A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA E DAS CIÊNCIAS FÍSICAS E NATURAIS

Pedro da Cruz Almeida
Departamento de Formação e Investigação em Currículo e Didática da ESELx
CIED, Politécnico de Lisboa
Lina Brunheira
Departamento de Formação e Investigação em Currículo e Didática da ESELx
CIED, Politécnico de Lisboa
Pedro Sarreira
Departamento de Formação e Investigação em Currículo e Didática da ESELx
CIED, Politécnico de Lisboa

https://doi.org/10.34629/ipl.eselx.cap.livros.161

Resumo

Na educação, a expressão “resolução de problemas” tem vindo a conhecer múltiplos significados. Umas vezes é encarada como atividade, outras vezes como metodologia de ensino com expressão em diferentes ciências, outras vezes ainda como competência transversal a desenvolver nos alunos e sublinhada em diferentes documentos curriculares. Estes diferentes entendimentos, que se prendem com a ação e a sua finalidade, envolvem também a existência de vários significados para a própria ideia de problema. São inseparáveis as ideias de problema e de pergunta, mas nem todas as perguntas podem ser consideradas problemas. Que diferentes tipos de problemas existem? Como é que encaramos o seu papel no ensino e na aprendizagem?

A investigação sobre resolução de problemas na educação tem ainda vindo a compreender a importância de associar à resolução a formulação de problemas, não como algo diferente que se acrescenta, mas sim como duas capacidades complementares e interdependentes. Orientações curriculares publicadas no ano 2000 pelo National Council of Teacher of Matematics mencionam que os bons solucionadores de problemas são os que, na análise que fazem das situações, são capazes de questionar os dados e de formular problemas baseados nessas mesmas situações.

Neste capítulo, para além de um quadro teórico que dê conta das diferenças mencionadas no que diz respeito ao papel formativo da resolução de problemas, tanto nas Ciências Físicas e Naturais como na Matemática, apresentamos uma situação ou contexto gerador de problemas que envolvem as Ciências Naturais e a Matemática no 1.º ciclo do Ensino Básico. Estas situações poderão apoiar os professores na promoção do desenvolvimento das referidas competências de resolução e formulação de problemas nos seus alunos, indo ao encontro de uma das áreas de competências do Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória.

Palavras-chave: Resolução de problemas; educação matemática; educação em ciências; integração curricular

1. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Falar sobre resolução de problemas pressupõe necessariamente uma conceção de problema. A pergunta "o que é um problema?" não tem uma resposta óbvia, sobretudo quando a consideramos de um ponto de vista da educação. É uma pergunta cuja resposta é fundamental para quem pretende estruturar e estabelecer um plano curricular que envolva a resolução de problemas. E a questão torna-se mais complexa quando pretendemos que esta resolução de problemas seja de algum modo integradora de diversas disciplinas científicas. Todos sabemos que as várias disciplinas científicas contêm um corpo de conhecimentos que as diferenciam, mas têm também metodologias de investigação próprias, e a tipologia de problemas que as fazem avançar são também diferentes. Assim sendo, porque pretendemos mostrar caminhos para a possibilidade de integração do currículo nas áreas das Ciências Naturais e da Matemática, torna-se importante, antes de mais, caracterizarmos o significado de resolução de problemas do ponto de vista de ambas.

1.1. A resolução de problemas na educação em Física e em Química

A resolução de problemas na educação em Física e em Química tem já uma longa tradição e costuma estar presente nos manuais escolares e, mais globalmente, nos recursos de apoio aos professores e aos alunos. Tradicionalmente, os problemas envolvem dados de natureza quantitativa e a manipulação de algum tipo de fórmula ou cálculo matemático. No entanto, quer a conceção de problema, quer a de resolução de problemas, têm sido muito diversas e têm tido uma grande evolução, ao longo do tempo. Um dos trabalhos mais aprofundado sobre a resolução de problemas em física foi realizado por Neto (1998) que analisou de uma forma muito abrangente a literatura sobre o tema e discutiu as diversas perspetivas sobre o mesmo. Segundo o autor, já em 1998 a resolução de problemas era um "campo em mudança" (p. 52). Um campo em mudança, de uma perspetiva de problema mais fechada e mais focada em conteúdos curriculares, para uma perspetiva mais abrangente e aberta, e mais incidente em tópicos do quotidiano. De uma perspetiva de resolução de problemas como estratégia de ensino e de aplicação de conhecimentos, para uma competência cognitiva de extrema importância a desenvolver por todos os alunos, futuros cidadãos. Hoje, parece-nos que, pese embora alguma evolução, continuamos praticamente na mesma situação de mudança referida por Neto. Uma perspetiva semelhante é apresentada por Lopes (2004). Este autor começa por esclarecer que a expressão "resolução de problemas" tem sido utilizada com diferentes significados, nomeadamente:

- tarefas a executar em qualquer nível de ensino;
- estratégia de resolução;
- processos envolvidos na resolução;
- formulação de problemas;
- capacidade de resolver problemas;
- processo de ensino-aprendizagem (p. 199).

Esclarece também que a palavra "problema" é muitas vezes utilizada no contexto escolar como sinónimo de exercício. No sentido de clarificar as diferenças entre exercício e problema, Lopes (2004) propõe um conjunto de critérios que apresentamos de seguida (cf. Tabela 1). No entanto, é importante referir que um enunciado, em geral, não tem apenas caraterísticas de problema ou de exercício, pois há um contínuo entre os dois extremos.

Critério	Problema	Exercício
Tipo de situação física e seu contexto	Situação realista. O contexto é mais vasto.	Situação não real, a ponto de os valores numéricos poderem apontar para algo inexistente. Há um contexto disciplinar.
Tipo e quantidade de informação fornecida	A informação fornecida é qualitativa, não permite uma abordagem imediata, pode existir informação em falta e outra irrelevante.	A informação fornecida é quantitativa e na quantidade certa para responder às questões.
Modelação da situação física	A situação não está modelada, ou apenas parcialmente.	A situação apresentada é um modelo de uma situação hipotética.
Dificuldade conceptual	Pode ser necessário mobilizar e articular de uma forma nova vários conceitos e/ou formalismos matemáticos e/ou raciocínios.	Basta mobilizar procedimentos já estabelecidos.
Orientação de resolução	Há uma pequena orientação se necessário, de acordo com os progressos dos alunos	Há uma orientação clara.

Nota. Adaptado de Lopes (2004, p. 202)

Tabela 1
Distinção entre problema e exercício.

Consideremos a tarefa seguinte:

> A massa volúmica do ouro é 19,3 g/cm3. Será de ouro uma moeda cilíndrica com a massa 5,85 g e com 18,0 mm de diâmetro e 2,25 mm de espessura? Justifique.

Esta tarefa constitui um exemplo de um exercício, pois os dados fornecidos são de natureza quantitativa e exatamente os necessários para a resposta. A situação é pouco realista, na medida em que é pouco comum termos acesso a moedas de ouro e principalmente devido ao facto de não existirem moedas de ouro puro, mas sim de ligas de ouro (com pequenas percentagens de outros metais nobres como o cobre e o níquel, para aumentar a sua dureza e resistência). Embora o enunciado não forneça uma orientação, o modelo físico está pré-definido, pois este exercício foi proposto após a abordagem do conceito de densidade (*m*), que é definido matematicamente pela seguinte relação entre massa (*m*) e volume (*V*): $\rho = \frac{m}{V}$. O grau de dificuldade é baixo se os alunos já tiverem interiorizado a relação matemática entre os conceitos (a "fórmula"), pelo que bastará mobilizar procedimentos já estabelecidos.

Consideremos agora uma outra tarefa:

> Porque é que os cintos de segurança dos automóveis são constituídos por faixas largas? O que poderia acontecer se estas fossem estreitas? Justifique.

Neste caso, a tarefa está mais contextualizada, pois aplica-se a uma situação real. Não são fornecidos dados, pelo que o aluno terá que analisar a situação qualitativamente ou então particularizar para uma situação quantitativa concreta arbitrária, obtendo-se nesse caso resultados diferentes para os diferentes alunos. No caso desta tarefa ser proposta antes da abordagem do conceito de pressão, este será um verdadeiro problema, pois, nesse caso, os alunos não conhecerão ainda um modelo físico que se adapte à situação. Caso o conceito de pressão já seja conhecido pelos alunos, esta tarefa assumirá mais a natureza de um exercício.

Segundo este autor (Lopes, 2004), a distinção entre exercícios e problemas é importante porque têm funções educativas distintas e ambas necessárias. O exercício permite treinar determinadas operações ou procedimentos matemáticos e/ou de pensamento, de forma a que se tornem mais rápidos e rotineiros. Por isso, cumprem uma função importante. No entanto, há certas aprendizagens que não são feitas através da resolução de exercícios. Em particular, a modelação de situações físicas, a pesquisa, seleção e tratamento de informação e a articulação entre diferentes campos conceptuais restritos. As funções educativas do problema, em geral:

> dirigem-se para o desenvolvimento de competências de mais alto nível tanto do domínio cognitivo como dos domínios psicomotor e afectivo. Em geral, a resolução de um problema obriga a desenvolver a persistência e o espírito de sacrifício e, em alguns casos, o trabalho cooperativo. Também desenvolve competências psicomotoras se o enunciado não se restringir a tarefas de papel e lápis (Lopes, 2004, p. 204).

Os problemas podem ser apresentados para desencadear um novo tópico de estudo ou para o consolidar. No primeiro caso, a abordagem é essencialmente qualitativa e precede as abordagens conceptuais mais precisas (como é o caso da tarefa apresentada anteriormente). No segundo caso, a abordagem pode ser qualitativa e/ou quantitativa dependendo do nível de ensino em que nos encontremos (Lopes, 2004).

Na educação em química, a perspetiva é semelhante à da educação em física (Silva & Núñez, 2007), especialmente ao nível do ensino básico e secundário em que estas áreas são abordadas na mesma disciplina de Ciências Físico-Químicas.

1.2. A resolução de problemas na educação em Ciências Físicas e Naturais

A resolução de problemas tem mais tradição nas chamadas ciências exatas: Matemática, Física e Química. No ensino das ciências ditas naturais, só nas últimas décadas a resolução de problemas, enquanto metodologia de ensino, ganhou maior relevância. O problema deixa de ter o formato de um desafio de natureza quantitativa e passa a ser uma questão cuja resposta envolve algum tipo de desafio, como uma pequena investigação que inclui trabalho prático dos alunos (ex.: trabalho experimental, pesquisa, etc.), podendo envolver ou não a manipulação de dados de natureza quantitativa, recebendo a questão orientadora a designação de questão-problema (Martins et al., 2007a). Na proposta de guião sobre a flutuação em líquidos dos mesmos autores (Martins et al., 2007b), são propostas várias atividades de caráter experimental, isto é, em que se pretende que seja realizado controlo de variáveis, em que pode ser necessária ou não a manipulação de dados quantitativos. Por exemplo, na atividade com a questão-problema "A massa do objeto influencia a flutuação?", será adequado "pesar" vários objetos, experimentar se flutuam ou não, comparar resultados da flutuação dos objetos com os valores de massa medidos e verificar se existe alguma relação entre a massa e a flutuabilidade. Já na atividade com a questão-problema "A natureza do líquido influencia a flutuação?" (p. 13 e seguintes), embora se pretenda promover a realização de uma atividade experimental, esta pode ser realizada sem a manipulação de dados quantitativos, apenas com a verificação da flutuabilidade de alguns objetos em diferentes líquidos. A realização de qualquer destas atividades, no entanto, irá envolver várias etapas: uma interpretação da questão-problema e do seu contexto e as variáveis a considerar; uma planificação da atividade experimental, com os materiais necessários, o procedimento a realizar e o modo de registar as observações ou medições; uma previsão; a realização da experiência propriamente dita e respetivo registo de dados e observações e sua análise; e finalmente uma interpretação e conclusão. Chegados a este ponto, é necessário avaliar os resultados e conclusões no sentido de ver se fazem sentido face ao contexto inicial e, se necessário, ajustar o plano e repetir o processo.

Thouin (2008) considera as atividades de resolução de problemas como as mais relevantes e aquelas a que os alunos devem dedicar mais tempo na aprendizagem das Ciências Físicas e Naturais. Justifica esta posição com a ideia que também a "atividade científica é essencialmente uma atividade que consiste em resolver problemas" (p. 14). Neste trabalho, o autor propõe um número muito significativo de atividades investigativas de várias áreas da ciência e da tecnologia, adequadas a crianças dos 4 aos 11 anos. Inicia cada atividade com uma "questão" de partida desafiante que designa de "problema", embora uma análise das suas propostas permita verificar que os "problemas" de Thouin têm a mesma natureza das "questões-problema" de Martins et al. (2007), isto é, são questões desencadeadoras de pequenas investigações envolvendo trabalho prático dos alunos (pesquisa, trabalho experimental, etc.), preferencialmente trabalho em pequeno grupo, podendo envolver ou não a manipulação de dados quantitativos. Exemplos de "problemas" propostos: "É possível tornar um raio de luz visível?"; "Como se pode representar o sistema solar?"; "É possível estimar ou medir a quantidade de precipitação?". O primeiro exemplo, onde pretende que seja explorada a propagação retilínea da luz e o facto de só conseguirmos ver algo se chegar luz aos nossos olhos, é uma atividade de exploração envolvendo trabalho experimental, mas não dados quantitativos. Já nos exemplos seguintes, sobre a representação do sistema solar, se o quisermos fazer à escala, e sobre a medição (ou estimativa) da quantidade de precipitação, faz todo o sentido a manipulação de dados quantitativos, embora a exploração seja mais abrangente e desafiante do que o típico problema/exercício de aplicação de uma fórmula para chegar a um resultado.

Nesta perspetiva de problema associado à atividade investigativa de caráter experimental (Martins et al., 2007), o grau de abertura do problema/investigação pode assumir diferentes tipologias (cf. Tabela 2).

Tabela 2
Grau de abertura de uma investigação.

	Fechado	**Aberto**
Definição do problema /questão-problema para estudo	Estudo prescritivo, variáveis especificadas e operacionalizadas.	Estudo exploratório, a área de investigação pode ser especificada mas as variáveis não o são.
Diversidade de métodos	O professor determina o que deve ser feito ou condiciona o tipo de equipamento a usar.	Os alunos escolhem o que querem fazer.
Condução da experimentação	Um só método possível.	Vários métodos possíveis.
Obtenção da solução	Só existe uma solução.	São aceitáveis várias soluções.

Nota. Adaptado de Caamaño (2003, citado em Martins et al., 2007, p. 47)

A classificação quanto ao grau de abertura não pode ser feita apenas segundo a dicotomia fechado/aberto, já que podem considerar-se posições intermédias, conforme o desenvolvimento dos alunos. A modalidade do tipo "aberto" pode considerar-se como exigindo mais competências cognitivas e processuais, as quais, não tendo ainda sido desenvolvidas, condicionarão a opção por essa modalidade. O grau de abertura de uma investigação é um aspeto muito importante a ter em conta, consoante os objetivos de aprendizagem, o que também depende do desenvolvimento cognitivo dos alunos e do seu grau de autonomia (Martins et al., 2007, p. 47), pelo que devem ser propostas pelo professor atividades com um grau de abertura crescente à medida que os alunos se tornam mais autónomos.

1.3. A resolução de problemas na educação matemática

Uma definição de problema que marcou a educação matemática, apresenta-o como uma tarefa para a qual não existe um procedimento ou conjunto de procedimentos prontamente acessível/eis a quem é chamado a resolvê-lo, e que determine completamente o método de resolução (Lester, 1980). Um problema desta natureza faz-nos pensar imediatamente que se trata de uma situação suficientemente complexa para que seja necessário, pelo menos, interpretar e compreender as condições da situação, ponderar ou planificar um processo de resolução, executar esse processo e avaliar os resultados obtidos tendo em conta as condições iniciais da situação, isto é, verificar se os resultados são consistentes.

É muito comum na matemática escolar confundir problema com a sua forma de apresentação, por exemplo, com um enunciado escrito verbalmente. Esta é apenas uma forma de enunciar uma tarefa e não necessariamente um problema. Também não se pode considerar que seja problema pelo facto de envolver aspetos da realidade, isto é, descrever, na sua enunciação verbal (ou pictórica, ou esquemática,...) uma situação mais ou menos realista, uma vez que há problemas cujo contexto é próprio desta ciência; e também há situações realistas que não constituem problemas.

Uma análise a um qualquer manual escolar, usando como lupa ou filtro a conceção de problema proposta por Lester (1980), mostra como são raras as tarefas desta natureza. O que podemos encontrar com maior frequência são tarefas apresentadas por um enunciado verbalmente descrito, de um contexto mais ou menos próximo da realidade quotidiana, ou então de um contexto matemático, e que se resolve aplicando métodos mais ou menos conhecidos ou previamente ensinados, habitualmente apresentadas no fim do capítulo dedicado ao assunto abordado. Como afirmou Pólya (2014), conhecido matemático e defensor da resolução de problemas no ensino, nestas situações o aluno aplica diretamente uma "regra que é colocada debaixo do seu nariz pelo professor ou pelo manual" (p. 48), não exigindo qualquer invenção ou desafio por parte do aluno, tendo a regra aqui um papel semelhante ao da "fórmula" na educação em física e em química.

Este tipo de tarefas, aparentemente "vestidas" de problemas, são apelidadas *word-problems* na literatura anglo-saxónica da educação matemática. Na utilização destes 'problemas', reconhece-se a necessidade de dar significado aos conceitos matemáticos por meio de uma contextualização mais ou menos realística, mas, quando são utilizados com demasiada frequência, de uma forma rotineira e sem alguns cuidados, é bem conhecido o efeito negativo que produzem. Tal efeito traduz-se no desenvolvimento de uma atitude acrítica por parte dos estudantes na interpretação e compreensão dos dados e condições explícitas no enunciado e nos resultados encontrados. Uma ilustração desta atitude é apresentada por Boavida et al. (2008), a partir de algumas respostas de crianças de 1.º ciclo a questões que lhes foram colocadas como se de problemas se tratasse. Sem lhes prestar a devida atenção, escolhem as operações a utilizar na resolução em função de pistas que encontram no enunciado, sem lhes atribuir verdadeiro significado (cf. Tabela 3).

No primeiro caso apresentado na Tabela 3 mostra-se uma situação ainda muito comum, em que o estudante ignora a desarticulação entre os dados fornecidos e a questão formulada e, procurando a operação que deve utilizar, efetua todas as que conhece e responde à questão usando o número que lhe parece mais adequado. No segundo e terceiro casos, o aluno realiza a operação que lhe é sugerida pela presença de palavras específicas: "menos" e "mais" respetivamente.

Tabela 3
Exemplos de questões colocadas a alunos do 1.º ciclo e suas resoluções acríticas.

Questões	Resoluções e respostas de alunos
1. Um pastor tem 120 ovelhas e 3 cães. Quantos anos tem o pastor?	$120 + 3 = 123$; $120 - 3 = 117$; $120 \times 3 = 360$; $120 : 3 = 40$ (resto 0) Resposta: O pastor tem 40 anos.
2. Um agricultor tem 12 vacas. Todas morreram menos 5. Quantas vacas restam?	12–5=7 Resposta: Restam 7 vacas.
3. A Ana tem 5 bolas, que são mais 3 do que as da Rita. Quantas bolas tem a Rita?	5+3=8 Resposta: A Rita tem 8 bolas.

Nota. Retirado de Boavida et al. (2008)

Para evitar estes vícios de pensamento na resolução de problemas, Greer (1997) recomenda:

- a diversificação dos contextos;
- o seu enriquecimento de modo a incluírem dados a mais ou a menos;
- a solicitação de estimativas, para além de cálculos exatos;
- a proposta de tarefas cuja resolução ultrapasse a utilização de meras operações;
- o envolvimento dos alunos na formulação ou reformulação do problema.

Voltando à conceção de problema proposta por Lester (1980), tomando como ideia fundamental para a sua definição a inexistência de um procedimento ou conjunto de procedimentos prontamente acessível/eis a quem é chamado a resolver, e o desafio inerente que esta ausência constitui, resulta que a atribuição da classificação de problema fica dependente do indivíduo que a vai resolver – dos seus conhecimentos, capacidades e até motivação para se envolver, em determinado momento, na resolução. Por exemplo, descobrir quantos apertos de mão são dados numa reunião de 20 pessoas pode constituir um problema para um aluno de 1.º ou 2.º ciclo, mas pode ser um mero exercício para quem compreenda a multiplicação no sentido combinatório, ou saiba tirar partido da estratégia de simplificar o problema, estudando casos mais simples (por exemplo, para 4, 5 ou 6 pessoas), e consiga generalizar o procedimento para 20 pessoas. Neste sentido, a classificação de uma tarefa como problema (ou outra tipologia) dependerá sempre da pessoa a quem se destina e, embora a distinção possa ser evidente se atendermos a ciclos de ensino diferentes, na verdade, a mesma tarefa pode constituir ou não um problema para diferentes alunos de uma mesma turma e para o mesmo aluno em diferentes momentos.

Há ainda outros aspetos que podem ser relevantes no envolvimento dos alunos na resolução de problemas e que justificam subclassificações. Por exemplo, no que respeita ao contexto, os estudos PISA, que envolvem alunos de 15 anos, selecionam itens com a preocupação em apresentar contextos autênticos e interessantes, considerando duas dimensões: o cenário (tecnológico ou não) e o foco (pessoal ou social) (OCDE, 2013). No relatório do PISA de 2018 (Lourenço, 2019), identifica-se ainda a consideração de contextos ocupacionais ou científicos. Ainda outro aspeto relevante diz respeito à informação apresentada no problema que merece, naqueles estudos, uma classificação: problemas estáticos (toda a informação relevante é apresentada) ou interativos (alguma informação tem de ser descoberta, explorando a situação). Por exemplo, o problema dos apertos de mão ilustra um problema estático. Contudo, se modificarmos o contexto para uma competição de 20 equipas, que se enfrentam aos pares, e quisermos saber quantos jogos tem a competição, a estrutura matemática é a mesma, mas há uma informação adicional que tem de ser recolhida: cada par de equipas confronta-se em “duas mãos” ou joga uma única vez? Neste caso, estamos perante um problema interativo.

Esta classificação de problema interativo relaciona-se com o conceito de problema exploratório referido por Mason (1996), em que a situação de partida é suficientemente aberta para gerar novas questões ou extensões do problema propostas por parte dos alunos. Por exemplo, imaginemos que foi proposto a uma turma de 1.º ciclo a descoberta de todos os pentaminós. Trata-se de uma tarefa que constitui um problema para quase todos os alunos pois, apesar da facilidade que a maioria tem em encontrar alguns pentaminós, esgotar todas as possibilidades e garantir que não existem repetições exige organização, envolve raciocínio espacial, e não existe um método imediatamente acessível para chegar à resposta. Pode até constituir um problema fechado, uma vez encontradas todas as soluções. Contudo, uma cultura de sala de aula adequada poderá estimular os alunos a ir mais além. Alguns deles poderão reparar que certos pentaminós constituem a planificação de uma caixa sem tampa. Nesse caso, é natural que surja a vontade de descobrir quais são os pentaminós nestas condições. Para Mason (1996), estes problemas contribuem para um dos mais amplos objetivos da educação: “a estimulação dos estudantes para colocarem perguntas e para aprenderem o suficiente sobre vários modos disciplinados de investigação (um dos quais é a Matemática), de forma a saberem onde procurar assistência no futuro” (p. 79). Porém, para cumprir este objetivo, é necessário dar oportunidade aos alunos para participarem na formulação de problemas.

1.4. A formulação de problemas

A formulação de problemas na educação matemática tem sido um alvo da investigação que se acentuou sobretudo a partir dos anos 90. Há muitos estudos recentes e algumas publicações que se podem considerar de referência (e.g. Kilpatrick, 1987; Silver, 1994; 1995; Stoyanova & Ellerton, 1996; Christou at al., 2005; Brown & Walter, 2005; Singer & Voica, 2013) por abordarem questões essenciais sobre este campo: o que é formulação de problemas, que categorias para as tarefas de formulação de problemas, que estratégias podem ser usadas na formulação, que competências se exigem a um formulador de problemas, que processos cognitivos são mobilizados. No âmbito deste capítulo, interessa-nos uma brevíssima referência ao que é a formulação de problemas, uma forma de arrumar diferentes tipos de tarefas de formulação e saber quais são os requisitos para que alguém possa formular um problema.

Stoyanova e Ellerton (1995) afirmam que a formulação de problemas é "um processo através do qual, com base na sua experiência matemática[1], os alunos constroem interpretações pessoais de situações concretas e as formulam como problemas matemáticos significativos" (p. 1). É importante sublinhar diferentes aspetos desta definição: i) trata-se da formulação de problemas que façam sentido, ii) a formulação nasce da interpretação de situações, contextos, informações, iii) esta interpretação baseia-se na experiência do aluno. Sobre estes dois últimos aspetos impõe-se reconhecer que as pessoas menos experientes, ou com menor nível de conhecimento sobre um determinado assunto, não fazem muitas perguntas sobre matérias mais difíceis. Ou seja, "uma teoria sobre questionamento que sugira que as pessoas fazem perguntas para preencher as suas estruturas de conhecimento é simplista demais. As pessoas não parecem ser capazes de lidar com material, muito além do conhecimento que possuem" (Miyaki & Norman, 1978, pág. 16). Esta afirmação não se refere a estudantes, mas a qualquer pessoa. Na história das ciências conseguimos identificar muitos daqueles que foram decisivos para as mudanças de paradigmas e alargaram os horizontes com os problemas que colocaram.

Na Tabela 4 mostra-se uma tarefa de formulação de problemas proposta a alunos do 3.º ano de escolaridade, assim como quatro resoluções (quatro problemas formulados e respetivas resoluções) de alunos. De entre as 16 perguntas (problemas) feitas pelos alunos e que puderam ser analisadas, 14 incidem sobre o número de passos entre uma dada quantidade de postes (10 ou um número diferente).

[1] Parece-nos que esta definição é suficientemente abrangente para se poder aplicar a outras áreas científicas para além da Matemática.

Situação problemática apresentada	e tarefa proposta
A Helena andava no passeio da rua onde morava e reparou que havia 10 postes de iluminação, todos à mesma distância uns dos outros. Ela contou 36 passos certinhos entre o primeiro e o terceiro poste.	Faz uma boa pergunta para transformar este texto num problema de matemática. Responde à pergunta que fizeste e mostra como pensaste através de palavras, desenhos ou contas
Perguntas formuladas por alunos	**e sua resolução**
A. Se ela andasse do primeiro ao quarto quanto passinhos fazia ela?	36x4=144 Fazia 144 passos entre o 1º e 4º poste de eletricidade.
B. Se a Helena contou 36 passos certinhos do primeiro poste ao outro, quantos passos é que ela conta do primeiro ao décimo?	36+36+...+36=360 36x10=360 A Helena contou 360 passos certinhos.
C. Quantos passos seriam de dois postes [entre dois] de iluminação?	$36 \times \frac{1}{2} = 18$
D. Se contasse até ao 9º poste de iluminação, quantos passos dava?	36x3=108 Dava 108 passos.

Nota. Adaptado de Almeida (2011)

Tabela 4
Tarefa de formulação de problemas e algumas resoluções de alunos.

Muitas perguntas dos alunos não estavam claras no seu enunciado escrito, mas a resolução apresentada esclareceu o sentido da pergunta. Apenas uma pergunta não envolvia exclusivamente a multiplicação, assunto que estava a ser estudado nas aulas, em situações de proporcionalidade direta. Naturalmente, para além do contexto, foi este conhecimento da multiplicação que esteve na origem da pergunta e da resposta. Todos os alunos pensaram que conseguiam responder à sua questão e usaram exatamente a ideia que tinham do processo de resolução para formular a pergunta. Repare-se, em particular, como na última pergunta, D (Tabela 4), em que o aluno escolhe o 9 como condição na sua pergunta, pensando que obteria a resposta pela determinação do triplo da informação dada no contexto – o número de passos até ao 3.º poste.

O que está implicado na formulação de um problema para o sujeito que o faz é caracterizado por Kontorovich e Koichu (2009) em quatro categorias:

- **Recursos** – conhecimento matemático, competência na resolução de problemas, e o estímulo que é dado para a formulação do problema;
- **Heurísticas** – compreensão dos processos de abordagem ao estímulo no sentido de lhe dar significado, selecionar, traduzir e codificar informação e as estratégias de formulação de problemas;

- **Aptidão** – inclui as crenças e a capacidade de monitorização dos próprios processos e avaliação da solução encontrada;
- **Contexto** – situação em que decorre a atividade de formulação de problemas, se é um contexto escolar ou outro.

Esta caracterização dá uma ideia da diversidade de condições presentes na atividade, e de complexidade, mas também nos permite refletir sobre a impossibilidade (ou inconveniência) de desligarmos a resolução de problemas da formulação de problemas. Até porque a interpretação do enunciado de um problema é já uma reformulação desse enunciado. E é nesse sentido que Edward Silver (1995) propõe uma forma de distinguir as tarefas de formulação de problemas: i) a formulação do problema antes da resolução, ii) a formulação que ocorre durante a resolução e iii) a formulação feita depois de concluída a resolução. Portanto, não se trata de inventar problemas sem um ponto de partida, o ponto de partida é um problema ou uma situação problemática.

No exemplo de tarefa de formulação de problemas que se deu acima não havia inicialmente um problema, na medida em que não estava formulada nenhuma pergunta, mas havia um contexto passível de ser problematizado.

Suponhamos que o problema estava formulado e a pergunta era a da alínea B (Tabela 4): "Se a Helena contou 36 passos certinhos do primeiro poste ao outro, quantos passos é que ela conta do primeiro ao décimo?". Ajudaria a resolver corretamente o problema ter presente duas informações, as quais surgiriam se, em situação de sala de aula, antes de iniciar a resolução do problema, o professor lançasse aos seus alunos a questão "Que precisamos de saber para resolver este problema?" - na verdade, esta pergunta colocada pelo professor já é a pergunta de um problema colocado antes da resolução. Os alunos poderiam responder "Precisamos saber quantos passos se dão entre dois postes" - pergunta da alínea C - e "o número de espaços entre dez postes". Estas frases não estão na interrogativa, mas respondem a perguntas. Portanto, o professor, em vez da pergunta que fez sobre as informações necessárias, também poderia ter pedido que os alunos formulassem outras perguntas possíveis para além da que constava no problema. Certamente que algumas perguntas incidiriam sobre as informações necessárias, como a pergunta na alínea C. contribuindo para a resolução correta do problema inicial.

Imaginemos agora que o problema estava formulado, como se diz no parágrafo anterior, com a pergunta na alínea B, e que os alunos tinham iniciado a sua resolução. O professor, observando o modo como os alunos procediam, verificava que estavam a multiplicar 36 por 10. Em vez de denunciar o erro, poderia propor a formulação de outras perguntas passíveis de resolução no mesmo contexto. E, tal como as que poderiam ter sido formuladas no início, também agora surgiriam as questões cujas respostas iriam colocar em julgamento a resposta à pergunta do problema obtida pela multiplicação de 36 por 10.

Falta agora pensarmos no que seria o problema formulado depois de resolvido este de que já falámos acima. Tendo chegado à resolução correta, que poderia ter sido conseguida determinando o número de passos entre dois postes e multiplicado esse valor por 9 (e não 10), o professor poderia pedir aos alunos que descobrissem as soluções para outros números de postes. Esta proposta promove uma estratégia de formulação de problemas apresentada em Brown e Walter (2005) que se traduz pelo questionamento dos dados do problema: "E se…?" i.e., "E se em vez de 10 fossem…?". Um questionamento destes poderia ter sido usado durante a resolução do problema por quem se sentisse em dificuldade e, em vez de resolver o problema para 10 postes, o simplificasse usando um número menor, ou o representasse esquematicamente. A variação do número de postes permitiria observar o processo de resolução. Outra proposta de questionamento após a resolução do problema passaria pela descoberta de outros contextos que se resolvessem do mesmo modo. Assim, olhando globalmente para o que se passou nestas três categorias de tarefas de formulação de problemas, a atividade iniciou-se formulando perguntas sobre um contexto para encontrar um modo de resolução, terminando na procura de contextos nos quais esse modo de resolução também se aplica. Esta ideia do contexto passível de ser problematizado tem bastante semelhança com a ideia do cenário da ABRP, de que iremos falar mais à frente.

2. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA SALA DE AULA - CAMINHOS PARA A INTEGRAÇÃO CURRICULAR

2.1. A aprendizagem baseada na resolução de problemas (ABRP) em Ciências Naturais

Nos últimos 50 anos, surgiu uma abordagem designada aprendizagem baseada na resolução de problemas (ABRP) em que o conceito de problema é também mais abrangente, fugindo do tradicional problema "numérico" (envolvendo dados de natureza quantitativa) para um qualquer conteúdo relacionado com o quotidiano que os estudantes ainda não dominem e com capacidade de lhes gerar uma motivação intrínseca.

A ABRP, que na língua inglesa se designa Problem-Based Learning (PBL), surgiu na década de 1960 no contexto da formação médica, no Canadá. Howard Barrows, médico e professor de medicina na Universidade McMaster em Hamilton, Ontário, Canadá, queria desenvolver métodos de ensino que promovessem as capacidades de reflexão dos estudantes fora da escola, na vida quotidiana (Barrows, 1985, citado em Delisle, 1997). Para Barrows, o objetivo último da educação médica era formar médicos capazes de gerir os problemas de saúde de quem os procurava, de forma competente e humana. Para isso, o médico devia não só ter conhecimento mas também a habilidade para usá-lo em contexto real, o que nem sempre acontecia com a modalidade de ensino tradicional. Barrows projetou uma série de problemas que iam além dos estudos de caso convencionais. Ele não forneceu aos alunos todas as informações, mas exigiu que pesquisassem uma situação, formulassem perguntas apropriadas e produzissem o seu próprio plano para resolver os problemas. Isso cultivou o "processo de raciocínio clínico" dos estudantes, bem como a sua compreensão das ferramentas à sua disposição. Ele descobriu que a ABRP também desenvolveu as competências dos estudantes para estender e melhorar o seu conhecimento, para se manterem atualizados num campo da medicina em constante desenvolvimento, e para aprender como tratar novas doenças que encontrassem. Os estudantes que foram ensinados por meio do ABRP tornaram-se "aprendentes autónomos" com o desejo de conhecer e aprender mais, com a capacidade de formular as suas necessidades como estudantes e com a habilidade para selecionar e utilizar os melhores recursos disponíveis para satisfazer essas necessidades (Delisle, 1997).

De acordo com Delisle (1997), com esta metodologia, os estudantes esforçam-se mais por compreender e por recordar quando veem conexões entre o material que estudam e suas próprias vidas. Os estudantes perguntam constantemente porque precisam estudar um assunto ou qual será a utilidade que certa informação tem para eles. A ABRP responde a essas perguntas colocando a aprendizagem no contexto da vida real. Os estudantes adquirem novos conhecimentos e competências para resolver um problema ou concluir uma tarefa que é muito relevante para as suas vidas. A ABRP lida com problemas que estão o mais próximos possível das situações reais. Assim, os estudantes estão motivados, o que também contribui para uma aprendizagem mais significativa.

A ABRP, tal como foi proposta inicialmente, não é apenas uma estratégia de ensino, mas também uma forma de organização curricular, visto que os problemas reais frequentemente abarcam conteúdos que extravasam as próprias disciplinas.

De acordo com Leite e Afonso (2001), o ensino das ciências orientado para a ABRP pode organizar-se em torno de quatro fases:

- Primeira fase – *Seleção do contexto* – Da responsabilidade do professor. O professor identifica um contexto problemático que possa fazer emergir os problemas a tratar ou os problemas que permitam abordar os conceitos que o professor pretende abordar. Esta tarefa requer a seleção de materiais impressos (ex.: artigos de revista ou de jornal, etc...), videogravados (ex.: notícias de televisão, filmes, etc.), etc., que sejam adequados ao nível dos alunos e tenham a probabilidade de os interessar, por lhes colocarem questões e desafios…

- Segunda fase – *Formulação dos problemas*. Pretende-se que, com base no contexto apresentado, sejam os alunos a colocar questões, desempenhando o professor o papel de orientador (não diretivo) do processo. A partir do contexto problemático, os alunos devem explicitar os problemas e as questões que este lhes suscita, competindo ao professor a tarefa de promover a clarificação dos problemas formulados, da rejeição de problemas irrelevantes, a constatação de eventuais sobreposições entre problemas formulados, etc., com vista à identificação dos problemas a considerar para efeitos de resolução pelos alunos. A experiência e conhecimentos do professor desempenham um papel fundamental nesta tomada de decisões.

- Terceira fase – *Resolução dos problemas*. É uma fase que pode ser longa... Nesta fase, o professor desempenha, mais uma vez, o papel de orientador do trabalho dos alunos, mas é a estes que compete trabalhar a fim de resolverem os problemas formulados e selecionados. Para resolver um problema identificado, os alunos terão que começar por reinterpretá-lo, planificar a sua resolução, implementar as estratégias de resolução planificadas, obter a solução (se ela existir) e avaliá-la. Durante este processo, eles precisarão de consultar diversos tipos de fontes de informação (livros, revistas, jornais, relatórios, filmes, documentários, etc., impressos ou em suporte eletrónico), realizar diversos tipos de atividades (atividades laboratoriais, saídas de campo, entrevistas a membros da comunidade, etc.). O professor deverá assegurar que a informação mínima necessária está acessível aos alunos, mas estes deverão ser impelidos para a identificação e localização de informação relevante. Refira-se ainda que os alunos de uma turma poderão trabalhar simultaneamente num mesmo problema, trabalhar em diferentes subproblemas de um dado problema ou trabalhar em diferentes problemas, dependendo da natureza e interdependência dos problemas a resolver. Depois de analisada a solução obtida, de avaliado o processo de resolução e de integrados os conhecimentos adquiridos através da resolução dos diferentes sub-problemas (caso estes existam) ou problemas eventualmente trabalhados em simultâneo, o ciclo repete-se até se esgotarem todos os problemas formulados e considerados relevantes para serem tratados.

- Quarta fase – *Síntese e avaliação do processo*. Nesta fase, a realizar conjuntamente pelo professor e pelos alunos, deverá ser feita a verificação de que todos os problemas inicialmente formulados foram resolvidos ou não têm solução, deverá ser feita uma síntese final dos conhecimentos (conceptuais, procedimentais, atitudinais) obtidos ou desenvolvidos e com a avaliação de todo o processo, quer em termos de eficácia de aprendizagem, quer em termos de desenvolvimento pessoal, social, ético e moral ocorrido (pp. 256-258).

De acordo com as mesmas autoras (Leite & Afonso, 2001), "implementar um ensino orientado para a ABRP coloca desafios muito grandes aos intervenientes e especialmente aos professores" (p. 258), dado que requer uma grande alteração no papel do professor, nas atividades de aprendizagem e na sua forma de implementação, na organização da sala de aula e na gestão dos espaços e dos recursos. No entanto, esta estratégia de ensino coloca os alunos numa situação não só de aprenderem ciência, mas também de aprenderem a fazer ciência (de forma integrada, contextualizada e cooperativa) e de aprenderem a aprender, desenvolvendo, assim, diversas competências relevantes para o cidadão comum.

2.2. O ensino exploratório da Matemática

De certa forma, podemos encontrar algum paralelismo entre a ABRP em ciências e o ensino exploratório em Matemática. Não se trata de uma coincidência, mas sim da consequência natural de propor uma abordagem para o ensino consonante com o conhecimento que hoje temos sobre a forma como se aprende. Concretamente, como afirma Ponte (2005), a aprendizagem decorre "sobretudo, não de ouvir directamente o professor ou de fazer esta ou aquela actividade prática, mas sim da reflexão realizada pelo aluno a propósito da actividade que realizou" (p. 15). Esta perspetiva sugere uma mudança do ensino dito "tradicional" ou "direto", centrado no professor e seguindo um modelo de aula que em que este expõe os conteúdos e resolve alguns exemplos de exercícios que os alunos deverão posteriormente aplicar a outros casos, para uma estratégia de "ensino-aprendizagem exploratório", em que os alunos se envolvem ativamente na resolução de uma variedade de tarefas que são discutidas coletivamente, podendo servir de base a uma elaboração teórica. No ensino direto, a comunicação tende a estar centrada no professor e na clareza do seu discurso, cabendo aos alunos o papel de responder às questões colocadas e colocar dúvidas. Já o ensino exploratório atribui um maior destaque à comunicação do aluno, reservando-lhe momentos para explicar os seus raciocínios, apresentar as suas produções e discutir as dos seus pares, propor questões a estudar ou envolver-se em momentos de reflexão, balanço e sistematização de conhecimentos.

Naturalmente, estas duas formas de ensinar não se encontram em polos opostos e, como afirma Ponte (2005), existem muitas versões intermédias dos dois tipos de ensino. Por um lado, é evidente que também no ensino-aprendizagem exploratório se resolvem exercícios e existem momentos em que o professor assume protagonismo. Por outro, também no ensino direto haverá situações em que o professor favorece a participação dos alunos e, pontualmente, propõe a resolução de problemas ou tarefas investigativas. Porém, o que distingue um estilo de ensino do outro é a maior predominância ou regularidade de um tipo de trabalho em relação ao outro.

A aparente diminuição de protagonismo do professor no ensino exploratório não significa que o seu papel fique facilitado, antes pelo contrário. Como afirma Canavarro (2011),

> o ensino exploratório da Matemática não advoga que os alunos descobrem sozinhos as ideias matemáticas que devem aprender, nem tão pouco inventam conceitos e procedimentos ou lhes adivinham os nomes. Muito menos se advoga que isso acontece enquanto o professor espera tranquilamente sentado pelos rasgos iluminados e criativos dos seus alunos (p. 11).

Pelo contrário, a típica aula de ensino exploratório envolve várias fases, qualquer uma delas bastante exigente para o professor:

1. Apresentação da tarefa aos alunos. Neste momento, o professor propõe à turma o trabalho a desenvolver durante a aula e a forma como se vão organizar. Promove a interpretação adequada da tarefa e procura motivá-los para a sua resolução. Esta fase pressupõe um trabalho prévio do professor na seleção criteriosa da tarefa para proporcionar aprendizagens significativas e que vão ao encontro dos objetivos curriculares;

2. Resolução da tarefa pelos alunos. Organizados individualmente, a pares ou em pequeno grupo, o professor vai apoiando a resolução da tarefa tendo o cuidado de gerir as suas intervenções de modo a ajudar os alunos a ultrapassar as dificuldades, sem diminuir o desafio cognitivo inerente à tarefa. Também este trabalho é muito exigente, sobretudo se os alunos não estão habituados a esta dinâmica e revelam pouca autonomia, solicitando permanentemente o professor. Deste modo, foi necessário uma preparação do professor que antecipou as possíveis resoluções dos alunos e principais dificuldades, indicações ou pistas a fornecer, bem como eventuais extensões da tarefa para os alunos que revelem mais facilidade. Ao mesmo tempo que faz o acompanhamento e monitorização do trabalho da turma, o professor tem de recolher informação sobre o modo de gerir a fase seguinte.

3. Discussão da tarefa. As tarefas mais comuns no ensino exploratório, como o caso dos problemas, favorecem o aparecimento de diferentes resoluções, estratégias ou, como já vimos, até o surgimento de novas questões. Desta forma, muito mais do que corrigir a tarefa, o que é frequente no caso dos exercícios, esta fase implica mais tempo e participação dos alunos que apresentam as suas resoluções, o tipo de representações que usaram (por exemplo, uma tabela, um diagrama, uma expressão algébrica, um desenho, etc.) e a forma como pensaram, respondendo ainda às questões dos seus colegas e professor. Embora seja dada a voz aos alunos, também aqui é fundamental o papel do professor em orquestrar esta discussão. A sua preparação começou antes da aula, antecipando o que a turma poderia fazer, e continuou durante o trabalho autónomo dos alunos, em que foi selecionando as produções que entendeu serem relevantes para discutir - seja por apresentarem estratégias pertinentes, seja por incluírem erros significativos cuja desconstrução constitua nova

oportunidade de aprendizagem. Esta opção exige ainda outro esforço ao professor - a criação de um ambiente e cultura de sala de aula onde a participação seja valorizada e o erro seja encarado como natural.

4. Síntese final. É nesta fase que o professor sistematiza as aprendizagens, convidando os alunos a olharem retrospetivamente para as apresentações, tentando compará-las, identificando as suas potencialidades, relacionando com outras tarefas já realizadas ou estabelecendo conexões com outros tópicos. Frequentemente, esta síntese faz ainda ponte para a introdução de um novo conceito ou procedimento, estabelecendo uma ligação entre a experiência dos alunos e novo conhecimento de modo a dar-lhe significado. Naturalmente, também esta fase exigiu preparação, requerendo ao professor um conhecimento didático aprofundado, em particular do currículo, que lhe possibilita estabelecer conexões internas e externas.

2.3. O estabelecimento de conexões e a integração curricular

O Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória (Martins et al., 2017) define um conjunto de dez áreas de competência que constituem uma combinação de conhecimentos, capacidades e atitudes, entre as quais se incluem o Raciocínio e Resolução de Problemas e o Saber Científico, Técnico e Tecnológico. No caso desta área, o documento estabelece descritores que sublinham a importância de os alunos formularem e resolverem questões que mobilizam conhecimento adquirido e estimulam a construção de novo conhecimento de forma articulada:

> Os alunos compreendem processos e fenómenos científicos e tecnológicos, colocam questões, procuram informação e aplicam conhecimentos adquiridos na tomada de decisão informada, entre as opções possíveis. Os alunos trabalham com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos, científicos e socioculturais (p. 29).

De facto, esta proposta aponta para a necessidade de um currículo que contrarie a tendência para o desenvolvimento de um conhecimento compartimentado, onde os alunos não reconhecem ligações entre diferentes campos do conhecimento, entre estes e o seu quotidiano, e até dentro da mesma área disciplinar. Como refere o NCTM (2007), "a matemática não é um conjunto de temas ou normas soltas, embora seja frequentemente dividida e apresentada dessa forma" (p. 71).

No âmbito da educação matemática, Ponte (2010) organiza as conexões em três categorias: i) entre conceitos e representações de um mesmo tema; ii) entre conceitos e representações de temas distintos; e iii) entre conceitos e representações matemáticas e situações exteriores à matemática.

Tomando como exemplo o conceito de número racional, podemos incluir, no primeiro grupo, as conexões entre vários tipos de representações, como a decimal e a percentagem; no segundo grupo, a sua interpretação no campo da Estatística enquanto frequência relativa; e, no terceiro grupo, a sua interpretação em contextos reais, como a leitura da carga da bateria de um telemóvel ou a escala de um mapa. Em qualquer dos casos, não se trata necessariamente de estabelecer ligações entre ideias já conhecidas, pois "o sentido que damos a uma ideia matemática depende das conexões que estabelecemos entre essa ideia e outras ideias matemáticas que possuímos" (Ponte, 2010, p. 3), ou seja, da ligação entre o que já conhecemos e estamos a conhecer. Neste sentido, o conhecimento do icon da carga da bateria de telemóvel pode constituir um exemplo que ilustra a aplicação do conceito de percentagem ou ser mobilizado para dar sentido à introdução daquele conceito, constituindo-se como um recurso para a sua aprendizagem (Guerreiro et al., 2018).

Para o NCTM (2007), um currículo que favoreça o estabelecimento de conexões internas e externas, isto é, ligações entre conhecimentos da mesma área e ligações entre diferentes áreas ou entre estas e a realidade, promove uma compreensão que é não só mais profunda, mas também duradoura. Deste modo, os professores deverão ajudar os alunos a desenvolver a predisposição para utilizarem estas ligações na resolução de problemas, tirando partido das suas experiências. Boavida et al. (2008) recordam ainda que as crianças chegam à escola já com um riquíssimo conhecimento informal e que a sua curiosidade e entusiasmo natural para explorar o mundo deve ser valorizado. Fica claro que é importante uma participação ativa do aluno no desenvolvimento das atividades em sala de aula. Melhor, é importante que as atividades de aprendizagem na sala de aula, para além de envolverem o aluno ativamente na resolução de tarefas propostas pelo professor, promovam a sua intervenção no levantamento de questões-problemas.

Sublinhe-se, mais uma vez, não se trata de retirar ao professor o papel de ensinar, de propor e orientar as atividades de aprendizagem. Na verdade, o professor precisa de competências mais exigentes, seja no conhecimento científico do que ensina, seja nas conexões desse conhecimento com o de outros domínios, assim como das respetivas metodologias de ensino.

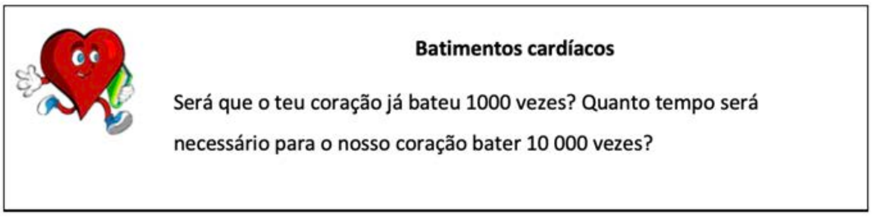
Quando o professor é um promotor de situações que provoquem a formulação de problemas pelos seus alunos, situações essas que possibilitem a integração disciplinar, a qualidade da sua formação passa necessariamente por ser simultaneamente mais aprofundada do ponto de vista disciplinar e interdisciplinar. Não é possível ter a capacidade de desenvolver atividades interdisciplinares sem um conhecimento aprofundado de diferentes áreas científicas. É por esse motivo que as verdadeiras atividades promotoras de integração interdisciplinar são comumente construídas e desenvolvidas em trabalho colaborativo de grupos de professores. Numa atividade educativa, a integração curricular dá-se quando se aprende algo de cada uma das áreas científicas envolvidas. Não se pode considerar que há integração com uma área se a atividade realizada for apenas um pretexto (contexto) ou apenas um meio de execução.

3. UM EXEMPLO DE SALA DE AULA

A atividade que propomos como exemplo de integração envolve a área das Ciências Naturais e da Matemática. É uma atividade particularmente adequada a um 3.º ano de escolaridade, uma vez que envolve conhecimento que consta do currículo desse ano nas duas áreas. O ponto de partida tanto pode ser de uma como da outra. Na área das Ciências Naturais envolve um tema que, para além de constar no currículo, o corpo humano, é um interesse espontâneo dos alunos. Igualmente na área da Matemática, os alunos gostam de números grandes logo que começam a dominar o modo como se desenvolvem, como crescem os números no sistema de numeração.

Quer a proposta de trabalho seja colocada pelo professor, ou manifestada por uma criança, é fundamental que ela seja apropriada por outros - seja por um pequeno grupo ou pela turma toda. Nesse sentido, uma forma de envolver todo o grupo no estudo é abrir a possibilidade de todos formularem as questões a investigar. Melhor ainda é que todos possam dizer o que sabem sobre o assunto (ficando registado) para depois colocarem as questões sobre o que querem saber (tendo presente o que disseram saber). O professor tem a missão de assegurar que estão colocadas as questões essenciais e de colocar alguma que fizer falta.

A figura 1 mostra um problema que pode ser colocado aos alunos do 3.º ano. No entanto, mostraremos resoluções de alunos de um 4.º ano[2] onde a tarefa foi aplicada.



Nota. Retirado de Mendes et al. (2010, pág. 7)

Figura 1
Tarefa: Problema com um contexto passível de proporcionar trabalho interdisciplinar.

Do ponto de vista aritmético, a tarefa pode conduzir os alunos a recorrerem a uma divisão ou à multiplicação. Contudo, a tarefa proposta não corresponde ao "problema" típico de divisão em que é conhecido o dividendo e o divisor, restando ao aluno reconhecer que é aquela operação que resolve a questão e efetuar o cálculo corretamente, seja usando o algoritmo, seja recorrendo a uma estratégia informal. De facto, para resolver as questões propostas, será necessário reunir alguma informação que não é fornecida e, antes disso, formular questões como: Quantas vezes bate um coração num certo período de tempo (por exemplo, 1 minuto)? Será diferente para uma criança ou para um adulto? Quando está a dormir, bate da mesma forma que acordado? E se estiver em grande atividade física, é muito diferente? Na Figura 2, podemos ver como a Verónica assume este problema como sendo realista e tem em conta o seu conhecimento sobre o funcionamento do coração.

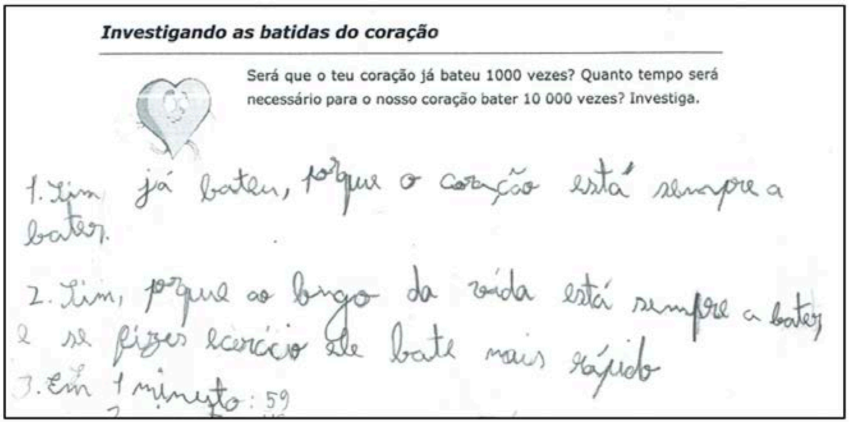


Figura 2
Excerto da resposta da Verónica[3] (4.º ano).

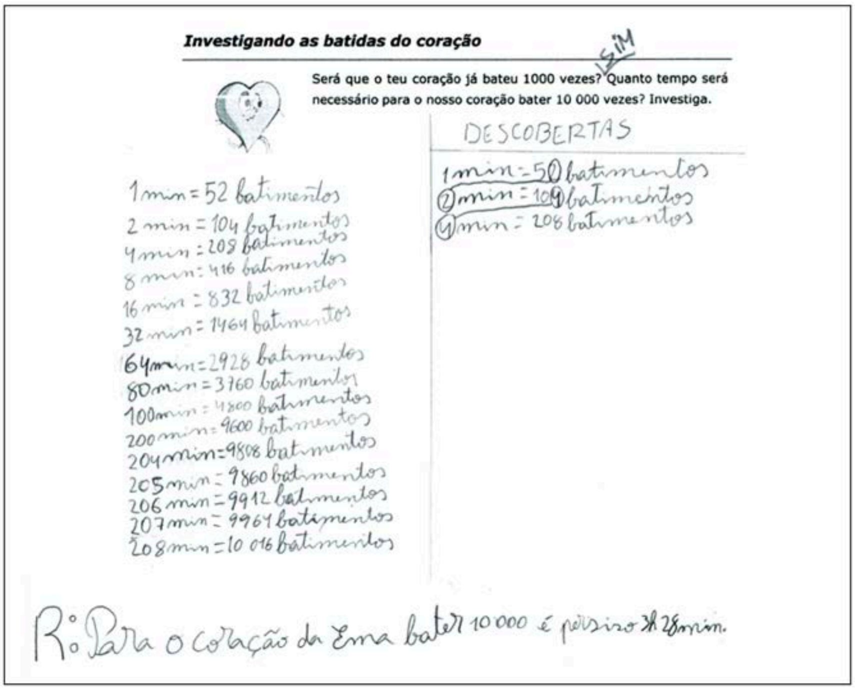
[2] Agradecemos à professora Célia Dias do A.E. Q.ta de Marrocos a disponibilização destas resoluções.
[3] Todos os nomes de alunos são fictícios.

Desta forma, estamos perante um problema interativo em que a formulação de questões permite obter a informação adicional necessária à resolução do problema e, mais ainda, conduzir a respostas que podem ser diferentes de aluno para aluno. Neste ponto, o professor poderá explicar aos alunos uma ou duas formas de medir a frequência cardíaca. Uma forma simples consiste em pressionar levemente com as pontas dos dedos indicador e médio no punho, junto à base do polegar, até sentir as pulsações na artéria radial. Então, contar as pulsações durante um minuto, ou durante 30 segundos e multiplicar por dois. Outro ponto do corpo muito utilizado pelos socorristas para medir a pulsação é a região lateral do pescoço, sendo neste caso as pulsações medidas na artéria carótida.

Do ponto de vista da aprendizagem das Ciências Naturais, é muito relevante explorar com os alunos um pouco da anatomia e do modo de funcionamento do coração e do sistema cardiovascular, respondendo às questões que forem surgindo. Aqui serão fundamentais alguns suportes didáticos, como modelos ou cartazes (representativos do coração e dos principais vasos sanguíneos) ou preferencialmente um pequeno vídeo que mostre o mecanismo do coração a bombear o sangue, por impulsos sucessivos, em que cada contração ventricular gera uma pulsação nas artérias, e que mostre também as válvulas cardíacas, cujo movimento de fecho produz o som do batimento. Em alternativa, também se poderia iniciar uma pequena investigação sobre o coração e o sistema cardiovascular, a ser realizada pelos alunos através de pesquisas desde que o professor previamente selecionasse ou elaborasse e colocasse à disposição dos alunos, informação suficientemente completa, rigorosa e adequada ao nível etário dos alunos.

Uma vez recolhida a informação necessária relativa ao dado em falta (o número de batimentos num certo período de tempo), é preciso tomar algumas decisões que envolvem o significado de estimativa: Vamos supor que nos encontramos sempre em repouso? Precisamos de usar valores muito precisos, decorrentes dos cálculos obtidos, ou podemos usar arredondamentos? A resposta de Vitória mostra uma intenção de ser precisa na medição, pois a aluna usa exatamente 59 batimentos por minuto[4]. A mesma postura identificamos na resposta da Eva (cf. Figura 3) que usa 52 batimentos por minuto[4], ao contrário da Mónica que parte de 100. Naturalmente, valores tão distintos conduzem a respostas muito diferentes que podem ser aproveitadas pelo professor para discutir com a turma a adequação dos arredondamentos.

[4] Este valor, extremamente baixo para uma criança, é provável que corresponda a um erro de medição.



Investigando as batidas do coração

Será que o teu coração já bateu 1000 vezes? SIM Quanto tempo será necessário para o nosso coração bater 10 000 vezes? Investiga.

DESCOBERTAS

1 min = 50 batimentos
2 min = 100 batimentos
4 min = 208 batimentos

1 min = 52 batimentos
2 min = 104 batimentos
4 min = 208 batimentos
8 min = 416 batimentos
16 min = 832 batimentos
32 min = 1464 batimentos
64 min = 2928 batimentos
80 min = 3760 batimentos
100 min = 4800 batimentos
200 min = 9600 batimentos
204 min = 9808 batimentos
205 min = 9860 batimentos
206 min = 9912 batimentos
207 min = 9964 batimentos
208 min = 10 016 batimentos

R: Para o coração da Ema bater 10 000 é persiso 3h 28 min.

Figura 3
Resposta da Eva (4.º ano).

Analisando agora as resoluções de Eva (cf. Figura 3) e da Mónica (cf. Figura 4), podemos levantar a hipótese de que os diferentes valores com que partiram tenham influenciado a escolha da estratégia de resolução. Eva procura os produtos entre o número de batimentos por minuto e o tempo decorrido, recorrendo sobretudo à estratégia dos dobros, de modo a aproximar-se progressivamente de 10 000. A partir de 200 minutos, vai dando "pequenos saltos" usando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição (p.e., 204x52=200x52+4x52). Comete um pequeno erro ao fazer o dobro de 832, mas o seu raciocínio está correto. No que diz respeito a Mónica, a utilização de um valor de referência, o 100, que facilmente relaciona com 1000 e 10000, leva-a a resolver o problema apenas usando raciocínio proporcional. Em ambos os casos, as alunas mostram ter compreendido o problema e utilizado estratégias adequadas. As suas resoluções constituem produções interessantes para serem discutidas num momento coletivo, identificando aspetos pertinentes e outros que poderiam ser melhorados.

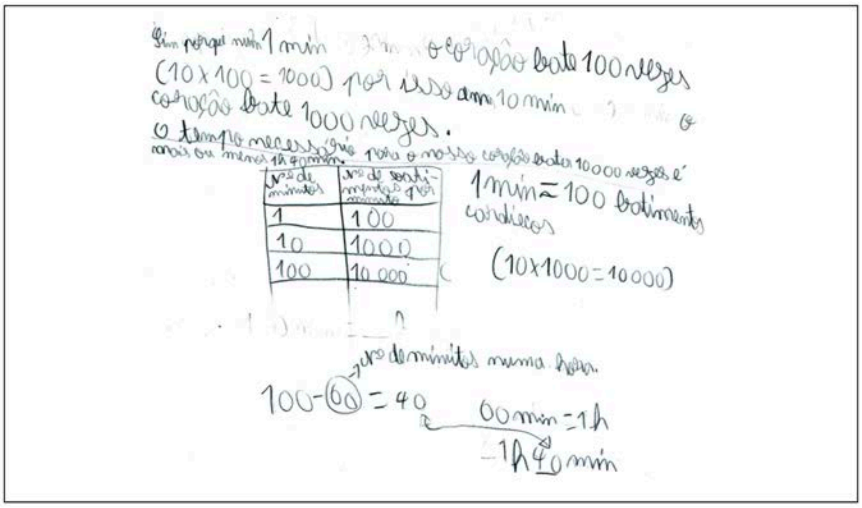


Figura 4
Resposta de Mónica (4.º ano).

Como já referimos anteriormente, o contexto desta tarefa pode ser favorável à formulação de questões. Por isso, é natural que já depois de finalizada a resolução da tarefa surjam novas perguntas: Quantas vezes já terá batido o coração do professor? E o coração de uma pessoa que viva 90 anos, quantas vezes baterá? A extensão da situação inicial a questões deste tipo naturalmente conduzirá os alunos a raciocinar proporcionalmente e gerar números muito maiores, para os quais têm habitualmente mais dificuldade em atribuir sentido. A realização de várias experiências multiplicará o número de cálculos, pelo que faz sentido considerar a utilização de uma calculadora, que libertará os alunos de um trabalho mais fastidioso e ajudará a que se concentrem na observação dos efeitos de multiplicar (ou dividir) um número sucessivamente por outros números superiores a 1.

Considerações finais

Procurámos ao longo deste capítulo apresentar diferentes perspetivas sobre a resolução de problemas, tanto na área do ensino das ciências físicas e naturais, como na perspetiva da educação matemática, sendo a nossa preocupação principal abrir caminho para o desenvolvimento de atividades que envolvam, de um modo integrado, o ensino e a aprendizagem. Apresentámos o ponto de vista do ensino em cada área, ilustrando com exemplos as distintas metodologias de ensino e aprendizagem, dando visibilidade às que promovem o estabelecimento de conexões intra e inter disciplinares. Desta forma, promovemos uma leitura do modo como elas se aproximam. O exemplo de uma possível situação de sala de aula do 1.º ciclo contribui para a síntese das duas perspetivas, sendo propícia à formulação e resolução de problemas significativos das duas áreas disciplinares, envolvendo também um tema pelo qual há um interesse intrínseco das crianças.

Algumas ideias ficaram mais claras para nós: um ensino que dê importância a atividades de cariz integrador de diferentes disciplinas e à formulação de problemas por parte dos alunos é fundamental numa educação para os tempos atuais. Neste tipo de atividades, altera-se, em certa medida, o modo de participação do aluno, mesmo em relação ao que já era um ensino centrado no aluno. Acentua-se consideravelmente a necessidade de colaboração dos professores na construção de tarefas ou atividades verdadeiramente integradoras. Este ensino não alivia a necessidade de um conhecimento aprofundado de cada disciplina. Esta afirmação é válida tanto para a educação básica como para a (auto) formação (inicial e contínua) dos próprios professores.

Referências

Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no Ensino Básico: Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico.* Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. http://hdl.handle.net/10400.26/5566

Brown, S. I., & Walter, M. I. (2005). *The art of problem posing* (3.ª ed.). Lawrence Erlbaum Associates.

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da matemática: práticas e desafios. *Educação e Matemática, 115*, 11-17.

Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., & Sriraman, B. (2005). An empirical taxonomy of problem posing processes. *ZDM – International Journal on Mathematics Education*, *37*(3), 149–158.

Delisle, R. (1997). *How to use problem-based learning in the classroom*. Association for Supervision and Curriculum Development.

Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learnig and Instruction, 7*(4), 293–307.

Guerreiro, H., Serrazina, L., & Ponte, J. P. (2018). A percentagem na aprendizagem com compreensão dos números racionais. *Zetetiké, 26*(2), 354-374. doi: 10.20396/zet.v26i2.8651281

Kilpatrick, J. (1987). Problem Formulating: Where Do Good Problems Come From? In Schoenfeld, A. H. (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education,* (pp. 123-147). Lawrence Erlbaum Associates.

Kontorovich, I., & Koichu, B. (2009). Towards a Comprehensive Framework of Mathematical Problem Posing, *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 401-408). Thessaloniki, Greece: PME.

Leite, L., & Afonso, A. S. (2001). Aprendizagem baseada na resolução de problemas: Características, organização e supervisão. *Boletín das Ciencias*, *48*, 253-260.

Lester, F. K. (1980). Research on mathematical problem solving. In R. J. Shumway (Ed.), *Research in Mathematics Education* (pp. 286–323). National Council of Teachers of Mathematics.

Lopes, J. B. (2004). *Aprender e ensinar física.* Gulbenkian.

Lourenço, V. (2019). *PISA 2018. Portugal. Relatório nacional*. IAVE.

Martins, G. O., Gomes, C. S., Brocado, J. L., Pedroso, J. V., Carrillo, J. A., Silva, L. U., Encarnação, M. A., Horta, M. V., Calçada, M. S., Nery, R. V., & Rodrigues, S. V. (2017). *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória*. Ministério da Educação. http://dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf

Martins, I. P., Veiga, M. L., Teixeira, F., Tenreiro-Vieira, C., Vieira, R. M., Rodrigues, A. V., & Couceiro, F. (2007a). *Educação em ciências e ensino experimental: Formação de professores (2ª ed.)*. Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. https://www.dge.mec.pt/guioes-didaticos-eb

Martins, I. P., Veiga, M. L., Teixeira, F., Tenreiro-Vieira, C., Vieira, R. M., Rodrigues, A. V., & Couceiro, F. (2007b). *Explorando objectos... Flutuação em líquidos: Guião didáctico para professores (2ª ed.)*. Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. https://www.dge.mec.pt/guioes-didaticos-eb

Mason, J. (1996). Resolução de problemas matemáticos no Reino Unido: problemas abertos, fechados e exploratórios. In P. Abrantes, L. C. Leal, & J. P. Ponte, *Investigar para aprender matemática – textos selecionados* (pp. 73-88). APM e Projeto Matemática para Todos.

Mendes, F., Brocardo, J., Delgado, C., & Gonçalves, F. (2010). Números e operações: 3.º ano: *Números naturais, operações com números naturais, números racionais não negativos*. Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. http://hdl.handle.net/10400.26/5145

Moallem, M., Hung, W., & Dabbagh, N. (2019). *The Wiley Handbook of Problem-Based Learning*. Wiley.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Associação de Professores de Matemática (Tradução portuguesa da edição original em inglês de 2000).

Pólya, G. (2014). O ensino por meio de problemas. *Educação e Matemática, 130*, 44-50.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular*. https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3008/1/05-Ponte_GTI-tarefas-gestao.pdf

Ponte, J. P. (2010). Conexões no programa de matemática do ensino básico. *Educação e Matemática, 110*, 3-6.

Silva, M. G. L., & Núñez, I. B. (2007). Ensinar a trabalhar problemas: Para quê? Como? In *Instrumentação para o ensino de química II*. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For The Learning of Mathematics, 14*(1), 19-28.

Silver, E. A. (1995). The nature and use of open problems in mathematics education: mathematical and pedagogical perspectives. *International Reviews on Mathematical Education, 27*, 67-72.

Singer, F. M., & Voica, C. (2013). A problem-solving conceptual framework and its implications in designing problem-posing tasks. *Educational Studies in Mathematics, 83*, 9-26.

Stoyanova, E. (2005). Problem-posing strategies used by Years 8 and 9 students. *Australian Mathematics Teacher, 61*(3), 6-11.

Thouin, M. (2008). *Resolução de problemas científicos e tecnológicos nos ensinos pré-escolar e básico 1.º ciclo* (J. Chaves, Trad.). Instituto Piaget.