivalente | Stagg1 | Stagg2 | Stagg3 | Stagg4 | Paired1 | Paired2 | Média | Desvio Padrão | CV% |
| SSSS | 3,257 | [D]* | 3,248 | 3,250 | 3,250 | 3,251 | 3,248 | 3,248 | 3,250 | 0,003 | 0,10 |
| | | [A]* | 3,144 | 3,146 | 3,145 | 3,147 | 3,144 | 3,143 | 3,161 | 0,042 | 1,34 |
| SSCC | 0,805 | [D]* | 0,805 | 0,806 | 0,805 | 0,805 | 0,806 | 0,806 | 0,805 | 0,000 | 0,03 |
| | | [A]* | 0,771 | 0,772 | 0,771 | 0,771 | 0,771 | 0,771 | 0,776 | 0,013 | 1,66 |
| SSCS | 2,014 | [D]* | 2,010 | 2,012 | 2,010 | 2,011 | 2,011 | 2,010 | 2,011 | 0,001 | 0,06 |
| | | [A]* | 1,931 | 1,932 | 1,931 | 1,932 | 1,931 | 1,931 | 1,943 | 0,031 | 1,60 |
| SSFF | 4,710 | [D]* | 4,713 | 4,717 | 4,719 | 4,722 | 4,715 | 4,714 | 4,716 | 0,004 | 0,08 |
| | | [A]* | 4,982 | 4,986 | 4,988 | 4,991 | 4,983 | 4,982 | 4,946 | 0,104 | 2,10 |
| SSFC | 2,523 | [D]* | 2,522 | 2,524 | 2,523 | 2,525 | 2,522 | 2,522 | 2,523 | 0,001 | 0,04 |
| | | [A]* | 2,533 | 2,536 | 2,535 | 2,537 | 2,534 | 2,534 | 2,533 | 0,005 | 0,18 |
| CCFF | -1,717 | [D]* | -1,716 | -1,716 | -1,716 | -1,716 | -1,716 | -1,716 | -1,716 | 0,001 | 0,03 |
| | | [A]* | -1,700 | -1,700 | -1,700 | -1,700 | -1,700 | -1,700 | -1,702 | 0,006 | 0,38 |

Nota: CV = Coeficiente de Variação em valor percentual, %.

Tabela 4.2.4.2 - Resposta dinâmica de placas híbridas QUAD e DD em vibração livre (modo sensor fechado/aberto) - amostra de resultados.

| Frequência fundamental, ω (Hz) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------------|------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-------------|------|---------|-------------|------|
| Lam | [p/QUAD/p] | | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | | OC | | | CC | | |
| MBCs | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | Média | Des. Padrão | CV% | Média | Des. Padrão | CV% |
| SSSS | 638,788 | 632,547 | 639,458 | 633,226 | 639,292 | 633,056 | 639,373 | 633,139 | 639,248 | 633,011 | 639,456 | 633,223 | 639,497 | 633,266 | 639,302 | 0,244 | 0,04 | 633,067 | 0,248 | 0,04 |
| | | | 648,457 | 642,321 | 648,246 | 642,106 | 648,375 | 642,237 | 648,216 | 642,075 | 648,450 | 642,313 | 648,503 | 642,367 | 647,005 | 3,625 | 0,56 | 640,852 | 3,664 | 0,57 |
| SSCC | 894,281 | 885,384 | 894,208 | 885,326 | 893,973 | 885,087 | 894,331 | 885,450 | 894,155 | 885,270 | 894,017 | 885,131 | 894,076 | 885,191 | 894,149 | 0,134 | 0,01 | 885,263 | 0,134 | 0,02 |
| | | | 908,222 | 899,511 | 907,912 | 899,194 | 908,340 | 899,629 | 908,107 | 899,392 | 908,009 | 899,294 | 908,087 | 899,373 | 906,137 | 5,23 | 0,58 | 897,397 | 5,299 | 0,59 |
| SSCS | 748,049 | 740,635 | 748,460 | 741,057 | 748,259 | 740,852 | 748,474 | 741,070 | 748,323 | 740,916 | 748,363 | 740,958 | 748,413 | 741,009 | 748,334 | 0,147 | 0,02 | 740,928 | 0,151 | 0,02 |
| | | | 760,045 | 752,775 | 759,783 | 752,507 | 760,057 | 752,786 | 759,860 | 752,585 | 759,935 | 752,663 | 760,001 | 752,729 | 758,247 | 4,498 | 0,59 | 750,954 | 4,552 | 0,61 |
| SSFF | 338,330 | 336,355 | 337,781 | 335,807 | 337,746 | 335,771 | 337,575 | 335,599 | 337,549 | 335,572 | 337,766 | 335,791 | 337,774 | 335,800 | 337,789 | 0,258 | 0,08 | 335,813 | 0,258 | 0,08 |
| | | | 322,855 | 320,830 | 322,822 | 320,794 | 322,686 | 320,659 | 322,661 | 320,632 | 322,857 | 320,830 | 322,865 | 320,839 | 325,011 | 5,874 | 1,81 | 322,991 | 5,894 | 1,82 |
| SSFC | 423,630 | 421,518 | 423,592 | 421,482 | 423,508 | 421,395 | 423,439 | 421,327 | 423,376 | 421,262 | 423,553 | 421,441 | 423,574 | 421,463 | 423,525 | 0,09 | 0,02 | 421,413 | 0,091 | 0,02 |
| | | | 417,720 | 415,602 | 417,618 | 415,497 | 417,587 | 415,468 | 417,511 | 415,389 | 417,691 | 415,571 | 417,716 | 415,598 | 418,496 | 2,265 | 0,54 | 416,377 | 2,268 | 0,54 |
| CCFF | 762,054 | 756,759 | 761,328 | 756,021 | 761,205 | 755,895 | 760,959 | 755,649 | 760,867 | 755,554 | 761,062 | 755,750 | 761,093 | 755,781 | 761,224 | 0,396 | 0,05 | 755,915 | 0,402 | 0,05 |
| | | | 731,540 | 726,020 | 731,407 | 725,883 | 731,235 | 725,712 | 731,135 | 725,609 | 731,325 | 725,799 | 731,358 | 725,833 | 735,722 | 11,612 | 1,58 | 730,231 | 11,699 | 1,60 |

Nota: CV% = Coeficiente de Variação em valor percentual, %.

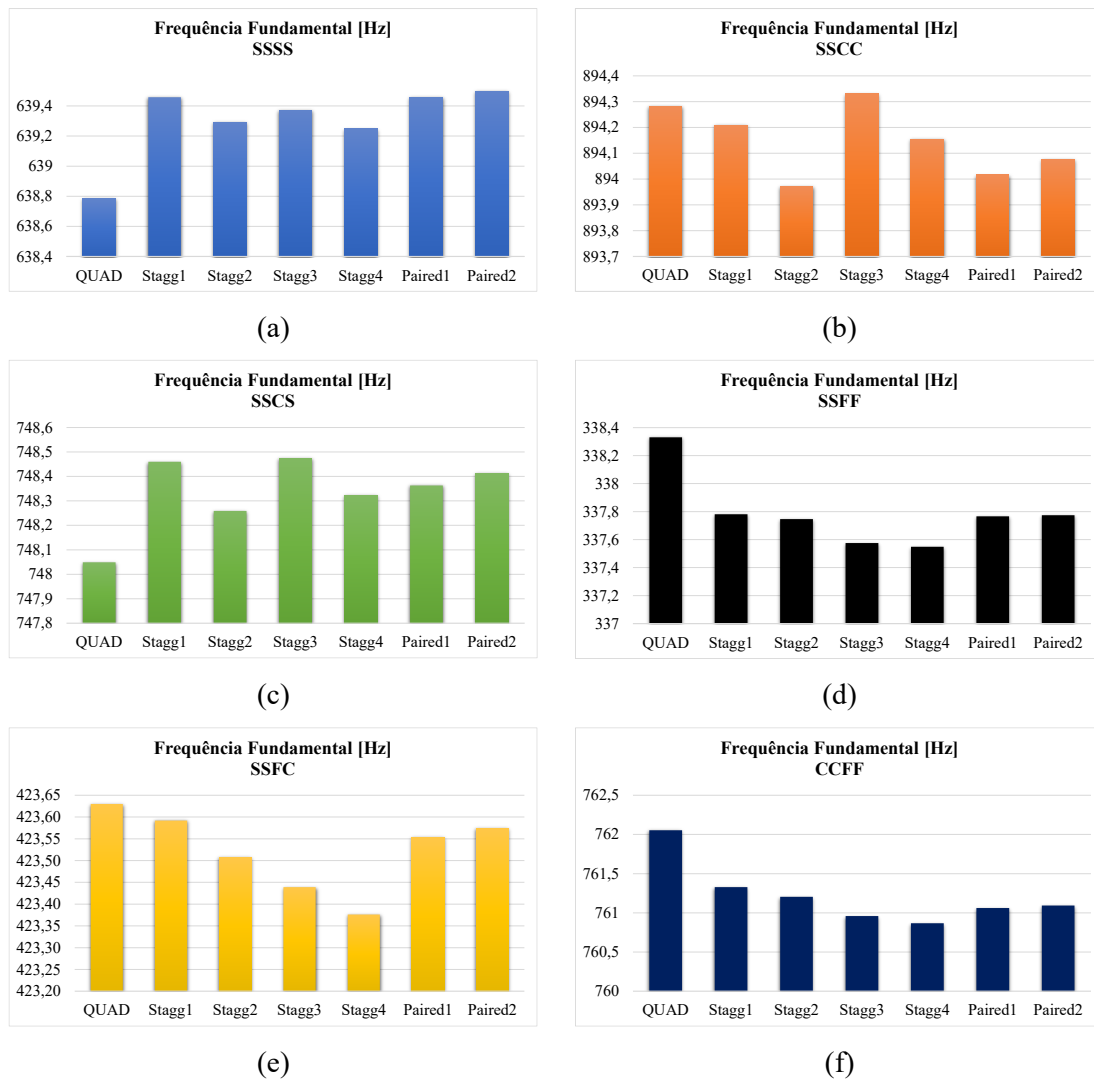


Figura 4.2.4.1 - Representação gráfica da frequência fundamental de laminados QUAD e DD ([D]*) híbridos para diversas CFs considerando o modo de sensor aberto: (a) SSSS; (b) SSCC; (c) SSCS; (d) SSFF; (e) SSFC; (f) CCFE.

4.2.5 Estudo Paramétrico 5: *Tapering* de vigas e placas laminadas híbridas

No EP5, foi feita uma análise estática e dinâmica de placas e vigas laminadas híbridas com diversos esquemas de *tapering*. Os materiais e esquemas de laminação QUAD e DD são os mesmos do EP4 com dimensões laterais idênticas para placa e no caso das vigas, $L=0,3$ (m), $b=0,03$ (m). Neste estudo, as espessuras das estruturas variam ao longo do comprimento e da largura da estrutura conforme apresentado na Figura 4.2.5.1. Relativamente aos esforços presentes na estrutura, foram considerados potenciais uniformemente distribuídos de 25 (V) para cada camada piezoelétrica no modo atuador e uma carga UDL de 1000 (Pa) no caso do sensor (circuito aberto). A discretização considerada no caso da placa é de [20x20] e [6x60] no caso da viga. O objetivo deste estudo foi analisar o comportamento dos diversos esquemas de *tapering* DD em comparação com o QUAD e DD de espessura constante.

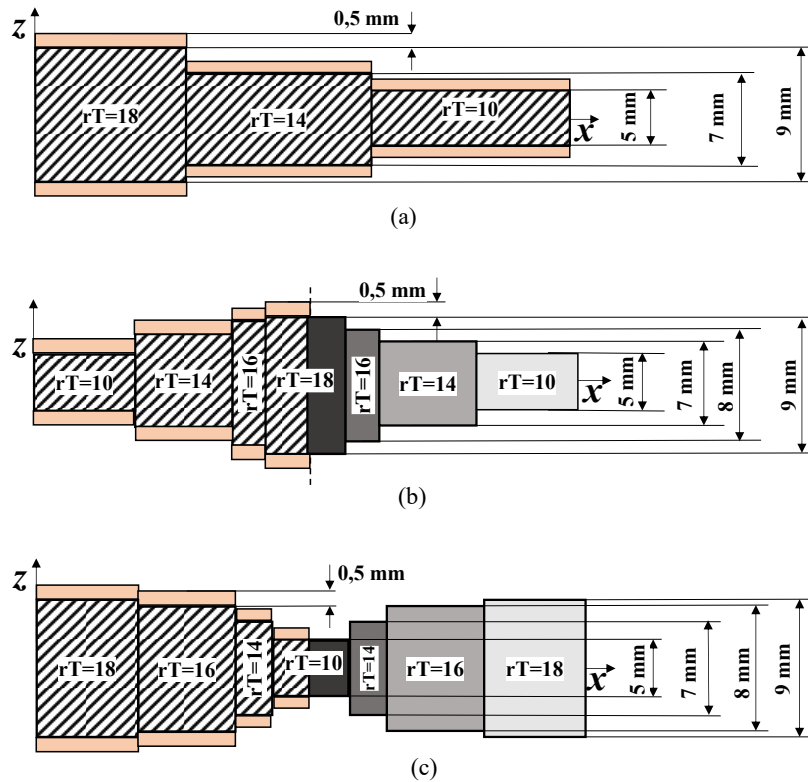


Figura 4.2.5.1 - Representação esquemática na Vista Lateral (plano xOz) do tipo de tapering: (a) *Tapering-1* (1D) da viga; (b) *Tapering-2* (2D) da placa; (c) *Tapering-3* (2D) da placa.

Os resultados obtidos demonstram não só a vantagem de se obter um laminado homogêneo, mas também a facilidade que a abordagem DD promove a respeito do tapering. Em primeiro lugar, verifica-se a concordância de deslocamentos entre os laminados QUAD e DD dado que os deslocamentos obtidos para estruturas de espessura constante são muito próximos. Através da Tabela 4.2.5.1 e da Tabela 4.2.5.2, observa-se que o DD-Stagg1 equivalente em $[D]^*$ domina obtendo os menores deslocamentos e frequências fundamentais superiores para a CF de CFFF. Note-se que para estruturas de espessura uniforme, o QUAD apresenta um comportamento de flexão desequilibrado ao longo do bordo livre oposto ao encastrado – o que não acontece para nenhum dos DD de espessura constante ou escalonada conforme a Figura 4.2.5.2-(a), (b).

As estruturas devidamente escalonadas têm várias vantagens que podem ser observadas nos resultados obtidos: (1) redução de volume e peso (20,67% para *tapering-1*, 27,30% para *tapering-2* e 8,2% para *tapering-3*); (2) otimização do poder de atuação ou da eficiência energética, *i.e.*, para o mesmo potencial elétrico aplicado obtém-se deslocamentos superiores ou idêntico ao deslocamento da estrutura uniforme através de um potencial inferior; (3) comportamento de flexão equilibrado devido à homogeneização; (4) aumento da frequência fundamental devido à remoção de massa presente nas zonas com mais Gdl livres. A diferença verificada no comportamento dos DD equivalentes em $[D]^*$ e $[A]^*$ poderá ser devido ao efeito entre o comportamento associado à matriz de rigidez de membrana, rigidez de flexão e as

respetivas CFs – conforme previamente referido no EP4. Para a CF de CSFF, os comentários mantêm-se válidos.

Tabela 4.2.5.1 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação de espessura variável (*tapering-1*) e constante, CFFF em modo atuador – amostra de resultados.

| Estática: Deslocamento (nó 61), w (μm) – Viga | | | | | | | | | | |
|--|-------|--------|-------------------|------------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|
| MBCs | Volt. | Equiv. | Tapering | [p/QUAD/p] | Stagg1 | Stagg2 | Stagg3 | Stagg4 | Paired1 | Paired2 |
| CFFF | 25V | [D]* | Cste | | 13,816 | 13,881 | 13,896 | 13,899 | 13,911 | 13,899 |
| CFFF | 25V | [D]* | <i>Tapering-1</i> | - | 19,545 | 19,575 | 19,582 | 19,609 | 19,581 | 19,578 |
| CFFF | 18V | [D]* | <i>Tapering-1</i> | - | 14,073 | 14,094 | 14,099 | 14,118 | 14,098 | 14,096 |
| CFFF | 25V | [A]* | Cste | | 13,816 | 14,924 | 14,941 | 14,942 | 14,957 | 14,941 |
| CFFF | 25V | [A]* | <i>Tapering-1</i> | - | 20,906 | 20,939 | 20,943 | 20,973 | 20,939 | 20,936 |

Tabela 4.2.5.2 - Resposta dinâmica de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação de espessura variável (*tapering-1*) e constante, CFFF – amostra de resultados.

| Dinâmica: Frequência fundamental, ω (Hz) – Viga, CFFF | | | | | | | | | | | | | | |
|--|-------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Eq. | OC | CC | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | |
| | | | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC |
| [D]* | 118,371 | 117,857 | 118,116 | 117,607 | 118,114 | 117,604 | 118,057 | 117,547 | 118,056 | 117,545 | 118,076 | 117,566 | 118,077 | 117,566 |
| [D]* | <i>Tapering-1</i> | 124,526 | 123,944 | 124,524 | 123,940 | 124,449 | 123,866 | 124,447 | 123,863 | 124,475 | 123,891 | 124,475 | 123,892 | |
| [A]* | 118,371 | 117,857 | 112,220 | 111,714 | 112,222 | 111,715 | 112,174 | 111,667 | 112,175 | 111,668 | 112,194 | 111,686 | 112,193 | 111,686 |
| [A]* | <i>Tapering-1</i> | 118,489 | 117,911 | 118,492 | 117,912 | 118,429 | 117,850 | 118,431 | 117,850 | 118,455 | 117,876 | 118,455 | 117,875 | |

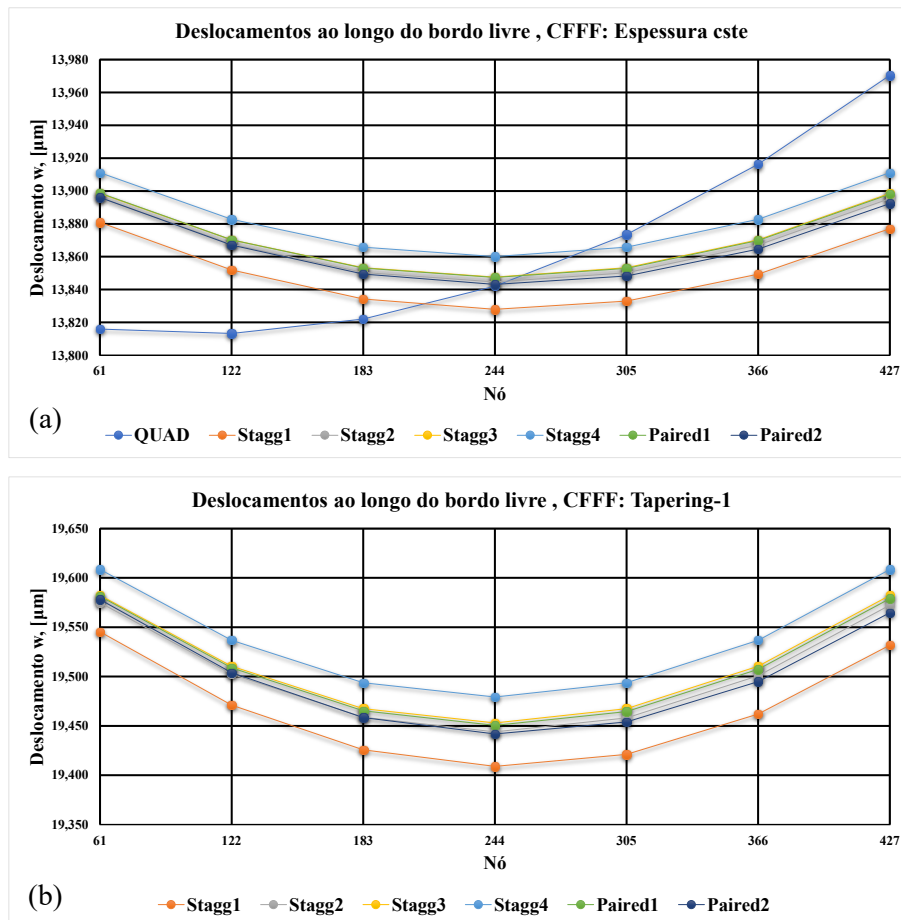


Figura 4.2.5.2 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos ao longo do bordo livre de vigas CFFF, considerando os diversos esquemas de laminação em modo atuador: (a) Constante; (b) *Tapering-1*.

Os resultados obtidos para as estruturas do tipo placa apresentam resultados semelhantes onde se verifica o efeito do tipo de *tapering* realizado. Conforme a Tabela 4.2.5.3, verifica-se que um *tapering* em direção aos bordos (*tapering-2*) conduz a um aumento do deslocamento e uma diminuição das frequências naturais. No entanto, conforme observado no caso da viga CFFF, o *tapering* em direção à zona com menos Gdl restringidos (*i.e.*, ao centro da placa (*tapering-3*)), conduz a um deslocamento semelhante ao da estrutura de constante espessura para o mesmo potencial aplicado associando. Este fenómeno é acompanhado de uma ligeira diminuição da frequência fundamental.

Tabela 4.2.5.3 - Resposta estática de placas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação de espessura variável (*tapering-2* e *tapering-3* em [D]*) e constante, SSSS em modo atuador – amostra de resultados.

| Estática: Deslocamento no centro (μm) - Placa | | | | | | | | |
|---|-------------------|------------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|
| MBCs | Espessura | [p/QUAD/p] | Stagg1 | Stagg2 | Stagg3 | Stagg4 | Paired1 | Paired2 |
| SSSS | Constante | 3,257 | 3,248 | 3,250 | 3,250 | 3,251 | 3,248 | 3,248 |
| | <i>Tapering-2</i> | - | 5,709 | 5,714 | 5,712 | 5,716 | 5,708 | 5,707 |
| | <i>Tapering-3</i> | - | 3,789 | 3,791 | 3,790 | 3,792 | 3,788 | 3,787 |

Tabela 4.2.5.4 - Resposta dinâmica de placas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação de espessura variável (*tapering-2* e *tapering-3* em [D]*) e constante, SSSS – amostra de resultados.

| Dinâmica: Frequência fundamental, ω (Hz) – Placa, SSSS | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--|
| Esp. | [p/QUAD/p] | | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | | |
| | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | |
| Cste. | 638,790 | 632,550 | 639,460 | 633,230 | 639,290 | 633,060 | 639,370 | 633,140 | 639,250 | 633,010 | 639,460 | 633,220 | 639,500 | 633,270 | |
| <i>Tapering-2</i> | | | 473,391 | 466,727 | 473,189 | 466,519 | 473,280 | 466,612 | 473,129 | 466,456 | 473,382 | 466,717 | 473,432 | 466,769 | |
| <i>Tapering-3</i> | | | 556,052 | 550,986 | 555,877 | 550,807 | 555,967 | 550,899 | 555,836 | 550,764 | 556,051 | 550,984 | 556,095 | 551,029 | |

Na Figura 4.2.5.3, apresentam-se os potenciais elétricos gerados ao longo do comprimento da viga conforme a sua espessura constante e com o *tapering-1*. Através da sua análise verificam-se algumas discrepâncias dada a natureza das CFs, da variação de espessura ao longo do comprimento da estrutura e a natureza do carregamento. Apesar de estes resultados serem expectáveis, permitem verificar um possível aumento no potencial gerado através da implementação de esquemas de escalonamento no caso de carregamentos UDL.

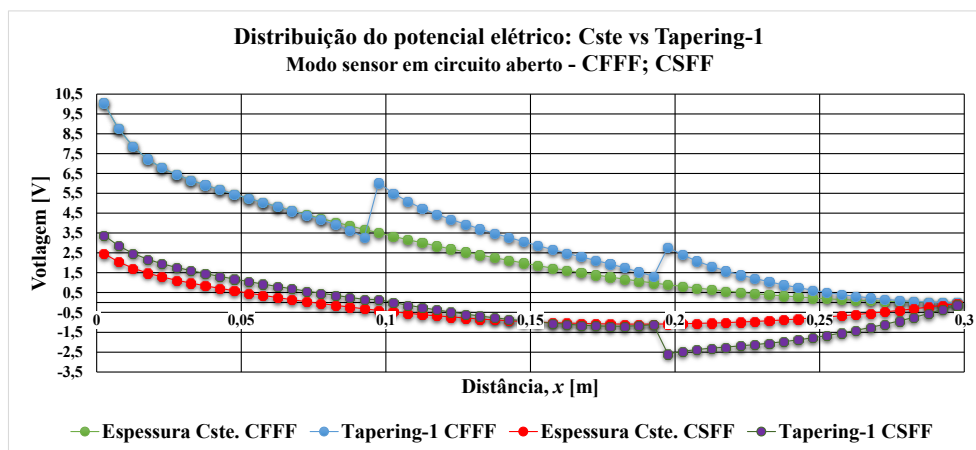


Figura 4.2.5.3 - Representação gráfica dos potenciais elétricos para uma viga de espessura constante e com *tapering-1* considerando uma carga UDL para CFFF e CSFF.

4.2.6 Estudo Paramétrico 6: *Master-ply* no contexto de laminados híbridos

No **EP6**, foi feita uma análise estática de vigas laminadas DD - híbridas de espessura constante. O laminado DD considerado é reaproveitado do **EP4** e **EP5** sendo $(\Phi, \psi) = (\pm 61, \pm 14)$ com um $rT=18$. As dimensões da placa são análogas sendo $L=0,3$ (m), $b=0,03$ (m) e um $L/h=30$ onde cada camada piezoelétrica tem a espessura de 0,5 (mm). Relativamente aos esforços presentes na estrutura, foram considerados potenciais uniformemente distribuídos de 25 (V) para cada camada piezoelétrica no modo atuador e a discretização considerada é de $[6 \times 60]$. O objetivo deste estudo foi estudar a validade do conceito de *Master-ply* no contexto de laminados híbridos compostos por camadas passivas e ativas. Para esse fim, foi necessário atualizar as propriedades mecânicas dos materiais para que estejam normalizadas pelo respetivo *trace*. De acordo com [292], a determinação do *trace* para laminados híbridos pode ser realizada conforme exposto na expressão (4.2.6.1) e (4.2.6.2). De modo semelhante a [277], após a obtenção do deslocamento normalizado, o valor real é recuperado conforme a expressão (4.2.6.3).

$$Tr_{h\u00edbrido} = V_1 \times Tr_{CFRP} + V_2 \times Tr_{PZT-4} \quad (4.2.6.1)$$

$$V_1 = \frac{h_1 + h_2}{h}; V_2 = \frac{h - h_1 - h_2}{h} \quad (4.2.6.2)$$

$$w = \frac{w^*}{Tr_{h\u00edbrido}} \quad (4.2.6.3)$$

Onde $Tr_{h\u00edbrido}$ - (N/m²) é o *trace* resultante do laminado híbrido, Tr_{CFRP} - (N/m²) é o *trace* da componente el\u00e1stica do laminado, Tr_{PZT-4} - (N/m²) é o *trace* da componente piezoel\u00e9trica - PZT-4 - (N/m²) do laminado, V_1 e V_2 s\u00e3o as fra\u00e7\u00f5es vol\u00famicas dos respetivos materiais constituintes com as respetivas espessuras h_1, h_2 - (m²) e espessura total h - (m²) - ver Figura 4.2.6.1. Para o **EP6**, as respetivas propriedades tomam os seguintes valores: $Tr_{PZT-4} = 243,67E9$ [N/m²], Tr_{CFRP} = (ver **Tabela B-50**), $V_1=0,9$, $V_2=0,1$.

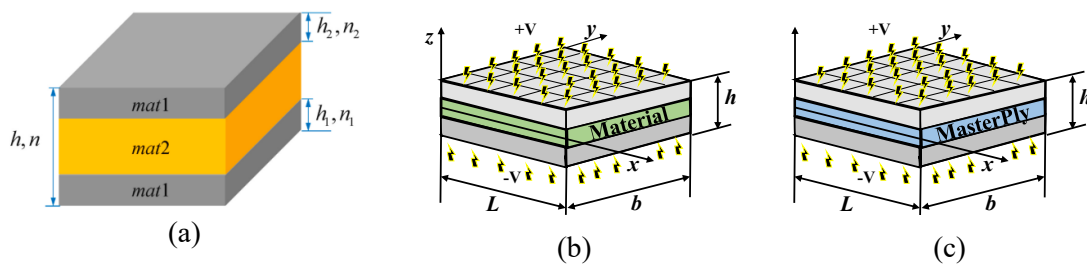


Figura 4.2.6.1 - Representa\u00e7\u00e3o esquem\u00e1tica das propriedades consideradas e respetivas espessuras: (a) Laminado h\u00edbrido; (b) Laminado h\u00edbrido considerando as propriedades do material; (c) Laminado h\u00edbrido considerando as propriedades da *Master-ply*.

Neste estudo, a *Master-ply* \u00e9 constru\u00edda a partir de um conjunto de 15 CFRP sendo as estruturas onde se encontram inseridos calculadas separadamente, permitindo comparar os resultados obtidos entre 15 simula\u00e7\u00f5es e uma \u00fanica simula\u00e7\u00e3o. Existe a possibilidade de alargar a amplitude de materiais que constituem a *Master-ply*, sendo que para efeitos do presente estudo

considerou-se suficiente tal amplitude. Os cálculos das suas propriedades são realizados através de médias aritméticas das respectivas propriedades dos constituintes – note-se que existe também a possibilidade de serem calculadas a partir das medianas dos respetivos dados.

Os resultados obtidos na Tabela 4.2.6.1, demonstram a validade do uso da *Master-ply* no contexto de laminados híbridos dado que prevê o comportamento do laminado para diversos materiais com uma precisão aceitável – média dos desvios de 1,08% com um desvio máximo de 2,92%. Uma das vantagens desta abordagem é a redução da complexidade das análises preliminares aos laminados acompanhada de uma redução substancial do tempo de computação – de 15 simulações para 1 simulação. Embora não afete a validade dos resultados, um detalhe que necessita de alguma atenção ao ser abordado é o problema numérico associado ao presente cálculo. Existe uma discrepância verificada (máximo, <7,4% - ver **Tabela B-52**) entre os resultados obtidos considerando propriedades normalizadas e não-normalizadas dos respetivos materiais devido a uma sobrevalorização da rigidez por parte da *Master-ply*. As discrepâncias de resultados que se verificam na **Tabela B-52**, poderão ocorrer devido à utilização de propriedades materiais normalizadas pelo *trace* para a parte elástica e propriedades não-normalizadas para a parte eletroelástica. Embora não tenha sido implementada, uma forma de contornar este problema seria a adoção de uma normalização generalizada das propriedades e respetivos carregamentos. Neste sentido, este estudo poderá ser retomado no futuro com as respetivas alterações referidas estendendo os resultados para diversos carregamentos e CFs.

Tabela 4.2.6.1 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas CFFF em modo atuador, considerando DD-Staggl com $[\Phi, \psi]=[\pm 64, \pm 14]$ de espessura constante e as propriedades materiais/*Master-ply* – amostra de resultados.

| Deslocamento no bordo livre, w – (μm) | | | |
|--|------------|-------------------|------------|
| Material | Resultados | | Desvio [%] |
| | Material | <i>Master-ply</i> | |
| IM6/epoxy | 13,968 | 13,813 | 1,11 |
| IM7/977-3 | 14,743 | 14,625 | 0,80 |
| T300/5208 | 15,509 | 15,334 | 1,13 |
| IM7/MTM45 | 16,004 | 16,117 | 0,71 |
| T800/Cytec | 16,819 | 17,087 | 1,59 |
| IM7/8552 | 17,274 | 17,301 | 0,16 |
| T800S/3900 | 18,025 | 18,346 | 1,78 |
| T300/F934 | 18,247 | 18,390 | 0,78 |
| T700 C-Ply 64 | 19,076 | 18,863 | 1,12 |
| AS4/H3501 | 19,510 | 18,940 | 2,92 |
| T650/epoxy | 19,217 | 19,100 | 0,61 |
| T4708/MR60H | 18,979 | 19,324 | 1,82 |
| T700/2510 | 20,889 | 20,976 | 0,42 |
| AS4/MTM45 | 20,819 | 20,936 | 0,57 |
| T700 C-Ply 55 | 21,696 | 21,543 | 0,71 |
| Média | 18,052 | 18,046 | 1,081 |

4.2.7 Estudo Paramétrico 7: Esquemas de laminação e Tensões – QUAD vs DD

No EP7, foi feita uma análise estática às tensões mecânicas presentes em laminados do tipo QUAD, não-convencionais e os respectivos equivalentes DD inseridos em estruturas do tipo placa. Os laminados considerados são reaproveitados do EV18 e EV19 sendo respectivamente um laminado QUAD e um não-convencional. Considerando apenas a componente elástica, a estrutura encontra-se simplesmente apoiada em todos os bordos e sujeita a uma carga UDL com uma intensidade de 1000 (Pa). A discretização por elementos finitos utilizada é de [21x21] e a avaliação de tensões é realizada nos Pontos de Gauss considerados no método da integração reduzida. De modo semelhante aos EVs, as tensões xx , yy , xy , xz e yz são avaliadas nas localizações: $(L/2;b/2)$, $(L/2;b/2)$, $(0,0)$, $(0, b/2)$ e $(L/2,0)$. Na Figura 4.2.7.1, apresentam-se os esquemas de laminação considerando a carga UDL.

O laminado QUAD tem o esquema de laminação: $[0_3/45/90_2/-45_3/0/-45/45_2/90/45/-45/0/45]_{2S}$ com um total de 72 camadas em IM6/Epoxy e uma espessura por camada de 1/8000 (m), espessura total de 9E-3 (m) e relação $L/h=30$ ($L=b=0,27E-3$ (m)). O seu DD equivalente em $[D]^*$ é $(\Phi, \psi)=(\pm 61, \pm 14)$ com um $rT=18$. O laminado não-convencional tem o esquema de laminação: $[73,8/-34,4/42,8/-54,3/-43,7/-34,8/32,5/83/-9,4/-9,1/7,7/32,6]_{2S}$ com um total de 48 camadas em IM7/977 e uma espessura por camada de 1/8000 (m), espessura total de 6E-3 (m) e relação $L/h=30$ ($L=b=0,18E-3$ (m)). O seu DD equivalente em $[D]^*$ é $(\Phi, \psi)=(\pm 61, \pm 25)$ com um $rT=12$. O objetivo deste estudo foi avaliar a distribuição de tensões em espessura para os diversos esquemas de empilhamento e respectivos equivalentes DD.

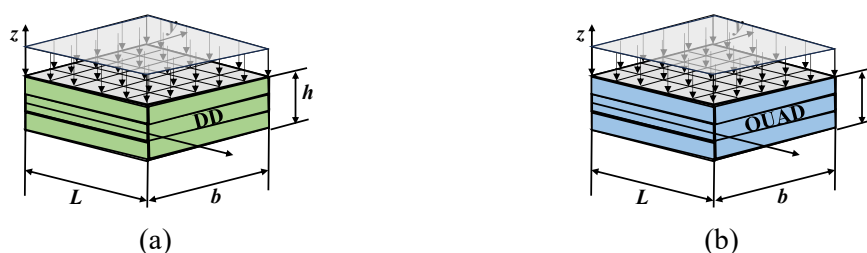
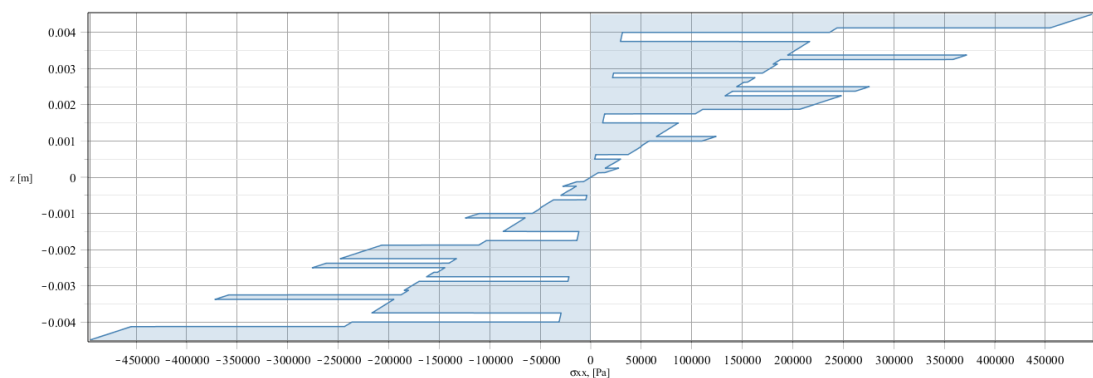


Figura 4.2.7.1 - Representação esquemática dos esquemas de laminação considerados considerando uma carga UDL: (a) Double-Double; (b) QUAD.

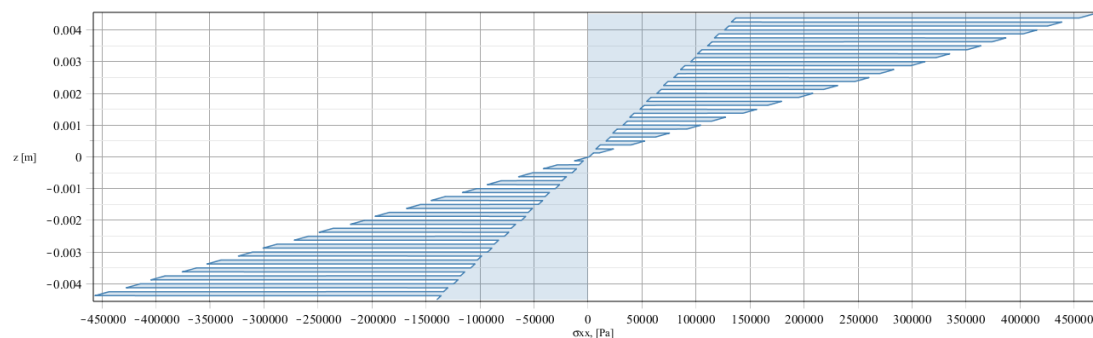
As distribuições de tensões apresentadas ao longo da espessura dos respectivos laminados demonstram a diferença e a vantagem da abordagem DD face aos laminados convencionais. Desde a Figura 4.2.7.2 e até à Figura 4.2.7.6, verifica-se que para todas as componentes, o laminado QUAD apresenta distribuições de tensões com variações muito abruptas de intensidade. Apesar de ser expectável – dada a natureza do empilhamento – estas descontinuidades podem levar ao aparecimento de tensões e falhas interlaminares, delaminação e efeitos de bordo pronunciados. Assim um perfil de tensões intensamente descontínuo em conjunto com possíveis erros de fabrico, poderá conduzir a falha prematura do laminado. Note-se que o laminado não-

convencional, apresenta um perfil mais agressivo de tensões face ao QUAD e respetivos DD conforme verificado na Figura 4.2.7.7 e Figura 4.2.7.8.

Por outro lado, observando a abordagem DD em detalhe, verifica-se um perfil de tensões homogeneizado, previsível e equilibrado. Também se verifica uma convergência natural das componentes xx , yy e xy para o valor nulo no plano neutro da estrutura, observando-se os valores máximos nas regiões próximas à superfície. Relativamente às intensidades de tensões, estas apresentam menores valores para os laminados DD, juntamente com um deslocamento máximo inferior. Em todos os tipos de DD, verifica-se uma simetria natural no perfil de tensões sendo que apenas o Stagg3 e o Stagg4 apresentam simetria exata de tensões. Por exemplo, para os restantes tipos de DD verifica-se que a tensão máxima em xx ocorre em $+h/2$ e a yy em $-h/2$ e no caso do Stagg3 e Stagg4 ocorre em $\pm(h/2)-(h_1)$ para xx e em $\pm h/2$ para yy . Relativamente às tensões de corte, as diferenças nas distribuições entre os laminados QUAD, não-convencional e os DD são muito acentuadas verificando-se um comportamento muito homogeneizado por parte do DD. As distribuições de tensões do DD equivalente obtido para o laminado não-convencional permite demonstrar o potencial desta abordagem. Lembra-se que esse verdadeiro potencial sobressai quando são projetados para uma respetiva aplicação e que, neste caso, estes laminados são substitutos a laminados preexistentes. É possível, ainda assim, verificar novamente algumas vantagens: a simplificação do empilhamento e homogeneização.

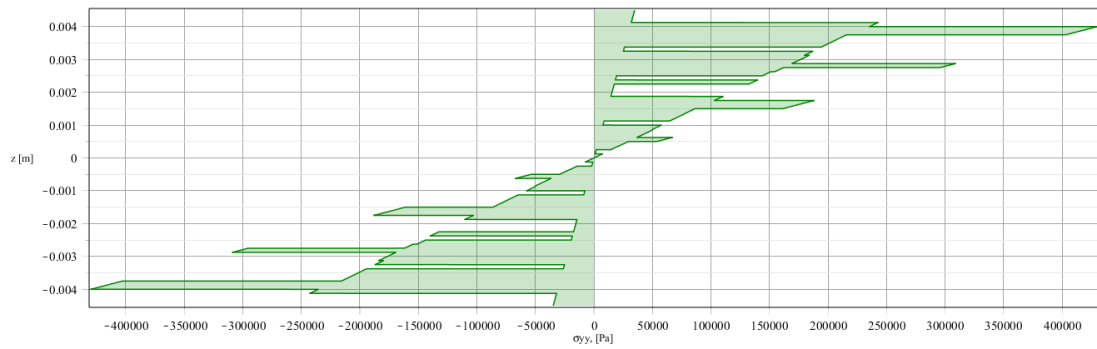


(a)

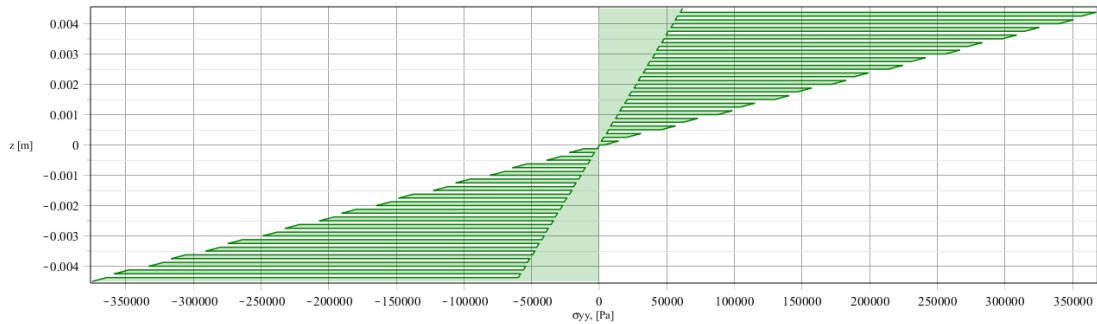


(b)

Figura 4.2.7.2 - Representação gráfica das tensões em espessura do laminado QUAD e respetivos DD: (a) σ_{xx} – QUAD; (b) σ_{xx} – DD [± 61 , ± 14].

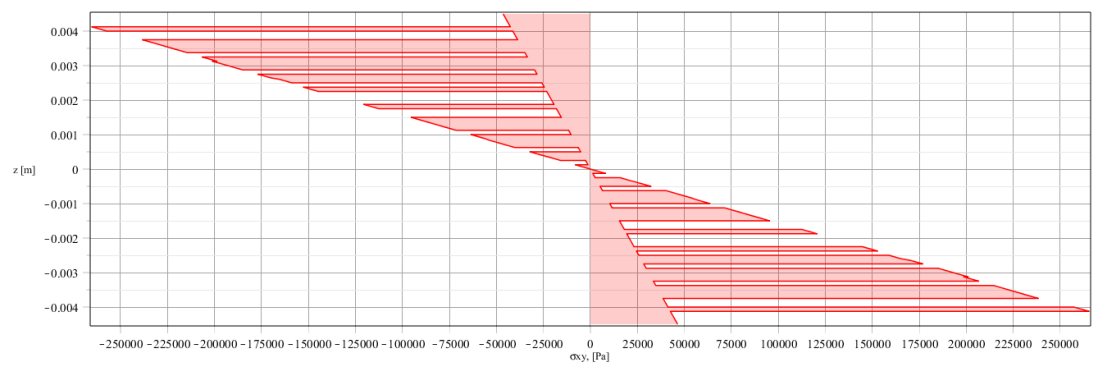


(a)

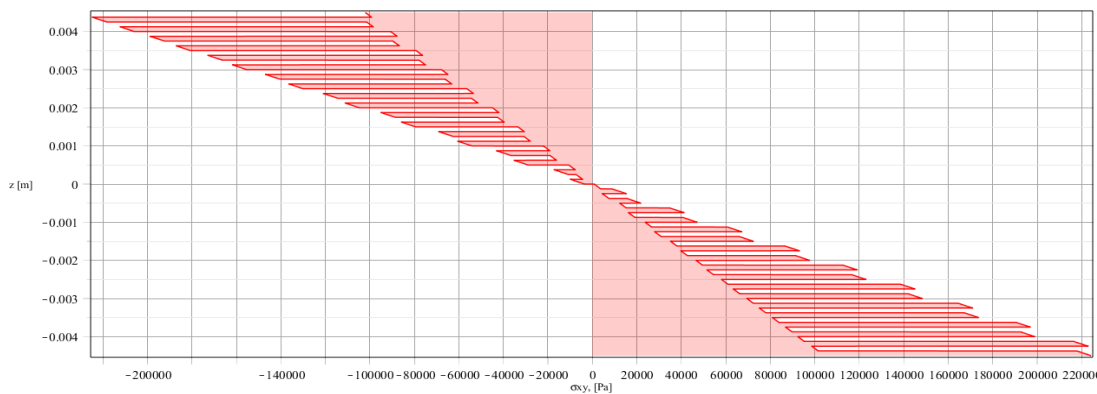


(b)

Figura 4.2.7.3 - Representação gráfica das tensões em espessura do laminado QUAD e respetivos DD: (a) σ_{yy} – QUAD; (b) σ_{yy} – DD $[\pm 61, \pm 14]$.



(a)



(b)

Figura 4.2.7.4 - Representação gráfica das tensões em espessura do laminado QUAD e respetivos DD: (a) σ_{xy} – QUAD; (b) σ_{xy} – DD $[\pm 61, \pm 14]$;

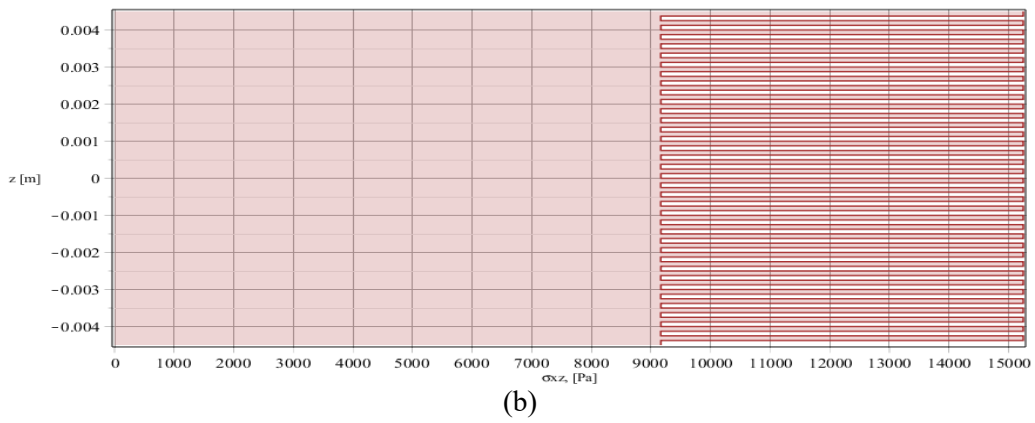
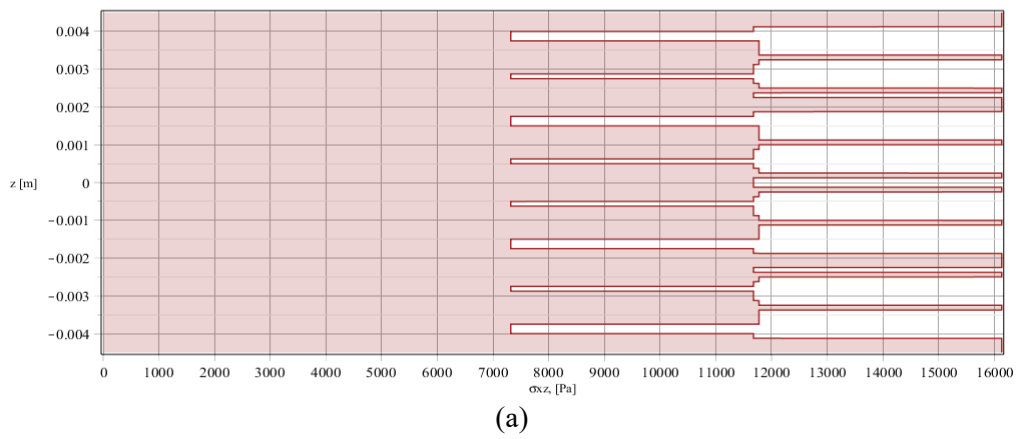


Figura 4.2.7.5 - Representação gráfica das tensões em espessura do laminado QUAD e respectivos DD (a) σ_{xz} – QUAD; (b) σ_{xz} – DD $[\pm 61, \pm 14]$.

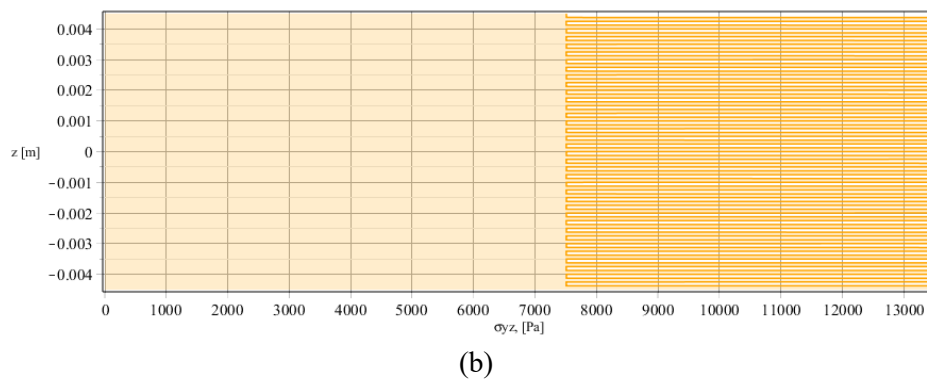
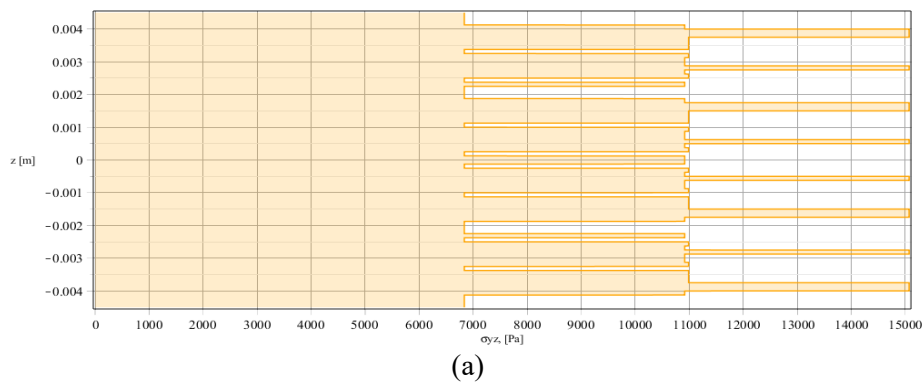
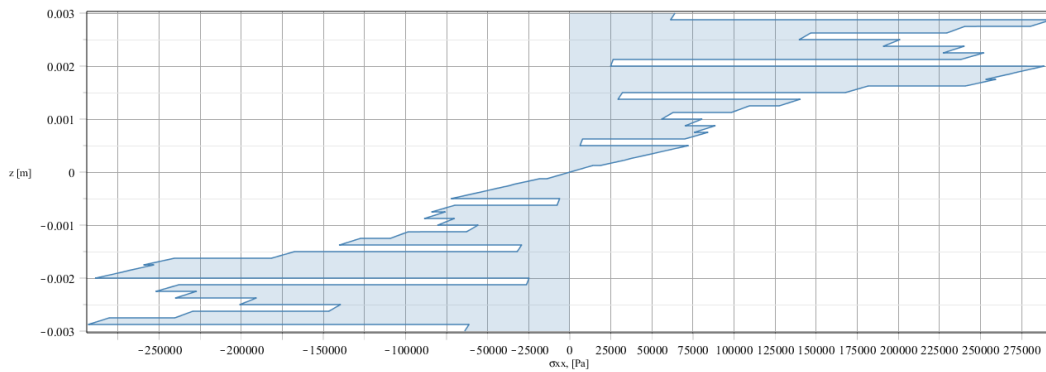
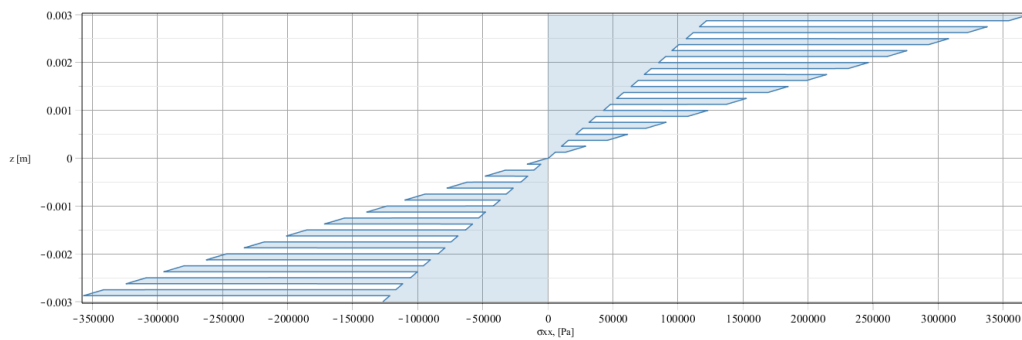


Figura 4.2.7.6 - Representação gráfica das tensões em espessura do laminado QUAD e respectivos DD: (a) σ_{yz} – QUAD; (b) σ_{yz} – DD $[\pm 61, \pm 14]$.

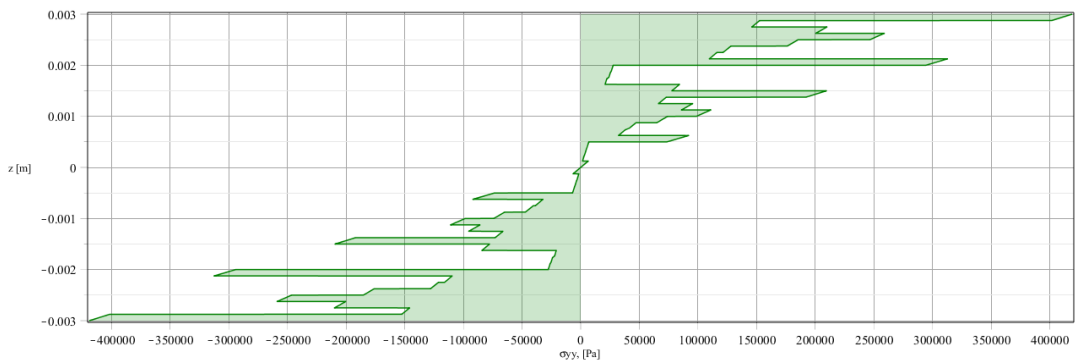


(a)

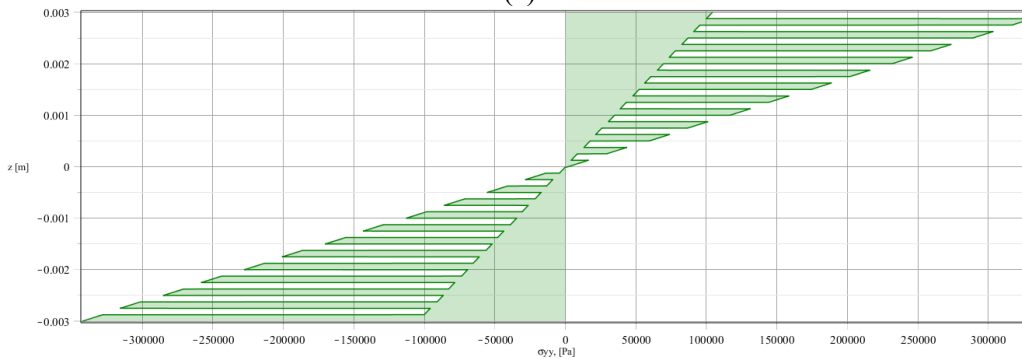


(b)

Figura 4.2.7.7 - Representação gráfica das tensões em espessura do laminado não-convencional e respectivos DD: (a) σ_{xx} – Laminado não-convencional; (b) σ_{xx} – DD $[\pm 61, \pm 25]$.



(a)



(b)

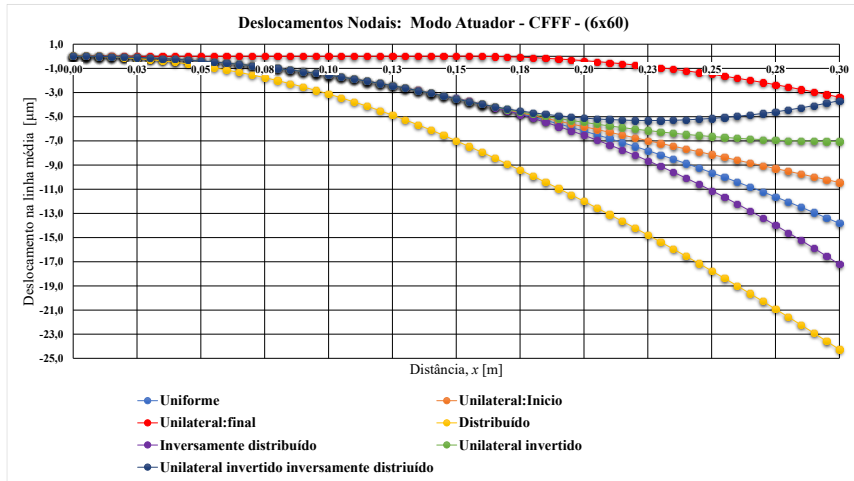
Figura 4.2.7.8 - Representação gráfica das tensões em espessura do laminado não-convencional e respectivo DD: (a) não-convencional; (b) σ_{yy} – DD $[\pm 61, \pm 25]$.

4.2.8 Estudo Paramétrico 8: Esquemas de atuação em laminados híbridos

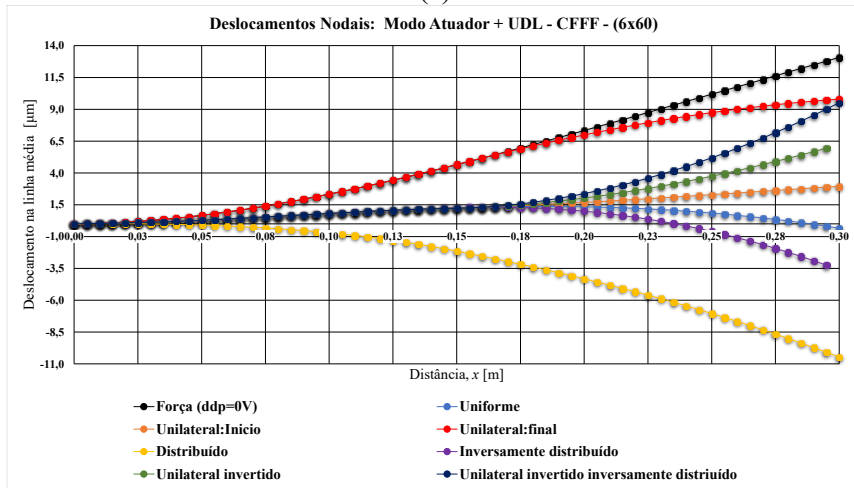
No **EP8**, foi feita uma análise estática a vigas laminadas híbridas DD, CFFF sujeitas a diversos esquemas de atuação. O laminado DD considerado é um Staggl de espessura constante com $(\Phi, \psi) = (\pm 61, \pm 14)$ e um $rT=18$ em IM6/Epoxy. As dimensões da estrutura e as respectivas espessuras são idênticas ao **EP6**. Os diversos esquemas de imposição de potenciais elétricos de $V_1=25$ (V) e $V_2=50$ (V), encontram-se na Figura 4.2.8.2, onde poderão estar ou não sujeitos a uma carga mecânica UDL de 100 (Pa). O objetivo deste estudo foi verificar o comportamento dos esquemas de atuação explorando as possibilidades de controlo de forma da respetiva estrutura.

Na Figura 4.2.8.1-(a), os resultados obtidos demonstram como a distribuição dos potenciais elétricos, ao longo da estrutura impactam a sua morfologia. O caso de referência para efeitos comparativos é onde os potenciais impostos estão uniformemente distribuídos. Em comparação com ele, os casos (d) e (e) apresentam deslocamentos superiores dado ao potencial não-uniforme aplicado, *i.e.*, metade da estrutura está imposta a um potencial com o dobro da intensidade do caso uniforme e a outra metade é idêntica ao potencial uniforme. Estes casos demonstram que para a condição de CFFF, a imposição de potenciais superiores na região inicial conduz a um deslocamento generalizado superior. Ao passo que, a imposição superior nas zonas posteriores (bordo oposto ao encastramento) conduz a um perfil de deslocamentos semelhante ao uniforme com um maior deslocamento somente na respetiva zona posterior. O mesmo comportamento também se verifica para os casos (b) e (c), onde são colocados potenciais unilaterais. Os casos onde os potenciais se encontram invertidos podem ser obtidos invertendo a polarização do respetivo material piezoelétrico ou trocando diretamente a imposição do potencial. Assim os casos (f) e (g), demonstram as possibilidades de alterar continuamente a morfologia da estrutura. Para o caso (g), verifica-se um deslocamento no bordo livre oposto ao encastramento semelhante ao caso (c).

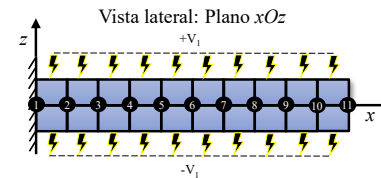
Na Figura 4.2.8.1-(b), apresenta-se o caso de estruturas carregadas com uma carga UDL. Nesta parte do estudo, o caso de referência para efeitos comparativos é onde a estrutura apenas é carregada mecanicamente sem nenhum potencial aplicado. Os comentários realizados para os esquemas de atuador sem cargas mecânicas aplicadas mantêm-se, evidenciando nestes casos a atenuação dos efeitos da respetiva carga mecânica de diversas formas e até a inversão da direção do deslocamento. Este tipo de abordagem pode ter diversas aplicações tomando por exemplo, os perfis alares adaptáveis apresentados previamente na Figura 2.1.2.5.



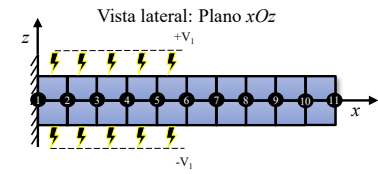
(a)



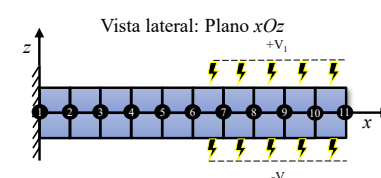
(b)



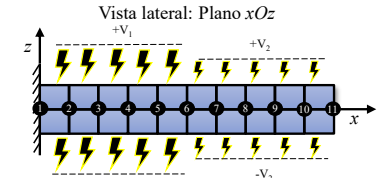
(a)



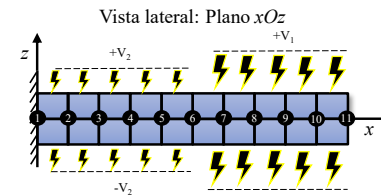
(b)



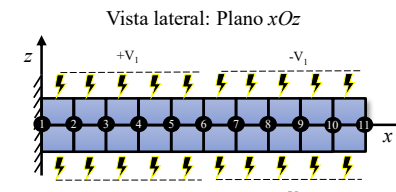
(c)



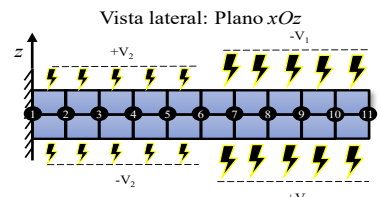
(d)



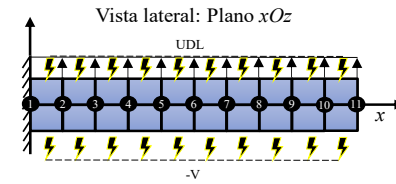
(e)



(f)



(g)



(h)

Figura 4.2.8.1 - Representação gráfica dos deslocamentos para uma viga de espessura constante considerando diversos esquemas de atuação para CFFF: (a) Sem carga UDL; (b) Com carga UDL.

Figura 4.2.8.2 - Representação esquemática das condições dos potenciais elétricos e carregamento mecânico considerado (10x1): (a) Uniforme; (b) Unilateral-inicial; (c) Unilateral-final; (d) Distribuído; (e) Inversamente distribuído; (f) Unilaterais invertidos; (g) Unilaterais invertidos inversamente distribuídos; (h) UDL+ Uniforme.

4.2.9 Estudo Paramétrico 9: Laminados *Sandwich* com núcleo DD e camadas adjacentes Piezoelétricas e Piezomagnéticas

No EP9, foi feita uma análise dinâmica em vibração livre, de placas laminadas híbridas com diversos esquemas de laminação e diferentes CFs, *i.e.*, MBCs e EBCs. Novamente, os esquemas de laminação das camadas elásticas são os mesmos dos considerados no EP4 e EP5, *i.e.*, um QUAD convencional em IM6/Epoxy com uma espessura total de 9 (mm) e os respectivos DD equivalentes em $[D]^*$ e $[A]^*$, *i.e.*, $(\Phi, \psi)=(\pm 61, \pm 14)$ e $(\Phi, \psi)=(\pm 62, \pm 20)$ com um $rT=18$. Cada uma das camadas piezoelétricas e piezomagnéticas têm uma espessura de 0,5 (mm) sendo a espessura total da estrutura de 11 (mm). As dimensões da placa são $L=b=0,3$ (m) e a respectiva discretização considerada de $[20 \times 20]$. O objetivo deste estudo foi analisar o efeito das respectivas fases piezoelétricas e magnéticas nas frequências naturais da estrutura considerado diversos empilhamentos, diversas MBCs e EBCs. Na Figura 4.2.9.1, são feitas representações esquemáticas dos esquemas de laminação considerados no EP9.

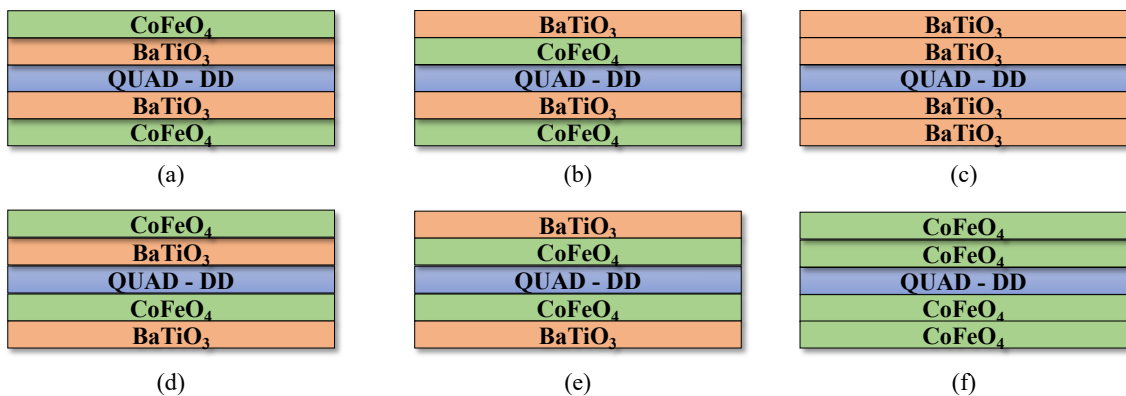


Figura 4.2.9.1 - Representação do esquemas de laminação considerados no EP9: (a) F/B/QUAD-DD/B/F; (b) B/F/QUAD-DD/B/F; (c) B/B/QUAD-DD/B/B; (d) F/B/QUAD-DD/F/B; (e) B/F/QUAD-DD/F/B; (f) F/F/QUAD-DD/F/F.

Na Tabela 4.2.9.1, apresentam-se as frequências fundamentais para os QUAD sendo a formatação condicional feita de forma a auxiliar a comparação de MBCs. Na Tabela 4.2.9.2, apresentam-se as frequências fundamentais para DD equivalentes em $[D]^*$ sendo a formatação condicional feita de forma a auxiliar a comparação de todos tipos de empilhamento de camadas ativas em função das MCBs. Na Tabela 4.2.9.3, apresentam-se as frequências fundamentais para DD equivalentes em $[A]^*$ sendo a formatação condicional feita de forma a auxiliar a comparação somente entre B/F/DD/F/B, F/B/DD/B/F, B/F/DD/B/F e F/B/DD/F/B. Em todas as formações condicionais de cor, o vermelho representa os valores superiores e o verde os valores inferiores da respectiva grandeza.

Em termos do impacto das condições de fronteira verifica-se que para todos os casos a condição SSCC obtém as maiores frequências naturais e SSFF as menores, podendo-se ordenar da seguinte forma – da mais baixa para a mais alta: SSFF<SSFC<SSSS<CCFF<SSCS<SSCC. Na Tabela 4.2.9.1, é possível verificar que isso se verifica para qualquer dos laminados QUAD com os vários tipos de empilhamento das camadas ativas consideradas – o mesmo aplica-se para os DD em [A]* e [D]* na Tabela 4.2.9.2 e Tabela 4.2.9.3.

A respeito dos tipos de empilhamento QUAD e DD, os DD equivalentes em [A]* obtêm frequências fundamentais superiores para as condições de SSSS, SSCC e SSCS e os QUAD e DD equivalente em [D]* superiores para SSFF, SSFC e CCFF. Existem dois casos isolados onde o laminado DD equivalente em [D]* obtém frequências superiores que o equivalente [A]* para SSCS – F/B/DD/B/F e F/F/DD/F/F – notando-se a particularidade das camadas piezomagnéticas se encontrarem na extremidade. Por sua vez, os DD equivalentes em [D]* têm um comportamento muito similar ao QUAD. Conforme verificado anteriormente, o comportamento do laminado em função das MBCs está dependente das respetivas matrizes [A], [B] e [D].

Relativamente ao tipo de empilhamento das camadas ativas, verifica-se na Tabela 4.2.9.2 e na Tabela 4.2.9.3 que os laminados com mais camadas piezomagnéticas ou com elas mais afastadas da superfície média apresentam frequências superiores o que se deve às propriedades elásticas superiores e valores de massa específica semelhantes – superior para o CoFeO₄. Neste sentido, os valores máximos de frequências são obtidos para F/F/--/F/F (OC, CC) e F/B/--/B/F, onde "--" simboliza QUAD e ambos os DD.

Por fim, relativamente ao efeito piezoelétrico e piezomagnético, estes aumentam as respetivas frequências quando são considerados, *i.e.*, a trabalhar em circuito aberto – verificando-se um efeito mais acentuado para o efeito piezoelétrico. Em termos de MBCs, os efeitos piezoelétricos e piezomagnéticos mais pronunciados verificam-se em SSCC, podendo-se ordenar da seguinte forma – da mais baixo para o mais alto: SSFF<SSFC< CCFF< SSSS<SSCS<SSCC.

Tabela 4.2.9.1 - Resposta dinâmica de placas laminadas *sandwich* com núcleos QUAD e camadas piezoelétricas e piezomagnéticas em vibração livre - amostra de resultados.

| Frequência fundamental, ω (Hz) | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------------|--------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|
| - | B/F/QUAD/F/B | | F/B/QUAD/B/F | | B/F/QUAD/B/F | | F/B/QUAD/F/B | | B/B/QUAD/B/B | | F/F/QUAD/F/F | |
| MBCs/EBCs | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC |
| SSSS | 789,377 | 779,364 | 794,946 | 786,791 | 792,166 | 783,086 | 792,166 | 783,086 | 756,004 | 737,348 | 828,081 | 827,910 |
| SSCC | 1118,528 | 1104,470 | 1126,346 | 1114,913 | 1122,442 | 1109,701 | 1122,442 | 1109,701 | 1071,140 | 1044,809 | 1173,253 | 1173,014 |
| SSCS | 930,374 | 918,571 | 936,940 | 927,333 | 933,662 | 922,961 | 933,662 | 922,961 | 890,884 | 868,841 | 976,093 | 975,892 |
| SSFF | 402,716 | 399,482 | 405,290 | 402,663 | 404,005 | 401,076 | 404,005 | 401,076 | 386,965 | 380,874 | 420,998 | 420,943 |
| SSFC | 511,445 | 508,084 | 514,823 | 512,095 | 513,136 | 510,094 | 513,136 | 510,094 | 490,891 | 484,530 | 535,281 | 535,224 |
| CCFF | 911,155 | 902,378 | 916,751 | 909,612 | 913,956 | 906,001 | 913,956 | 906,001 | 876,176 | 859,734 | 951,568 | 951,419 |

Tabela 4.2.9.2 - Resposta dinâmica de placas laminadas *sandwich* com núcleos DD-[D]* e camadas piezoelétricas e piezomagnéticas em vibração livre - amostra de resultados.

| Frequência fundamental, ω (Hz) | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|
| Stagg1 [61;14] | B/F/DD/F/B | | F/B/DD/B/F | | B/F/DD/B/F | | F/B/DD/F/B | | B/B/DD/B/B | | F/F/DD/F/F | |
| MBCs/EBCs | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC |
| SSSS | 789,824 | 779,818 | 795,390 | 787,240 | 792,613 | 783,540 | 792,609 | 783,535 | 756,463 | 737,822 | 828,514 | 828,343 |
| SSCC | 1118,457 | 1104,411 | 1126,268 | 1114,844 | 1122,387 | 1109,663 | 1122,348 | 1109,611 | 1071,091 | 1044,781 | 1173,153 | 1172,914 |
| SSCS | 930,640 | 918,846 | 1125,894 | 1114,481 | 933,935 | 923,245 | 933,914 | 923,217 | 891,166 | 869,140 | 1172,739 | 1172,500 |
| SSFF | 402,315 | 399,082 | 404,893 | 402,266 | 403,604 | 400,675 | 403,608 | 400,680 | 386,553 | 380,465 | 420,610 | 420,555 |
| SSFC | 511,407 | 508,048 | 514,786 | 512,059 | 513,100 | 510,059 | 513,097 | 510,055 | 490,852 | 484,493 | 535,245 | 535,188 |
| CCFF | 910,603 | 901,814 | 916,210 | 909,061 | 913,389 | 905,417 | 913,430 | 905,470 | 875,587 | 859,122 | 951,061 | 950,912 |

Tabela 4.2.9.3 - Resposta dinâmica de placas laminadas *sandwich* com núcleos DD-[A]* e camadas piezoelétricas e piezomagnéticas em vibração livre - amostra de resultados.

| Frequência fundamental, ω (Hz) | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|
| Stagg1 [62;20] | B/F/DD/F/B | | F/B/DD/B/F | | B/F/DD/B/F | | F/B/DD/F/B | | B/B/DD/B/B | | F/F/DD/F/F | |
| MBCs/EBCs | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC |
| SSSS | 796,103 | 786,185 | 801,621 | 793,542 | 798,867 | 789,872 | 798,865 | 789,870 | 762,904 | 744,439 | 834,606 | 834,436 |
| SSCC | 1128,101 | 1114,206 | 1135,831 | 1124,528 | 1131,989 | 1119,400 | 1131,954 | 1119,352 | 1081,017 | 1055,012 | 1182,476 | 1182,239 |
| SSCS | 938,671 | 926,996 | 945,167 | 935,662 | 941,933 | 931,349 | 941,914 | 931,325 | 899,418 | 877,632 | 984,115 | 983,916 |
| SSFF | 391,623 | 388,336 | 394,272 | 391,601 | 392,948 | 389,970 | 392,951 | 389,974 | 375,629 | 369,434 | 410,190 | 410,134 |
| SSFC | 507,247 | 503,877 | 510,652 | 507,916 | 508,952 | 505,901 | 508,951 | 505,900 | 486,606 | 480,229 | 531,184 | 531,127 |
| CCFF | 889,284 | 880,283 | 895,049 | 887,730 | 892,150 | 883,987 | 892,190 | 884,039 | 853,748 | 836,863 | 930,350 | 930,197 |

Capítulo V

No presente capítulo apresenta-se a conclusão da Dissertação começando por uma visão geral do trabalho realizado seguido das conclusões por tema abordado e desenvolvimentos futuros.

Extensão do capítulo: 7 páginas.

5 Conclusão

5.1 Visão geral da dissertação

Na primeira parte da dissertação, foi realizada uma caracterização dos materiais/estruturas avançados(as) num formato condensado. A sua abordagem iniciou-se com as generalidades associadas aos materiais e estruturas inteligentes, onde os mesmos foram classificados e definidos. De seguida, foram definidos diversos materiais inteligentes bem como uma secção inteiramente dedicada às aplicações reais em diversas indústrias. Além dos materiais inteligentes, foram abordados e classificados os diversos tipos de materiais compósitos sendo apresentada em detalhe a nova família de laminados, os *Double-Double*. A primeira parte da dissertação termina com a apresentação de uma revisão bibliográfica relacionada com os materiais Magneto-Eleto-Elásticos englobando o período de 2000-2023. Ao longo das diversas secções, foram apresentadas diversas imagens, tabelas resumo, linhas cronológicas, tendências futuras, bibliografia direcionada a cada tema e também literatura complementar.

A segunda parte da dissertação é iniciada com a apresentação dos fundamentos teóricos que se encontram na base da aplicação numérica criada. A sua apresentação compreendeu os Modelos de Materiais, Leis Constitutivas, Teoria de Placas e Modelação por Elementos Finitos. Em específico, ao longo do presente trabalho, foi desenvolvida uma aplicação numérica com intuito de modelar, analisar e prever o comportamento mecânico de estruturas compósitas híbridas do tipo viga/placa constituídas por diversos tipos materiais sendo o foco a implementação laminados *double-double* e materiais Magneto-Eleto-Elásticos. De modo a verificar a credibilidade dos resultados obtidos, foi realizado um total de 32 estudos de verificação divididos

entre estudos de natureza estática e dinâmica em vibração livre. Além de verificar a aplicação desenvolvida, a variedade de estudos permitiu analisar o comportamento do próprio elemento utilizado, o que foi muito útil de um ponto de vista pedagógico. A segunda parte termina com a apresentação de um conjunto de 9 Estudos Paramétricos. Estes permitiram aprofundar o estudo dos modelos considerados neste trabalho bem como a utilização da aplicação desenvolvida. As apresentações integrais dos diversos estudos encontram-se nos respectivos: **Anexo A** e **Anexo B**.

Relativamente à aplicação numérica desenvolvida e em específico à implementação do MEF, o tipo de elemento selecionado foi um elemento quadrilátero Q4 isoparamétrico bilinear pertencente à família de Lagrange. A modelação do campo de deslocamento foi feita com recurso à teoria de deformação de corte de primeira ordem considerando a aproximação de camada única equivalente com uma aproximação do tipo multicamada para o potencial elétrico e magnético. O fator de correção de corte considerado foi de $5/6$ sendo o efeito do *shear-locking* minimizado através da implementação de esquemas de integração seletiva/mista. O algoritmo implementado permite simular diversos materiais desde isotrópicos, ortotrópicos, piezoelétricos, piezomagnéticos e Magneto-Eleto-Elásticos inseridos em estruturas uniformes ou híbridas, laminadas ou de camada única. Essas estruturas podem ser de espessura constante ou variável e sujeitas a cargas de natureza mecânica, elétrica e magnética uniformes e não-uniformes com diversas condições de fronteira. Os resultados obtidos da análise estática incluem deslocamentos, extensões, tensões mecânicas, potenciais elétricos, potenciais magnéticos. Por outro lado, a análise dinâmica em vibração livre tem como resultados as frequências naturais do sistema e os respetivos modos. Por fim, salienta-se que todo o processamento é realizado automaticamente sendo necessária a intervenção do utilizador apenas no pré-processamento através da seleção de diversos parâmetros. Os resultados também são organizados e exportados de forma automática sendo necessária uma intervenção mínima do utilizador. Embora o desempenho a nível do tempo de simulação não tenha sido avaliado, foi sempre considerado na elaboração do algoritmo procurando-se sempre a sua otimização e generalização.

5.2 Conclusões por tópico abordado

Estruturas Inteligentes e as aplicações nas indústrias:

Tendo sido analisadas um total de dez indústrias relativamente à aplicação de estruturas constituídas por materiais inteligentes é possível concluir que alguns dos focos em termos das indústrias são:

- **Biomédica e medicina:** terapêutica, diagnóstico e tratamento através de sistemas autónomos, alimentados energeticamente por nanogeradores triboelétricos, piezoelétrico e termoeletrônicos.

- **Construção civil e Arquitetura:** desempenho estrutural/energético das respetivas infraestruturas perspetivando a monitorização e o controlo ótimo. A nível estrutural, o principal foco é a monitorização da segurança e integridade estrutural.
- **Setor Petrolífero e do Gás:** adaptação e inovação nas atuais tecnologias através de utilização de materiais inteligentes.
- **Robótica:** replicação do comportamento biológico com possíveis aplicações em todos os ramos devido à sua agilidade, sensibilidade e adaptabilidade.
- **Automóvel:** incorporação de nanogeradores no desenvolvimento de sistemas sensoriais energeticamente autónomos. O tipo de nanogeradores em vista são os piezoelétricos, triboelétricos, piroelétricos e termoeelétricos.
- **Aeronáutica:** monitorização estrutural e tecnologias de morfologia adaptável.
- **Alimentar:** determinação de contaminantes, controlo de dano e desperdício alimentar através de embalamento avançado, monitorização da sua qualidade, maturação e segurança.
- **Têxtil:** equipamentos de proteção individual, equipamento policial e militar, deteção de vapores tóxicos e de níveis elevados de radiação através da incorporação de tecidos inteligentes.
- **Ambiental:** remediação de ambientes aquosos contaminados utilizando absorventes inteligentes.

Revisão Bibliográfica – Materiais Magneto-Eletro-Elásticos:

A revisão realizada permitiu verificar a evolução das diversas abordagens face ao estudo de materiais multifuncionais do tipo Magneto-Eletro-Elásticos. As tendências futuras observadas incluem o estudo de materiais híbridos multiescala com gradientes funcionais considerando núcleos em nanotubos de carbono, diversos modelos de porosidades e a inclusão dos campos diversos campos: higrótérmico, térmico, magnético, elétrico e elástico. Os tipos de análises tendem para a não-linearidade bem como a microescala e nanoescala.

Estudos realizados – Verificação e Paramétricos:

Os estudos de verificação permitiram verificar a validade dos resultados obtidos bem como analisar o comportamento do modelo e do próprio elemento utilizado.

Estruturas sem efeito piezoelétrico/piezomagnético:

Começando pelas estruturas sem efeito piezoelétrico/piezomagnético, foi possível demonstrar o efeito do *Shear Locking* concluindo que o seu impacto varia conforme a relação de aspeto ($\uparrow L/h \Rightarrow \uparrow SL$) e com o tipo de integração considerada (integração completa $\Rightarrow \uparrow\uparrow SL$) sendo possível a sua minimização através de esquemas de integração seletiva/mista.

Relativamente à convergência de valores através do refinamento da discretização, foi possível concluir que para uma estrutura do tipo placa quadrada, a discretização de [20x20] apresenta uma boa convergência de valores com um bom custo/benefício em termos de peso computacional.

Relativamente às teorias consideradas, verificou-se que Teoria Clássica de Placas/Laminados apresenta limitações para estruturas espessas e moderadamente espessas, dado que sobrestima a rigidez da própria estrutura resultado em deslocamentos inferiores e frequências naturais superiores à FSDT e HSDT. Este fenómeno ocorre devido à ausência de deformações de corte na CPT, *i.e.*, distorções γ_{xz} e γ_{yz} . No entanto, o perfil constante de deformações de corte proposto pela FSDT nem sempre é suficientemente representativo uma vez que variam em espessura e desaparecem à superfície da respetiva estrutura. A limitação FSDT face à HSDT verificou-se principalmente para estruturas espessas ($L/h < 10$) observando-se novamente uma sobrevalorização da rigidez da estrutura por parte da FSDT. Também o modo de como as respetivas tensões de corte são obtidas – através das relações constitutivas ou equações de equilíbrio – impacta bastante os resultados obtidos.

Relativamente às Condições de Fronteira, foram observadas correlações diretas entre os resultados obtidos e a quantidade de graus de liberdade restringidos. No caso estático, quanto mais Gdl são restringidos, menor o deslocamento obtido e no caso dinâmico, maiores frequências naturais. Também se verificou a presença de modos múltiplos em estruturas com simetria e CFs também simétricas. Outro aspeto relevante a referir é o uso de CFs do tipo simplesmente apoiado apropriadas que diferem entre os esquemas de laminação utilizados – o tipo SS-1 deve ser utilizado para *cross-ply* e SS-2 para o *angle-ply*.

Relativamente ao tipo de empilhamento considerado para laminados, foi possível verificar o impacto das deformações de corte constatando-se um aumento para relações L/h superiores e uma diminuição para inferiores. Também se verificou a influência do acoplamento flexão-extensão conforme o grau de ortotropia presente nos laminados – quanto maior o grau de ortotropia, menor o seu impacto. Para laminados *cross-ply*, o efeito da deformação por corte nas tensões difere conforme as componentes de tensão, verificando-se uma diminuição para as componentes xx , xy , xz e um aumento para yy e yz para laminados simétricos. No caso de laminados antissimétricos o efeito não apresenta tal sensibilidade e também o efeito de corte nas tensões não é notado para laminados *angle-ply*.

Relativamente à verificação da abordagem *Double-Double*, foram apresentadas diversas vantagens associadas ao seu uso. Os pressupostos assumidos na abordagem pelo *trace* foram verificados uma vez que tanto o cálculo do Tr^* através dos coeficientes Q^*_{ij} como através dos U^*_i igualam a unidade. Os laminados *Double-Double* obtidos em substituição do QUAD e outros

laminados, contêm uma rigidez que é pelo menos, igual ou superior. A principal vantagem verificada nesta instância foi a homogeneização ($[A]^* = [D]^*$) e a simplificação do esquema de laminação. No processo de homogeneização, foi verificada uma diminuição dos termos nas matrizes $[B]$ e partes de $[D]$ com uma taxa de $1/rT$ e $1/rT^2$ respectivamente. A vantagem de ter um esquema de laminação mais simples também conduz a distribuições de tensões mais equilibradas e homogeneizadas em contraste com as distribuições dos QUAD e outros laminados não-convencionais. As descontinuidades presentes nas respectivas distribuições de tensões poderão levar ao aparecimento de tensões e falhas interlaminares, delaminação e efeitos de bordo pronunciados. Assim um perfil de tensões intensamente descontínuo em conjunto com possíveis erros de fabrico, poderá conduzir a falha prematura do laminado.

Estruturas com efeito piezoelétrico e piezomagnético:

Nas estruturas com efeito piezoelétrico foi possível verificar o respetivo efeito direto e inverso obtendo-se deslocamentos na presença de potenciais elétricos e vice-versa.

No modo atuador, os resultados obtidos indicam um comportamento linear entre o potencial aplicado e o deslocamento obtido. Também foi possível demonstrar a possibilidade de controlar continuamente a morfologia da estrutura através da aplicação de potenciais não uniformes e a atenuação/inversão dos efeitos dos esforços mecânicos impostos. No modo sensor, verificou-se um comportamento similar e também uma distribuição linear do potencial ao longo da estrutura obtendo-se o máximo nas regiões das CFs. De notar que esta distribuição se encontra ligada ao tipo de carregamento considerado e às respetivas propriedades ativas e passivas dos materiais. Por outro lado, na distribuição em espessura dos potenciais, verificou-se uma não-linearidade e que a sua consideração poderia conduzir a uma sobrestimação dos respetivos potenciais.

Relativamente à presença do acoplamento eletromecânico, esta conduz ao aumento de rigidez da estrutura traduzindo-se em deslocamentos inferiores para o caso estático e frequências naturais superiores para o caso dinâmico. No entanto, verificou-se que a prominência desse efeito é dependente da respetiva localização em espessura do laminado, do tipo de CFs consideradas, das propriedades dos materiais e caso esteja presente, o respetivo substrato (QUAD, DD ou outro).

Os resultados de laminados híbridos permitiram obter algumas soluções inovadoras. Em primeiro lugar, verificou-se a equivalência dos laminados DD face aos QUAD bem como a sua ligeira dominância em certos casos. Nesse sentido, foi verificada uma particularidade que relaciona o comportamento associado à matriz de rigidez de membrana, rigidez de flexão e as respetivas CFs. Nos respetivos estudos foi possível obter laminados de espessura escalonada – muito difíceis de obter com a abordagem convencional QUAD – sendo as vantagens observadas, no modo de atuação, as seguintes: (1) redução do peso (20,67% para *tapering-1*, 27,30% para

tapering-2 e 8,2% para *tapering-3*); (2) otimização do poder de atuação ou da eficiência energética, *i.e.*, para o mesmo potencial elétrico aplicado obtém-se deslocamentos superiores ou idêntico ao deslocamento da estrutura uniforme através de um potencial inferior; (3) comportamento de flexão equilibrado devido à homogeneização; (4) aumento da frequência fundamental devido à remoção de massa presente nas zonas com mais Gdl livres. No modo de sensor, também se verificou possível aumento no potencial gerado através da implementação de esquemas de escalonamento no caso de carregamentos UDL.

A validade do uso da *Master-ply* no contexto de laminados híbridos foi verificada, dado que prevê o comportamento do laminado para diversos materiais com uma precisão aceitável. Uma das vantagens desta abordagem é a redução da complexidade das análises preliminares aos laminados acompanhada de uma redução substancial do tempo de computação, *e.g.*, 15 simulações para 1 simulação.

Relativamente ao efeito piezoelétrico e piezomagnético, estes aumentam as respectivas frequências quando são considerados, *i.e.*, a trabalhar em circuito aberto – verificando-se um efeito mais acentuado para o efeito piezoelétrico. Por outro lado, nos casos considerados, os laminados com mais camadas piezomagnéticas ou com elas mais afastadas da superfície média da estrutura apresentam frequências superiores.

Por fim, tendo sido os acoplamentos magnetomecânicos e eletromagnéticos implementados de forma análoga ao eletromecânico, o comportamento do piezomagnético é similar ao do piezoelétrico. Assim, a presença de carregamentos mecânicos produz potenciais magnéticos lineares em espessura e variam ao longo do comprimento das estruturas. De notar que para uma viga *Bimorph* constituída por uma fase piezoelétrica e outra piezomagnética, sujeita a uma carga unitária UDL, a ordem de grandeza entre os potenciais elétricos e magnéticos gerados são da ordem dos (mV) e (μ A).

5.3 Desenvolvimentos futuros

Dado que se pode considerar os objetivos propostos como alcançados, existe a possibilidade de dar continuidade ao trabalho desenvolvido. Assim, a proposta de desenvolvimentos futuros aparece em várias frentes do trabalho desenvolvido. Numa primeira instância, para dar continuidade ao trabalho desenvolvido seria de estender a análise de laminados DD com camadas MEE através do desenvolvimento de mais estudos paramétricos e a inclusão de ambas as fases piezoelétricas e piezomagnéticas numa só camada. De seguida, apresenta-se a seguinte proposta:

Começando pelo tipo de elemento implementado será ampliar a gama disponível de elementos 2D de Q4 para Q8, Q9 e Q16. Também a generalização da discretização de modo a permitir a análise de estruturas mais complexas como placas paralelogrâmicas e estruturas não-simétricas. No contexto da teoria implementada, prosseguir para teorias de ordem superior como a HSDT e modelos *layer-wise*. Quanto aos modelos de materiais disponíveis, implementar materiais com gradiente funcional considerando partículas, porosidades, nanotubos de carbono e também laminados híbridos do tipo *sandwich*. Relativamente à abordagem multicampo, a implementação do campo térmico permitindo a análise de estruturas Termo-Eletro-Magneto-Elásticas e Hígro-Termo-Eletro-Magneto-Elásticas. No contexto de laminados *Double-Double*, implementar critérios de falha em materiais compósitos e verificar o modelo de *Master Failure Envelopes*. Nesta sequência, implementar um algoritmo de otimização que determine o melhor par de ângulos (Φ , Ψ) para cada caso de estudo com base nos critérios de falha. Por fim, a implementação de modelos de otimização e algoritmos de controlo automático do próprio sistema.

Referências Bibliográficas

- [1] S. D. Müzel, E. P. Bonhin, N. M. Guimarães, and E. S. Guidi, “Application of the finite element method in the analysis of composite materials: A review,” *Polymers (Basel)*, vol. 12, no. 4, 2020, doi: 10.3390/POLYM12040818.
- [2] M. F. S. F. de Moura, A. B. de Moraes, and A. G. de Magalhães, *Materiais Compósitos - Materiais, Fabrico e Comportamento Mecânico*. Publindústria, Edições Técnicas, 2010.
- [3] J. N. Reddy, *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells*, 2nd ed. CRC Press, 2003. doi: 10.1201/b12409.
- [4] V. dos Santos, R. N. Brandalise, and M. Savaris, “Chapter 6: Composite Biomaterials,” in *Engineering of Biomaterials*, 1st ed., C. P. Bergmann, Ed. Cham: Springer International Publishing, 2017, pp. 51–53. doi: 10.1007/978-3-319-58607-6.
- [5] T. Trzepieciński, S. M. Najm, M. Sbayti, H. Belhadjsalah, M. Szpunar, and H. G. Lemu, “New advances and future possibilities in forming technology of hybrid metal–polymer composites used in aerospace applications,” *J. Compos. Sci.*, vol. 5, no. 8, 2021, doi: 10.3390/jcs5080217.
- [6] A. Filimon, “Chapter 1: Impact of Smart Structures on Daily life: an alternative for progress toward revolutionary Discoveries,” in *Smart materials : integrated design, engineering approaches, and potential applications*, Anca Filim., Apple Academic Press, CRC Press, 2019, pp. 2–10.
- [7] M. Bashir and P. Rajendran, “Recent trends in piezoelectric smart materials and its actuators for morphing aircraft development,” *Int. Rev. Mech. Eng.*, vol. 13, no. 2, pp. 117–125, 2019, doi: 10.15866/ireme.v13i2.15538.
- [8] J. Sun, Q. Guan, Y. Liu, and J. Leng, “Morphing aircraft based on smart materials and structures: A state-of-the-art review,” *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, vol. 27, no. 17, pp. 2289–2312, Oct. 2016, doi: 10.1177/1045389X16629569.
- [9] F. T. Dias, J. P. Cruz, R. A. F. Valente, and R. J. A. Sousa, “Capítulo 2: Introdução à simulação numérica,” in *Método dos Elementos Finitos: Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia*, 1st ed., ETEP - Edições Técnicas e Profissionais, 2010, pp. 15–35.
- [10] P. Kurowski, “Chapter 1: Introduction,” in *Engineering Analysis with SolidWorks Simulation*, SDC Publications, Ed. Stephen Schroff, 2018, pp. 5–7.
- [11] C. A. Felippa, “Chapter 1: Overview,” in *Introduction to Finite Element Methods*, Department of Aerospace Engineering Sciences and Center for Aerospace Structures University of Colorado, 2004, pp. 1–14.
- [12] M. Zanin *et al.*, “An Early Stage Researcher’s Primer on Systems Medicine Terminology,” *Netw. Syst. Med.*, vol. 4, no. 1, pp. 2–50, 2020, doi: 10.1089/nsm.2020.0003.

- [13] P. Hadagali, "Subject-specific finite element modeling of the adolescent thoracic spine for scoliosis research," Drexel University, 2014. doi: 10.13140/RG.2.1.4314.4722.
- [14] L. Landi, E. Uhlmann, F. Meister, F. Pera, and H. Mödden, "Probabilities in safety of machinery—risk reduction through fixed and moveable guards by standardized impact tests, part 2: Possible improvements with FE impact simulations," *Saf. Reliab. - Theory Appl. - Proc. 27th Eur. Saf. Reliab. Conf. ESREL 2017*, no. November, pp. 1967–1975, 2017, doi: 10.1201/9781315210469-246.
- [15] Y. Nikishkov, A. Makeev, and G. Seon, "Progressive fatigue damage simulation method for composites," *Int. J. Fatigue*, vol. 48, pp. 266–279, 2012, doi: 10.1016/j.ijfatigue.2012.11.005.
- [16] R. C. Smith, "Smart Structures: Model Development and Control Applications," 2001.
- [17] T. Takagi, "A Concept of Intelligent Materials," *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, vol. 1, no. 2, pp. 149–156, 1990, doi: 10.1177/1045389X9000100201.
- [18] D. michelle Addington and L. S. Daniel, *Smart Materials and New Technologies: For the architecture and design professions*. Architectural Press, Elsevier, 2005.
- [19] C. A. Rogers, "Introduction to smart materials and structures," in *Proceedings of U. S. Army Research Office Workshop, Smart Materials, Structures, and Mathematical Issues*, Virginia P., S. M. & S. Laboratory, Ed. Technomic Publishing Co, 1988, pp. 1–5.
- [20] M. Casini, *Smart Buildings: Advanced Materials and Nanotechnology to Improve Energy-Efficiency and Environmental Performance*. Elsevier, 2016.
- [21] M. KÖK, İ. N. Qader, F. Dağdelen, and Y. AYDOĞDU, "A Review of Smart Materials: Researches and Applications," *El-Cezeri Fen ve Mühendislik Derg.*, vol. 2019, no. 3, pp. 755–788, 2019, doi: 10.31202/ecjse.562177.
- [22] M. E. M. Mekhroum, A. el kacem Qaiss, and R. Bouhfid, "Introduction: different types of smart materials and their practical applications," in *Polymer Nanocomposite-Based Smart Materials*, Elsevier Ltd, 2020, pp. 1–19. doi: 10.1016/b978-0-08-103013-4.00001-7.
- [23] E. Carrera, S. Brischetto, and P. Nali, *Plates and Shells for Smart Structures Plates and Shells for Smart Structures: Classical and Advanced Theories for Modeling And Analysis*, 1st ed. John Wiley & Sons, Ltd., 2011.
- [24] S. Apurva, S. Tailor, and N. Rastogi, "Smart Materials for Smart Cities and Sustainable Environment," *J. Mater. Sci. Surf. Eng.*, no. February, pp. 1–11, 2017, doi: 10.jmsse/2348-8956/5-1.5.
- [25] M. Ferrara and M. Bengisu, "Intelligent design with chromogenic materials," *J. Int. Colour Assoc.*, no. 13, pp. 54–66, 2014, [Online]. Available: <http://www.aic-colour-journal.org/>
- [26] M. C. Whitten *et al.*, "Chromochromic hydrogen detection," *Sensors Propuls. Meas. Appl.*, vol. 6222, p. 62220C, 2006, doi: 10.1117/12.663534.
- [27] R. J. Mortimer, "Electrochromic materials," *Annu. Rev. Mater. Res.*, vol. 41, pp. 241–268, 2011, doi: 10.1146/annurev-matsci-062910-100344.
- [28] K. Nakatani, J. Piard, P. Yu, and R. Métivier, "Introduction: Organic Photochromic Molecules," *Photochromic Mater. Prep. Prop. Appl.*, pp. 1–45, 2016, doi: 10.1002/9783527683734.ch1.
- [29] A. Piriya V.S, P. Joseph, K. Daniel S.C.G., S. Lakshmanan, T. Kinoshita, and S. Muthusamy, "Colorimetric sensors for rapid detection of various analytes," *Mater. Sci.*

- Eng. C.*, vol. 78, pp. 1231–1245, 2017, doi: 10.1016/j.msec.2017.05.018.
- [30] H. K. Bisoyi and Q. Li, “Liquid Crystals: Versatile Self-Organized Smart Soft Materials,” *Chem. Rev.*, vol. 122, no. 5, pp. 4887–4926, Mar. 2022, doi: 10.1021/acs.chemrev.1c00761.
- [31] M. Brzezicki, “A systematic review of the most recent concepts in smart windows technologies with a focus on electrochromics,” *Sustain.*, vol. 13, no. 17, 2021, doi: 10.3390/su13179604.
- [32] H. L. and K. S. A. Hajalilou, S. A. Mazlan, “Chapter 3: Magnetorheological (MR) Fluids,” in *Field Responsive Fluids as Smart Materials*, 1st ed., Singapore: Springer, 2016, pp. 13–50. doi: 10.1007/978-981-10-2495-5.
- [33] H. L. and K. S. A. Hajalilou, S. A. Mazlan, “Chapter 7: Electrorheological (ER) Fluids,” in *Field Responsive Fluids as Smart Materials*, 1st ed., Singapore: Springer, 2016, pp. 95–104. doi: 10.1007/978-981-10-2495-5.
- [34] Y. Liang *et al.*, “Efficient Electrorheological Technology for Materials, Energy, and Mechanical Engineering: From Mechanisms to Applications,” *Engineering*, 2022, doi: 10.1016/j.eng.2022.01.014.
- [35] K. Jiang, “Carbon Nanotubes for Displaying,” in *Industrial Applications of Carbon Nanotubes*, Elsevier Inc., 2017, pp. 101–127. doi: 10.1016/B978-0-323-41481-4.00004-6.
- [36] W. M. Huang, Z. Ding, C. C. Wang, J. Wei, Y. Zhao, and H. Purnawali, “Shape memory materials,” *Mater. Today*, vol. 13, no. 7–8, pp. 54–61, 2010, doi: 10.1016/S1369-7021(10)70128-0.
- [37] J. Mohd Jani, M. Leary, A. Subic, and M. A. Gibson, “A review of shape memory alloy research, applications and opportunities,” *Mater. Des.*, vol. 56, pp. 1078–1113, 2014, doi: 10.1016/j.matdes.2013.11.084.
- [38] Y. Xia, Y. He, F. Zhang, Y. Liu, and J. Leng, “A Review of Shape Memory Polymers and Composites: Mechanisms, Materials, and Applications,” *Adv. Mater.*, vol. 33, no. 6, pp. 1–33, 2021, doi: 10.1002/adma.202000713.
- [39] C. J. L. Klein, L. Olsson, and J. Nielsen, “A Review for Luminescence Property of Materials, Its Detection and Probabilities for Embedding of Luminescence with MEMS Technology,” *Adv. Mater. Lett.*, 2021, doi: 10.5185/amlett.2021051626.
- [40] K. V. R. Murthy, “Thermoluminescence and its applications: A review,” *Defect Diffus. Forum*, vol. 347, pp. 35–73, 2014, doi: 10.4028/www.scientific.net/DDF.347.35.
- [41] Axel Ritter, *Smart Materials in Architecture, Interior Architecture and Design*, 1st ed. Basel: Birkhäuser Basel, 2007. doi: 10.1007/978-3-7643-8227-8.
- [42] B. Parida, S. Iniyar, and R. Goic, “A review of solar photovoltaic technologies,” *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 15, no. 3, pp. 1625–1636, 2011, doi: 10.1016/j.rser.2010.11.032.
- [43] D. C. Mukunda, V. K. Joshi, and K. K. Mahato, “Light emitting diodes (LEDs) in fluorescence-based analytical applications: a review,” *Appl. Spectrosc. Rev.*, vol. 57, no. 1, pp. 1–38, 2022, doi: 10.1080/05704928.2020.1835939.
- [44] S. B. Riffat and X. Ma, “Thermoelectrics: A review of present and potential applications,” *Appl. Therm. Eng.*, vol. 23, no. 8, pp. 913–935, 2003, doi: 10.1016/S1359-4311(03)00012-7.
- [45] Y. Poplavko and Y. Yakymenko, “Pyroelectricity,” *Funct. Dielectr. Electron.*, pp. 131–

159, 2020, doi: 10.1016/b978-0-12-818835-4.00004-3.

- [46] M. Habib, I. Lantgios, and K. Hornbostel, "A review of ceramic, polymer and composite piezoelectric materials," *J. Phys. D. Appl. Phys.*, vol. 55, no. 42, p. 423002, Oct. 2022, doi: 10.1088/1361-6463/ac8687.
- [47] M. J. Dapino, "Magnetostrictive Materials," in *Encyclopedia of Smart Materials*, no. May, 2002. doi: 10.1002/0471216275.esm051.
- [48] M. Debiassi, Y. Bouremel, K. Hock Hee, L. Siao Chung, and E. Tan Zhiwei, "Shape change of the upper surface of an airfoil by macro fiber composite actuators," *29th AIAA Appl. Aerodyn. Conf. 2011*, no. June, pp. 1–12, 2011, doi: 10.2514/6.2011-3809.
- [49] Y. Zhao, L. Yin, S. Zhong, J. Zha, and Z. Dang, "Review of dielectric elastomers for actuators, generators and sensors," *IET Nanodielectrics*, vol. 3, no. 4, pp. 99–106, Dec. 2020, doi: 10.1049/iet-nde.2019.0045.
- [50] C. Feng, C. P. Hemantha Rajapaksha, and A. Jákli, "Ionic Elastomers for Electric Actuators and Sensors," *Engineering*, vol. 7, no. 5, pp. 581–602, 2021, doi: 10.1016/j.eng.2021.02.014.
- [51] D. Su, X. Bai, and X. He, "Research progress on hydrogel materials and their antifouling properties," *Eur. Polym. J.*, vol. 181, no. 1178, p. 111665, 2022, doi: 10.1016/j.eurpolymj.2022.111665.
- [52] M. Mahinroosta, Z. Jomeh Farsangi, A. Allahverdi, and Z. Shakoory, "Hydrogels as intelligent materials: A brief review of synthesis, properties and applications," *Mater. Today Chem.*, vol. 8, pp. 42–55, 2018, doi: 10.1016/j.mtchem.2018.02.004.
- [53] E. M. Ahmed, "Hydrogel: Preparation, characterization, and applications: A review," *J. Adv. Res.*, vol. 6, no. 2, pp. 105–121, 2015, doi: 10.1016/j.jare.2013.07.006.
- [54] S. G. Sagar and C. L. Babasaheb, "A Review on Aerogel An Introduction," *Int. Res. J. Eng. Technol.*, vol. 5, no. 3, pp. 4098–4101, 2018, [Online]. Available: www.irjet.net
- [55] A. Du, B. Zhou, Z. Zhang, and J. Shen, "A special material or a new state of matter: A review and reconsideration of the aerogel," *Materials (Basel)*, vol. 6, no. 3, pp. 941–968, 2013, doi: 10.3390/ma6030941.
- [56] C. Li *et al.*, "A review of silicon-based aerogel thermal insulation materials: Performance optimization through composition and microstructure," *J. Non. Cryst. Solids*, vol. 553, no. June 2020, p. 120517, 2021, doi: 10.1016/j.jnoncrysol.2020.120517.
- [57] V. Goel, A. Saxena, M. Kumar, A. Thakur, A. Sharma, and V. Bianco, "Potential of phase change materials and their effective use in solar thermal applications: A critical review," *Appl. Therm. Eng.*, vol. 219, no. PA, p. 119417, 2023, doi: 10.1016/j.applthermaleng.2022.119417.
- [58] M. Irfan Lone and R. Jilte, "A review on phase change materials for different applications," *Mater. Today Proc.*, vol. 46, pp. 10980–10986, 2021, doi: 10.1016/j.matpr.2021.02.050.
- [59] R. A. Lawag and H. M. Ali, "Phase change materials for thermal management and energy storage: A review," *J. Energy Storage*, vol. 55, no. PC, p. 105602, 2022, doi: 10.1016/j.est.2022.105602.
- [60] H. C. Kim, S. Mun, H. U. Ko, L. Zhai, A. Kafy, and J. Kim, "Renewable smart materials," *Smart Mater. Struct.*, vol. 25, no. 7, 2016, doi: 10.1088/0964-1726/25/7/073001.
- [61] A. Nawade, K. Ramya, and S. Mukhopadhyay, "Design of thermochromic materials and coatings for cool building applications," in *Energy Saving Coating Materials*, no. 5,

- Elsevier Inc., 2020, pp. 197–226. doi: 10.1016/b978-0-12-822103-7.00009-1.
- [62] M. Gaudon *et al.*, “Characterization of the piezochromic behavior of some members of the $\text{CuMo}_{1-x}\text{W}_x\text{O}_4$ series,” *Inorg. Chem.*, vol. 47, no. 7, pp. 2404–2410, 2008, doi: 10.1021/ic702282t.
- [63] A. Srivastava *et al.*, “Characterizations of nanoscale two-dimensional materials and heterostructures,” in *2D Nanoscale Heterostructured Materials: Synthesis, Properties, and Applications*, INC, 2020, pp. 55–90. doi: 10.1016/B978-0-12-817678-8.00003-8.
- [64] A. V. Shchegolkov, S. H. Jang, A. V. Shchegolkov, Y. V. Rodionov, A. O. Sukhova, and M. S. Lipkin, “A brief overview of electrochromic materials and related devices: A nanostructured materials perspective,” *Nanomaterials*, vol. 11, no. 9, 2021, doi: 10.3390/nano11092376.
- [65] W. Wei *et al.*, “Recent advances and perspectives of shape memory polymer fibers,” *Eur. Polym. J.*, vol. 175, no. May, p. 111385, 2022, doi: 10.1016/j.eurpolymj.2022.111385.
- [66] M. J. Leidl, D. M. Zink, A. Schinabeck, T. Baumann, D. Volz, and H. Yersin, *Photoluminescent Materials and Electroluminescent Devices*. Springer, 2017. doi: 10.1007/978-3-319-5-3.
- [67] M. J. Pringle, “Analytical Applications of Chemiluminescence,” *Adv. Clin. Chem.*, vol. 30, pp. 89–98, 1993.
- [68] T. N. Nguyen, F. M. Ebrahim, and K. C. Stylianou, “Photoluminescent, upconversion luminescent and nonlinear optical metal-organic frameworks: From fundamental photophysics to potential applications,” *Coord. Chem. Rev.*, vol. 377, pp. 259–306, 2018, doi: 10.1016/j.ccr.2018.08.024.
- [69] Q. Yuan, T. Wang, P. Yu, H. Zhang, H. Zhang, and W. Ji, “A review on the electroluminescence properties of quantum-dot light-emitting diodes,” *Org. Electron.*, vol. 90, no. November 2020, p. 106086, 2021, doi: 10.1016/j.orgel.2021.106086.
- [70] A. H. Alami *et al.*, “Novel and practical photovoltaic applications,” *Therm. Sci. Eng. Prog.*, vol. 29, p. 101208, Mar. 2022, doi: 10.1016/j.tsep.2022.101208.
- [71] N. Sezer and M. Koç, “A comprehensive review on the state-of-the-art of piezoelectric energy harvesting,” *Nano Energy*, vol. 80, no. October 2020, p. 105567, 2021, doi: 10.1016/j.nanoen.2020.105567.
- [72] F. Li, L. Jin, Z. Xu, and S. Zhang, “Electrostrictive effect in ferroelectrics: An alternative approach to improve piezoelectricity,” *Appl. Phys. Rev.*, vol. 1, no. 1, 2014, doi: 10.1063/1.4861260.
- [73] F. Arab Hassani *et al.*, “Smart materials for smart healthcare— moving from sensors and actuators to self-sustained nanoenergy nanosystems,” *Smart Mater. Med.*, vol. 1, no. July, pp. 92–124, 2020, doi: 10.1016/j.smaim.2020.07.005.
- [74] C. Dagdeviren *et al.*, “Recent progress in flexible and stretchable piezoelectric devices for mechanical energy harvesting, sensing and actuation,” *Extrem. Mech. Lett.*, vol. 9, pp. 269–281, 2016, doi: 10.1016/j.eml.2016.05.015.
- [75] Q. H. Nguyen, Q. T. Hoai Ta, and N. Tran, “Review on the transformation of biomechanical energy to green energy using triboelectric and piezoelectric based smart materials,” *J. Clean. Prod.*, vol. 371, no. July, p. 133702, 2022, doi: 10.1016/j.jclepro.2022.133702.
- [76] K. Sagdic, I. Eş, M. Sitti, and F. Inci, “Smart materials: rational design in biosystems via artificial intelligence,” *Trends Biotechnol.*, vol. 40, no. 8, pp. 987–1003, 2022, doi:

10.1016/j.tibtech.2022.01.005.

- [77] Y. S. Abdullah and H. A. S. Al-Alwan, "Smart material systems and adaptiveness in architecture," *Ain Shams Eng. J.*, vol. 10, no. 3, pp. 623–638, 2019, doi: 10.1016/j.asej.2019.02.002.
- [78] A. Mukherjee, Deepmala, P. Srivastava, and J. K. Sandhu, "Application of smart materials in civil engineering: A review," *Mater. Today Proc.*, 2021, doi: 10.1016/j.matpr.2021.03.304.
- [79] B. W. Lenggana, U. Ubaidillah, F. Imaduddin, S. B. Choi, Y. M. Purwana, and H. Harjana, "Review of magnetorheological damping systems on a seismic building," *Appl. Sci.*, vol. 11, no. 19, 2021, doi: 10.3390/app11199339.
- [80] D. Cui and B. Gan, "Application of shape memory alloy in Civil Engineering," no. Icadme, pp. 86–89, 2015, doi: 10.2991/icadme-15.2015.18.
- [81] A. R. Khaloo, P. P. Aghl, and I. Eshghi, "Application of SMA in concrete structures," *3rd Int. Conf. Concr. Dev.*, pp. CD01-003, 2009.
- [82] G. Song, N. Ma, and H. N. Li, "Applications of shape memory alloys in civil structures," *Eng. Struct.*, vol. 28, no. 9, pp. 1266–1274, 2006, doi: 10.1016/j.engstruct.2005.12.010.
- [83] O. Karakoc *et al.*, "Smart and state-of-the-art materials in oil and gas industry," in *Sustainable Materials for Transitional and Alternative Energy*, INC, 2021, pp. 1–51. doi: 10.1016/b978-0-12-824379-4.00005-7.
- [84] D. Patil and G. Song, "A review of shape memory material's applications in the offshore oil and gas industry," *Smart Mater. Struct.*, vol. 26, no. 9, 2017, doi: 10.1088/1361-665X/aa7706.
- [85] G. Zhao, W. Di, and M. Wang, "Application of advanced materials in petroleum engineering," *Energy Mater. 2014, Conf. Proc.*, pp. 767–773, 2014, doi: 10.1002/9781119027973.ch94.
- [86] D. Rus and M. T. Tolley, "Design, fabrication and control of soft robots," *Nature*, vol. 521, no. 7553, pp. 467–475, 2015, doi: 10.1038/nature14543.
- [87] S. Kim, C. Laschi, and B. Trimmer, "Soft robotics: A bioinspired evolution in robotics," *Trends Biotechnol.*, vol. 31, no. 5, pp. 287–294, 2013, doi: 10.1016/j.tibtech.2013.03.002.
- [88] Y. Hao, S. Zhang, B. Fang, F. Sun, H. Liu, and H. Li, "A Review of Smart Materials for the Boost of Soft Actuators, Soft Sensors, and Robotics Applications," *Chinese J. Mech. Eng. (English Ed.)*, vol. 35, no. 1, 2022, doi: 10.1186/s10033-022-00707-2.
- [89] F. Ahmed *et al.*, "Decade of bio-inspired soft robots: A review," *Smart Mater. Struct.*, vol. 31, no. 7, 2022, doi: 10.1088/1361-665X/ac6e15.
- [90] N. Gariya and P. Kumar, "A review on soft materials utilized for the manufacturing of soft robots," *Mater. Today Proc.*, vol. 46, pp. 11177–11181, 2021, doi: 10.1016/j.matpr.2021.02.380.
- [91] C. Wang *et al.*, "Soft Ultrathin Electronics Innervated Adaptive Fully Soft Robots," *Adv. Mater.*, vol. 30, no. 13, p. 1706695, 2018, doi: <https://doi.org/10.1002/adma.201706695>.
- [92] A. Washington, J. Neubauer, and K. J. Kim, "Chapter 3: Soft actuators and their potential applications in rehabilitative devices," in *Soft Robotics in Rehabilitation*, Elsevier, 2021, pp. 89–110. doi: 10.1016/B978-0-12-818538-4.00003-4.
- [93] H. Kulkarni, K. Zohaib, A. Khusru, and K. Shravan Aiyappa, "Application of piezoelectric technology in automotive systems," *Mater. Today Proc.*, vol. 5, no. 10, pp. 21299–21304,

- 2018, doi: 10.1016/j.matpr.2018.06.532.
- [94] H. Na *et al.*, “Electrochromic mirror using viologen-anchored nanoparticles,” *Mater. Res. Bull.*, vol. 82, pp. 16–21, 2016, doi: 10.1016/j.materresbull.2016.03.010.
- [95] J. C. Tudon-martinez and D. Hernandez-alcantara, “Magneto-rheological dampers — model in fl uence on the semi-active suspension performance,” 2019.
- [96] H. Askari, A. Khajepour, M. B. Khamesee, and Z. L. Wang, “Embedded self-powered sensing systems for smart vehicles and intelligent transportation,” *Nano Energy*, vol. 66, no. September, p. 104103, 2019, doi: 10.1016/j.nanoen.2019.104103.
- [97] H. Askari, E. Hashemi, A. Khajepour, M. B. Khamesee, and Z. L. Wang, “Towards self-powered sensing using nanogenerators for automotive systems,” *Nano Energy*, vol. 53, no. September, pp. 1003–1019, 2018, doi: 10.1016/j.nanoen.2018.09.032.
- [98] Y. Pang, X. Zhu, C. Lee, and S. Liu, “Triboelectric nanogenerator as next-generation self-powered sensor for cooperative vehicle-infrastructure system,” *Nano Energy*, vol. 97, no. February, p. 107219, 2022, doi: 10.1016/j.nanoen.2022.107219.
- [99] D. Yadav, R. Kumar, U. Kulshrestha, A. Jain, and S. Rani, “Enhancement of fuel efficiency in heavy duty vehicles through integrated module of TEG, piezoelectric and regenerative braking solutions,” *Mater. Today Proc.*, vol. 63, pp. 1–5, 2022, doi: 10.1016/j.matpr.2021.10.372.
- [100] J. Wang, F. Xiao, and H. Zhao, “Thermoelectric , piezoelectric and photovoltaic harvesting technologies for pavement engineering,” *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 151, no. July, p. 111522, 2021, doi: 10.1016/j.rser.2021.111522.
- [101] A. Pompigna and R. Mauro, “Smart roads: A state of the art of highways innovations in the Smart Age,” *Eng. Sci. Technol. an Int. J.*, vol. 25, p. 100986, 2022, doi: 10.1016/j.jestch.2021.04.005.
- [102] F. Narita and M. Fox, “A Review on Piezoelectric, Magnetostrictive, and Magnetolectric Materials and Device Technologies for Energy Harvesting Applications,” *Adv. Eng. Mater.*, vol. 20, no. 5, pp. 1–22, 2018, doi: 10.1002/adem.201700743.
- [103] R. Ganguli and S. R. Viswamurthy, “Piezoelectric Actuators in Helicopter Active Vibration Control,” in *Micro and Smart Devices and Systems*, 2014, pp. 111–125. doi: 10.1007/978-81-322-1913-2_7.
- [104] K. Sharma and G. Srinivas, “Flying smart: Smart materials used in aviation industry,” *Mater. Today Proc.*, vol. 27, no. xxxx, pp. 244–250, 2020, doi: 10.1016/j.matpr.2019.10.115.
- [105] F. T. Calkins and J. H. Mabe, “Shape memory alloy based morphing aerostructures,” *J. Mech. Des. Trans. ASME*, vol. 132, no. 11, pp. 1–7, 2010, doi: 10.1115/1.4001119.
- [106] T. B. Xu, “Energy harvesting using piezoelectric materials in aerospace structures,” in *Structural Health Monitoring (SHM) in Aerospace Structures*, 2016, pp. 175–212. doi: 10.1016/B978-0-08-100148-6.00007-X.
- [107] FlexFoil, “FlexFoil™ Compliant Control Surfaces.” <https://www.flxsys.com/flexfoil> (accessed Nov. 09, 2022).
- [108] F. Moens, “Augmented aircraft performance with the use of morphing technology for a turboprop regional aircraftwing,” *Biomimetics*, vol. 4, no. 3, pp. 1–21, 2019, doi: 10.3390/biomimetics4030064.
- [109] K. K. Jinadasa, E. Peña-Vázquez, P. Bermejo-Barrera, and A. Moreda-Piñeiro, “Smart materials for mercury and arsenic determination in food and beverages,” *Microchem. J.*,

vol. 179, no. April, 2022, doi: 10.1016/j.microc.2022.107472.

- [110] M. de la Guardia and F. A. Esteve-Turrillas, “Future Perspectives on the Use of Smart Materials,” *Handb. Smart Mater. Anal. Chem.*, pp. 931–944, 2019, doi: 10.1002/9781119422587.ch29.
- [111] H. Xu *et al.*, “Progress in the development of photoactivated materials for smart and active food packaging: Photoluminescence and photocatalysis approaches,” *Chem. Eng. J.*, vol. 432, no. July 2021, p. 134301, 2022, doi: 10.1016/j.cej.2021.134301.
- [112] K. R. J. Pou, V. Raghavan, and M. Packirisamy, “Microfluidics in smart packaging of foods,” *Food Res. Int.*, vol. 161, no. April, p. 111873, 2022, doi: 10.1016/j.foodres.2022.111873.
- [113] A. P. Provin, A. Regina de Aguiar Dutra, M. M. Machado, and A. L. Vieira Cubas, “New materials for clothing: Rethinking possibilities through a sustainability approach - A review,” *J. Clean. Prod.*, vol. 282, p. 124444, Feb. 2021, doi: 10.1016/j.jclepro.2020.124444.
- [114] C. R. S. de Oliveira, A. H. da Silva Júnior, A. P. S. Immich, and J. Fiates, “Use of advanced materials in smart textile manufacturing,” *Mater. Lett.*, vol. 316, no. March, p. 132047, 2022, doi: 10.1016/j.matlet.2022.132047.
- [115] V. Koncar, “Chapter 1: Introduction to smart textiles and their applications,” in *Smart Textiles and Their Applications*, Elsevier Ltd, 2016, pp. 1–8. doi: 10.1016/B978-0-08-100574-3.00001-1.
- [116] D. Sharma and C. M. Hussain, “Smart nanomaterials in pharmaceutical analysis,” *Arab. J. Chem.*, vol. 13, no. 1, pp. 3319–3343, 2020, doi: 10.1016/j.arabjc.2018.11.007.
- [117] A. Cortez Vásquez, G. Rosales Gerónimo, R. Naupari Quiroz, and H. Vega Huerta, *Smart Materials for Advanced Environmental Applications*, vol. 7, no. 1. 2016. doi: 10.1039/9781782622130-FP007.
- [118] V. Gadore and M. Ahmaruzzaman, “Smart materials for remediation of aqueous environmental contaminants,” *J. Environ. Chem. Eng.*, vol. 9, no. 6, p. 106486, 2021, doi: 10.1016/j.jece.2021.106486.
- [119] O. Hamdi, F. Mighri, and D. Rodrigue, “Chapter 5: Piezoelectric polymer films: synthesis, applications, and modeling,” in *Polymer Nanocomposite-Based Smart Materials*, Elsevier Ltd, 2020, pp. 79–101. doi: 10.1016/b978-0-08-103013-4.00005-4.
- [120] K. Uchino, “Manufacturing Methods for Piezoelectric Ceramic Materials,” in *Advanced Piezoelectric Materials*, no. January, 2017, pp. 385–421. doi: 10.1016/b978-0-08-102135-4.00010-2.
- [121] K. Uchino, “The development of piezoelectric materials and the new perspective,” in *Advanced Piezoelectric Materials: Science and Technology*, no. January, 2010, pp. 1–85. doi: 10.1533/9781845699758.1.
- [122] L. Li, J. Xu, J. Liu, and F. Gao, “Recent progress on piezoelectric energy harvesting: structures and materials,” *Adv. Compos. Hybrid Mater.*, vol. 1, no. 3, pp. 478–505, 2018, doi: 10.1007/s42114-018-0046-1.
- [123] X. Gao *et al.*, “Piezoelectric Actuators and Motors: Materials, Designs, and Applications,” *Adv. Mater. Technol.*, vol. 5, no. 1, pp. 1–26, 2020, doi: 10.1002/admt.201900716.
- [124] K. Uchino, “Glory of piezoelectric perovskites,” *Sci. Technol. Adv. Mater.*, vol. 16, no. 4, p. 46001, 2015, doi: 10.1088/1468-6996/16/4/046001.
- [125] M. Trainer, “Kelvin and piezoelectricity,” *Eur. J. Phys.*, vol. 24, no. 5, pp. 535–542, 2003,

doi: 10.1088/0143-0807/24/5/310.

- [126] S. KATZIR, “The Discovery of the Piezoelectric Effect,” *Arch. Hist. Exact Sci.*, vol. 57, no. 1, pp. 61–91, 2003, doi: 10.1007/s00407-002-0059-5.
- [127] G. H. Haertling, “Ferroelectric ceramics: History and technology,” *J. Am. Ceram. Soc.*, vol. 82, no. 4, pp. 797–818, 1999, doi: 10.1111/j.1151-2916.1999.tb01840.x.
- [128] J. A. Palmer *et al.*, “The design and characterization of a novel piezoelectric transducer-based linear motor,” *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 9, no. 2, pp. 392–398, 2004, doi: 10.1109/TMECH.2004.828647.
- [129] J. Wu, *Advances in Lead-Free Piezoelectric Materials*. Springer, 2018.
- [130] L. Baasandorj and Z. Chen, “Recent Developments on Relaxor-PbTiO₃ Ferroelectric Crystals,” *Crystals*, vol. 12, no. 1, pp. 21–23, 2022, doi: 10.3390/cryst12010056.
- [131] X. Wang, “Piezoelectric nanogenerators-Harvesting ambient mechanical energy at the nanometer scale,” *Nano Energy*, vol. 1, no. 1, pp. 13–24, 2012, doi: 10.1016/j.nanoen.2011.09.001.
- [132] H. Liu, J. Zhong, C. Lee, S. W. Lee, and L. Lin, “A comprehensive review on piezoelectric energy harvesting technology: Materials, mechanisms, and applications,” *Appl. Phys. Rev.*, vol. 5, no. 4, 2018, doi: 10.1063/1.5074184.
- [133] L. Shu, R. Liang, Z. Rao, L. Fei, S. Ke, and Y. Wang, “Flexoelectric materials and their related applications: A focused review,” *J. Adv. Ceram.*, vol. 8, no. 2, pp. 153–173, 2019, doi: 10.1007/s40145-018-0311-3.
- [134] P. Costa, J. Nunes-Pereira, N. Pereira, N. Castro, S. Gonçalves, and S. Lanceros-Mendez, “Recent Progress on Piezoelectric, Pyroelectric, and Magnetoelectric Polymer-Based Energy-Harvesting Devices,” *Energy Technol.*, vol. 7, no. 7, pp. 1–19, 2019, doi: 10.1002/ente.201800852.
- [135] C. Chen and Z. Yi, “Photostrictive Effect: Characterization Techniques, Materials, and Applications,” *Adv. Funct. Mater.*, vol. 31, no. 22, pp. 1–28, 2021, doi: 10.1002/adfm.202010706.
- [136] Z. Kaczkowski, “Piezomagnetic parameters of the magnetostrictive materials,” *Arch. Acoust.*, vol. 23, no. 2, pp. 307–329, 1998.
- [137] M. J. Dapino, “On magnetostrictive materials and their use in adaptive structures,” *Struct. Eng. Mech.*, vol. 17, no. 3–4, pp. 303–329, 2004, doi: 10.12989/sem.2004.17.3_4.303.
- [138] F. Narita and M. Fox, “A Review on Piezoelectric, Magnetostrictive, and Magnetoelectric Materials and Device Technologies for Energy Harvesting Applications,” *Adv. Eng. Mater.*, vol. 20, no. 5, 2018, doi: 10.1002/adem.201700743.
- [139] V. Apicella, C. S. Clemente, D. Davino, D. Leone, and C. Visone, “Review of modeling and control of magnetostrictive actuators,” *Actuators*, vol. 8, no. 2, pp. 1–30, 2019, doi: 10.3390/act8020045.
- [140] N. B. Ekreem, A. G. Olabi, T. Prescott, A. Rafferty, and M. S. J. Hashmi, “An overview of magnetostriction, its use and methods to measure these properties,” *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 191, no. 1–3, pp. 96–101, 2007, doi: 10.1016/j.jmatprotec.2007.03.064.
- [141] J. Zhai, Z. Xing, S. Dong, J. Li, and D. Viehland, “Magnetoelectric laminate composites: An overview,” *J. Am. Ceram. Soc.*, vol. 91, no. 2, pp. 351–358, 2008, doi: 10.1111/j.1551-2916.2008.02259.x.
- [142] R. Hsissou, R. Seghiri, Z. Benzekri, M. Hilali, M. Rafik, and A. Elharfi, “Polymer

- composite materials: A comprehensive review,” *Compos. Struct.*, vol. 262, no. December 2020, pp. 0–3, 2021, doi: 10.1016/j.compstruct.2021.113640.
- [143] B. Piyooosh, T., Pawan, S. & Manish, “An approach of composite materials in industrial machinery: Advantages, disadvantages and applications,” *Int. J. Res. Eng. Technol.*, vol. 2, no. 12, pp. 350–355, 2013.
- [144] A. INTERNATIONAL, “ASTM D3878-20b: Standard Terminology for Composite Materials,” *Standards*, 2020. <https://www.astm.org/d3878-20b.html> (accessed Dec. 15, 2022).
- [145] “Composite Materials Handbook, Volumes 1, 2, 3, 4, 5 and 6 R-422 SET6: 2017.” SAE International. [Online]. Available: <https://www.sae.org/publications/books/content/r-422.set6/>
- [146] F. C. Campbell, *Structural Composite Materials*, 1st ed. Ohio: ASM International, 2010.
- [147] M. K. Egbo, “A fundamental review on composite materials and some of their applications in biomedical engineering,” *J. King Saud Univ. - Eng. Sci.*, vol. 33, no. 8, pp. 557–568, 2021, doi: 10.1016/j.jksues.2020.07.007.
- [148] W. Krenkel and F. Reichert, “Design objectives and design philosophies, interphases and interfaces in fiber-reinforced CMCs,” in *Comprehensive Composite Materials II*, vol. 5, no. Cmc, Elsevier Ltd., 2017, pp. 1–18. doi: 10.1016/B978-0-12-803581-8.09986-0.
- [149] S. Erden and K. Ho, “Fiber reinforced composites,” *Fiber Technol. Fiber-Reinforced Compos.*, pp. 51–79, 2017, doi: 10.1016/B978-0-08-101871-2.00003-5.
- [150] J. William D. Callister, “Chapter 16: Composites,” in *Materials Science and Engineering: An Introduction*, 7th ed., John Wiley & Sons, Inc., 2007, pp. 577–619.
- [151] R. Singh, V. Bhavar, P. Kattire, S. Thakare, S. Patil, and R. K. P. Singh, “A Review on Functionally Gradient Materials (FGMs) and Their Applications,” *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.*, vol. 229, no. 1, 2017, doi: 10.1088/1757-899X/229/1/012021.
- [152] A. D. B. L. Ferreira, P. R. O. Nóvoa, and A. T. Marques, “Multifunctional Material Systems: A state-of-the-art review,” *Compos. Struct.*, vol. 151, pp. 3–35, 2016, doi: 10.1016/j.compstruct.2016.01.028.
- [153] M. Naebe and K. Shirvanimoghaddam, “Functionally graded materials: A review of fabrication and properties,” *Appl. Mater. Today*, vol. 5, pp. 223–245, 2016, doi: 10.1016/j.apmt.2016.10.001.
- [154] M. N. Norizan *et al.*, “Carbon nanotubes: functionalisation and their application in chemical sensors,” *RSC Adv.*, vol. 10, no. 71, pp. 43704–43732, 2020, doi: 10.1039/D0RA09438B.
- [155] M. Safdari and M. S. Al-Haik, “A review on polymeric nanocomposites: Effect of hybridization and synergy on electrical properties,” in *Carbon-Based Polymer Nanocomposites for Environmental and Energy Applications*, Elsevier Inc., 2018, pp. 113–146. doi: 10.1016/B978-0-12-813574-7.00005-8.
- [156] G. Zhang, H. Lu, S. Mamidwar, and M. Wang, “Composites,” *Biomater. Sci. An Introd. to Mater. Med.*, pp. 415–429, 2020, doi: 10.1016/B978-0-12-816137-1.00029-5.
- [157] H. Yu, M. L. Longana, M. Jalalvand, M. R. Wisnom, and K. D. Potter, “Pseudo-ductility in intermingled carbon/glass hybrid composites with highly aligned discontinuous fibres,” *Compos. Part A Appl. Sci. Manuf.*, vol. 73, pp. 35–44, Jun. 2015, doi: 10.1016/j.compositesa.2015.02.014.
- [158] S. Sajan and D. Philip Selvaraj, “A review on polymer matrix composite materials and

- their applications,” *Mater. Today Proc.*, vol. 47, pp. 5493–5498, 2021, doi: 10.1016/j.matpr.2021.08.034.
- [159] C. Jareteg *et al.*, “Geometry Assurance Integrating Process Variation With Simulation of Spring-In for Composite Parts and Assemblies,” *J. Comput. Inf. Sci. Eng.*, vol. 16, no. 3, Sep. 2016, doi: 10.1115/1.4033726.
- [160] A. M. Yibre, B. Koçer, E. A. Esleman, and G. Önal, “Weight optimization of hybrid composite laminate using learning-oriented artificial algae algorithm,” *SN Appl. Sci.*, vol. 2, no. 8, pp. 1–13, 2020, doi: 10.1007/s42452-020-3126-0.
- [161] I. Verpoest, “50 Years from now: Composites Past, Present & Future,” *JEC Composites Magazine*, pp. 1–30, 2020. [Online]. Available: www.jeccomposites.com
- [162] A. E. Krauklis, C. W. Karl, A. I. Gagani, and J. K. Jørgensen, “Composite Material Recycling Technology—State-of-the-Art and Sustainable Development for the 2020s,” *J. Compos. Sci.*, vol. 5, no. 1, p. 28, Jan. 2021, doi: 10.3390/jcs5010028.
- [163] S. S. Godara, A. Yadav, B. Goswami, and R. S. Rana, “Review on history and characterization of polymer composite materials,” *Mater. Today Proc.*, vol. 44, pp. 2674–2677, 2021, doi: 10.1016/j.matpr.2020.12.680.
- [164] J. Summerscales, “Composites manufacturing for marine structures,” in *Marine Applications of Advanced Fibre-Reinforced Composites*, Elsevier Ltd., 2016, pp. 19–55. doi: 10.1016/B978-1-78242-250-1.00002-8.
- [165] N. Yaragatti and A. Patnaik, “A review on additive manufacturing of polymers composites,” *Mater. Today Proc.*, vol. 44, pp. 4150–4157, 2020, doi: 10.1016/j.matpr.2020.10.490.
- [166] Y. Wang, F. Tao, Y. Zuo, M. Zhang, and Q. Qi, “Digital-Twin-Enhanced Quality Prediction for the Composite Materials,” *Engineering*, Jan. 2023, doi: 10.1016/j.eng.2022.08.019.
- [167] A. Pegoretti, “Recycling concepts for short-fiber-reinforced and particle-filled thermoplastic composites: A review,” *Adv. Ind. Eng. Polym. Res.*, vol. 4, no. 2, pp. 93–104, 2021, doi: 10.1016/j.aiepr.2021.03.004.
- [168] P. Todor, C. Bulei, and I. Kiss, “An Overview on Key Trends in Composite Materials Continuous Innovation and Improvements with Focus on Composites Based on Cellulose Fibers,” *ACTA Tech. Corviniensis- Bullet Eng.*, no. 4, pp. 107–112, 2018.
- [169] S. Kangishwar, N. Radhika, A. A. Sheik, A. Chavali, and S. Hariharan, *A comprehensive review on polymer matrix composites: material selection, fabrication, and application*, vol. 80, no. 1. Springer Berlin Heidelberg, 2022. doi: 10.1007/s00289-022-04087-4.
- [170] H. S. S. Shekar and M. Ramachandra, “Green Composites: A Review,” *Mater. Today Proc.*, vol. 5, no. 1, pp. 2518–2526, 2018, doi: 10.1016/j.matpr.2017.11.034.
- [171] Haina, S. Gul, M. Awais, S. Jabeen, and M. Farooq, “Recent trends in preparation and applications of biodegradable polymer composites,” *J. Renew. Mater.*, vol. 8, no. 10, pp. 1305–1326, 2020, doi: 10.32604/jrm.2020.010037.
- [172] P. Priyanka, A. Dixit, and H. S. Mali, “High-Strength Hybrid Textile Composites with Carbon, Kevlar, and E-Glass Fibers for Impact-Resistant Structures. A Review.,” *Mech. Compos. Mater.*, vol. 53, no. 5, pp. 685–704, Nov. 2017, doi: 10.1007/s11029-017-9696-2.
- [173] B. Vermes, S. W. Tsai, T. Massard, G. S. Springer, and T. Czigany, “Design of laminates by a novel ‘double–double’ layup,” *Thin-Walled Struct.*, vol. 165, no. March, p. 107954,

2021, doi: 10.1016/j.tws.2021.107954.

- [174] S. W. Tsai, “Double–double: New family of composite laminates,” *AIAA J.*, vol. 59, no. 11, pp. 4293–4305, 2021, doi: 10.2514/1.J060659.
- [175] B. Vermes, S. W. Tsai, A. Riccio, F. Di Caprio, and S. Roy, “Application of the Tsai’s modulus and double-double concepts to the definition of a new affordable design approach for composite laminates,” *Compos. Struct.*, vol. 259, no. October 2020, p. 113246, 2021, doi: 10.1016/j.compstruct.2020.113246.
- [176] E. Kappel, “Double–Double laminates for aerospace applications — Finding best laminates for given load sets,” *Compos. Part C Open Access*, vol. 8, no. February, p. 100244, 2022, doi: 10.1016/j.jcomc.2022.100244.
- [177] A. Levy *et al.*, *Composite Laminates: Theory and practice of analysis, design and automated layup*. Stanford University, Stanford: Composites Design Group, 2017.
- [178] S. W. Tsai *et al.*, *DOUBLE-DOUBLE: A New Prespective in The Manufacture and Design of Composites*. Stanford University, Stanford: Composites Design Group, 2022.
- [179] L. J. Hart-Smith, “Expanding the capabilities of the Ten-Percent Rule for predicting the strength of fibre-polymer composites,” *Fail. Criteria Fibre-Reinforced-Polymer Compos.*, vol. 62, pp. 597–642, 2004, doi: 10.1016/B978-008044475-8/50021-4.
- [180] S. W. Tsai, N. Sharma, A. Arteiro, S. Roy, and B. Rainsberger, *Composite double-double and grid/skin structures - low weight/low cost design and manufacturing*. Stanford University, Stanford: Composites Design Group, 2019.
- [181] M. Vinyas and S. C. Kattimani, “A 3D finite element static and free vibration analysis of magneto-electro-elastic beam,” *Coupled Syst. Mech.*, vol. 6, no. 4, pp. 465–485, 2017, doi: doi.org/10.12989/csm.2017.6.4.465.
- [182] M. Vinyas and S. C. Kattimani, “Static studies of stepped functionally graded magneto-electro-elastic beam subjected to different thermal loads,” *Compos. Struct.*, vol. 163, pp. 216–237, 2017, doi: 10.1016/j.compstruct.2016.12.040.
- [183] J. N. Reddy, “On laminated composite plates with integrated sensors and actuators,” *Eng. Struct.*, vol. 21, no. 7, pp. 568–593, Jul. 1999, doi: 10.1016/S0141-0296(97)00212-5.
- [184] C. K. Lee, “Theory of laminated piezoelectric plates for the design of distributed sensors/actuators. Part I: Governing equations and reciprocal relationships,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 87, no. 3, pp. 1144–1158, 1990, doi: 10.1121/1.398788.
- [185] A. Benjeddou, “Advances in piezoelectric finite element modeling of adaptive structural elements: a survey,” *Comput. Struct.*, vol. 76, no. 1, pp. 347–363, 2000, doi: 10.1016/S0045-7949(99)00151-0.
- [186] S. V. Gopinathan, V. V. Varadan, and V. K. Varadan, “Review and critique of theories for piezoelectric laminates,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 9, no. 1, pp. 24–48, 2000, doi: 10.1088/0964-1726/9/1/304.
- [187] S. Kapuria, P. Kumari, and J. K. Nath, “Efficient modeling of smart piezoelectric composite laminates: A review,” *Acta Mech.*, vol. 214, no. 1–2, pp. 31–48, 2010, doi: 10.1007/s00707-010-0310-0.
- [188] S. Q. Zhang, G. Z. Zhao, M. N. Rao, R. Schmidt, and Y. J. Yu, “A review on modeling techniques of piezoelectric integrated plates and shells,” *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, vol. 30, no. 8, pp. 1133–1147, May 15, 2019. doi: 10.1177/1045389X19836169.
- [189] E. Carrera, I. Elishakoff, and M. Petrolo, “Who needs refined structural theories?,”

Compos. Struct., vol. 264, no. January, 2021, doi: 10.1016/j.compstruct.2021.113671.

- [190] F. Kpeky, F. Abed-Meraim, H. Boudaoud, and E. M. Daya, “Linear and quadratic solid–shell finite elements SHB8PSE and SHB20E for the modeling of piezoelectric sandwich structures,” *Mech. Adv. Mater. Struct.*, vol. 25, no. 7, pp. 559–578, May 2018, doi: 10.1080/15376494.2017.1285466.
- [191] M. Vinyas and S. C. Kattimani, “Static behavior of thermally loaded multilayered Magneto-Electro-Elastic beam,” *Struct. Eng. Mech.*, vol. 63, no. 4, pp. 481–495, 2017, doi: 10.12989/sem.2017.63.4.481.
- [192] A. M. J. G. Van Run, D. R. Terrell, and J. H. Scholing, “An in situ grown eutectic magnetoelectric composite material,” *J. Mater. Sci.*, vol. 9, no. 10, pp. 1710–1714, Oct. 1974, doi: 10.1007/BF00540771.
- [193] M. Vinyas, “Computational Analysis of Smart Magneto-Electro-Elastic Materials and Structures: Review and Classification,” *Arch. Comput. Methods Eng.*, vol. 28, no. 3, pp. 1205–1248, May 2021, doi: 10.1007/s11831-020-09406-4.
- [194] J. N. Reddy and J. I. Barbosa, “On vibration suppression of magnetostrictive beams,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 9, no. 1, pp. 49–58, 2000, doi: 10.1088/0964-1726/9/1/305.
- [195] E. Pan, “Exact solution for simply supported and multilayered magneto-electro-elastic plates,” *J. Appl. Mech. Trans. ASME*, vol. 68, no. 4, pp. 608–618, 2001, doi: 10.1115/1.1380385.
- [196] E. Pan and P. R. Heyliger, “Free vibrations of simply supported and multilayered magneto-electro-elastic plates,” *J. Sound Vib.*, vol. 252, no. 3, pp. 429–442, 2002, doi: 10.1006/jsvi.2001.3693.
- [197] E. Pan and P. R. Heyliger, “Exact solutions for magneto-electro-elastic laminates in cylindrical bending,” *Int. J. Solids Struct.*, vol. 40, no. 24, pp. 6859–6876, 2003, doi: 10.1016/j.ijsolstr.2003.08.003.
- [198] J. Wang, L. Chen, and S. Fang, “State vector approach to analysis of multilayered magneto-electro-elastic plates,” *Int. J. Solids Struct.*, vol. 40, no. 7, pp. 1669–1680, 2003, doi: 10.1016/S0020-7683(03)00027-1.
- [199] P. R. Heyliger, F. Ramirez, and E. Pan, “Two-Dimensional Static Fields in Magnetoelastoelectroelastic Laminates,” *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, vol. 15, no. 9–10, pp. 689–709, Sep. 2004, doi: 10.1177/1045389X04041652.
- [200] P. R. Heyliger and E. Pan, “Static Fields in Magnetoelastoelectroelastic Laminates,” *AIAA J.*, vol. 42, no. 7, pp. 1435–1443, Jul. 2004, doi: 10.2514/1.9949.
- [201] R. G. Lage, C. M. M. Soares, C. A. M. Soares, and J. N. Reddy, “Layerwise partial mixed finite element analysis of magneto-electro-elastic plates,” *Comput. Struct.*, vol. 82, no. 17–19, pp. 1293–1301, 2004, doi: 10.1016/j.compstruc.2004.03.026.
- [202] R. G. Lage, C. M. M. Soares, and C. A. M. Soares, “Static and free vibration analysis of magneto-electro-elastic laminated plates by a layerwise partial mixed finite element model,” in *The 3rd international conference on structural stability and dynamics*, 2005.
- [203] W. Q. Chen, K. Y. Lee, and H. J. Ding, “On free vibration of non-homogeneous transversely isotropic magneto-electro-elastic plates,” *J. Sound Vib.*, vol. 279, no. 1–2, pp. 237–251, 2005, doi: 10.1016/j.jsv.2003.10.033.
- [204] E. Pan and F. Han, “Green’s functions for transversely isotropic piezoelectric functionally graded multilayered half spaces,” *Int. J. Solids Struct.*, vol. 42, no. 11–12, pp. 3207–3233, 2005, doi: 10.1016/j.ijsolstr.2004.11.003.

- [205] R. K. Bhangale and N. Ganesan, “Free vibration of simply supported functionally graded and layered magneto-electro-elastic plates by finite element method,” *J. Sound Vib.*, vol. 294, no. July, pp. 1016–1038, 2006, doi: 10.1016/j.jsv.2005.12.030.
- [206] R. K. Bhangale and N. Ganesan, “Static analysis of simply supported functionally graded and layered magneto-electro-elastic plates,” *Int. J. Solids Struct.*, vol. 43, no. 10, pp. 3230–3253, 2006, doi: 10.1016/j.ijsolstr.2005.05.030.
- [207] D. J. Huang, H. J. Ding, and W. Q. Chen, “Analytical solution for functionally graded magneto-electro-elastic plane beams,” *Int. J. Eng. Sci.*, vol. 45, no. 2–8, pp. 467–485, Feb. 2007, doi: 10.1016/j.ijengsci.2007.03.005.
- [208] A. R. Annigeri, N. Ganesan, and S. Swarnamani, “Free vibration behaviour of multiphase and layered magneto-electro-elastic beam,” *J. Sound Vib.*, vol. 299, no. 1–2, pp. 44–63, Jan. 2007, doi: 10.1016/j.jsv.2006.06.044.
- [209] C. P. Wu and Y. H. Tsai, “Static behavior of functionally graded magneto-electro-elastic shells under electric displacement and magnetic flux,” *Int. J. Eng. Sci.*, vol. 45, no. 9, pp. 744–769, 2007, doi: 10.1016/j.ijengsci.2007.05.002.
- [210] A.-M. Jiang and Y.-L. Wu, “Analytical Solutions for Magneto-Electro-Elastic Beams Under Uniform or Linear Electric and Magnetic Potential,” in *4th International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing*, Oct. 2008, pp. 1–4. doi: 10.1109/WiCom.2008.465.
- [211] J. M. Simões Moita, C. M. Mota Soares, and C. A. Mota Soares, “Analyses of magneto-electro-elastic plates using a higher order finite element model,” *Compos. Struct.*, vol. 91, no. 4, pp. 421–426, 2009, doi: 10.1016/j.compstruct.2009.04.007.
- [212] A. Milazzo, C. Orlando, and A. Alaimo, “An analytical solution for the magneto-electro-elastic bimorph beam forced vibrations problem,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 18, no. 8, 2009, doi: 10.1088/0964-1726/18/8/085012.
- [213] E. Carrera, S. Brischetto, and P. Nali, “Variational statements and computational models for multifield problems and multilayered structures,” *Mech. Adv. Mater. Struct.*, vol. 15, no. 3–4, pp. 182–198, 2008, doi: 10.1080/15376490801907657.
- [214] E. Carrera, S. Brischetto, C. Fagiano, and P. Nali, “Mixed multilayered plate elements for coupled magneto-electro-elastic analysis,” *Multidiscip. Model. Mater. Struct.*, vol. 5, no. 3, pp. 251–256, 2009, doi: 10.1163/157361109789017050.
- [215] S. S. Phoenix, S. K. Satsangi, and B. N. Singh, “Layer-wise modelling of magneto-electro-elastic plates,” *J. Sound Vib.*, vol. 324, no. 3–5, pp. 798–815, 2009, doi: 10.1016/j.jsv.2009.02.025.
- [216] E. Carrera and L. Demasi, “Classical and advanced multilayered plate elements based upon PVD and RMVT. Part 1: Derivation of finite element matrices,” *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 55, no. 2, pp. 191–231, 2002, doi: 10.1002/nme.492.
- [217] C.-P. Wu and Y.-C. Lu, “A modified Pagano method for the 3D dynamic responses of functionally graded magneto-electro-elastic plates,” *Compos. Struct.*, vol. 90, no. 3, pp. 363–372, Oct. 2009, doi: 10.1016/j.compstruct.2009.03.022.
- [218] M. F. Liu, “An exact deformation analysis for the magneto-electro-elastic fiber-reinforced thin plate,” *Appl. Math. Model.*, vol. 35, no. 5, pp. 2443–2461, 2011, doi: 10.1016/j.apm.2010.11.044.
- [219] A. Milazzo, “An equivalent single-layer model for magneto-electro-elastic multilayered plate dynamics,” *Compos. Struct.*, vol. 94, no. 6, pp. 2078–2086, 2012, doi: 10.1016/j.compstruct.2012.01.020.

- [220] P. L. Bishay, J. Sladek, V. Sladek, and S. N. Atluri, "Analysis of functionally graded magneto-electro-elastic composites using hybrid/mixed finite elements and node-wise material properties," *Comput. Mater. Contin.*, vol. 29, no. 3, pp. 213–261, 2012.
- [221] P. Kondaiah, K. Shankar, and N. Ganesan, "Studies on magneto-electro-elastic cantilever beam under thermal environment," *Coupled Syst. Mech.*, vol. 1, no. 2, pp. 205–217, 2012, doi: 10.12989/csm.2012.1.2.205.
- [222] A. Milazzo and C. Orlando, "A beam finite element for magneto-electro-elastic multilayered composite structures," *Compos. Struct.*, vol. 94, no. 12, pp. 3710–3721, 2012, doi: 10.1016/j.compstruct.2012.06.011.
- [223] A. Alaimo, A. Milazzo, and C. Orlando, "A four-node MITC finite element for magneto-electro-elastic multilayered plates," *Comput. Struct.*, vol. 129, pp. 120–133, 2013, doi: 10.1016/j.compstruc.2013.04.014.
- [224] J. Sladek, V. Sladek, S. Krahulec, and E. Pan, "The MLPG analyses of large deflections of magneto-electro-elastic plates," *Eng. Anal. Bound. Elem.*, vol. 37, no. 4, pp. 673–682, 2013, doi: 10.1016/j.enganabound.2013.02.001.
- [225] J. Sladek, V. Sladek, S. Krahulec, and E. Pan, "Analyses of functionally graded plates with a magneto-electro-elastic layer," *Smart Mater. Struct.*, vol. 22, no. 3, 2013, doi: 10.1088/0964-1726/22/3/035003.
- [226] J. Sladek, V. Sladek, S. Krahulec, C. S. Chen, and D. L. Young, "Analyses of circular magneto-electro-elastic plates with functionally graded material properties," *Mech. Adv. Mater. Struct.*, vol. 22, no. 6, pp. 479–489, 2015, doi: 10.1080/15376494.2013.807448.
- [227] A. Milazzo, "Refined equivalent single layer formulations and finite elements for smart laminates free vibrations," *Compos. Part B Eng.*, vol. 61, pp. 238–253, 2014, doi: 10.1016/j.compositesb.2014.01.055.
- [228] A. Milazzo, "Layer-wise and equivalent single layer models for smart multilayered plates," *Compos. Part B Eng.*, vol. 67, pp. 62–75, 2014, doi: 10.1016/j.compositesb.2014.06.021.
- [229] A. Milazzo, "Large deflection of magneto-electro-elastic laminated plates," *Appl. Math. Model.*, vol. 38, no. 5–6, pp. 1737–1752, Mar. 2014, doi: 10.1016/j.apm.2013.08.034.
- [230] A. Alaimo, I. Benedetti, and A. Milazzo, "A finite element formulation for large deflection of multilayered magneto-electro-elastic plates," *Compos. Struct.*, vol. 107, no. 5–6, pp. 643–653, Jan. 2014, doi: 10.1016/j.compstruct.2013.08.032.
- [231] S. C. Kattimani and M. C. Ray, "Smart damping of geometrically nonlinear vibrations of magneto-electro-elastic plates," *Compos. Struct.*, vol. 114, no. 1, pp. 51–63, 2014, doi: 10.1016/j.compstruct.2014.03.050.
- [232] S. C. Kattimani and M. C. Ray, "Control of geometrically nonlinear vibrations of functionally graded magneto-electro-elastic plates," *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 99, pp. 154–167, 2015, doi: 10.1016/j.ijmecsci.2015.05.012.
- [233] J. Y. Chen, P. R. Heyliger, and E. Pan, "Free vibration of three-dimensional multilayered magneto-electro-elastic plates under combined clamped/free boundary conditions," *J. Sound Vib.*, vol. 333, no. 17, pp. 4017–4029, 2014, doi: 10.1016/j.jsv.2014.03.035.
- [234] M. A. R. Loja, C. M. Mota Soares, and J. I. Barbosa, "Optimization of magneto-electro-elastic composite structures using differential evolution," *Compos. Struct.*, vol. 107, no. 1, pp. 276–287, 2014, doi: 10.1016/j.compstruct.2013.08.005.
- [235] H. Chen and W. Yu, "A multiphysics model for magneto-electro-elastic laminates," *Eur.*

- J. Mech. A/Solids*, vol. 47, pp. 23–44, 2014, doi: 10.1016/j.euromechsol.2014.02.004.
- [236] M. N. Rao, R. Schmidt, and K. U. Schröder, “Geometrically nonlinear static FE-simulation of multilayered magneto-electro-elastic composite structures,” *Compos. Struct.*, vol. 127, pp. 120–131, 2015, doi: 10.1016/j.compstruct.2015.03.002.
- [237] J. Sladek, V. Sladek, S. Krahulec, and C. Song, “Micromechanics determination of effective properties of voided magneto-electro-elastic materials,” *Comput. Mater. Sci.*, vol. 116, pp. 103–112, 2016, doi: 10.1016/j.commatsci.2015.05.015.
- [238] J. Liu, P. Zhang, G. Lin, W. Wang, and S. Lu, “Solutions for the magneto-electro-elastic plate using the scaled boundary finite element method,” *Eng. Anal. Bound. Elem.*, vol. 68, pp. 103–114, Jul. 2016, doi: 10.1016/j.enganabound.2016.04.005.
- [239] A. Farajpour, M. R. Hairi Yazdi, A. Rastgoo, M. Loghmani, and M. Mohammadi, “Nonlocal nonlinear plate model for large amplitude vibration of magneto-electro-elastic nanoplates,” *Compos. Struct.*, vol. 140, pp. 323–336, 2016, doi: 10.1016/j.compstruct.2015.12.039.
- [240] A. Jamalpoor, A. Ahmadi-Savadkoobi, M. Hosseini, and S. Hosseini-Hashemi, “Free vibration and biaxial buckling analysis of double magneto-electro-elastic nanoplate-systems coupled by a visco- Pasternak medium via nonlocal elasticity theory,” *Eur. J. Mech. - A/Solids*, vol. 63, pp. 84–98, May 2017, doi: 10.1016/j.euromechsol.2016.12.002.
- [241] M. Vinyas and S. C. Kattimani, “Static analysis of stepped functionally graded magneto-electro-elastic plates in thermal environment : A finite element study,” *Compos. Struct.*, vol. 178, pp. 63–86, 2017, doi: 10.1016/j.compstruct.2017.06.068.
- [242] C. Jiang and P. Heyliger, “Thickness effects in the free vibration of laminated magneto-electro-elastic plates,” *J. Mech. Mater. Struct.*, vol. 12, no. 4, pp. 521–544, Jun. 2017, doi: 10.2140/jomms.2017.12.521.
- [243] F. Ebrahimi, A. Jafari, and M. R. Barati, “Vibration analysis of magneto-electro-elastic heterogeneous porous material plates resting on elastic foundations,” *Thin-Walled Struct.*, vol. 119, no. May, pp. 33–46, 2017, doi: 10.1016/j.tws.2017.04.002.
- [244] Z. X. Yang, P. F. Dang, Q. K. Han, and Z. H. Jin, “Natural characteristics analysis of magneto-electro-elastic multilayered plate using analytical and finite element method,” *Compos. Struct.*, vol. 185, no. November 2017, pp. 411–420, 2018, doi: 10.1016/j.compstruct.2017.11.031.
- [245] J. Ye *et al.*, “Effective mechanical properties of piezoelectric – piezomagnetic hybrid smart composites,” *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, vol. 29, no. 8, pp. 1711–1723, 2018, doi: 10.1177/1045389X17742738.
- [246] M. C. Kiran and S. C. Kattimani, “Assessment of porosity influence on vibration and static behaviour of functionally graded magneto-electro-elastic plate: A finite element study,” *Eur. J. Mech. A/Solids*, vol. 71, no. April, pp. 258–277, 2018, doi: 10.1016/j.euromechsol.2018.04.006.
- [247] M. Vinyas and S. C. Kattimani, “Finite element evaluation of free vibration characteristics of magneto-electro-elastic rectangular plates in hygrothermal environment using higher-order shear deformation theory,” *Compos. Struct.*, vol. 202, no. June, pp. 1339–1352, 2018, doi: 10.1016/j.compstruct.2018.06.069.
- [248] M. Vinyas, S. C. Kattimani, M. A. R. Loja, and M. Vishwas, “Effect of BaTiO₃/CoFe₂O₄ micro-topological textures on the coupled static behaviour of magneto-electro-thermo-elastic beams in different thermal environment,” *Mater. Res. Express*, vol. 5, no. 12, 2018, doi: 10.1088/2053-1591/aae0c8.

- [249] M. Vinyas, “Vibration control of skew magneto-electro-elastic plates using active constrained layer damping,” *Compos. Struct.*, vol. 208, no. September 2018, pp. 600–617, 2019, doi: 10.1016/j.compstruct.2018.10.046.
- [250] M. Vinyas, G. Nischith, M. A. R. Loja, F. Ebrahimi, and N. D. Duc, “Numerical analysis of the vibration response of skew magneto-electro-elastic plates based on the higher-order shear deformation theory,” *Compos. Struct.*, vol. 214, no. February, pp. 132–142, 2019, doi: 10.1016/j.compstruct.2019.02.010.
- [251] M. Vinyas, K. K. Sunny, D. Harursampath, T. Nguyen-Thoi, and M. A. R. Loja, “Influence of interphase on the multi-physics coupled frequency of three-phase smart magneto-electro-elastic composite plates,” *Compos. Struct.*, vol. 226, no. July, p. 111254, 2019, doi: 10.1016/j.compstruct.2019.111254.
- [252] P. Zhang, C. Qi, H. Fang, C. Ma, and Y. Huang, “Semi-analytical analysis of static and dynamic responses for laminated magneto-electro-elastic plates,” *Compos. Struct.*, vol. 222, p. 110933, Aug. 2019, doi: 10.1016/j.compstruct.2019.110933.
- [253] L. Zhou *et al.*, “The magneto-electro-elastic multi-physics coupling element free Galerkin method for smart structures in statics and dynamics problems,” *Thin-Walled Struct.*, vol. 169, no. September, p. 108431, 2021, doi: 10.1016/j.tws.2021.108431.
- [254] L. L. Xu, C. C. Kang, Y. F. Zheng, and C. P. Chen, “Analysis of nonlinear vibration of magneto-electro-elastic plate on elastic foundation based on high-order shear deformation,” *Compos. Struct.*, vol. 271, p. 114149, Sep. 2021, doi: 10.1016/j.compstruct.2021.114149.
- [255] S. Q. Zhang, Y. F. Zhao, X. Wang, M. Chen, and R. Schmidt, “Static and dynamic analysis of functionally graded magneto-electro-elastic plates and shells,” *Compos. Struct.*, vol. 281, no. September 2021, p. 114950, 2022, doi: 10.1016/j.compstruct.2021.114950.
- [256] V. Mahesh, “Active control of nonlinear coupled transient vibrations of multifunctional sandwich plates with agglomerated FG-CNTs core/magneto-electro-elastic facesheets,” *Thin-Walled Struct.*, vol. 179, no. February, p. 109547, 2022, doi: 10.1016/j.tws.2022.109547.
- [257] Z. Gong, Y. Zhang, E. Pan, and C. Zhang, “Three-dimensional general magneto-electro-elastic finite element model for multiphysics nonlinear analysis of layered composites,” *Appl. Math. Mech. (English Ed.)*, vol. 44, no. 1, pp. 53–72, 2023, doi: 10.1007/s10483-023-2943-8.
- [258] A. R. Barati and M. Shariyat, “Exact closed-form solutions for behavior investigation of heterogeneous piezo-magneto-elastic discs under magneto-electro-hygro-thermo-mechanical loads,” *Eur. J. Mech. - A/Solids*, vol. 101, no. August 2022, p. 105066, Sep. 2023, doi: 10.1016/j.euromechsol.2023.105066.
- [259] Y. Zheng, L.-C. Liu, D. Qu, and C. Chen, “Nonlinear postbuckling analysis of magneto-electro-thermo-elastic laminated microbeams based on modified couple stress theory,” *Appl. Math. Model.*, vol. 118, pp. 89–106, 2023, doi: 10.1016/j.apm.2023.01.021.
- [260] L. Zhou and F. Qu, “The magneto-electro-elastic coupling isogeometric analysis method for the static and dynamic analysis of magneto-electro-elastic structures under thermal loading,” *Compos. Struct.*, vol. 315, no. April, p. 116984, 2023, doi: 10.1016/j.compstruct.2023.116984.
- [261] R. Özmen, “Thermomechanical vibration and buckling response of magneto-electro-elastic higher order laminated nanoplates,” *Appl. Math. Model.*, vol. 122, pp. 373–400, 2023, doi: 10.1016/j.apm.2023.06.005.
- [262] V. Mahesh, “Artificial neural network (ANN) based investigation on the static behaviour

- of piezo-magneto-thermo-elastic nanocomposite sandwich plate with CNT agglomeration and porosity,” *Int. J. Non. Linear. Mech.*, vol. 153, no. March, p. 104406, 2023, doi: 10.1016/j.ijnonlinmec.2023.104406.
- [263] F. Ebrahimi and R. Selvamani, *Mechanics of Smart Magneto-electro-elastic Nanostructures*, 1st ed. Elsevier, 2021. doi: 10.1016/C2018-0-05433-X.
- [264] Y. Jia *et al.*, “Multiphysics vibration FE model of piezoelectric macro fibre composite on carbon fibre composite structures,” *Compos. Part B Eng.*, vol. 161, pp. 376–385, 2019, doi: 10.1016/j.compositesb.2018.12.081.
- [265] J. N. Reddy, *An Introduction to the Finite Element Method*, 3rd ed. McGraw-Hill, 2005.
- [266] O. O. Ochoa and J. N. Reddy, *Finite element analysis of composites Laminates*, vol. 7, no. Solid Mechanics and its Applications. Kluwer Academic Publishers, 1992.
- [267] E. Carrera, M. Cinefra, E. Zappino, and M. Petrolo, *Finite Element Analysis of Structures Through Unified Formulation*. Wiley, 2014. doi: 10.1002/9781118536643.
- [268] S. W. Tsai and J. D. D. Melo, *Composite Materials Design and Testing Unlocking mystery with invariants*. Composites Design Group, 2015.
- [269] J. D. Emery and C. P. Montesana, “Piezoelectric theory for finite element analysis of ultrasonic motors,” Kansas City, MO, Jun. 1997. doi: 10.2172/650248.
- [270] S. Y. Wang, “A finite element model for the static and dynamic analysis of a piezoelectric bimorph,” *Int. J. Solids Struct.*, vol. 41, no. 15, pp. 4075–4096, Jul. 2004, doi: 10.1016/j.ijsolstr.2004.02.058.
- [271] K. H. Vhulhv *et al.*, *Mechanics and Electrodynamics of Magneto- and Electro-elastic Materials*, vol. 527. Vienna: Springer Vienna, 2011. doi: 10.1007/978-3-7091-0701-0.
- [272] K. Y. Lam, X. Q. Peng, G. R. Liu, and J. N. Reddy, “A finite-element model for piezoelectric composite laminates,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 6, no. 5, pp. 583–591, 1997, doi: 10.1088/0964-1726/6/5/009.
- [273] E. Carrera, F. A. Fazzolari, and M. Cinefra, *Thermal Stress Analysis of Composite Beams, Plates and Shells*. Elsevier Inc., 2015.
- [274] A. J. M. Ferreira and N. Fantuzzi, *MATLAB Codes for Finite Element Analysis*, vol. 157. Springer International Publishing, 2020. doi: 10.1007/978-3-030-47952-7.
- [275] S. W. Tsai and J. D. D. Melo, “An invariant-based theory of composites,” *Compos. Sci. Technol.*, vol. 100, pp. 237–243, 2014, doi: 10.1016/j.compscitech.2014.06.017.
- [276] S. K. Ha and C. A. Cimini, “Theory and validation of the master ply concept for invariant-based stiffness of composites,” *J. Compos. Mater.*, vol. 52, no. 12, pp. 1699–1708, 2018, doi: 10.1177/0021998317728782.
- [277] J. D. D. Melo, J. Bi, and S. W. Tsai, “A novel invariant-based design approach to carbon fiber reinforced laminates,” *Compos. Struct.*, vol. 159, pp. 44–52, 2017, doi: 10.1016/j.compstruct.2016.09.055.
- [278] M. A. R. Loja, J. I. Barbosa, C. M. M. Soares, and C. A. M. Soares, “Analysis of piezolaminated plates by the spline ® nite strip method,” *Comput. Struct.*, vol. 79, pp. 2321–2333, 2001.
- [279] H. S. Tzou and C. I. Tseng, “Distributed piezoelectric sensor/actuator design for dynamic measurement/control of distributed parameter systems: A piezoelectric Finite Element Approach,” *J. Sound Vib.*, vol. 138, no. 1, pp. 17–34, 1990.

- [280] R. C. Hibbeler, *Mechanics of Materials*, 9th ed. Pearson Prentice Hall, 2014.
- [281] M. A. Elshafei, “FE Modeling and Analysis of Isotropic and Orthotropic Beams Using First Order Shear Deformation Theory,” *Mater. Sci. Appl.*, vol. 04, no. 01, pp. 77–102, 2013, doi: 10.4236/msa.2013.41010.
- [282] Z. Friedman and J. B. Kosmatka, “An improved two-node timoshenko beam finite element,” *Comput. Struct.*, vol. 47, no. 3, pp. 473–481, May 1993, doi: 10.1016/0045-7949(93)90243-7.
- [283] S. M. N. Serdoun and S. M. Hamza Cherif, “Free vibration analysis of composite and sandwich plates by alternative hierarchical finite element method based on Reddy’s C1 HSDT,” *J. Sandw. Struct. Mater.*, vol. 18, no. 4, pp. 501–528, 2016, doi: 10.1177/1099636215603033.
- [284] A. A. Khdeir, “Comparison between shear deformable and Kirchhoff theories for bending, buckling and vibration of antisymmetric angle-ply laminated plates,” *Compos. Struct.*, vol. 13, no. 3, pp. 159–172, Jan. 1989, doi: 10.1016/0263-8223(89)90001-9.
- [285] V. M. Franco Correia, M. A. Aguiar Gomes, A. Suleman, C. M. Mota Soares, and C. A. Mota Soares, “Modelling and design of adaptive composite structures,” *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 185, no. 2–4, pp. 325–346, 2000, doi: 10.1016/S0045-7825(99)00265-0.
- [286] K. M. Liew, H. K. Lim, M. J. Tan, and X. Q. He, “Analysis of laminated composite beams and plates with piezoelectric patches using the element-free Galerkin method,” vol. 29, pp. 486–497, 2002, doi: 10.1007/s00466-002-0358-3.
- [287] V. Nguyen, P. Kumar, and J. Leong, “Finite Element Modelling and Simulations of Piezoelectric Actuators Responses with Uncertainty Quantification,” *Computation*, vol. 6, no. 4, p. 60, Nov. 2018, doi: 10.3390/computation6040060.
- [288] M. C. Ray and N. Mallik, “Finite Element Analysis of Smart Structures Containing Piezoelectric Fiber-Reinforced Composite Actuator,” vol. 42, no. 7, 2004.
- [289] S. Cen, “A new 4-node quadrilateral FE model with variable electrical degrees of freedom for the analysis of piezoelectric laminated composite plates,” vol. 58, pp. 583–599, 2002.
- [290] G. M. Odegard, “Constitutive modeling of piezoelectric polymer composites,” *Acta Mater.*, vol. 52, no. 18, pp. 5315–5330, 2004, doi: 10.1016/j.actamat.2004.07.037.
- [291] D. A. Saravanos, P. R. Heyliger, and D. A. Hopkins, “Layerwise mechanics and finite element for the dynamic analysis of piezoelectric composite plates,” *Int. J. Solids Struct.*, vol. 34, no. 3, pp. 359–378, Jan. 1997, doi: 10.1016/S0020-7683(96)00012-1.
- [292] L. Jia, C. Zhang, J. Li, L. Yao, and C. Tang, “Validation and development of trace-based approach for composite laminates,” *Compos. Sci. Technol.*, vol. 221, no. May 2021, p. 109348, 2022, doi: 10.1016/j.compscitech.2022.109348.

Anexos

Estudos de Verificação

O presente anexo é dedicado unicamente à exposição completa dos Estudos de Verificação realizados no âmbito da presente dissertação.

Índice dos Estudos de Verificação.

| | | |
|------|---|------|
| EV1 | Placa SSSS isotrópica – UDL..... | A-2 |
| EV2 | Placa CCCC isotrópica – UDL..... | A-3 |
| EV3 | Viga CFFF isotrópica – Carga pontual de tração..... | A-4 |
| EV4 | Viga CFFF isotrópica – Carga pontual de flexão..... | A-4 |
| EV5 | Viga SSFF isotrópica – Carga pontual de flexão no centro..... | A-5 |
| EV6 | Viga CFFF isotrópica – UDL..... | A-5 |
| EV7 | Placa SSSS isotrópica – vibração livre..... | A-6 |
| EV8 | Placa CCCC isotrópica – vibração livre..... | A-6 |
| EV9 | Placa SCSC isotrópica – vibração livre..... | A-7 |
| EV10 | Placa SSSS ortotrópica UD - UDL..... | A-8 |
| EV11 | Placa SSSS ortotrópica <i>cross-ply</i> , simétrica e antissimétrica – UDL, SDL.... | A-8 |
| EV12 | Placa SSSS ortotrópica <i>angle-ply</i> , simétrica e antissimétrica – UDL, SDL.... | A-11 |
| EV13 | Placa (SSSS, SSSC, SSCC, SSFF) ortotrópica <i>angle-ply</i> , simétrica - UDL.... | A-12 |
| EV14 | Placa SSSS ortotrópica <i>cross-ply</i> – vibração livre..... | A-13 |
| EV15 | Placa SSSS ortotrópica <i>angle-ply</i> – vibração livre..... | A-14 |
| EV16 | Placa (SSSS, SSSC, SSCC, SSFF) ortotrópica <i>angle-ply</i> – vibração livre..... | A-14 |
| EV17 | Propriedades materiais e respetivos invariantes: abordagem baseada no trace. | A-15 |
| EV18 | Substituição de um laminado QUAD convencional por um DD..... | A-16 |
| EV19 | Substituição de um laminado não-convencional por um DD..... | A-17 |
| EV20 | Substituição de um laminado rígido (<i>Hard Laminate</i>) por um DD..... | A-18 |
| EV21 | Homogeneização em laminados DD..... | A-19 |
| EV22 | Viga piezoelétrica <i>bimorph</i> CFFF – ddp uniforme..... | A-20 |
| EV23 | Viga piezoelétrica <i>bimorph</i> CFFF – diversos potenciais..... | A-21 |
| EV24 | Viga piezoelétrica <i>bimorph</i> CFFF – ddp uniforme..... | A-21 |
| EV25 | Viga piezoelétrica <i>bimorph</i> CFFF – Carga pontual de flexão..... | A-22 |
| EV26 | Viga piezoelétrica <i>bimorph</i> SSFF – vibração livre..... | A-23 |
| EV27 | Placa piezoelétrica-piezomagnética (BBB, FFF), SSSS – vibração livre..... | A-25 |
| EV28 | Viga piezoelétrica-piezomagnética (BBB, FFF), SSSS – vibração livre..... | A-26 |
| EV29 | Laminado híbrido [P/0/90/0/90] SSFF – UDL, ddp uniforme..... | A-27 |
| EV30 | Laminado híbrido [P/0/90/0/P] SSSS – SDL..... | A-28 |
| EV31 | Viga piezoelétrica-piezomagnética (B/F) – Estática; Dinâmica..... | A-29 |
| EV32 | Placa piezoelétrica-piezomagnética (BFB, FBF), SSSS – vibração livre..... | A-30 |

EV1. Placa SSSS isotrópica – UDL

Análise estática de placas isotrópicas, simplesmente apoiadas em todos os bordos (SSSS) e sujeitas a uma carga distribuída uniforme – UDL. Referência: [265, p. 657].

Propriedades: $E=200E+9$ (Pa); $\nu=0,25$; $q_{0,UDL}=1000$ (Pa), $L=b=1$ (m).

Tabela A-1 - Resposta de placas isotrópicas sujeitas a uma carga UDL: Valores de referência para o EV1. Adaptado de [257, p. 657].

| [265, p. 658] | | 2x2 | | 4x4 | | 8x8 | | Analítico | |
|---------------|------------|-----------|---------------------|-----------|---------------------|-----------|---------------------|-----------|---------------------|
| L/h | Integração | \bar{w} | $\bar{\sigma}_{xx}$ | \bar{w} | $\bar{\sigma}_{xx}$ | \bar{w} | $\bar{\sigma}_{xx}$ | \bar{w} | $\bar{\sigma}_{xx}$ |
| 10 | Completa | 0,964 | 0,018 | 2,474 | 0,119 | 3,883 | 0,216 | 4,791 | 0,276 |
| | Seletiva | 3,95 | 0,095 | 4,712 | 0,235 | 4,773 | 0,266 | | |
| 20 | Completa | 0,270 | 0,005 | 0,957 | 0,048 | 2,363 | 0,138 | 4,625 | 0,276 |
| | Seletiva | 3,669 | 0,095 | 4,524 | 0,235 | 4,603 | 0,266 | | |
| 40 | Completa | 0,07 | 0,001 | 0,279 | 0,014 | 0,944 | 0,056 | 4,584 | 0,276 |
| | Seletiva | 3,599 | 0,095 | 4,375 | 0,235 | 4,56 | 0,266 | | |
| 50 | Completa | 0,005 | 0 | 0,182 | 0,009 | 0,652 | 0,039 | 4,579 | 0,276 |
| | Seletiva | 3,59 | 0,095 | 4,472 | 0,235 | 4,555 | 0,266 | | |
| 100 | Completa | 0,011 | 0 | 0,047 | 0,002 | 0,182 | 0,011 | 4,572 | 0,276 |
| | Seletiva | 3,579 | 0,095 | 4,465 | 0,235 | 4,548 | 0,266 | | |

Nota: $\bar{w} = \frac{w(0,0)Eh^3 \times 10^2}{q_0 L^4}$; $\bar{\sigma}_{xx} = \left(\frac{h}{L}\right)^2 \frac{1}{q_0} \sigma_{xx} \left(A, A, \pm \frac{1}{2}h\right)$

Tabela A-2 - Localização do ponto A para o cálculo das tensões em xx no EV1. Adaptado de [257, p. 657].

| Malha | Localização de A |
|------------------|--------------------|
| (1x1) Linear | $(1/4) \times a$ |
| (2x2) Linear | $(1/8) \times a$ |
| (4x4) Linear | $(1/16) \times a$ |
| (2x2) Quadrática | $0,05283 \times a$ |

Tabela A-3 - Valores obtidos do deslocamento transversal, das tensões e respectivos desvios para o EV1.

| Parâmetro | | 2x2 | | 4x4 | | 8x8 | |
|-----------|------------|-----------|---------------------|-----------|---------------------|-----------|---------------------|
| L/h | Integração | \bar{w} | $\bar{\sigma}_{xx}$ | \bar{w} | $\bar{\sigma}_{xx}$ | \bar{w} | $\bar{\sigma}_{xx}$ |
| 10 | Completa | 0,964 | 0,018 | 2,474 | 0,119 | 3,883 | 0,216 |
| | Desvio [%] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | Seletiva | 3,95 | 0,095 | 4,712 | 0,235 | 4,773 | 0,266 |
| | Desvio [%] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 20 | Completa | 0,269 | 0,005 | 0,957 | 0,048 | 2,363 | 0,137 |
| | Desvio [%] | 0,30 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,72 |
| | Seletiva | 3,669 | 0,095 | 4,524 | 0,235 | 4,603 | 0,266 |
| | Desvio [%] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 40 | Completa | 0,07 | 0,001 | 0,279 | 0,014 | 0,944 | 0,056 |
| | Desvio [%] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | Seletiva | 3,599 | 0,095 | 4,478 | 0,235 | 4,56 | 0,266 |
| | Desvio [%] | 0 | 0 | 2,35 | 0 | 0 | 0 |
| 50 | Completa | 0,045 | 0 | 0,182 | 0,009 | 0,652 | 0,039 |
| | Desvio [%] | 800 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | Seletiva | 3,59 | 0,095 | 4,472 | 0,235 | 4,555 | 0,266 |
| | Desvio [%] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 100 | Completa | 0,011 | 0 | 0,047 | 0,002 | 0,182 | 0,011 |
| | Desvio [%] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | Seletiva | 3,579 | 0,095 | 4,465 | 0,235 | 4,548 | 0,266 |
| | Desvio [%] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

EV2. Placa CCCC isotrópica – UDL

Análise estática de placas isotrópicas, encastradas em todos os bordos (CCCC) e sujeitas a uma carga distribuída uniforme – UDL. Referência: [265, p. 659].

Propriedades: $E=200E+9$ (Pa); $\nu=0,3$; $q_{0,UDL}=1000$ (Pa), $L=b=1$ (m).

Tabela A-4 - Resposta de placas isotrópicas sujeitas a uma carga UDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV2.

| Discretização | Modelo (L/h = 10) | | |
|---------------|--|---------------|---------------|
| | CPT | [265, p. 659] | Q4FSDT |
| | Deslocamento no centro da placa, \bar{w} | | |
| 2x2 | 0,1943 | 0,0357 | 0,0357 |
| | | | Desvio [%] 0 |
| 4x4 | 0,1265 | 0,1459 | 0,1459 |
| | | | Desvio [%] 0 |
| 8x8 | 0,1266 | 0,1495 | 0,1495 |
| | | | Desvio [%] 0 |
| Analítico | 0,1266 | - | - |
| Discretização | Tensão no centro da placa, $\bar{\sigma}_{xx}$ | | |
| 2x2 | 2,443 | 0 | 0 |
| | | | Desvio [%] 0 |
| 4x4 | 1,415 | 1,142 | 1,142 |
| | | | Desvio [%] 0 |
| 8x8 | 1,381 | 1,333 | 1,333 |
| | | | Desvio [%] 0 |

Nota: $\bar{w} = \frac{w(0,0) \times D \times 10^2}{q_0 L^4}$; $D = \frac{E \times h^3}{12(1-\nu^2)}$; $\bar{\sigma}_x = \sigma_x(A, A) \times \frac{10}{q_0}$

Tabela A-5 - Localização do ponto A para o cálculo das tensões em xx no EV2. Adaptado de [1, p. 658].

| Discretização | Localização de A | | |
|---------------|------------------|----------|-----|
| (2x2) | 0,25a | FSDT | |
| (4x4) | 0,125a | | |
| (8x8) | 0,0625a | | |
| (16x16) | 0,03125a | | |
| Linear | (2x2) | 0,05635a | CPT |
| | (4x4) | 0,02817a | |
| | (8x8) | 0,01409a | |
| | (8x8) | 0,03125a | |

EV3. Viga CFFF isotrópica – Carga pontual de tração

Análise estática de vigas isotrópicas encastradas num bordo (CFFF) e sujeitas a uma carga pontual de tração. Referência: [280, pp. 812, 813].

Propriedades: $E=200E+9$ (Pa), $\nu=0,3$, $F=1000$ (N), $L=1$ (m), $h=20E-3$ (m).

Tabela A-6 - Resposta de vigas isotrópicas sujeitas a uma carga pontual de tração: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV3.

| Método | | Deslocamento Axial Máximo, w (m) | | | |
|--------------------------------------|------------|------------------------------------|------------|------------|------------|
| | | [L/b] | | | |
| Analítico TCV [280, pp. 812, 813] | | 10 | 20 | 50 | 100 |
| | | 2,5000E-06 | 5,0000E-06 | 1,2500E-05 | 2,5000E-05 |
| | | Q4FSDT | | | |
| Discretização | Parâmetro | [L/b] | | | |
| | | 10 | 20 | 50 | 100 |
| 4x4 | w (m) | 2,4827E-06 | 4,9659E-06 | 1,2415E-05 | 2,4830E-05 |
| | Desvio [%] | 0,69 | 0,68 | 0,68 | 0,68 |
| 10x4 | w (m) | 2,4923E-06 | 4,9859E-06 | 1,2466E-05 | 2,4931E-05 |
| | Desvio [%] | 0,31 | 0,28 | 0,27 | 0,27 |
| 40x4 | w (m) | 2,4961E-06 | 4,9951E-06 | 1,2491E-05 | 2,4983E-05 |
| | Desvio [%] | 0,15 | 0,1 | 0,07 | 0,07 |
| 100x10 | w (m) | 2,4967E-06 | 4,9964E-06 | 1,2495E-05 | 2,4993E-05 |
| | Desvio [%] | 0,13 | 0,07 | 0,04 | 0,03 |

EV4. Viga CFFF isotrópica – Carga pontual de flexão

Análise estática de vigas isotrópicas encastradas num bordo (CFFF) e sujeitas a uma carga pontual de flexão. Referência: [280, pp. 812, 813].

Propriedades: $E=200E+9$ (Pa), $\nu=0,3$, $F=1000$ (N), $L=1$ (m), $h=20E-3$ (m)

Tabela A-7 - Resposta de vigas isotrópicas sujeitas a uma carga pontual de flexão: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV4.

| Método | | Deslocamento Transversal Máximo, w (m) | | | |
|--------------------------------------|------------|--|------------|------------|------------|
| | | [L/b] | | | |
| Analítico TCV [280, pp. 812, 813] | | 10 | 20 | 50 | 100 |
| | | 2,5000E-02 | 5,0000E-02 | 1,2500E-01 | 2,5000E-01 |
| | | Q4FSDT | | | |
| Discretização | Parâmetro | [L/b] | | | |
| | | 10 | 20 | 50 | 100 |
| 4x4 | w (m) | 2,4114E-02 | 4,8297E-02 | 1,2083E-01 | 2,4097E-01 |
| | Desvio [%] | 3,54 | 3,40 | 3,33 | 3,61 |
| 10x4 | w (m) | 2,4670E-02 | 4,9466E-02 | 1,2376E-01 | 2,4753E-01 |
| | Desvio [%] | 1,32 | 1,07 | 0,99 | 0,99 |
| 40x4 | w (m) | 2,4810E-02 | 4,9829E-02 | 1,2474E-01 | 2,4952E-01 |
| | Desvio [%] | 0,76 | 0,34 | 0,21 | 0,19 |
| 100x10 | w (m) | 2,4817E-02 | 4,9862E-02 | 1,2488E-01 | 2,4982E-01 |
| | Desvio [%] | 0,73 | 0,28 | 0,09 | 0,07 |

EV5. Viga SSFF isotrópica – Carga pontual de flexão no centro

Análise estática de vigas isotrópicas em flexão cilíndrica (SSFF) e sujeitas a uma carga pontual de flexão no centro. Referência: [280, pp. 812, 813].

Propriedades: $E=200E+9$ (Pa), $\nu=0,3$, $F=1000$ (N), $L=1$ (m), $h=20E-3$ (m).

Tabela A-8 - Resposta de vigas isotrópicas sujeitas a uma carga pontual de flexão no centro: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV5.

| Método | | Deslocamento Transversal Máximo (m) | | | |
|--------------------------------------|--------------|-------------------------------------|------------|------------|------------|
| | | [L/b] | | | |
| Analítico TCV [280, pp. 812, 813] | | 10 | 20 | 50 | 100 |
| | | 1,5625E-03 | 3,1250E-03 | 7,8125E-03 | 1,5625E-02 |
| Q4FSDT | | | | | |
| Discretização | Parâmetro | [L/b] | | | |
| | | 10 | 20 | 50 | 100 |
| 4x4 | w (m) | 1,4554E-03 | 2,9168E-03 | 7,2965E-03 | 1,4584E-02 |
| | Desvio [%] | 6,86 | 6,66 | 6,6 | 6,66 |
| 10x4 | w (m) | 1,5438E-03 | 3,0932E-03 | 7,7370E-03 | 1,5475E-02 |
| | Desvio [%] | 1,19 | 1,02 | 0,97 | 0,96 |
| 40x4 | w (m) | 1,5597E-03 | 3,1251E-03 | 7,8163E-03 | 1,5633E-02 |
| | Desvio [%] | 0,18 | 0 | 0,05 | 0,05 |
| 100x10 | w (m) | 1,5607E-03 | 3,1269E-03 | 7,8209E-03 | 1,5642E-02 |
| | Desvio [%] | 0,11 | 0,06 | 0,11 | 0,11 |

EV6. Viga CFFF isotrópica – UDL

Análise estática de vigas isotrópicas encastradas num bordo (CFFF) e sujeitas a uma carga UDL. Referências: [280, pp. 812, 813], [281], [282]. Propriedades: $E=1$ (Pa), $\nu=0,30$, $q_{0,UDL}=1$ (Pa), $b=[4,10,20,50,100]$ (m), $L = 1$ (m).

Tabela A-9 - Resposta de vigas isotrópicas sujeitas a UDL: Valores de referência, obtidos e desvios do EV6.

| L/h | Parâmetro | Q4FSDT | | [281] | [282] | [280, pp. 812, 813] | |
|------------|---------------|-------------------|-------------------|------------|---------------------|---------------------|---------|
| 4 | Discretização | 1 x 10 | 1 x 40 | 4,0884E+02 | 4,0884E+02 | 3,8400E+02 | |
| | w (m) | 4,0434E+02 | 4,0443E+02 | | | | |
| 10 | Discretização | 1 x 10 | 1 x 10 | 1,5151E+04 | 1,5153E+04 | 1,5000E+04 | |
| | w (m) | 1,5112E+04 | | | | | |
| 20 | Discretização | 1 x 10 | 1 x 20 | 2,4055E+05 | 2,4061E+05 | 2,4000E+05 | |
| | w (m) | 2,4025E+05 | 2,4037E+05 | | | | |
| 50 | Discretização | 1 x 10 | 1 x 50 | 9,3760E+06 | 9,3788E+06 | 9,3750E+06 | |
| | w (m) | 9,3698E+05 | 9,3757E+05 | | | | |
| 100 | Discretização | 1 x 10 | 1 x 100 | 1,4997E+08 | 1,5002E+08 | 1,5000E+08 | |
| | w (m) | 1,4938E+08 | 1,4999E+05 | | | | |
| L/h | Parâmetro | [281] | | [282] | [280, pp. 812, 813] | | |
| 4 | Discretização | 1 x 10 | 1 x 40 | 1 x 10 | 1 x 40 | 1 x 10 | 1 x 40 |
| | Desvio [%] | 1,10 | 1,08 | 1,10 | 1,08 | 5,30 | 5,32 |
| 10 | Discretização | 1 x 10 | | 1 x 10 | | 1 x 10 | |
| | Desvio [%] | 0,25 | | 0,27 | | 0,75 | |
| 20 | Discretização | 1 x 10 | 1 x 20 | 1 x 10 | 1 x 20 | 1 x 10 | 1 x 20 |
| | Desvio [%] | 0,12 | 0,08 | 0,15 | 0,10 | 0,10 | 0,15 |
| 50 | Discretização | 1 x 10 | 1 x 50 | 1 x 10 | 1 x 50 | 1 x 10 | 1 x 50 |
| | Desvio [%] | 0,07 | 0,00 | 0,10 | 0,03 | 0,05 | 0,01 |
| 100 | Discretização | 1 x 10 | 1 x 100 | 1 x 10 | 1 x 100 | 1 x 10 | 1 x 100 |
| | Desvio [%] | 0,39 | 0,01 | 0,42 | 0,02 | 0,41 | 0 |

EV7. Placa SSSS isotrópica – vibração livre

Análise dinâmica de placas isotrópicas, simplesmente apoiadas em todos os bordos (SSSS) e em vibração livre. Referência: [265, p. 661]. Propriedades: $E=200E+9$ (Pa), $\nu=0,25$, $L=b=1$ (m), $L/h=10$, $\rho=1000$ (kg/m³).

Tabela A-10 - Resposta de placas isotrópicas em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV7.

| [265, p. 661] | | | | Q4FSDT | | | |
|------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| Discretização | ϖ_{11} | ϖ_{13} | ϖ_{33} | Discretização | ϖ_{11} | ϖ_{13} | ϖ_{33} |
| 2x2 | 0,0746 | - | - | 2x2 | 0,0746 | - | - |
| Linear Q4 | | | | Desvio [%] | 0 | | |
| 4x4 | 0,0608 | 0,4473 | 0,4810 | 4x4 | 0,0608 | 0,4473 | 0,4810 |
| Linear Q4 | | | | Desvio [%] | 0 | 0 | 0 |
| 8x8 | 0,0579 | 0,2913 | 0,4654 | 8x8 | 0,0579 | 0,2913 | 0,4654 |
| Linear Q4 | | | | Desvio [%] | 0 | 0 | 0 |
| Exato | 0,0584 | 0,2829 | 0,4943 | | | | |

Nota: $\varpi = \omega \left(\frac{\rho}{E}\right)^{1/2} \left(\frac{a^2}{h}\right) 10^{-2}$

EV8. Placa CCCC isotrópica – vibração livre

Análise dinâmica de placas isotrópicas, encastradas em todos os bordos (CCCC) e em vibração livre. Referência: [283]. Propriedades: $E=200E+9$ (Pa), $\nu=0,30$, $L=b=1$ (m), $\rho=1000$ (kg/m³).

Tabela A-11 - Resposta de placas isotrópicas em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV8.

| L/h | Modelo | ϖ_1 | ϖ_2 | ϖ_3 | ϖ_4 | ϖ_5 |
|-------------|-----------------------|--------------|--------------|--------------|---------------|---------------|
| 1000 | [283] | 3,674 | 7,506 | 7,506 | 11,162 | 13,488 |
| | Q4FSDT [20x20] | 3,670 | 7,564 | 7,564 | 11,160 | 13,824 |
| | Desvio [%] | 0,11 | 0,77 | 0,77 | 0,02 | 2,49 |
| 10 | [283] | 3,306 | 6,323 | 6,323 | 8,879 | 10,477 |
| | Q4FSDT [20x20] | 3,313 | 6,367 | 6,367 | 8,913 | 10,638 |
| | Desvio [%] | 0,21 | 0,70 | 0,70 | 0,38 | 1,54 |
| 5 | [283] | 2,72 | 4,786 | 4,786 | 6,451 | 7,384 |
| | Q4FSDT [20x20] | 2,698 | 4,729 | 4,729 | 6,25 | 6,250 |
| | Desvio [%] | 0,81 | 1,19 | 1,19 | 3,12 | 15,36 |
| 2 | [283] | 1,593 | 2,55 | 2,55 | 3,358 | 3,685 |
| | Q4FSDT [20x20] | 1,509 | 2,37 | 2,37 | 2,5 | 2,5 |
| | Desvio [%] | 5,27 | 7,06 | 7,06 | 25,55 | 32,16 |

Nota: $\varpi = \omega \times \left(\frac{b^2}{\pi^2}\right) \times \sqrt{(\rho \times h \times D^{-1})}$; $D = (E \times h^3)/(12 \times 1 - \nu^2)$

Tabela A-12 - Convergência de valores da frequência natural fundamental para o EV8, L/h=1000.

| Discretização | 4x4 | 8x8 | 10x10 | 12x12 | 14x14 | 16x16 | 18x18 | 20x20 |
|--------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Q4FSDT, ϖ_1 | 4,367 | 3,800 | 3,743 | 3,713 | 3,695 | 3,683 | 3,675 | 3,670 |

EV9. Placa SCSC isotrópica – vibração livre

Análise dinâmica de placas isotrópicas, encastradas em 2 bordos, simplesmente apoiadas nos restantes (SCSC) e em vibração livre. Referência: [274, p. 185].

Propriedades: $E=10920$, $\nu=0,3$, $L=b=1$ (m), $\rho=1$ (kg/m³).

Tabela A-13 - Resposta de placas isotrópicas em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV9.

| Modo | L/h = 10 | | | L/h = 100 | | |
|------------|-------------------|------------------|-----------|-------------------|------------------|-----------|
| | Q4FSDT [15x15] | [274, p. 185] | Analítico | Q4FSDT [15x15] | [274, p. 186] | Analítico |
| 1 | 1,311 | | | 0,1426 | | |
| Desvio [%] | 1,31 | 1,294 | 1,302 | 0,14 | 0,1424 | 0,1411 |
| 2 | 2,429 | | | 0,2714 | | |
| Desvio [%] | 1,33 | 2,3971 | 2,398 | 0,15 | 0,271 | 0,2668 |
| 3 | 2,9555 | | | 0,3487 | | |
| Desvio [%] | 0,9 | 2,929 | 2,888 | 0,09 | 0,3484 | 0,3377 |
| 4 | 3,9113 | | | 0,4732 | | |
| Desvio [%] | 1,87 | 3,8394 | 3,852 | 0,21 | 0,4722 | 0,4608 |
| 5 | 4,3807 | | | 0,5195 | | |
| Desvio [%] | 0,76 | 4,3475 | 4,237 | 0,08 | 0,5191 | 0,4979 |
| 6 | 5,1648 | | | 0,6713 | | |
| Desvio [%] | 0,57 | 5,1354 | 4,936 | 0,04 | 0,671 | 0,6279 |
| 7 | 5,6053 | | | 0,7093 | | |
| Desvio [%] | 1,74 | 5,5094 | - | 0,18 | 0,708 | - |
| 8 | 5,9904 | | | 0,7958 | | |
| Desvio [%] | 1,58 | 5,8974 | - | 0,18 | 0,7944 | - |
| 9 | 6,0271 | | | 0,8994 | | |
| Desvio [%] | 13,13 | 6,9384 | - | 0,07 | 0,8988 | - |
| 10 | 6,0271 | | | 1,025 | | |
| Desvio [%] | 17,37 | 7,2939 | - | 0,22 | 1,0228 | - |
| 11 | 6,9684 | | | 1,0778 | | |
| Desvio [%] | 10,62 | 7,7968 | - | 0,19 | 1,0758 | - |
| 12 | 7,2186 | | | 1,1343 | | |
| Desvio [%] | 8,06 | 7,8516 | - | 0,04 | 1,1339 | - |
| 13 | 7,4393 | | | 1,2587 | | |
| Desvio [%] | 11,76 | 8,4308 | - | 0,14 | 1,257 | - |

Nota: $\omega = \omega_a \sqrt{\rho/G}$; $G = E/(2(1 + \nu))$

EV10. Placa SSSS ortotrópica UD - UDL

Análise estática de placas em material ortotrópico unidirecional (UD), simplesmente apoiada em todos os bordos (SSSS) e sujeita a uma carga UDL.

Referência: [265, p. 660].

Propriedades: $E_1=31,8E6$ (Psi), $E_2=1,02E6$ (Psi), $\nu_{12}=0,31$, $\nu_{21}=\nu_{12}(E_2/E_1)$, $G_{12}=G_{23}=G_{13}=0,96E6$ (Psi), $q_{0,UDL}=-1$ (Psi), $L=b=1$ (in), Empilhamento = [0], $N_{camadas}=1$, $h=0,1$ (in).

Tabela A-14 - Resposta de placas ortotrópicas UD sujeitas a uma carga UDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV10.

| Discretização | CPT | [265, p. 660] | | Q4FSDT | |
|---|--------|---------------|------------|---------------|------|
| | | Linear | Quadrático | | |
| Deslocamento no centro, \bar{w} | | | | | |
| 2x2 | 0,9220 | 1,2545 | 1,2715 | 1,2512 | |
| | | | | Desvio [%] | 0,26 |
| 4x4 | 0,9224 | 1,2186 | 1,2147 | 1,2155 | |
| | | | | Desvio [%] | 0,25 |
| 8x8 | 0,9224 | 1,2152 | 1,2147 | 1,2123 | |
| | | | | Desvio [%] | 0,24 |
| Exato | 0,92 | | 1,22 | | |
| Tensão no centro, $\bar{\sigma}_{xx}$ | | | | | |
| 2x2 | 7,678 | 6,277 | 7,192 | 6,277 | |
| | | | | Desvio [%] | 0 |
| 4x4 | 7,616 | 7,256 | 7,399 | 7,256 | |
| | | | | Desvio [%] | 0 |
| 8x8 | 7,600 | 7,449 | 7,478 | 7,449 | |
| | | | | Desvio [%] | 0 |
| Exato | 7,60 | | 7,51 | | |

Nota: $\bar{w} = w \times 10^3 \times \frac{H}{q_0 a^4}$, $H = D_{12} + 2 \times D_{66}$; $\bar{\sigma}_{xx} = 10 \times \left(\frac{h}{a}\right)^2 \times \frac{1}{q_0} \times \sigma_{xx}(central)$

EV11. Placa SSSS ortotrópica *cross-ply*, simétrica e antissimétrica – UDL, SDL

Análise estática de placas em material ortotrópico *cross-ply* simétricas e antissimétricas, SSSS e sujeitas a uma carga UDL e SDL.

Referência: [3, p. 385].

Propriedades: $E_1=25E_2$, $\nu_{12}=0,25$, $\nu_{21}=\nu_{12}(E_2/E_1)$, $G_{12}=G_{13}=0,5E_2$, $G_{23}=0,2E_2$, $q_{0,UDL}$, $SDL=-1$ (Pa), $L=b=1$ (m).

Tabela A-15 - Resposta de placas ortotrópicas cross-ply sujeitas a uma carga UDL e SDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV11-deslocamentos.

| | | Deslocamento Transversal Máximo \bar{w} , empilhamento cruzado | | | | | | | |
|-----|------------|--|----------------|-----------------------------|----------------|-----------------------------|----------------|-------------|----------------|
| L/h | Carreg. | Empilhamento simétrico | | Empilhamento Antissimétrico | | Empilhamento Antissimétrico | | UD | |
| | | [0/90/90/0] | [0/90]4 | [0/90]4 | [0/90] | [0] | | | |
| | | [3, p. 385] | Q4FSDT [20x20] | [3, p. 387] | Q4FSDT [20x20] | [3, p. 387] | Q4FSDT [20x20] | [3, p. 385] | Q4FSDT [20x20] |
| 10 | UDL | | 1,0255 | | 0,966 | | 1,9468 | | 0,9519 |
| | Desvio [%] | 1,025 | 0,05 | 0,966 | 0 | 1,9468 | 0,07 | 0,9519 | 0,07 |
| | SDL | | 0,6628 | | 0,6214 | | 1,2359 | | 0,6383 |
| 20 | UDL | | 0,7676 | | 0,7768 | | 1,756 | | 0,7259 |
| | Desvio [%] | 0,7694 | 0,23 | 0,7776 | 0,1 | 1,7582 | 0,12 | 0,7262 | 0,04 |
| | SDL | | 0,4906 | | 0,4906 | | 1,1051 | | 0,4829 |
| 100 | UDL | | 0,6825 | | 0,7165 | | 1,6955 | | 0,6522 |
| | Desvio [%] | 0,6833 | 0,12 | 0,7175 | 0,14 | 1,698 | 0,15 | 0,6528 | 0,09 |
| | SDL | | 0,4328 | | 0,4488 | | 1,0632 | | 0,4325 |
| CPT | UDL | | 0,6796 | | 0,715 | | 1,6955 | | 0,6497 |
| | SDL | | 0,4312 | | 0,4479 | | 1,0636 | | 0,4312 |

Tabela A-16 - Resposta de placas ortotrópicas cross-ply sujeitas a uma carga SDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV11-Resultados numéricos de deslocamentos e tensões.

| L/h | Integração | Ref. | \bar{w} | $\bar{\sigma}_{xx}$ | $\bar{\sigma}_{yy}$ | $\bar{\sigma}_{xy}$ | $\bar{\sigma}_{xz}$ | $\bar{\sigma}_{yz}$ |
|-----|------------|---------------|---------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 10 | 8L-F | [265, p. 526] | 0,6427 | 0,4512 | 0,3280 | 0,0219 | 0,3890 | 0,1290 |
| | | Q4FSDT | 0,6427 | 0,4523 | 0,3288 | 0,0222 | 0,389 | 0,1294 |
| | Desvio [%] | | 0 | 0,24 | 0,24 | 1,37 | 0 | 0,31 |
| 20 | 8L-S | [265, p. 526] | 0,6632 | 0,4667 | 0,3419 | 0,0227 | 0,4000 | 0,1250 |
| | | Q4FSDT | 0,6632 | 0,4679 | 0,3427 | 0,0231 | 0,4000 | 0,1251 |
| | Desvio [%] | | 0 | 0,26 | 0,23 | 1,76 | 0 | 0,08 |
| 100 | 8L-F | [265, p. 526] | 0,4346 | 0,4365 | 0,2451 | 0,0183 | 0,3950 | 0,1230 |
| | | Q4FSDT | 0,4346 | 0,4376 | 0,2457 | 0,0186 | 0,3949 | 0,1232 |
| | Desvio [%] | | 0 | 0,25 | 0,24 | 1,64 | 0,03 | 0,16 |
| 100 | 8L-S | [265, p. 526] | 0,4874 | 0,4942 | 0,2782 | 0,0207 | 0,4200 | 0,1050 |
| | | Q4FSDT | 0,4874 | 0,4954 | 0,2789 | 0,0211 | 0,4202 | 0,1047 |
| | Desvio [%] | | 0 | 0,24 | 0,25 | 1,93 | 0,05 | 0,29 |
| 100 | 8L-F | [265, p. 526] | 0,1034 | 0,1203 | 0,0604 | 0,0048 | 0,2980 | 0,2210 |
| | | Q4FSDT | 0,1034 | 0,1205 | 0,0606 | 0,0048 | 0,2975 | 0,2206 |
| | Desvio [%] | | 0 | 0,17 | 0,33 | 0 | 0,17 | 0,18 |
| 100 | 8L-S | [265, p. 526] | 0,4284 | 0,5048 | 0,2537 | 0,0207 | 0,4280 | 0,0970 |
| | | Q4FSDT | 0,4284 | 0,5060 | 0,2543 | 0,0204 | 0,4281 | 0,0969 |
| | Desvio [%] | | 0 | 0,24 | 0,24 | 1,45 | 0,02 | 0,1 |

Tabela A-17 - Resposta de placas ortotrópicas cross-ply simétricas sujeitas a uma carga UDL e SDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV11-tensões.

| [0/90/90/0], Tensões | | | | | | | |
|----------------------|--------------|---------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| L/h | Carregamento | Referência | $\bar{\sigma}_{xx}$ | $\bar{\sigma}_{yy}$ | $\bar{\sigma}_{xy}$ | $\bar{\sigma}_{xz}$ | $\bar{\sigma}_{yz}$ |
| 10 | SDL | [3, p. 385] | 0,4989 | 0,3614 | 0,0241 | 0,4165 | 0,1292 |
| | | Q4FSDT | 0,4967 | 0,3605 | 0,0241 | 0,4138 | 0,1285 |
| | Desvio [%] | 0,44 | 0,25 | 0 | 0,65 | 0,54 | |
| | UDL | [3, p. 385] | 0,7577 | 0,5006 | 0,047 | 0,7986 | 0,3499 |
| Q4FSDT | | 0,756 | 0,5021 | 0,0494 | 0,773 | 0,3267 | |
| Desvio [%] | 0,22 | 0,3 | 5,11 | 3,21 | 6,63 | | |
| 20 | SDL | [3, p. 385] | 0,5273 | 0,2956 | 0,0221 | 0,437 | 0,1087 |
| | | Q4FSDT | 0,5252 | 0,2946 | 0,022 | 0,4343 | 0,1081 |
| | Desvio [%] | 0,4 | 0,34 | 0,45 | 0,62 | 0,55 | |
| | UDL | [3, p. 385] | 0,8045 | 0,3968 | 0,042 | 0,8305 | 0,3228 |
| Q4FSDT | | 0,8028 | 0,3982 | 0,0412 | 0,8049 | 0,2994 | |
| Desvio [%] | 0,21 | 0,35 | 1,9 | 3,08 | 7,25 | | |
| 100 | SDL | [3, p. 385] | 0,5382 | 0,2704 | 0,0213 | 0,4448 | 0,1008 |
| | | Q4FSDT | 0,5361 | 0,2694 | 0,0211 | 0,4421 | 0,1002 |
| | Desvio [%] | 0,39 | 0,37 | 0,94 | 0,61 | 0,6 | |
| | UDL | [3, p. 385] | 0,8233 | 0,3558 | 0,0396 | 0,842 | 0,314 |
| Q4FSDT | | 0,8212 | 0,3571 | 0,039 | 0,8165 | 0,2902 | |
| Desvio [%] | 0,26 | 0,37 | 1,52 | 3,03 | 7,58 | | |
| CPT | SDL | [3, p. 385] | 0,5387 | 0,2694 | 0,0213 | 0,3393 | 0,1382 |
| | UDL | [3, p. 385] | 0,8236 | 0,354 | 0,0395 | 0,6404 | 0,4548 |

Tabela A-18 - Resposta de placas ortotrópicas cross-ply antissimétricas sujeitas a uma carga UDL e SDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV11-tensões.

| [0/90]4, Tensões | | | | | | | |
|------------------|--------------|---------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| L/h | Carregamento | Referência | $\bar{\sigma}_{xx}$ | $\bar{\sigma}_{yy}$ | $\bar{\sigma}_{xy}$ | $\bar{\sigma}_{xz}$ | $\bar{\sigma}_{yz}$ |
| 10 | SDL | [3, p. 387] | 0,495 | 0,495 | 0,0221 | 0,2728 | 0,2728 |
| | | Q4FSDT | 0,493 | 0,493 | 0,0219 | 0,2712 | 0,2712 |
| | Desvio [%] | 0,4 | 0,4 | 0,9 | 0,59 | 0,59 | |
| | UDL | [3, p. 387] | 0,7415 | 0,7415 | 0,042 | 0,5787 | 0,5787 |
| Q4FSDT | | 0,7404 | 0,7404 | 0,0406 | 0,5539 | 0,5539 | |
| Desvio [%] | 0,15 | 0,15 | 3,33 | 4,29 | 4,29 | | |
| 20 | SDL | [3, p. 387] | 0,495 | 0,495 | 0,0221 | 0,2728 | 0,2728 |
| | | Q4FSDT | 0,493 | 0,493 | 0,0219 | 0,2712 | 0,2712 |
| | Desvio [%] | 0,4 | 0,4 | 0,9 | 0,59 | 0,59 | |
| | UDL | [3, p. 387] | 0,7468 | 0,7468 | 0,0402 | 0,5839 | 0,5839 |
| Q4FSDT | | 0,7458 | 0,7458 | 0,0392 | 0,559 | 0,559 | |
| Desvio [%] | 0,13 | 0,13 | 2,49 | 4,26 | 4,26 | | |
| 100 | SDL | [3, p. 387] | 0,495 | 0,495 | 0,0221 | 0,2728 | 0,2728 |
| | | Q4FSDT | 0,493 | 0,493 | 0,0219 | 0,2712 | 0,2712 |
| | Desvio [%] | 0,4 | 0,4 | 0,9 | 0,59 | 0,59 | |
| | UDL | [3, p. 387] | 0,7494 | 0,7494 | 0,0391 | 0,5857 | 0,5857 |
| Q4FSDT | | 0,7485 | 0,7485 | 0,0383 | 0,5609 | 0,5609 | |
| Desvio [%] | 0,12 | 0,12 | 2,05 | 4,23 | 4,23 | | |
| CPT | SDL | [3, p. 387] | 0,495 | 0,495 | 0,0221 | - | - |
| | UDL | [3, p. 387] | 0,7496 | 0,7496 | 0,0391 | - | - |

Nota: $\bar{w} = w \left(\frac{E_2 h^3}{b^4 q_0} \right)$; $\bar{\sigma}_{xx} = \sigma_{xx} \left(\frac{h^2}{b^2 q_0} \right)$; $\bar{\sigma}_{yy} = \sigma_{yy} \left(\frac{h^2}{b^2 q_0} \right)$; $\bar{\sigma}_{xy} = \sigma_{xy} \left(\frac{h^2}{b^2 q_0} \right)$; $\bar{\sigma}_{xz} = \sigma_{xz} \left(\frac{h}{b q_0} \right)$; $\bar{\sigma}_{yz} = \sigma_{yz} \left(\frac{h}{b q_0} \right)$

EV12. Placa SSSS ortotrópica *angle-ply*, simétrica e antissimétrica – UDL, SDL

Análise estática de placas em material ortotrópico *angle-ply* simétricas e antissimétricas, SSSS e sujeitas a uma carga UDL e SDL. Referência: [3, p. 405]. Propriedades: $E_1=25E_2$, $\nu_{12}=0,25$, $\nu_{21}=\nu_{12}(E_2/E_1)$, $G_{12}=G_{13}=0,5E_2$, $G_{23}=0,2E_2$, $q_{0,UDL,SDL}=-1(\text{Pa})$, $L=b=1$ (m).

Tabela A-19 - Resposta de placas ortotrópicas *angle-ply* sujeitas a uma carga UDL e SDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV12-deslocamentos.

| Deslocamento Transversal Máximo \bar{w} , empilhamento angular | | | | | |
|--|--------------|-----------------------------|----------------|-----------------------------|----------------|
| L/h | Carregamento | Empilhamento Antissimétrico | | Empilhamento Antissimétrico | |
| | | [-45/45] | | [-45/45] ₄ | |
| | | [3, p. 405] | Q4FSDT [20x20] | [3, p. 405] | Q4FSDT [20x20] |
| 10 | SDL | 0,8284 | 0,8283 | 0,4198 | 0,4203 |
| | Desvio [%] | | 0,01 | | 0,12 |
| | UDL | 1,2792 | 1,2797 | 0,6366 | 0,6375 |
| | Desvio [%] | | 0,04 | | 0,14 |
| 20 | SDL | 0,6981 | 0,6975 | 0,2896 | 0,2895 |
| | Desvio [%] | | 0,09 | | 0,03 |
| | UDL | 1,0907 | 1,0904 | 0,4483 | 0,4483 |
| | Desvio [%] | | 0,03 | | 0 |
| 100 | SDL | 0,6564 | 0,6557 | 0,2479 | 0,2476 |
| | Desvio [%] | | 0,11 | | 0,12 |
| | UDL | 1,0305 | 1,03 | 0,3883 | 0,3881 |
| | Desvio [%] | | 0,05 | | 0,05 |
| CPT | SDL | | 0,6547 | | 0,2462 |
| | UDL | | 1,028 | | 0,3858 |

Tabela A-20 - Resposta de placas ortotrópicas *angle-ply* simétricas sujeitas a uma carga UDL e SDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV12-tensões.

| [-45/45], Tensões | | | | | |
|-------------------|--------------|---------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| L/h | Carregamento | Referência | $\bar{\sigma}_{xx}$ | $\bar{\sigma}_{yy}$ | $\bar{\sigma}_{xy}$ |
| 10 | SDL | [3, p. 405] | 0,2498 | 0,2498 | 0,2336 |
| | | Q4FSDT | 0,2490 | 0,2490 | 0,2324 |
| | Desvio [%] | | 0,32 | 0,32 | 0,51 |
| | UDL | [3, p. 405] | 0,3476 | 0,3476 | 0,4274 |
| 20 | | Q4FSDT | 0,3481 | 0,3481 | 0,4216 |
| | Desvio [%] | | 0,14 | 0,14 | 1,36 |
| | SDL | [3, p. 405] | 0,2498 | 0,2498 | 0,2336 |
| | | Q4FSDT | 0,2490 | 0,2490 | 0,2324 |
| 100 | Desvio [%] | | 0,32 | 0,32 | 0,51 |
| | UDL | [3, p. 405] | 0,3496 | 0,3496 | 0,4357 |
| | | Q4FSDT | 0,3499 | 0,3499 | 0,4287 |
| | % | | 0,09 | 0,09 | 1,61 |
| CPT | SDL | [3, p. 405] | 0,2498 | 0,2498 | 0,2336 |
| | | Q4FSDT | 0,249 | 0,249 | 0,2324 |
| | Desvio [%] | | 0,32 | 0,32 | 0,51 |
| | UDL | [3, p. 405] | 0,3504 | 0,3504 | 0,4417 |
| | Q4FSDT | 0,3507 | 0,3507 | 0,4334 | |
| | Desvio [%] | | 0,09 | 0,09 | 1,88 |

Tabela A-21 - Resposta de placas ortotrópicas angle-ply simétricas sujeitas a uma carga UDL e SDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV12-tensões.

| | | [-45/45] ₄ , Tensões | | | |
|-----|--------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| L/h | Carregamento | Referência | $\bar{\sigma}_{xx}$ | $\bar{\sigma}_{yy}$ | $\bar{\sigma}_{xy}$ |
| 10 | SDL | [3, p. 405] | 0,1445 | 0,1445 | 0,1384 |
| | | Q4FSDT | 0,144 | 0,144 | 0,1378 |
| | Desvio [%] | | 0,35 | 0,35 | 0,43 |
| | UDL | [3, p. 405] | 0,1957 | 0,1957 | 0,2463 |
| | | Q4FSDT | 0,1963 | 0,1963 | 0,2448 |
| | Desvio [%] | | 0,31 | 0,31 | 0,61 |
| 20 | SDL | [3, p. 405] | 0,1445 | 0,1445 | 0,1384 |
| | | Q4FSDT | 0,144 | 0,144 | 0,1378 |
| | Desvio [%] | | 0,35 | 0,35 | 0,43 |
| | UDL | [3, p. 405] | 0,1988 | 0,1988 | 0,2550 |
| | | Q4FSDT | 0,1991 | 0,1991 | 0,2523 |
| | Desvio [%] | | 0,15 | 0,15 | 1,06 |
| 100 | SDL | [3, p. 405] | 0,1445 | 0,1445 | 0,1384 |
| | | Q4FSDT | 0,1440 | 0,1440 | 0,1378 |
| | Desvio [%] | | 0,35 | 0,35 | 0,43 |
| | UDL | [3, p. 405] | 0,2005 | 0,2005 | 0,263 |
| | | Q4FSDT | 0,2007 | 0,2007 | 0,2587 |
| | Desvio [%] | | 0,1 | 0,1 | 1,63 |
| CPT | SDL | [3, p. 405] | 0,1445 | 0,1445 | 0,1384 |
| | UDL | [3, p. 405] | 0,2006 | 0,2006 | 0,2637 |

Nota: $\bar{w} = w \left(\frac{E_2 h^3}{b^4 q_0} \right)$; $\bar{\sigma}_{xx} = \sigma_{xx} \left(\frac{h^2}{b^2 q_0} \right)$; $\bar{\sigma}_{yy} = \sigma_{yy} \left(\frac{h^2}{b^2 q_0} \right)$; $\bar{\sigma}_{xy} = \sigma_{xy} \left(\frac{h^2}{b^2 q_0} \right)$; $\bar{\sigma}_{xz} = \sigma_{xz} \left(\frac{h}{b q_0} \right)$; $\bar{\sigma}_{yz} = \sigma_{yz} \left(\frac{h}{b q_0} \right)$

EV13. Placa (SSSS, SSSC, SSCC, SSFF) ortotrópica *angle-ply*, simétrica - UDL

Análise estática de placas em material ortotrópico considerando um empilhamento simétrico com diversas condições de fronteira e diversos graus de ortotropia sujeita a uma carga UDL. Referência: [3, p. 426]. Propriedades: $E_1=132,38$ (GPa), $E_2=10,76$ (GPa), $\nu_{12}=0,25$, $\nu_{21}=\nu_{12}(E_2/E_1)$, $G_{12}=G_{13}=5,65$ (GPa), $G_{23}=3,61$ (GPa), $q_{0,UDL}=-1000$ (Pa), $L=b=1$ (m).

Tabela A-22 - Resposta de placas ortotrópicas angle-ply sujeitas a uma carga UDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV13-deslocamentos.

| Deslocamento Transversal Máximo \bar{w} , Empilhamento angular simétrico [45/-45/45/-45]: SS-- | | | | | | | | |
|---|-------------|--------------------------|-------------|--------------------------|-------------|--------------------------|-------------|--------------------------|
| CFs | | SS | SC | | CC | | FF | |
| E_1/E_2 | [3, p. 426] | Q4FSDT [20x20] | [3, p. 426] | Q4FSDT [20x20] | [3, p. 426] | Q4FSDT [20x20] | [3, p. 426] | Q4FSDT [20x20] |
| 2 | | 3,373 | | 2,458 | | 1,749 | | 10,69 |
| Desvio [%] | 3,375 | 0,06 | 2,423 | 1,44 | 1,753 | 0,23 | 10,735 | 0,42 |
| 10 | | 1,16 | | 0,939 | | 0,771 | | 6,017 |
| Desvio [%] | 1,16 | 0 | 0,944 | 0,53 | 0,771 | 0 | 6,049 | 0,53 |
| 20 | | 0,702 | | 0,601 | | 0,518 | | 4,258 |
| Desvio [%] | 0,701 | 0,14 | 0,602 | 0,17 | 0,518 | 0 | 4,284 | 0,61 |
| 30 | | 0,532 | | 0,471 | | 0,418 | | 3,398 |
| Desvio [%] | 0,531 | 0,19 | 0,471 | 0 | 0,417 | 0,24 | 3,422 | 0,7 |

Nota: $\bar{w} = w \left(\frac{E_2 h^3}{b^4 q_0} \right)$;

EV14. Placa SSSS ortotrópica *cross-ply* – vibração livre

Análise dinâmica de placas laminadas em material ortotrópico simplesmente apoiada em todos os bordos (SSSS), considerando *cross-ply* antissimétrico com diversos números de camadas.

Referência: [266, p. 77].

Propriedades: $E_1/E_2=40$, $G_{12}=G_{13}=0,6E_2$, $G_{23}=0,5E_2$, $\nu_{12}=0,25$, $\rho=1000$ (kg/m³), $L=b=1$ (m).

Tabela A-23 - Resposta de placas ortotrópicas *cross-ply* em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV14.

| Empilhamento: [0/90/...] | | [266, p. 77] FEM | Q4FSDT | Analítico [266, p. 77] | |
|---|------------|------------------|--------|---------------------------|--------|
| Frequência fundamental, $\bar{\omega}_{11}$ | | Discretização | | | |
| N Camadas | L/h | 4x4 | 8x8 | 20x20 | - |
| 2 | 100 | 14,358 | 11,517 | 11,333 | 11,3 |
| | Desvio [%] | | | 0,29 | |
| | 10 | 10,777 | 10,648 | 10,501 | 10,568 |
| | Desvio [%] | | | 0,64 | |
| | 5 | 9,21 | 8,941 | 8,851 | 9,087 |
| | Desvio [%] | | | 2,6 | |
| 4 | 100 | 19,647 | 17,612 | 17,332 | 17,278 |
| | Desvio [%] | | | 0,31 | |
| | 10 | 15,033 | 15,135 | 14,955 | 14,846 |
| | Desvio [%] | | | 0,73 | |
| | 5 | 11,247 | 11,363 | 11,286 | 11,172 |
| | Desvio [%] | | | 1,02 | |
| 10 | 100 | 20,88 | 18,968 | 18,667 | 18,61 |
| | Desvio [%] | | | 0,31 | |
| | 10 | 15,911 | 15,996 | 15,814 | 15,77 |
| | Desvio [%] | | | 0,28 | |
| | 5 | 11,716 | 11,732 | 11,658 | 11,673 |
| | Desvio [%] | | | 0,13 | |

Nota: $\bar{\omega} = \omega \times L^2 \times (\sqrt{\rho/E_2})/h$

EV15. Placa SSSS ortotrópica *angle-ply* – vibração livre

Análise dinâmica de placas laminadas em material ortotrópico simplesmente apoiada em todos os bordos (SSSS), considerando *angle-ply* antissimétrico com diversos números de camadas. Referência: [266, p. 78]. Propriedades: $E_1/E_2=40$, $G_{12}=G_{13}=0,6E_2$, $G_{23}=0,5E_2$, $\nu_{12}=0,25$, $\rho=1000$ (kg/m³), $L=b=1$ (m).

Tabela A-24 - Resposta de placas ortotrópicas *angle-ply* em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV15.

| Empilhamento: Nº Camadas | [-45/45/...] L/h | Frequência fundamental, $\bar{\omega}_{11}$ | | | |
|-----------------------------|---------------------|---|--------|---------------|--------|
| | | Referência | CPTL | FSDT | HSDT |
| 2 | 10 | FEM [266, p. 78] | 14,731 | 13,217 | 13,287 |
| | | Análítico [266, p. 78] | 14,439 | 13,044 | 13,263 |
| | | Q4FSDT [20x20] | - | 13,072 | - |
| | | Desvio [%] | - | 0,21 | - |
| | 100 | FEM [266, p. 78] | 14,811 | 14,863 | 14,8 |
| | | Análítico [266, p. 78] | 14,636 | 14,618 | 14,621 |
| | | Q4FSDT [20x20] | - | 14,657 | - |
| | | Desvio [%] | - | 0,27 | - |
| 10 | 10 | FEM [266, p. 78] | 25,297 | 19,471 | 19,273 |
| | | Análítico [266, p. 78] | 25,052 | 19,289 | 19,266 |
| | | Q4FSDT [20x20] | - | 19,41 | - |
| | | Desvio [%] | - | 0,63 | - |
| | 100 | FEM [266, p. 78] | 25,305 | 25,584 | 25,318 |
| | | Análítico [266, p. 78] | 25,264 | 25,176 | 25,174 |
| | | Q4FSDT [20x20] | - | 25,439 | - |
| | | Desvio [%] | - | 1,04 | - |

Nota: $\bar{\omega} = \omega \times L^2 \times (\sqrt{\rho/E_2})/h$

EV16. Placa (SSSS, SSSC, SSCC, SSFF) ortotrópica *angle-ply* – vibração livre

Análise dinâmica de placas laminadas em material ortotrópico considerando *angle-ply* antissimétrico com diversos números de camadas, ângulos e CFs. Referência: [284].

Propriedades: $E_1/E_2=40$, $G_{12}=G_{13}=0,6E_2$, $G_{23}=0,5E_2$, $\nu_{12}=0,25$, $\rho=1000$, $L=b=1$ (m).

Tabela A-25 - Resposta de placas ortotrópicas *angle-ply* em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV16.

| θ | CF Nr | SSSS | | SSSC | | SSCC | | SSFF | |
|----------|------------|-------|----------------|-------|----------------|-------|----------------|-------|----------------|
| | | [284] | Q4FSDT [20x20] | [284] | Q4FSDT [20x20] | [284] | Q4FSDT [20x20] | [284] | Q4FSDT [20x20] |
| 30 | 2 | 12,68 | 12,71 | 13,46 | 13,53 | 14,41 | 14,45 | 6,95 | 6,97 |
| | Desvio [%] | | 0,24 | | 0,52 | | 0,28 | | 0,29 |
| | 10 | 18,51 | 18,54 | 19,11 | 19,16 | 19,81 | 19,85 | 10,11 | 10,14 |
| | Desvio [%] | | 0,16 | | 0,26 | | 0,20 | | 0,30 |
| 45 | 2 | 13,04 | 13,07 | 14,23 | 14,32 | 15,63 | 15,68 | 4,76 | 4,78 |
| | Desvio [%] | | 0,23 | | 0,63 | | 0,32 | | 0,42 |
| | 10 | 19,38 | 19,41 | 20,27 | 20,31 | 21,25 | 21,29 | 6,57 | 6,59 |
| | Desvio [%] | | 0,15 | | 0,20 | | 0,19 | | 0,30 |
| 60 | 2 | 12,68 | 12,71 | 14,52 | 14,61 | 16,57 | 16,62 | 3,33 | 3,35 |
| | Desvio [%] | | 0,24 | | 0,62 | | 0,30 | | 0,60 |
| | 10 | 18,51 | 18,53 | 19,82 | 19,86 | 21,21 | 21,24 | 3,82 | 3,84 |
| | Desvio [%] | | 0,11 | | 0,20 | | 0,14 | | 0,52 |

Nota: $\bar{\omega} = \omega \times L^2 \times (\sqrt{\rho/E_2})/h$

EV17. Propriedades materiais e respectivos invariantes: abordagem baseada no trace

Verificação das propriedades do material e invariantes normalizadas pelo trace.

Referência: [178, p. 18]

Tabela A-26 - Propriedades do material, propriedades normalizadas com o respectivo trace e desvios.

| Ref/ Mat. (GPa) | E_1 | E_2 | G_{12} | ν | Q_{11} | Q_{22} | Q_{12} | Q_{66} | Tr | Q^*_{11} | Q^*_{22} | Q^*_{12} | Q^*_{66} | Tr* | |
|--------------------|----------|-------|----------|-------|----------|----------|----------|----------|------|------------|------------|------------|------------|-------|---|
| [178, p. 18] | | | | | 204 | 11,26 | 3,6 | 8,4 | 232 | 0,789 | 0,049 | 0,016 | 0,036 | 1 | |
| Q4FSDT | 1 | 203 | 11,2 | 8,4 | 0,32 | 204 | 11,26 | 3,6 | 8,4 | 232 | 0,789 | 0,049 | 0,016 | 0,036 | 1 |
| Desvio[%] | | | | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 18] | | | | | 149 | 9,71 | 2,91 | 4,55 | 168 | 0,888 | 0,058 | 0,017 | 0,027 | 1 | |
| Q4FSDT | 2 | 148 | 9,65 | 4,55 | 0,30 | 149 | 9,71 | 2,91 | 4,55 | 168 | 0,888 | 0,058 | 0,017 | 0,027 | 1 |
| Desvio[%] | | | | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 18] | | | | | 122 | 8,05 | 2,41 | 4,7 | 139 | 0,875 | 0,058 | 0,017 | 0,034 | 1 | |
| Q4FSDT | 3 | 121 | 8 | 4,7 | 0,3 | 122 | 8,05 | 2,41 | 4,7 | 139 | 0,875 | 0,058 | 0,017 | 0,034 | 1 |
| Desvio[%] | | | | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Nota: 1: IM6-Epoxy, 2: T300-F934, 3: T700-Cply55 @GPa, Tr=Trace, $K_{shear}=1$

Tabela A-27 - Invariantes, Invariantes normalizados pelo trace e respectivos desvios.

| Ref/ Mat (GPa) | U_1 | U_2 | U_3 | U_4 | U_5 | Tr | U^*_1 | U^*_2 | U^*_3 | U^*_4 | U^*_5 | Tr* | |
|-------------------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|---------|---------|---------|---------|-------|---|
| [178, p. 18] | 85,88 | 96,44 | 21,83 | 25,43 | 30,23 | 232 | 0,37 | 0,415 | 0,094 | 0,11 | 0,13 | 1 | |
| Q4FSDT | 1 | 85,88 | 96,44 | 21,83 | 25,43 | 30,23 | 232 | 0,37 | 0,415 | 0,094 | 0,11 | 0,13 | 1 |
| Desvio[%] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| [178, p. 18] | 62,47 | 69,58 | 18,82 | 19,73 | 21,37 | 168 | 0,373 | 0,415 | 0,1 | 0,118 | 0,127 | 1 | |
| Q4FSDT | 2 | 62,47 | 69,58 | 18,82 | 19,73 | 21,37 | 168 | 0,373 | 0,415 | 0,1 | 0,118 | 0,127 | 1 |
| Desvio[%] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| [178, p. 18] | 51,62 | 56,84 | 13,27 | 15,68 | 17,97 | 139 | 0,371 | 0,408 | 0,095 | 0,113 | 0,129 | 1 | |
| Q4FSDT | 3 | 51,62 | 56,84 | 13,27 | 15,68 | 17,97 | 139 | 0,371 | 0,408 | 0,095 | 0,113 | 0,129 | 1 |
| Desvio[%] | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |

Nota: 1: IM6-Epoxy, 2: T300-F934, 3: T700-Cply55 @GPa, Tr=Trace $K_{shear}=1$

EV18. Substituição de um laminado QUAD convencional por um DD

Substituição de um laminado QUAD convencional por um DD em [A]* e [D]*.

Descrição do laminado QUAD: $[0_3/45/90_2/-45_3/0/-45/45_2/90/45/-45/0/45]_{2S}$; 18 camadas para o bloco elementar sendo constituído por um empilhamento de 2 blocos simétricos com um total e 72 camadas e uma espessura total de 9 mm em IM6/Epoxy. Referência: [178, p. 254].

Tabela A-28 - Laminado DD equivalente em [A]* ao QUAD convencional, propriedades de [A]* e [D]* e respectivos desvios.

| Laminado DD equivalente em [A]* | | Φ 62° | | Ψ 20° | rT 18 |
|------------------------------------|-------|---------------|-------------|---------------|----------|
| Ref. | (GPa) | [A]* QUAD | [A]* DD | [D]* QUAD | [D]* DD |
| [178, p. 255] | 11 | 94,2 | 94,2 | 104,6 | 94,2 |
| Q4FSDT | | 94,2 | 94,2 | 104,6 | 94,2 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 22 | 72,7 | 72,7 | 70,3 | 72,7 |
| Q4FSDT | | 72,7 | 72,7 | 70,3 | 72,7 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 21 | 27,9 | 27,9 | 23,9 | 27,9 |
| Q4FSDT | | 27,9 | 27,9 | 23,9 | 27,9 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 66 | 32,7 | 32,7 | 28,7 | 32,7 |
| Q4FSDT | | 32,7 | 32,7 | 28,7 | 32,7 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 61 | 0 | 0 | -1,8 | 0 |
| Q4FSDT | | 0 | 0 | -1,8 | 0 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 62 | 0 | 0 | -1,8 | 0 |
| Q4FSDT | | 0 | 0 | -1,8 | 0 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |

Tabela A-29 - Laminado DD equivalente em [D]* ao QUAD convencional, propriedades de [A]* e [D]* e respectivos desvios.

| Laminado DD equivalente em [D]* | | Φ 61° | | Ψ 14° | rT 18 |
|------------------------------------|-------|---------------|----------|---------------|--------------|
| Ref. | (GPa) | [A]* QUAD | [A]* DD | [D]* QUAD | [D]* DD |
| [178, p. 255] | 11 | 94,2 | 104,6 | 104,6 | 104,6 |
| Q4FSDT | | 94,2 | 104,6 | 104,6 | 104,6 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 22 | 72,7 | 70,3 | 70,3 | 70,3 |
| Q4FSDT | | 72,7 | 70,3 | 70,3 | 70,3 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 21 | 27,9 | 23,9 | 23,9 | 23,9 |
| Q4FSDT | | 27,9 | 23,9 | 23,9 | 23,9 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 66 | 32,7 | 28,7 | 28,7 | 28,7 |
| Q4FSDT | | 32,7 | 28,7 | 28,7 | 28,7 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 61 | 0 | 0 | -1,8 | 0 |
| Q4FSDT | | 0 | 0 | -1,8 | 0 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 255] | 62 | 0 | 0 | -1,8 | 0 |
| Q4FSDT | | 0 | 0 | -1,8 | 0 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |

EV19. Substituição de um laminado não-convencional por um DD

Substituição de um laminado não-convencional por um DD em [A]* e [D]*.

Descrição do laminado: [73,8/-34,4/42,8/-54,3/-43,7/-34,8/32,5/83/-9,4/-9,1/7,7/32,6]_{2s}; 24 camadas em IM7/977. Referência: [178, pp. 256–257].

Tabela A-30 - Laminado DD equivalente em [A]* ao não-convencional, propriedades de [A]* e [D]* e respectivos desvios.

| Laminado DD equivalente em [A]* | | Φ | | Ψ | rT |
|------------------------------------|-------|--------------|---------|--------------|---------|
| | | 57° | | 17° | 12 |
| Referência | (GPa) | [A]* N-conv. | [A]* DD | [D]* N-conv. | [D]* DD |
| [178, p. 257] | 11 | 95,8 | 95,8 | 79,1 | 95,8 |
| Q4FSDT | | 95,8 | 95,8 | 79,1 | 95,8 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 257] | 22 | 59,3 | 59,3 | 70,0 | 59,3 |
| Q4FSDT | | 59,3 | 59,3 | 70,0 | 59,3 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 257] | 21 | 27,1 | 27,1 | 30 | 27,1 |
| Q4FSDT | | 27,1 | 27,1 | 30,0 | 27,1 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 257] | 66 | 31,4 | 31,4 | 34,3 | 31,4 |
| Q4FSDT | | 31,4 | 31,4 | 34,3 | 31,4 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 257] | 61 | -4,3 | 0 | -8,9 | 0 |
| Q4FSDT | | -4,3 | 0 | -8,9 | 0 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 257] | 62 | -0,2 | 0 | -1,0 | 0 |
| Q4FSDT | | -0,2 | 0 | -1,0 | 0 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |

Tabela A-31 - Laminado DD equivalente em [D]* ao não-convencional, propriedades de [A]* e [D]* e respectivos desvios.

| Laminado DD equivalente em [D]* | | Φ | | Ψ | rT |
|------------------------------------|-------|--------------|---------|--------------|---------|
| | | 61° | | 25° | 12 |
| Referência | (GPa) | [A]* N-conv. | [A]* DD | [D]* N-conv. | [D]* DD |
| [178, p. 257] | 11 | 95,8 | 79,15 | 79,1 | 79,15 |
| Q4FSDT | | 95,8 | 79,15 | 79,1 | 79,15 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 257] | 22 | 59,3 | 70,01 | 70,0 | 70,01 |
| Q4FSDT | | 59,3 | 70,01 | 70,0 | 70,01 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 257] | 21 | 27,1 | 30,04 | 30,0 | 30,04 |
| Q4FSDT | | 27,1 | 30,04 | 30,0 | 30,04 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 257] | 66 | 31,4 | 34,33 | 34,3 | 34,33 |
| Q4FSDT | | 31,4 | 34,33 | 34,3 | 34,33 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 257] | 61 | -4,3 | 0 | -8,9 | 0 |
| Q4FSDT | | -4,3 | 0 | -8,9 | 0 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| [178, p. 257] | 62 | -0,2 | 0 | -1,0 | 0 |
| Q4FSDT | | -0,2 | 0 | -1,0 | 0 |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | 0 | 0 |

EV20. Substituição de um laminado rígido (*Hard Laminate*) por um DD

Substituição de um laminado rígido (*Hard Laminate*) por um DD em [A]* e [D]*.

Descrição do laminado: $[5_s/45/-45_s/12]_s$ em IM7/977. Referência: [178, p. 259].

Tabela A-32 - Laminado DD equivalente em [A]* ao laminado duro, propriedades de [A]* e desvios.

| Laminado DD equivalente em [D]* | | Φ | Ψ | rT |
|---------------------------------|-------|---------------|---------------|----|
| | | 36,5 | 0 | 5 |
| Referência | (GPa) | [A]* Lam duro | [A]* DD | |
| [178, p. 259] | 11 | 140,88 | 141,23 | |
| Q4FSDT | | 140,88 | 141,23 | |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | |
| [178, p. 259] | 22 | 31,40 | 23,48 | |
| Q4FSDT | | 31,40 | 23,48 | |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | |
| [178, p. 259] | 21 | 21,83 | 22,26 | |
| Q4FSDT | | 21,83 | 22,26 | |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | |
| [178, p. 259] | 66 | 26,37 | 26,55 | |
| Q4FSDT | | 26,37 | 26,55 | |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | |
| [178, p. 259] | 61 | 1,79 | 0 | |
| Q4FSDT | | 1,79 | 0 | |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | |
| [178, p. 259] | 62 | -8,59 | 0 | |
| Q4FSDT | | -8,59 | 0 | |
| Desvio [%] | | 0 | 0 | |

Tabela A-33 - Laminado DD equivalente em [D]* ao laminado duro e propriedades de [D]*.

| Laminado DD equivalente em [D]* | | Φ | Ψ | rT |
|---------------------------------|-------|----------------|--------------|----|
| | | 39 | 0 | 5 |
| Referência | (GPa) | [D]* Lam. Duro | [D]* DD | |
| Q4FSDT | 11 | 136,6 | 136,5 | |
| Q4FSDT | 22 | 30,2 | 26,5 | |
| Q4FSDT | 21 | 30,0 | 30,04 | |
| Q4FSDT | 66 | 21,2 | 23,1 | |
| Q4FSDT | 61 | 1,73 | 0 | |
| Q4FSDT | 62 | -8,3 | 0 | |

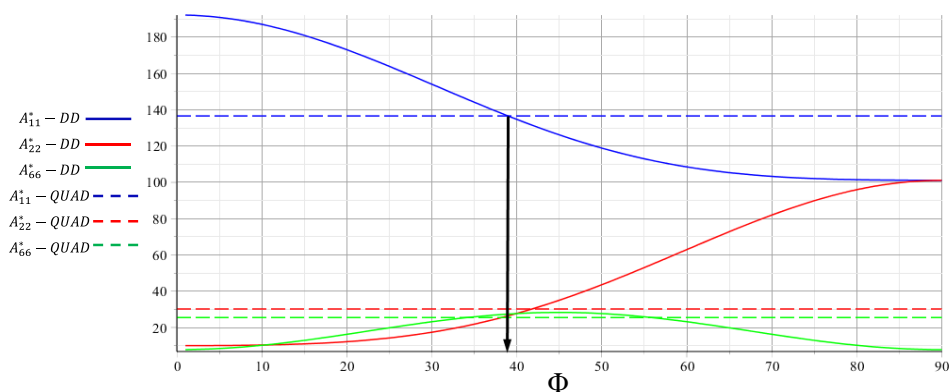


Figura A-1 - Gráfico da variação das componentes de rigidez do DD conforme Φ e as respectivas componentes de rigidez do laminado duro.

EV21. Homogeneização em laminados DD

Verificação da homogeneização nos laminados DD. A homogeneização definida conforme exposto em (A.1.1) e a evolução da matriz ABD conforme o aumento do parâmetro de repetição (rT) definida em (A.1.2) [176]. Características: DD-Stagg1: [64,14], rT=1...18 em IM6/Epoxy.

$$\lim_{rT \rightarrow \infty} \left(\frac{[A]}{h_{lam}} - \frac{[D]}{(h_{lam}^3)/12} \right) = [0]; \quad \lim_{rT \rightarrow \infty} ([B]) = [0] \quad (A.1.1)$$

$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & & f(1/rT) & f(1/rT) & f(1/rT) \\ \cdot & \cdot & & f(1/rT) & f(1/rT) & f(1/rT) \\ & & \cdot & f(1/rT) & f(1/rT) & f(1/rT) \\ f(1/rT) & f(1/rT) & f(1/rT) & \cdot & \cdot & f(1/rT^2) \\ f(1/rT) & f(1/rT) & f(1/rT) & \cdot & \cdot & f(1/rT^2) \\ f(1/rT) & f(1/rT) & f(1/rT) & f(1/rT^2) & f(1/rT^2) & \cdot \end{bmatrix} \quad (A.1.2)$$

Tabela A-34 - Evolução das componentes da matriz [A] normalizadas em espessura e pelo trace.

| rT | A ₁₁ ^{**} | A ₁₂ ^{**} | A ₂₂ ^{**} | A ₁₆ ^{**} | A ₂₆ ^{**} | A ₆₆ ^{**} |
|--------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 3 | 104,5825 | 23,8548 | 70,3336 | 0 | 0 | 28,6504 |
| .. | | | | | | |
| 18 | | | | | | |
| Fator | 1 | 1 | 1 | - | - | 1 |

Tabela A-35 - Evolução das componentes da matriz [B] normalizadas em espessura e pelo trace.

| rT | B ₁₁ ^{**} | B ₁₂ ^{**} | B ₂₂ ^{**} | B ₁₆ ^{**} | B ₂₆ ^{**} | B ₆₆ ^{**} |
|--------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1 | 19,8797 | -2,7528 | -14,3741 | 4,7223 | -14,0339 | -2,7528 |
| 2 | 9,9398 | -1,3764 | -7,1871 | 2,3611 | -7,0169 | -1,3764 |
| Fator | | | 0,5 | | | |
| 3 | 6,6266 | -0,9176 | -4,7914 | 1,5741 | -4,6780 | -0,9176 |
| Fator | | | 0,33 | | | |
| 4 | 4,9699 | -0,6882 | -3,5935 | 1,1806 | -3,5085 | 0,6882 |
| Fator | | | 0,25 | | | |
| 18 | 1,1044 | -0,1529 | -0,7986 | 0,2623 | -0,7797 | 0,1529 |
| Fator | | | 0,06 | | | |

Tabela A-36 - Evolução das componentes da matriz [D] normalizadas em espessura e pelo trace.

| rT | D ₁₁ ^{**} | D ₁₂ ^{**} | D ₂₂ ^{**} | D ₁₆ ^{**} | D ₂₆ ^{**} | D ₆₆ ^{**} |
|--------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1 | | | | 22,9290 | 24,3165 | |
| 2 | | | | 5,7323 | 6,0791 | |
| Fator | | | | 0,25 | | |
| 3 | 104,5825 | 23,8548 | 70,3336 | 2,5477 | 2,7018 | 28,6504 |
| Fator | | | | 0,11 | | |
| 4 | | | | 1,4331 | 1,5198 | |
| Fator | | | | 0,06 | | |
| 18 | | | | 0,0708 | 0,0751 | |
| Fator | 1 | 1 | 1 | 0,003 | | 1 |

EV22. Viga piezoelétrica bimorph CFFF – ddp uniforme

Análise estática de vigas piezoelétricas bimorph em PVDF, CFFF e sujeita a um potencial uniforme unitário.

Propriedades: $E_1=E_2=E_3=2E+9$ (Pa), $G_{12}=G_{13}=G_{23}=1E+9$ GPa], $\nu_{12}=\nu_{13}=\nu_{23}= 0$; $e_{31}=e_{32}=0,046$ (Cm⁻²), $e_{33}=0$ (Cm⁻²), $\epsilon_{33}=1,062$ (F/m), $L=100$ (mm), $b=5$ (mm), $h=1$ (mm), $ddp=1$ (V).

Referências: [278], [285].

Tabela A-37 - Resposta de vigas piezoelétricas bimorph sujeitas a um potencial elétrico uniforme: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV22.

| x (mm) | Referência | w_{max} (x10 ⁻⁷) (m) | Discretização | | | |
|-----------|---------------|--|---------------|--------------|------|------|
| | | | 1x5 | 1x10 | 1x15 | 1x20 |
| 20 | Q4FSDT | | | 0,138 | | |
| | | | | Desvio [%] | | |
| | [278] | HSDT | 0,139 | | 0,72 | |
| | [285] | Analítico | 0,138 | | 0 | |
| | | Q9-FSDT5P | | | | |
| | FEM-FSDT | 0,140 | | 1,43 | | |
| 40 | Q4FSDT | | | 0,552 | | |
| | [278] | HSDT | 0,553 | | 0,18 | |
| | | Analítico | 0,553 | | | |
| | [285] | Q9-FSDT5P | 0,552 | | 0 | |
| | | FEM-FSDT | | | | |
| 60 | Q4FSDT | | | 1,240 | | |
| | [278] | HSDT | | | | |
| | | Analítico | | | | |
| | [285] | Q9-FSDT5P | 1,240 | | 0 | |
| | | FEM-FSDT | | | | |
| 80 | Q4FSDT | | | 2,210 | | |
| | [278] | HSDT | | | | |
| | | Analítico | | | | |
| | [285] | Q9-FSDT5P | 2,210 | | 0 | |
| | | FEM-FSDT | | | | |
| 100 | Q4FSDT | | | 3,450 | | |
| | [278] | HSDT | | | | |
| | | Analítico | | | | |
| | [285] | Q9-FSDT5P | 3,450 | | 0 | |
| | | FEM-FSDT | | | | |

EV23. Viga piezoelétrica *bimorph* CFFF – diversos potenciais

Análise estática de vigas piezoelétricas *bimorph* em KYNAR (PVDF), CFFF e sujeita a diversos potenciais elétricos. Propriedades: L=80 (mm), b=10 (mm), h= 0.22 (mm). $E_{11}=6,85E+9$ (Pa), $\nu_{12}=0,29$, $d_{31}=23E-12$ (m/V), $d_{32}=4.6E-12$ (m/V) → ver [286]. Referências: [286].

Tabela A-38 - Resposta de vigas piezoelétricas *bimorph* sujeitas a diversos potenciais elétricos uniformes: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV23.

| V_0 | Referência | w_{max} ($\times 10^{-3}$) | Discretização | | | |
|-------|------------|-----------------------------------|---------------|-------------|-------------|-------------|
| | | | 1x8 | 2x16 | 4x32 | 8x64 |
| 100 | Q4FSDT | | 0,91 | 0,92 | 0,93 | 0,95 |
| | [286] | 0,95 | Desvio [%] | | | |
| | | | 4,21 | 3,16 | 2,11 | 0 |
| 200 | Q4FSDT | | 1,84 | 1,84 | 1,85 | 1,92 |
| | [286] | 1,92 | Desvio [%] | | | |
| | | | 4,17 | 4,17 | 3,65 | 0 |
| 300 | Q4FSDT | | 2,75 | 2,75 | 2,78 | 2,86 |
| | [286] | 2,87 | Desvio [%] | | | |
| | | | 4,18 | 4,18 | 3,14 | 0,35 |
| 400 | Q4FSDT | | 3,67 | 3,67 | 3,71 | 3,81 |
| | [286] | 3,84 | Desvio [%] | | | |
| | | | 4,43 | 4,43 | 3,39 | 0,78 |
| 500 | Q4FSDT | | 4,58 | 4,59 | 4,63 | 4,76 |
| | [286] | 4,8 | Desvio [%] | | | |
| | | | 4,58 | 4,38 | 3,54 | 0,83 |

EV24. Viga piezoelétrica *bimorph* CFFF – ddp uniforme

Análise estática de vigas piezoelétricas *bimorph* em PZT-5H, CFFF e sujeita a um potencial elétrico uniforme. Propriedades: $Q_{11}=12,6E+10$ (Pa), $Q_{12}=7,95E+10$ (Pa), $Q_{13}= 8,41E+10$ (Pa), $Q_{33}= 11,7E+10$ (Pa), $Q_{44}= 2,33E+10$ (Pa), $e_{31}=6,5$ (C/m²), $e_{33}=23,3$ (C/m²), $e_{15}=17$ (C/m²), $\epsilon_{33}=1,3E-8$ (F/m), L=100 (mm), b=5 (mm), h= 1 (mm), ddp=100 (V). Referências: [287].

Tabela A-39 - Resposta de vigas piezoelétricas *bimorph* sujeitas a um potencial elétrico uniforme: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV24.

| y(mm) | Referência | w (mm) | Discretização | | | |
|-------|----------------|-----------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | | | 1x5 | 1x10 | 1x15 | 1x20 |
| 20 | Q4FSDT | | 0,0183 | 0,0177 | 0,0174 | 0,0172 |
| | [287] – FEM 3D | 0,0164 | Desvio [%] | | | |
| | | | 11,59 | 7,93 | 6,1 | 4,88 |
| 40 | Q4FSDT | | 0,0709 | 0,0688 | 0,0679 | 0,0675 |
| | [287] - FEM 3D | 0,0659 | Desvio [%] | | | |
| | | | 7,59 | 4,4 | 3,03 | 2,43 |
| 60 | Q4FSDT | | 0,1562 | 0,1528 | 0,1514 | 0,1508 |
| | [287] - FEM 3D | 0,1484 | Desvio [%] | | | |
| | | | 5,26 | 2,96 | 2,02 | 1,62 |
| 80 | Q4FSDT | | 0,2745 | 0,2697 | 0,2679 | 0,2670 |
| | [287] - FEM 3D | 0,2638 | Desvio [%] | | | |
| | | | 4,06 | 2,24 | 1,55 | 1,21 |
| 100 | Q4FSDT | | 0,4258 | 0,4197 | 0,4173 | 0,4161 |
| | [287] - FEM 3D | 0,4122 | Desvio [%] | | | |
| | | | 3,3 | 1,82 | 1,24 | 0,95 |

EV25. Viga piezoelétrica bimorph CFFF – Carga pontual de flexão

Análise estática de vigas piezoelétricas bimorph em PVDF, CFFF e sujeita a um deslocamento no bordo final de 10 mm.

Propriedades: $E_1=E_2=E_3=2E+9$ (Pa), $G_{12}=G_{13}=G_{23}=1E+9$ (Pa), $\nu_{12}=\nu_{13}=\nu_{23}=0$; $e_{31}=e_{32}=0,046$ (Cm⁻²), $e_{33}=0$ (Cm⁻²), $\epsilon_{33}=1,062$ (F/m), $L=100$ (mm), $b=5$ (mm), $h=1$ (mm).

Referências: [285].

Tabela A-40 - Resposta de vigas piezoelétricas bimorph sujeitas a um potencial elétrico uniforme: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV25.

| Elemento | Referência | Φ (V) | Discretização 1x5 |
|----------|--------------------|---------------|----------------------|
| 1 | Q4FSDT | | 295 |
| | | | Desvio [%] |
| | [285] — Q9-HSDT11P | 276 | 6,88 |
| | Q9-FSDT5P | 290 | 1,72 |
| 2 | Q4FSDT | | 229 |
| | | | Desvio [%] |
| | [285] — Q9-HSDT11P | 214 | 7,01 |
| | Q9-FSDT5P | 226 | 1,33 |
| 3 | Q4FSDT | | 164 |
| | | | Desvio [%] |
| | [285] — Q9-HSDT11P | 153 | 7,19 |
| | Q9-FSDT5P | 161 | 1,86 |
| 4 | Q4FSDT | | 98 |
| | | | Desvio [%] |
| | [285] — Q9-HSDT11P | 92 | 6,52 |
| | Q9-FSDT5P | 97 | 1,03 |
| 5 | Q4FSDT | | 32 |
| | | | Desvio [%] |
| | [285] — Q9-HSDT11P | 30 | 6,67 |
| | Q9-FSDT5P | 32 | 0 |

EV26. Viga piezoelétrica *bimorph* SSFF – vibração livre

Análise dinâmica de vigas piezoelétricas bimorph em PZT-4, SSFF e em vibração livre no modo circuito aberto/fechado. Propriedades: $Q_{11}=139E+9$ (Pa), $Q_{12}=77,8E+9$ (Pa), $Q_{13}=74,3E+9$ (Pa), $Q_{22}=139E+9$ (Pa), $Q_{23}=74,3E+9$ (Pa), $Q_{33}=115E+9$ (Pa), $Q_{44}=25,6E+9$ (Pa), $Q_{55}=25,6E+9$ (Pa), $Q_{66}=30,6E+9$ (Pa), $e_{31}=e_{32}=-5,2$ (C/m²), $e_{33}=15,1$ (C/m²), $\epsilon_{11}=1,3060E-8$ (F/m), $\epsilon_{22}=1,3060E-8$ (F/m), $\epsilon_{33}=1,1510E-8$ (F/m), $L=25E-3$ (m), $b=12,5E-3$ (m), $L/h=10$, $\rho=7600$ (kg/m³).

Referências: [270].

Tabela A-41 - Resposta de vigas piezoelétricas bimorph em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV26 – circuito fechado.

| Modo sensor em circuito fechado | | | | | | |
|---------------------------------|---------------|------------------|---------------|--------------|--------------|--------------|
| Modo | Referência | ω (Hz) | Discretização | | | |
| | | | 5x10 | 10x20 | 20x40 | |
| | Q4FSDT | | 5936 | 5881 | 5867 | |
| | | | Desvio [%] | | | |
| 1 | [270] | MEF 3D | 6055 | 1,97 | 2,87 | 3,10 |
| | | ($n_{sub}=10$) | 6258 | 5,15 | 6,02 | 6,25 |
| | | ($n_{sub}=1$) | 6190 | 4,10 | 4,99 | 5,22 |
| | 2D | MEF | - | - | - | - |
| | | Analítico | - | - | - | - |
| | | Q4FSDT | | 15501 | 15444 | 15430 |
| | | | Desvio [%] | | | |
| 2 | [270] | MEF 3D | 14605 | 6,13 | 5,74 | 5,65 |
| | | ($n_{sub}=10$) | 13833 | 12,06 | 11,65 | 11,54 |
| | | ($n_{sub}=1$) | 13804 | 12,29 | 11,88 | 11,78 |
| | 2D | MEF | 15747 | 1,56 | 1,92 | 2,01 |
| | | Analítico | 15769 | 1,70 | 2,06 | 2,15 |
| | | Q4FSDT | | 23528 | 22717 | 22521 |
| | | | Desvio [%] | | | |
| 3 | [270] | MEF 3D | 23276 | 1,08 | 2,40 | 3,24 |
| | | ($n_{sub}=10$) | 23814 | 1,20 | 4,61 | 5,43 |
| | | ($n_{sub}=1$) | 23561 | 0,14 | 3,58 | 4,41 |
| | 2D | MEF | - | - | - | - |
| | | Analítico | - | - | - | - |
| | | Q4FSDT | | 28089 | 27552 | 27402 |
| | | | Desvio [%] | | | |
| 4 | [270] | MEF 3D | 25220 | 11,38 | 18,37 | 8,65 |
| | | ($n_{sub}=10$) | 26612 | 5,55 | 15,70 | 2,97 |
| | | ($n_{sub}=1$) | 26612 | 5,55 | 16,94 | 2,97 |
| | 2D | MEF | - | - | - | - |
| | | Analítico | - | - | - | - |
| | | Q4FSDT | | 32945 | 32885 | 32866 |
| | | | Desvio [%] | | | |
| 5 | [270] | MEF 3D | 33990 | 3,07 | 3,25 | 3,31 |
| | | ($n_{sub}=10$) | 33057 | 0,34 | 0,52 | 0,58 |
| | | ($n_{sub}=1$) | 32902 | 0,13 | 0,05 | 0,11 |
| | 2D | MEF | - | - | - | - |
| | | Analítico | - | - | - | - |
| | | Q4FSDT | | 51795 | 48184 | 47334 |
| | | | Desvio [%] | | | |
| 6 | [270] | MEF 3D | 48941 | 5,83 | 1,55 | 3,28 |
| | | ($n_{sub}=10$) | 49664 | 4,29 | 2,98 | 4,69 |
| | | ($n_{sub}=1$) | 49554 | 4,52 | 2,76 | 4,48 |
| | 2D | MEF | 59370 | 12,76 | 18,84 | 20,27 |
| | | Analítico | 59677 | 13,21 | 19,26 | 20,68 |

Tabela A-42 - Resposta de vigas piezoelétricas bimorph em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV26 – circuito aberto.

| Modo sensor em circuito aberto | | | | | | |
|--------------------------------|---------------|------------------------|---------------|--------------|--------------|-------|
| Modo | Referência | ω (Hz) | Discretização | | | |
| | | | 5x10 | 10x20 | 20x40 | |
| 1 | Q4FSDT | | 6132 | 6075 | 6061 | |
| | | | Desvio [%] | | | |
| | | MEF 3D | 6141 | 0,15 | 1,07 | 1,30 |
| | | (n _{sub} =10) | 6433 | 4,68 | 5,57 | 5,78 |
| | [270] | (n _{sub} =1) | 6379 | 3,87 | 4,77 | 4,99 |
| | 2D | MEF | - | - | - | - |
| | Analítico | - | - | - | - | |
| 2 | Q4FSDT | | 15564 | 15514 | 15502 | |
| | | | Desvio [%] | | | |
| | | MEF 3D | 14634 | 6,36 | 6,01 | 5,93 |
| | | (n _{sub} =10) | 13909 | 11,90 | 11,54 | 11,45 |
| | [270] | (n _{sub} =1) | 13886 | 12,08 | 11,72 | 11,64 |
| | 2D | MEF | 16656 | 6,56 | 6,86 | 6,93 |
| | Analítico | 16681 | 6,70 | 7,00 | 7,07 | |
| 3 | Q4FSDT | | 24369 | 23524 | 23318 | |
| | | | Desvio [%] | | | |
| | | MEF 3D | 23575 | 3,37 | 0,22 | 1,09 |
| | | (n _{sub} =10) | 24473 | 0,42 | 3,88 | 4,72 |
| | [270] | (n _{sub} =1) | 24272 | 0,40 | 3,08 | 3,93 |
| | 2D | MEF | - | - | - | - |
| | Analítico | - | - | - | - | |
| 4 | Q4FSDT | | 28570 | 28051 | 27903 | |
| | | | Desvio [%] | | | |
| | | MEF 3D | 25407 | 12,45 | 10,41 | 9,82 |
| | | (n _{sub} =10) | 26967 | 5,94 | 4,02 | 3,47 |
| | [270] | (n _{sub} =1) | - | - | - | - |
| | 2D | MEF | - | - | - | - |
| | Analítico | - | - | - | - | |
| 5 | Q4FSDT | | 34356 | 34270 | 34240 | |
| | | | Desvio [%] | | | |
| | | MEF 3D | 34114 | 0,71 | 0,46 | 0,37 |
| | | (n _{sub} =10) | 33452 | 2,70 | 2,45 | 2,36 |
| | [270] | (n _{sub} =1) | 33332 | 3,07 | 2,81 | 2,72 |
| | 2D | MEF | - | - | - | - |
| | Analítico | - | - | - | - | |
| 6 | Q4FSDT | | 53557 | 49827 | 48947 | |
| | | | Desvio [%] | | | |
| | | MEF 3D | 49381 | 8,46 | 0,90 | 0,88 |
| | | (n _{sub} =10) | 50880 | 5,26 | 2,07 | 3,80 |
| | [270] | (n _{sub} =1) | 50509 | 6,03 | 1,35 | 3,09 |
| | 2D | MEF | 62024 | 13,65 | 19,66 | 21,08 |
| | Analítico | 62375 | 14,14 | 20,12 | 21,53 | |

EV27. Placa piezoelétrica-piezomagnética (BBB, FFF), SSSS – vibração livre

Análise dinâmica de placas piezoelétricas e piezomagnéticas com três camadas (BBB-BaTiO₃ e FFF- CoFe₂O₄), SSSS e em vibração livre considerando o circuito: fechado.

Propriedades: L=b=1 (m). Referência: [219].

Nota: as propriedades dos materiais são idênticas ao EV31.

Tabela A-43 - Resposta de placas piezoelétricas e piezomagnéticas em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV27 – circuito aberto.

| L/h | Ref. | BaTiO ₃ -BaTiO ₃ - BaTiO ₃ | | | | CoFe ₂ O ₄ - CoFe ₂ O ₄ - CoFe ₂ O ₄ | | | |
|------|----------------------|---|---------------|---------------|---------------|--|---------------|---------------|---------------|
| | | Modo $\bar{\omega}$ | | | | Modo $\bar{\omega}$ | | | |
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 40 | [219] ESL-FSDT | 0,0952 | 0,2374 | 0,3787 | 0,4724 | 0,1123 | 0,2798 | 0,4461 | 0,5562 |
| | 3D | 0,0949 | 0,2382 | 0,3772 | 0,4713 | 0,1120 | 0,2788 | 0,4456 | 0,5546 |
| | Q4FSDT[20x20] | 0,0955 | 0,2396 | 0,3825 | 0,4835 | 0,1124 | 0,2818 | 0,4493 | 0,5677 |
| | Desvio [%] | 0,32 | 0,93 | 1,00 | 2,35 | 0,09 | 0,71 | 0,72 | 2,07 |
| 20 | [219] ESL-FSDT | 0,1894 | 0,4678 | 0,7399 | 0,9179 | 0,2230 | 0,5495 | 0,8670 | 1,0739 |
| | 3D | 0,1890 | 0,4648 | 0,7343 | 0,9117 | 0,2232 | 0,5482 | 0,8626 | 1,0680 |
| | Q4FSDT[20x20] | 0,1897 | 0,4712 | 0,7444 | 0,9348 | 0,2229 | 0,5517 | 0,8690 | 1,0890 |
| | Desvio [%] | 0,16 | 0,73 | 0,61 | 1,84 | 0,13 | 0,64 | 0,74 | 1,97 |
| 10 | [219] ESL-FSDT | 0,3699 | 0,8862 | 1,3643 | 1,6655 | 0,4335 | 1,0291 | 1,5729 | 1,9121 |
| | 3D | 0,3686 | 0,8733 | 1,3373 | 1,6259 | 0,4327 | 1,0208 | 1,5532 | 1,8850 |
| | Q4FSDT[20x20] | 0,3693 | 0,8853 | 1,3568 | 1,6712 | 0,4313 | 1,0229 | 1,5545 | 1,9050 |
| | Desvio [%] | 0,16 | 0,10 | 0,55 | 0,34 | 0,51 | 0,60 | 1,17 | 0,37 |
| 3,33 | [219] ESL-FSDT | 0,9203 | 1,8908 | 2,6451 | 3,0787 | 1,0421 | 2,0841 | 2,8715 | 3,3183 |
| | 3D | 0,8883 | 1,7842 | 2,4684 | 2,8576 | 1,0229 | 2,0087 | 2,7571 | 3,1805 |
| | Q4FSDT[20x20] | 0,8988 | 1,8211 | 2,4061 | 2,5177 | 1,0103 | 1,9927 | 2,7171 | 2,7626 |
| | Desvio [%] | 2,34 | 3,69 | 9,04 | 18,22 | 3,05 | 4,39 | 5,38 | 16,75 |
| 2 | [219] ESL-FSDT | 1,2255 | 2,2908 | 3,0694 | 3,5071 | 1,3463 | 2,4437 | 3,2300 | 3,6694 |
| | 3D | 1,1534 | 2,1114 | 2,8063 | 3,1955 | 1,2970 | 2,3359 | 3,0800 | 3,4799 |
| | Q4FSDT[20x20] | 1,1727 | 2,1543 | 2,4061 | 2,746 | 1,2796 | 2,2921 | 2,7626 | 2,8769 |
| | Desvio [%] | 4,31 | 5,96 | 21,61 | 21,70 | 4,95 | 6,20 | 14,47 | 21,60 |

Nota: $\bar{\omega} = (\omega \times L) \times (\sqrt{\rho_{max}/Q_{max}})$

EV28. Viga piezoelétrica-piezomagnética (BBB, FFF), SSSS – vibração livre

Análise dinâmica de placas piezoelétricas e piezomagnéticas com três camadas (BBB-BaTiO₃ e FFF-CoFe₂O₄), SSSS e em vibração livre considerando o circuito: aberto-aberto-aberto e fechado-fechado-fechado. Propriedades: L=b=1 (m) e h=0,3 (m). Referência: [211].

Tabela A-44 - Propriedades do BaTiO₃ e CoFe₂O₄. Adaptado de [211].

| Propriedade | BaTiO ₃ | CoFe ₂ O ₄ |
|--|--------------------|----------------------------------|
| ρ (kg/m ³) | 1600 | 1600 |
| Q_{11} (10 ⁹ Pa) | 166 | 286 |
| Q_{22} (10 ⁹ Pa) | 166 | 286 |
| Q_{12} (10 ⁹ Pa) | 77 | 173 |
| Q_{44} (10 ⁹ Pa) | 43 | 45,3 |
| Q_{55} (10 ⁹ Pa) | 43 | 45,3 |
| Q_{66} (10 ⁹ Pa) | 44,5 | 56,5 |
| ϵ_{11} (10 ⁻⁹ F/m) | 11,2 | 0,08 |
| ϵ_{22} (10 ⁻⁹ F/m) | 11,2 | 0,08 |
| ϵ_{33} (10 ⁻⁹ F/m) | 12,6 | 0,093 |
| μ_{11} (10 ⁻⁶ Ns ² /C ²) | 5 | -590 |
| μ_{22} (10 ⁻⁶ Ns ² /C ²) | 5 | -590 |
| μ_{33} (10 ⁻⁶ Ns ² /C ²) | 10 | 157 |
| m_{11} (Ns/VC) | 0 | 0 |
| m_{33} (Ns/VC) | 0 | 0 |
| e_{31} (C/m ²) | -4,4 | 0 |
| e_{32} (C/m ²) | -4,4 | 0 |
| e_{15} (C/m ²) | 11,6 | 0 |
| e_{24} (C/m ²) | 11,6 | 0 |
| q_{31} (N/Am) | 0 | 580,3 |
| q_{32} (N/Am) | 0 | 580,3 |
| q_{15} (N/Am) | 0 | 550 |
| q_{24} (N/Am) | 0 | 550 |

Tabela A-45 - Resposta de vigas piezoelétricas e piezomagnéticas em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV28 – circuito aberto-aberto-aberto e fechado-fechado-fechado.

| Modo (rad/s) | Referência | Elástica | | Magneto-Eletro-Elástica | |
|--------------|-----------------------|--------------------|----------------------------------|-------------------------|----------------------------------|
| | | BaTiO ₃ | CoFe ₂ O ₄ | BaTiO ₃ | CoFe ₂ O ₄ |
| 1 | [211] HSDT-FEM | 12837,96 | 15166,12 | 12863,98 | 15185,24 |
| | Q4FSDT [20x20] | 13084,07 | 15449,85 | 13117,96 | 15475,71 |
| | Desvio [%] | 1,9170491 | 1,8708147 | 1,9743501 | 1,9128443 |
| 2 | [211] HSDT-FEM | 25076,68 | 28160,1 | 25106,78 | 28177,03 |
| | Q4FSDT [20x20] | 25854,16 | 29018,55 | 25899,65 | 29047,34 |
| | Desvio [%] | 3,1004104 | 3,0484622 | 3,1579916 | 3,0887216 |
| 3 | [211] HSDT-FEM | 25920,94 | 29085,27 | 25951,78 | 29102,49 |
| | Q4FSDT [20x20] | 25854,16 | 29018,55 | 25899,65 | 29047,34 |
| | Desvio [%] | 0,2576295 | 0,2293945 | 0,2008725 | 0,1895027 |
| 4 | [211] HSDT-FEM | 34775,02 | 38171,78 | 34801,6 | 38184,3 |
| | Q4FSDT [20x20] | 34649,99 | 38697,01 | 34756,06 | 38724,34 |
| | Desvio [%] | 0,3595397 | 1,3759641 | 0,1308561 | 1,4142985 |
| 5 | [211] HSDT-FEM | 35299,31 | 43510,77 | 35411,94 | 43520,84 |
| | Q4FSDT [20x20] | 34649,99 | 43025,04 | 34756,06 | 43027,012 |
| | Desvio [%] | 1,8394694 | 1,1163443 | 1,8521437 | 1,1346932 |
| 6 | [211] HSDT-FEM | 35299,31 | 44141,6 | 35411,94 | 44152,26 |
| | Q4FSDT [20x20] | 35284,38 | 43238,36 | 35331,87 | 43345,17 |
| | Desvio [%] | 0,0422954 | 2,046233 | 0,2261102 | 1,8279698 |

EV29. Laminado híbrido [P/0/90/0/90] SSFF – UDL, ddp uniforme

Análise estática de placas laminadas SSFF em compósito integradas com uma camada de compósito reforçado com fibras piezoelétricas (PFRC) em modo atuador e sensor.

Propriedades: $h_{PFRC} = 250$ (μm), $h_{\text{substrato/camada}} = 1$ (mm), $ddp = \{0, 100, -100\}$, $F_{UDL} = 40$ (Pa). $L=b=2/5$ (m).

Referência: [288].

Tabela A-46 - Propriedades do PFRC e do substrato. Adaptado de [281].

| Propriedade | PFRC (PZT5H-Epoxy) | Substrato |
|----------------------------------|-----------------------|-----------|
| Q_{11} (10^9 Pa) | 32,6 | 172,93 |
| Q_{22} (10^9 Pa) | 7,2 | 6,92 |
| Q_{12} (10^9 Pa) | 4,3 | 1,73 |
| Q_{44} (10^9 Pa) | 1,05 | 1,15 |
| Q_{55} (10^9 Pa) | 1,29 | 2,87 |
| Q_{66} (10^9 Pa) | 1,29 | 3,45 |
| ϵ_{11} (10^{-9} F/m) | 0,037 | - |
| ϵ_{22} (10^{-9} F/m) | 10,46 | - |
| ϵ_{33} (10^{-9} F/m) | 10,46 | - |
| e_{31} (C/m ²) | -6,76 | - |

Tabela A-47 - Resposta do laminado híbrido sujeitas a uma carga UDL com e sem tensão aplicada à camada PFRC: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV29.

| UDL + ddp uniforme | | [P/0/90/0/90] (+h/2) | | | | | | | | |
|---------------------------------|---------------------|----------------------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|
| | | L/h=10 V | | | L/h=20 V | | | L/h=100 V | | |
| Ref. | Par. | 0 | 100 | -100 | 0 | 100 | -100 | 0 | 100 | -100 |
| [288] | | 0,0014 | -7,1797 | 7,2084 | 0,0015 | -1,6807 | 1,7098 | 0,0146 | -0,0542 | 0,0834 |
| Q4FSDT [20x20] | \bar{u} | 0,014 | -7,3143 | 7,3425 | 0,0143 | -1,7205 | 1,7492 | 0,0145 | -0,0535 | 0,0824 |
| Desvio [%] | | 900,00 | 1,87 | 1,86 | 853,33 | 2,37 | 2,30 | 0,68 | 1,29 | 1,20 |
| [288] | | -0,9889 | 182,2600 | -184,24 | -0,8070 | 45,6830 | -47,2970 | -0,7474 | 1,1183 | -2,6130 |
| Q4FSDT [20x20] | \bar{w} | 1,0364 | 180,7103 | -182,783 | -0,8159 | 45,4484 | -47,0803 | -0,7455 | 1,1212 | -2,6123 |
| Desvio [%] | | 4,80 | 0,85 | 0,79 | 1,10 | 0,51 | 0,46 | 0,25 | 0,26 | 0,03 |
| [288] | | -0,0505 | 13,3900 | -13,4910 | -0,0510 | 3,0174 | -3,1194 | -0,0509 | 0,0675 | -0,1692 |
| Q4FSDT [20x20] | $\bar{\sigma}_x$ | 0,0473 | 13,5704 | -13,6651 | -0,048 | 3,1003 | -3,1964 | -0,0484 | 0,0726 | -0,1694 |
| Desvio [%] | | 6,34 | 1,35 | 1,29 | 5,88 | 2,75 | 2,47 | 4,91 | 7,56 | 0,12 |
| [288] | | -0,0158 | 3,6937 | -3,7254 | -0,0159 | 0,9875 | -1,0190 | -0,0158 | 0,0244 | -0,0559 |
| Q4FSDT [20x20] | $\bar{\sigma}_y$ | 0,0149 | 3,502 | -3,5318 | -0,0149 | 0,9451 | -0,975 | -0,015 | 0,0252 | -0,0552 |
| Desvio [%] | | 5,70 | 5,19 | 5,20 | 6,29 | 4,29 | 4,32 | 5,06 | 3,28 | 1,25 |
| [288] | | 0,0431 | -34,8270 | 34,9130 | 0,0418 | -7,4606 | 7,5443 | 0,0411 | -0,1999 | 0,2820 |
| Q4FSDT [20x20] | $\bar{\sigma}_{xy}$ | 0,0407 | -33,1074 | 33,1888 | 0,0393 | -6,9987 | 7,0774 | 0,03931 | -0,1895 | 0,2665 |
| Desvio [%] | | 5,90 | 5,19 | 5,20 | 6,36 | 6,60 | 6,60 | 4,55 | 5,49 | 5,82 |

Nota: $\bar{u} = \frac{E_T u^k}{f_0 s^3 h}$; $\bar{w} = \frac{100 E_T w^k}{f_0 s^4 h}$; $\bar{\sigma}_x = \frac{\sigma_x^k}{f_0 s^2}$; $\bar{\sigma}_y = \frac{\sigma_y^k}{f_0 s^2}$; $\bar{\sigma}_{xy} = \frac{\sigma_{xy}^k}{f_0 s^2}$;

EV30. Laminado híbrido [P/0/90/0/P] SSSS – SDL

Análise estática de placas laminadas híbridas SSSS em compósito integradas com duas camadas piezoelétricas em modo sensor sujeitas a uma carga mecânica SDL unitária.

Propriedades do núcleo em compósito: $E_1/E_2 = 25$, $G_{12} = G_{13} = 0,5E_2$, $G_{23} = 0,2E_2$, $\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0,25$, $E_2 = 6,9$ (GPa), $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = \epsilon_{33} = 8,85E-12$ (F/m), $h_{camada} = 3$ (mm).

Propriedades das camadas piezoelétricas (isotrópicas): $E = 2$ (GPa), $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = \epsilon_{33} = 0,1062E-9$ (F/m), $e_{31} = e_{32} = 0,0046$ (C/m²), $e_{33} = e_{24} = e_{15} = 0$, $h_{piezo} = 40$ (μm).

Referência: [289].

Tabela A-48 - Resposta do laminado híbrido sujeitas a uma carga SDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV30.

| V=0, SDL | | [P/0/90/0/P] | | |
|------------|-----------------------|----------------|---------------|---------------|
| Referência | Parâmetro | L/h=10 | L/h=20 | L/h=100 |
| [289] | FEM | 0,669 | 0,4920 | 0,4330 |
| | Analítico | 0,7740 | 0,5490 | 0,4710 |
| | Q4FSDT [20x20] | 0,6640 | 0,4897 | 0,4323 |
| | Desvio [%] | 0,7474 | 0,4675 | 0,1617 |
| [289] | FEM | 0,5140 | 0,5330 | 0,5400 |
| | Analítico | 0,5890 | 0,5520 | 0,5380 |
| | Q4FSDT [20x20] | 0,5201 | 0,5386 | 0,5451 |
| | Desvio [%] | 1,1868 | 1,0507 | 0,9444 |
| [289] | FEM | 0,255 | 0,201 | 0,181 |
| | Analítico | 0,284/-0,288 | 0,209 | 0,181 |
| | Q4FSDT [20x20] | 0,2558 | 0,2019 | 0,1820 |
| | Desvio [%] | 0,3137 | 0,4478 | 0,5525 |
| [289] | FEM | 0,025 | 0,0222 | 0,0212 |
| | Analítico | -0,0287/0,0288 | 0,023 | 0,0210 |
| | Q4FSDT [20x20] | 0,0251 | 0,0223 | 0,0213 |
| | Desvio [%] | 0,4000 | 0,4505 | 0,4717 |
| [289] | FEM | 0,378 | 0,388 | 0,390 |
| | Analítico | 0,357 | 0,384 | 0,394 |
| | Q4FSDT [20x20] | 0,1662 | 0,1760 | 0,3420 |
| | Desvio [%] | 56,0317 | 54,6392 | 12,3077 |
| [289] | FEM | 0,122 | 0,097 | 0,076 |
| | Analítico | 0,123 | 0,094 | 0,083 |
| | Q4FSDT [20x20] | 0,0914 | 0,0760 | 0,0705 |
| | Desvio [%] | 25,0820 | 21,6495 | 7,2368 |

Nota: $\bar{w} = \frac{100wE_2h^3}{q_0L^4} \left(\frac{L}{2}, \frac{L}{2}, 0 \right)$; $\bar{\sigma}_x = \frac{10\sigma_x h^2}{q_0L^2} \left(\frac{L}{2}, \frac{L}{2}, \pm \frac{h}{2} \right)$; $\bar{\sigma}_y = \frac{10\sigma_y h^2}{q_0L^2} \left(\frac{L}{2}, \frac{L}{2}, \pm \frac{h}{6} \right)$; $\bar{\sigma}_{xy} = \frac{10\sigma_{xy} h^2}{q_0L^2} \left(0, 0, \pm \frac{h}{2} \right)$;

$\bar{\sigma}_{xz} = \frac{\sigma_{xz} h}{q_0L} \left(0, \frac{L}{2}, 0 \right)$, $\bar{\sigma}_{yz} = \frac{\sigma_{yz} h}{q_0L} \left(\frac{L}{2}, 0, 0 \right)$

EV31. Viga piezoelétrica-piezomagnética (B/F) – Estática; Dinâmica

Análise estática e dinâmica de vigas híbridas laminadas MEE considerando os esquemas B/F/B e F/B/F.

Propriedades: $L=0,3$ (m), $h_{camada}=0,01$ (m); Carga UDL (estática) = 1 (N/m) (caso estático); Circuito aberto (caso dinâmico).

Referência: [222] – caso estático. Referência: [208] – caso dinâmico.

Tabela A-49 - Propriedades do BaTiO₃ e CoFe₂O₄ (transversalmente isotrópico). Adaptado de [196].

| Propriedade | BaTiO ₃ | CoFe ₂ O ₄ |
|---|--------------------|----------------------------------|
| ρ (kg/m ³) | 5800,0 | 5300,0 |
| $Q_{11} = Q_{22}$ (10 ⁹ Pa) | 166,0 | 286,0 |
| Q_{12} (10 ⁹ Pa) | 77,0 | 173,0 |
| $Q_{13} = Q_{23}$ (10 ⁹ Pa) | 78,0 | 170,5 |
| Q_{33} (10 ⁹ Pa) | 162 | 269,5 |
| $Q_{44} = Q_{55}$ (10 ⁹ Pa) | 43 | 45,3 |
| Q_{66} (10 ⁹ Pa) | 44,5 | 56,5 |
| $\epsilon_{11} = \epsilon_{22}$ (10 ⁻⁹ F/m) | 11,2 | 0,08 |
| ϵ_{33} (10 ⁻⁹ F/m) | 12,6 | 0,093 |
| $\mu_{11} = \mu_{22}$ (10 ⁻⁶ Ns ² /C ²) | 5,0 | -590,0 |
| μ_{33} (10 ⁻⁶ Ns ² /C ²) | 10,0 | 157,0 |
| $m_{11} = m_{22}$ (Ns/VC) | 0 | 0 |
| m_{33} (Ns/VC) | 0 | 0 |
| $e_{31} = e_{32}$ (C/m ²) | -4,4 | 0 |
| e_{33} (C/m ²) | 18,6 | 0 |
| $e_{15} = e_{24}$ (C/m ²) | 11,6 | 0 |
| $q_{31} = q_{32}$ (N/Am) | 0 | 580,3 |
| q_{33} (N/Am) | 0 | 699,7 |
| $q_{15} = q_{24}$ (N/Am) | 0 | 550,0 |

Tabela A-50 - Resposta estática de vigas piezoelétricas e piezomagnéticas sujeita a uma carga UDL: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV31.

| SSFF | Discretização | 1x4 | 1x8 | 1x20 | 1x60 | 1x100 |
|----------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| w_0 (nm) | [222] | 1,173 | 1,173 | 1,173 | 1,173 | 1,173 |
| | Q4FSDT | 1,054 | 1,147 | 1,174 | 1,178 | 1,178 |
| | Desvio [%] | 10,14 | 2,22 | 0,09 | 0,43 | 0,43 |
| ϕ (mV) | [222] | 4,107 | 3,986 | 3,951 | 3,946 | 3,945 |
| | Q4FSDT | 3,59 | 3,914 | 4,006 | 4,022 | 4,023 |
| | Desvio [%] | 12,59 | 1,81 | 1,39 | 1,93 | 1,98 |
| ψ (μ A) | [222] | -2,945 | -2,857 | -2,832 | -2,828 | -2,828 |
| | Q4FSDT | -2,712 | -2,953 | -3,022 | -3,033 | -3,034 |
| | Desvio [%] | 7,91 | 3,36 | 6,71 | 7,25 | 7,28 |

Tabela A-51 - Resposta de placas piezoelétricas e piezomagnéticas em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV31 – circuito aberto.

| CFs | Modo (Hz) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| CFFF | [208] | 188,70 | 1154,65 | 3120,80 | 4335,11 | 5838,36 |
| | Q4FSDT | 180,59 | 1105,22 | 3059,45 | 4177,40 | 5665,30 |
| | Desvio [%] | 4,30 | 4,28 | 1,97 | 3,64 | 2,96 |
| CCFF | [208] | 1165,07 | 3078,60 | 5738,67 | 8683,41 | 8971,57 |
| | Q4FSDT | 1128,87 | 2992,20 | 5612,90 | 8381,12 | 8834,53 |
| | Desvio [%] | 3,11 | 2,81 | 2,19 | 3,48 | 1,53 |

EV32. Placa piezoelétrica-piezomagnética (BFB, FBF), SSSS – vibração livre

Análise dinâmica de placas piezoelétricas e piezomagnéticas com três camadas (B-F-B e F-B-F), SSSS e em vibração livre considerando o circuito fechado.

Propriedades: $L=b=1$ (m). Referência: [219].

Nota: as propriedades dos materiais são idênticas ao EV31.

Tabela A-52 - Resposta de placas piezoelétricas e piezomagnéticas em vibração livre: Valores de referência, valores obtidos e desvios para o EV32 – circuito fechado.

| SSSS | L/h | Ref. | CoFe ₂ O ₄ - BaTiO ₃ - CoFe ₂ O ₄ | | | | BaTiO ₃ - CoFe ₂ O ₄ - BaTiO ₃ | | | |
|------|-------|----------------------|--|---------------|---------------|---------------|--|---------------|---------------|---------------|
| | | | Modo $\bar{\omega}$ | | | | Modo $\bar{\omega}$ | | | |
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 40 | [219] | ESL-FSDT | 0,1102 | 0,2745 | 0,4375 | 0,5456 | 0,0971 | 0,2421 | 0,3861 | 0,4817 |
| | | 3D | 0,1099 | 0,2746 | 0,4371 | 0,544 | 0,0971 | 0,2425 | 0,3858 | 0,4820 |
| | | Q4FSDT[20x20] | 0,1118 | 0,2803 | 0,4470 | 0,5648 | 0,0962 | 0,2414 | 0,3852 | 0,4870 |
| | | Desvio [%] | 1,47 | 2,12 | 2,16 | 3,51 | 0,94 | 0,31 | 0,24 | 1,10 |
| 20 | [219] | ESL-FSDT | 0,2188 | 0,5390 | 0,8504 | 1,0533 | 0,1931 | 0,4768 | 0,7538 | 0,9351 |
| | | 3D | 0,2190 | 0,5376 | 0,8455 | 1,0465 | 0,1933 | 0,4756 | 0,7514 | 0,9310 |
| | | Q4FSDT[20x20] | 0,2217 | 0,5487 | 0,8643 | 1,0831 | 0,1910 | 0,4745 | 0,7498 | 0,9416 |
| | | Desvio [%] | 1,32 | 1,80 | 1,64 | 2,83 | 1,17 | 0,24 | 0,21 | 1,14 |
| 10 | [219] | ESL-FSDT | 0,4252 | 1,0094 | 1,5427 | 1,8753 | 0,3769 | 0,9017 | 1,3869 | 1,6921 |
| | | 3D | 0,4242 | 0,9995 | 1,5212 | 1,8441 | 0,3751 | 0,8925 | 1,3651 | 1,6602 |
| | | Q4FSDT[20x20] | 0,4289 | 1,0171 | 1,5453 | 1,8935 | 0,3720 | 0,8918 | 1,3669 | 1,6838 |
| | | Desvio [%] | 0,87 | 0,76 | 0,17 | 0,97 | 1,30 | 1,09 | 1,44 | 0,49 |
| 3,33 | [219] | ESL-FSDT | 1,0220 | 2,0432 | 2,8143 | 3,2517 | 0,9332 | 1,9094 | 2,6646 | 3,0976 |
| | | 3D | 0,9973 | 1,9724 | 2,6802 | 3,0993 | 0,9075 | 1,8270 | 2,5284 | 2,9282 |
| | | Q4FSDT[20x20] | 1,0039 | 1,9786 | 2,6419 | 2,6969 | 0,9057 | 1,8357 | 2,5155 | 2,5383 |
| | | Desvio [%] | 1,78 | 3,16 | 6,13 | 17,06 | 2,95 | 3,86 | 5,60 | 18,06 |
| 2 | [219] | ESL-FSDT | 1,3197 | 2,3942 | 3,1637 | 3,5935 | 1,2369 | 2,3007 | 3,0748 | 3,5093 |
| | | 3D | 1,2753 | 2,2782 | 3,0073 | 3,4158 | 1,1812 | 2,1627 | 2,8705 | 3,2661 |
| | | Q4FSDT[20x20] | 1,2705 | 2,2744 | 2,6419 | 2,8555 | 1,1821 | 2,1723 | 2,5155 | 2,7682 |
| | | Desvio [%] | 3,73 | 5,00 | 16,49 | 20,54 | 4,43 | 5,58 | 18,19 | 21,12 |

Nota: $\bar{\omega} = (\omega \times L) \times (\sqrt{\rho_{max}/Q_{max}})$

Estudos Paramétricos

O presente anexo é dedicado unicamente à exposição completa dos Estudos Paramétricos realizados no âmbito da presente dissertação.

Índice dos Estudos Paramétricos

| | | |
|-----|--|------|
| EP1 | Viga bimorph: modo atuador..... | B-2 |
| EP2 | Viga/placa bimorph: modo sensor..... | B-10 |
| EP3 | Esquemas de laminação em placas laminadas híbridas: localização das camadas piezoelétricas..... | B-24 |
| EP4 | Esquemas de laminação em placas laminadas híbridas: QUAD vs DD..... | B-27 |
| EP5 | <i>Tapering</i> de vigas e placas laminadas híbridas: | B-31 |
| EP6 | <i>Master-Ply</i> no contexto de laminados híbridos..... | B-47 |
| EP7 | Esquemas de laminação e Tensões..... | B-49 |
| EP8 | Esquemas de atuação em laminados híbridos..... | B-64 |
| EP9 | Laminados <i>Sandwich</i> com núcleo DD e camadas adjacentes Piezoelétricas e Piezomagnéticas..... | B-68 |

EP1. Viga bimorph: modo atuador

Dimensões da Viga: $L=100E-3$ (m), $b=5E-3$ (m), $h_{camada}=1/2000$ (m).

Tabela B-1 - Propriedades dos materiais utilizados no EP1: PVDF (1), PVDF (2), PZT-4.

| Propriedade | PVDF (1) | PVDF (2) | PZT-4 |
|------------------------------|------------|------------|------------|
| Q_{11} (Pa) | 2,0E+9 | 3,8E+9 | 1,3850E+11 |
| Q_{12} (Pa) | 0 | 1,9E+9 | 7,7371E+10 |
| Q_{13} (Pa) | 0 | 1,0E+9 | 7,3643E+10 |
| Q_{22} (Pa) | 2,0E+9 | 3,2E+9 | 1,3850E+11 |
| Q_{23} (Pa) | 0 | 0,9E+9 | 7,3643E+10 |
| Q_{33} (Pa) | 2,0E+9 | 1,2E+9 | 1,1475E+11 |
| Q_{44} (Pa) | 1,0E+9 | 0,7E+9 | 2,5600E+10 |
| Q_{45} (Pa) | 0 | 0 | 0 |
| Q_{55} (Pa) | 1,0E+9 | 0,9E+9 | 2,5600E+10 |
| Q_{66} (Pa) | 1,0E+9 | 0,9E+9 | 3,0600E+10 |
| e_{31} (C/m ²) | 0,046 | 0,024 | -5,20 |
| e_{32} (C/m ²) | 0,046 | 0,001 | -5,20 |
| e_{33} (C/m ²) | 0,000 | -0,027 | 15,08 |
| ϵ_{11} (F/m) | 0,000 | 6,5490E-11 | 1,3060E-8 |
| ϵ_{22} (F/m) | 0,000 | 8,2305E-11 | 1,3060E-8 |
| ϵ_{33} (F/m) | 1,0620E-10 | 6,7260E-11 | 1,1510E-8 |
| ρ (kg/m ³) | 1800 | 1800 | 7600 |

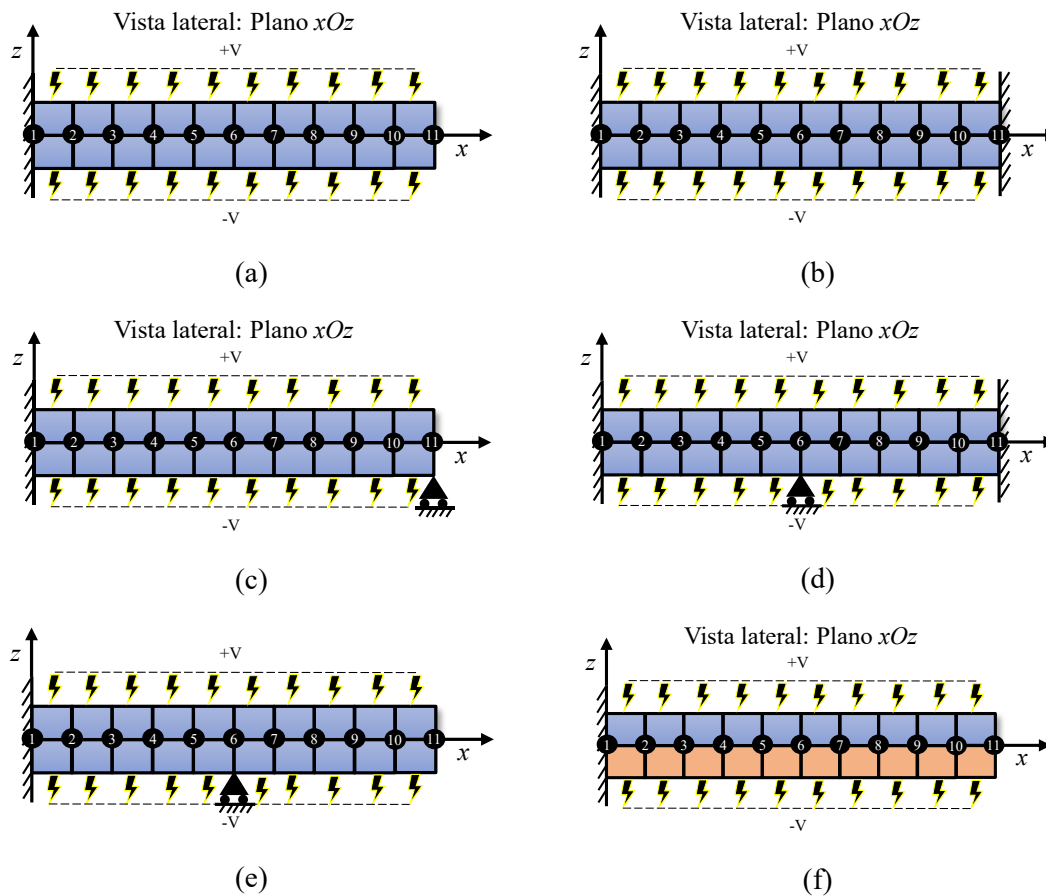


Figura B-1 - Representação esquemática das condições de fronteira aplicadas na vista lateral (Plano xOz) com uma discretização de [10x1] Elementos: (a) CFFF; (b) CCFF; (c) (CSFF); (d) (CSCFF); (e) CSFFF; (f) CFFF (PVDF-PZT4).

Tabela B-2 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (1)) quando sujeita a diversos potenciais elétricos: deslocamento transversal nodal em função do comprimento da viga - CFFF.

| CFFF: Atuador – PVDF (1) | | Φ (V) | | | | | | |
|--------------------------|-------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 20x1 | Loc. | 1V | 2V | 5V | 10V | 20V | 50V | 100V |
| Nó | x(m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) |
| 1 | 0 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 |
| 2 | 0,005 | 8,629E-10 | 1,726E-09 | 4,315E-09 | 8,629E-09 | 1,726E-08 | 4,315E-08 | 8,629E-08 |
| 3 | 0,01 | 3,452E-09 | 6,903E-09 | 1,726E-08 | 3,452E-08 | 6,903E-08 | 1,726E-07 | 3,452E-07 |
| 4 | 0,015 | 7,766E-09 | 1,553E-08 | 3,883E-08 | 7,766E-08 | 1,553E-07 | 3,883E-07 | 7,766E-07 |
| 5 | 0,02 | 1,381E-08 | 2,761E-08 | 6,903E-08 | 1,381E-07 | 2,761E-07 | 6,903E-07 | 1,381E-06 |
| 6 | 0,025 | 2,157E-08 | 4,315E-08 | 1,079E-07 | 2,157E-07 | 4,315E-07 | 1,079E-06 | 2,157E-06 |
| 7 | 0,03 | 3,106E-08 | 6,213E-08 | 1,553E-07 | 3,106E-07 | 6,213E-07 | 1,553E-06 | 3,106E-06 |
| 8 | 0,035 | 4,228E-08 | 8,456E-08 | 2,114E-07 | 4,228E-07 | 8,456E-07 | 2,114E-06 | 4,228E-06 |
| 9 | 0,04 | 5,522E-08 | 1,104E-07 | 2,761E-07 | 5,522E-07 | 1,104E-06 | 2,761E-06 | 5,522E-06 |
| 10 | 0,045 | 6,989E-08 | 1,398E-07 | 3,495E-07 | 6,989E-07 | 1,398E-06 | 3,495E-06 | 6,989E-06 |
| 11 | 0,05 | 8,629E-08 | 1,726E-07 | 4,314E-07 | 8,629E-07 | 1,726E-06 | 4,314E-06 | 8,629E-06 |
| 12 | 0,055 | 1,044E-07 | 2,088E-07 | 5,220E-07 | 1,044E-06 | 2,088E-06 | 5,220E-06 | 1,044E-05 |
| 13 | 0,06 | 1,242E-07 | 2,485E-07 | 6,212E-07 | 1,242E-06 | 2,485E-06 | 6,212E-06 | 1,242E-05 |
| 14 | 0,065 | 1,458E-07 | 2,916E-07 | 7,291E-07 | 1,458E-06 | 2,916E-06 | 7,291E-06 | 1,458E-05 |
| 15 | 0,07 | 1,691E-07 | 3,382E-07 | 8,456E-07 | 1,691E-06 | 3,382E-06 | 8,456E-06 | 1,691E-05 |
| 16 | 0,075 | 1,941E-07 | 3,883E-07 | 9,707E-07 | 1,941E-06 | 3,883E-06 | 9,707E-06 | 1,941E-05 |
| 17 | 0,08 | 2,209E-07 | 4,418E-07 | 1,104E-06 | 2,209E-06 | 4,418E-06 | 1,104E-05 | 2,209E-05 |
| 18 | 0,085 | 2,493E-07 | 4,987E-07 | 1,247E-06 | 2,493E-06 | 4,987E-06 | 1,247E-05 | 2,493E-05 |
| 19 | 0,09 | 2,795E-07 | 5,591E-07 | 1,398E-06 | 2,795E-06 | 5,591E-06 | 1,398E-05 | 2,795E-05 |
| 20 | 0,095 | 3,115E-07 | 6,229E-07 | 1,557E-06 | 3,115E-06 | 6,229E-06 | 1,557E-05 | 3,115E-05 |
| 21 | 0,1 | 3,451E-07 | 6,902E-07 | 1,726E-06 | 3,451E-06 | 6,902E-06 | 1,726E-05 | 3,451E-05 |

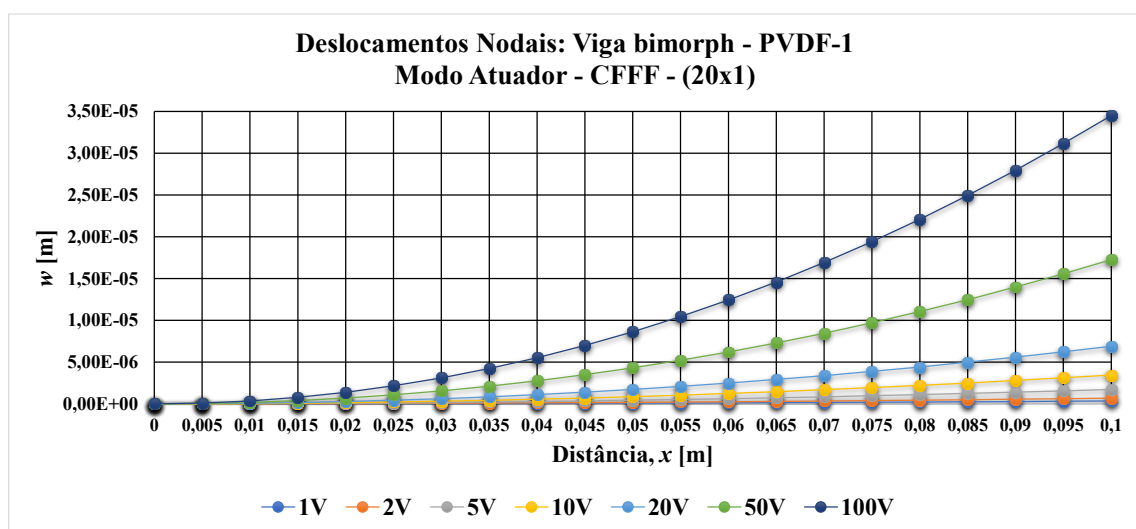


Figura B-2 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos transversais ao longo do comprimento de uma viga para os diversos potenciais aplicados: CFFF - [20x1] - PVDF (1).

Tabela B-3 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos potenciais elétricos: deslocamento transversal nodal em função do comprimento da viga - CFFF.

| CFFF: Atuador- PVDF (2) | | Φ (V) | | | | | | |
|-------------------------|-------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 20x1 | Loc. | 1V | 2V | 5V | 10V | 20V | 50V | 100V |
| Nó | x(m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) |
| 1 | 0 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 |
| 2 | 0,005 | 5,746E-10 | 1,149E-09 | 2,873E-09 | 5,746E-09 | 1,149E-08 | 2,873E-08 | 5,746E-08 |
| 3 | 0,01 | 2,287E-09 | 4,575E-09 | 1,144E-08 | 2,287E-08 | 4,575E-08 | 1,144E-07 | 2,287E-07 |
| 4 | 0,015 | 5,129E-09 | 1,026E-08 | 2,565E-08 | 5,129E-08 | 1,026E-07 | 2,565E-07 | 5,129E-07 |
| 5 | 0,02 | 9,101E-09 | 1,820E-08 | 4,551E-08 | 9,101E-08 | 1,820E-07 | 4,551E-07 | 9,101E-07 |
| 6 | 0,025 | 1,420E-08 | 2,841E-08 | 7,102E-08 | 1,420E-07 | 2,841E-07 | 7,102E-07 | 1,420E-06 |
| 7 | 0,03 | 2,044E-08 | 4,087E-08 | 1,022E-07 | 2,044E-07 | 4,087E-07 | 1,022E-06 | 2,044E-06 |
| 8 | 0,035 | 2,780E-08 | 5,560E-08 | 1,390E-07 | 2,780E-07 | 5,560E-07 | 1,390E-06 | 2,780E-06 |
| 9 | 0,04 | 3,629E-08 | 7,258E-08 | 1,815E-07 | 3,629E-07 | 7,258E-07 | 1,815E-06 | 3,629E-06 |
| 10 | 0,045 | 4,591E-08 | 9,183E-08 | 2,296E-07 | 4,591E-07 | 9,183E-07 | 2,296E-06 | 4,591E-06 |
| 11 | 0,05 | 5,667E-08 | 1,133E-07 | 2,833E-07 | 5,667E-07 | 1,133E-06 | 2,833E-06 | 5,667E-06 |
| 12 | 0,055 | 6,855E-08 | 1,371E-07 | 3,428E-07 | 6,855E-07 | 1,371E-06 | 3,428E-06 | 6,855E-06 |
| 13 | 0,06 | 8,156E-08 | 1,631E-07 | 4,078E-07 | 8,156E-07 | 1,631E-06 | 4,078E-06 | 8,156E-06 |
| 14 | 0,065 | 9,571E-08 | 1,914E-07 | 4,785E-07 | 9,571E-07 | 1,914E-06 | 4,785E-06 | 9,571E-06 |
| 15 | 0,07 | 1,110E-07 | 2,220E-07 | 5,549E-07 | 1,110E-06 | 2,220E-06 | 5,549E-06 | 1,110E-05 |
| 16 | 0,075 | 1,274E-07 | 2,548E-07 | 6,369E-07 | 1,274E-06 | 2,548E-06 | 6,369E-06 | 1,274E-05 |
| 17 | 0,08 | 1,449E-07 | 2,898E-07 | 7,246E-07 | 1,449E-06 | 2,898E-06 | 7,246E-06 | 1,449E-05 |
| 18 | 0,085 | 1,636E-07 | 3,272E-07 | 8,180E-07 | 1,636E-06 | 3,272E-06 | 8,180E-06 | 1,636E-05 |
| 19 | 0,09 | 1,834E-07 | 3,668E-07 | 9,169E-07 | 1,834E-06 | 3,668E-06 | 9,169E-06 | 1,834E-05 |
| 20 | 0,095 | 2,043E-07 | 4,086E-07 | 1,022E-06 | 2,043E-06 | 4,086E-06 | 1,022E-05 | 2,043E-05 |
| 21 | 0,1 | 2,264E-07 | 4,527E-07 | 1,132E-06 | 2,264E-06 | 4,527E-06 | 1,132E-05 | 2,264E-05 |

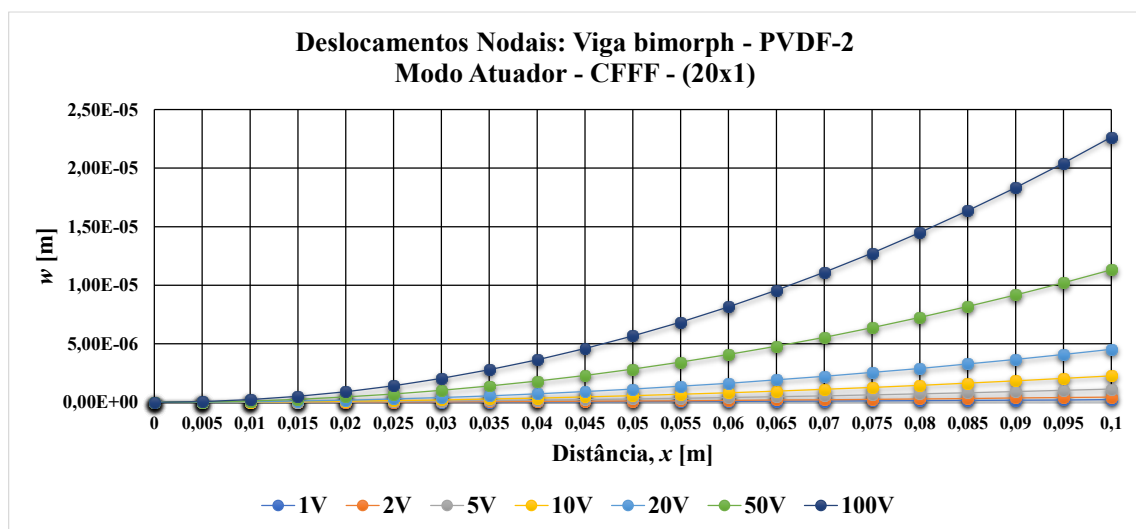


Figura B-3- Representação gráfica do perfil de deslocamentos transversais ao longo do comprimento de uma viga para os diversos potenciais aplicados: CFFF - [20x1] - PVDF (2).

Tabela B-4 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos potenciais elétricos: deslocamento transversal nodal em função do comprimento da viga – CCFE.

| CCFE: Atuador - PVDF (2) | | Φ (V) | | | | | | |
|--------------------------|-------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 20x1 | Loc. | 1V | 2V | 5V | 10V | 20V | 50V | 100V |
| Nó | x(m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) |
| 1 | 0 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 |
| 2 | 0,005 | 4,785E-11 | 9,570E-11 | 2,392E-10 | 4,785E-10 | 9,570E-10 | 2,392E-09 | 4,785E-09 |
| 3 | 0,01 | 1,312E-10 | 2,624E-10 | 6,559E-10 | 1,312E-09 | 2,624E-09 | 6,559E-09 | 1,312E-08 |
| 4 | 0,015 | 1,988E-10 | 3,975E-10 | 9,938E-10 | 1,988E-09 | 3,975E-09 | 9,938E-09 | 1,988E-08 |
| 5 | 0,02 | 2,582E-10 | 5,164E-10 | 1,291E-09 | 2,582E-09 | 5,164E-09 | 1,291E-08 | 2,582E-08 |
| 6 | 0,025 | 3,084E-10 | 6,167E-10 | 1,542E-09 | 3,084E-09 | 6,167E-09 | 1,542E-08 | 3,084E-08 |
| 7 | 0,03 | 3,494E-10 | 6,989E-10 | 1,747E-09 | 3,494E-09 | 6,989E-09 | 1,747E-08 | 3,494E-08 |
| 8 | 0,035 | 3,814E-10 | 7,627E-10 | 1,907E-09 | 3,814E-09 | 7,627E-09 | 1,907E-08 | 3,814E-08 |
| 9 | 0,04 | 4,042E-10 | 8,084E-10 | 2,021E-09 | 4,042E-09 | 8,084E-09 | 2,021E-08 | 4,042E-08 |
| 10 | 0,045 | 4,179E-10 | 8,357E-10 | 2,089E-09 | 4,179E-09 | 8,357E-09 | 2,089E-08 | 4,179E-08 |
| 11 | 0,05 | 4,224E-10 | 8,449E-10 | 2,112E-09 | 4,224E-09 | 8,449E-09 | 2,112E-08 | 4,224E-08 |
| 12 | 0,055 | 4,179E-10 | 8,357E-10 | 2,089E-09 | 4,179E-09 | 8,357E-09 | 2,089E-08 | 4,179E-08 |
| 13 | 0,06 | 4,042E-10 | 8,084E-10 | 2,021E-09 | 4,042E-09 | 8,084E-09 | 2,021E-08 | 4,042E-08 |
| 14 | 0,065 | 3,814E-10 | 7,627E-10 | 1,907E-09 | 3,814E-09 | 7,627E-09 | 1,907E-08 | 3,814E-08 |
| 15 | 0,07 | 3,494E-10 | 6,989E-10 | 1,747E-09 | 3,494E-09 | 6,989E-09 | 1,747E-08 | 3,494E-08 |
| 16 | 0,075 | 3,084E-10 | 6,167E-10 | 1,542E-09 | 3,084E-09 | 6,167E-09 | 1,542E-08 | 3,084E-08 |
| 17 | 0,08 | 2,582E-10 | 5,164E-10 | 1,291E-09 | 2,582E-09 | 5,164E-09 | 1,291E-08 | 2,582E-08 |
| 18 | 0,085 | 1,988E-10 | 3,975E-10 | 9,938E-10 | 1,988E-09 | 3,975E-09 | 9,938E-09 | 1,988E-08 |
| 19 | 0,09 | 1,312E-10 | 2,624E-10 | 6,559E-10 | 1,312E-09 | 2,624E-09 | 6,559E-09 | 1,312E-08 |
| 20 | 0,095 | 4,785E-11 | 9,570E-11 | 2,392E-10 | 4,785E-10 | 9,570E-10 | 2,392E-09 | 4,785E-09 |
| 21 | 0,1 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 |

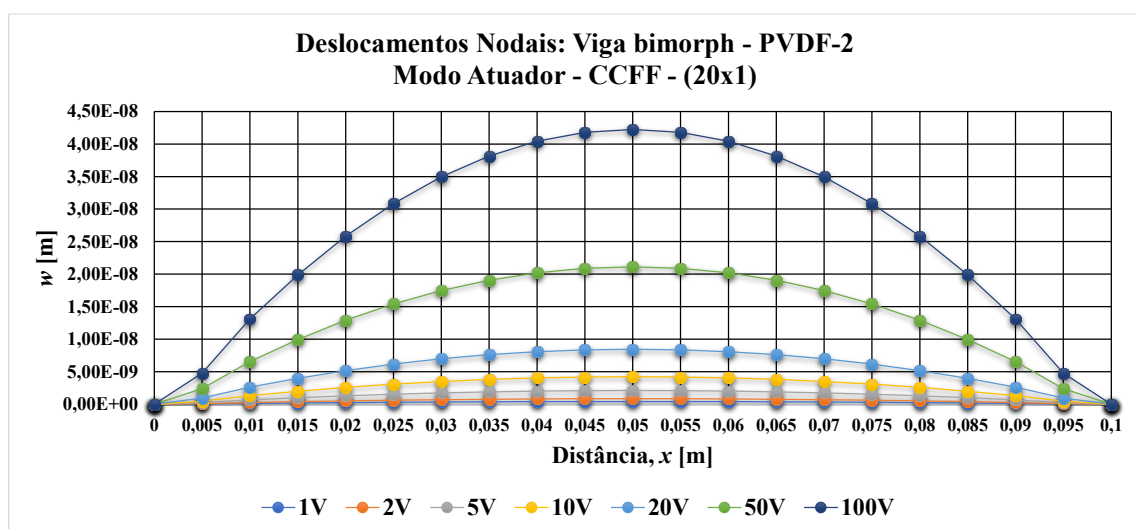


Figura B-4 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos transversais ao longo do comprimento de uma viga para os diversos potenciais aplicados: CCFE - [20x1] - PVDF (2).

Tabela B-5 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos potenciais elétricos: deslocamento transversal nodal em função do comprimento da viga – CSFF.

| CSFF: Atuador - PVDF (2) | | | Φ (V) | | | | | |
|--------------------------|-------|----------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 20x1 | Loc. | 1 | 2 | 5 | 10 | 20 | 50 | 100 |
| Nó | x(m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) |
| 1 | 0 | 0,00E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 |
| 2 | 0,005 | 1,98E-10 | 3,960E-10 | 9,901E-10 | 1,980E-09 | 3,960E-09 | 9,901E-09 | 1,980E-08 |
| 3 | 0,01 | 8,32E-10 | 1,665E-09 | 4,162E-09 | 8,324E-09 | 1,665E-08 | 4,162E-08 | 8,324E-08 |
| 4 | 0,015 | 1,89E-09 | 3,780E-09 | 9,449E-09 | 1,890E-08 | 3,780E-08 | 9,449E-08 | 1,890E-07 |
| 5 | 0,02 | 3,27E-09 | 6,547E-09 | 1,637E-08 | 3,274E-08 | 6,547E-08 | 1,637E-07 | 3,274E-07 |
| 6 | 0,025 | 4,90E-09 | 9,799E-09 | 2,450E-08 | 4,900E-08 | 9,799E-08 | 2,450E-07 | 4,900E-07 |
| 7 | 0,03 | 6,68E-09 | 1,336E-08 | 3,341E-08 | 6,682E-08 | 1,336E-07 | 3,341E-07 | 6,682E-07 |
| 8 | 0,035 | 8,53E-09 | 1,707E-08 | 4,267E-08 | 8,535E-08 | 1,707E-07 | 4,267E-07 | 8,535E-07 |
| 9 | 0,04 | 1,04E-08 | 2,074E-08 | 5,186E-08 | 1,037E-07 | 2,074E-07 | 5,186E-07 | 1,037E-06 |
| 10 | 0,045 | 1,21E-08 | 2,422E-08 | 6,054E-08 | 1,211E-07 | 2,422E-07 | 6,054E-07 | 1,211E-06 |
| 11 | 0,05 | 1,37E-08 | 2,732E-08 | 6,829E-08 | 1,366E-07 | 2,732E-07 | 6,829E-07 | 1,366E-06 |
| 12 | 0,055 | 1,49E-08 | 2,987E-08 | 7,468E-08 | 1,494E-07 | 2,987E-07 | 7,468E-07 | 1,494E-06 |
| 13 | 0,06 | 1,59E-08 | 3,171E-08 | 7,927E-08 | 1,585E-07 | 3,171E-07 | 7,927E-07 | 1,585E-06 |
| 14 | 0,065 | 1,63E-08 | 3,266E-08 | 8,164E-08 | 1,633E-07 | 3,266E-07 | 8,164E-07 | 1,633E-06 |
| 15 | 0,07 | 1,63E-08 | 3,255E-08 | 8,137E-08 | 1,627E-07 | 3,255E-07 | 8,137E-07 | 1,627E-06 |
| 16 | 0,075 | 1,56E-08 | 3,120E-08 | 7,801E-08 | 1,560E-07 | 3,120E-07 | 7,801E-07 | 1,560E-06 |
| 17 | 0,08 | 1,42E-08 | 2,846E-08 | 7,114E-08 | 1,423E-07 | 2,846E-07 | 7,114E-07 | 1,423E-06 |
| 18 | 0,085 | 1,21E-08 | 2,414E-08 | 6,034E-08 | 1,207E-07 | 2,414E-07 | 6,034E-07 | 1,207E-06 |
| 19 | 0,09 | 9,04E-09 | 1,807E-08 | 4,518E-08 | 9,035E-08 | 1,807E-07 | 4,518E-07 | 9,035E-07 |
| 20 | 0,095 | 5,04E-09 | 1,009E-08 | 2,522E-08 | 5,044E-08 | 1,009E-07 | 2,522E-07 | 5,044E-07 |
| 21 | 0,1 | 0,00E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 |

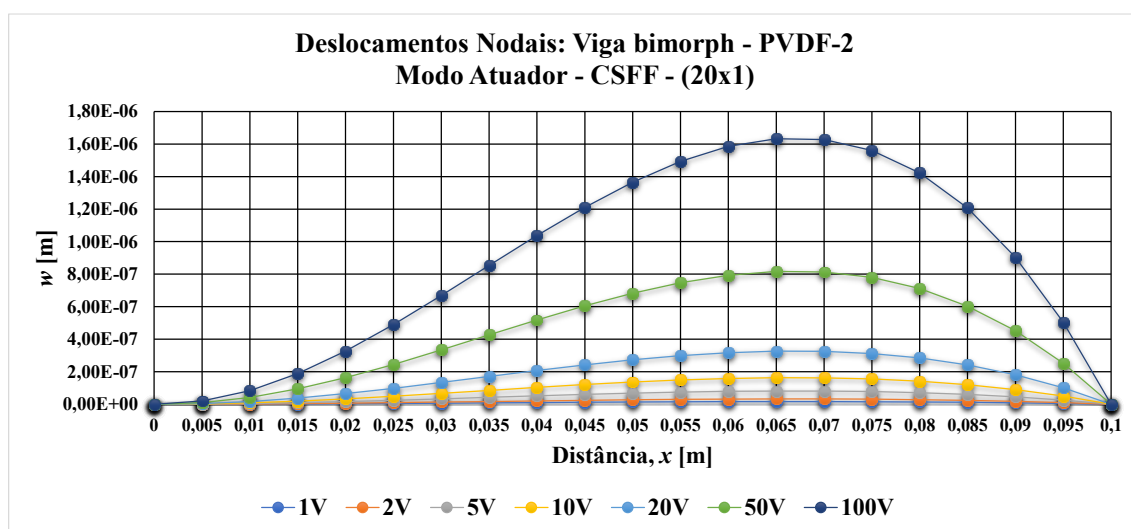


Figura B-5 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos transversais ao longo do comprimento de uma viga para os diversos potenciais aplicados: CSFF - [20x1] - PVDF (2).

Tabela B-6 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos potenciais elétricos: deslocamento transversal nodal em função do comprimento da viga – CSCFF.

| CSCFF: Atuador - PVDF (2) | | | Φ (V) | | | | | |
|---------------------------|-------|-----------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 20x1 | Loc. | 1V | 2V | 5V | 10V | 20V | 50V | 100V |
| Nó | x(m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) |
| 1 | 0 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 |
| 2 | 0,005 | 4,357E-11 | 8,715E-11 | 2,179E-10 | 4,357E-10 | 8,715E-10 | 2,179E-09 | 4,357E-09 |
| 3 | 0,01 | 1,137E-10 | 2,274E-10 | 5,684E-10 | 1,137E-09 | 2,274E-09 | 5,684E-09 | 1,137E-08 |
| 4 | 0,015 | 1,587E-10 | 3,175E-10 | 7,937E-10 | 1,587E-09 | 3,175E-09 | 7,937E-09 | 1,587E-08 |
| 5 | 0,02 | 1,864E-10 | 3,729E-10 | 9,322E-10 | 1,864E-09 | 3,729E-09 | 9,322E-09 | 1,864E-08 |
| 6 | 0,025 | 1,956E-10 | 3,912E-10 | 9,780E-10 | 1,956E-09 | 3,912E-09 | 9,780E-09 | 1,956E-08 |
| 7 | 0,03 | 1,864E-10 | 3,729E-10 | 9,322E-10 | 1,864E-09 | 3,729E-09 | 9,322E-09 | 1,864E-08 |
| 8 | 0,035 | 1,587E-10 | 3,175E-10 | 7,937E-10 | 1,587E-09 | 3,175E-09 | 7,937E-09 | 1,587E-08 |
| 9 | 0,04 | 1,137E-10 | 2,274E-10 | 5,684E-10 | 1,137E-09 | 2,274E-09 | 5,684E-09 | 1,137E-08 |
| 10 | 0,045 | 4,357E-11 | 8,715E-11 | 2,179E-10 | 4,357E-10 | 8,715E-10 | 2,179E-09 | 4,357E-09 |
| 11 | 0,05 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 |
| 12 | 0,055 | 4,357E-11 | 8,715E-11 | 2,179E-10 | 4,357E-10 | 8,715E-10 | 2,179E-09 | 4,357E-09 |
| 13 | 0,06 | 1,137E-10 | 2,274E-10 | 5,684E-10 | 1,137E-09 | 2,274E-09 | 5,684E-09 | 1,137E-08 |
| 14 | 0,065 | 1,587E-10 | 3,175E-10 | 7,937E-10 | 1,587E-09 | 3,175E-09 | 7,937E-09 | 1,587E-08 |
| 15 | 0,07 | 1,864E-10 | 3,729E-10 | 9,322E-10 | 1,864E-09 | 3,729E-09 | 9,322E-09 | 1,864E-08 |
| 16 | 0,075 | 1,956E-10 | 3,912E-10 | 9,780E-10 | 1,956E-09 | 3,912E-09 | 9,780E-09 | 1,956E-08 |
| 17 | 0,08 | 1,864E-10 | 3,729E-10 | 9,322E-10 | 1,864E-09 | 3,729E-09 | 9,322E-09 | 1,864E-08 |
| 18 | 0,085 | 1,587E-10 | 3,175E-10 | 7,937E-10 | 1,587E-09 | 3,175E-09 | 7,937E-09 | 1,587E-08 |
| 19 | 0,09 | 1,137E-10 | 2,274E-10 | 5,684E-10 | 1,137E-09 | 2,274E-09 | 5,684E-09 | 1,137E-08 |
| 20 | 0,095 | 4,357E-11 | 8,715E-11 | 2,179E-10 | 4,357E-10 | 8,715E-10 | 2,179E-09 | 4,357E-09 |
| 21 | 0,1 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 |

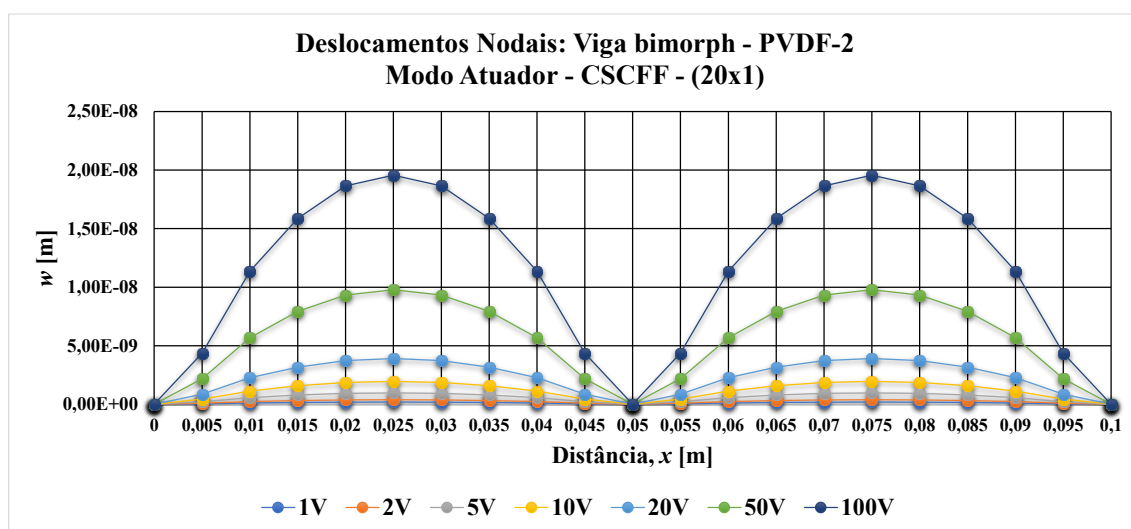


Figura B-6 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos transversais ao longo do comprimento de uma viga para os diversos potenciais aplicados: CSCFF - [20x1] - PVDF (2).

Tabela B-7 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos potenciais elétricos: deslocamento transversal nodal em função do comprimento da viga – CSFFF.

| CSFFF: Atuador - PVDF (2) | | | Φ (V) | | | | | |
|---------------------------|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 20x1 | Loc. | 1V | 2V | 5V | 10V | 20V | 50V | 100V |
| Nó | x(m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) | w (m) |
| 1 | 0 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 |
| 2 | 0,005 | -1,870E-10 | -3,740E-10 | -9,350E-10 | -1,870E-09 | -3,740E-09 | -9,350E-09 | -1,870E-08 |
| 3 | 0,01 | -7,434E-10 | -1,487E-09 | -3,717E-09 | -7,434E-09 | -1,487E-08 | -3,717E-08 | -7,434E-08 |
| 4 | 0,015 | -1,569E-09 | -3,137E-09 | -7,843E-09 | -1,569E-08 | -3,137E-08 | -7,843E-08 | -1,569E-07 |
| 5 | 0,02 | -2,478E-09 | -4,956E-09 | -1,239E-08 | -2,478E-08 | -4,956E-08 | -1,239E-07 | -2,478E-07 |
| 6 | 0,025 | -3,300E-09 | -6,599E-09 | -1,650E-08 | -3,300E-08 | -6,599E-08 | -1,650E-07 | -3,300E-07 |
| 7 | 0,03 | -3,860E-09 | -7,719E-09 | -1,930E-08 | -3,860E-08 | -7,719E-08 | -1,930E-07 | -3,860E-07 |
| 8 | 0,035 | -3,984E-09 | -7,968E-09 | -1,992E-08 | -3,984E-08 | -7,968E-08 | -1,992E-07 | -3,984E-07 |
| 9 | 0,04 | -3,499E-09 | -6,997E-09 | -1,749E-08 | -3,499E-08 | -6,997E-08 | -1,749E-07 | -3,499E-07 |
| 10 | 0,045 | -2,232E-09 | -4,464E-09 | -1,116E-08 | -2,232E-08 | -4,464E-08 | -1,116E-07 | -2,232E-07 |
| 11 | 0,05 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,000E+00 |
| 12 | 0,055 | 3,340E-09 | 6,680E-09 | 1,670E-08 | 3,340E-08 | 6,680E-08 | 1,670E-07 | 3,340E-07 |
| 13 | 0,06 | 7,818E-09 | 1,564E-08 | 3,909E-08 | 7,818E-08 | 1,564E-07 | 3,909E-07 | 7,818E-07 |
| 14 | 0,065 | 1,343E-08 | 2,685E-08 | 6,713E-08 | 1,343E-07 | 2,685E-07 | 6,713E-07 | 1,343E-06 |
| 15 | 0,07 | 2,016E-08 | 4,033E-08 | 1,008E-07 | 2,016E-07 | 4,033E-07 | 1,008E-06 | 2,016E-06 |
| 16 | 0,075 | 2,803E-08 | 5,607E-08 | 1,402E-07 | 2,803E-07 | 5,607E-07 | 1,402E-06 | 2,803E-06 |
| 17 | 0,08 | 3,703E-08 | 7,406E-08 | 1,852E-07 | 3,703E-07 | 7,406E-07 | 1,852E-06 | 3,703E-06 |
| 18 | 0,085 | 4,716E-08 | 9,432E-08 | 2,358E-07 | 4,716E-07 | 9,432E-07 | 2,358E-06 | 4,716E-06 |
| 19 | 0,09 | 5,842E-08 | 1,168E-07 | 2,921E-07 | 5,842E-07 | 1,168E-06 | 2,921E-06 | 5,842E-06 |
| 20 | 0,095 | 7,081E-08 | 1,416E-07 | 3,541E-07 | 7,081E-07 | 1,416E-06 | 3,541E-06 | 7,081E-06 |
| 21 | 0,1 | 8,433E-08 | 1,687E-07 | 4,217E-07 | 8,433E-07 | 1,687E-06 | 4,217E-06 | 8,433E-06 |

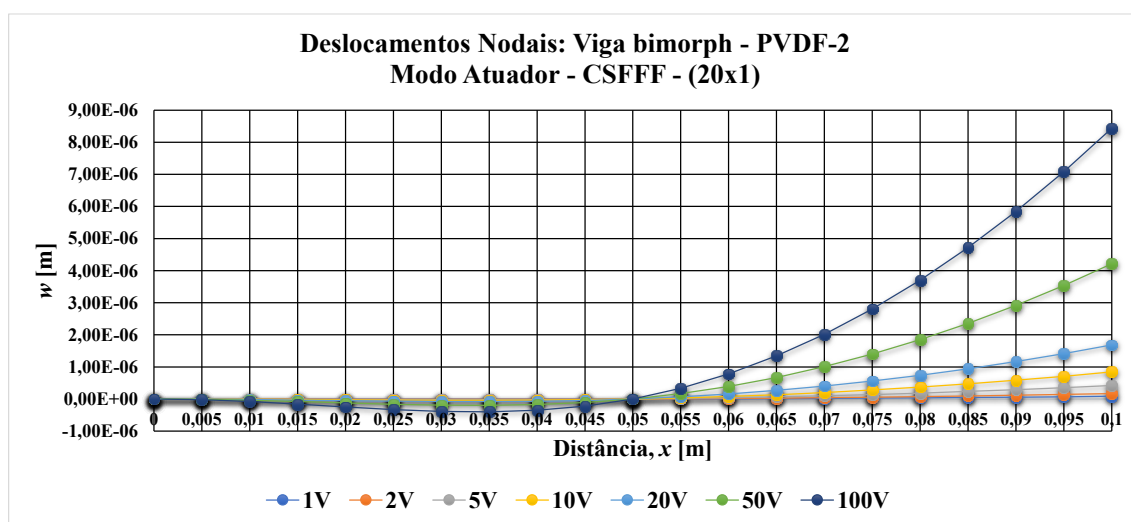


Figura B-7 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos transversais ao longo do comprimento de uma viga para os diversos potenciais aplicados: CSFFF - [20x1] - PVDF (2).

Tabela B-8 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2) - PZT4) quando sujeita a diversos potenciais elétricos: deslocamento transversal nodal em função do comprimento da viga – CFFF.

| CFFF: Atuador | | PVDF2-PVDF2 | | PVDF2-PZT4 | |
|---------------|-------|-------------|--------------|---------------|----------------|
| 20x1 | Loc. | 50V Bi-PVDF | 100V Bi-PVDF | 50V PVDF-PZT4 | 100V PVDF-PZT4 |
| Nó | x(m) | w(m) | w(m) | w(m) | w(m) |
| 1 | 0 | 0,000E+00 | 0,000E+00 | 0,00E+00 | 0,00E+00 |
| 2 | 0,005 | 2,873E-08 | 5,746E-08 | 4,32E-08 | 8,64E-08 |
| 3 | 0,01 | 1,144E-07 | 2,287E-07 | 1,68E-07 | 3,36E-07 |
| 4 | 0,015 | 2,565E-07 | 5,129E-07 | 3,70E-07 | 7,39E-07 |
| 5 | 0,02 | 4,551E-07 | 9,101E-07 | 6,50E-07 | 1,30E-06 |
| 6 | 0,025 | 7,102E-07 | 1,420E-06 | 1,01E-06 | 2,02E-06 |
| 7 | 0,03 | 1,022E-06 | 2,044E-06 | 1,44E-06 | 2,89E-06 |
| 8 | 0,035 | 1,390E-06 | 2,780E-06 | 1,96E-06 | 3,91E-06 |
| 9 | 0,04 | 1,815E-06 | 3,629E-06 | 2,55E-06 | 5,10E-06 |
| 10 | 0,045 | 2,296E-06 | 4,591E-06 | 3,22E-06 | 6,44E-06 |
| 11 | 0,05 | 2,833E-06 | 5,667E-06 | 3,97E-06 | 7,93E-06 |
| 12 | 0,055 | 3,428E-06 | 6,855E-06 | 4,79E-06 | 9,59E-06 |
| 13 | 0,06 | 4,078E-06 | 8,156E-06 | 5,70E-06 | 1,14E-05 |
| 14 | 0,065 | 4,785E-06 | 9,571E-06 | 6,68E-06 | 1,34E-05 |
| 15 | 0,07 | 5,549E-06 | 1,110E-05 | 7,74E-06 | 1,55E-05 |
| 16 | 0,075 | 6,369E-06 | 1,274E-05 | 8,88E-06 | 1,78E-05 |
| 17 | 0,08 | 7,246E-06 | 1,449E-05 | 1,01E-05 | 2,02E-05 |
| 18 | 0,085 | 8,180E-06 | 1,636E-05 | 1,14E-05 | 2,28E-05 |
| 19 | 0,09 | 9,169E-06 | 1,834E-05 | 1,28E-05 | 2,55E-05 |
| 20 | 0,095 | 1,022E-05 | 2,043E-05 | 1,42E-05 | 2,84E-05 |
| 21 | 0,1 | 1,132E-05 | 2,264E-05 | 1,57E-05 | 3,15E-05 |

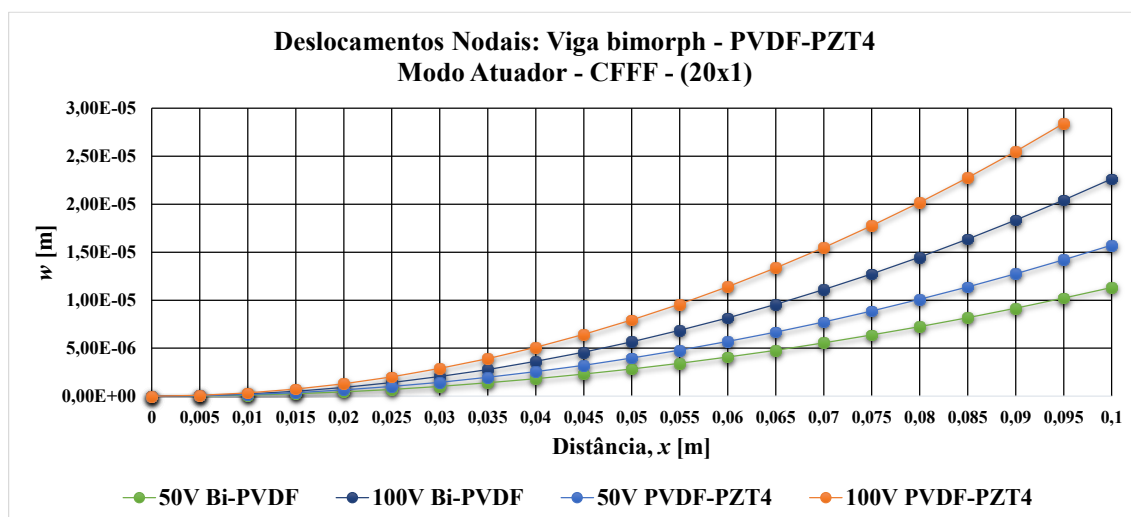


Figura B-8 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos transversais ao longo do comprimento de uma viga para os diversos potenciais aplicados: CFFF - [20x1] - PVDF (2) - PZT4.

EP2. Viga/placa bimorph: modo sensor

Dimensões da Viga: $L=100E-3$ (m), $b=5E-3$ (m), $h_{camada}=1/2000$ (m).

Dimensões da Placa: $L=100E-3$ (m), $b=100E-3$ (m), $h_{camada}=1/2000$ (m).

Tabela B-9 - Propriedades dos materiais utilizados no EP2: PVDF (1), PVDF (2), PZT-4.

| Propriedade | PVDF (1) | PVDF (2) | PZT-4 |
|------------------------------|------------|------------|------------|
| Q_{11} (Pa) | 2,0E+9 | 3,8E+9 | 1,3850E+11 |
| Q_{12} (Pa) | 0 | 1,9E+9 | 7,7371E+10 |
| Q_{13} (Pa) | 0 | 1,0E+9 | 7,3643E+10 |
| Q_{22} (Pa) | 2,0E+9 | 3,2E+9 | 1,3850E+11 |
| Q_{23} (Pa) | 0 | 0,9E+9 | 7,3643E+10 |
| Q_{33} (Pa) | 2,0E+9 | 1,2E+9 | 1,1475E+11 |
| Q_{44} (Pa) | 1,0E+9 | 0,7E+9 | 2,5600E+10 |
| Q_{45} (Pa) | 0 | 0 | 0 |
| Q_{55} (Pa) | 1,0E+9 | 0,9E+9 | 2,5600E+10 |
| Q_{66} (Pa) | 1,0E+9 | 0,9E+9 | 3,0600E+10 |
| e_{31} (C/m ²) | 0,046 | 0,024 | -5,20 |
| e_{32} (C/m ²) | 0,046 | 0,001 | -5,20 |
| e_{33} (C/m ²) | 0,000 | -0,027 | 15,08 |
| ϵ_{11} (F/m) | 0,000 | 6,5490E-11 | 1,3060E-8 |
| ϵ_{22} (F/m) | 0,000 | 8,2305E-11 | 1,3060E-8 |
| ϵ_{33} (F/m) | 1,0620E-10 | 6,7260E-11 | 1,1510E-8 |
| ρ (kg/m ³) | 1800 | 1800 | 7600 |

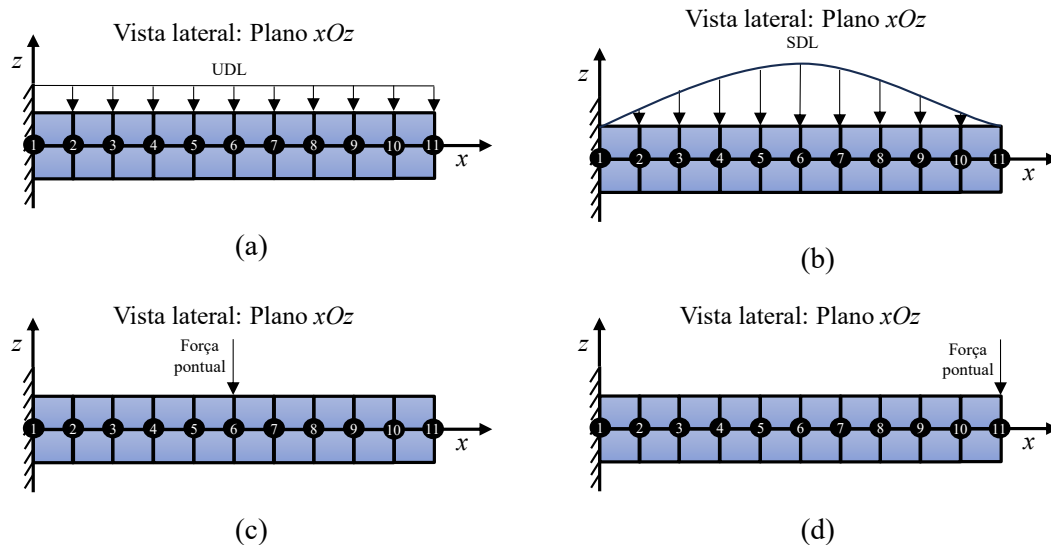
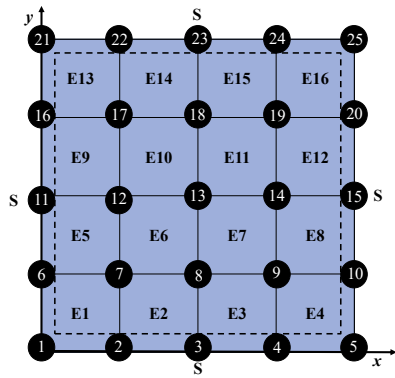
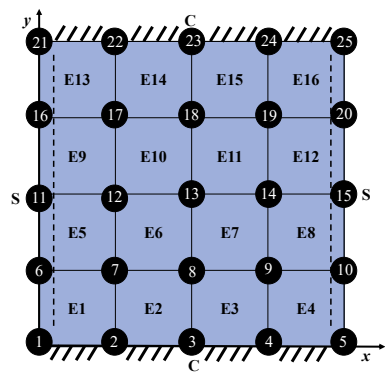


Figura B-9 - Representação esquemática na vista lateral (Plano xOz) das condições de fronteira mecânicas aplicadas com uma discretização de [10x1] elementos: CFFF – (a) UDL, (b) SDL, (c) Força pontual central, (D) Força pontual final.

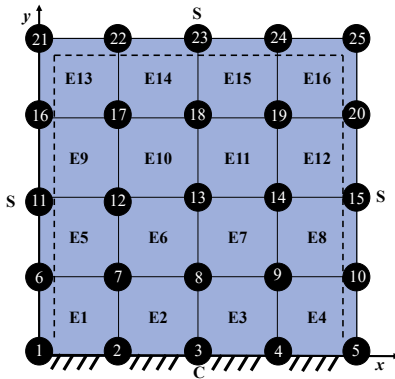
Semelhantemente ao EV25, as intensidades das cargas são calculadas de modo a obter-se um deslocamento de aproximadamente: 20 (mm) para PVDF(1) que equivale a 16 (mm) para PVDF(2).



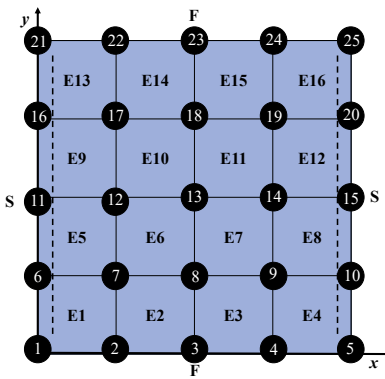
(a)



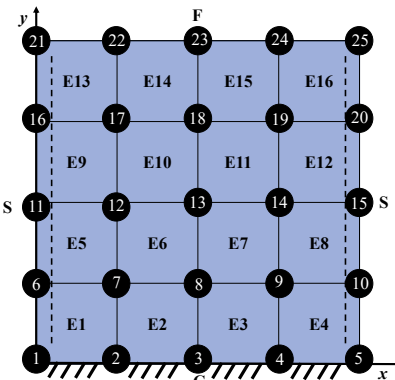
(b)



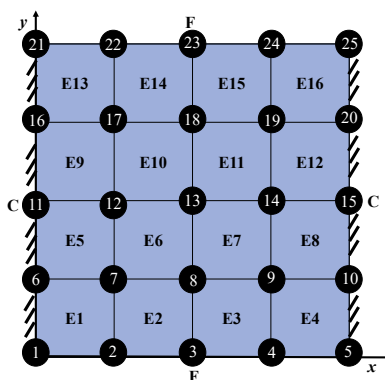
(c)



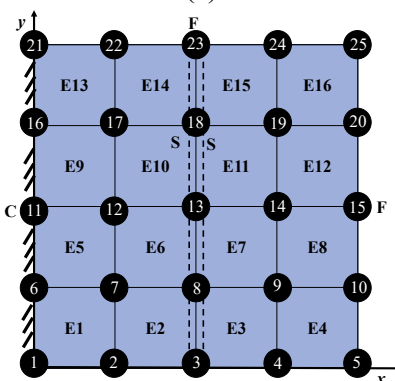
(d)



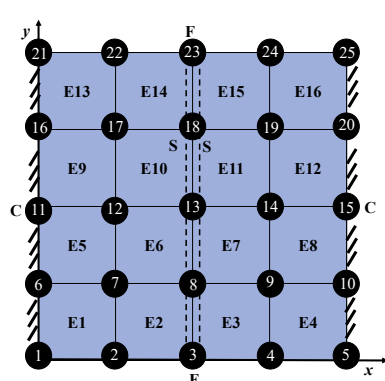
(e)



(f)



(g)



(h)

Figura B-10 - Representação esquemática na vista em planta (plano xOy) das condições de fronteira aplicadas a uma placa bimorph com uma discretização de $[4 \times 4]$ elementos: (a) SSSS, (b) SSCC, (c) SSCS, (d) SSFF, (e) SSFC, (f) CCFF, (g) CSFFF, (h) CSCFF.

Tabela B-10 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos esforços mecânicos: potencial elétrico em função do comprimento da viga - CFFF.

| CFFF: Sensor - PVDF (2) | | Carga pontual final | UDL | SDL | Carga pontual central |
|-------------------------|-------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-----------------------|
| Elemento [20x1] | Localização x (m) | Voltagem Φ (V) | Voltagem Φ (V) | Voltagem Φ (V) | Voltagem Φ (V) |
| 1 | 0,0025 | 655,447 | 863,702 | 939,654 | 1038,346 |
| 2 | 0,0075 | 609,510 | 761,520 | 824,299 | 909,991 |
| 3 | 0,0125 | 578,398 | 683,826 | 732,515 | 805,727 |
| 4 | 0,0175 | 545,079 | 607,614 | 640,395 | 697,878 |
| 5 | 0,0225 | 512,089 | 536,306 | 552,725 | 590,563 |
| 6 | 0,0275 | 479,049 | 469,393 | 469,916 | 483,167 |
| 7 | 0,0325 | 446,017 | 406,951 | 392,892 | 375,785 |
| 8 | 0,0375 | 412,984 | 348,969 | 322,342 | 268,391 |
| 9 | 0,0425 | 379,950 | 295,447 | 258,808 | 161,063 |
| 10 | 0,0475 | 346,915 | 246,386 | 202,658 | 53,288 |
| 11 | 0,0525 | 313,881 | 201,786 | 154,078 | -0,400 |
| 12 | 0,0575 | 280,845 | 161,646 | 113,069 | 0,001 |
| 13 | 0,0625 | 247,809 | 125,967 | 79,444 | -0,046 |
| 14 | 0,0675 | 214,772 | 94,748 | 52,835 | -0,028 |
| 15 | 0,0725 | 181,734 | 67,989 | 32,700 | -0,021 |
| 16 | 0,0775 | 148,694 | 45,690 | 18,338 | -0,014 |
| 17 | 0,0825 | 115,655 | 27,851 | 8,908 | -0,008 |
| 18 | 0,0875 | 82,607 | 14,471 | 3,444 | -0,003 |
| 19 | 0,0925 | 49,599 | 5,551 | 0,885 | -0,001 |
| 20 | 0,0975 | 16,315 | 1,091 | 0,096 | 0,000 |

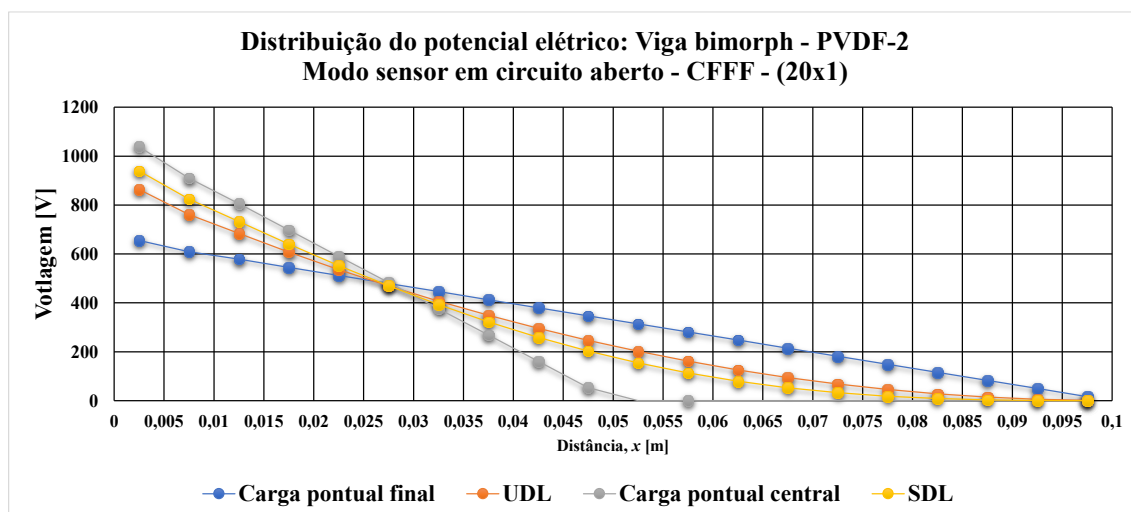


Figura B-11 - Representação gráfica do perfil de potenciais elétricos ao longo do comprimento de uma viga para os diversos esforços mecânicos aplicados: CFFF - [20x1] - PVDF (2).

Tabela B-11 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos esforços mecânicos: potencial elétrico em função do comprimento da viga - CCFE.

| CCFE: Sensor - PVDF (2) | | Carga pontual central | UDL | SDL |
|-------------------------|-------------------|-----------------------|---------------------|---------------------|
| Elemento [20x1] | Localização x (m) | Voltagem Φ (V) | Voltagem Φ (V) | Voltagem Φ (V) |
| 1 | 0,0025 | 247,892 | 130,546 | 176,876 |
| 2 | 0,0075 | 188,917 | 87,470 | 125,213 |
| 3 | 0,0125 | 136,002 | 52,215 | 79,758 |
| 4 | 0,0175 | 82,186 | 20,922 | 36,549 |
| 5 | 0,0225 | 28,504 | -5,835 | -2,593 |
| 6 | 0,0275 | -25,199 | -28,143 | -36,818 |
| 7 | 0,0325 | -78,896 | -45,987 | -65,266 |
| 8 | 0,0375 | -132,605 | -59,371 | -87,238 |
| 9 | 0,0425 | -186,247 | -68,293 | -102,194 |
| 10 | 0,0475 | -240,335 | -72,754 | -109,765 |
| 11 | 0,0525 | -240,335 | -72,754 | -109,765 |
| 12 | 0,0575 | -186,247 | -68,293 | -102,194 |
| 13 | 0,0625 | -132,605 | -59,371 | -87,238 |
| 14 | 0,0675 | -78,896 | -45,987 | -65,266 |
| 15 | 0,0725 | -25,199 | -28,143 | -36,818 |
| 16 | 0,0775 | 28,504 | -5,835 | -2,593 |
| 17 | 0,0825 | 82,186 | 20,922 | 36,549 |
| 18 | 0,0875 | 136,002 | 52,215 | 79,758 |
| 19 | 0,0925 | 188,917 | 87,470 | 125,213 |
| 20 | 0,0975 | 247,892 | 130,546 | 176,876 |

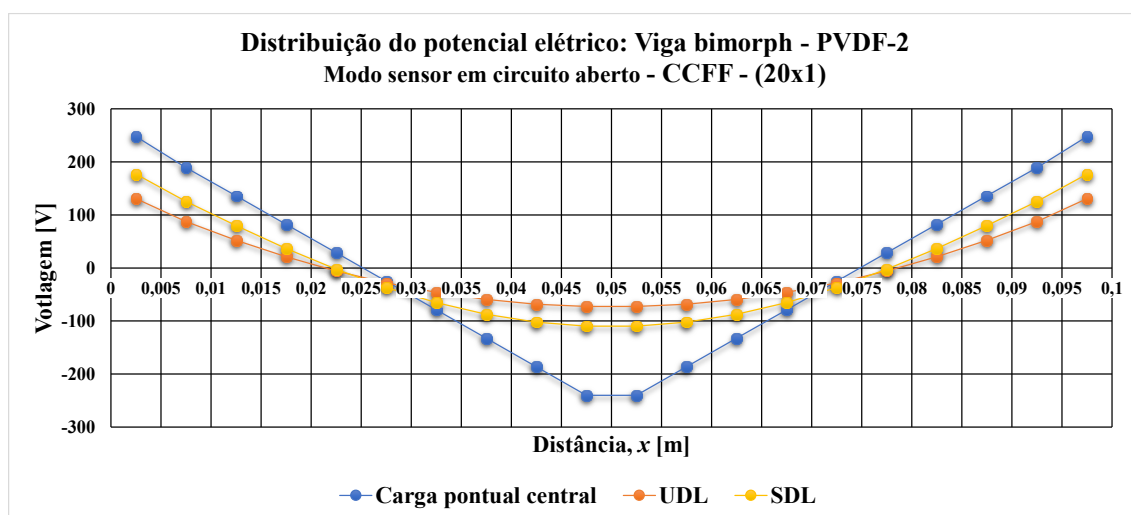


Figura B-12 - Representação gráfica do perfil de potenciais elétricos ao longo do comprimento de uma viga para os diversos esforços mecânicos aplicados: CCFE - [20x1] - PVDF (2).

Tabela B-12 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos esforços mecânicos: potencial elétrico em função do comprimento da viga - CSFF.

| CSFF: Sensor - PVDF (2) | | Carga pontual central | UDL | SDL |
|-------------------------|-------------|-----------------------|------------|------------|
| Elemento [20x1] | Localização | Voltagem | Voltagem | Voltagem |
| | x (m) | Φ (V) | Φ (V) | Φ (V) |
| 1 | 0,0025 | 376,616 | 201,646 | 271,086 |
| 2 | 0,0075 | 294,638 | 145,864 | 202,587 |
| 3 | 0,0125 | 221,784 | 99,596 | 142,539 |
| 4 | 0,0175 | 147,574 | 57,039 | 84,404 |
| 5 | 0,0225 | 73,565 | 19,054 | 30,385 |
| 6 | 0,0275 | -0,474 | -14,487 | -18,723 |
| 7 | 0,0325 | -74,508 | -43,563 | -62,054 |
| 8 | 0,0375 | -148,552 | -68,179 | -98,909 |
| 9 | 0,0425 | -222,529 | -88,334 | -128,748 |
| 10 | 0,0475 | -296,953 | -104,027 | -151,202 |
| 11 | 0,0525 | -317,289 | -115,259 | -166,086 |
| 12 | 0,0575 | -283,537 | -122,031 | -173,398 |
| 13 | 0,0625 | -250,231 | -124,341 | -173,325 |
| 14 | 0,0675 | -216,859 | -122,190 | -166,236 |
| 15 | 0,0725 | -183,497 | -115,577 | -152,672 |
| 16 | 0,0775 | -150,133 | -104,504 | -133,333 |
| 17 | 0,0825 | -116,770 | -88,970 | -109,061 |
| 18 | 0,0875 | -83,407 | -68,974 | -80,822 |
| 19 | 0,0925 | -50,044 | -44,518 | -49,676 |
| 20 | 0,0975 | -16,681 | -15,588 | -16,757 |

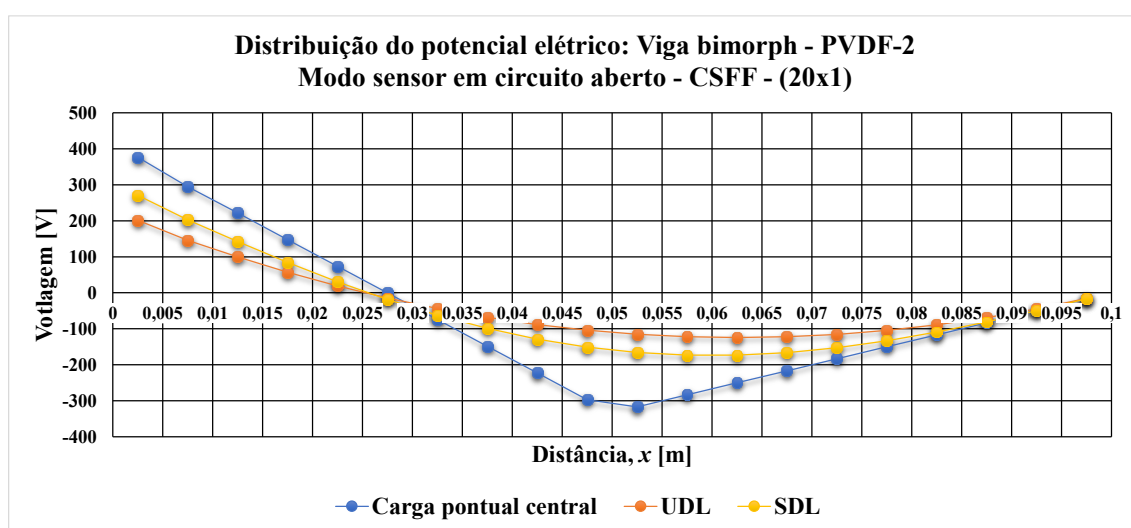


Figura B-13 - Representação gráfica do perfil de potenciais elétricos ao longo do comprimento de uma viga para os diversos esforços mecânicos aplicados: CSFF - [20x1] - PVDF (2).

Tabela B-13 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos esforços mecânicos: potencial elétrico em função do comprimento da viga – UDL: CSFFF, CSCFF.

| UDL: Sensor - PVDF (2) | | CSFFF | CSCFF |
|------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Elemento [20x1] | Localização x (m) | Voltagem Φ (V) | Voltagem Φ (V) |
| 1 | 0,0025 | -55,009 | 27,776 |
| 2 | 0,0075 | -43,625 | 9,192 |
| 3 | 0,0125 | -29,067 | -4,082 |
| 4 | 0,0175 | -9,857 | -13,020 |
| 5 | 0,0225 | 13,786 | -17,479 |
| 6 | 0,0275 | 41,897 | -17,479 |
| 7 | 0,0325 | 74,452 | -13,020 |
| 8 | 0,0375 | 111,579 | -4,082 |
| 9 | 0,0425 | 152,421 | 9,192 |
| 10 | 0,0475 | 202,742 | 27,776 |
| 11 | 0,0525 | 205,643 | 27,776 |
| 12 | 0,0575 | 161,125 | 9,192 |
| 13 | 0,0625 | 126,086 | -4,082 |
| 14 | 0,0675 | 94,761 | -13,020 |
| 15 | 0,0725 | 68,009 | -17,479 |
| 16 | 0,0775 | 45,701 | -17,479 |
| 17 | 0,0825 | 27,857 | -13,020 |
| 18 | 0,0875 | 14,474 | -4,082 |
| 19 | 0,0925 | 5,552 | 9,192 |
| 20 | 0,0975 | 1,091 | 27,776 |

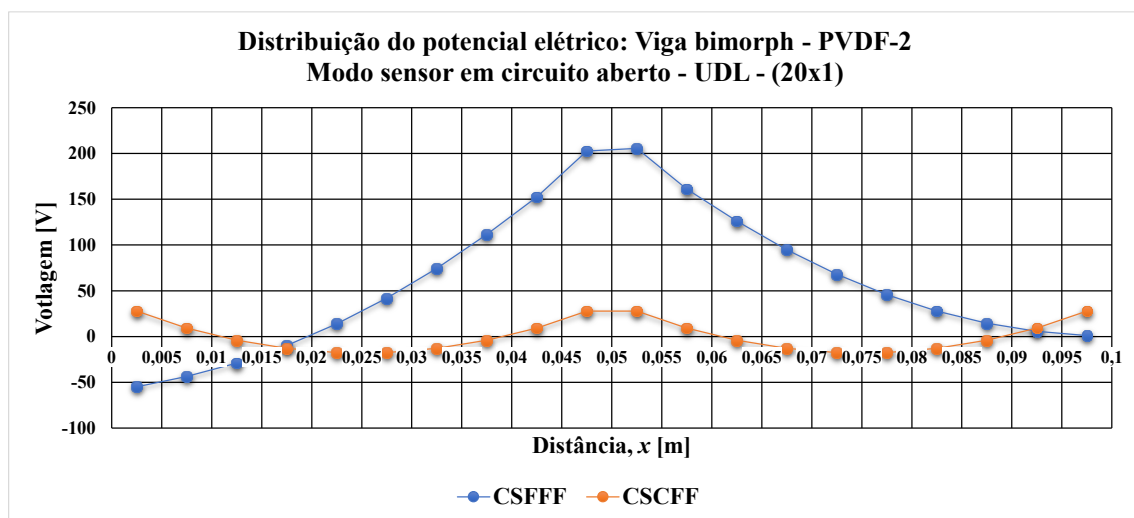


Figura B-14 - Representação gráfica do perfil de potenciais elétricos ao longo do comprimento de uma viga quando sujeita a uma carga UDL: CSFFF e CSCFF – [20x1] - PVDF (2).

Tabela B-14 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a diversos esforços mecânicos: potencial elétrico em função do comprimento da viga – SDL: CSFFF, CSCFF.

| SDL: Sensor - PVDF (2) | | CSFFF | CSCFF |
|------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Elemento [20x1] | Localização x (m) | Voltagem Φ (V) | Voltagem Φ (V) |
| 1 | 0,0025 | -2,468E-07 | 2,428E-07 |
| 2 | 0,0075 | -2,094E-07 | 1,030E-07 |
| 3 | 0,0125 | -1,624E-07 | -1,469E-08 |
| 4 | 0,0175 | -8,964E-08 | -1,083E-07 |
| 5 | 0,0225 | 1,722E-08 | -1,677E-07 |
| 6 | 0,0275 | 1,666E-07 | -1,845E-07 |
| 7 | 0,0325 | 3,656E-07 | -1,517E-07 |
| 8 | 0,0375 | 6,211E-07 | -6,284E-08 |
| 9 | 0,0425 | 9,320E-07 | 8,499E-08 |
| 10 | 0,0475 | 1,341E-06 | 3,061E-07 |
| 11 | 0,0525 | 1,354E-06 | 3,061E-07 |
| 12 | 0,0575 | 9,704E-07 | 8,499E-08 |
| 13 | 0,0625 | 6,852E-07 | -6,284E-08 |
| 14 | 0,0675 | 4,552E-07 | -1,517E-07 |
| 15 | 0,0725 | 2,818E-07 | -1,845E-07 |
| 16 | 0,0775 | 1,581E-07 | -1,677E-07 |
| 17 | 0,0825 | 7,679E-08 | -1,083E-07 |
| 18 | 0,0875 | 2,969E-08 | -1,469E-08 |
| 19 | 0,0925 | 7,626E-09 | 1,030E-07 |
| 20 | 0,0975 | 8,278E-10 | 2,428E-07 |

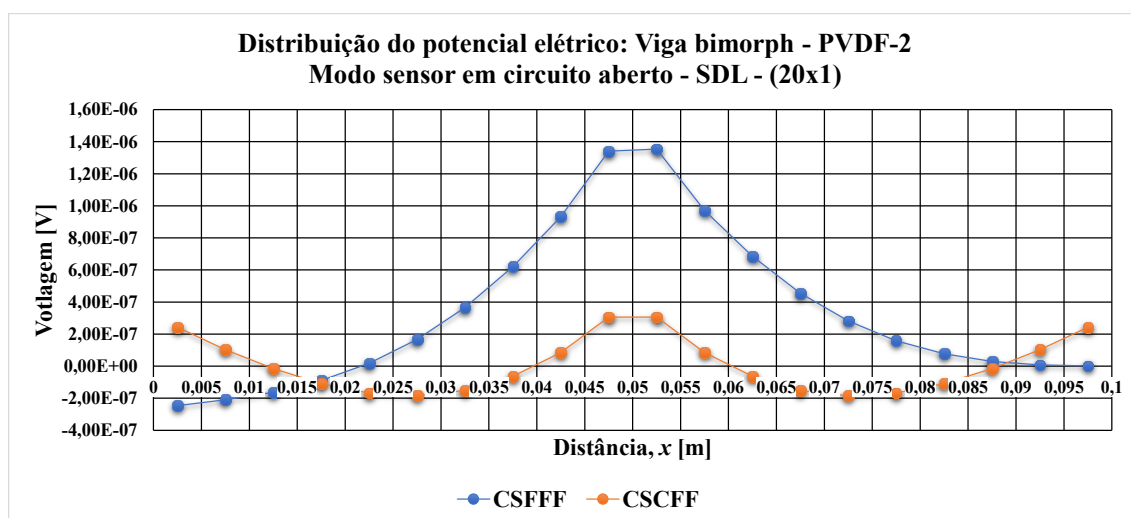


Figura B-15 - Representação gráfica do perfil de potenciais elétricos ao longo do comprimento de uma viga quando sujeita a uma carga SDL: CSFFF e CSCFF – [20x1] - PVDF (2).

Tabela B-15 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2) - PZT4) quando sujeita a diversos esforços mecânicos: potencial elétrico em função do comprimento da viga – CFFF.

| CFFF: Carga pontual final-Sensor | | $\delta_{\text{final}} = 16 \text{ (mm)}$ | $F = F_{\text{Bi-PVDF}}$ | $\delta_{\text{final}} = 16 \text{ (mm)}$ |
|----------------------------------|--------------|---|--------------------------------|---|
| Elemento [20x1] | Loc. x(m) | Bi-PVDF | PVDF-PZT4 | PVDF-PZT4 |
| | | Voltagem $\Phi \text{ (V)}$ | Voltagem $\Phi \text{ (V)}$ | Voltagem $\Phi \text{ (V)}$ |
| 1 | 0,0025 | 655,447 | 235,071 | 1363,411 |
| 2 | 0,0075 | 609,510 | 217,711 | 1262,722 |
| 3 | 0,0125 | 578,398 | 206,821 | 1199,564 |
| 4 | 0,0175 | 545,079 | 194,857 | 1130,173 |
| 5 | 0,0225 | 512,089 | 183,072 | 1061,818 |
| 6 | 0,0275 | 479,049 | 171,257 | 993,291 |
| 7 | 0,0325 | 446,017 | 159,447 | 924,792 |
| 8 | 0,0375 | 412,984 | 147,636 | 856,289 |
| 9 | 0,0425 | 379,950 | 135,825 | 787,786 |
| 10 | 0,0475 | 346,915 | 124,014 | 719,283 |
| 11 | 0,0525 | 313,881 | 112,203 | 650,780 |
| 12 | 0,0575 | 280,845 | 100,393 | 582,277 |
| 13 | 0,0625 | 247,809 | 88,582 | 513,774 |
| 14 | 0,0675 | 214,772 | 76,771 | 445,271 |
| 15 | 0,0725 | 181,734 | 64,960 | 376,768 |
| 16 | 0,0775 | 148,694 | 53,149 | 308,264 |
| 17 | 0,0825 | 115,655 | 41,339 | 239,764 |
| 18 | 0,0875 | 82,607 | 29,525 | 171,245 |
| 19 | 0,0925 | 49,599 | 17,731 | 102,837 |
| 20 | 0,0975 | 16,315 | 5,820 | 33,758 |

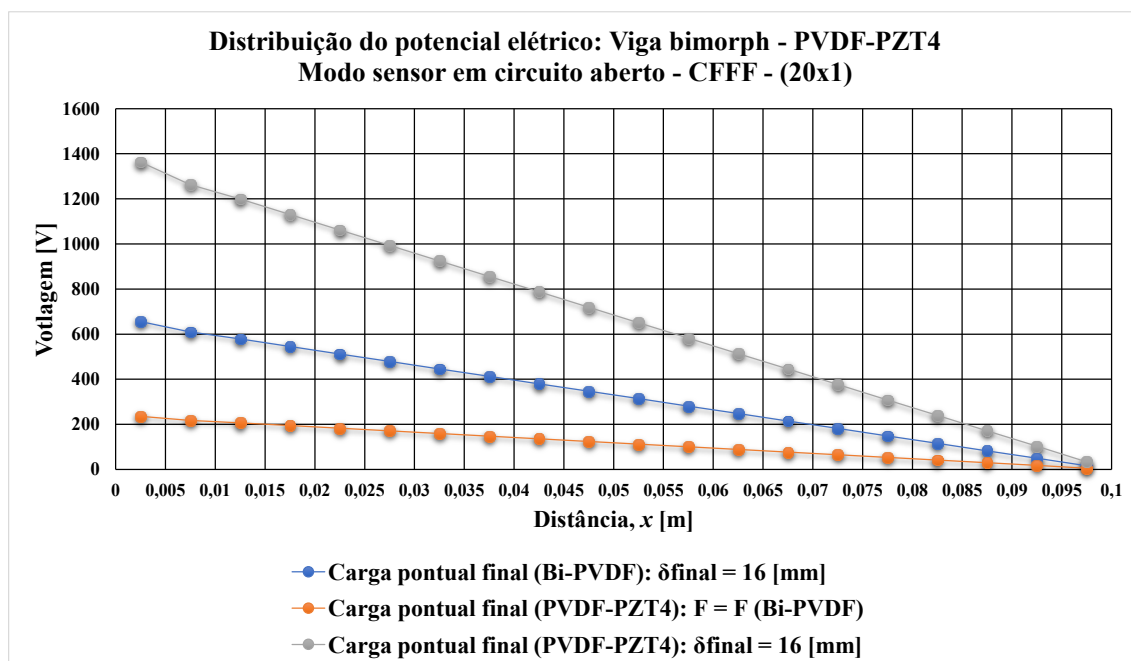


Figura B-16 - Representação gráfica do perfil de potenciais elétricos ao longo do comprimento de uma viga para os diversos esforços mecânicos aplicados: CFFF - [20x1] - PVDF (2)-PZT4.

Tabela B-16 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a uma carga pontual final: potencial elétrico em função do número de subcamadas numéricas – CFFF.

| CFFF: Carga pontual final – Sensor - PVDF (2) – [20x1] | | | | | | | | | | |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Distribuição da voltagem em espessura no elemento 1: Nr de subcamadas numéricas | | | | | | | | | | |
| Nr | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| 1 | 327,724 | 245,301 | 181,637 | 143,021 | 117,678 | 99,878 | 86,720 | 76,609 | 68,600 | 62,103 |
| 2 | -327,724 | 81,767 | 108,982 | 102,158 | 91,528 | 81,719 | 73,378 | 66,394 | 60,530 | 55,566 |
| 3 | | -81,767 | 36,327 | 61,295 | 65,377 | 63,559 | 60,037 | 56,180 | 52,459 | 49,029 |
| 4 | | -245,301 | -36,327 | 20,432 | 39,226 | 45,399 | 46,695 | 45,965 | 44,388 | 42,492 |
| 5 | | | -108,982 | -20,432 | 13,075 | 27,240 | 33,354 | 35,751 | 36,318 | 35,954 |
| 6 | | | -181,637 | -61,295 | -13,075 | 9,080 | 20,012 | 25,536 | 28,247 | 29,417 |
| 7 | | | | -102,158 | -39,226 | -9,080 | 6,671 | 15,322 | 20,177 | 22,880 |
| 8 | | | | -143,021 | -65,377 | -27,240 | -6,671 | 5,107 | 12,106 | 16,343 |
| 9 | | | | | -91,528 | -45,399 | -20,012 | -5,107 | 4,035 | 9,806 |
| 10 | | | | | -117,678 | -63,559 | -33,354 | -15,322 | -4,035 | 3,269 |
| 11 | | | | | | -81,719 | -46,695 | -25,536 | -12,106 | -3,269 |
| 12 | | | | | | -99,878 | -60,037 | -35,751 | -20,177 | -9,806 |
| 13 | | | | | | | -73,378 | -45,965 | -28,247 | -16,343 |
| 14 | | | | | | | -86,720 | -56,180 | -36,318 | -22,880 |
| 15 | | | | | | | | -66,394 | -44,388 | -29,417 |
| 16 | | | | | | | | -76,609 | -52,459 | -35,954 |
| 17 | | | | | | | | | -60,530 | -42,492 |
| 18 | | | | | | | | | -68,600 | -49,029 |
| 19 | | | | | | | | | | -55,566 |
| 20 | | | | | | | | | | -62,103 |

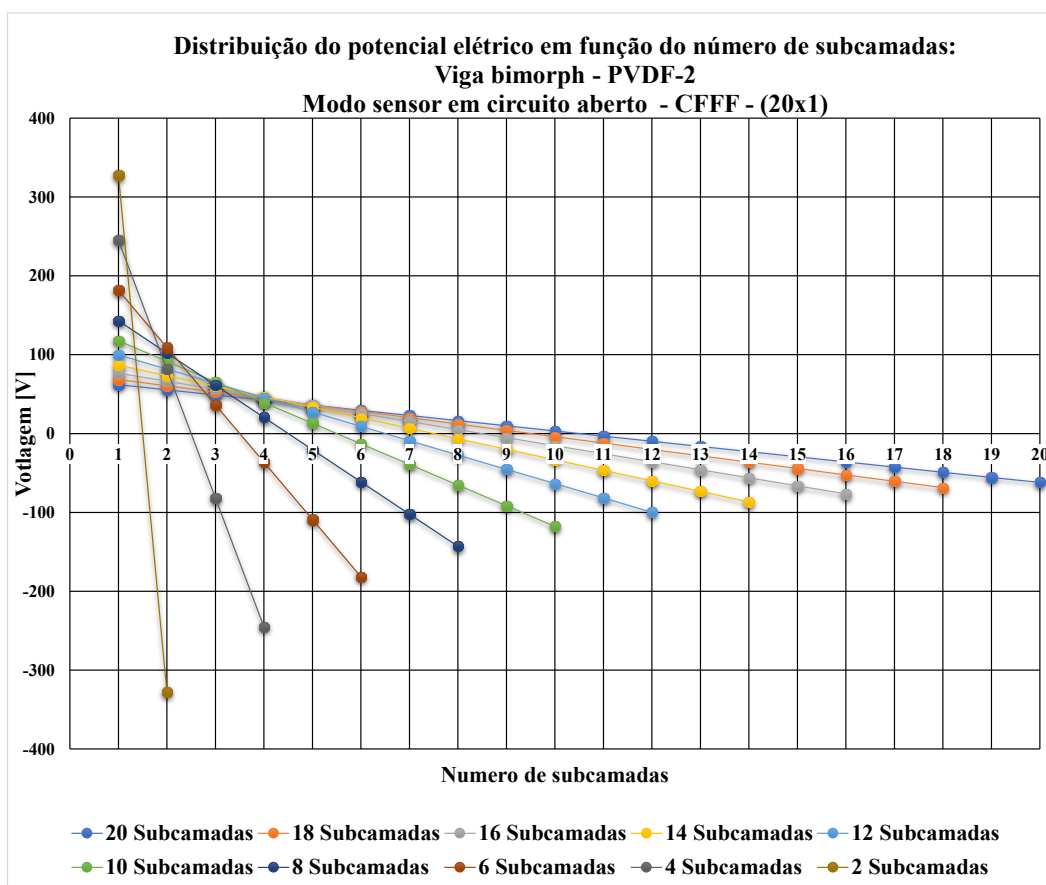


Figura B-17 - Representação gráfica do perfil de potenciais elétricos no primeiro elemento conforme o nr de subcamadas para uma carga pontual final: CFFF - [20x1] - PVDF (2).

Tabela B-17 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a uma carga UDL: potencial elétrico em função do número de subcamadas numéricas – CFFF.

| CFFF: UDL – Sensor - PVDF (2) – [20x1] | | | | | | | | | | |
|--|----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Distribuição da voltagem em espessura no elemento 1: Nr de subcamadas numéricas | | | | | | | | | | |
| Nr | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| 1 | 431,851 | 323,240 | 239,349 | 188,463 | 155,068 | 131,612 | 114,274 | 100,949 | 90,397 | 81,835 |
| 2 | -431,851 | 107,747 | 143,609 | 134,616 | 120,609 | 107,683 | 96,693 | 87,490 | 79,762 | 73,221 |
| 3 | | -107,747 | 47,870 | 80,770 | 86,149 | 83,753 | 79,112 | 74,030 | 69,127 | 64,607 |
| 4 | | -323,240 | -47,870 | 26,923 | 51,689 | 59,824 | 61,532 | 60,570 | 58,492 | 55,992 |
| 5 | | | -143,609 | -26,923 | 17,230 | 35,894 | 43,951 | 47,110 | 47,857 | 47,378 |
| 6 | | | -239,349 | -80,770 | -17,230 | 11,965 | 26,371 | 33,650 | 37,222 | 38,764 |
| 7 | | | | -134,616 | -51,689 | -11,965 | 8,790 | 20,190 | 26,587 | 30,150 |
| 8 | | | | -188,463 | -86,149 | -35,894 | -8,790 | 6,730 | 15,952 | 21,536 |
| 9 | | | | | -120,609 | -59,824 | -26,371 | -6,730 | 5,317 | 12,921 |
| 10 | | | | | -155,068 | -83,753 | -43,951 | -20,190 | -5,317 | 4,307 |
| 11 | | | | | | -107,683 | -61,532 | -33,650 | -15,952 | -4,307 |
| 12 | | | | | | -131,612 | -79,112 | -47,110 | -26,587 | -12,921 |
| 13 | | | | | | | -96,693 | -60,570 | -37,222 | -21,536 |
| 14 | | | | | | | -114,274 | -74,030 | -47,857 | -30,150 |
| 15 | | | | | | | | -87,490 | -58,492 | -38,764 |
| 16 | | | | | | | | -100,949 | -69,127 | -47,378 |
| 17 | | | | | | | | | -79,762 | -55,992 |
| 18 | | | | | | | | | -90,397 | -64,607 |
| 19 | | | | | | | | | | -73,221 |
| 20 | | | | | | | | | | -81,835 |

Tabela B-18 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a uma carga SDL: potencial elétrico em função do número de subcamadas numéricas – CFFF.

| CFFF: SDL – Sensor - PVDF (2) – [20x1] | | | | | | | | | | |
|--|----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Distribuição da voltagem em espessura no elemento 1: Nr de subcamadas numéricas | | | | | | | | | | |
| Nr | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| 1 | 469,827 | 351,665 | 260,396 | 205,035 | 168,705 | 143,186 | 124,322 | 109,827 | 98,346 | 89,032 |
| 2 | -469,827 | 117,222 | 156,238 | 146,454 | 131,215 | 117,152 | 105,196 | 95,183 | 86,776 | 79,660 |
| 3 | | -117,222 | 52,079 | 87,872 | 93,725 | 91,118 | 86,069 | 80,540 | 75,206 | 70,288 |
| 4 | | -351,665 | -52,079 | 29,291 | 56,235 | 65,085 | 66,943 | 65,896 | 63,636 | 60,916 |
| 5 | | | -156,238 | -29,291 | 18,745 | 39,051 | 47,816 | 51,252 | 52,066 | 51,545 |
| 6 | | | -260,396 | -87,872 | -18,745 | 13,017 | 28,690 | 36,609 | 40,495 | 42,173 |
| 7 | | | | -146,454 | -56,235 | -13,017 | 9,563 | 21,965 | 28,925 | 32,801 |
| 8 | | | | -205,035 | -93,725 | -39,051 | -9,563 | 7,322 | 17,355 | 23,429 |
| 9 | | | | | -131,215 | -65,085 | -28,690 | -7,322 | 5,785 | 14,058 |
| 10 | | | | | -168,705 | -91,118 | -47,816 | -21,965 | -5,785 | 4,686 |
| 11 | | | | | | -117,152 | -66,943 | -36,609 | -17,355 | -4,686 |
| 12 | | | | | | -143,186 | -86,069 | -51,252 | -28,925 | -14,058 |
| 13 | | | | | | | -105,196 | -65,896 | -40,495 | -23,429 |
| 14 | | | | | | | -124,322 | -80,540 | -52,066 | -32,801 |
| 15 | | | | | | | | -95,183 | -63,636 | -42,173 |
| 16 | | | | | | | | -109,827 | -75,206 | -51,545 |
| 17 | | | | | | | | | -86,776 | -60,916 |
| 18 | | | | | | | | | -98,346 | -70,288 |
| 19 | | | | | | | | | | -79,660 |
| 20 | | | | | | | | | | -89,032 |

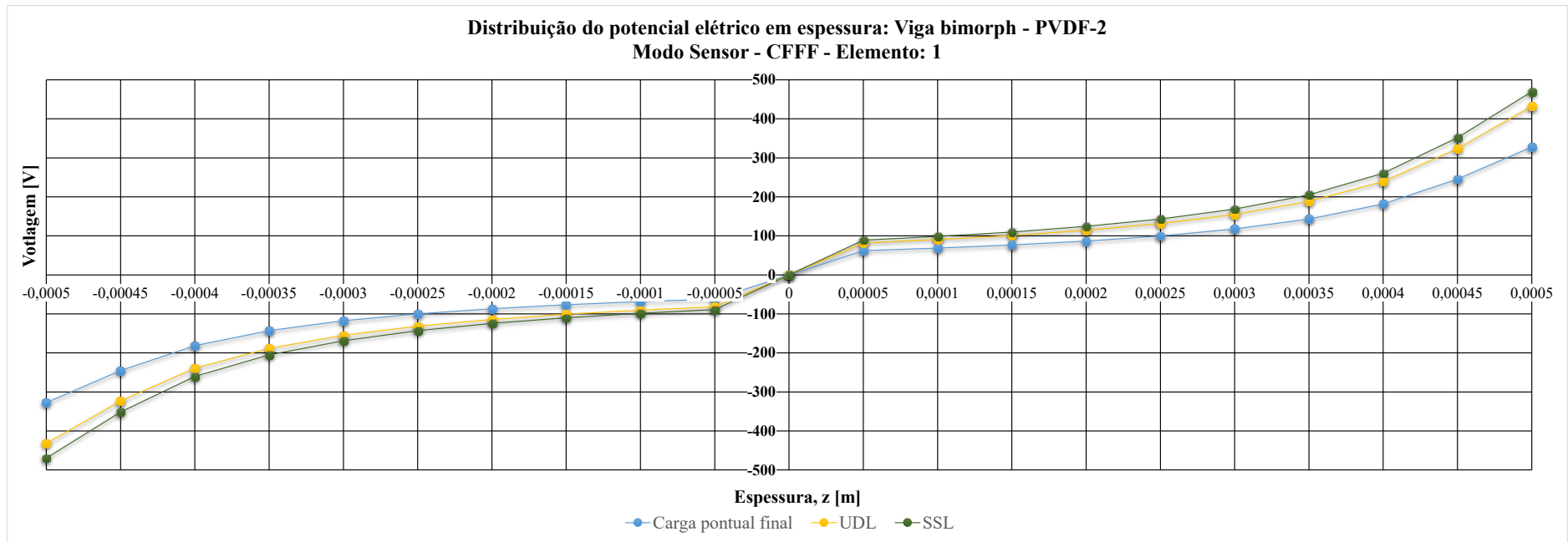


Figura B-18 - Representação gráfica do perfil de potenciais elétricos ao longo da espessura no elemento 1 para diversas cargas: CFFF - [20x1] - PVDF (2).

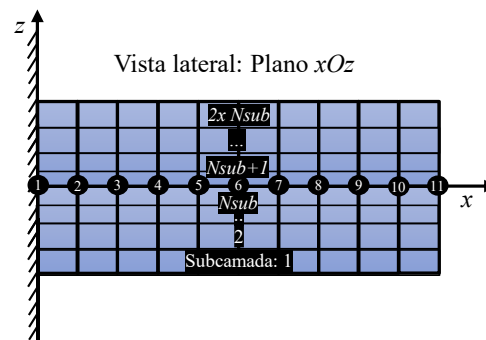


Figura B-19 - Representação gráfica da discretização em espessura através do aumento de subcamadas numéricas: CFFF - [20x1].

Tabela B-19 - Resposta de uma viga bimorph (PVDF (2)) quando sujeita a uma carga UDL: potencial elétrico em função do número de subcamadas numéricas – CFFF.

| Max Φ (V) | Modo: sensor – (20x20) | |
|----------------|------------------------|-----------------|
| | Carregamento | |
| MBCs | UDL | |
| SSSS | 103,436 | |
| (x,y) | (0,0525;0,0525) | |
| SSCC | 59,002 | |
| (x,y) | (0,0475;0,0475) | |
| SSCS | 80,544 | |
| (x,y) | (0,0525;0,0575) | |
| SSFF | 230,336 | |
| (x,y) | (0,0475;0,0025) | |
| SSFC | 173,528 | |
| (x,y) | (0,0475;0,0025) | |
| CCFF | 145,529 (min) | 74,572 (max) |
| (x,y) | (0,0975;0,0975) | (0,0475;0,0025) |
| CSFFF | 217,868 | 58,046 |
| (x,y) | (0,0525;0,0775) | (0,0025;0,0075) |
| CCSFFF | 29,949 | 18,476 |
| (x,y) | (0,0475;0,0925) | (0,0275;0,0475) |

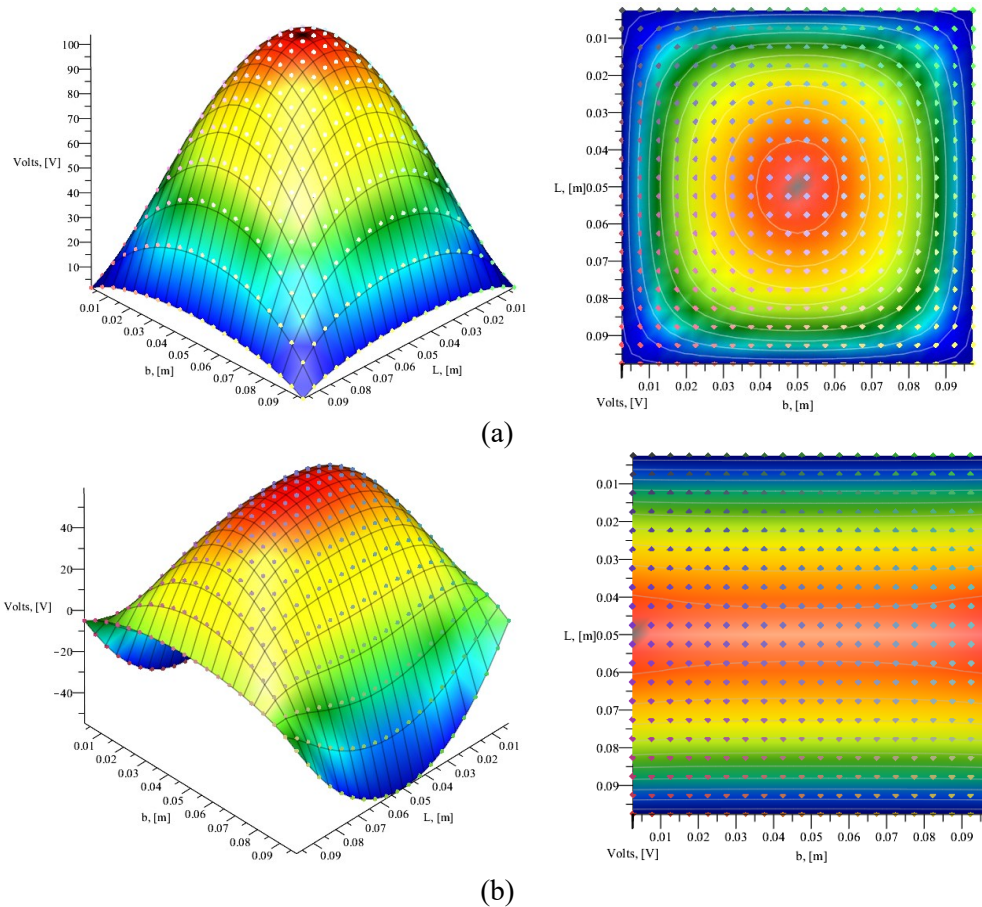
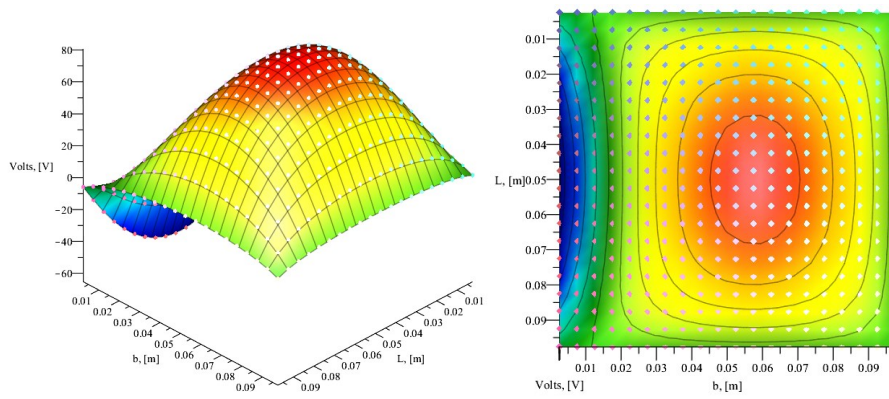
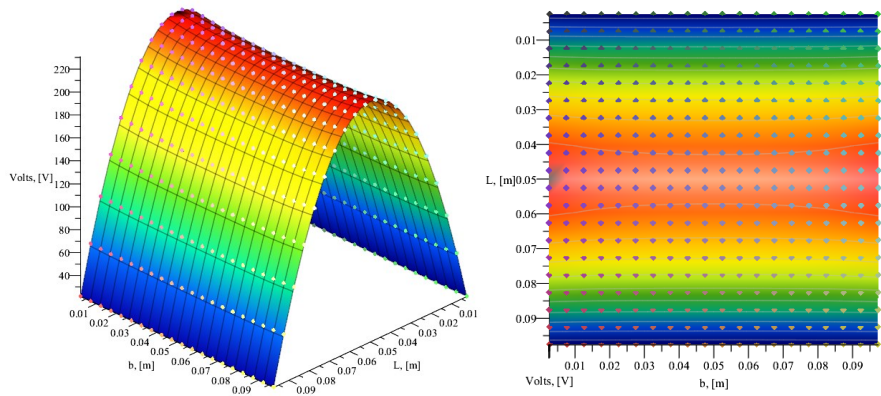


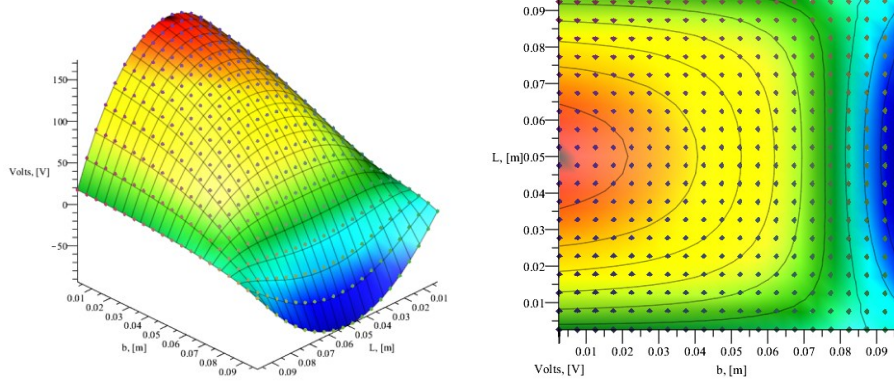
Figura B-20 - Representação gráfica dos potenciais elétricos para uma placa considerando uma carga UDL: (a) SSSS, (b) SSCC.



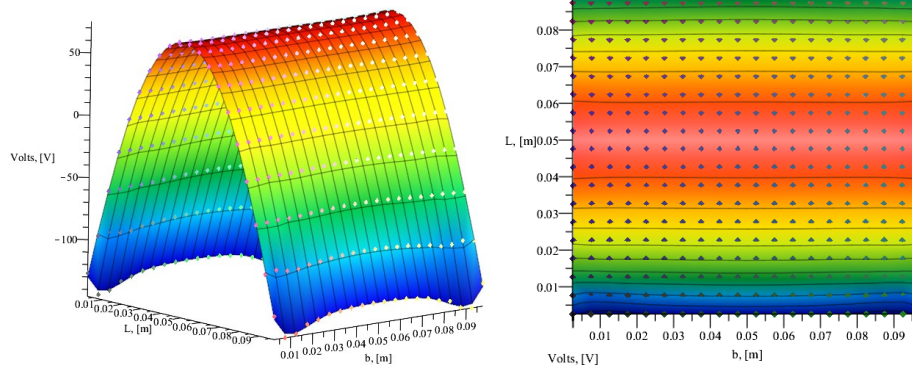
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura B-21 - Representação gráfica dos potenciais elétricos para uma placa considerando uma carga UDL: (a) SSCS, (b) SSFF, (c) SSFC, (d) CCFE.

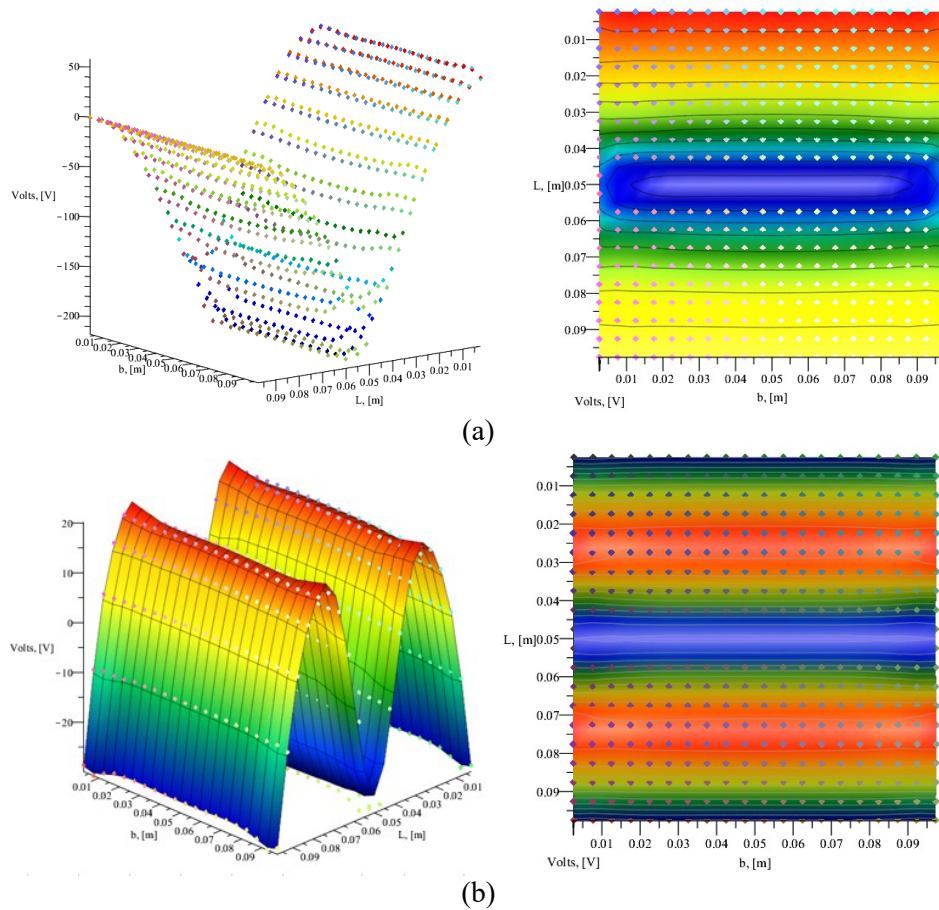


Figura B-22 - Representação gráfica dos potenciais elétricos para uma placa considerando uma carga UDL: (a) CSFFF, (b) CSCFF.

EP3. Esquemas de laminação em placas laminadas híbridas: localização das camadas piezoelétricas.

Dimensões da Placa: $h_{camada-Gr/Ep}=3E-3$ (m), $h_{camada-PZT-4}=40E-6$ (m), $h_{total}=4x3E-3+2x40E-6$ (m), $L/h=20$. ($L=b$).

Carregamento mecânico SDL: $q_{0,SDL}=1 \sin(\pi x/L) \sin(\pi y/b)$ – Modo sensor.

Potencial elétrico uniforme: 1V para cada camada – Modo atuador.

Tabela B-20- Propriedades dos materiais utilizados no EP3: Gr/Ep, PZT-4.

| Propriedade | Gr/Ep | PZT-4 |
|------------------------------|------------|------------|
| Q_{11} (Pa) | 1,3486E+11 | 1,3850E+11 |
| Q_{12} (Pa) | 5,1582E+9 | 7,7371E+10 |
| Q_{13} (Pa) | 5,1582E+9 | 7,3643E+10 |
| Q_{22} (Pa) | 1,4357E+10 | 1,3850E+11 |
| Q_{23} (Pa) | 7,1356E+9 | 7,3643E+10 |
| Q_{33} (Pa) | 1,4357E+10 | 1,1475E+11 |
| Q_{44} (Pa) | 3,6100E+9 | 2,5600E+10 |
| Q_{45} (Pa) | 0 | 0 |
| Q_{55} (Pa) | 5,6500E+9 | 2,5600E+10 |
| Q_{66} (Pa) | 5,65E+9 | 3,0600E+10 |
| e_{31} (C/m ²) | - | -5,20 |
| e_{32} (C/m ²) | - | -5,20 |
| e_{33} (C/m ²) | - | 15,08 |
| ϵ_{11} (F/m) | - | 1,3060E-8 |
| ϵ_{22} (F/m) | - | 1,3060E-8 |
| ϵ_{33} (F/m) | - | 1,1510E-8 |
| ρ (kg/m ³) | 1 | 1 |

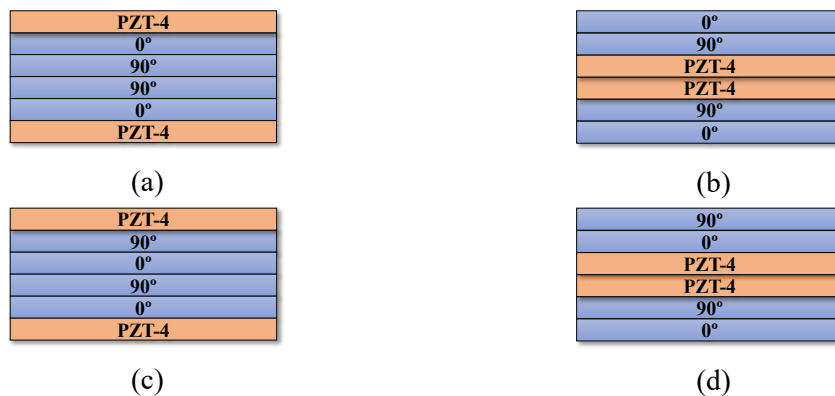


Figura B-23 - Representação esquemática dos esquemas de laminação cross-ply considerados: (a) Laminado simétrico (config. externa); (b) Laminado simétrico (config. interna); (c) Laminado antissimétrico (config. externa); (d) Laminado antissimétrico (config. interna).

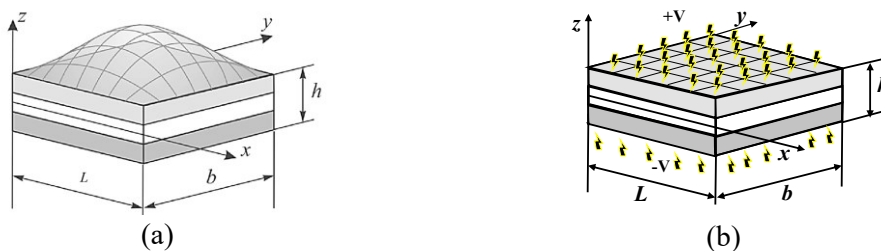


Figura B-24 - Representação esquemática das solicitações consideradas: (a) Carregamento SDL, adaptado de [283]; (b) Potencial uniforme.

Tabela B-21 - Resposta estática adimensional de placas laminadas híbridas, considerando diversos esquemas de laminação, quando sujeita a solicitações: mecânicas (SDL) – modo sensor aberto e fechado; elétricas (uniforme).

| Deslocamentos adimensionais máximos e respetiva localização adimensional, \bar{w} | | | | | | | | | | | | |
|---|-----------------|----------|----------|-----------------|----------|----------|-----------------|----------|---------|-----------------|----------|----------|
| Lam | [p/0/90/90/0/p] | | | [0/90/p/p/90/0] | | | [p/0/90/0/90/p] | | | [0/90/p/p/0/90] | | |
| MBCs | | | | | | | | | | | | |
| EBCs | CC | OC | A | CC | OC | A | CC | OC | A | CC | OC | A |
| SSSS | 0,798 | 0,795 | 2,453 | 0,815 | 0,815 | 0,008 | 0,884 | 0,881 | 2,843 | 0,905 | 0,905 | 0,010 |
| (x;y;0) | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 |
| SSCC | 0,523 | 0,522 | 0,774 | 0,538 | 0,538 | 0,003 | 0,390 | 0,388 | 0,540 | 0,394 | 0,394 | 0,002 |
| (x;y;0) | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,6;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,55;0,5 |
| SSCS | 0,660 | 0,658 | 1,779 | 0,677 | 0,677 | 0,006 | 0,588 | 0,586 | 1,526 | 0,599 | 0,590 | 0,005 |
| (x;y;0) | 0,5;0,55 | 0,5;0,55 | 0,5;0,65 | 0,5;0,55 | 0,5;0,55 | 0,5;0,65 | 0,5;0,55 | 0,5;0,55 | 0,5;0,6 | 0,5;0,55 | 0,5;0,55 | 0,5;0,6 |
| SSFF | 0,884 | 0,882 | 2,378 | 0,890 | 0,890 | 0,008 | 1,466 | 1,462 | 3,507 | 1,479 | 1,480 | 0,012 |
| (x;y;0) | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 |
| SSFC | 0,758 | 0,756 | 1,639 | 0,766 | 0,766 | 0,006 | 1,285 | 1,284 | 1,889 | 1,230 | 1,230 | 0,006 |
| (x;y;0) | 0,5;0,35 | 0,5;0,35 | 0,5;0,4 | 0,5;0,35 | 0,5;0,35 | 0,5;0,4 | 0,5;0,35 | 0,5;0,35 | 0,5;0,3 | 0,5;0,35 | 0,5;0,35 | 0,5;0,3 |
| CCFF | 0,271 | 0,270 | 1,429 | 0,272 | 0,272 | 0,004 | 0,402 | 0,401 | 1,165 | 0,405 | 0,405 | 0,004 |
| (x;y;0) | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;1,0 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;1,0 | 0,5;0,5 | 0,5;0,5 | 0,5;0 |

Nota: $\bar{w} = \frac{100wE_2h^3}{q_0L^4}$ (modo sensor); $\bar{w} = \frac{wE_2h^2}{Vd_{31}L^2}$ (modo atuador).

Tabela B-22 - Resposta dinâmica adimensional de placas laminadas híbridas, considerando diversos esquemas de laminação, em vibração livre.

| Frequências naturais $\bar{\omega}$ associadas aos primeiros 3 modos de vibração | | | | | | | | | |
|--|------|-----------------|---------|-----------------|---------|-----------------|---------|-----------------|---------|
| Lam | Modo | [p/0/90/90/0/p] | | [0/90/p/p/90/0] | | [p/0/90/0/90/p] | | [0/90/p/p/0/90] | |
| MBCs | | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC |
| EBCs | | | | | | | | | |
| SSSS | 1 | 184,899 | 185,159 | 182,912 | 182,912 | 175,571 | 175,847 | 173,489 | 173,489 |
| | 2 | 362,446 | 363,242 | 355,440 | 355,440 | 467,628 | 467,197 | 464,258 | 464,278 |
| | 3 | 583,235 | 583,626 | 581,801 | 581,801 | 467,628 | 467,197 | 464,258 | 464,278 |
| SSCC | 1 | 238,197 | 238,602 | 235,011 | 235,011 | 276,082 | 276,400 | 274,306 | 274,320 |
| | 2 | 491,210 | 492,203 | 482,825 | 482,825 | 514,217 | 514,807 | 510,897 | 510,924 |
| | 3 | 603,433 | 603,894 | 601,338 | 601,338 | 642,096 | 642,685 | 639,190 | 639,226 |
| SSCS | 1 | 206,475 | 206,801 | 203,910 | 203,910 | 218,872 | 219,170 | 216,892 | 216,898 |
| | 2 | 423,438 | 424,336 | 415,717 | 415,717 | 486,572 | 447,157 | 483,117 | 483,139 |
| | 3 | 591,460 | 591,882 | 589,704 | 589,704 | 553,525 | 554,109 | 550,394 | 550,424 |
| SSFF | 1 | 150,903 | 150,970 | 151,076 | 151,076 | 111,975 | 112,083 | 111,674 | 111,686 |
| | 2 | 168,102 | 168,173 | 166,927 | 166,927 | 134,875 | 134,971 | 132,940 | 132,949 |
| | 3 | 271,861 | 272,248 | 266,543 | 266,543 | 314,307 | 314,638 | 310,541 | 310,556 |
| SSFC | 1 | 159,202 | 159,279 | 158,830 | 158,830 | 126,950 | 127,052 | 126,070 | 126,082 |
| | 2 | 254,916 | 255,307 | 250,585 | 250,585 | 292,880 | 293,202 | 289,979 | 289,992 |
| | 3 | 381,386 | 381,386 | 381,386 | 381,386 | 381,386 | 381,386 | 381,386 | 381,386 |
| CCFF | 1 | 309,533 | 309,653 | 309,780 | 309,780 | 240,144 | 240,356 | 239,540 | 239,564 |
| | 2 | 317,616 | 317,735 | 317,186 | 317,186 | 252,085 | 252,287 | 250,575 | 250,596 |
| | 3 | 380,795 | 381,130 | 377,290 | 377,290 | 380,125 | 380,494 | 376,677 | 376,700 |

Nota: $\bar{\omega} = (\omega L^2 / (h\sqrt{\rho}10^3)) \text{ Hz(Kg/m)}^{1/2}$

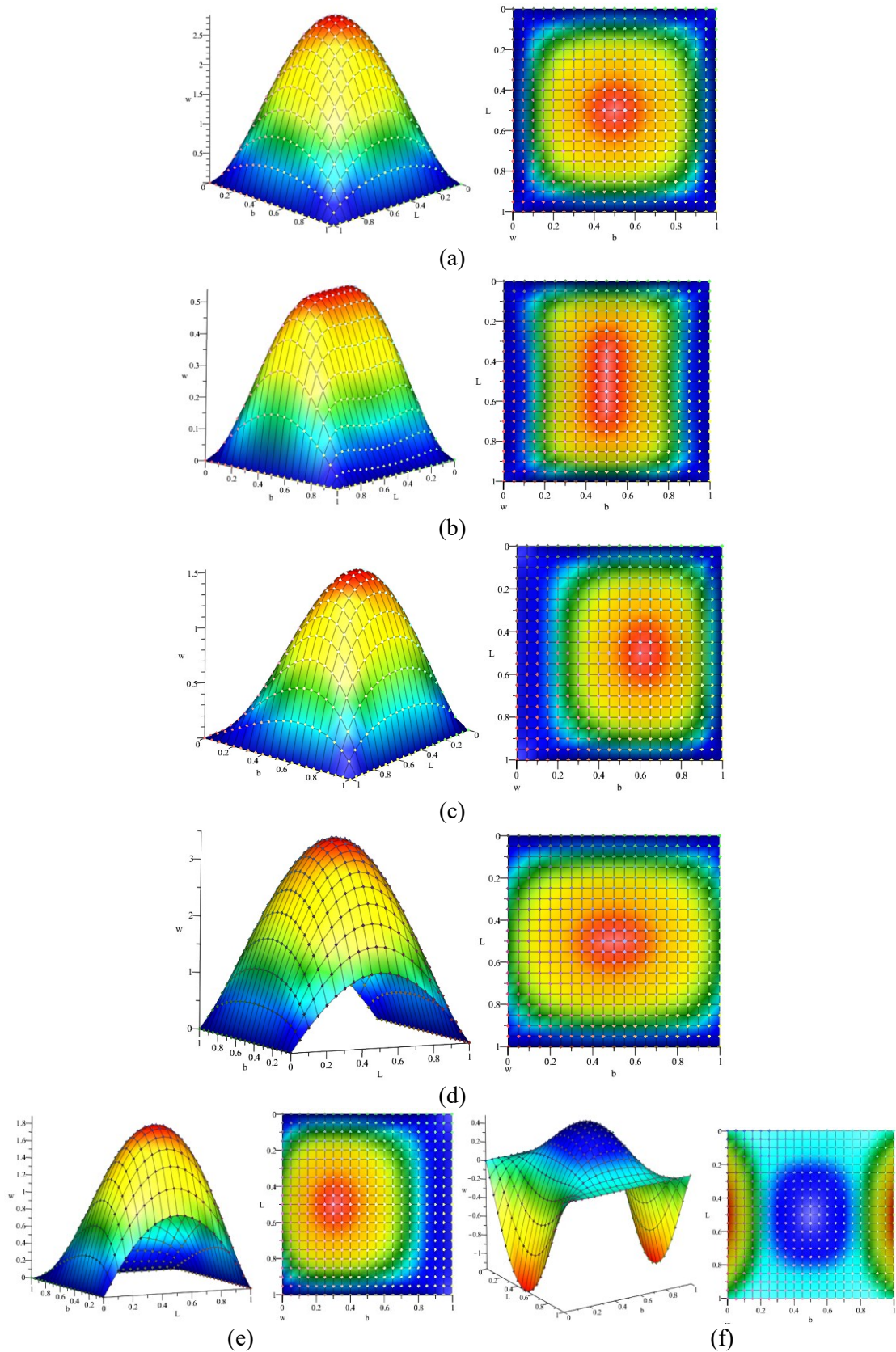


Figura B-25 - Representação gráfica das deformações no modo atuador em função das CFs do laminado simétrico (config. exterior): (a) SSSS; (b) SSCC; (c) SSCS; (d) SSFF; (e) SSFC; (f) CCFE.

EP4. Esquemas de laminação em placas laminadas híbridas: QUAD vs DD

Dimensões da Placa: $h_{\text{camada-elastica}}=1/8000$ (m), $h_{\text{camada-PZT-4}}=0,5E-3$ (m), $h_{\text{total}}=9E-3+2 \times 0,5E-3$ (m), $L/h=30$ ($L=b$).

Laminado QUAD: $[0_3/45/90_2/-45_3/0/-45/45_2/90/45/-45/0/45]_{2S}$ – Total de 72 camadas.

Laminado DD: $[\Phi, \psi]=[\pm 64, \pm 14]$ (Equivalente em D*); $[\Phi, \psi]=[\pm 62, \pm 20]$ (Equivalente em A*).

Potencial elétrico uniforme: 25V para cada camada – Modo atuador.

Tabela B-23 - Propriedades dos materiais utilizados no EP4: IM6/Epoxy, PZT-4.

| Propriedade | IM6/Epoxy | PZT-4 |
|------------------------------|------------|------------|
| Q_{11} (Pa) | 2,0742E+11 | 1,3850E+11 |
| Q_{12} (Pa) | 6,9096E+9 | 7,7371E+10 |
| Q_{13} (Pa) | 6,9096E+9 | 7,3643E+10 |
| Q_{22} (Pa) | 1,4606E+10 | 1,3850E+11 |
| Q_{23} (Pa) | 6,9867E+9 | 7,3643E+10 |
| Q_{33} (Pa) | 1,4606E+10 | 1,1475E+11 |
| Q_{44} (Pa) | 3,8095E+9 | 2,5600E+10 |
| Q_{45} (Pa) | 0 | 0 |
| Q_{55} (Pa) | 8,4000E+9 | 2,5600E+10 |
| Q_{66} (Pa) | 8,40E+9 | 3,0600E+10 |
| e_{31} (C/m ²) | - | -5,20 |
| e_{32} (C/m ²) | - | -5,20 |
| e_{33} (C/m ²) | - | 15,08 |
| ϵ_{11} (F/m) | - | 1,3060E-8 |
| ϵ_{22} (F/m) | - | 1,3060E-8 |
| ϵ_{33} (F/m) | - | 1,1510E-8 |
| ρ (kg/m ³) | 1536 | 7600 |

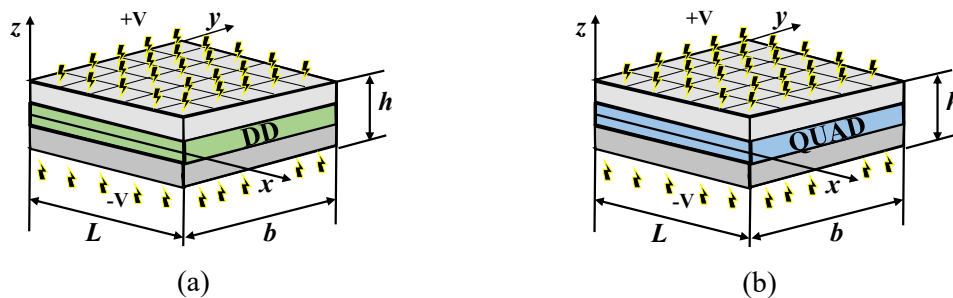


Figura B-26- Representação esquemática dos esquemas de laminação considerados: (a) Double-Double; (b) QUAD.

Tabela B-24 - Resposta estática de placas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD-[Φ, ψ]=[±64,±14]) e diversas CFs em modo atuador.

| Estática – Deslocamento máximo (μm) e localização (m) - [61;14] | | | | | | | | | | |
|---|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|--------|---------------|------|
| Lam | [p/QUAD/p] | Stagg1 | Stagg2 | Stagg3 | Stagg4 | Paired1 | Paired2 | Média | Desvio Padrão | CV% |
| MBCs | | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | | | |
| SSSS | 3,257 | 3,248 | 3,250 | 3,250 | 3,251 | 3,248 | 3,248 | 3,250 | 0,003 | 0,10 |
| (x,y,0) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | | | |
| SSCC | 0,805 | 0,805 | 0,806 | 0,805 | 0,805 | 0,806 | 0,806 | 0,805 | 0,0002 | 0,03 |
| (x,y,0) | (0,165;0,150) | (0,165;0,150) | (0,165;0,150) | (0,165;0,150) | (0,165;0,150) | (0,165;0,150) | (0,165;0,150) | | | |
| SSCS | 2,014 | 2,010 | 2,012 | 2,010 | 2,011 | 2,011 | 2,010 | 2,011 | 0,001 | 0,06 |
| (x,y,0) | (0,15;0,195) | (0,15;0,195) | (0,15;0,195) | (0,15;0,195) | (0,15;0,195) | (0,15;0,195) | (0,15;0,195) | | | |
| SSFF | 4,710 | 4,713 | 4,717 | 4,719 | 4,722 | 4,715 | 4,714 | 4,716 | 0,004 | 0,08 |
| (x,y,0) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | | | |
| SSFC | 2,523 | 2,522 | 2,524 | 2,523 | 2,525 | 2,522 | 2,522 | 2,523 | 0,001 | 0,04 |
| (x,y,0) | (0,15;0,09) | (0,15;0,09) | (0,15;0,09) | (0,15;0,09) | (0,15;0,09) | (0,15;0,09) | (0,15;0,09) | | | |
| CCFF | -1,717 | -1,716 | -1,716 | -1,716 | -1,716 | -1,716 | -1,716 | -1,716 | 0,001 | 0,03 |
| (x,y,0) | (0,15;0) | (0,15;0) | (0,15;0) | (0,15;0) | (0,15;0) | (0,15;0) | (0,15;0) | | | |

Tabela B-25 - Resposta estática de placas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD-[Φ, ψ]=[±62,±20]) e diversas CFs em modo atuador.

| Estática – Deslocamento máximo (μm) e localização (m) - [62;20] | | | | | | | | | | |
|---|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------|---------------|------|
| Lam | [p/QUAD/p] | Stagg1 | Stagg2 | Stagg3 | Stagg4 | Paired1 | Paired2 | Média | Desvio Padrão | CV% |
| MBCs | | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | | | |
| SSSS | 3,257 | 3,144 | 3,146 | 3,145 | 3,147 | 3,144 | 3,143 | 3,161 | 0,042 | 1,34 |
| (x,y,0) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | | | |
| SSCC | 0,805 | 0,771 | 0,772 | 0,771 | 0,771 | 0,771 | 0,771 | 0,776 | 0,013 | 1,66 |
| (x,y,0) | (0,18;0,15) | (0,18;0,15) | (0,18;0,15) | (0,18;0,15) | (0,18;0,15) | (0,18;0,15) | (0,18;0,15) | | | |
| SSCS | 2,014 | 1,931 | 1,932 | 1,931 | 1,932 | 1,931 | 1,931 | 1,943 | 0,031 | 1,60 |
| (x,y,0) | (0,15;0,195) | (0,15;0,195) | (0,15;0,195) | (0,15;0,195) | (0,15;0,195) | (0,15;0,195) | (0,15;0,195) | | | |
| SSFF | 4,710 | 4,982 | 4,986 | 4,988 | 4,991 | 4,983 | 4,982 | 4,946 | 0,104 | 2,10 |
| (x,y,0) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | | | |
| SSFC | 2,523 | 2,533 | 2,536 | 2,535 | 2,537 | 2,534 | 2,534 | 2,533 | 0,005 | 0,18 |
| (x,y,0) | (0,15;0,09) | (0,15;0,09) | (0,15;0,09) | (0,15;0,09) | (0,15;0,09) | (0,15;0,09) | (0,15;0,09) | | | |
| CCFF | -1,717 | -1,700 | -1,700 | -1,700 | -1,700 | -1,700 | -1,700 | -1,702 | 0,006 | 0,38 |
| (x,y,0) | (0,15;0) | (0,15;0) | (0,15;0) | (0,15;0) | (0,15;0) | (0,15;0) | (0,15;0) | | | |

Tabela B-26 - Resposta dinâmica de placas laminadas híbridas, considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 64, \pm 14]$) e diversas CFs em vibração livre.

| Frequências naturais ω associadas aos primeiros 3 modos de vibração (Hz) - [61;14] | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------------|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------------|-------|---------------|---------------|-------|
| M B Cs | $\bar{\omega}$ | [p/QUAD/p] | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | | OC | | | CC | | | |
| | | EBCs | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | Média | Desvio Padrão | CV% | Média | Desvio Padrão | CV % |
| | | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | Média | Desvio Padrão | CV% | Média |
| S S S | 1 | 638,788 | 632,547 | 639,458 | 633,226 | 639,292 | 633,056 | 639,373 | 633,139 | 639,248 | 633,011 | 639,456 | 633,223 | 639,497 | 633,266 | 639,302 | 0,244 | 0,04 | 633,067 | 0,248 | 0,04 |
| | 2 | 1518,673 | 1503,099 | 1519,339 | 1503,793 | 1518,958 | 1503,405 | 1519,687 | 1504,143 | 1519,401 | 1503,852 | 1519,049 | 1503,497 | 1519,144 | 1503,594 | 1519,179 | 0,331 | 0,02 | 1503,626 | 0,339 | 0,02 |
| | 3 | 1647,831 | 1633,711 | 1648,110 | 1633,978 | 1647,616 | 1633,475 | 1647,497 | 1633,358 | 1647,126 | 1632,981 | 1647,675 | 1633,536 | 1647,799 | 1633,662 | 1647,665 | 0,307 | 0,02 | 1633,529 | 0,312 | 0,02 |
| S S C | 1 | 894,281 | 885,384 | 894,208 | 885,326 | 893,973 | 885,087 | 894,331 | 885,450 | 894,155 | 885,270 | 894,017 | 885,131 | 894,076 | 885,191 | 894,149 | 0,134 | 0,01 | 885,263 | 0,134 | 0,02 |
| | 2 | 1776,863 | 1761,543 | 1777,198 | 1761,889 | 1776,692 | 1761,373 | 1776,748 | 1761,433 | 1776,368 | 1761,046 | 1776,661 | 1761,343 | 1776,788 | 1761,472 | 1776,760 | 0,249 | 0,01 | 1761,443 | 0,252 | 0,01 |
| | 3 | 2056,261 | 2036,253 | 2054,178 | 2034,213 | 2053,771 | 2033,798 | 2054,710 | 2034,752 | 2054,404 | 2034,441 | 2053,775 | 2033,800 | 2053,876 | 2033,903 | 2054,425 | 0,882 | 0,04 | 2034,451 | 0,870 | 0,04 |
| S S C | 1 | 748,049 | 740,635 | 748,460 | 741,057 | 748,259 | 740,852 | 748,474 | 741,070 | 748,323 | 740,916 | 748,363 | 740,958 | 748,413 | 741,009 | 748,334 | 0,147 | 0,02 | 740,928 | 0,151 | 0,02 |
| | 2 | 1703,706 | 1688,996 | 1704,825 | 1690,159 | 1704,327 | 1689,653 | 1704,284 | 1689,612 | 1703,910 | 1689,232 | 1704,346 | 1689,673 | 1704,470 | 1689,799 | 1704,267 | 0,366 | 0,02 | 1689,589 | 0,379 | 0,02 |
| | 3 | 1773,518 | 1755,778 | 1772,214 | 1754,462 | 1771,813 | 1754,054 | 1772,653 | 1754,906 | 1772,353 | 1754,600 | 1771,871 | 1754,112 | 1771,972 | 1754,215 | 1772,342 | 0,597 | 0,03 | 1754,590 | 0,603 | 0,03 |
| S S F | 1 | 338,330 | 336,355 | 337,781 | 335,807 | 337,746 | 335,771 | 337,575 | 335,599 | 337,549 | 335,572 | 337,766 | 335,791 | 337,774 | 335,800 | 337,789 | 0,258 | 0,08 | 335,813 | 0,258 | 0,08 |
| | 2 | 524,250 | 522,701 | 524,987 | 523,445 | 524,905 | 523,360 | 524,883 | 523,340 | 524,822 | 523,276 | 524,984 | 523,441 | 525,004 | 523,462 | 524,834 | 0,266 | 0,05 | 523,289 | 0,268 | 0,05 |
| | 3 | 1130,723 | 1123,153 | 1132,372 | 1124,825 | 1132,177 | 1124,625 | 1132,464 | 1124,917 | 1132,317 | 1124,767 | 1132,328 | 1124,778 | 1132,377 | 1124,828 | 1132,108 | 0,617 | 0,05 | 1124,556 | 0,625 | 0,06 |
| S S F | 1 | 423,630 | 421,518 | 423,592 | 421,482 | 423,508 | 421,395 | 423,439 | 421,327 | 423,376 | 421,262 | 423,553 | 421,441 | 423,574 | 421,463 | 423,525 | 0,090 | 0,02 | 421,413 | 0,091 | 0,02 |
| | 2 | 1018,901 | 1010,886 | 1019,772 | 1011,775 | 1019,546 | 1011,545 | 1019,887 | 1011,890 | 1019,718 | 1011,718 | 1019,647 | 1011,647 | 1019,703 | 1011,705 | 1019,596 | 0,324 | 0,03 | 1011,595 | 0,330 | 0,03 |
| | 3 | 1423,920 | 1414,984 | 1422,837 | 1413,887 | 1422,571 | 1413,612 | 1422,210 | 1413,254 | 1422,010 | 1413,047 | 1422,338 | 1413,378 | 1422,405 | 1413,447 | 1422,613 | 0,633 | 0,04 | 1413,659 | 0,642 | 0,05 |
| C C F | 1 | 762,054 | 756,759 | 761,328 | 756,021 | 761,205 | 755,895 | 760,959 | 755,649 | 760,867 | 755,554 | 761,062 | 755,750 | 761,093 | 755,781 | 761,224 | 0,396 | 0,05 | 755,915 | 0,402 | 0,05 |
| | 2 | 871,874 | 867,388 | 872,091 | 867,603 | 871,902 | 867,409 | 871,770 | 867,278 | 871,628 | 867,133 | 871,820 | 867,327 | 871,867 | 867,376 | 871,851 | 0,140 | 0,02 | 867,359 | 0,142 | 0,02 |
| | 3 | 1347,905 | 1339,180 | 1349,459 | 1340,742 | 1349,145 | 1340,421 | 1349,423 | 1340,703 | 1349,187 | 1340,462 | 1349,179 | 1340,457 | 1349,257 | 1340,537 | 1349,079 | 0,532 | 0,04 | 1340,358 | 0,534 | 0,04 |

Tabela B-27 - Resposta dinâmica de placas laminadas híbridas, considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 62, \pm 20]$) e diversas CFs em vibração livre.

| Frequências naturais ω associadas aos primeiros 3 modos de vibração (Hz) - [62;20] | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------------|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------------|------|----------|---------------|------|
| M B Cs | $\bar{\omega}$ | [p/QUAD/p] | | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | | CC | | | OC | | |
| | | EBCs | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | Média | Desvio Padrão | CV% | Média | Desvio Padrão | CV % |
| | | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC |
| S | 1 | 638,788 | 632,547 | 648,457 | 642,321 | 648,246 | 642,106 | 648,375 | 642,237 | 648,216 | 642,075 | 648,450 | 642,313 | 648,503 | 642,367 | 647,005 | 3,625 | 0,56 | 640,852 | 3,664 | 0,57 |
| S | 2 | 1518,673 | 1503,099 | 1552,953 | 1537,804 | 1552,439 | 1537,281 | 1553,271 | 1538,124 | 1552,885 | 1537,732 | 1552,626 | 1537,472 | 1552,754 | 1537,601 | 1547,943 | 12,909 | 0,83 | 1532,730 | 13,069 | 0,85 |
| S | 3 | 1647,831 | 1633,711 | 1628,088 | 1613,758 | 1627,491 | 1613,151 | 1627,539 | 1613,203 | 1627,092 | 1612,749 | 1627,675 | 1613,338 | 1627,825 | 1613,490 | 1630,506 | 7,646 | 0,47 | 1616,200 | 7,728 | 0,48 |
| S | 1 | 894,281 | 885,384 | 908,222 | 899,511 | 907,912 | 899,194 | 908,340 | 899,629 | 908,107 | 899,392 | 908,009 | 899,294 | 908,087 | 899,373 | 906,137 | 5,230 | 0,58 | 897,397 | 5,299 | 0,59 |
| S | 2 | 1776,863 | 1761,543 | 1763,075 | 1747,661 | 1762,454 | 1747,029 | 1762,682 | 1747,264 | 1762,216 | 1746,789 | 1762,560 | 1747,138 | 1762,715 | 1747,295 | 1764,652 | 5,391 | 0,31 | 1749,245 | 5,429 | 0,31 |
| C | 3 | 2056,261 | 2036,253 | 2093,447 | 2073,974 | 2092,882 | 2073,399 | 2093,968 | 2074,502 | 2093,545 | 2074,071 | 2092,975 | 2073,492 | 2093,117 | 2073,636 | 2088,028 | 14,013 | 0,67 | 2068,475 | 14,214 | 0,69 |
| S | 1 | 748,049 | 740,635 | 760,045 | 752,775 | 759,783 | 752,507 | 760,057 | 752,786 | 759,860 | 752,585 | 759,935 | 752,663 | 760,001 | 752,729 | 758,247 | 4,498 | 0,59 | 750,954 | 4,552 | 0,61 |
| S | 2 | 1703,706 | 1688,996 | 1687,751 | 1672,931 | 1687,146 | 1672,316 | 1687,271 | 1672,446 | 1686,816 | 1671,984 | 1687,295 | 1672,467 | 1687,445 | 1672,621 | 1689,633 | 6,212 | 0,37 | 1674,823 | 6,256 | 0,37 |
| S | 3 | 1773,518 | 1755,778 | 1808,555 | 1791,248 | 1808,008 | 1790,691 | 1808,973 | 1791,670 | 1808,563 | 1791,253 | 1808,160 | 1790,845 | 1808,297 | 1790,984 | 1803,439 | 13,198 | 0,73 | 1786,067 | 13,360 | 0,75 |
| S | 1 | 338,330 | 336,355 | 322,855 | 320,830 | 322,822 | 320,794 | 322,686 | 320,659 | 322,661 | 320,632 | 322,857 | 320,830 | 322,865 | 320,839 | 325,011 | 5,874 | 1,81 | 322,991 | 5,894 | 1,82 |
| S | 2 | 524,250 | 522,701 | 528,795 | 527,296 | 528,695 | 527,192 | 528,693 | 527,193 | 528,618 | 527,115 | 528,821 | 527,322 | 528,846 | 527,347 | 528,103 | 1,701 | 0,32 | 526,595 | 1,719 | 0,33 |
| F | 3 | 1130,723 | 1123,153 | 1160,581 | 1153,244 | 1160,316 | 1152,974 | 1160,649 | 1153,312 | 1160,450 | 1153,110 | 1160,552 | 1153,212 | 1160,618 | 1153,280 | 1156,270 | 11,266 | 0,97 | 1148,898 | 11,353 | 0,99 |
| S | 1 | 423,630 | 421,518 | 417,720 | 415,602 | 417,618 | 415,497 | 417,587 | 415,468 | 417,511 | 415,389 | 417,691 | 415,571 | 417,716 | 415,598 | 418,496 | 2,265 | 0,54 | 416,377 | 2,268 | 0,54 |
| S | 2 | 1018,901 | 1010,886 | 1041,704 | 1033,904 | 1041,402 | 1033,597 | 1041,799 | 1033,999 | 1041,573 | 1033,769 | 1041,577 | 1033,775 | 1041,652 | 1033,851 | 1038,373 | 8,587 | 0,83 | 1030,540 | 8,668 | 0,84 |
| C | 3 | 1423,920 | 1414,984 | 1377,178 | 1367,986 | 1376,876 | 1367,675 | 1376,649 | 1367,452 | 1376,423 | 1367,218 | 1376,766 | 1367,564 | 1376,841 | 1367,642 | 1383,522 | 17,815 | 1,29 | 1374,360 | 17,915 | 1,30 |
| C | 1 | 762,054 | 756,759 | 731,540 | 726,020 | 731,407 | 725,883 | 731,235 | 725,712 | 731,135 | 725,609 | 731,325 | 725,799 | 731,358 | 725,833 | 735,722 | 11,612 | 1,58 | 730,231 | 11,699 | 1,60 |
| C | 2 | 871,874 | 867,388 | 855,487 | 850,938 | 855,262 | 850,707 | 855,201 | 850,649 | 855,032 | 850,476 | 855,262 | 850,708 | 855,318 | 850,765 | 857,634 | 6,281 | 0,73 | 853,090 | 6,306 | 0,74 |
| F | 3 | 1347,905 | 1339,180 | 1362,573 | 1353,968 | 1362,169 | 1353,555 | 1362,536 | 1353,928 | 1362,232 | 1353,618 | 1362,301 | 1353,690 | 1362,402 | 1353,793 | 1360,303 | 5,469 | 0,40 | 1351,676 | 5,512 | 0,41 |

EP5. Tapering de vigas e placas laminadas híbridas: Atuador e Sensor

Dimensões da Placa: $h_{\text{camada-elastica}}=1/8000$ (m), $h_{\text{camada-PZT-4}}=0,5E-3$ (m), $h_{\text{total}}=9E-3+2x0,5E-3$ (m) para $rT=18$, $L/h=30$ ($L=b$).

Dimensões da Viga: $h_{\text{camada-elastica}}=1/8000$ (m), $h_{\text{camada-PZT-4}}=0,5E-3$ (m), $h_{\text{total}}=9E-3+2x0,5E-3$ (m) para $rT=18$, $L/h=30 - L=0,3$ (m) e $b=0,03$ (m).

Laminado QUAD: $[0_3/45/90_2/-45_3/0/-45/45_2/90/45/-45/0/45]_{2S}$ – Total de 72 camadas.

Laminado DD: $[\Phi, \psi]=[\pm 64, \pm 14]$ (Equivalente em D*); $[\Phi, \psi]=[\pm 62, \pm 20]$ (Equivalente em A*).

Potencial elétrico uniforme: 25V para cada camada – Modo atuador.

Carga UDL: 1000 (Pa) – Modo sensor aberto.

Tabela B-28 - Propriedades dos materiais utilizados no EP5: IM6/Epoxy, PZT-4.

| Propriedade | IM6/Epoxy | PZT-4 |
|------------------------------|------------|------------|
| Q_{11} (Pa) | 2,0742E+11 | 1,3850E+11 |
| Q_{12} (Pa) | 6,9096E+9 | 7,7371E+10 |
| Q_{13} (Pa) | 6,9096E+9 | 7,3643E+10 |
| Q_{22} (Pa) | 1,4606E+10 | 1,3850E+11 |
| Q_{23} (Pa) | 6,9867E+9 | 7,3643E+10 |
| Q_{33} (Pa) | 1,4606E+10 | 1,1475E+11 |
| Q_{44} (Pa) | 3,8095E+9 | 2,5600E+10 |
| Q_{45} (Pa) | 0 | 0 |
| Q_{55} (Pa) | 8,4000E+9 | 2,5600E+10 |
| Q_{66} (Pa) | 8,4000E+9 | 3,0600E+10 |
| e_{31} (C/m ²) | - | -5,20 |
| e_{32} (C/m ²) | - | -5,20 |
| e_{33} (C/m ²) | - | 15,08 |
| ϵ_{11} (F/m) | - | 1,3060E-8 |
| ϵ_{22} (F/m) | - | 1,3060E-8 |
| ϵ_{33} (F/m) | - | 1,1510E-8 |
| ρ (kg/m ³) | 1536 | 7600 |

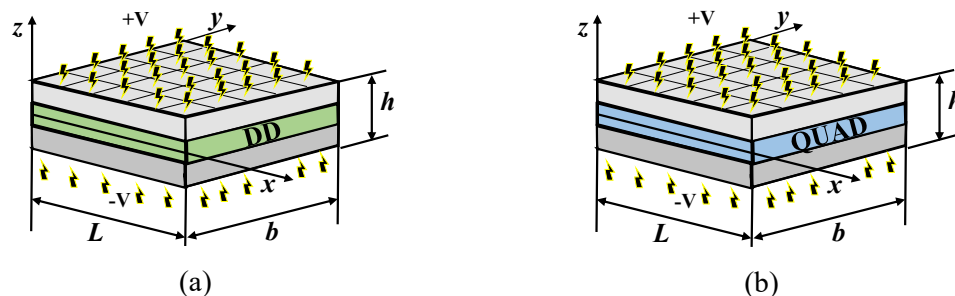


Figura B-27 - Representação esquemática dos esquemas de laminação considerados: (a) Double-Double; (b) QUAD.

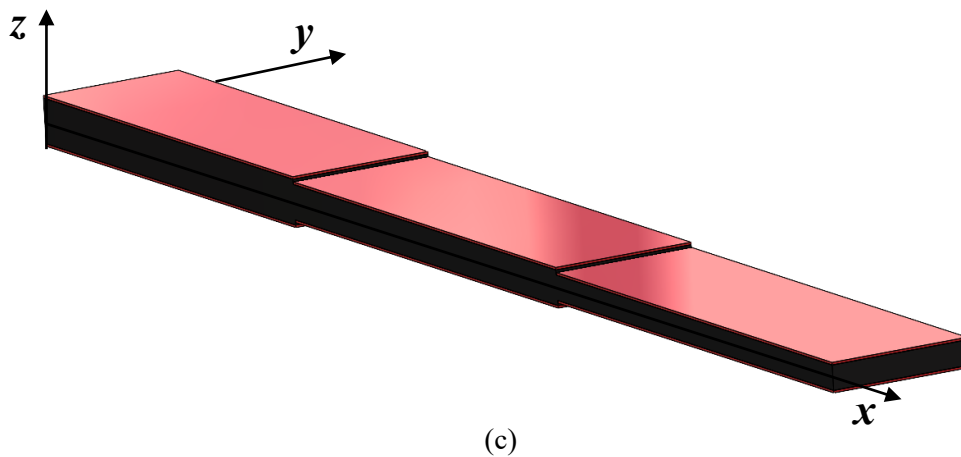
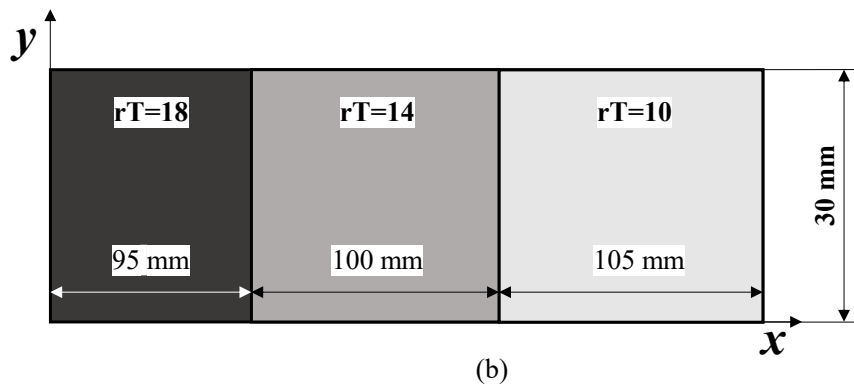
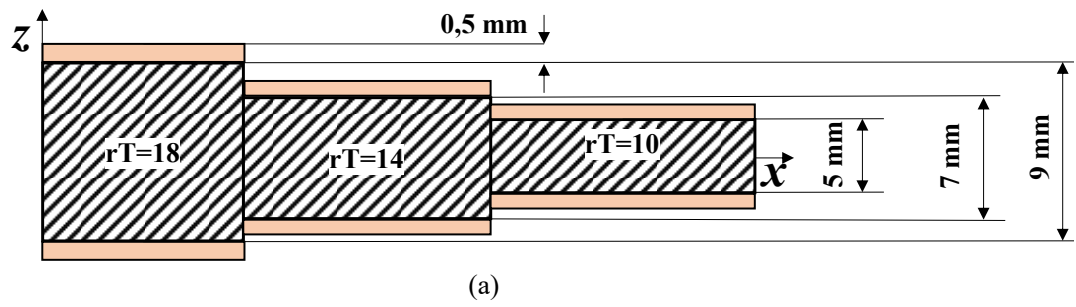


Figura B-28 - Representação esquemática isométrica do Tapering-1 (1D) da viga e nas vistas: (a) Vista Lateral (plano xOz); (b) Vista em Planta (plano xOy); (c) Vista isométrica.

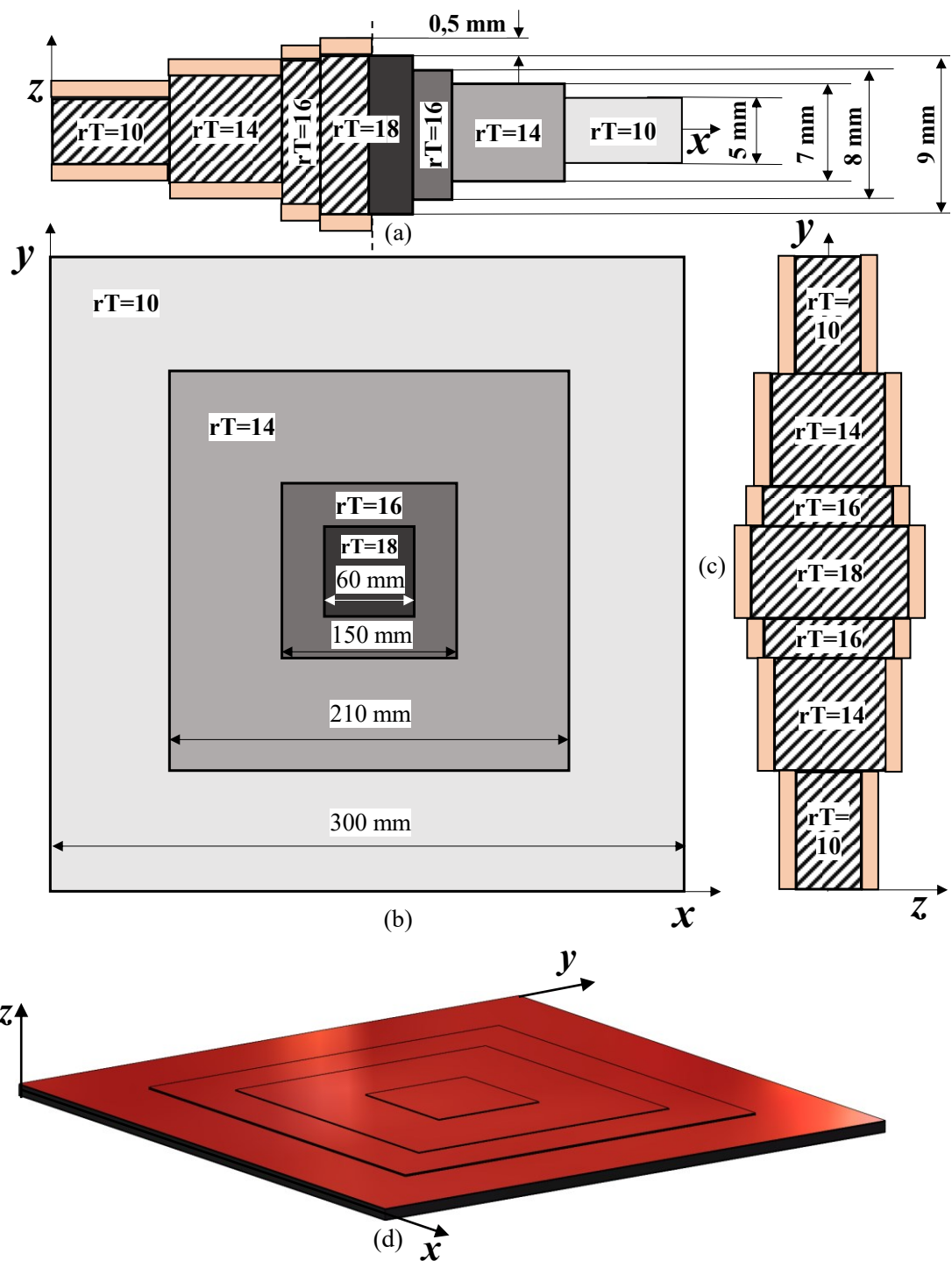


Figura B-29 - Representação esquemática isométrica do Tapering-2 (2D) da placa e nas vistas: (a) Vista Lateral (plano xOz); (b) Vista em Planta (plano xOy); (c) Vista Lateral (plano yOz); (d) Vista isométrica.

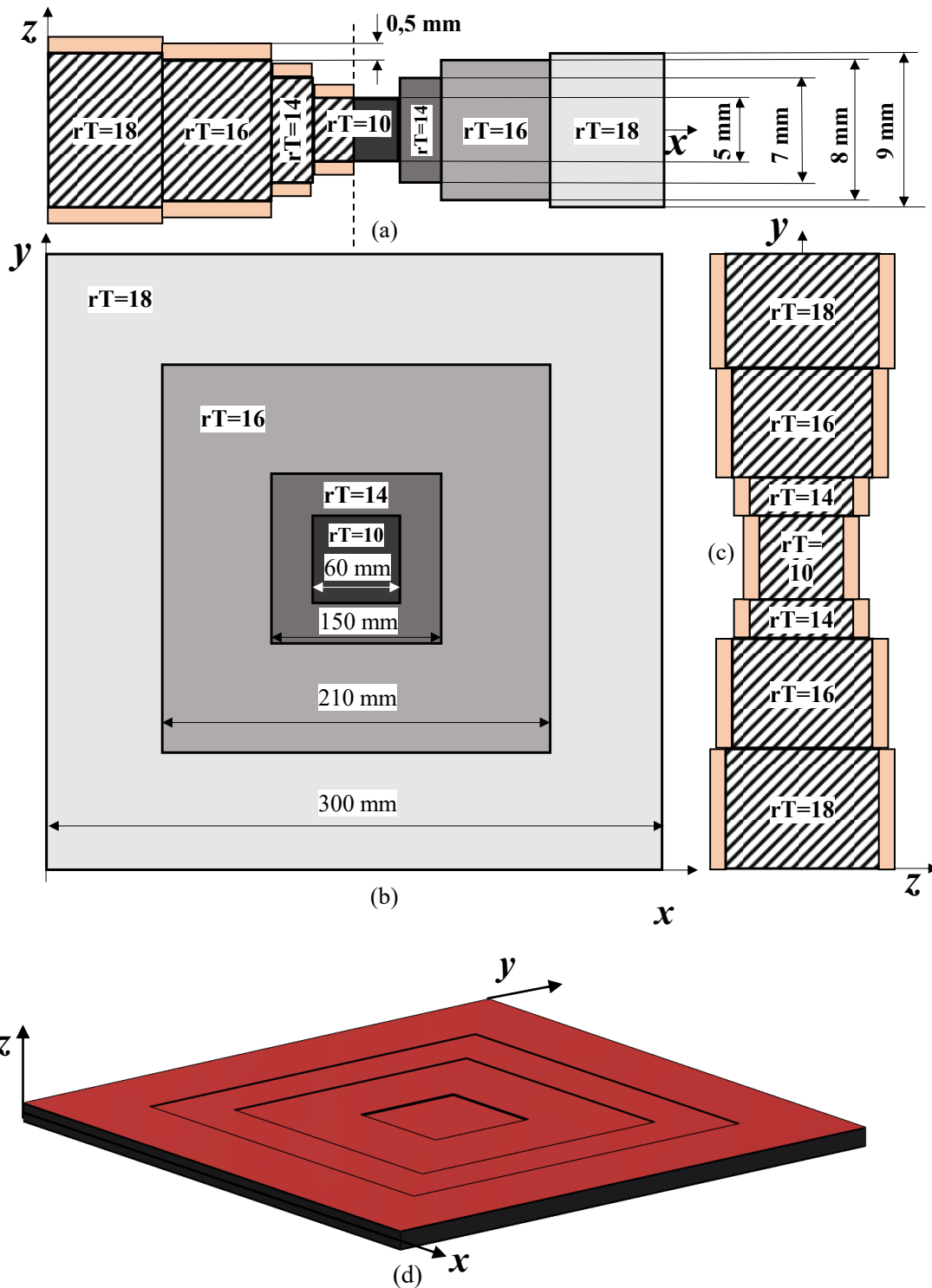


Figura B-30 - Representação esquemática isométrica do Tapering-3 (2D) da placa e nas vistas: (a) Vista Lateral (plano xOz); (b) Vista em Planta (plano xOy); (c) Vista Lateral (plano yOz); (d) Vista isométrica.

Tabela B-29 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura constante, CFFF em modo atuador.

| Estática – Deslocamento no bordo livre (μm) – Viga - espessura constante. | | | | | | | | | | | | | | |
|--|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|--------|--------|
| Lam MBCs | [p/QUAD/p] | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | | |
| | | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | | | |
| CFFF | 13,816 | | 13,881 | | 13,896 | | 13,899 | | 13,911 | | 13,899 | | 13,896 | |
| Nó | 61 | 13,816 | 61 | 13,881 | 61 | 13,896 | 61 | 13,899 | 61 | 13,911 | 61 | 13,899 | 61 | 13,896 |
| Nó | 122 | 13,813 | 122 | 13,852 | 122 | 13,868 | 122 | 13,870 | 122 | 13,883 | 122 | 13,870 | 122 | 13,867 |
| Nó | 183 | 13,822 | 183 | 13,834 | 183 | 13,850 | 183 | 13,853 | 183 | 13,866 | 183 | 13,853 | 183 | 13,849 |
| Nó | 244 | 13,842 | 244 | 13,828 | 244 | 13,845 | 244 | 13,848 | 244 | 13,860 | 244 | 13,847 | 244 | 13,843 |
| Nó | 305 | 13,873 | 305 | 13,833 | 305 | 13,850 | 305 | 13,853 | 305 | 13,866 | 305 | 13,853 | 305 | 13,848 |
| Nó | 366 | 13,916 | 366 | 13,849 | 366 | 13,867 | 366 | 13,870 | 366 | 13,883 | 366 | 13,870 | 366 | 13,865 |
| Nó | 427 | 13,970 | 427 | 13,877 | 427 | 13,895 | 427 | 13,899 | 427 | 13,911 | 427 | 13,898 | 427 | 13,892 |

Tabela B-30 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura variável (tapering-1), CFFF em modo atuador.

| Estática – Deslocamento no bordo livre (μm) – Viga – Tapering-1 | | | | | | | | | | | | | | |
|--|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|--------|--------|
| Lam MBCs | [p/QUAD/p] | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | | |
| | | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | | | |
| CFFF | - | | 19,545 | | 19,575 | | 19,582 | | 19,609 | | 19,581 | | 19,578 | |
| Nó | 61 | - | 61 | 19,545 | 61 | 19,575 | 61 | 19,582 | 61 | 19,609 | 61 | 19,581 | 61 | 19,578 |
| Nó | 122 | - | 122 | 19,471 | 122 | 19,502 | 122 | 19,510 | 122 | 19,537 | 122 | 19,509 | 122 | 19,504 |
| Nó | 183 | - | 183 | 19,426 | 183 | 19,459 | 183 | 19,467 | 183 | 19,494 | 183 | 19,465 | 183 | 19,458 |
| Nó | 244 | - | 244 | 19,409 | 244 | 19,444 | 244 | 19,453 | 244 | 19,479 | 244 | 19,450 | 244 | 19,442 |
| Nó | 305 | - | 305 | 19,421 | 305 | 19,458 | 305 | 19,467 | 305 | 19,494 | 305 | 19,464 | 305 | 19,454 |
| Nó | 366 | - | 366 | 19,462 | 366 | 19,501 | 366 | 19,510 | 366 | 19,537 | 366 | 19,507 | 366 | 19,495 |
| Nó | 427 | - | 427 | 19,532 | 427 | 19,572 | 427 | 19,582 | 427 | 19,609 | 427 | 19,579 | 427 | 19,565 |

Tabela B-31 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura variável (tapering-1), CFFF em modo atuador (18V/camada).

| Estática – Deslocamento no bordo livre (μm) – Viga – Tapering-1 (18V/camada) | | | | | | | | | | | | | | |
|---|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|---------|--------|--------|
| Lam MBCs | [p/QUAD/p] | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | | |
| | | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | | | | |
| CFFF | - | | 14,073 | | 14,094 | | 14,099 | | 14,118 | | 14,098 | | 14,096 | |
| Nó | 61 | - | 61 | 14,073 | 61 | 14,094 | 61 | 14,099 | 61 | 14,118 | 61 | 14,098 | 61 | 14,096 |
| Nó | 122 | - | 122 | 14,019 | 122 | 14,042 | 122 | 14,048 | 122 | 14,066 | 122 | 14,046 | 122 | 14,043 |
| Nó | 183 | - | 183 | 13,986 | 183 | 14,010 | 183 | 14,017 | 183 | 14,035 | 183 | 14,015 | 183 | 14,010 |
| Nó | 244 | - | 244 | 13,975 | 244 | 14,000 | 244 | 14,006 | 244 | 14,025 | 244 | 14,004 | 244 | 13,998 |
| Nó | 305 | - | 305 | 13,983 | 305 | 14,010 | 305 | 14,017 | 305 | 14,035 | 305 | 14,014 | 305 | 14,007 |
| Nó | 366 | - | 366 | 14,013 | 366 | 14,041 | 366 | 14,048 | 366 | 14,066 | 366 | 14,045 | 366 | 14,036 |
| Nó | 427 | - | 427 | 14,063 | 427 | 14,092 | 427 | 14,099 | 427 | 14,118 | 427 | 14,097 | 427 | 14,087 |

Tabela B-32 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura variável (tapering-1), CFFF em modo atuador com diversos potenciais.

| Estática – Deslocamento no bordo livre (μm) – Viga – Tapering-1 – Stagg3 | | | | | | | | | | | | | | |
|---|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|
| Voltagem | 25V | | 20V | | 19V | | 18V | | 17,7V | | 17,5V | | 17V | |
| | Esp. Cste | Tapper-1 | Tapper-1 | Tapper-1 | Tapper-1 | Tapper-1 | Tapper-1 | Tapper-1 | Tapper-1 | Tapper-1 | Tapper-1 | Tapper-1 | Tapper-1 | |
| CFFF | 13,899 | | 15,666 | | 14,882 | | 14,099 | | 13,864 | | 13,708 | | 13,316 | |
| Nó | 61 | 13,899 | 61 | 15,666 | 61 | 14,882 | 61 | 14,099 | 61 | 13,864 | 61 | 13,708 | 61 | 13,316 |
| Nó | 122 | 13,870 | 122 | 15,608 | 122 | 14,828 | 122 | 14,048 | 122 | 13,813 | 122 | 13,657 | 122 | 13,267 |
| Nó | 183 | 13,853 | 183 | 15,574 | 183 | 14,795 | 183 | 14,017 | 183 | 13,783 | 183 | 13,627 | 183 | 13,238 |
| Nó | 244 | 13,848 | 244 | 15,562 | 244 | 14,784 | 244 | 14,006 | 244 | 13,773 | 244 | 13,617 | 244 | 13,228 |
| Nó | 305 | 13,853 | 305 | 15,574 | 305 | 14,795 | 305 | 14,017 | 305 | 13,783 | 305 | 13,627 | 305 | 13,238 |
| Nó | 366 | 13,870 | 366 | 15,608 | 366 | 14,828 | 366 | 14,048 | 366 | 13,813 | 366 | 13,657 | 366 | 13,267 |
| Nó | 427 | 13,899 | 427 | 15,666 | 427 | 14,882 | 427 | 14,099 | 427 | 13,864 | 427 | 13,708 | 427 | 13,316 |

Tabela B-33 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD-[Φ, ψ]=[$\pm 61 \pm 14$]) de espessura constante, CSFF em modo atuador.

| Estática – Deslocamento máx.(μm) – Viga – espessura constante | | | | | | | | | | | | | | |
|--|------------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|
| Lam | [p/QUAD/p] | | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | |
| MBCs | | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | |
| CSFF | 1,003 | | 1,001 | | 1,002 | | 1,002 | | 1,003 | | 1,002 | | 1,002 | |
| Nó | 41 | 0,942 | 41 | 0,944 | 41 | 0,945 | 41 | 0,945 | 41 | 0,946 | 41 | 0,945 | 41 | 0,945 |
| Nó | 102 | 0,975 | 102 | 0,976 | 102 | 0,977 | 102 | 0,977 | 102 | 0,978 | 102 | 0,977 | 102 | 0,976 |
| Nó | 163 | 0,995 | 163 | 0,994 | 163 | 0,996 | 163 | 0,996 | 163 | 0,997 | 163 | 0,996 | 163 | 0,995 |
| Nó | 224 | 1,003 | 224 | 1,001 | 224 | 1,002 | 224 | 1,002 | 224 | 1,003 | 224 | 1,002 | 224 | 1,002 |
| Nó | 285 | 0,997 | 285 | 0,994 | 285 | 0,996 | 285 | 0,996 | 285 | 0,997 | 285 | 0,996 | 285 | 0,995 |
| Nó | 346 | 0,979 | 346 | 0,975 | 346 | 0,977 | 346 | 0,977 | 346 | 0,978 | 346 | 0,977 | 346 | 0,976 |
| Nó | 407 | 0,949 | 407 | 0,944 | 407 | 0,945 | 407 | 0,945 | 407 | 0,946 | 407 | 0,945 | 407 | 0,945 |

Tabela B-34 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD-[Φ, ψ]=[$\pm 61, \pm 14$]) de espessura variável (tapering-1), CSFF em modo atuador.

| Estática – Deslocamento máx. (μm) – Viga – Tapering-1 | | | | | | | | | | | | | | |
|--|------------|---|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|
| Lam | [p/QUAD/p] | | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | |
| MBCs | | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | |
| CSFF | - | | 1,428 | | 1,433 | | 1,433 | | 1,437 | | 1,432 | | 1,430 | |
| Nó | 46 | - | 46 | 1,280 | 46 | 1,285 | 46 | 1,285 | 46 | 1,289 | 46 | 1,283 | 46 | 1,283 |
| Nó | 107 | - | 107 | 1,362 | 107 | 1,367 | 107 | 1,367 | 107 | 1,371 | 107 | 1,366 | 107 | 1,365 |
| Nó | 168 | - | 168 | 1,411 | 168 | 1,417 | 168 | 1,417 | 168 | 1,421 | 168 | 1,415 | 168 | 1,414 |
| Nó | 229 | - | 229 | 1,428 | 229 | 1,433 | 229 | 1,433 | 229 | 1,437 | 229 | 1,432 | 229 | 1,430 |
| Nó | 290 | - | 290 | 1,411 | 290 | 1,417 | 290 | 1,417 | 290 | 1,421 | 290 | 1,415 | 290 | 1,414 |
| Nó | 351 | - | 351 | 1,361 | 351 | 1,367 | 351 | 1,367 | 351 | 1,371 | 351 | 1,366 | 351 | 1,364 |
| Nó | 412 | - | 412 | 1,279 | 412 | 1,285 | 412 | 1,285 | 412 | 1,289 | 412 | 1,283 | 412 | 1,281 |

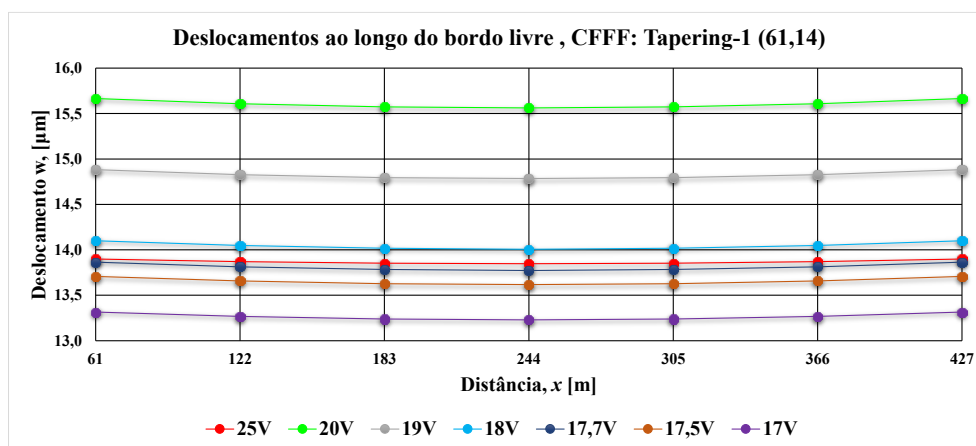


Figura B-31 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos ao longo do bordo livre de vigas CFFF com tapering-1, considerando os diversos potenciais aplicados em modo atuador.

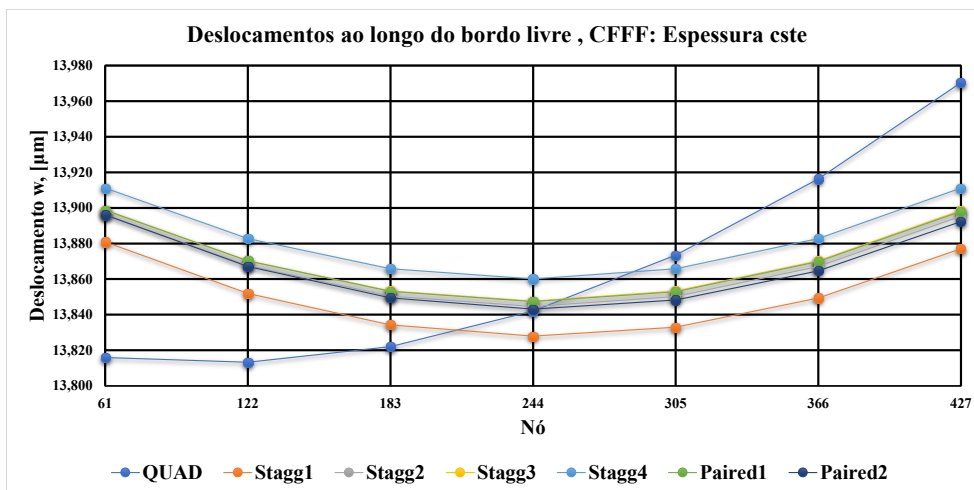


Figura B-32 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos ao longo do bordo livre de vigas CFFF de espessura constante, considerando os diversos esquemas de laminação em modo atuador.

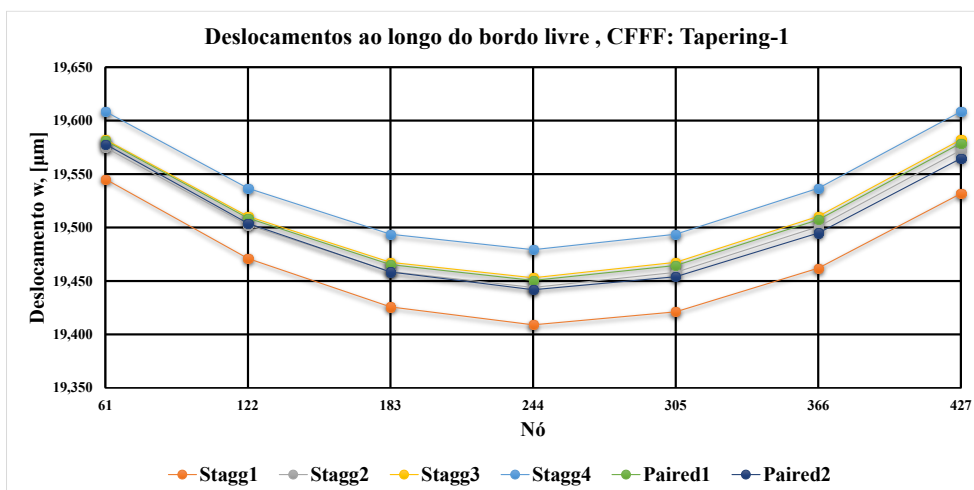


Figura B-33 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos ao longo do bordo livre de vigas CFFF de espessura constante, considerando os diversos esquemas de laminação em modo atuador.

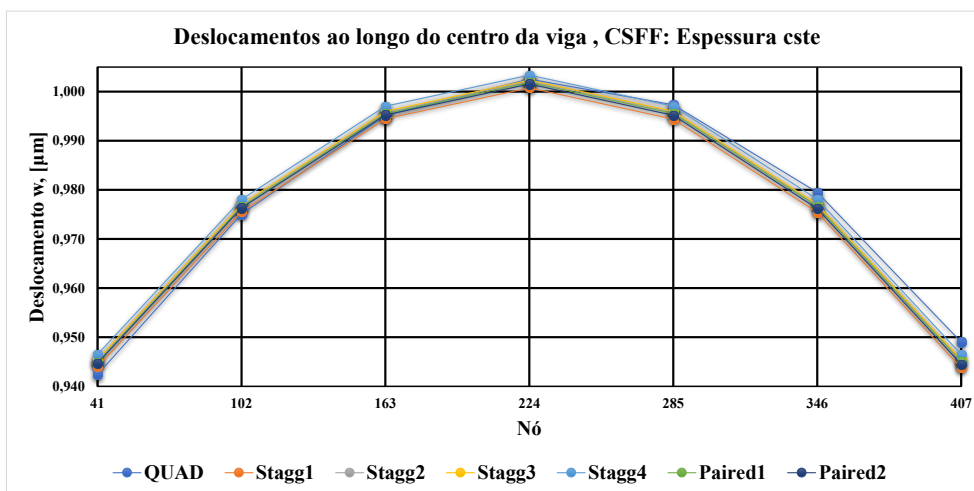


Figura B-34 - Representação gráfica do perfil de deslocamentos ao longo do centro de vigas CSFF de espessura constante, considerando os diversos esquemas de laminação em modo atuador.

Tabela B-35 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD-[Φ, ψ]=[$\pm 62, \pm 20$]) de espessura constante, CFFF em modo atuador.

| Estática – Deslocamento no bordo livre (μm) – Viga - espessura constante. | | | | | | | | | | | | | | |
|--|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|--------|--------|
| Lam MBCs | [p/QUAD/p] | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | | |
| | | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | | | |
| CFFF | 13,816 | | 14,924 | | 14,941 | | 14,942 | | 14,957 | | 14,941 | | 14,939 | |
| Nó | 61 | 13,816 | 61 | 14,924 | 61 | 14,941 | 61 | 14,942 | 61 | 14,957 | 61 | 14,941 | 61 | 14,939 |
| Nó | 122 | 13,813 | 122 | 14,897 | 122 | 14,915 | 122 | 14,916 | 122 | 14,930 | 122 | 14,915 | 122 | 14,912 |
| Nó | 183 | 13,822 | 183 | 14,881 | 183 | 14,899 | 183 | 14,900 | 183 | 14,915 | 183 | 14,899 | 183 | 14,895 |
| Nó | 244 | 13,842 | 244 | 14,875 | 244 | 14,894 | 244 | 14,895 | 244 | 14,909 | 244 | 14,894 | 244 | 14,889 |
| Nó | 305 | 13,873 | 305 | 14,879 | 305 | 14,899 | 305 | 14,900 | 305 | 14,915 | 305 | 14,899 | 305 | 14,894 |
| Nó | 366 | 13,916 | 366 | 14,895 | 366 | 14,915 | 366 | 14,916 | 366 | 14,930 | 366 | 14,915 | 366 | 14,909 |
| Nó | 427 | 13,970 | 427 | 14,920 | 427 | 14,941 | 427 | 14,942 | 427 | 14,957 | 427 | 14,941 | 427 | 14,934 |

Tabela B-36 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD-[Φ, ψ]=[$\pm 62, \pm 20$]) de espessura variável (tapering-1), CFFF em modo atuador.

| Estática – Deslocamento no bordo livre (μm) – Viga – Tapering-1 (1D) | | | | | | | | | | | | | | |
|---|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|--------|--------|
| Lam MBCs | [p/QUAD/p] | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | | |
| | | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | | | |
| CFFF | - | | 20,906 | | 20,939 | | 20,943 | | 20,973 | | 20,939 | | 20,936 | |
| Nó | 61 | - | 61 | 20,906 | 61 | 20,939 | 61 | 20,943 | 61 | 20,973 | 61 | 20,939 | 61 | 20,936 |
| Nó | 122 | - | 122 | 20,836 | 122 | 20,871 | 122 | 20,875 | 122 | 20,905 | 122 | 20,871 | 122 | 20,866 |
| Nó | 183 | - | 183 | 20,793 | 183 | 20,830 | 183 | 20,835 | 183 | 20,865 | 183 | 20,830 | 183 | 20,823 |
| Nó | 244 | - | 244 | 20,777 | 244 | 20,816 | 244 | 20,821 | 244 | 20,851 | 244 | 20,816 | 244 | 20,807 |
| Nó | 305 | - | 305 | 20,788 | 305 | 20,830 | 305 | 20,835 | 305 | 20,865 | 305 | 20,830 | 305 | 20,818 |
| Nó | 366 | - | 366 | 20,826 | 366 | 20,870 | 366 | 20,875 | 366 | 20,905 | 366 | 20,870 | 366 | 20,856 |
| Nó | 427 | - | 427 | 20,891 | 427 | 20,938 | 427 | 20,943 | 427 | 20,973 | 427 | 20,938 | 427 | 20,921 |

Tabela B-37 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD-[Φ, ψ]=[$\pm 62, \pm 20$]) de espessura constante, CSFF em modo atuador.

| Estática – Deslocamento no centro (μm) – Viga – espessura constante | | | | | | | | | | | | | | |
|--|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|-------|-------|
| Lam MBCs | [p/QUAD/p] | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | | |
| | | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | | | |
| CSFF | 1,003 | | 1,068 | | 1,070 | | 1,070 | | 1,071 | | 1,069 | | 1,069 | |
| Nó | 41 | 0,942 | 41 | 1,014 | 41 | 1,015 | 41 | 1,016 | 41 | 1,017 | 41 | 1,015 | 41 | 1,015 |
| Nó | 102 | 0,975 | 102 | 1,044 | 102 | 1,045 | 102 | 1,046 | 102 | 1,047 | 102 | 1,045 | 102 | 1,045 |
| Nó | 163 | 0,995 | 163 | 1,062 | 163 | 1,064 | 163 | 1,064 | 163 | 1,065 | 163 | 1,063 | 163 | 1,063 |
| Nó | 224 | 1,003 | 224 | 1,068 | 224 | 1,070 | 224 | 1,070 | 224 | 1,071 | 224 | 1,069 | 224 | 1,069 |
| Nó | 285 | 0,997 | 285 | 1,062 | 285 | 1,064 | 285 | 1,064 | 285 | 1,065 | 285 | 1,063 | 285 | 1,063 |
| Nó | 346 | 0,979 | 346 | 1,044 | 346 | 1,046 | 346 | 1,046 | 346 | 1,047 | 346 | 1,045 | 346 | 1,044 |
| Nó | 407 | 0,949 | 407 | 1,014 | 407 | 1,016 | 407 | 1,016 | 407 | 1,017 | 407 | 1,015 | 407 | 1,014 |

Tabela B-38 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD-[Φ, ψ]=[$\pm 62, \pm 20$]) de espessura variável (tapering-1), CSFF em modo atuador.

| Estática – Deslocamento no centro (μm) – Viga – Tapering-1 (1D) | | | | | | | | | | | | | | |
|--|------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|-------|-------|
| Lam MBCs | [p/QUAD/p] | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | | |
| | | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | | | |
| CSFF | - | | 1,520 | | 1,527 | | 1,526 | | 1,531 | | 1,524 | | 1,522 | |
| Nó | 61 | - | 46 | 1,378 | 46 | 1,384 | 46 | 1,384 | 46 | 1,388 | 46 | 1,381 | 46 | 1,380 |
| Nó | 122 | - | 107 | 1,458 | 107 | 1,463 | 107 | 1,463 | 107 | 1,468 | 107 | 1,460 | 107 | 1,460 |
| Nó | 183 | - | 168 | 1,505 | 168 | 1,511 | 168 | 1,510 | 168 | 1,515 | 168 | 1,508 | 168 | 1,507 |
| Nó | 244 | - | 229 | 1,520 | 229 | 1,527 | 229 | 1,526 | 229 | 1,531 | 229 | 1,524 | 229 | 1,522 |
| Nó | 305 | - | 290 | 1,504 | 290 | 1,511 | 290 | 1,510 | 290 | 1,515 | 290 | 1,508 | 290 | 1,506 |
| Nó | 366 | - | 351 | 1,457 | 351 | 1,463 | 351 | 1,463 | 351 | 1,468 | 351 | 1,461 | 351 | 1,459 |
| Nó | 427 | - | 412 | 1,377 | 412 | 1,384 | 412 | 1,384 | 412 | 1,388 | 412 | 1,381 | 412 | 1,379 |

Tabela B-39 - Resposta dinâmica de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura constante, CFFF em modo sensor aberto e fechado.

| Dinâmica: Frequências naturais ω associadas aos primeiros 3 modos de vibração (Hz) – Espessura constante | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|---------|
| M | [p/QUAD/p] | | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | | |
| | | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | |
| B | $\bar{\omega}$ | | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | |
| Cs | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | |
| C | 1 | 118,371 | 117,857 | 118,116 | 117,607 | 118,114 | 117,604 | 118,057 | 117,547 | 118,056 | 117,545 | 118,076 | 117,566 | 118,077 | 117,566 |
| F | 2 | 336,824 | 336,328 | 357,286 | 356,772 | 357,270 | 356,755 | 357,285 | 356,771 | 357,280 | 356,765 | 357,294 | 356,779 | 357,283 | 356,769 |
| F | 3 | 728,346 | 725,295 | 727,029 | 723,998 | 727,018 | 723,981 | 726,676 | 723,642 | 726,668 | 723,629 | 726,789 | 723,752 | 726,792 | 723,757 |

Tabela B-40 - Resposta dinâmica de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura variável (tapering-1), CFFF em modo sensor aberto e fechado.

| Dinâmica: Frequências naturais ω associadas aos primeiros 3 modos de vibração (Hz) – Tapering-1 (1D) | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------------|----|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|---------|
| M | [p/QUAD/p] | | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | | |
| | | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | |
| B | $\bar{\omega}$ | | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | |
| Cs | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | |
| C | 1 | - | - | 124,526 | 123,944 | 124,524 | 123,940 | 124,449 | 123,866 | 124,447 | 123,863 | 124,475 | 123,891 | 124,475 | 123,892 |
| F | 2 | - | - | 404,709 | 404,090 | 404,672 | 404,052 | 404,714 | 404,095 | 404,715 | 404,096 | 404,727 | 404,108 | 404,738 | 404,119 |
| F | 3 | - | - | 578,109 | 574,987 | 578,097 | 574,964 | 577,606 | 574,477 | 577,597 | 574,460 | 577,788 | 574,655 | 577,791 | 574,661 |

Tabela B-41 - Resposta dinâmica de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura constante, CSFF em modo sensor aberto e fechado.

| Dinâmica: Frequências naturais ω associadas aos primeiros 3 modos de vibração (Hz) – Espessura constante | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------------|----|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|---------|
| M | [p/QUAD/p] | | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | | |
| | | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | |
| B | $\bar{\omega}$ | | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | |
| Cs | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | |
| C | 1 | - | - | 510,989 | 508,843 | 510,982 | 508,832 | 510,730 | 508,582 | 510,725 | 508,573 | 510,849 | 508,700 | 510,851 | 508,703 |
| S | 2 | - | - | 562,179 | 561,386 | 562,185 | 561,391 | 562,199 | 561,406 | 562,207 | 561,413 | 562,200 | 561,407 | 562,186 | 561,394 |
| F | 3 | - | - | 1613,40 | 1606,94 | 1613,38 | 1606,90 | 1612,65 | 1606,16 | 1612,63 | 1606,15 | 1612,92 | 1606,44 | 1612,92 | 1606,45 |

Tabela B-42 - Resposta dinâmica de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura variável (tapering-1), CSFF em modo sensor aberto e fechado.

| Dinâmica: Frequências naturais ω associadas aos primeiros 3 modos de vibração (Hz) – Tapering-2 (1D) | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------------|----|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|---------|
| M | [p/QUAD/p] | | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | | |
| | | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | |
| B | $\bar{\omega}$ | | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | |
| Cs | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | |
| C | 1 | - | - | 395,890 | 393,722 | 395,883 | 393,706 | 395,517 | 393,343 | 395,511 | 393,331 | 395,716 | 393,540 | 395,718 | 393,544 |
| S | 2 | - | - | 587,335 | 586,307 | 587,342 | 586,311 | 587,373 | 586,344 | 587,381 | 586,350 | 587,336 | 586,306 | 587,347 | 586,318 |
| F | 3 | - | - | 1191,05 | 1184,63 | 1191,02 | 1184,58 | 1189,98 | 1183,55 | 1189,96 | 1183,51 | 1190,42 | 1183,98 | 1190,43 | 1183,99 |

Tabela B-43 - Resposta dinâmica de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 62, \pm 20]$) de espessura constante, CFFF em modo sensor aberto e fechado.

| Dinâmica: Frequências naturais ω associadas aos primeiros 3 modos de vibração (Hz) – Espessura constante | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| M B Cs | [p/QUAD/p] | | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | | |
| | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | |
| C | 1 | 118,371 | 117,857 | 112,220 | 111,714 | 112,222 | 111,715 | 112,174 | 111,667 | 112,175 | 111,668 | 112,194 | 111,686 | 112,193 | 111,686 |
| F | 2 | 336,824 | 336,328 | 336,329 | 335,822 | 336,330 | 335,822 | 336,346 | 335,839 | 336,378 | 335,870 | 336,366 | 335,859 | 336,341 | 335,834 |
| F | 3 | 728,346 | 725,295 | 691,647 | 688,623 | 691,658 | 688,627 | 691,370 | 688,343 | 691,379 | 688,345 | 691,487 | 688,457 | 691,484 | 688,456 |

Tabela B-44 - Resposta dinâmica de vigas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 62, \pm 20]$) de espessura variável (tapering-1), CFFF em modo sensor aberto e fechado.

| Dinâmica: Frequências naturais $\bar{\omega}$ associadas aos primeiros 3 modos de vibração (Hz) – Tapering-1 (1D) | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|------------|----|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| M B Cs | [p/QUAD/p] | | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | | |
| | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | |
| C | 1 | - | - | 118,489 | 117,911 | 118,492 | 117,912 | 118,429 | 117,850 | 118,431 | 117,850 | 118,455 | 117,876 | 118,455 | 117,875 |
| F | 2 | - | - | 381,183 | 380,573 | 381,180 | 380,569 | 381,218 | 380,607 | 381,224 | 380,613 | 381,204 | 380,593 | 381,214 | 380,604 |
| F | 3 | - | - | 552,321 | 549,211 | 552,337 | 549,214 | 551,928 | 548,810 | 551,939 | 548,812 | 552,111 | 548,989 | 552,107 | 548,988 |

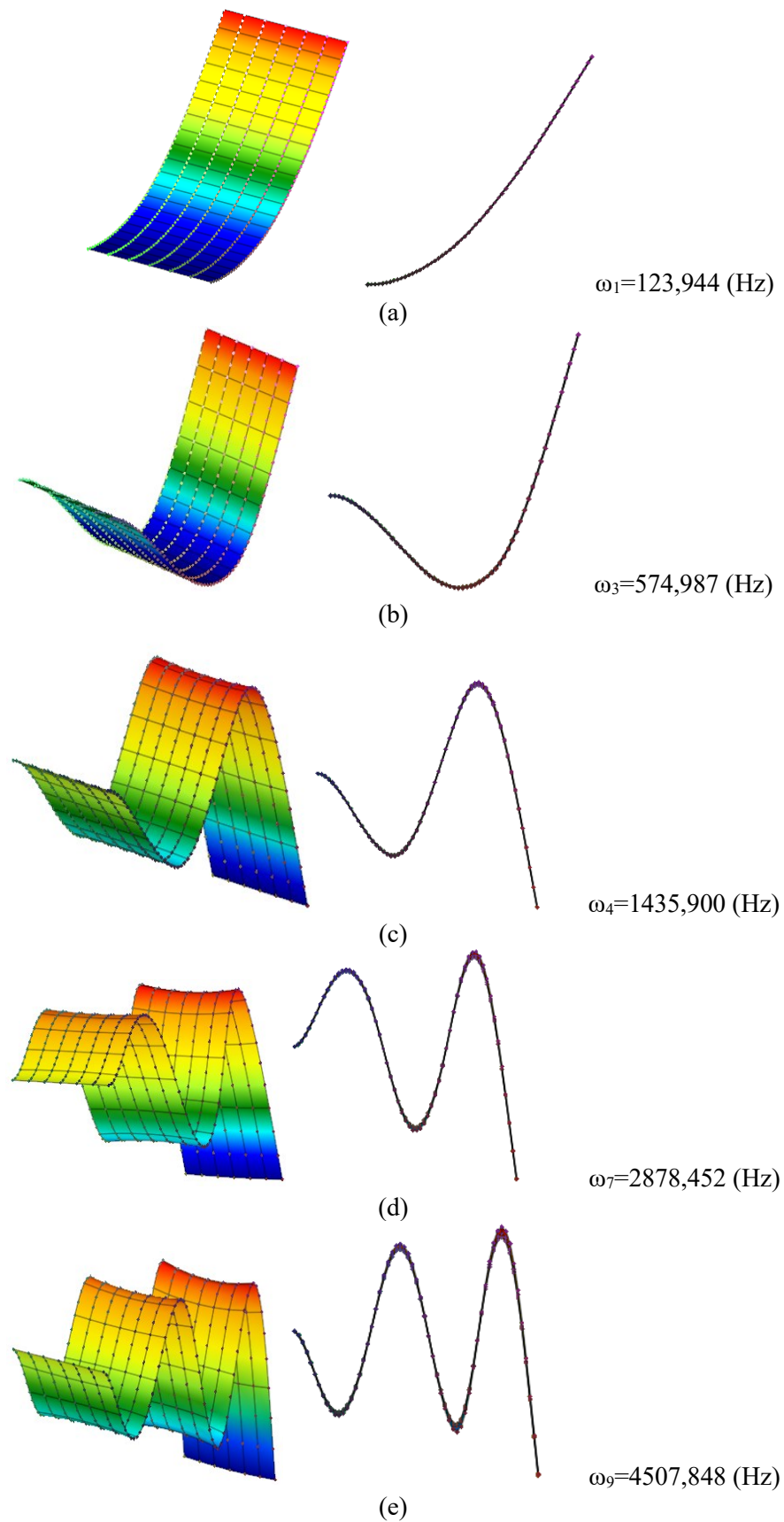


Figura B-35 - Representação gráfica dos modos de vibração (flexão) de uma viga híbrida (stagg1-CC) CFFF: (a) modo 1 (ω_1), (b) modo 2 (ω_3), (c) modo 3 (ω_4), (d) modo 4 (ω_7), (e) modo 5 (ω_9).

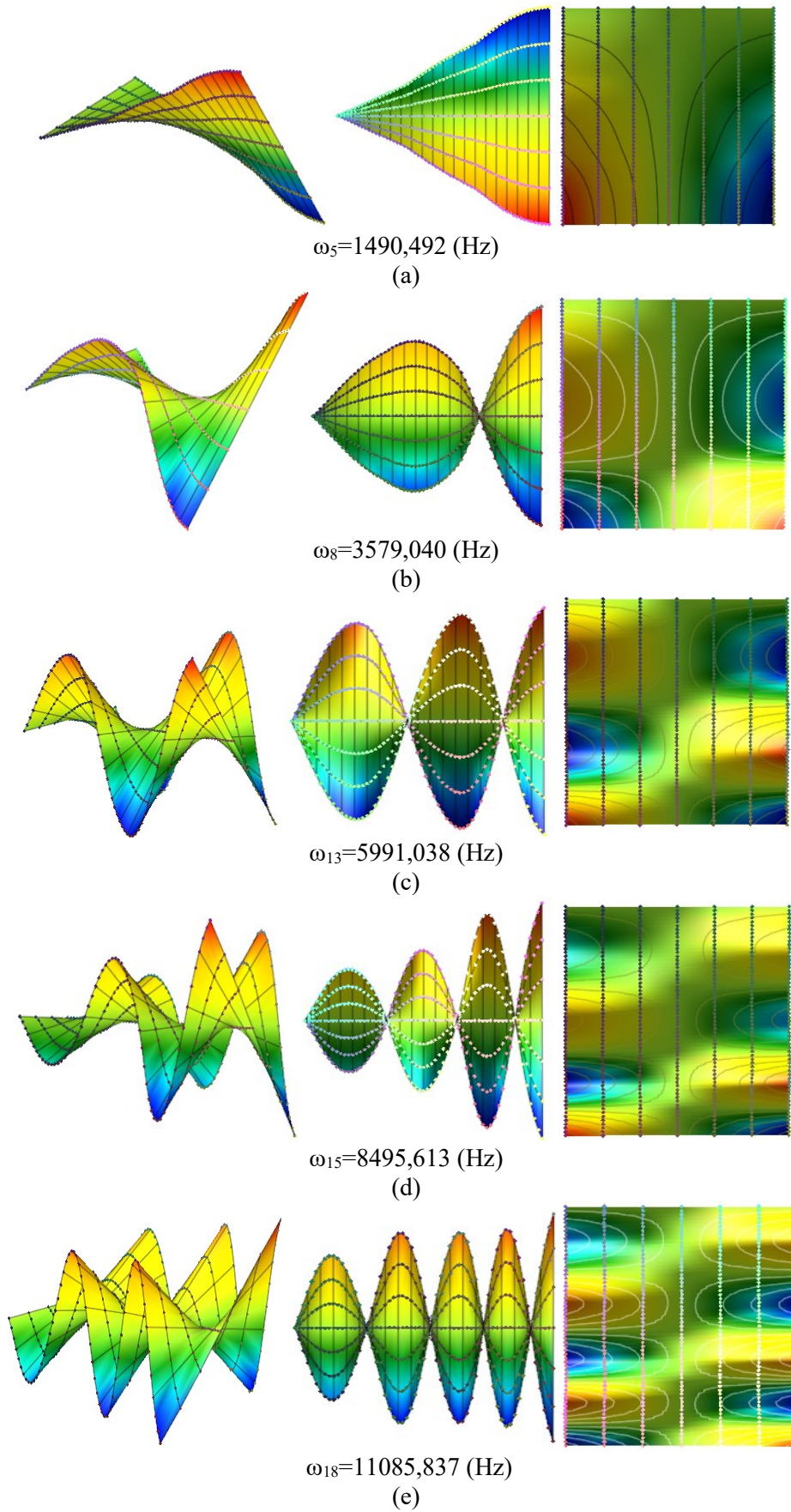


Figura B-36 - Representação gráfica dos modos de vibração (flexão) de uma viga híbrida (stagg1-CC) CFFF: (a) modo 1 (ω_5), (b) modo 2 (ω_8), (c) modo 3 (ω_{13}), (d) modo 4 (ω_{15}), (e) modo 5 (ω_{18}).

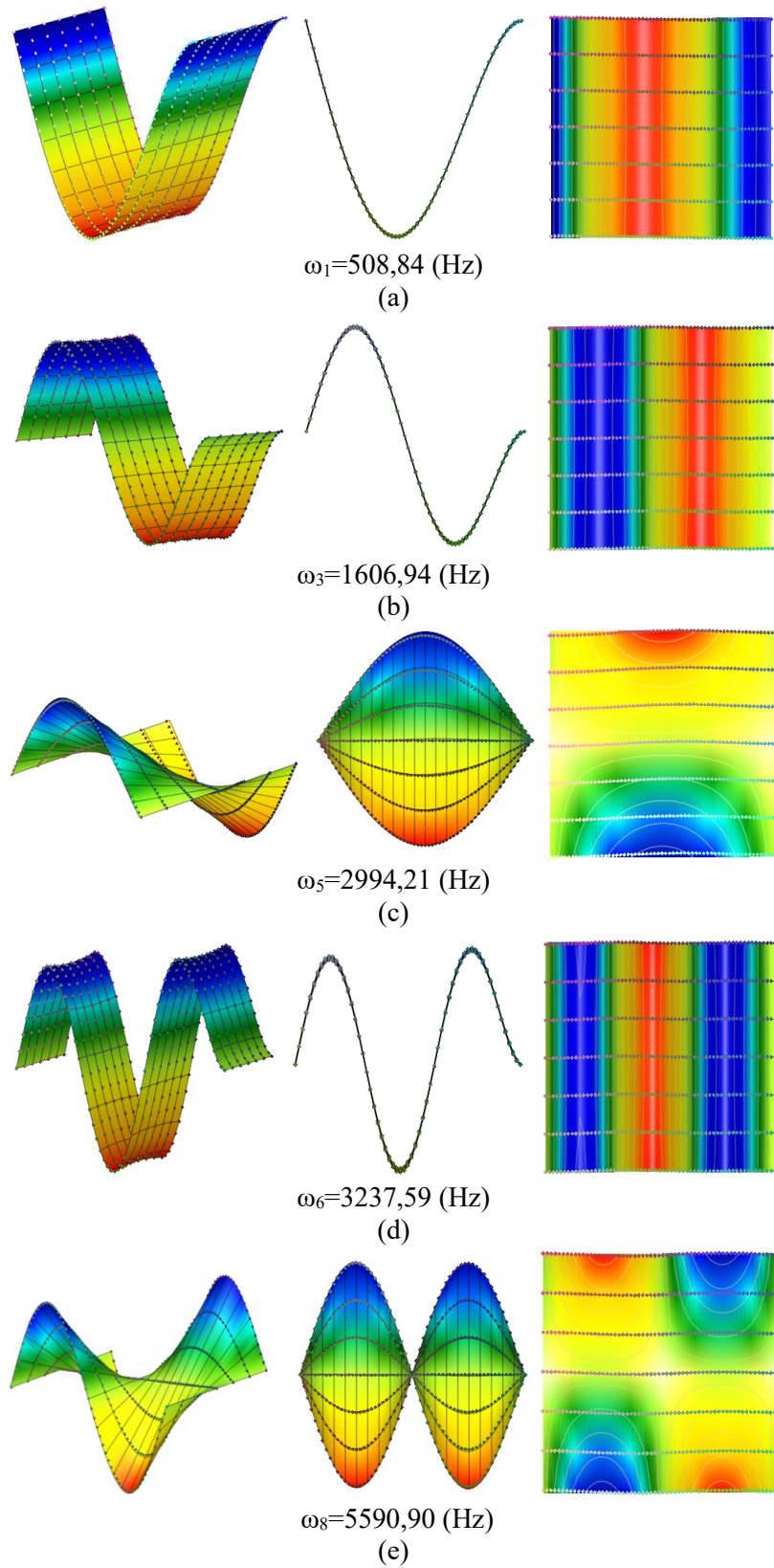


Figura B-37 - Representação gráfica dos modos de vibração de uma viga híbrida (stagg1-CC) CSFF: (a) modo 1-flexão (ω_1), (b) modo 2-flexão (ω_3), (c) modo 1-torção (ω_5), (d) modo 3-flexão (ω_6), (e) modo 2-torção (ω_8).

Tabela B-45 - Resposta estática de placas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) com diversas configurações de espessura, SSSS em modo atuador.

| Estática – Deslocamento no centro (μm) | | | | | | | |
|---|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Placa de espessura constante | | | | | | | |
| Lam | [p/QUAD/p] | Stagg1 | Stagg2 | Stagg3 | Stagg4 | Paired1 | Paired2 |
| MBCs | | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] | [p/DD/p] |
| SSSS | 3,257 | 3,248 | 3,250 | 3,250 | 3,251 | 3,248 | 3,248 |
| (x,y,0) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) |
| Placa com tapering-2 (2D) | | | | | | | |
| SSSS | - | 5,709 | 5,714 | 5,712 | 5,716 | 5,708 | 5,707 |
| (x,y,0) | - | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) |
| Placa com tapering-3 (2D) | | | | | | | |
| SSSS | - | 3,789 | 3,791 | 3,790 | 3,792 | 3,788 | 3,787 |
| (x,y,0) | - | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) | (0,15;0,15) |

Tabela B-46 - Resposta dinâmica de placas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura constante, SSSS em modo sensor aberto e fechado.

| Dinâmica: Frequências naturais ω associadas aos primeiros 3 modos de vibração (Hz) – espessura cste | | | | | | | | | | | | | | |
|--|------------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|
| Lam | [p/QUAD/p] | | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | |
| MBCs | | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | |
| $\bar{\omega}$ | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC |
| S 1 | 638,79 | 632,55 | 639,46 | 633,23 | 639,29 | 633,06 | 639,37 | 633,14 | 639,25 | 633,01 | 639,46 | 633,22 | 639,50 | 633,27 |
| S 2 | 1518,67 | 1503,10 | 1519,34 | 1503,79 | 1518,96 | 1503,41 | 1519,69 | 1504,14 | 1519,40 | 1503,85 | 1519,05 | 1503,50 | 1519,14 | 1503,59 |
| S 3 | 1647,83 | 1633,71 | 1648,11 | 1633,98 | 1647,62 | 1633,48 | 1647,50 | 1633,36 | 1647,13 | 1632,98 | 1647,68 | 1633,54 | 1647,80 | 1633,66 |

Tabela B-47 - Resposta dinâmica de placas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura variável (tapering-2), SSSS em modo sensor aberto e fechado.

| Dinâmica: Frequências naturais ω associadas aos primeiros 3 modos de vibração (Hz) – Tapering-2 (2D) | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--|
| Lam | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | | |
| MBCs | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | |
| $\bar{\omega}$ | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | |
| S 1 | 473,391 | 466,727 | 473,189 | 466,519 | 473,280 | 466,612 | 473,129 | 466,456 | 473,382 | 466,717 | 473,432 | 466,769 | |
| S 2 | 1095,634 | 1079,887 | 1095,165 | 1079,407 | 1096,118 | 1080,377 | 1095,766 | 1080,016 | 1095,264 | 1079,508 | 1095,381 | 1079,627 | |
| S 3 | 1185,079 | 1170,591 | 1184,454 | 1169,953 | 1184,216 | 1169,715 | 1183,747 | 1169,236 | 1184,504 | 1170,003 | 1184,661 | 1170,163 | |

Tabela B-48 - Resposta dinâmica de placas laminadas híbridas considerando os diversos esquemas de laminação (QUAD e DD- $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$) de espessura variável (tapering-3), SSSS em modo sensor aberto e fechado.

| Dinâmica: Frequências naturais ω associadas aos primeiros 3 modos de vibração (Hz) – Tapering-3 (2D) | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--|
| Lam | Stagg1 | | Stagg2 | | Stagg3 | | Stagg4 | | Paired1 | | Paired2 | | |
| MBCs | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | [p/DD/p] | | |
| $\bar{\omega}$ | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | |
| S 1 | 556,052 | 550,986 | 555,877 | 550,807 | 555,967 | 550,899 | 555,836 | 550,764 | 556,051 | 550,984 | 556,095 | 551,029 | |
| S 2 | 1347,928 | 1333,454 | 1347,508 | 1333,026 | 1348,326 | 1333,854 | 1348,010 | 1333,533 | 1347,612 | 1333,132 | 1347,716 | 1333,238 | |
| S 3 | 1446,185 | 1432,808 | 1445,633 | 1432,246 | 1445,496 | 1432,111 | 1445,082 | 1431,690 | 1445,692 | 1432,307 | 1445,831 | 1432,448 | |

Tabela B-49 - Resposta de uma viga híbrida de espessura constante e variável quando sujeita a uma carga UDL: potencial elétrico em função do comprimento da viga – CFFF, CSFF.

| UDL | | CFFF | | CSFF | |
|---------|--------|-----------------------------|------------------------|-----------------------------|------------------------|
| 60x6 | Loc. | Espessura cste. Voltagem | Tapering-1 Voltagem | Espessura cste. Voltagem | Tapering-1 Voltagem |
| Element | x(m) | Φ (V) | Φ (V) | Φ (V) | Φ (V) |
| 121 | 0,0025 | 10,0464 | 10,0464 | 2,4668 | 3,3886 |
| 122 | 0,0075 | 8,7693 | 8,7693 | 2,0503 | 2,8672 |
| 123 | 0,0125 | 7,8704 | 7,8704 | 1,7327 | 2,4788 |
| 124 | 0,0175 | 7,2262 | 7,2262 | 1,4842 | 2,1822 |
| 125 | 0,0225 | 6,7835 | 6,7834 | 1,2900 | 1,9577 |
| 126 | 0,0275 | 6,4480 | 6,4479 | 1,1259 | 1,7727 |
| 127 | 0,0325 | 6,1687 | 6,1686 | 0,9790 | 1,6096 |
| 128 | 0,0375 | 5,9187 | 5,9186 | 0,8426 | 1,4594 |
| 129 | 0,0425 | 5,6851 | 5,6848 | 0,7135 | 1,3175 |
| 130 | 0,0475 | 5,4615 | 5,4608 | 0,5902 | 1,1819 |
| 131 | 0,0525 | 5,2449 | 5,2434 | 0,4717 | 1,0515 |
| 132 | 0,0575 | 5,0338 | 5,0308 | 0,3579 | 0,9258 |
| 133 | 0,0625 | 4,8277 | 4,8213 | 0,2485 | 0,8045 |
| 134 | 0,0675 | 4,6262 | 4,6127 | 0,1435 | 0,6875 |
| 135 | 0,0725 | 4,4290 | 4,4008 | 0,0428 | 0,5748 |
| 136 | 0,0775 | 4,2362 | 4,1771 | -0,0536 | 0,4659 |
| 137 | 0,0825 | 4,0478 | 3,9244 | -0,1457 | 0,3606 |
| 138 | 0,0875 | 3,8636 | 3,6244 | -0,2336 | 0,2584 |
| 139 | 0,0925 | 3,6837 | 3,2863 | -0,3171 | 0,1581 |
| 140 | 0,0975 | 3,5081 | 6,0268 | -0,3964 | 0,1472 |
| 141 | 0,1025 | 3,3368 | 5,5149 | -0,4714 | 0,0035 |
| 142 | 0,1075 | 3,1697 | 5,0923 | -0,5421 | -0,1318 |
| 143 | 0,1125 | 3,0070 | 4,7446 | -0,6085 | -0,2572 |
| 144 | 0,1175 | 2,8485 | 4,4506 | -0,6706 | -0,3737 |
| 145 | 0,1225 | 2,6944 | 4,1871 | -0,7285 | -0,4824 |
| 146 | 0,1275 | 2,5445 | 3,9423 | -0,7820 | -0,5840 |
| 147 | 0,1325 | 2,3988 | 3,7104 | -0,8313 | -0,6786 |
| 148 | 0,1375 | 2,2575 | 3,4884 | -0,8763 | -0,7663 |
| 149 | 0,1425 | 2,1205 | 3,2746 | -0,9170 | -0,8472 |
| 150 | 0,1475 | 1,9877 | 3,0682 | -0,9534 | -0,9214 |
| 151 | 0,1525 | 1,8592 | 2,8686 | -0,9856 | -0,9885 |
| 152 | 0,1575 | 1,7350 | 2,6752 | -1,0135 | -1,0485 |
| 153 | 0,1625 | 1,6151 | 2,4874 | -1,0370 | -1,1008 |
| 154 | 0,1675 | 1,4994 | 2,3040 | -1,0563 | -1,1444 |
| 155 | 0,1725 | 1,3881 | 2,1231 | -1,0714 | -1,1774 |
| 156 | 0,1775 | 1,2810 | 1,9408 | -1,0821 | -1,1965 |
| 157 | 0,1825 | 1,1782 | 1,7488 | -1,0886 | -1,1944 |
| 158 | 0,1875 | 1,0797 | 1,5393 | -1,0907 | -1,1641 |
| 159 | 0,1925 | 0,9855 | 1,3184 | -1,0886 | -1,1163 |
| 160 | 0,1975 | 0,8956 | 2,7756 | -1,0822 | -2,5888 |
| 161 | 0,2025 | 0,8099 | 2,4025 | -1,0715 | -2,4640 |
| 162 | 0,2075 | 0,7286 | 2,0872 | -1,0566 | -2,3741 |
| 163 | 0,2125 | 0,6515 | 1,8208 | -1,0373 | -2,3046 |
| 164 | 0,2175 | 0,5787 | 1,5928 | -1,0138 | -2,2462 |
| 165 | 0,2225 | 0,5102 | 1,3904 | -0,9860 | -2,1881 |
| 166 | 0,2275 | 0,4459 | 1,2075 | -0,9539 | -2,1250 |
| 167 | 0,2325 | 0,3860 | 1,0404 | -0,9175 | -2,0540 |
| 168 | 0,2375 | 0,3303 | 0,8874 | -0,8768 | -1,9735 |
| 169 | 0,2425 | 0,2789 | 0,7473 | -0,8319 | -1,8826 |
| 170 | 0,2475 | 0,2318 | 0,6195 | -0,7826 | -1,7809 |
| 171 | 0,2525 | 0,1890 | 0,5037 | -0,7291 | -1,6680 |
| 172 | 0,2575 | 0,1505 | 0,3997 | -0,6713 | -1,5437 |
| 173 | 0,2625 | 0,1162 | 0,3074 | -0,6092 | -1,4080 |
| 174 | 0,2675 | 0,0862 | 0,2267 | -0,5428 | -1,2607 |
| 175 | 0,2725 | 0,0605 | 0,1575 | -0,4721 | -1,1018 |
| 176 | 0,2775 | 0,0391 | 0,0999 | -0,3971 | -0,9311 |
| 177 | 0,2825 | 0,0220 | 0,0539 | -0,3177 | -0,7485 |
| 178 | 0,2875 | 0,0093 | 0,0194 | -0,2338 | -0,5537 |
| 179 | 0,2925 | 0,0011 | -0,0036 | -0,1452 | -0,3461 |
| 180 | 0,2975 | -0,0025 | -0,0157 | -0,0516 | -0,1251 |

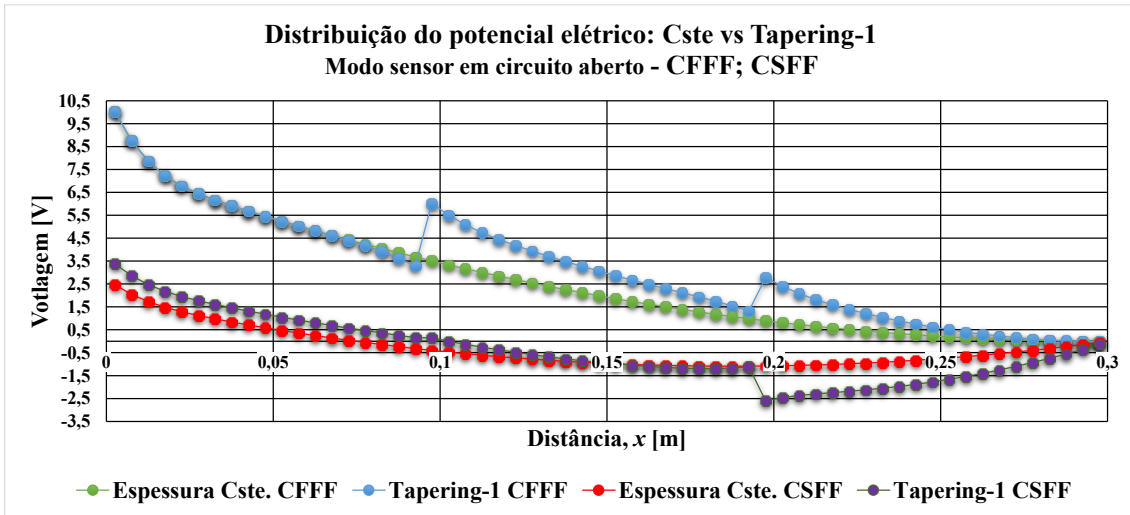


Figura B-38- Representação gráfica dos potenciais elétricos para uma viga de espessura constante e com tapering-1 considerando uma carga UDL para CFFF e CSFF.

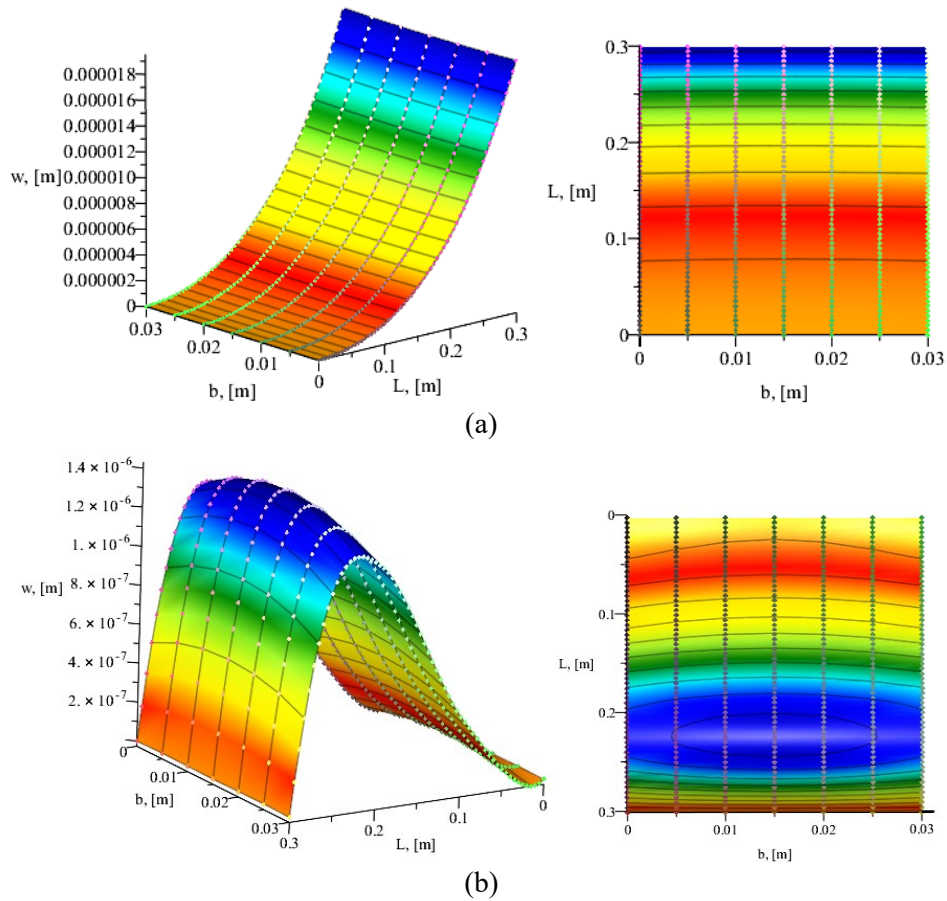


Figura B-39 - Representação gráfica das deformações no modo atuador para Vigas com Tapering-1 (61,14): (a) CFFF; (b) CSFF.

EP6. Master-Ply no contexto de laminados híbridos

Dimensões da Viga: $h_{\text{camada-elastica}}=1/8000$ (m), $h_{\text{camada-PZT-4}}=0,5E-3$ (m), $h_{\text{total}}=9E-3+2x0,5E-3$ (m) para $rT=18$, $L/h=30 \rightarrow L=0,3$ (m) e $b=0,03$ (m).

Laminado QUAD: $[0_3/45/90_2/-45_3/0/-45/45_2/90/45/-45/0/45]_{2S}$ – Total de 72 camadas.

Laminado DD: $[\Phi, \psi]=[\pm 64, \pm 14]$ (Equivalente em D^*), $rT=18$;

Potencial elétrico uniforme: 25V para cada camada – Modo atuador.

Propriedades mecânicas utilizadas estão normalizadas pelo trace.

$\text{Trace}_{\text{PZT-4}}=243,67E9$ (Pa).

$\text{Trace}_{\text{híbrido}}=V_1\text{Trace}_{\text{CFRP}}+V_2\text{Trace}_{\text{Piezoelétrico}}=0,9\text{Tr}_{\text{CFRP}}+0,1\text{Tr}_{\text{PZT-4}}$

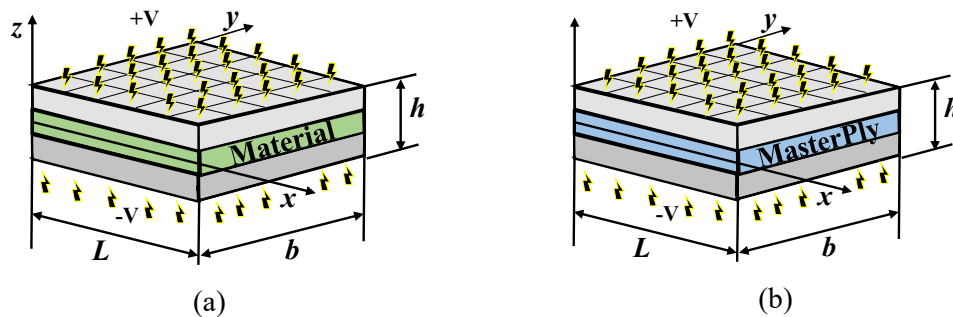


Figura B-40 - Representação esquemática das propriedades consideradas: (a) Materiais normalizadas; (b) MasterPly.

Tabela B-50 - Propriedades dos materiais CFRP e da respetiva Masterply utilizados no EP6. Adaptado de [171, p. 18].

| CFRP – (GPa) | E_x | E_y | E_s | ν_u | Q_{xx} | Q_{yy} | Q_{xy} | Q_{ss} | Trace2D | E_x^* | E_y^* | E_s^* |
|---------------|--------|-------|-------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|---------|---------|
| IM6/epoxy | 203 | 11,20 | 8,40 | 0,32 | 204 | 11,3 | 3,6 | 8,4 | 232 | 0,874 | 0,048 | 0,036 |
| IM7/977-3 | 191 | 9,94 | 7,79 | 0,35 | 192 | 10,0 | 3,5 | 7,8 | 218 | 0,877 | 0,046 | 0,036 |
| T300/5208 | 181 | 10,30 | 7,17 | 0,28 | 182 | 10,3 | 2,9 | 7,2 | 206 | 0,877 | 0,050 | 0,035 |
| IM7/MTM45 | 175 | 8,20 | 5,50 | 0,33 | 176 | 8,2 | 2,7 | 5,5 | 195 | 0,897 | 0,042 | 0,028 |
| T800/Cytec | 162 | 9,00 | 5,00 | 0,40 | 163 | 9,1 | 3,6 | 5,0 | 183 | 0,888 | 0,049 | 0,027 |
| IM7/8552 | 159 | 8,96 | 5,50 | 0,32 | 160 | 9,0 | 2,9 | 5,5 | 180 | 0,884 | 0,050 | 0,031 |
| T800S/3900 | 151 | 8,20 | 4,00 | 0,33 | 152 | 8,2 | 2,7 | 4,0 | 168 | 0,898 | 0,049 | 0,024 |
| T300/F934 | 148 | 9,65 | 4,55 | 0,30 | 149 | 9,7 | 2,9 | 4,6 | 168 | 0,883 | 0,058 | 0,027 |
| T700 C-Ply 64 | 141 | 9,30 | 5,80 | 0,30 | 142 | 9,4 | 2,8 | 5,8 | 163 | 0,866 | 0,057 | 0,036 |
| AS4/H3501 | 138 | 8,96 | 7,10 | 0,30 | 139 | 9,0 | 2,7 | 7,1 | 162 | 0,852 | 0,055 | 0,044 |
| T650/epoxy | 139 | 9,40 | 5,50 | 0,32 | 140 | 9,5 | 3,0 | 5,5 | 160 | 0,866 | 0,059 | 0,034 |
| T4708/MR60H | 142 | 7,72 | 3,80 | 0,34 | 143 | 7,8 | 2,6 | 3,8 | 158 | 0,897 | 0,049 | 0,024 |
| T700/2510 | 126 | 8,40 | 4,20 | 0,31 | 127 | 8,5 | 2,6 | 4,2 | 144 | 0,877 | 0,058 | 0,029 |
| AS4/MTM45 | 128 | 7,93 | 3,65 | 0,30 | 129 | 8,0 | 2,4 | 3,7 | 144 | 0,889 | 0,055 | 0,025 |
| T700 C-Ply 55 | 121 | 8,00 | 4,70 | 0,30 | 122 | 8,0 | 2,4 | 4,7 | 139,172 | 0,869 | 0,057 | 0,034 |
| Masterply | 153,67 | 9,01 | 5,51 | 0,32 | 155 | 9,1 | 2,9 | 5,5 | 174,6876 | 0,880 | 0,052 | 0,031 |

Tabela B-51 - Resposta estática de vigas laminadas híbridas CFFF em modo atuador, considerando os diversos esquemas de laminação (DD-[Φ, ψ]=[$\pm 64, \pm 14$]) de espessura constante e respectivos materiais/masterply.

| Estática – Deslocamento no bordo livre (μm) – w – Viga CFFF - espessura constante. | | | | | | | | |
|---|-------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|--------------|
| Material | Resultados da Masterply | | | | | | | Desvio [%] |
| | Material (Stagg1) | Stagg1 | Stagg2 | Stagg3 | Stagg4 | Paired1 | Paired2 | |
| IM6/epoxy | 13,968 | 13,813 | 13,829 | 13,830 | 13,843 | 13,831 | 13,829 | 1,110 |
| IM7/977-3 | 14,743 | 14,625 | 14,642 | 14,644 | 14,658 | 14,645 | 14,642 | 0,796 |
| T300/5208 | 15,509 | 15,334 | 15,351 | 15,353 | 15,368 | 15,355 | 15,351 | 1,131 |
| IM7/MTM45 | 16,004 | 16,117 | 16,136 | 16,138 | 16,153 | 16,139 | 16,136 | 0,709 |
| T800/Cytec | 16,819 | 17,087 | 17,106 | 17,108 | 17,125 | 17,110 | 17,107 | 1,593 |
| IM7/8552 | 17,274 | 17,301 | 17,321 | 17,323 | 17,340 | 17,325 | 17,321 | 0,157 |
| T800S/3900 | 18,025 | 18,346 | 18,367 | 18,369 | 18,387 | 18,371 | 18,367 | 1,780 |
| T300/F934 | 18,247 | 18,390 | 18,411 | 18,413 | 18,431 | 18,415 | 18,411 | 0,783 |
| T700 C-Ply 64 | 19,076 | 18,863 | 18,884 | 18,887 | 18,905 | 18,888 | 18,885 | 1,118 |
| AS4/H3501 | 19,510 | 18,940 | 18,962 | 18,964 | 18,982 | 18,966 | 18,962 | 2,922 |
| T650/epoxy | 19,217 | 19,100 | 19,122 | 19,125 | 19,143 | 19,126 | 19,123 | 0,605 |
| T4708/MR60H | 18,979 | 19,324 | 19,346 | 19,348 | 19,367 | 19,350 | 19,346 | 1,819 |
| T700/2510 | 20,889 | 20,976 | 21,000 | 21,003 | 21,023 | 21,005 | 21,001 | 0,418 |
| AS4/MTM45 | 20,819 | 20,936 | 20,960 | 20,963 | 20,983 | 20,965 | 20,961 | 0,565 |
| T700 C-Ply 55 | 21,696 | 21,543 | 21,568 | 21,571 | 21,591 | 21,573 | 21,568 | 0,705 |
| Média | 18,052 | 18,046 | 18,067 | 18,069 | 18,086 | 18,071 | 18,067 | 1,081 |

Nota: $w=(w^*)/\text{Tracehíbrido}$

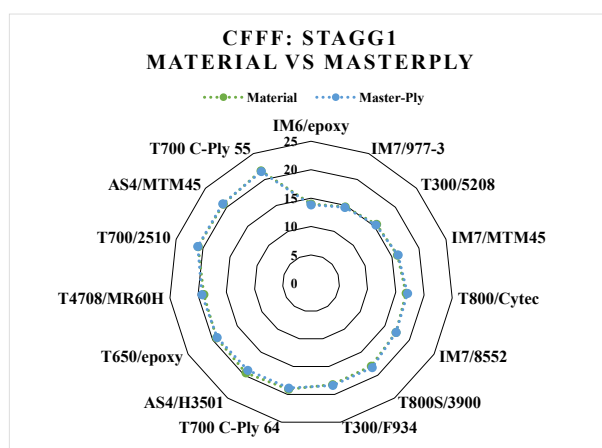


Figura B-41 - Representação gráfica da resposta estática de vigas híbridas CFFF em modo atuador considerando os diversos materiais e a masterply.

Tabela B-52 - Resposta estática das vigas híbridas CFFF com propriedades materiais Normalizadas e Não-Norm.

| Material | Deslocamento no bordo livre, w – (μm) | | |
|---------------|--|---------------------------|--------------|
| | Propriedades Não-Normalizadas | Propriedades Normalizadas | Desvio [%] |
| IM6/epoxy | 13,968 | 13,881 | 0,622 |
| IM7/977-3 | 14,743 | 14,527 | 1,463 |
| T300/5208 | 15,509 | 15,167 | 2,208 |
| IM7/MTM45 | 16,004 | 15,543 | 2,877 |
| T800/Cytec | 16,819 | 16,194 | 3,717 |
| IM7/8552 | 17,274 | 16,573 | 4,057 |
| T800S/3900 | 18,025 | 17,150 | 4,857 |
| T300/F934 | 18,247 | 17,333 | 5,007 |
| T700 C-Ply 64 | 19,076 | 17,991 | 5,686 |
| AS4/H3501 | 19,510 | 18,340 | 5,997 |
| T650/epoxy | 19,217 | 18,094 | 5,840 |
| T4708/MR60H | 18,979 | 17,891 | 5,730 |
| T700/2510 | 20,889 | 19,343 | 7,400 |
| AS4/MTM45 | 20,819 | 19,287 | 7,357 |
| T700 C-Ply 55 | 21,696 | 20,137 | 7,187 |
| Média | 18,052 | 17,163 | 4,920 |

EP7. Esquemas de laminação e Tensões: QUAD vs DD

Dimensões da Placa (QUAD convencional): $h_{\text{camada-elastica}}=1/8000$ (m), $h_{\text{total}}=9E-3$ (m), $L/h=30$ ($L=b=0,27E-3$ (m)).

Dimensões da Placa (QUAD não-convencional): $h_{\text{camada-elastica}}=1/8000$ (m), $h_{\text{total}}=6E-3$ (m), $L/h=30$ ($L=b=0,18E-3$ (m)).

QUAD convencional: $[0_3/45/90_2/-45_3/0/-45/45_2/90/45/-45/0/45]_{2S}$ – Total de 72 camadas em IM6/Epoxy.

DD: $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 14]$ (Equivalente em D*); $[\Phi, \psi]=[\pm 62, \pm 20]$ (Equivalente em A*).

QUAD não-convencional: $[73,8/-34,4/42,8/-54,3/-43,7/-34,8/32,5/83/-9,4/-9,1/7,7/32,6]_{2S}$ – Total de 48 camadas em IM7/977.

DD: $[\Phi, \psi]=[\pm 61, \pm 25]$ (Equivalente em D*); $[\Phi, \psi]=[\pm 57, \pm 17]$ (Equivalente em A*).

Carga UDL aplicada: 1000 (Pa).

MBCs: SSSS.

Tensões avaliadas nos pontos de gauss considerados no método de integração reduzida (0,0).

Tabela B-53 - Propriedades dos materiais utilizados no EP7: IM6/Epoxy, IM7/977.

| Propriedade | IM6/Epoxy | IM7/977 |
|---|------------|------------|
| Q₁₁ (Pa) | 2,0742E+11 | 1,9571E+11 |
| Q₁₂ (Pa) | 6,9096E+9 | 6,7260E+09 |
| Q₁₃ (Pa) | 6,9096E+9 | 6,7260E+09 |
| Q₂₂ (Pa) | 1,4606E+10 | 1,2989E+10 |
| Q₂₃ (Pa) | 6,9867E+9 | 6,2276E+09 |
| Q₃₃ (Pa) | 1,4606E+10 | 1,2989E+10 |
| Q₄₄ (Pa) | 3,8095E+9 | 3,3810E+09 |
| Q₄₅ (Pa) | 0 | 0 |
| Q₅₅ (Pa) | 8,4000E+9 | 7,7900E+09 |
| Q₆₆ (Pa) | 8,4000E+9 | 7,7900E+09 |
| ρ (kg/m³) | 1536 | - |

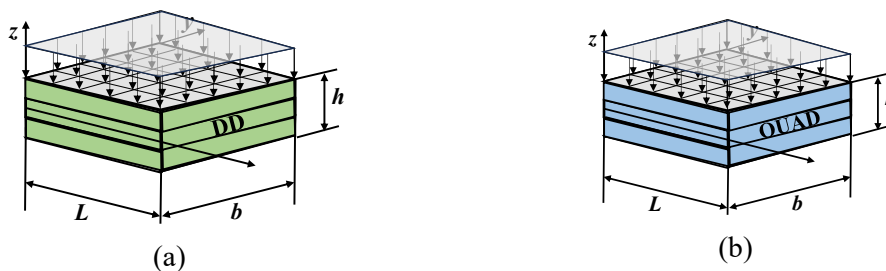


Figura B-42 - Representação esquemática dos esquemas de laminação considerados considerando uma carga UDL: (a) Double-Double; (b) QUAD.

Tabela B-54 - Resposta estática do laminado QUAD convencional e o seu equivalente DD em [D]*: Deslocamento máximo, tensões máximas e localização.

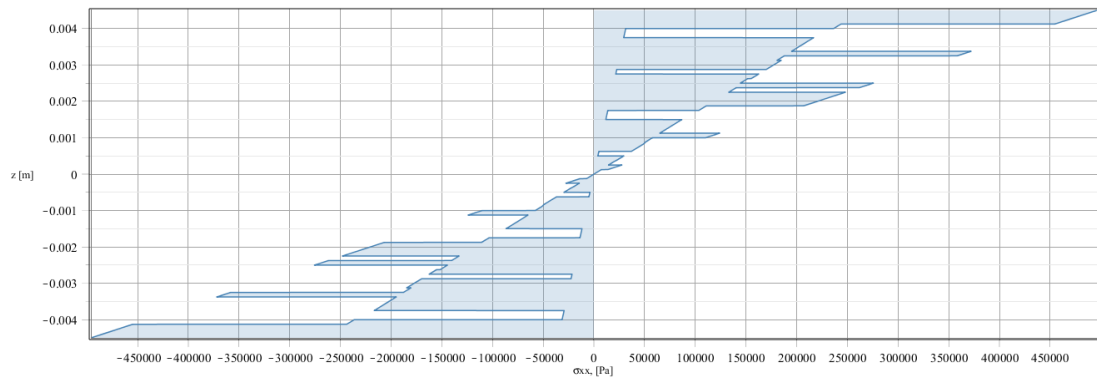
| Convencional | | Tensões máximas e localização | | | | Deslocamento máx. |
|---------------|--------------------|-------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|
| Loc. | (L/2;b/2) | (L/2;b/2) | (0;0) | (0,b/2) | (L/2;0) | (L/2;b/2) |
| Elem. [21x21] | 221 | 221 | 1 | 211 | 11 | - |
| DD: [61,14] | σ_{xx} (Pa) | σ_{yy} (Pa) | σ_{xy} (Pa) | σ_{xz} (Pa) | σ_{yz} (Pa) | w (μ m) |
| QUAD | 4,961E+05 | -4,299E+05 | 2,653E+05 | 1,614E+04 | 1,507E+04 | 4,311 |
| z (m) | 0,0045 | -0,004 | -0,004125 | 0,004500 | -0,004 | - |
| Stagg1 | 4,675E+05 | -3,748E+05 | 2,242E+05 | 1,525E+04 | 1,348E+04 | 4,297 |
| z (m) | 0,004500 | -0,004500 | -0,004250 | 0,004500 | -0,004500 | - |
| Stagg2 | 4,625E+05 | -3,715E+05 | 2,247E+05 | 1,525E+04 | 1,348E+04 | 4,300 |
| z (m) | 0,004500 | -0,004500 | -0,004250 | 0,004250 | -0,004250 | - |
| Stagg3 | 4,577E+05 | -3,735E+05 | -2,265E+05 | 1,524E+04 | 1,349E+04 | 4,299 |
| z (m) | 0,004375 | -0,0045 | 0,0045 | 0,004375 | -0,0045 | - |
| Stagg4 | 4,498E+05 | -3,719E+05 | -2,257E+05 | 1,524E+04 | 1,349E+04 | 4,302 |
| z (m) | 0,004375 | -0,004500 | 0,0045 | 0,004375 | -0,0045 | - |
| Paired1 | 4,632E+05 | -3,728E+05 | 2,265E+05 | 1,525E+04 | 1,348E+04 | 4,297 |
| z (m) | 0,0045 | -0,0045 | -0,004375 | 0,004375 | -0,004375 | - |
| Paired2 | 4,657E+05 | -3,745E+05 | 2,263E+05 | 1,525E+04 | 1,349E+04 | 4,296 |
| z (m) | 0,004500 | -0,004500 | -0,0045 | 0,0045 | -0,0045 | - |

Tabela B-55 - Resposta estática do laminado QUAD convencional e o seu equivalente DD em [A]*: Deslocamento máximo, tensões máximas e localização.

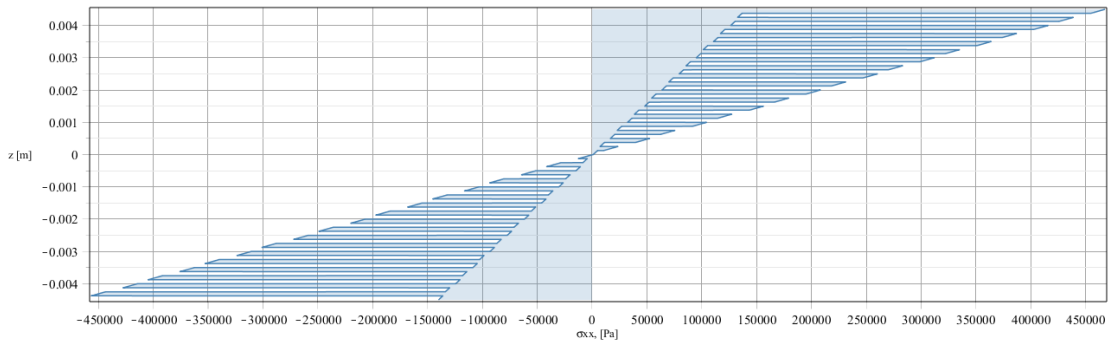
| Convencional | | Tensões máximas e localização | | | | Deslocamento máx. |
|---------------|--------------------|-------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|
| Loc. | (L/2;b/2) | (L/2;b/2) | (0;0) | (0,b/2) | (L/2;0) | (L/2;b/2) |
| Elem. [21x21] | 221 | 221 | 1 | 211 | 11 | - |
| DD: [62,20] | σ_{xx} (Pa) | σ_{yy} (Pa) | σ_{xy} (Pa) | σ_{xz} (Pa) | σ_{yz} (Pa) | w (μ m) |
| QUAD | 4,961E+05 | -4,299E+05 | 2,653E+05 | 1,614E+04 | 1,507E+04 | 4,311 |
| z (m) | 0,0045 | -0,004 | -0,004125 | 0,004500 | -0,004 | - |
| Stagg1 | 4,186E+05 | -3,669E+05 | -2,09E+05 | 1,459E+04 | 1,361E+04 | 4,127 |
| z (m) | 0,004500 | -0,004500 | 0,004375 | 0,004500 | -0,004500 | - |
| Stagg2 | 4,130E+05 | -3,625E+05 | 2,095E+05 | 1,459E+04 | 1,361E+04 | 4,131 |
| z (m) | 0,004500 | -0,004500 | -0,00425 | 0,00425 | 0,004375 | - |
| Stagg3 | 4,107E+05 | -3,652E+05 | -2,108E+05 | 1,458E+04 | 1,362E+04 | 4,128 |
| z (m) | 0,004375 | -0,0045 | 0,0045 | 0,004375 | -0,0045 | - |
| Stagg4 | 4,018E+05 | -3,631E+05 | -2,098E+05 | 1,458E+04 | 1,362E+04 | 4,132 |
| z (m) | 0,004375 | -0,004500 | 0,0045 | 0,004375 | -0,0045 | - |
| Paired1 | 4,143E+05 | -3,641E+05 | 2,118E+05 | 1,459E+04 | 1,361E+04 | 4,127 |
| z (m) | 0,0045 | -0,0045 | -0,004375 | 0,004375 | -0,004375 | - |
| Paired2 | 4,172E+05 | -3,663E+05 | 2,109E+05 | 1,459E+04 | 1,361E+04 | 4,126 |
| z (m) | 0,004500 | -0,004500 | -0,0045 | 0,0045 | -0,0045 | - |

Tabela B-56 - Resposta estática do laminado não-convencional e o seu equivalente DD-Stagg1 em [A]* e [D]*: Deslocamento máximo, tensões máximas e localização.

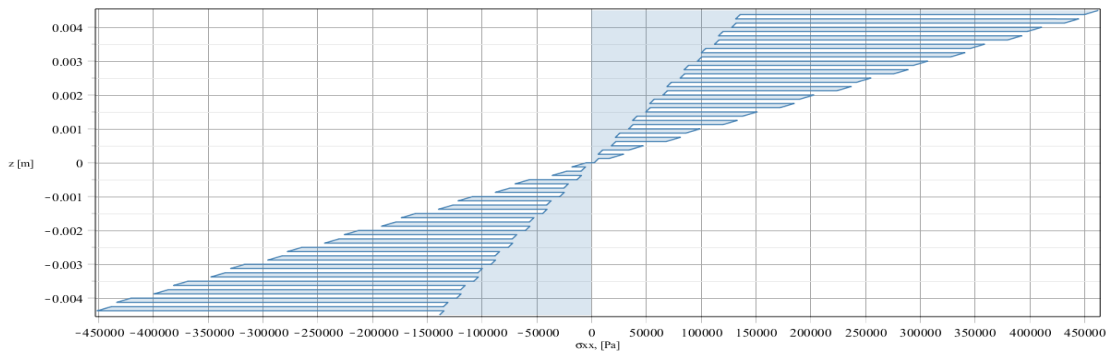
| N-Convencional | | Tensões máximas e localização (Pa) | | | | Deslocamento máx. |
|------------------|--------------------|------------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|
| Loc. | (L/2;b/2) | (L/2;b/2) | (0;0) | (0,b/2) | (L/2;0) | (L/2;b/2) |
| Elem. [21x21] | 221 | 221 | 1 | 211 | 11 | - |
| - | σ_{xx} (Pa) | σ_{yy} (Pa) | σ_{xy} (Pa) | σ_{xz} (Pa) | σ_{yz} (Pa) | w (μ m) |
| QUAD | 2,93E+05 | -4,19E+05 | 2,32E+05 | 1,47E+04 | 1,64E+04 | 2,813892323 |
| z (m) | 0,002875 | -0,003 | -0,00275 | 0,00175 | -0,002125 | - |
| Stagg1 - [61,25] | 3,697E+05 | -3,425E+05 | 2,053E+05 | 1,403E+04 | 1,354E+04 | 2,793 |
| z (m) | 0,003 | -0,003 | -0,003 | 0,003 | -0,003 | - |
| Stagg1 - [57,17] | 4,318E+05 | -3,255E+05 | 2,398E+05 | 1,496E+04 | 1,301E+04 | 2,900 |
| z (m) | 0,003 | -0,003 | -0,003 | 0,003 | -0,003 | - |



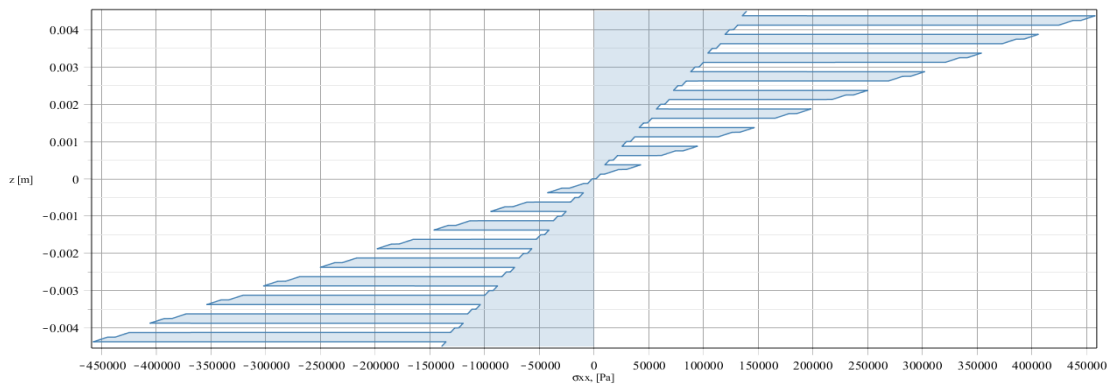
(a)



(b)

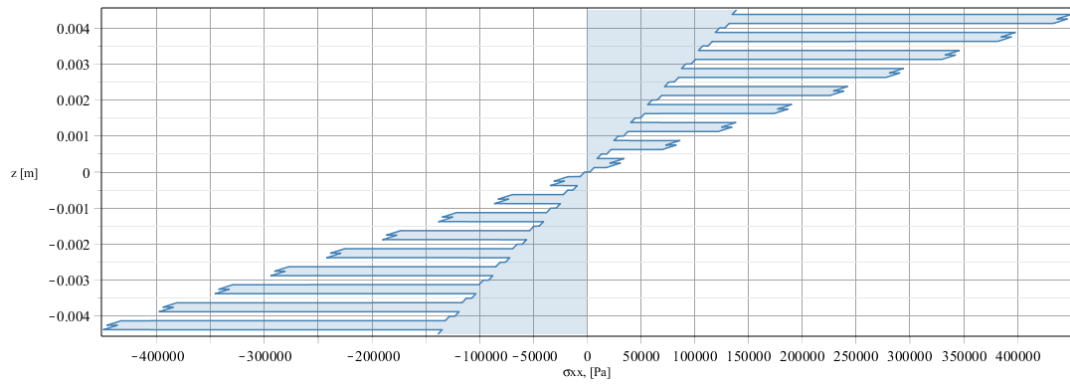


(c)

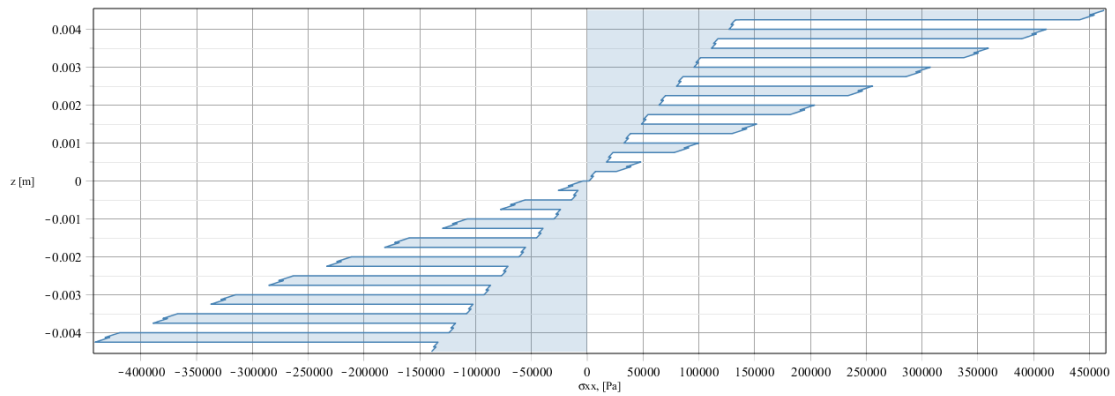


(d)

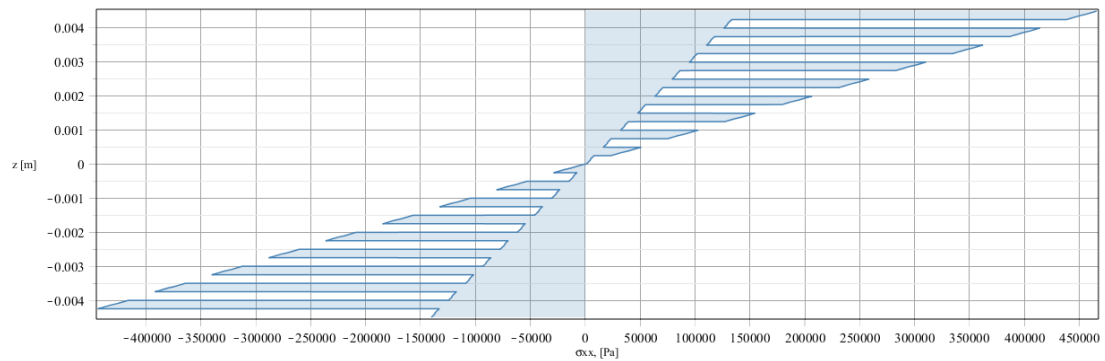
Figura B-43 - Representação gráfica das tensões xx em espessura do laminado QUAD convencional e respectivos DD – [61,14]: (a) QUAD; (b) Stagg1; (c) Stagg2; (d) Stagg3.



(a)

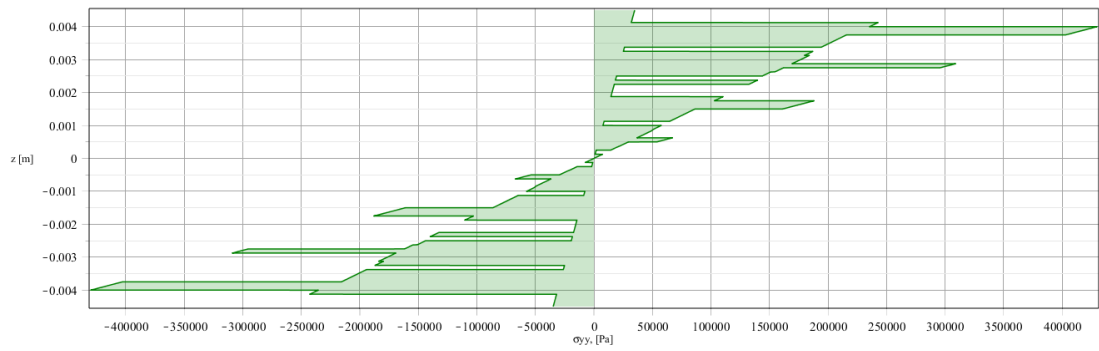


(b)

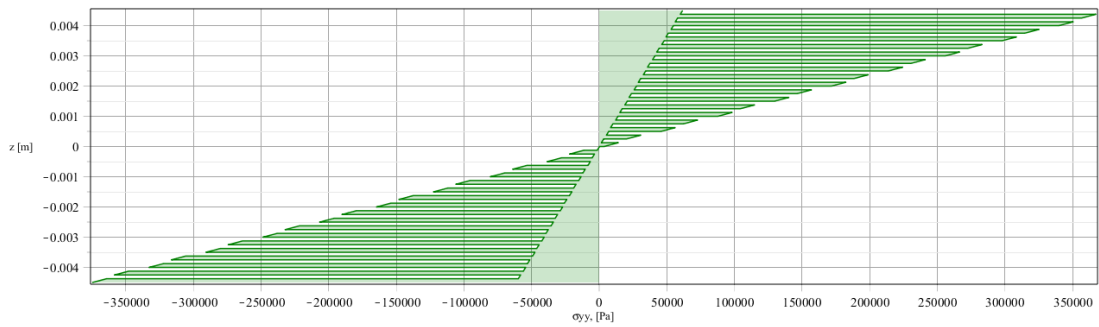


(c)

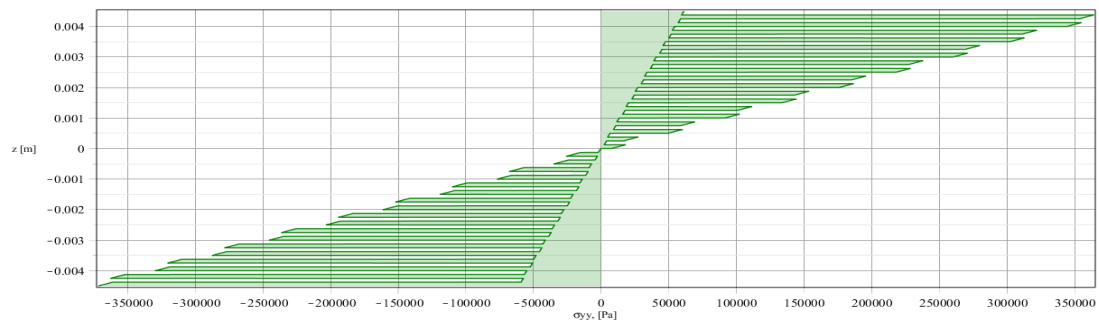
Figura B-44 - Representação gráfica das tensões xx em espessura dos restantes esquemas de DD - [61,14]: (a) Stagg4; (b) Paired1; (c) Paired2.



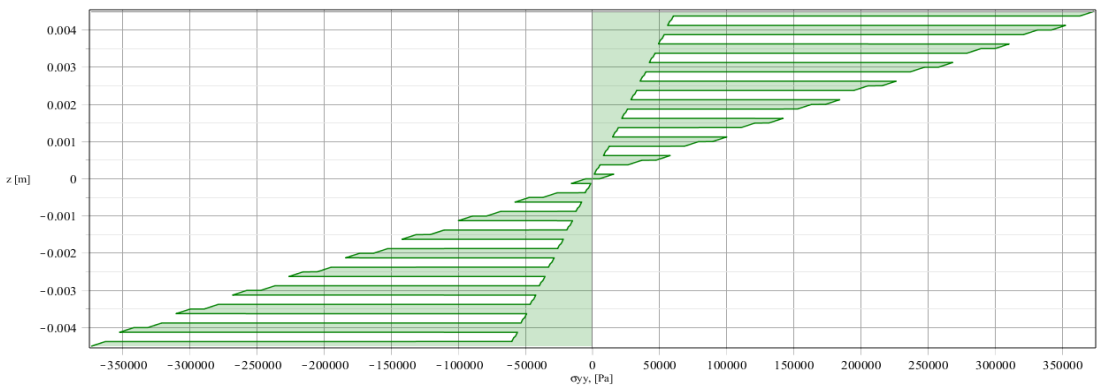
(a)



(b)

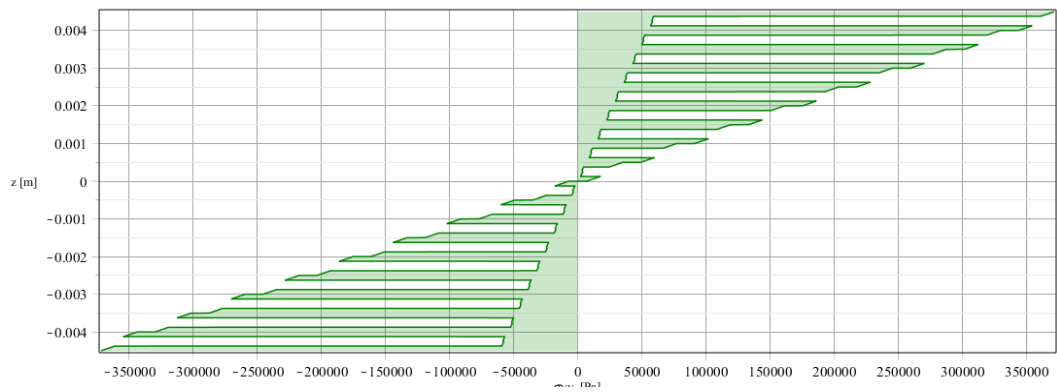


(c)

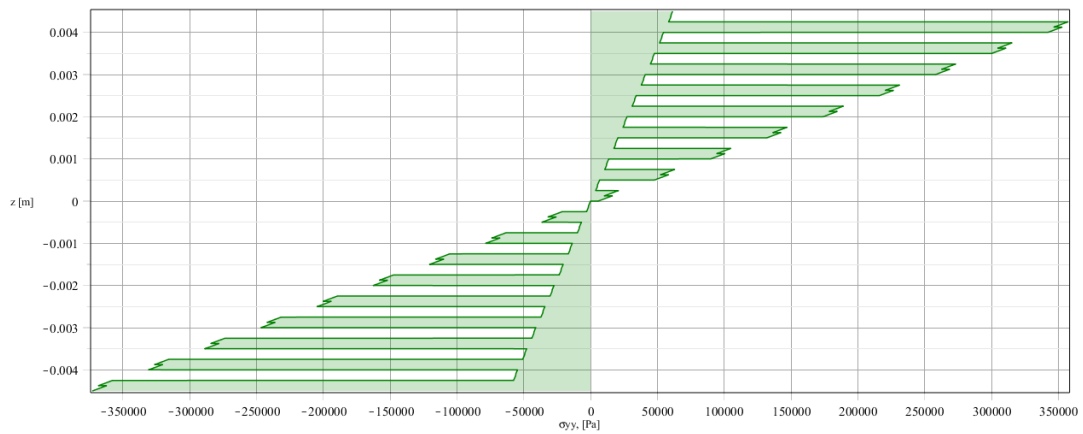


(d)

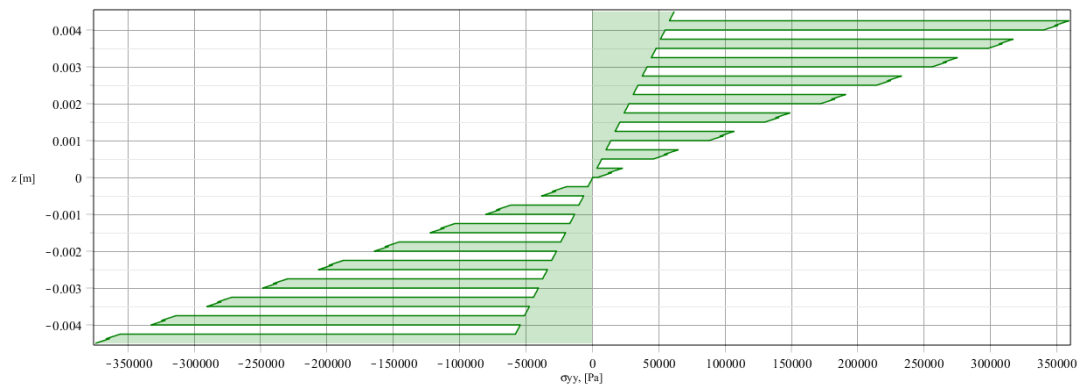
Figura B-45 - Representação gráfica das tensões yy em espessura do laminado QUAD convencional e respetivos DD – [61,14]: (a) QUAD; (b) Stagg1; (c) Stagg2; (d) Stagg3.



(a)

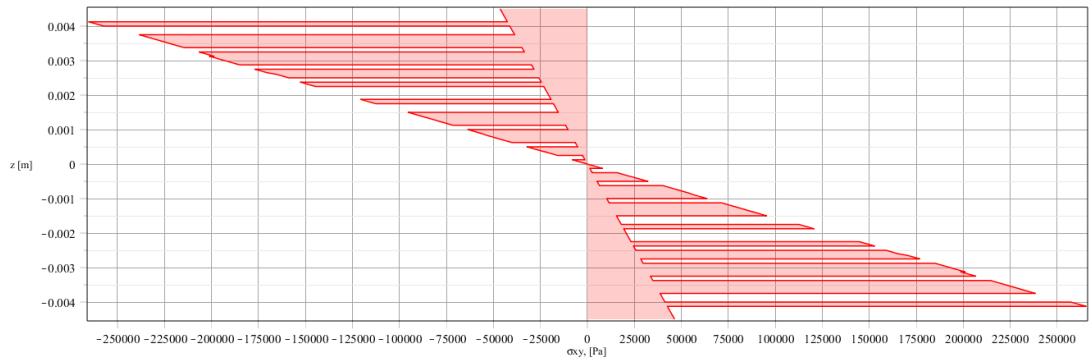


(b)

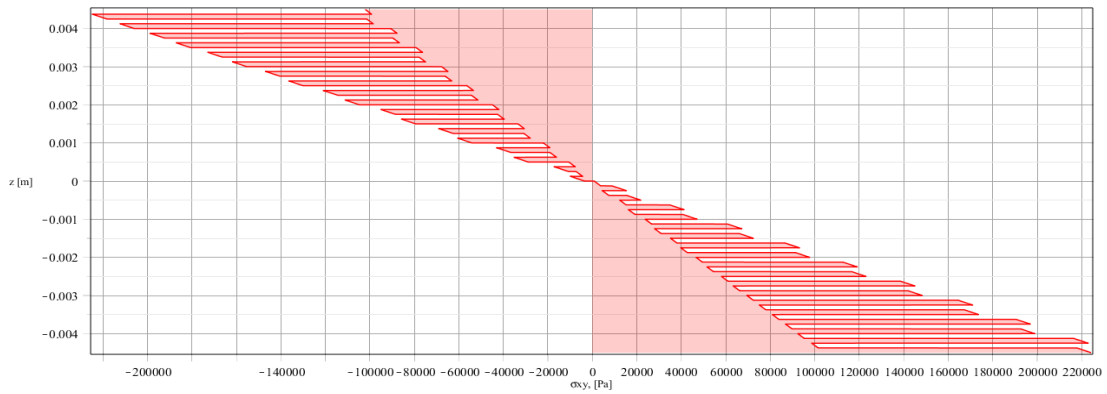


(c)

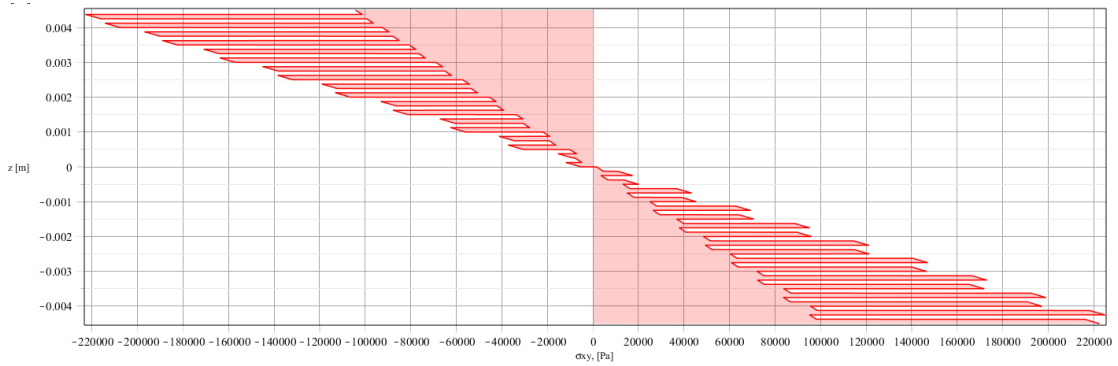
Figura B-46 - Representação gráfica das tensões σ_{yy} em espessura dos restantes esquemas de DD – [61,14]: (a) Stagg4; (b) Paired1; (c) Paired2.



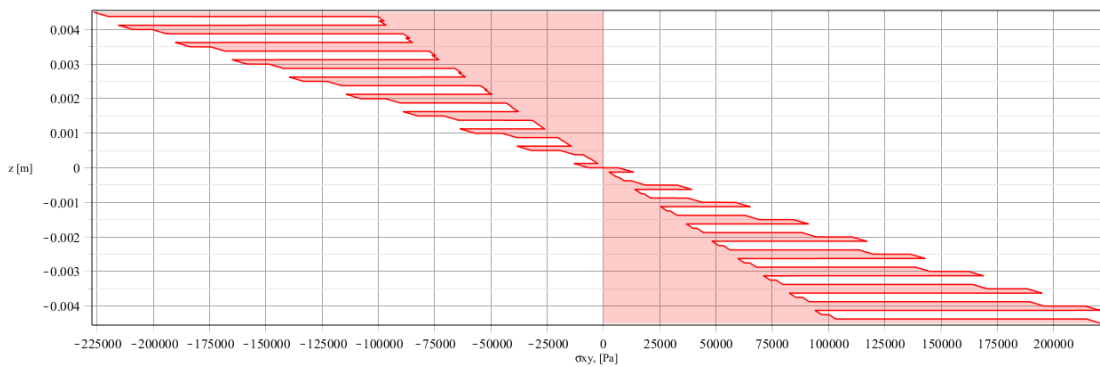
(a)



(b)

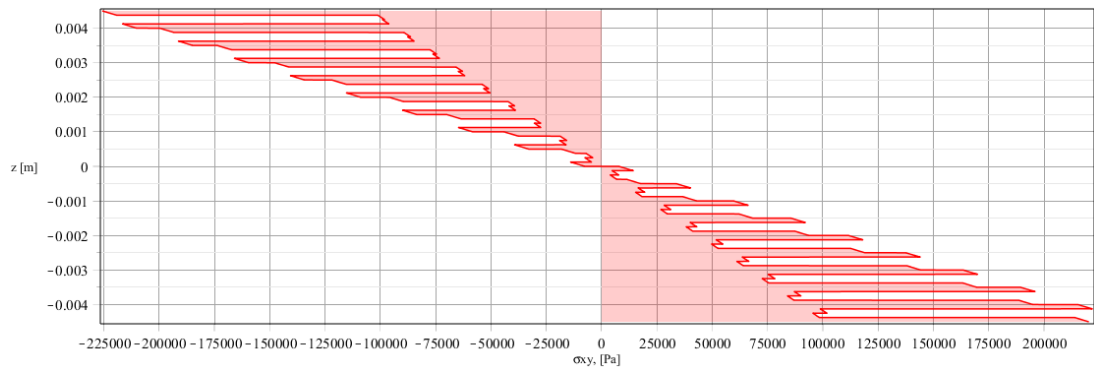


(c)

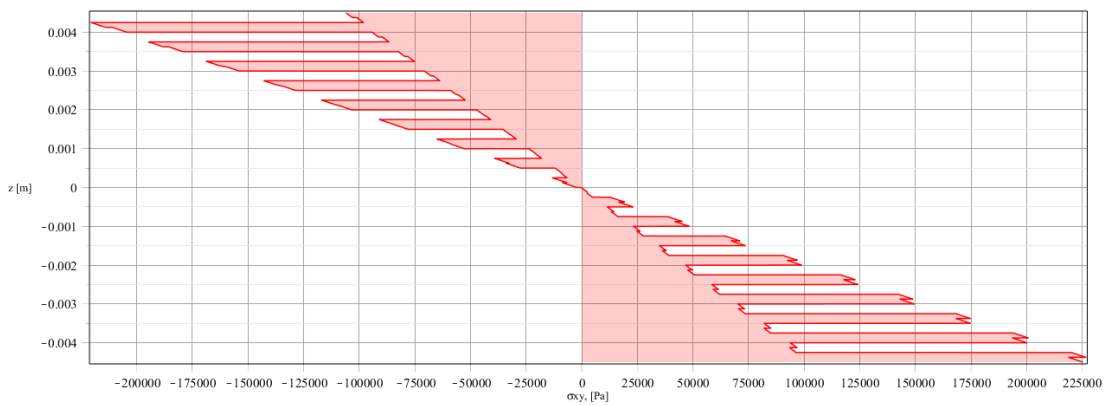


(d)

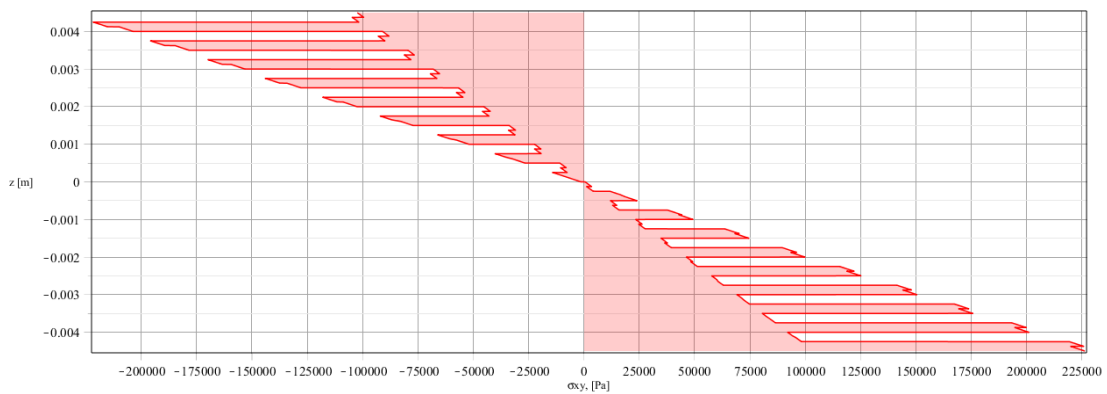
Figura B-47 - Representação gráfica das tensões xy em espessura do laminado QUAD convencional e respetivos DD – [61,14]: (a) QUAD; (b) Stagg1; (c) Stagg2; (d) Stagg3.



(a)

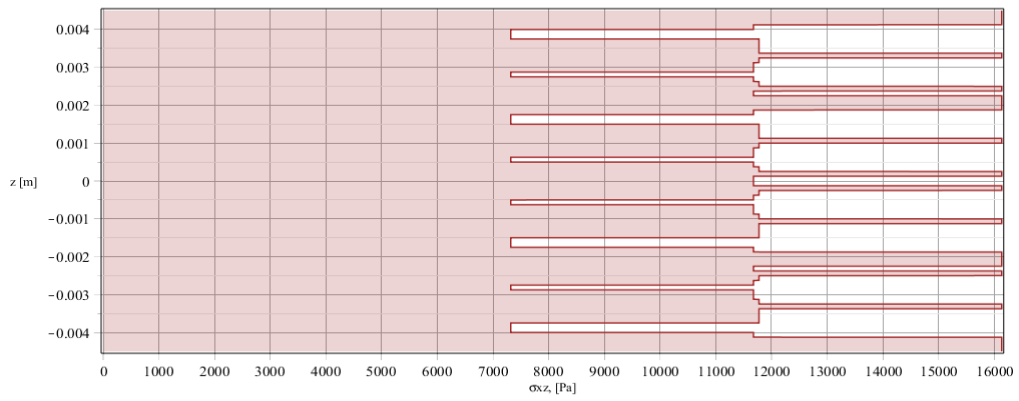


(b)

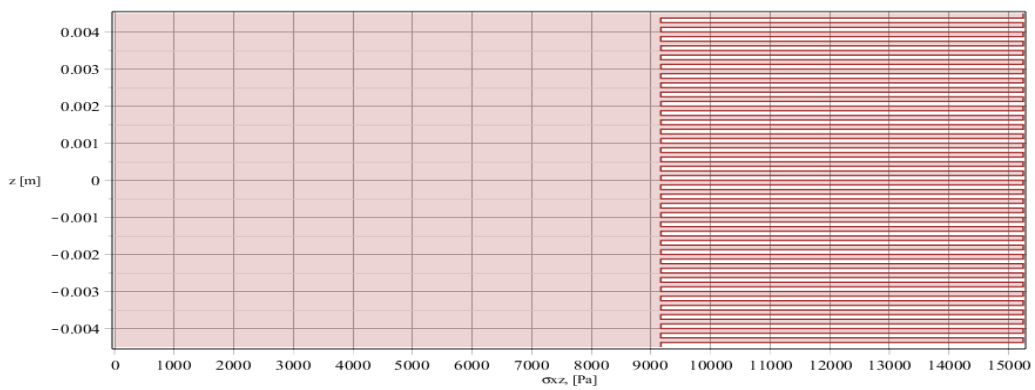


(c)

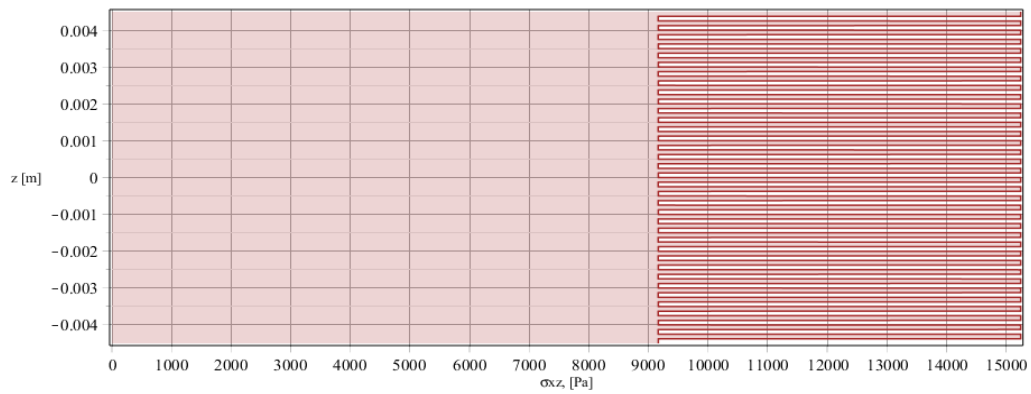
Figura B-48 - Representação gráfica das tensões xy em espessura dos restantes esquemas de DD – [61,14]: (a) Stagg4; (b) Paired1; (c) Paired2.



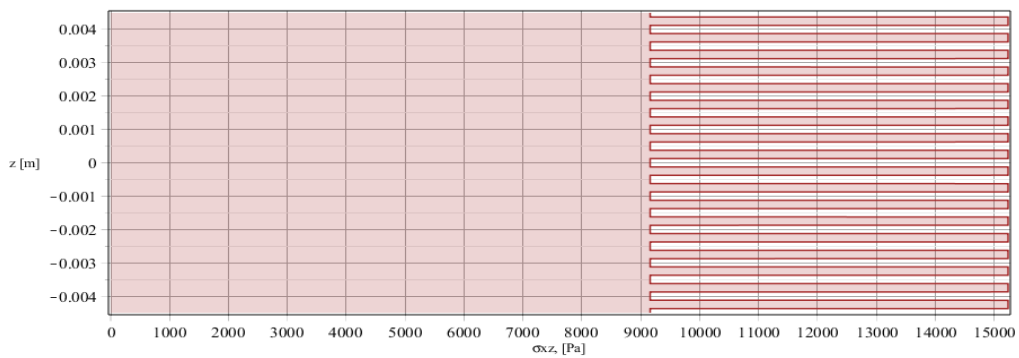
(a)



(b)

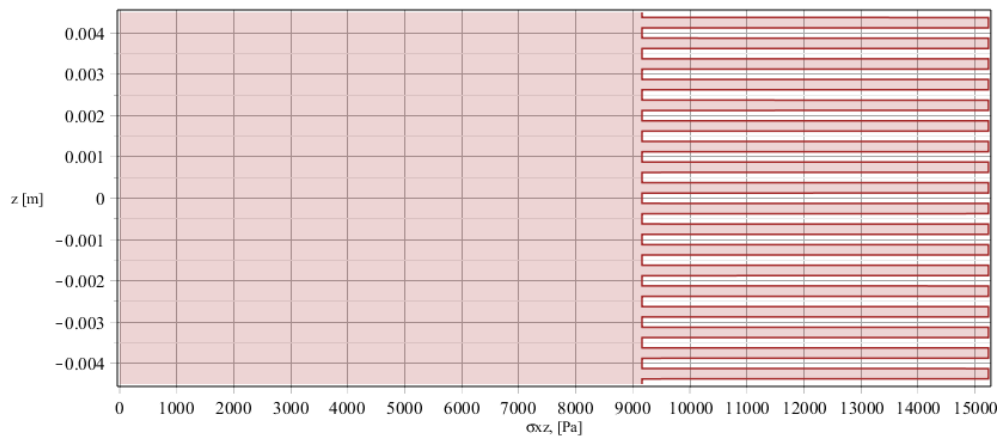


(c)

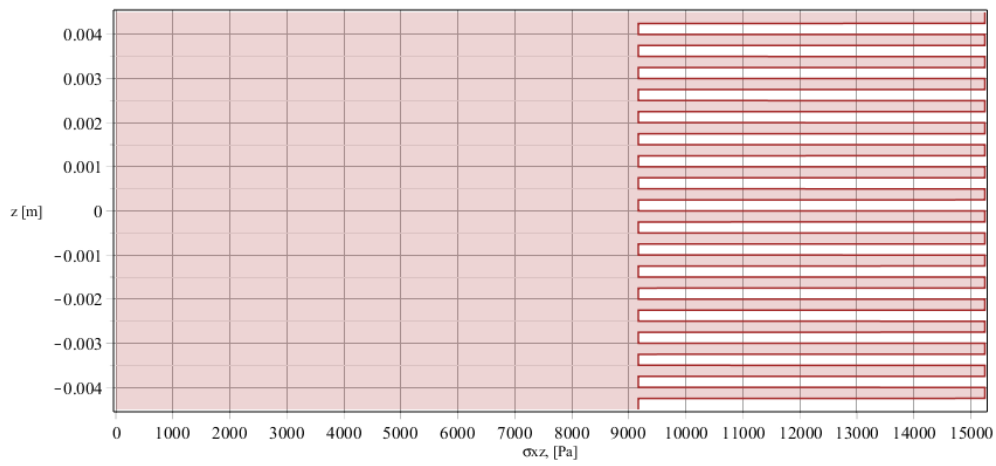


(d)

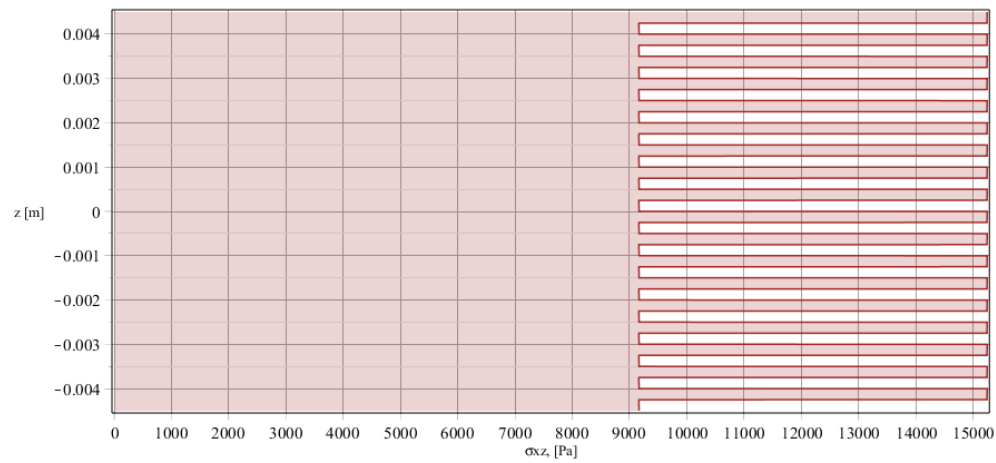
Figura B-49 - Representação gráfica das tensões xz em espessura do laminado QUAD convencional e respetivos DD - [61,14]: (a) QUAD; (b) Stagg1; (c) Stagg2; (d) Stagg3.



(a)

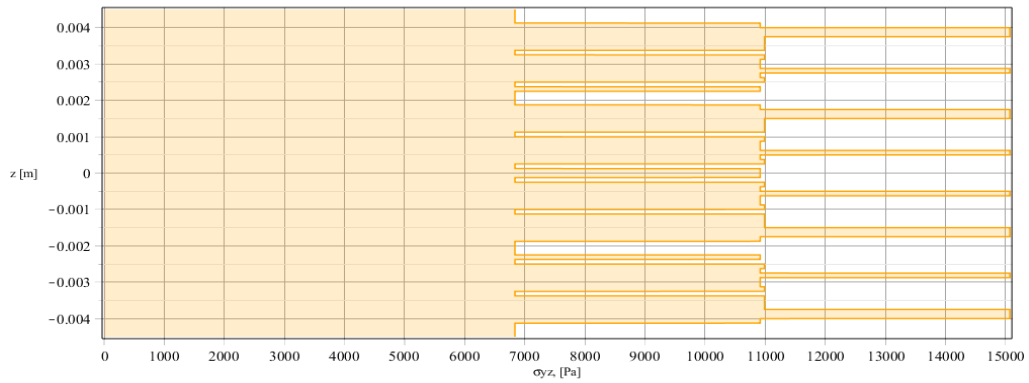


(b)

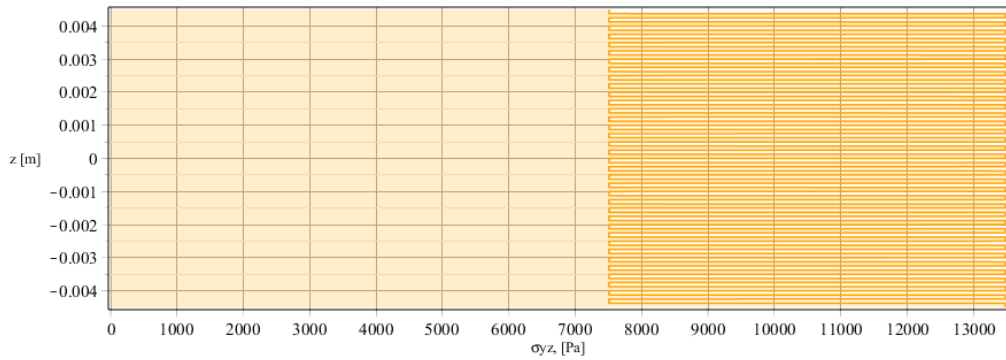


(c)

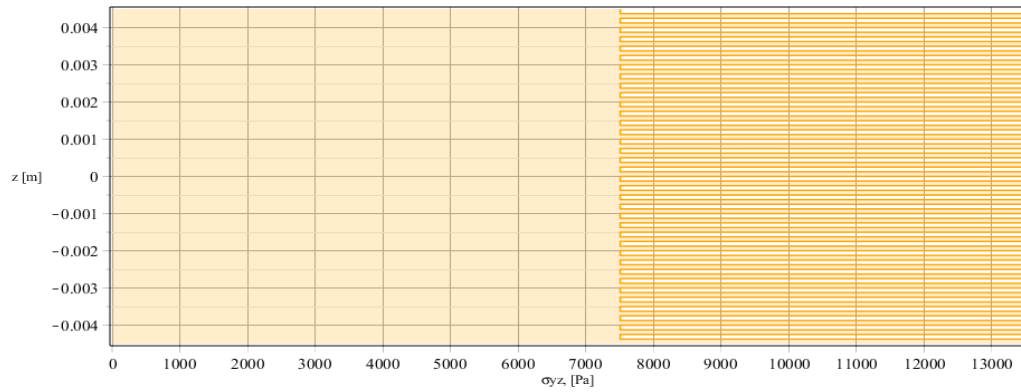
Figura B-50 - Representação gráfica das tensões xz em espessura dos restantes esquemas de DD – [61,14]: (a) Stagg4; (b) Paired1; (c) Paired2.



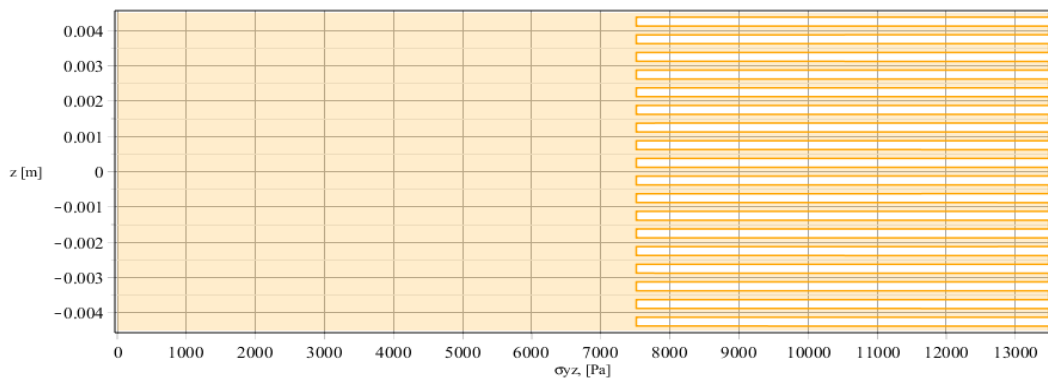
(a)



(b)

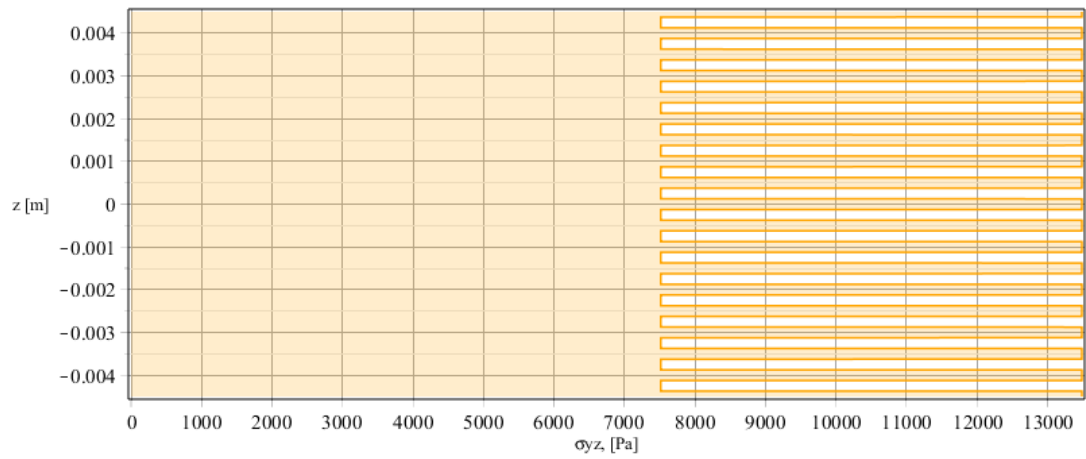


(c)

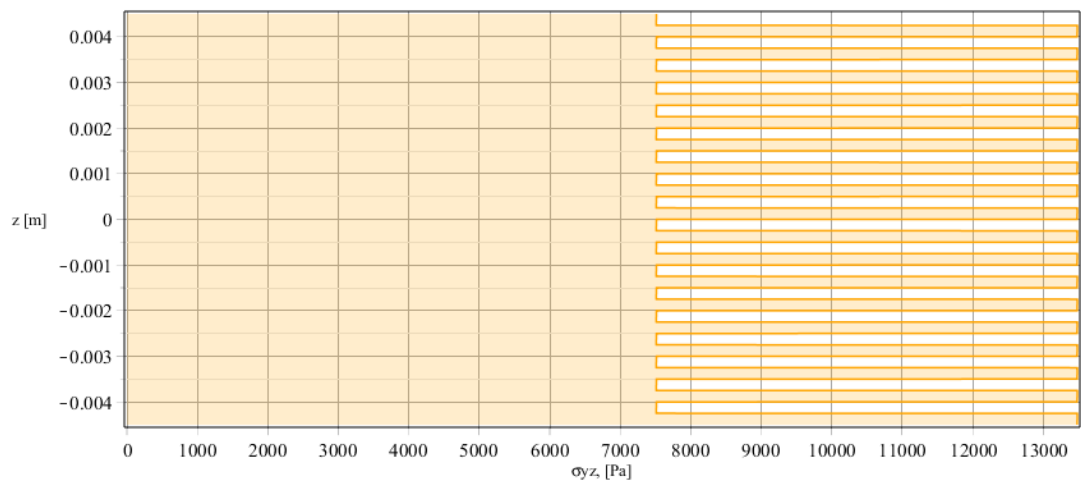


(d)

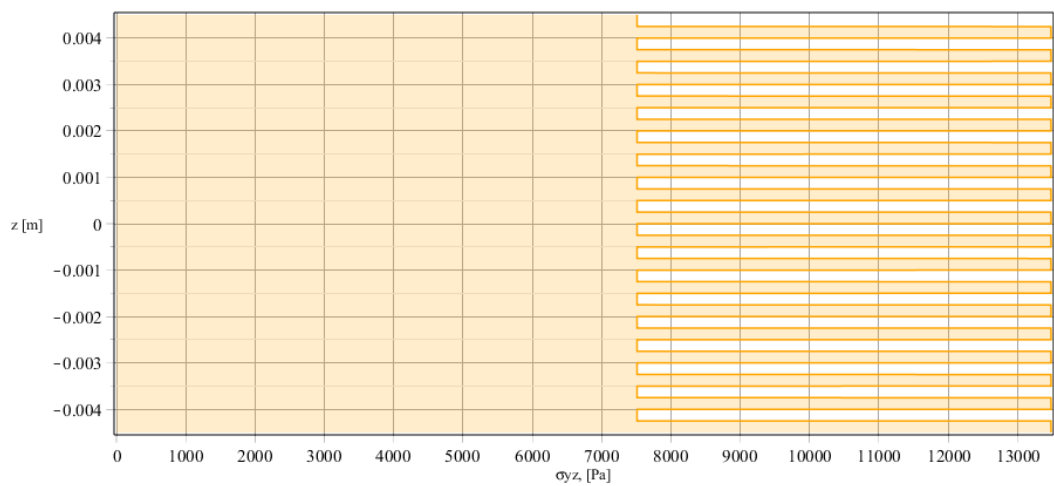
Figura B-51 - Representação gráfica das tensões yz em espessura do laminado QUAD convencional e respectivos DD - [61,14]: (a) QUAD; (b) Stagg1; (c) Stagg2; (d) Stagg3.



(a)

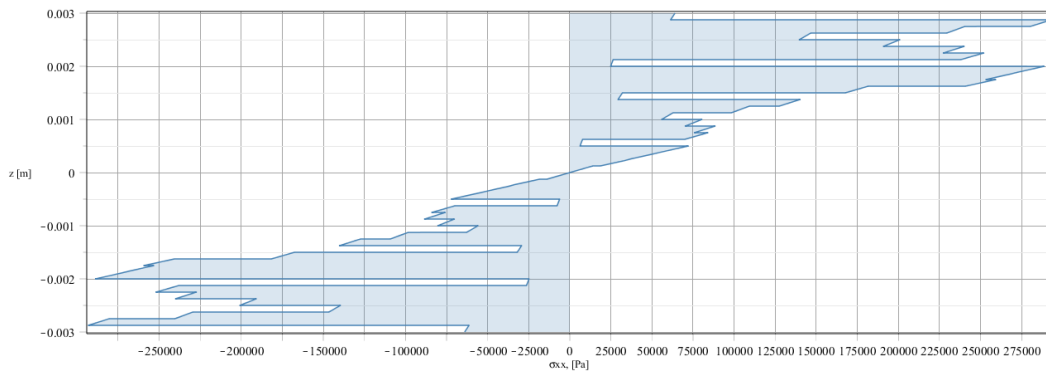


(b)

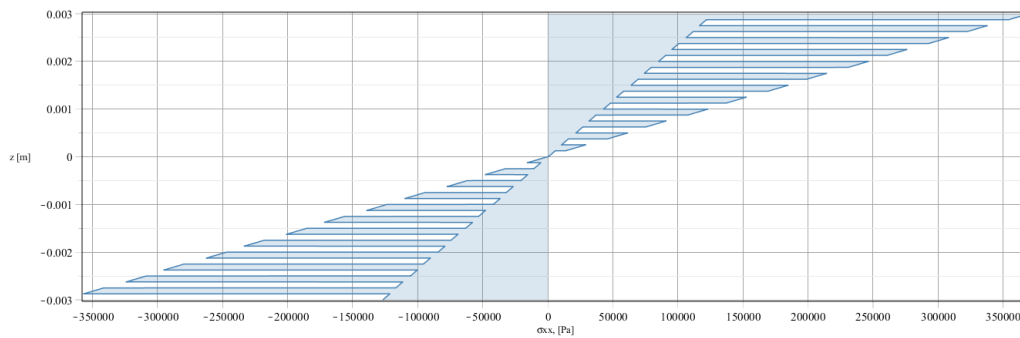


(c)

Figura B-52 - Representação gráfica das tensões yz em espessura dos restantes esquemas de DD – [61,14]: (a) Stagg4; (b) Paired1; (c) Paired2.

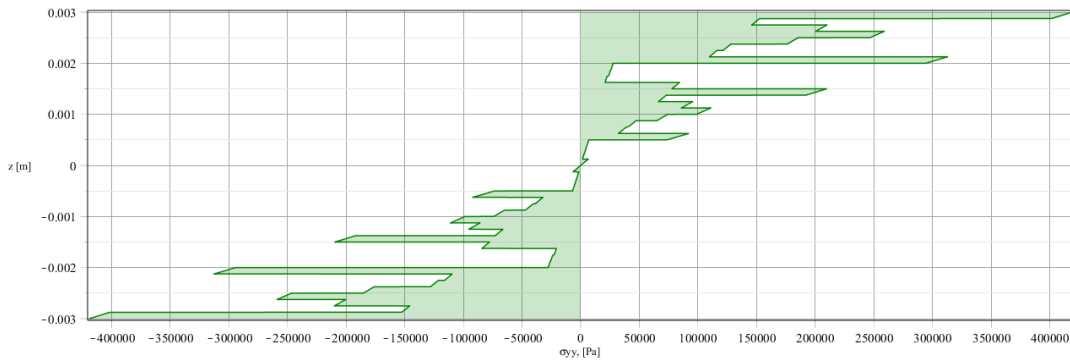


(a)

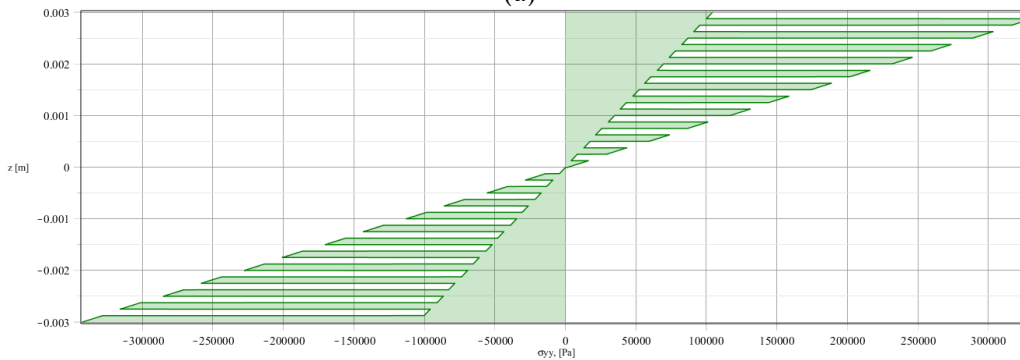


(b)

Figura B-53 - Representação gráfica das tensões xx em espessura do laminado não-convencional e respectivo DD – [61,25]: (a) Não-convencional; (b) Stagg1.

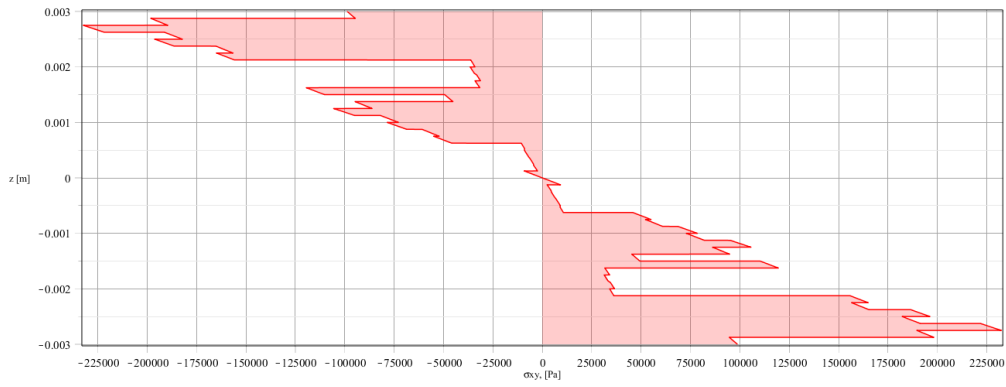


(a)

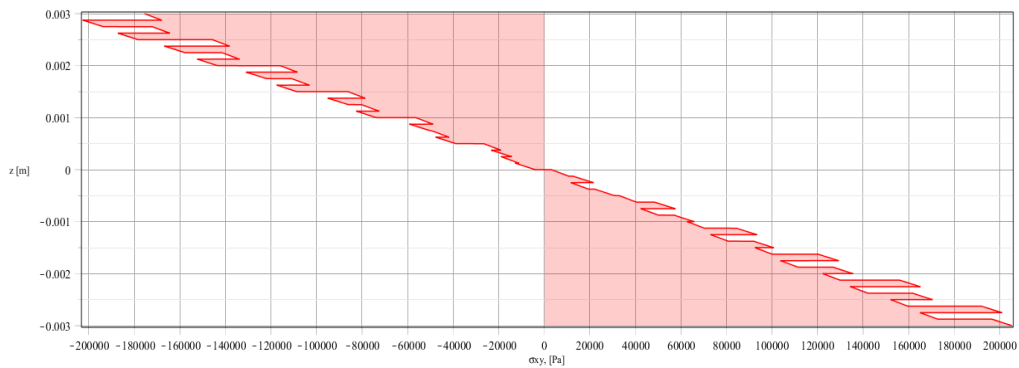


(b)

Figura B-54 - Representação gráfica das tensões yy em espessura do laminado não-convencional e respectivo DD – [61,25]: (a) não-convencional; (b) Stagg1.

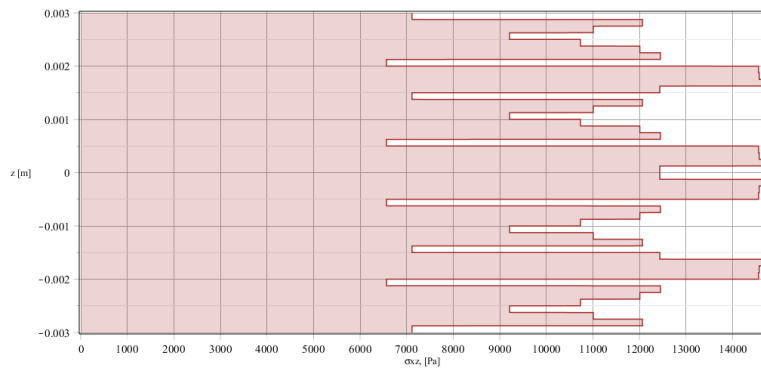


(a)

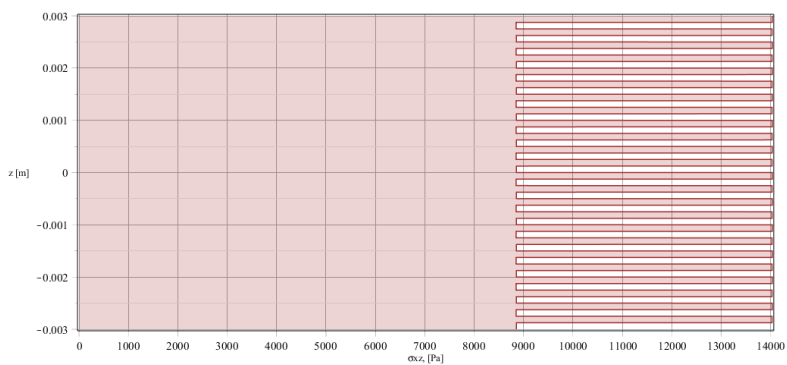


(b)

Figura B-55 - Representação gráfica das tensões xy em espessura do laminado não-convencional e respetivo DD – [61,25]: (a) não-convencional; (b) Stagg1.



(a)



(b)

Figura B-56 - Representação gráfica das tensões xz em espessura do laminado não-convencional e respetivo DD – [61,25]: (a) não-convencional; (b) Stagg1.

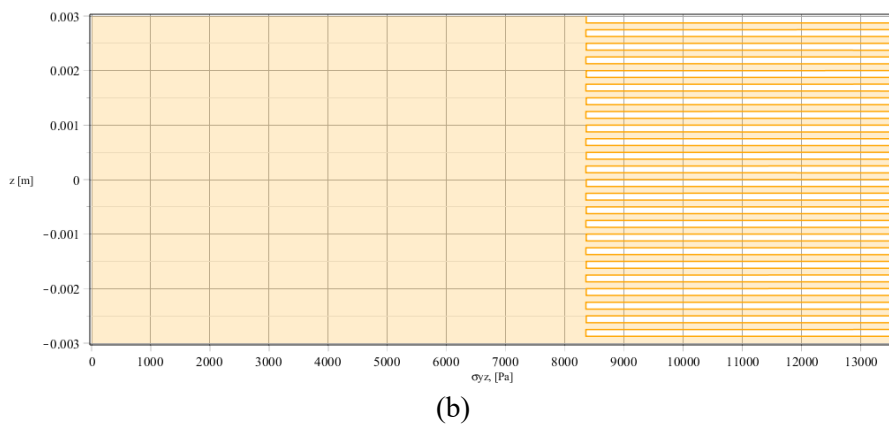
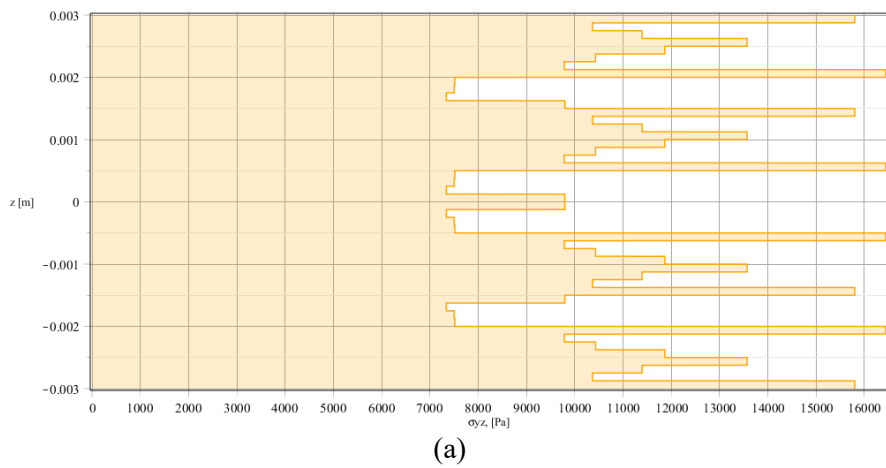


Figura B-57 - Representação gráfica das tensões yz em espessura do laminado não-convencional e respetivo DD – [61,25]: (a) não-convencional; (b) Stagg1.

EP8. Esquemas de atuação em laminados híbridos

Dimensões da Viga: $h_{\text{camada-elastica}}=1/8000$ (m), $h_{\text{camada-PZT-4}}=0,5E-3$ (m), $h_{\text{total}}=9E-3+2 \times 0,5E-3$ (m), $L/h=30$ ($L=b$). Laminado DD: $[\Phi, \psi]=[\pm 64, \pm 14]$ (Equivalente em D*), $rT=18$; UDL=100 (Pa); $V_1=\pm 25$ (V); $V_2=\pm 50$ (V) (ddp por cada patch).

Tabela B-57 - Propriedades dos materiais utilizados no EP8: IM6/Epoxy, PZT-4.

| Propriedade | IM6/Epoxy | PZT-4 |
|------------------------------|------------|------------|
| Q_{11} (Pa) | 2,0742E+11 | 1,3850E+11 |
| Q_{12} (Pa) | 6,9096E+9 | 7,7371E+10 |
| Q_{13} (Pa) | 6,9096E+9 | 7,3643E+10 |
| Q_{22} (Pa) | 1,4606E+10 | 1,3850E+11 |
| Q_{23} (Pa) | 6,9867E+9 | 7,3643E+10 |
| Q_{33} (Pa) | 1,4606E+10 | 1,1475E+11 |
| Q_{44} (Pa) | 3,8095E+9 | 2,5600E+10 |
| Q_{45} (Pa) | 0 | 0 |
| Q_{55} (Pa) | 8,4000E+9 | 2,5600E+10 |
| Q_{66} (Pa) | 8,4000E+9 | 3,0600E+10 |
| e_{31} (C/m ²) | - | -5,20 |
| e_{32} (C/m ²) | - | -5,20 |
| e_{33} (C/m ²) | - | 15,08 |
| ϵ_{11} (F/m) | - | 1,3060E-8 |
| ϵ_{22} (F/m) | - | 1,3060E-8 |
| ϵ_{33} (F/m) | - | 1,1510E-8 |

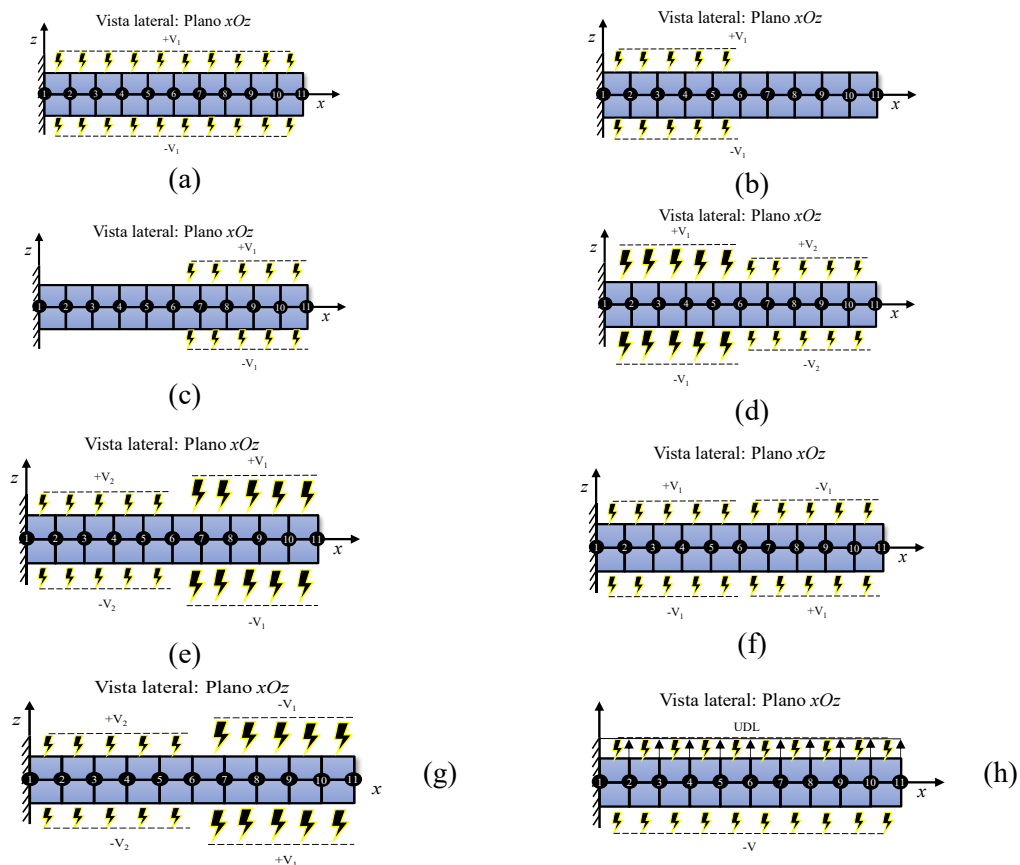


Figura B-58- Representação esquemática das condições dos potenciais elétricos e carregamento mecânico considerado (10x1): (a) Uniforme; (b) Unilateral-inicial; (c) Unilateral-final; (d) Distribuído; (e) Inversamente distribuído; (f) Unilaterais invertidos; (g) Unilaterais invertidos inversamente distribuídos; (h) UDL+ Uniforme.

Tabela B-58 - Resposta de uma viga híbrida de espessura constante sujeita a diversos esquemas de potenciais elétricos: deslocamento em função do comprimento da viga – CFFF.

| 60x6 Nº | Loc. x (m) | Deslocamento ao longo do comprimento da viga no centro - w (m) | | | | | | |
|------------|---------------|--|---------|--------|---------|---------|--------|--------|
| | | (a) | (b) | (c) | (d) | (e) | (f) | (g) |
| 184 | 0,00 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 185 | 0,00 | 0,002 | 0,002 | 0,000 | 0,003 | 0,002 | 0,002 | 0,002 |
| 186 | 0,01 | -0,007 | -0,007 | 0,000 | -0,015 | -0,007 | -0,007 | -0,007 |
| 187 | 0,01 | -0,026 | -0,026 | 0,000 | -0,052 | -0,026 | -0,026 | -0,026 |
| 188 | 0,02 | -0,054 | -0,054 | 0,000 | -0,108 | -0,054 | -0,054 | -0,054 |
| 189 | 0,02 | -0,091 | -0,091 | 0,000 | -0,181 | -0,091 | -0,091 | -0,091 |
| 190 | 0,03 | -0,135 | -0,135 | 0,000 | -0,271 | -0,135 | -0,135 | -0,135 |
| 191 | 0,03 | -0,188 | -0,188 | 0,000 | -0,376 | -0,188 | -0,188 | -0,188 |
| 192 | 0,04 | -0,248 | -0,248 | 0,000 | -0,496 | -0,248 | -0,248 | -0,248 |
| 193 | 0,04 | -0,316 | -0,316 | 0,000 | -0,632 | -0,316 | -0,316 | -0,316 |
| 194 | 0,05 | -0,391 | -0,391 | 0,000 | -0,783 | -0,391 | -0,391 | -0,391 |
| 195 | 0,05 | -0,475 | -0,475 | 0,000 | -0,949 | -0,475 | -0,475 | -0,475 |
| 196 | 0,06 | -0,565 | -0,565 | 0,000 | -1,130 | -0,565 | -0,565 | -0,565 |
| 197 | 0,06 | -0,663 | -0,663 | 0,000 | -1,327 | -0,663 | -0,663 | -0,663 |
| 198 | 0,07 | -0,769 | -0,769 | 0,000 | -1,538 | -0,769 | -0,769 | -0,769 |
| 199 | 0,07 | -0,883 | -0,883 | 0,000 | -1,765 | -0,883 | -0,883 | -0,883 |
| 200 | 0,08 | -1,004 | -1,004 | 0,000 | -2,007 | -1,004 | -1,004 | -1,004 |
| 201 | 0,08 | -1,132 | -1,132 | 0,000 | -2,264 | -1,132 | -1,132 | -1,132 |
| 202 | 0,09 | -1,268 | -1,268 | 0,000 | -2,536 | -1,268 | -1,268 | -1,268 |
| 203 | 0,09 | -1,412 | -1,412 | 0,000 | -2,824 | -1,412 | -1,412 | -1,412 |
| 204 | 0,10 | -1,563 | -1,563 | 0,000 | -3,126 | -1,563 | -1,563 | -1,563 |
| 205 | 0,10 | -1,722 | -1,722 | 0,000 | -3,444 | -1,722 | -1,722 | -1,722 |
| 206 | 0,11 | -1,888 | -1,888 | 0,000 | -3,777 | -1,888 | -1,889 | -1,889 |
| 207 | 0,11 | -2,062 | -2,063 | 0,000 | -4,125 | -2,062 | -2,063 | -2,063 |
| 208 | 0,12 | -2,244 | -2,244 | 0,000 | -4,488 | -2,244 | -2,244 | -2,245 |
| 209 | 0,12 | -2,433 | -2,434 | 0,000 | -4,867 | -2,433 | -2,434 | -2,434 |
| 210 | 0,13 | -2,630 | -2,631 | 0,001 | -5,261 | -2,629 | -2,632 | -2,633 |
| 211 | 0,13 | -2,834 | -2,836 | 0,002 | -5,670 | -2,832 | -2,838 | -2,840 |
| 212 | 0,14 | -3,046 | -3,050 | 0,004 | -6,096 | -3,042 | -3,054 | -3,057 |
| 213 | 0,14 | -3,266 | -3,272 | 0,007 | -6,538 | -3,259 | -3,279 | -3,285 |
| 214 | 0,15 | -3,493 | -3,504 | 0,011 | -6,996 | -3,482 | -3,515 | -3,526 |
| 215 | 0,15 | -3,727 | -3,739 | 0,012 | -7,466 | -3,716 | -3,750 | -3,762 |
| 216 | 0,16 | -3,969 | -3,973 | 0,003 | -7,942 | -3,966 | -3,976 | -3,979 |
| 217 | 0,16 | -4,219 | -4,205 | -0,014 | -8,424 | -4,233 | -4,191 | -4,177 |
| 218 | 0,17 | -4,477 | -4,437 | -0,040 | -8,914 | -4,516 | -4,397 | -4,358 |
| 219 | 0,17 | -4,742 | -4,668 | -0,073 | -9,410 | -4,815 | -4,595 | -4,522 |
| 220 | 0,18 | -5,014 | -4,899 | -0,115 | -9,913 | -5,129 | -4,785 | -4,670 |
| 221 | 0,18 | -5,294 | -5,130 | -0,164 | -10,425 | -5,458 | -4,967 | -4,803 |
| 222 | 0,19 | -5,582 | -5,361 | -0,221 | -10,943 | -5,802 | -5,141 | -4,920 |
| 223 | 0,19 | -5,877 | -5,592 | -0,285 | -11,469 | -6,162 | -5,307 | -5,022 |
| 224 | 0,20 | -6,180 | -5,823 | -0,357 | -12,003 | -6,537 | -5,466 | -5,109 |
| 225 | 0,20 | -6,490 | -6,054 | -0,437 | -12,544 | -6,927 | -5,617 | -5,181 |
| 226 | 0,21 | -6,808 | -6,285 | -0,524 | -13,093 | -7,332 | -5,761 | -5,237 |
| 227 | 0,21 | -7,134 | -6,515 | -0,618 | -13,649 | -7,752 | -5,897 | -5,279 |
| 228 | 0,22 | -7,467 | -6,746 | -0,721 | -14,213 | -8,188 | -6,026 | -5,305 |
| 229 | 0,22 | -7,808 | -6,977 | -0,831 | -14,785 | -8,638 | -6,147 | -5,316 |
| 230 | 0,23 | -8,156 | -7,208 | -0,948 | -15,364 | -9,104 | -6,260 | -5,312 |
| 231 | 0,23 | -8,512 | -7,439 | -1,073 | -15,951 | -9,585 | -6,366 | -5,293 |
| 232 | 0,24 | -8,875 | -7,670 | -1,206 | -16,545 | -10,081 | -6,464 | -5,258 |
| 233 | 0,24 | -9,246 | -7,901 | -1,346 | -17,147 | -10,592 | -6,555 | -5,209 |
| 234 | 0,25 | -9,625 | -8,131 | -1,494 | -17,756 | -11,119 | -6,638 | -5,144 |
| 235 | 0,25 | -10,011 | -8,362 | -1,649 | -18,373 | -11,660 | -6,713 | -5,064 |
| 236 | 0,26 | -10,405 | -8,593 | -1,812 | -18,998 | -12,217 | -6,781 | -4,969 |
| 237 | 0,26 | -10,806 | -8,824 | -1,982 | -19,630 | -12,789 | -6,841 | -4,859 |
| 238 | 0,27 | -11,215 | -9,055 | -2,161 | -20,270 | -13,376 | -6,894 | -4,734 |
| 239 | 0,27 | -11,632 | -9,286 | -2,346 | -20,917 | -13,978 | -6,939 | -4,593 |
| 240 | 0,28 | -12,056 | -9,516 | -2,539 | -21,572 | -14,595 | -6,977 | -4,438 |
| 241 | 0,28 | -12,488 | -9,747 | -2,740 | -22,235 | -15,228 | -7,007 | -4,267 |
| 242 | 0,29 | -12,927 | -9,978 | -2,949 | -22,905 | -15,875 | -7,029 | -4,081 |
| 243 | 0,29 | -13,374 | -10,209 | -3,165 | -23,583 | -16,538 | -7,044 | -3,880 |
| 244 | 0,30 | -13,828 | -10,440 | -3,388 | -24,268 | -17,216 | -7,052 | -3,663 |

Tabela B-59 - Resposta de uma viga híbrida de espessura constante sujeita a diversos esquemas de potenciais elétricos e uma força de tração UDL: deslocamento em função do comprimento da viga – CFFF.

| 60x6 | Loc. | Deslocamento ao longo do comprimento da viga no centro - w (m) | | | | | | | | |
|------|------|--|--------|-------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | | Nó | x(m) | UDL | (a) +UDL | (b) +UDL | (c) +UDL | (d) +UDL | (e) +UDL | (f) +UDL |
| 184 | 0,00 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 185 | 0,00 | 0,011 | 0,013 | 0,013 | 0,011 | 0,015 | 0,013 | 0,013 | 0,013 | 0,013 |
| 186 | 0,01 | 0,036 | 0,028 | 0,028 | 0,036 | 0,021 | 0,028 | 0,028 | 0,028 | 0,028 |
| 187 | 0,01 | 0,072 | 0,047 | 0,047 | 0,072 | 0,021 | 0,047 | 0,047 | 0,047 | 0,047 |
| 188 | 0,02 | 0,121 | 0,068 | 0,068 | 0,121 | 0,015 | 0,068 | 0,068 | 0,068 | 0,068 |
| 189 | 0,02 | 0,183 | 0,094 | 0,094 | 0,183 | 0,005 | 0,094 | 0,094 | 0,094 | 0,094 |
| 190 | 0,03 | 0,256 | 0,124 | 0,124 | 0,256 | -0,008 | 0,124 | 0,124 | 0,124 | 0,124 |
| 191 | 0,03 | 0,341 | 0,158 | 0,158 | 0,341 | -0,025 | 0,158 | 0,158 | 0,158 | 0,158 |
| 192 | 0,04 | 0,437 | 0,195 | 0,195 | 0,437 | -0,046 | 0,195 | 0,195 | 0,195 | 0,195 |
| 193 | 0,04 | 0,544 | 0,236 | 0,236 | 0,544 | -0,071 | 0,236 | 0,236 | 0,236 | 0,236 |
| 194 | 0,05 | 0,661 | 0,280 | 0,280 | 0,661 | -0,100 | 0,280 | 0,280 | 0,280 | 0,280 |
| 195 | 0,05 | 0,789 | 0,327 | 0,327 | 0,789 | -0,134 | 0,327 | 0,327 | 0,327 | 0,327 |
| 196 | 0,06 | 0,926 | 0,377 | 0,377 | 0,926 | -0,173 | 0,377 | 0,377 | 0,377 | 0,377 |
| 197 | 0,06 | 1,073 | 0,428 | 0,428 | 1,073 | -0,217 | 0,428 | 0,428 | 0,428 | 0,428 |
| 198 | 0,07 | 1,228 | 0,481 | 0,481 | 1,228 | -0,267 | 0,481 | 0,481 | 0,481 | 0,481 |
| 199 | 0,07 | 1,392 | 0,535 | 0,535 | 1,392 | -0,323 | 0,535 | 0,535 | 0,535 | 0,535 |
| 200 | 0,08 | 1,564 | 0,589 | 0,589 | 1,564 | -0,386 | 0,589 | 0,589 | 0,589 | 0,589 |
| 201 | 0,08 | 1,744 | 0,645 | 0,645 | 1,744 | -0,455 | 0,645 | 0,645 | 0,645 | 0,645 |
| 202 | 0,09 | 1,932 | 0,700 | 0,700 | 1,932 | -0,532 | 0,700 | 0,700 | 0,700 | 0,700 |
| 203 | 0,09 | 2,126 | 0,755 | 0,755 | 2,126 | -0,616 | 0,755 | 0,755 | 0,755 | 0,755 |
| 204 | 0,10 | 2,328 | 0,810 | 0,810 | 2,328 | -0,709 | 0,810 | 0,810 | 0,810 | 0,809 |
| 205 | 0,10 | 2,536 | 0,863 | 0,863 | 2,536 | -0,809 | 0,863 | 0,863 | 0,863 | 0,863 |
| 206 | 0,11 | 2,749 | 0,916 | 0,915 | 2,750 | -0,918 | 0,916 | 0,915 | 0,915 | 0,915 |
| 207 | 0,11 | 2,969 | 0,966 | 0,966 | 2,969 | -1,037 | 0,966 | 0,966 | 0,966 | 0,966 |
| 208 | 0,12 | 3,194 | 1,015 | 1,015 | 3,195 | -1,164 | 1,016 | 1,015 | 1,015 | 1,015 |
| 209 | 0,12 | 3,425 | 1,062 | 1,062 | 3,425 | -1,301 | 1,063 | 1,061 | 1,061 | 1,061 |
| 210 | 0,13 | 3,660 | 1,107 | 1,106 | 3,661 | -1,448 | 1,108 | 1,105 | 1,104 | 1,104 |
| 211 | 0,13 | 3,900 | 1,149 | 1,147 | 3,902 | -1,605 | 1,150 | 1,145 | 1,143 | 1,143 |
| 212 | 0,14 | 4,145 | 1,187 | 1,184 | 4,148 | -1,773 | 1,191 | 1,180 | 1,177 | 1,177 |
| 213 | 0,14 | 4,393 | 1,223 | 1,217 | 4,400 | -1,954 | 1,229 | 1,210 | 1,204 | 1,204 |
| 214 | 0,15 | 4,646 | 1,255 | 1,244 | 4,656 | -2,146 | 1,266 | 1,234 | 1,223 | 1,223 |
| 215 | 0,15 | 4,902 | 1,283 | 1,272 | 4,913 | -2,346 | 1,295 | 1,261 | 1,250 | 1,250 |
| 216 | 0,16 | 5,161 | 1,308 | 1,305 | 5,164 | -2,548 | 1,311 | 1,302 | 1,298 | 1,298 |
| 217 | 0,16 | 5,423 | 1,328 | 1,341 | 5,410 | -2,754 | 1,315 | 1,355 | 1,368 | 1,368 |
| 218 | 0,17 | 5,689 | 1,344 | 1,382 | 5,651 | -2,963 | 1,306 | 1,420 | 1,459 | 1,459 |
| 219 | 0,17 | 5,957 | 1,355 | 1,426 | 5,886 | -3,176 | 1,284 | 1,497 | 1,567 | 1,567 |
| 220 | 0,18 | 6,228 | 1,361 | 1,472 | 6,117 | -3,394 | 1,250 | 1,583 | 1,694 | 1,694 |
| 221 | 0,18 | 6,501 | 1,362 | 1,521 | 6,342 | -3,617 | 1,204 | 1,680 | 1,838 | 1,838 |
| 222 | 0,19 | 6,776 | 1,358 | 1,572 | 6,562 | -3,845 | 1,145 | 1,786 | 2,000 | 2,000 |
| 223 | 0,19 | 7,053 | 1,349 | 1,625 | 6,776 | -4,079 | 1,073 | 1,901 | 2,177 | 2,177 |
| 224 | 0,20 | 7,331 | 1,334 | 1,680 | 6,985 | -4,318 | 0,988 | 2,026 | 2,372 | 2,372 |
| 225 | 0,20 | 7,612 | 1,313 | 1,736 | 7,189 | -4,562 | 0,890 | 2,159 | 2,582 | 2,582 |
| 226 | 0,21 | 7,893 | 1,286 | 1,794 | 7,386 | -4,813 | 0,779 | 2,302 | 2,809 | 2,809 |
| 227 | 0,21 | 8,177 | 1,254 | 1,853 | 7,577 | -5,070 | 0,654 | 2,453 | 3,052 | 3,052 |
| 228 | 0,22 | 8,461 | 1,215 | 1,913 | 7,762 | -5,333 | 0,516 | 2,612 | 3,311 | 3,311 |
| 229 | 0,22 | 8,746 | 1,169 | 1,975 | 7,941 | -5,602 | 0,364 | 2,780 | 3,585 | 3,585 |
| 230 | 0,23 | 9,032 | 1,118 | 2,037 | 8,113 | -5,878 | 0,199 | 2,956 | 3,875 | 3,875 |
| 231 | 0,23 | 9,319 | 1,059 | 2,100 | 8,279 | -6,160 | 0,019 | 3,140 | 4,180 | 4,180 |
| 232 | 0,24 | 9,606 | 0,994 | 2,163 | 8,437 | -6,449 | -0,175 | 3,332 | 4,501 | 4,501 |
| 233 | 0,24 | 9,894 | 0,923 | 2,227 | 8,590 | -6,745 | -0,382 | 3,532 | 4,837 | 4,837 |
| 234 | 0,25 | 10,183 | 0,844 | 2,292 | 8,735 | -7,047 | -0,604 | 3,740 | 5,188 | 5,188 |
| 235 | 0,25 | 10,472 | 0,758 | 2,357 | 8,873 | -7,357 | -0,841 | 3,955 | 5,554 | 5,554 |
| 236 | 0,26 | 10,761 | 0,665 | 2,422 | 9,004 | -7,674 | -1,091 | 4,179 | 5,935 | 5,935 |
| 237 | 0,26 | 11,050 | 0,566 | 2,487 | 9,128 | -7,997 | -1,356 | 4,409 | 6,331 | 6,331 |
| 238 | 0,27 | 11,340 | 0,459 | 2,553 | 9,245 | -8,328 | -1,636 | 4,648 | 6,742 | 6,742 |
| 239 | 0,27 | 11,630 | 0,344 | 2,619 | 9,355 | -8,667 | -1,930 | 4,893 | 7,168 | 7,168 |
| 240 | 0,28 | 11,920 | 0,223 | 2,685 | 9,458 | -9,012 | -2,239 | 5,147 | 7,609 | 7,609 |
| 241 | 0,28 | 12,209 | 0,094 | 2,751 | 9,553 | -9,365 | -2,563 | 5,407 | 8,064 | 8,064 |
| 242 | 0,29 | 12,499 | -0,042 | 2,816 | 9,640 | -9,725 | -2,901 | 5,675 | 8,534 | 8,534 |
| 243 | 0,29 | 12,789 | -0,186 | 2,882 | 9,721 | -10,092 | -3,254 | 5,950 | 9,019 | 9,019 |
| 244 | 0,30 | 13,079 | -0,337 | 2,948 | 9,794 | -10,467 | -3,622 | 6,233 | 9,518 | 9,518 |

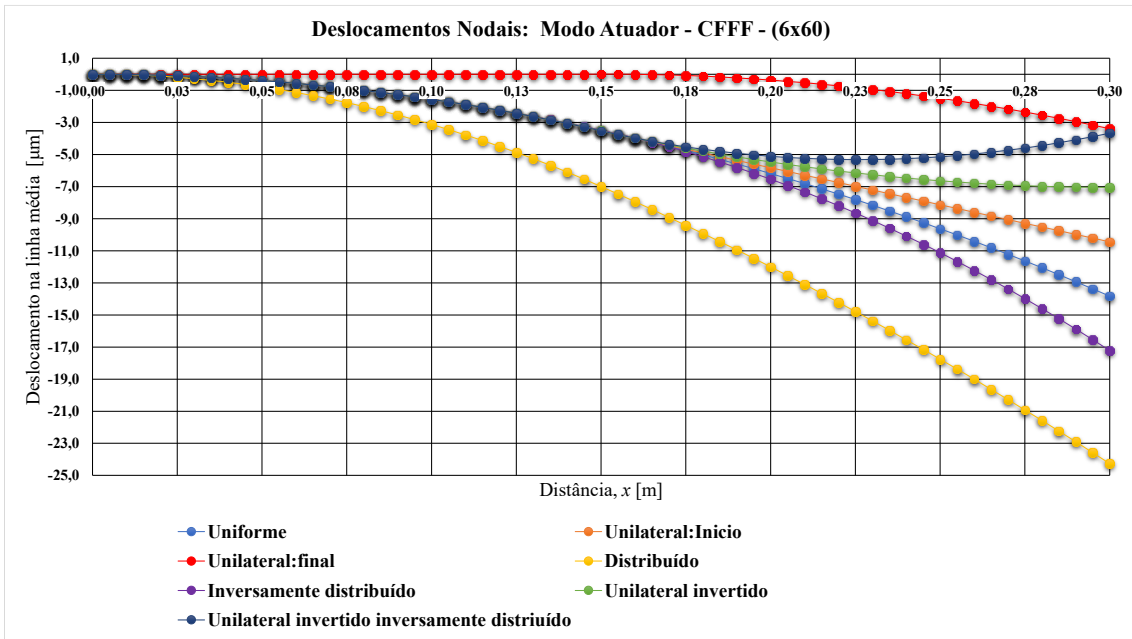


Figura B-59 - Representação gráfica dos deslocamentos para uma viga de espessura constante considerando diversos esquemas de atuação para CFFF.

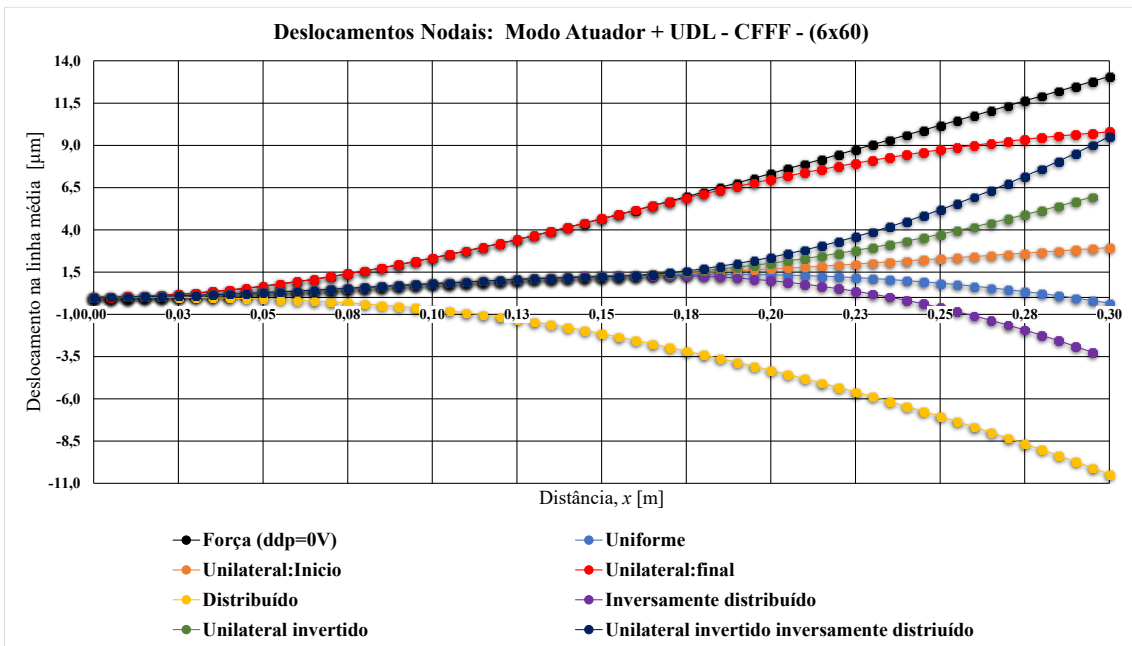


Figura B-60 - Representação gráfica dos deslocamentos para uma viga de espessura constante considerando diversos esquemas de atuação e uma carga UDL para CFFF.

EP9. Laminados Sandwich com núcleo DD e camadas adjacentes Piezoelétricas e Piezomagnéticas.

Dimensões da Placa: $h_{\text{camada-elastica}}=1/8000$ (m), $h_{\text{camada-BaTiO}_3}=0,5E-3$ (m), $h_{\text{camada-CoFe}_2\text{O}_4}=0,5E-3$ (m), $h_{\text{total}}=9E-3+2x0,5E-3+2x0,5E-3$ (m), $L=b=0,3$ (m).

Laminado QUAD: $[0_3/45/90_2/-45_3/0/-45/45_2/90/45/-45/0/45]_{2S}$ – Total de 72 camadas.

Laminado DD: $[\Phi, \psi]=[\pm 64, \pm 14]$ (Equivalente em D*); $[\Phi, \psi]=[\pm 62, \pm 20]$ (Equivalente em A*).

Tabela B-60 - Propriedades dos materiais utilizados no EP9: IM6/Epoxy, BaTiO₃ e CoFe₂O₄.

| Propriedade | IM6/Epoxy | BaTiO ₃ [196][278] | CoFe ₂ O ₄ [196] |
|--|------------|----------------------------------|---|
| ρ (kg/m ³) | 1536 | 5800 | 5300 |
| Q_{11} (Pa) | 2,0742E+11 | 166E+9 | 286E+9 |
| Q_{12} (Pa) | 6,9096E+9 | 77E+9 | 173E+9 |
| Q_{13} (Pa) | 6,9096E+9 | 78E+9 | 170,5E+9 |
| Q_{22} (Pa) | 1,4606E+10 | 166E+9 | 286E+9 |
| Q_{23} (Pa) | 6,9867E+9 | 78E+9 | 170,5E+9 |
| Q_{33} (Pa) | 1,4606E+10 | 162E+9 | 269,5E+9 |
| Q_{44} (Pa) | 3,8095E+9 | 43E+9 | 45,3E+9 |
| Q_{45} (Pa) | 0 | 0 | 0 |
| Q_{55} (Pa) | 8,4000E+9 | 43E+9 | 45,3E+9 |
| Q_{66} (Pa) | 8,4000E+9 | 44,5E+9 | 56,5E+9 |
| ϵ_{11} (10 ⁻⁹ F/m) | 0 | 11,2 | 0,08 |
| ϵ_{22} (10 ⁻⁹ F/m) | 0 | 11,2 | 0,08 |
| ϵ_{33} (10 ⁻⁹ F/m) | 0 | 12,6 | 0,093 |
| μ_{11} (10 ⁻⁶ Ns ² /C ²) | 0 | 5,0 | -590,0 |
| μ_{22} (10 ⁻⁶ Ns ² /C ²) | 0 | 5,0 | -590,0 |
| μ_{33} (10 ⁻⁶ Ns ² /C ²) | 0 | 10,0 | 157,0 |
| m_{11} (Ns/VC) | 0 | 0 | 0 |
| m_{22} (Ns/VC) | 0 | 0 | 0 |
| m_{33} (Ns/VC) | 0 | 0 | 0 |
| e_{31} (C/m ²) | 0 | -4,4 | 0 |
| e_{32} (C/m ²) | 0 | -4,4 | 0 |
| e_{33} (C/m ²) | 0 | 18,6 | 0 |
| q_{31} (N/Am) | 0 | 0 | 580,3 |
| q_{32} (N/Am) | 0 | 0 | 699,7 |
| q_{33} (N/Am) | 0 | 0 | 550,0 |

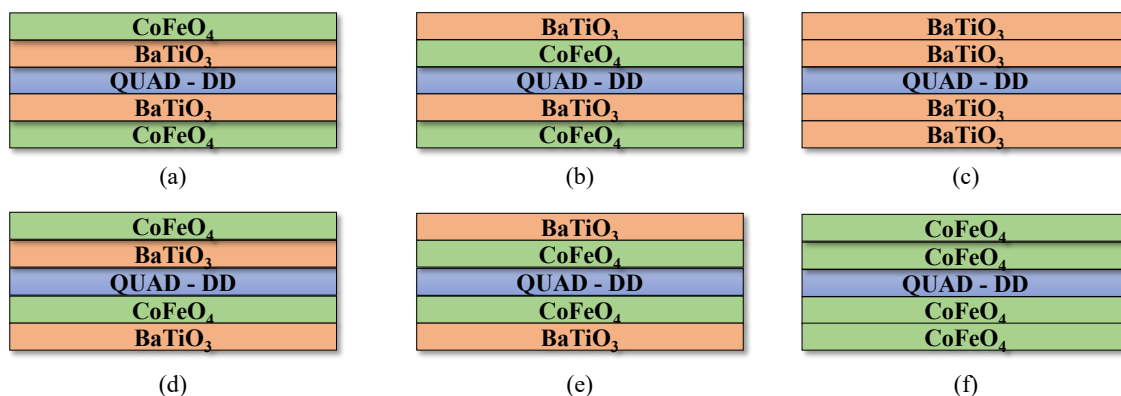


Figura B-61 - Representação do esquemas de laminação considerados no EP9: (a) F/B/QUAD-DD/B/F; (b) B/F/QUAD-DD/B/F; (c) B/B/QUAD-DD/B/B; (d) F/B/QUAD-DD/F/B; (e) B/F/QUAD-DD/F/B; (f) F/F/QUAD-DD/F/F.

Tabela B-61 - Resposta dinâmica de placas laminadas híbridas considerando QUAD e camadas piezoelétricas-piezomagnéticas, com diversos esquemas de laminação e diversas CFs em vibração livre.

| | | QUAD | | | | | | | | | | | |
|----------|--------------------|--------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|--------------|----------|
| Laminado | | B/F/QUAD/F/B | | F/B/QUAD/B/F | | B/F/QUAD/B/F | | F/B/QUAD/F/B | | B/B/QUAD/B/B | | F/F/QUAD/F/F | |
| MBCs | Modo ω (Hz) | EBCs | | EBCs | | EBCs | | EBCs | | EBCs | | EBCs | |
| | | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC |
| SSSS | 1 | 789,377 | 779,364 | 794,946 | 786,791 | 792,166 | 783,086 | 792,166 | 783,086 | 756,004 | 737,348 | 828,081 | 827,910 |
| | 2 | 1908,276 | 1883,788 | 1921,917 | 1901,998 | 1915,105 | 1892,909 | 1915,105 | 1892,909 | 1826,245 | 1780,392 | 2003,108 | 2002,691 |
| | 3 | 1998,211 | 1975,045 | 2011,134 | 1992,274 | 2004,680 | 1983,674 | 2004,680 | 1983,674 | 1918,625 | 1875,431 | 2090,221 | 2089,825 |
| SSCC | 1 | 1118,528 | 1104,470 | 1126,346 | 1114,913 | 1122,442 | 1109,701 | 1122,442 | 1109,701 | 1071,140 | 1044,809 | 1173,253 | 1173,014 |
| | 2 | 2167,560 | 2142,631 | 2181,489 | 2161,210 | 2174,534 | 2151,938 | 2174,534 | 2151,938 | 2081,181 | 2034,562 | 2267,188 | 2266,763 |
| | 3 | 2590,773 | 2559,551 | 2608,150 | 2582,801 | 2599,476 | 2571,202 | 2599,476 | 2571,202 | 2483,010 | 2424,129 | 2714,470 | 2713,943 |
| SSCS | 1 | 930,374 | 918,571 | 936,940 | 927,333 | 933,662 | 922,961 | 933,662 | 922,961 | 890,884 | 868,841 | 976,093 | 975,892 |
| | 2 | 2072,249 | 2048,270 | 2085,635 | 2066,120 | 2078,951 | 2057,211 | 2078,951 | 2057,211 | 1989,609 | 1944,839 | 2167,697 | 2167,287 |
| | 3 | 2231,543 | 2203,698 | 2247,051 | 2224,419 | 2239,308 | 2214,079 | 2239,308 | 2214,079 | 2137,004 | 2084,691 | 2340,481 | 2340,009 |
| SSFF | 1 | 402,716 | 399,482 | 405,290 | 402,663 | 404,005 | 401,076 | 404,005 | 401,076 | 386,965 | 380,874 | 420,998 | 420,943 |
| | 2 | 635,281 | 632,845 | 639,506 | 637,530 | 637,396 | 635,191 | 637,396 | 635,191 | 609,603 | 604,962 | 665,054 | 665,014 |
| | 3 | 1404,541 | 1392,529 | 1414,410 | 1404,629 | 1409,482 | 1398,587 | 1409,482 | 1398,587 | 1345,161 | 1322,763 | 1473,307 | 1473,102 |
| SSFC | 1 | 511,445 | 508,084 | 514,823 | 512,095 | 513,136 | 510,094 | 513,136 | 510,094 | 490,891 | 484,530 | 535,281 | 535,224 |
| | 2 | 1268,757 | 1256,063 | 1277,615 | 1267,285 | 1273,192 | 1261,683 | 1273,192 | 1261,683 | 1215,206 | 1191,477 | 1330,679 | 1330,463 |
| | 3 | 1705,530 | 1690,935 | 1716,191 | 1704,335 | 1710,866 | 1697,646 | 1710,866 | 1697,646 | 1639,383 | 1611,874 | 1782,030 | 1781,783 |
| CCFF | 1 | 911,155 | 902,378 | 916,751 | 909,612 | 913,956 | 906,001 | 913,956 | 906,001 | 876,176 | 859,734 | 951,568 | 951,419 |
| | 2 | 1048,996 | 1041,669 | 1055,488 | 1049,537 | 1052,246 | 1045,609 | 1052,246 | 1045,609 | 1008,393 | 994,579 | 1095,859 | 1095,735 |
| | 3 | 1658,843 | 1644,823 | 1669,747 | 1658,341 | 1664,302 | 1651,594 | 1664,302 | 1651,594 | 1591,592 | 1565,363 | 1736,438 | 1736,199 |

Tabela B-62 - Resposta dinâmica de placas laminadas híbridas considerando DD – (61;14) e camadas piezoelétricas-piezomagnéticas, com diversos esquemas de laminação e diversas CFs em vibração livre.

| DD: Stagg1 [61;14] – Equivalente em [D]* | | | | | | | | | | | | | |
|--|-----------------------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|
| Laminado | | B/F/DD/F/B | | F/B/DD/B/F | | B/F/DD/B/F | | F/B/DD/F/B | | B/B/DD/B/B | | F/F/DD/F/F | |
| MBCs | Modo ω (Hz) | EBCs | | EBCs | | EBCs | | EBCs | | EBCs | | EBCs | |
| | | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC |
| SSSS | 1 | 789,824 | 779,818 | 795,390 | 787,240 | 792,613 | 783,540 | 792,609 | 783,535 | 756,463 | 737,822 | 828,514 | 828,343 |
| | 2 | 1908,700 | 1884,236 | 1922,327 | 1902,427 | 1915,558 | 1893,396 | 1915,486 | 1893,298 | 1826,713 | 1780,904 | 2003,477 | 2003,060 |
| | 3 | 1998,344 | 1975,164 | 2011,274 | 1992,402 | 2004,792 | 1983,764 | 2004,842 | 1983,833 | 1918,732 | 1875,514 | 2090,387 | 2089,991 |
| SSCC | 1 | 1118,457 | 1104,411 | 1126,268 | 1114,844 | 1122,387 | 1109,663 | 1122,348 | 1109,611 | 1071,091 | 1044,781 | 1173,153 | 1172,914 |
| | 2 | 2167,660 | 2142,735 | 2181,587 | 2161,310 | 2174,624 | 2152,028 | 2174,642 | 2152,051 | 2081,290 | 2034,679 | 2267,280 | 2266,855 |
| | 3 | 2589,349 | 2558,169 | 2606,702 | 2581,386 | 2598,092 | 2569,874 | 2597,987 | 2569,731 | 2481,665 | 2422,856 | 2712,943 | 2712,416 |
| SSCS | 1 | 930,640 | 918,846 | 1125,894 | 1114,481 | 933,935 | 923,245 | 933,914 | 923,217 | 891,166 | 869,140 | 1172,739 | 1172,500 |
| | 2 | 2072,648 | 2048,672 | 2180,488 | 2160,238 | 2079,331 | 2057,587 | 2079,367 | 2057,636 | 1990,017 | 1945,258 | 2266,071 | 2265,647 |
| | 3 | 2230,914 | 2203,090 | 2605,720 | 2580,430 | 2238,716 | 2213,521 | 2238,629 | 2213,404 | 2136,412 | 2084,134 | 2711,858 | 2711,332 |
| SSFF | 1 | 402,315 | 399,082 | 404,893 | 402,266 | 403,604 | 400,675 | 403,608 | 400,680 | 386,553 | 380,465 | 420,610 | 420,555 |
| | 2 | 635,775 | 633,343 | 639,996 | 638,025 | 637,892 | 635,691 | 637,885 | 635,684 | 610,105 | 605,475 | 665,538 | 665,497 |
| | 3 | 1405,607 | 1393,611 | 1415,466 | 1405,697 | 1410,565 | 1399,691 | 1410,519 | 1399,633 | 1346,259 | 1323,894 | 1474,336 | 1474,130 |
| SSFC | 1 | 511,407 | 508,048 | 514,786 | 512,059 | 513,100 | 510,059 | 513,097 | 510,055 | 490,852 | 484,493 | 535,245 | 535,188 |
| | 2 | 1269,316 | 1256,637 | 1278,165 | 1267,846 | 1273,767 | 1262,278 | 1273,725 | 1262,223 | 1215,795 | 1192,095 | 1331,202 | 1330,986 |
| | 3 | 1704,722 | 1690,113 | 1715,397 | 1703,530 | 1710,034 | 1696,794 | 1710,097 | 1696,873 | 1638,523 | 1610,989 | 1781,285 | 1781,038 |
| CCFF | 1 | 910,603 | 901,814 | 916,210 | 909,061 | 913,389 | 905,417 | 913,430 | 905,470 | 875,587 | 859,122 | 951,061 | 950,912 |
| | 2 | 1049,095 | 1041,764 | 1055,593 | 1049,639 | 1052,334 | 1045,690 | 1052,362 | 1045,727 | 1008,470 | 994,651 | 1095,986 | 1095,862 |
| | 3 | 1659,851 | 1645,836 | 1670,753 | 1659,351 | 1665,319 | 1652,617 | 1665,299 | 1652,591 | 1592,602 | 1566,384 | 1737,445 | 1737,206 |

Tabela B-63 - Resposta dinâmica de placas laminadas híbridas considerando DD – (62;20) e camadas piezoelétricas-piezomagnéticas, com diversos esquemas de laminação e diversas CFs em vibração livre.

| DD: Stagg1 [62;20] – Equivalente em [A]* | | | | | | | | | | | | | |
|--|--------------------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|
| Laminado | | B/F/DD/F/B | | F/B/DD/B/F | | B/F/DD/B/F | | F/B/DD/F/B | | B/B/DD/B/B | | F/F/DD/F/F | |
| MBCs | Modo ω (Hz) | EBCs | | EBCs | | EBCs | | EBCs | | EBCs | | EBCs | |
| | | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC | OC | CC |
| SSSS | 1 | 796,103 | 786,185 | 801,621 | 793,542 | 798,867 | 789,872 | 798,865 | 789,870 | 762,904 | 744,439 | 834,606 | 834,436 |
| | 2 | 1931,759 | 1907,642 | 1945,199 | 1925,576 | 1938,520 | 1916,668 | 1938,455 | 1916,580 | 1850,424 | 1805,316 | 2025,791 | 2025,380 |
| | 3 | 1984,170 | 1960,800 | 1997,203 | 1978,180 | 1990,668 | 1969,469 | 1990,721 | 1969,541 | 1904,215 | 1860,615 | 2076,611 | 2076,212 |
| SSCC | 1 | 1128,101 | 1114,206 | 1135,831 | 1124,528 | 1131,989 | 1119,400 | 1131,954 | 1119,352 | 1081,017 | 1055,012 | 1182,476 | 1182,239 |
| | 2 | 2157,706 | 2132,682 | 2171,689 | 2151,332 | 2164,696 | 2142,009 | 2164,718 | 2142,039 | 2071,156 | 2024,345 | 2257,535 | 2257,109 |
| | 3 | 2616,136 | 2585,377 | 2633,262 | 2608,283 | 2624,762 | 2596,921 | 2624,664 | 2596,788 | 2509,250 | 2451,304 | 2738,827 | 2738,307 |
| SSCS | 1 | 938,671 | 926,996 | 945,167 | 935,662 | 941,933 | 931,349 | 941,914 | 931,325 | 899,418 | 877,632 | 984,115 | 983,916 |
| | 2 | 2060,595 | 2036,472 | 2074,060 | 2054,429 | 2067,317 | 2045,440 | 2067,356 | 2045,493 | 1977,698 | 1932,644 | 2156,345 | 2155,933 |
| | 3 | 2255,766 | 2228,326 | 2271,052 | 2248,745 | 2263,460 | 2238,609 | 2263,381 | 2238,502 | 2161,987 | 2110,490 | 2363,826 | 2363,360 |
| SSFF | 1 | 391,623 | 388,336 | 394,272 | 391,601 | 392,948 | 389,970 | 392,951 | 389,974 | 375,629 | 369,434 | 410,190 | 410,134 |
| | 2 | 638,484 | 636,088 | 642,682 | 640,739 | 640,587 | 638,419 | 640,584 | 638,416 | 612,892 | 608,338 | 668,155 | 668,115 |
| | 3 | 1425,246 | 1413,439 | 1434,945 | 1425,328 | 1430,120 | 1419,415 | 1430,083 | 1419,368 | 1366,443 | 1344,458 | 1493,345 | 1493,143 |
| SSFC | 1 | 507,247 | 503,877 | 510,652 | 507,916 | 508,952 | 505,901 | 508,951 | 505,900 | 486,606 | 480,229 | 531,184 | 531,127 |
| | 2 | 1284,542 | 1272,039 | 1293,265 | 1283,088 | 1288,926 | 1277,595 | 1288,891 | 1277,549 | 1231,449 | 1208,102 | 1345,935 | 1345,722 |
| | 3 | 1672,104 | 1657,249 | 1683,012 | 1670,947 | 1677,533 | 1664,070 | 1677,596 | 1664,150 | 1605,141 | 1577,122 | 1749,559 | 1749,308 |
| CCFF | 1 | 889,284 | 880,283 | 895,049 | 887,730 | 892,150 | 883,987 | 892,190 | 884,039 | 853,748 | 836,863 | 930,350 | 930,197 |
| | 2 | 1037,231 | 1029,836 | 1043,815 | 1037,809 | 1040,512 | 1033,810 | 1040,542 | 1033,849 | 996,325 | 982,380 | 1084,451 | 1084,326 |
| | 3 | 1669,029 | 1655,112 | 1679,849 | 1668,526 | 1674,452 | 1661,838 | 1674,440 | 1661,822 | 1602,064 | 1576,043 | 1746,295 | 1746,057 |

