

ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

Margarida Rodrigues
Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa
margaridar@eselx.ipl.pt

Marisa Bernardo
Escola Básica 2.º e 3.º Ciclo António Sérgio
marisaisabelbernardo@hotmail.com

Introdução

Este simpósio tem como objectivo apresentar e discutir estudos incidentes no ensino e na aprendizagem da Geometria. Começamos por clarificar alguns dos conceitos essenciais a propósito das orientações curriculares actuais e, em seguida, enquadrámos as comunicações deste simpósio nas questões de investigação que presentemente se colocam neste domínio.

O ensino e a aprendizagem da Geometria

O ensino e a aprendizagem da Geometria constituem-se como um campo que tem vindo a ser estudado, tanto a nível internacional como nacional, embora não de forma tão extensiva como tem sucedido noutros campos de investigação. Dada a importância deste ramo da matemática, bem como a relevância que a sua aprendizagem assume no contexto da educação matemática, a Geometria continua a ser uma área carente de investigação, e onde os resultados de estudos empíricos podem, e devem, imperiosamente, ser acolhidos, no sentido de uma compreensão mais aprofundada da forma como se desenvolve o pensamento geométrico dos alunos, desde os níveis mais básicos de escolaridade aos mais avançados, assim como das implicações didácticas emergentes. Esta é uma área onde os alunos revelam dificuldades de diversa ordem (Battista, 2007), o que, por si só, justifica a pertinência da investigação incidente na mesma.

Após um período marcado pela reforma da Matemática Moderna dos anos 60 do século passado, em que existiu uma tentativa de algebrização da Geometria, levando ao seu quase desaparecimento no currículo de Matemática, a Geometria ganhou espaço e visibilidade, no nosso país, na reforma curricular de Matemática dos anos 90, embora tenha mantido pouca expressão no nível curricular em acção (Sacristán, 2000), dadas as

experiências escolares dos professores da altura, pautadas pela recessão da Geometria. Actualmente, as orientações curriculares (DGIDC, 2007; Heuvel-Panhuizen, 2005; NCTM, 2008), quer em Portugal, quer noutros países, conferem um lugar de destaque à Geometria, apontando para a importância do desenvolvimento da visualização e do raciocínio espacial, enquanto propósito principal do ensino da Geometria. A visualização é entendida como construção e manipulação de representações mentais de objectos bi e tri-dimensionais, bem como percepção de um objecto a partir de diferentes perspectivas (NCTM, 2008). Subjacente à maior parte do pensamento geométrico, que consiste na invenção e no uso de sistemas conceptuais formais para investigar a forma e o espaço, encontra-se o raciocínio espacial (Battista, 2007). Segundo Battista (2007, p. 843), este tipo de raciocínio prende-se com “a capacidade de ‘ver’, examinar e reflectir sobre objectos espaciais, imagens, relações e transformações”, envolvendo gerar e analisar imagens, transformar e operar com imagens, e colocá-las ao serviço de outras representações mentais. Está, pois, associado à visualização espacial, à compreensão de formas e figuras geométricas, suas propriedades e relações, bem como à orientação espacial (Nes e de Lange, 2007).

Por outro lado, os vários documentos curriculares actuais, internacionais e nacionais, são convergentes no que respeita à forma de encarar a Geometria como um campo de excelência para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos, centrado nas relações entre os objectos geométricos e na articulação de argumentos acerca das suas propriedades, os quais poderão vir a constituir-se como demonstrações. São vários os autores que destacam a ideia de a Geometria ser o domínio da matemática que mais se presta para a utilização de demonstrações explicativas, uma vez que a maior parte das mesmas assumem esta função (Hanna, 2000; Rodrigues, 2008). Assim, a relação entre a experimentação e a dedução, em Geometria, é um dos aspectos em que se regista convergência, seja nas orientações curriculares, seja na literatura da educação matemática (Alsina, 1999; Hanna, 2000).

Contributos da investigação sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria

De acordo com vários autores (Clements e Battista, 2001; Lehrer, Kenkins e Osana, 1998), o desenvolvimento do pensamento geométrico das crianças depende tanto da maturação como da instrução. Por outro lado, o aprendente de Geometria desenvolve experiências de natureza geométrica como fazendo parte de si próprio, enquanto vai

evoluindo nesse processo. Nesta perspectiva, a aprendizagem é também uma forma de identidade, de vir a ser, e de se tornar sendo (Brown, 2011; Wenger, 1998). Assumindo a importância das experiências geométricas vividas pelas crianças no desenvolvimento do pensamento geométrico, o trabalho de Cristina Alves e Alexandra Gomes apresenta alguns dos resultados da avaliação diagnóstica feita no âmbito de uma investigação mais ampla, que tem como objectivo estudar de que forma as competências de visualização são trabalhadas no pré-escolar e 1.º ano e de que forma as crianças exibem essas competências de visualização. Enquadrando-se na teoria de Van Hiele (1999) do desenvolvimento do pensamento geométrico e adoptando a categorização das capacidades associadas ao desenvolvimento do sentido espacial proposta por Del Grande (1990), esta comunicação apresenta e discute os resultados relativos à avaliação diagnóstica de algumas dessas capacidades, em crianças dos três aos seis anos.

A representação constitui um conceito importante no domínio da aprendizagem da Geometria pois, tal como é sublinhado por Battista (2007), no pensamento geométrico, raciocina-se acerca de objectos e raciocina-se com representações. Quando pensamos em figuras geométricas, elas são simultaneamente conceitos e representações espaciais. Ou seja, elas terão a natureza de objectos quando for possível inferir relações a serem usadas no pensamento geométrico, mas, se pelo contrário, as representações externas tiverem simplesmente a natureza de ilustrações, sem que se extraia das mesmas relações geométricas, a sua percepção visual pode entrar em contradição com as próprias afirmações verbais (Mesquita, 1998). A comunicação apresentada por Tiago Tempera centra-se nas representações de planificações do cubo, e enquadra-se numa investigação que teve como objectivo caracterizar o conhecimento em geometria de estudantes em formação inicial de professores. O estudo apresentado suscita, por um lado, a relevância de um trabalho focado em representações 2D de objectos 3D, enquanto componente importante do desenvolvimento do raciocínio espacial, e por outro, a reflexão sobre as razões que poderão fundamentar o facto de futuros professores evidenciarem as mesmas dificuldades conceptuais de alunos dos 1.º ou 2.º Ciclos do Ensino Básico, bem como sobre a importância de um conhecimento aprofundado da matemática elementar que ensinam, por parte dos professores, como factor a considerar no nível de aprendizagem dos alunos (Ball, Hill e Bass, 2005; Ma, 2009; Zazkis e Zazkis, 2011).

A comunicação de Joana Latas e Darlinda Moreira insere-se numa investigação mais ampla onde se desenvolveu um projecto curricular, numa turma de 7.º ano de escolaridade, que seguiu uma abordagem etnomatemática, segundo a qual o conhecimento matemático resulta de uma produção cultural humana, e discute as potencialidades dessa abordagem para o desenvolvimento da comunicação matemática e para tornar visível a matemática implícita nas experiências culturais dos alunos. Numa fase posterior do projecto, os conceitos geométricos foram formalizados depois de terem sido trabalhados de forma implícita e intensivamente. Assim, este trabalho levanta questões sobre a forma de estabelecer a conexão entre o conhecimento geométrico e as práticas culturais dos alunos e como podem estas ser enriquecidas com um ponto de vista matemático.

Embora a Medida constitua um campo que se autonomizou da Geometria com o desenvolvimento da matemática, ambos mantêm uma íntima ligação. De facto, a Medida foca-se numa abordagem numérica ao espaço e nas grandezas associadas mas muitas das questões colocadas neste âmbito são de natureza geométrica, com relação com a visualização e o raciocínio espacial. Tal como sublinhado por Battista (2007, p. 891), “a Medida desempenha um papel central no raciocínio acerca de todos os aspectos do nosso ambiente espacial”. As próprias dificuldades dos alunos em tarefas de medida de grandezas, como sejam o comprimento ou a área, podem ser equacionadas de um ponto de vista geométrico. São vários os conceitos que subjazem a aprendizagem do comprimento — compreensão, conservação, transitividade, partição equitativa, iteração da unidade, acumulação da distância e aditividade, e relação entre o número e a medição — e da área — conservação, partição equitativa, iteração da unidade, e estruturação do modelo rectangular (Clements e Sarama, 2009) — e aos quais o professor deverá atender quando pensa numa trajectória de aprendizagem (Simon, 1995) destes tópicos, em particular. O trabalho que aqui apresentam Carla Lavrador e Henrique Guimarães teve como objectivo principal a caracterização das práticas dos alunos de uma turma do Curso de Educação e Formação na resolução de tarefas envolvendo áreas e perímetros. A sua comunicação contribui para a caracterização das dificuldades dos alunos na resolução de tarefas que envolvem esses conceitos, discutindo-as relativamente à linguagem, à visualização e à compreensão conceptual.

Por fim, a comunicação de Marisa Dias e Fumikazu Saito, situando-se no enquadramento da teoria da actividade (Leont'ev, 1978), discute as potencialidades pedagógicas de uma actividade que procurou construir e utilizar um instrumento de medida do século XVI, o báculo, assumindo que a história da matemática poderá ser um recurso a potenciar na educação matemática. Essa actividade envolveu estudantes do curso de licenciatura em matemática, professores que leccionam Matemática e mestrandos em Educação Matemática. Os conhecimentos que compõem a concepção do processo de medição são equacionados na articulação com a interpretação da leitura do tratado de medida *Del modo di misurare*, suscitando uma reflexão acerca das potencialidades pedagógicas da actividade didáctica com o instrumento para o desenvolvimento de conceitos matemáticos, nomeadamente a semelhança de triângulos.

A diversidade de comunicações deste simpósio potencia a discussão do ensino e aprendizagem da Geometria por múltiplos pontos de vista, e diferentes enquadramentos teóricos. É, pois, um contributo para o confronto de perspectivas, para a clarificação de algumas questões e sobretudo para a identificação de novos problemas a agendar na investigação em educação matemática. Assim, este simpósio, focando-se em contextos educativos diversos, desde o pré-escolar à formação inicial e especializada de professores, constitui-se como um espaço de debate em torno da especificidade do pensamento geométrico e das respectivas implicações para o ensino e a aprendizagem da Geometria, bem como do papel e do lugar reservado à Geometria no currículo de Matemática.

Referências bibliográficas

- Alsina, C. (1999). Intuición y deducción en geometria. In E. Veloso, H. Fonseca, J. P. Ponte & P. Abrantes (Org.), *Ensino da geometria no virar do milénio* (pp. 33-42). Reston, VA: NCTM.
- Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and wow can we decide? Acedido em 21 de Julho, 2011 de <http://www.aft.org/pdfs/americaneducator/fall2005/BallF05.pdf>.
- Battista, M. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In F. Lester (Ed), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843-909). Reston, VA: NCTM.
- Brown, T. (2011). Rethinking objectivity and subjectivity: Redistributing the psychological in mathematics education. In B. Ubuz (Ed.), *Proc. 35th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 185-192). Ankara, Turkey: PME.
- Clements, D, & Sarama, J. (2009). Learning and teaching early math: The learning trajectories approach. New York: Routledge.

- Clements, D. H., & Battista, M. T. (2001). Logo and Geometry. *Journal for Research in Mathematics Education Monograph*. Reston, VA: NCTM.
- Del Grande, J. (1990). Spatial sense. *Arithmetic Teacher*, 37(2), 14-20.
- DGIDC (2007). *Programa de Matemática do ensino básico*. ME, Departamento da Educação Básica.
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1-2): Proof in Dynamic Geometry Environments, 5-23.
- Heuvel-Panhuizen, M. (2005). *Young Children Learn Measurement and Geometry*. TAL Project, Freudenthal institute, Utrecht University, National Institute for Curriculum Development.
- Lehrer, R., Kenkins, M., & Osana, H. (1998). Longitudinal study of children's reasoning about space and geometry. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 137-167). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Leont'ev, A. (1978). *Activity, consciousness and personality*. New Jersey: Prentice Hall.
- Ma, L. (2009). *Saber e Ensinar Matemática Elementar*. Lisboa: Gradiva. (Obra original em inglês publicada em 1999)
- Mesquita, A. L. (1998). On conceptual obstacles linked with external representation in geometry. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 183-195.
- National Council of Teachers of Mathematics (2008). *Princípios e normas para a matemática escolar* (2.^a ed.). Lisboa: Associação de Professores de Matemática (Obra original em inglês publicada em 2000)
- Nes, F. & Lange, J. (2007). Mathematics Education and neurosciences: Relating spatial structures to the development of spacial sense and number sense. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 4(2), 210-229.
- Rodrigues, M. (2008). *A demonstração na prática social da aula de Matemática* (tese de doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Sacristán, J. (2000). *O currículo: Uma reflexão sobre a prática* (3^a ed.). Porto Alegre: Artmed. (Obra original em espanhol publicada em 1991)
- Simon, M.A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), pp.115-145.
- Van Hiele, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics*, 6, 310 – 316.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice: Learning, Meaning, and Identity*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Zazkis, R. & Zazkis, D. (2011). The significance of mathematical knowledge in teaching elementary methods courses: Perspectives of mathematics teacher educators. *Educational Studies in Mathematics*, 76(3), 247-263.