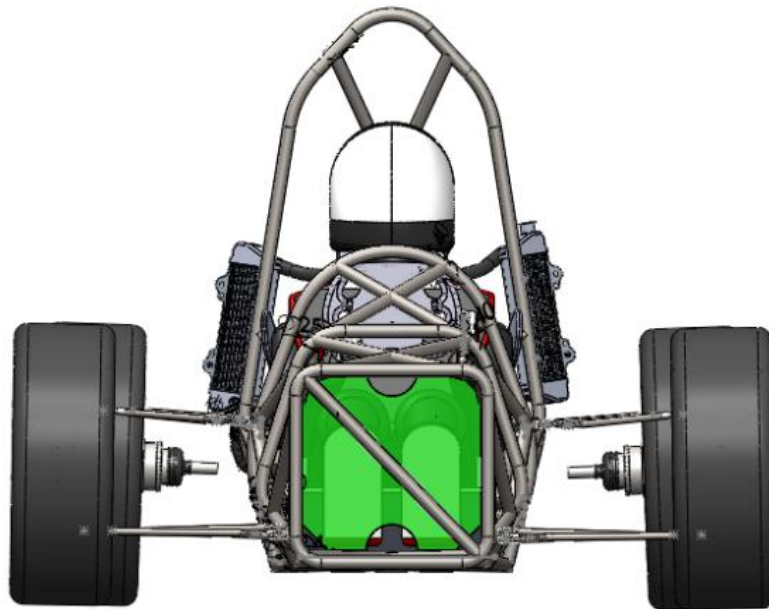




**INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA**  
**Área Departamental de Engenharia Mecânica**



## **Projecto Suspensão Formula Student**

**FREDERICO JORGE CRISTÃO CALDAS**  
(Licenciado em Engenharia Mecânica)

Trabalho Final de Mestrado para obtenção do grau de Mestre  
em Engenharia Mecânica

### **Orientador:**

Doutor Rui Pedro Chedas de Sampaio

### **Júri:**

Presidente: Doutor Joaquim Infante Barbosa

Vogais:

Doutor Carlos José de Oliveira Pereira e Jorge Alcobia

Doutor Rui Pedro Chedas de Sampaio

**Dezembro de 2013**





INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA  
Área Departamental de Engenharia Mecânica

## **Projecto Suspensão Formula Student**

**FREDERICO JORGE CRISTÃO CALDAS**  
(Licenciado em Engenharia Mecânica)

Trabalho Final de Mestrado para obtenção do grau de Mestre  
em Engenharia Mecânica

### **Orientador:**

Doutor Rui Pedro Chedas de Sampaio

### **Júri:**

Presidente: Doutor Joaquim Infante Barbosa

Vogais:

Doutor Carlos José de Oliveira Pereira e Jorge Alcobia

Doutor Rui Pedro Chedas de Sampaio

**Dezembro de 2013**



# Agradecimentos

É com enorme satisfação que expresso aqui o mais profundo agradecimento a todos aqueles que tornaram este trabalho possível.

Quero agradecer primeiramente à minha família por sempre acreditar nas minhas capacidades, pelo seu contínuo incentivo, compreensão e ainda pela oportunidade que me deram em frequentar o ensino superior.

Um especial obrigado à minha namorada Inês Melo, pelas suas palavras de motivação, carinho e pelo seu grande apoio no decorrer deste trabalho.

Aproveito também para expressar um grande obrigado aos amigos mais chegados, mas também aos meus colegas de curso (nomeadamente ao Nuno Ribeiro, Luís Martins e João Lourenço) não só por todos os momentos vividos mas também pela troca de conhecimentos, de amizade e de apoio.

Um agradecimento ao ISEL pelo facto de me proporcionar a aquisição de novos conhecimentos e também pelo facto de me ter proporcionado uma grande experiência enquanto monitor na secção de projecto mecânico.

Agradeço ao Professor Chedas Sampaio, orientador deste trabalho final de mestrado, pelo seu apoio, disponibilidade e motivação.

Um especial agradecimento ao Professor João Travassos pelas suas palavras e motivação ao longo dos dois ciclos de estudo.

Agradeço vivamente a todos os elementos da equipa ISEL Formula Student, pelo seu apoio em algumas das decisões ao longo do projecto da suspensão.

Um grande obrigado a todos!



# Resumo

O trabalho que se apresenta incide no estudo e projecto de um sistema de suspensão para veículos de competição, com vista à aplicação do mesmo num veículo do tipo formula (actualmente em fase de concepção no ISEL) para a participação numa competição de desportos motorizados mundialmente conhecida, a Formula Student.

Fazendo uso da teoria e dos fundamentos da dinâmica automóvel, elaborou-se uma metodologia de projecto de um sistema de suspensão de competição capaz de cumprir determinados requisitos técnicos. Grande parte dos parâmetros adoptados no projecto da actual suspensão partiu de gamas de valores (aconselhados nas diversas fontes bibliográficas) utilizadas num sistema de suspensão capaz de garantir um bom desempenho global.

Numa segunda fase e com o intuito de analisar a cinemática e dinâmica do sistema de suspensão de competição projectado, utilizou-se a capacidade computacional que actualmente existe para a resolução deste tipo de projectos, mais propriamente o software comercial MSC ADAMS/Car. O uso deste meio permitiu verificar qual a resposta da suspensão e do veículo para uma série de situações a que o mesmo poderá estar sujeito no decorrer da competição Formula Student. Foram realizadas diversas simulações apresentando-se para algumas delas, soluções que visam uma melhor performance da suspensão e do veículo de competição.

No cômputo geral os resultados são satisfatórios, podendo-se e devendo-se com um trabalho futuro otimizar todo o sistema de suspensão.

## Palavras-chave

Dinâmica de veículos, Sistemas de Suspensão, Competição, Simulação Computacional, Formula Student



# Abstract

The present work focuses on the study and design of a suspension system for racing vehicles, aiming his use in a formula car type (which is in a concept phase in ISEL) to enter in Formula Student, a world-wide known motorsports competition.

It was performed by making use of the theory and fundamentals of vehicle dynamics, a design procedure of a competition suspension system able to meet certain technical requirements. Much of the parameters used in the design of the current suspension come from recommended values that culminate (according to different automotive literature) in a suspension system capable of ensuring a good overall performance

The second stage of this work was concerned on the kinematic and dynamic analysis of the racing suspension system previous designed. It was used the computational capability that currently exists for solving this type of design, more specifically the commercial software MSC ADAMS/Car. Therefore, by making use of this computer software, it was possible to verify the response of the suspension system and the behavior of the vehicle for a number of situations in which it will be subjected in reality. Several simulations were developed and for some of them it was presented solutions that provide a better suspension and vehicle performance.

In the end of the design it was observed that the results are satisfactory, yet an optimization of the suspension system earlier developed can improve the overall performance of the vehicle.

## Keywords

Vehicle Dynamics, Suspension Systems, Racing, Computer Simulation, Formula Student



# Lista de Abreviaturas e Símbolos

## Abreviaturas

CAE – Computer-aided engineering

Fvsa – *Front view swing arm*

FWD – Veículos de tracção dianteira

GDL – Graus de liberdade

IC – Centro instantâneo (*Instant Center*)

IR – Relação geométrica

LBJ – *Lower ball joint*

MBS – Sistema multi-corpos

MSC – MacNeal-Schwendles corporation

RA – Eixo de *Roll*

RC – *Roll Center*

RWD - Veículos de tracção traseira

SAE – Society of Automotive Engineers

Svsa – *Side view swing arm*

TR – Transmissibilidade

UBJ – *Upper ball joint*

## Símbolos

$\zeta$  – Factor de amortecimento

$\lambda$  – Deslocamento máximo da roda ou factor de viscosidade do amortecedor

$\Delta z_w$  – Deslocamento da roda para as condições de serviço

$A_y$  – Aceleração lateral de serviço

$C_D$  – Coeficiente de amortecimento

CG – Centro de gravidade

F – Índice representativo do eixo dianteiro

$f_n^s$  – *Body bounce frequency*

$f_n^{us}$  – *Wheel hop frequency*

$f_n$  – *Ride frequency*

G – Aceleração gravítica

h – Altura *Roll Center*

$h_{CG}$  – Altura centro de gravidade

$K_R$  – *Ride Rate*

$K_S$  – *Suspension Rate*

$K_{SPR}$  – Rigidez da mola

$K_T$  – Rigidez do pneu

$K_\phi$  – *Roll Stiffness*

l – Distância entre eixos

m / M – Massas parciais

$m_s / M$  – Massa suspensa

$m_{us}$  – Massa não suspensa

R - Índice representativo do eixo traseiro

$R_{CE}$  – Relação compressão extensão do amortecedor

$R_{\phi}$  – *Roll Stiffness*

t – Largura de eixos

W – Massas individuais



# Índice

Agradecimentos .....	I
Resumo .....	III
Abstract.....	V
Lista de Abreviaturas e Símbolos .....	VII
Índice .....	XI
Lista de Figuras .....	XVI
Lista de Tabelas .....	XXII
Lista de Gráficos.....	XXV
1. Introdução.....	1
1.1. Enquadramento .....	2
1.2. Motivação .....	2
1.3. A Competição Formula Student .....	3
1.4. Objectivos Gerais do Trabalho .....	4
2. Revisão Bibliográfica .....	6
2.1. Evolução Histórica da Dinâmica de Veículos .....	6
2.2. Simulações Computacionais – Dinâmica de Veículos & Sistema de Suspensão .....	8
3. Fundamentos Teóricos.....	10
3.1. A Importância de um Sistema de Suspensão .....	10
3.2. Componentes de um Sistema de Suspensão .....	12
3.3. Definições e Terminologia.....	16
	XI

3.3.1.	Sistema de Eixos do Veículo, da Terra e dos Pneus.....	16
3.3.2.	Orientação das Rodas .....	19
3.3.3.	Outras Definições .....	21
3.4.	Tipos de Sistemas de Suspensão – Um Resumo.....	22
3.4.1.	Sistemas de Suspensão Dependentes.....	23
3.4.2.	Sistemas de Suspensão Independentes .....	26
3.5.	Sistemas de Suspensão para Competição .....	32
4.	Especificação de Requisitos .....	36
4.1.	Provas Formula Student .....	36
4.1.1.	<i>Tilt Table Test</i> .....	37
4.1.2.	Aceleração .....	38
4.1.3.	<i>SkidPad</i> .....	38
4.1.4.	<i>Autocross</i> .....	40
4.2.	Regulamento Formula Student 2013 .....	41
Artigo 1:	Restrições e Requisitos do Veículo.....	41
Artigo 2:	Requisitos Gerais de Projecto .....	42
Artigo 6:	Regras Gerais .....	43
4.3.	Requisitos e Critérios para Sistemas de Suspensão de Corrida.....	44
5.	Projecto – Sistema de Suspensão Formula Student ISEL .....	49
5.1.	Seleção do Modelo de Suspensão a Utilizar .....	50
5.2.	Seleção de $t_F$ , $t_R$ e $\ell$ .....	50
5.3.	Seleção das Rodas .....	53
5.4.	Estimativa do Peso Total e Parcial do Veículo.....	56
5.5.	Estipulação de outros Parâmetros .....	60
5.6.	Cálculo do Centro de Gravidade (CG).....	64
a)	Cálculo da localização do CG no plano paralelo às rodas: .....	64

b)	Cálculo do CG no plano perpendicular às rodas: .....	65
c)	Localização Vertical ( <b>hCG</b> ) do CG.....	66
5.7.	Cinemática – Determinação da Geometria de Suspensão (Independente) .....	68
5.7.1.	Vista Frontal – Geometria da Suspensão Dianteira.....	68
5.7.2.	Vista Lateral – Geometria da Suspensão Dianteira.....	74
5.7.3.	Construção dos Eixos Pivôs Interiores da Suspensão Dianteira do tipo SLA .....	76
5.7.4.	Vista Frontal – Geometria da Suspensão Traseira .....	79
5.7.5.	Vista Lateral – Geometria da Suspensão Traseira.....	80
5.7.6.	Construção dos Eixos Pivôs Interiores da Suspensão Traseira do tipo SLA .....	81
5.8.	Dinâmica – Determinação da Rigidez das Molas .....	83
5.8.1.	Definição das Condições de Serviço .....	84
5.8.2.	Determinação de: <i>Ride Rate</i> , <i>Suspension Rate</i> e <i>Spring Rate</i> (Rigidez das molas) .....	85
5.8.3.	Determinação do <i>Roll Stiffness</i> .....	90
5.9.	Dinâmica – Determinação dos Amortecedores .....	95
5.9.1.	Factor de Amortecimento .....	96
5.9.2.	Transmissibilidade.....	97
5.9.3.	Amortecedor para Veículos do Tipo Formula.....	99
5.9.4.	Influência dos Amortecedores na Dinâmica do Veículo.....	100
5.9.5.	Regime de Baixa Velocidade .....	101
5.9.6.	Curva Base do Amortecedor.....	119
6.	Simulações – MSC Adams/Car .....	124
6.1.	Análise Individual do Sistema de Suspensão .....	126
6.1.1.	Suspensão Dianteira .....	126
6.1.2.	Suspensão Traseira .....	133

6.2. Análise do Sistema de Suspensão – Veículo Completo .....	138
6.2.1. Curva com Raio Constante ( <i>SkidPad Test</i> ) .....	139
6.2.2. Mudança de Faixa – Norma ISO 3888 .....	143
6.2.3. Análise Vibracional do Carro ISEL.....	144
7. Conclusões.....	150
Referências Bibliográficas.....	154
Apêndice 1 – Folha de Cálculo de Projecto de Suspensão Formula Student.....	159
Apêndice 2 – Dedução Matemática da Eq.19 .....	160



## Lista de Figuras

Figura 2.1 - Carroça Sumeriana - Ref (2).....	6
Figura 2.2 - Evolução cronológica da dinâmica de veículos - Ref (4).....	8
Figura 3.1 - Exemplo de elementos orientadores - Imagem adaptada de Ref (1).....	13
Figura 3.2- Molas do sistema de suspensão de um veículo – Imagem adaptada de Ref (8).....	14
Figura 3.3 - Princípio de um amortecedor - Ref (7).....	14
Figura 3.4 - Conjunto Roda - Imagem adaptada da Ref (2).....	15
Figura 3.5 - Modelo matemático de um veículo - imagem adaptada de Ref (11).....	15
Figura 3.6 - Sistema de eixos do veículo segundo SAE - Ref (3).....	17
Figura 3.7 - Sistema de eixos da terra - Ref (1).....	18
Figura 3.8 - Sistema de eixos do pneu segundo SAE - Ref (1).....	19
Figura 3.9 - Ângulo <i>Camber</i> - Imagem adaptada de (11).....	20
Figura 3.10 - Ângulo <i>Caster</i> - Ref (12).....	20
Figura 3.11 - Ângulo <i>Toe</i> -Ref (12).....	20
Figura 3.12 - a) <i>Jounce</i> , b) <i>Rebound</i> – Imagem adaptada de Ref (13).....	21
Figura 3.13 - IR para um sistema de suspensão simples - Ref (1).....	22
Figura 3.14 - Exemplo de um sistema de suspensão dependente.....	23
Figura 3.15 - Performance dos sistemas dependentes - Ref (2).....	23
Figura 3.16 - Suspensão Hotchkiss - Ref (6).....	24
Figura 3.17 - Suspensão dependente four-link - Ref (3).....	25

Figura 3.18 - Suspensão dependente De Dion - imagem retirada de <a href="http://www.carttec.com">www.carttec.com</a>	25
Figura 3.19 - Suspensão independente trailing arm utilizado no eixo traseiro de um Mercedes class A de 1977 – Ref (2).....	26
Figura 3.20 - Performance do sistema independente Trailing arm - Ref (2).....	27
Figura 3.21 - Suspensão SLA - Ref (6) .....	27
Figura 3.22 - Performance do sistema independente SLA - Ref (6) .....	28
Figura 3.23 - Transformação de SLA para Multi-Link - imagem adaptada de (14) e (13) .....	29
Figura 3.24 - Suspensão Multi-Link de um carro de Formula 1 - Ref (15) .....	29
Figura 3.25 - Performance do sistema independente Multi-Link – Ref (2) .....	30
Figura 3.26 - Sistema Macpherson - Ref (16) .....	30
Figura 3.27 - Performance do sistema independente MacPherson - Ref (2).....	31
Figura 3.28 - Aplicação de um sistema SLA no eixo traseiro de um veículo Formula Student.....	33
Figura 3.29 - Aplicação de um sistema Multi-Link de um veículo Formula Student....	34
Figura 3.30- Sistema MacPherson de um Carro de <i>rally</i> - imagem retirada de <a href="http://performancedcar.co.nz">performancedcar.co.nz</a> .....	35
Figura 4.1. Prova <i>Tilt Test</i> com mesa a 60 graus de inclinação. Ref (19).....	37
Figura 4.2 - Prova de Aceleração da Competição Formula Student (19).....	38
Figura 4.3 - Formula Student <i>SKIDPAD Layout</i> – Imagem retirada do Regulamento da prova Formula Student 2013 .....	39
Figura 4.4 - Parte do percurso da prova Autocross - Ref (19).....	40

Figura 4.5 - Configuração típica de um veículo Formula Student – imagem retirada de <a href="http://www.triumphant-racers.in">www.triumphant-racers.in</a> .....	42
Figura 4.6 – Veículo da competição Formula Student durante a prova <i>SKIDPAD</i> – Ref (19) .....	45
Figura 5.1 - Dimensões $t_F$ , $t_R$ e $\ell$ - Figura adaptada de Ref (23) .....	59
Figura 5. 2 - Dimensões do CG no plano das rodas - Imagem adaptada de Ref (23) ....	65
Figura 5.3 - CG no plano perpendicular às rodas - Ref (1) .....	65
Figura 5.4 - Geometria suspensão SLA - vista frontal - Ref (1) .....	68
Figura 5.5 – Ganho de camber com o movimento da suspensão - Ref (17).....	69
Figura 5.6- Efeito Jacking com um RC elevado – imagem adaptada de Ref (1) .....	72
Figura 5.7 - Geometria Frontal 2D Roda Direita da Suspensão Dianteira em SolidWorks .....	74
Figura 5.8 - Geometria da Suspensão SLA - Vista Lateral Ref (1).....	74
Figura 5.9 - Derivação das características Anti travagem com travões exteriores - Ref (1) .....	75
Figura 5.10 - Geometria Lateral 2D da roda direita da suspensão dianteira em SolidWorks .....	76
Figura 5.11 - Layout dos eixos pivôs interiores da roda direita da suspensão dianteira em SolidWorks .....	77
Figura 5.12 - Modelação tridimensional do conjunto roda direita mais respectivos triângulos da suspensão dianteira - a) vista de cima, b) vista lateral direita, c) vista frontal .....	78
Figura 5.13 - Geometria Frontal 2D Roda Direita da Suspensão Traseira em SolidWorks .....	80

Figura 5.14 - Efeito <i>Anti-Squat</i> para Suspensões Traseiras do tipo Independentes .....	80
Figura 5.15 - Geometria Lateral 2D da roda direita da suspensão traseira em SolidWorks .....	81
Figura 5.16 - Layout dos eixos pivôs interiores da roda direita da suspensão traseira em SolidWorks .....	81
Figura 5.17 - Modelação tridimensional do conjunto roda direita mais respectivos triângulos da suspensão traseira - a) vista de cima, b) vista lateral direita, c) vista frontal .....	82
Figura 5.18 - Modelo 1/8 de Carro .....	83
Figura 5.19- <i>Wheel Center Rate</i> e <i>Tire Spring Rate</i> – Modelo ¼ de carro .....	89
Figura 5.20 - Variação do factor de amortecimento – imagem adaptada de Ref (1).....	95
Figura 5.21 - Efeito do factor de amortecimento na massa do sistema - Ref (32) .....	96
Figura 5.22 - Transmissibilidade de um sistema de 1 GDL - Ref (33) .....	97
Figura 5.23 - Transmissibilidade para diferentes factores de amortecimento - Ref (33)	98
Figura 5.24 - Amortecedor Ohlins Cane Creek DB-1 .....	99
Figura 5.25 - Modos e áreas de operação do amortecedor .....	100
Figura 5.26 - Curva Genérica de Força vs. Velocidade de um amortecedor - Ref (34)	101
Figura 5.27 - Modelo 1/8.....	102
Figura 5.28 - Resposta do sistema de 1GDL excitado por uma força tipo degrau - Ref (35) .....	103
Figura 5.29 - Modelo 1/4 de carro - Imagem adaptada de Ref (11) .....	109
Figura 5.30 - Exemplo de uma resposta em velocidade da massa não suspensa de um dado veículo para diferentes coeficientes de amortecimento - Ref (34) .....	110
Figura 5.31 - Curva Base do Amortecedor Ohlins C11 R11.....	122

Figura 6. 1 - Processo de Projecto e Simulações .....	124
Figura 6.2 – a) Sistema de eixos do veiculo no MSC Adams/Car, b) Sistema de Eixos do pneu segundo SAE adoptado para o MSC Adams/Car – Imagem retirada do software Adams/Car.....	125
Figura 6.3 - Processo de Análise Individual do Sistema de Suspensão - Processo adaptado dos Tutoriais MSC Adams .....	126
Figura 6.4 - Suspensão Dianteira do carro ISEL em MSC ADAMS/Car .....	127
Figura 6.5 - Suspensão traseira do carro ISEL em MSC Adams/Car .....	133
Figura 6.6- Processo de Análise Global do Veículo- Processo adaptado dos Tutoriais MSC ADAMS/Car .....	138
Figura 6.7 - Veículo ISEL Formula Student - MSC Adams/Car.....	139
Figura 6.8 - <i>Slip Angle</i> - Ref (3) .....	139
Figura 6.9 - <i>Understeer, oversteer e neutral steer</i> - Ref (3).....	140
Figura 6.10 - Molas dianteiras 2010 fsae template – obtido em MSC ADAMS/Car...	142



## Lista de Tabelas

Tabela 4.1 – Objectivos Cinemáticos do Sistema de Suspensão.....	46
Tabela 4.2 - Objectivos Dinâmicos do sistema de Suspensão.....	47
Tabela 5.1 - Metodologia de Projecto de um Sistema de Suspensão de Corrida .....	50
Tabela 5. 2 - $\ell$ , $tF$ e $tR$ de alguns carros de equipas de versões da competição Formula Student.....	52
Tabela 5. 3 - Valores iniciais de - $\ell$ , $tF$ e $tR$ do carro ISEL .....	52
Tabela 5.4 - Jantes para eixo dianteiro, segundo catálogo do fabricante KEIZER .....	54
Tabela 5.5 - Jantes para eixo dianteiro, segundo catálogo do fabricante KEIZER .....	54
Tabela 5 6 – Pneus para eixo dianteiro – segundo catálogo dos fabricantes AVON e Hoozier .....	54
Tabela 5.7 - Pneus para eixo traseiro – segundo catálogo dos fabricantes AVON e Hoozier .....	55
Tabela 5.8 - Rodas seleccionadas para o carro ISEL .....	55
Tabela 5 9 - Percentagem de distribuição de pesos dos carros de equipas de versões anteriores da competição Formula Student .....	57
Tabela 5.10 - Massas arbitradas por grupo para o carro ISEL .....	58
Tabela 5.11 - Percentagem de distribuição de massas do carro ISEL.....	58
Tabela 5 12 - Pesos individuais em kg considerando o carro ISEL simétrico relativamente ao plano perpendicular aos eixos .....	59
Tabela 5 13 - Massas Parciais - não suspensa e suspensa, em kg considerando o carro ISEL simétrico relativamente ao plano perpendicular aos eixos.....	60

Tabela 5.14 - Valores pesquisados de deslocamento máximo da roda $\lambda$ .....	61
Tabela 5.15 - Deslocamento máximo da roda $\lambda$ do carro ISEL .....	61
Tabela 5.16 - Camber inicial do carro ISEL.....	62
Tabela 5.17 - Percentagem de travagem inicial do carro ISEL .....	63
Tabela 5.18 - Valores de <i>Anti-Dive e Anti-Squat</i> do carro ISEL.....	64
Tabela 5.19 - Localização do CG nos planos, paralelo e perpendicular às rodas do carro ISEL.....	66
Tabela 5.20 - Localização Vertical do CG de carros de edições anteriores da competição Formula Student .....	67
Tabela 5.21 - Localização global do CG do carro ISEL .....	67
Tabela 5.22 – Valores $F_{vsa}$ e sua influência segundo (14) .....	70
Tabela 5.23 - $F_{vsa}$ da Suspensão Dianteira do Carro ISEL .....	70
Tabela 5.24 - Influência da distância entre o RC e o CG (com $RC < CG$ ) .....	72
Tabela 5.25- $F_{vsa}$ da Suspensão Traseira do Carro ISEL .....	79
Tabela 5.26 - Condições de Serviço para Cálculo da Rigidez das Molas .....	85
Tabela 5.27 - Ride Frequencies Aconselhadas - Ref (1) .....	87
Tabela 5.28 - Ride Frequencies Aconselhadas - Ref (30) .....	87
Tabela 5.29 - <i>Ride Frequency</i> da suspensão dianteira e suspensão traseira do carro ISEL .....	88
Tabela 5.30 - <i>Ride Rate</i> da suspensão dianteira e suspensão traseira do carro ISEL.....	88
Tabela 5.31- <i>Suspension Rate</i> da suspensão dianteira e suspensão traseira.....	89
Tabela 5.32 - Rigidez das molas do carro ISEL.....	90
Tabela 5.33 - <i>Roll Stiffness</i> carro ISEL .....	90

Tabela 5.34 - Valores de <i>Roll Gradient</i> do carro ISEL.....	92
Tabela 5.35 - Valores típicos de <i>Roll Gradient</i> – Ref (1).....	93
Tabela 5.36 - Deslocamento máximo das rodas do carro ISEL .....	94
Tabela 5.37 - Parâmetros dianteiros para baixa velocidade – Carro ISEL.....	104
Tabela 5.38 - Amortecimento óptimo da suspensão dianteira no regime baixa velocidade – Carro ISEL.....	106
Tabela 5.39 - Parâmetros traseiros para baixa velocidade - Carro ISEL.....	107
Tabela 5.40 - Formula para transmissibilidade (Isolamento de vibrações - Deslocamento) - Ref (9) .....	111
Tabela 5.41 - Formula RMS para Optimização da suspensão no Regime de Alta Velocidade - Ref (11) .....	113
Tabela 5.42 - <i>Body Bounce Frequency e Wheel Hop Frequency</i> para a suspensão dianteira e traseira - Carro ISEL.....	113
Tabela 5.43- Amortecimento óptimo Regime Alta Velocidade –Suspensão dianteira carro ISEL.....	116

## Lista de Gráficos

Gráfico 5.1 - <i>Roll Gradient</i> em função da aceleração lateral do veículo .....	92
Gráfico 5.2 - Resposta da suspensão dianteira do veículo no Regime de Baixa Velocidade para diferentes valores de zeta - em função de IR.....	104
Gráfico 5.3 - Resposta da suspensão traseira do veículo no Regime de Baixa Velocidade para diferentes valores de zeta - em função de IR.....	107
Gráfico 5.4 - Transmissibilidade em Função da Frequência da Suspensão Dianteira - Isolamento de Vibrações .....	114
Gráfico 5.5 - Transmissibilidade em Função da Frequência da Suspensão Dianteira – RoadHolding.....	115
Gráfico 5.6 - Aceleração RMS da massa suspensa vs. valor de amortecimento - Suspensão Dianteira .....	116
Gráfico 5.7 - Transmissibilidade em Função da Frequência da Suspensão Traseira - Isolamento de Vibrações .....	117
Gráfico 5.8 - Transmissibilidade em Função da Frequência da Suspensão Traseira – RoadHolding.....	117
Gráfico 5.9 - Aceleração RMS da massa suspensa vs. valor de Amortecimento – Suspensão Traseira .....	118
Gráfico 5.10 - Curva base dos Amortecedores Dianteiros para o Regime de Baixa Velocidade.....	120
Gráfico 5.11 - Curva base dos Amortecedores Dianteiros para o Regime de Alta Velocidade.....	121
Gráfico 5.12 - Curva base dos Amortecedores Traseiros para o Regime de Baixa Velocidade.....	122

Gráfico 5.13 - Curva base dos Amortecedores Traseiros para o Regime de Alta Velocidade.....	123
Gráfico 6.1 - Deslocamento oposto das rodas da suspensão dianteira do carro ISEL - camber vs. deslocamento da roda esquerda.....	128
Gráfico 6.2 - Deslocamento oposto das rodas da suspensão dianteira do carro ISEL - camber vs. deslocamento de 41mm <i>Jounce/bump</i> da roda esquerda .....	129
Gráfico 6.3 - Deslocamento oposto das rodas da suspensão dianteira do carro ISEL - coeficiente de <i>camber</i> em <i>Roll</i> .....	129
Gráfico 6.4 - <i>Wheel Rate</i> vs. Tempo da suspensão dianteira do carro ISEL.....	130
Gráfico 6.5 - Deslocamento da roda esquerda vs. tempo - Suspensão dianteira carro ISEL.....	131
Gráfico 6.6 - Força do amortecedor (esquerdo) vs. tempo - Suspensão dianteira carro ISEL.....	132
Gráfico 6.7 - Deslocamento oposto das rodas da suspensão traseira- camber vs. deslocamento da roda esquerda .....	134
Gráfico 6.8 - Deslocamento oposto das rodas da suspensão traseira do carro ISEL - <i>camber</i> vs. deslocamento de 41mm <i>Jounce/bump</i> da roda esquerda .....	134
Gráfico 6.9 - Deslocamento oposto das rodas da suspensão traseira do carro ISEL- coeficiente de <i>camber</i> em <i>Roll</i> .....	135
Gráfico 6.10 - <i>Wheel Rate</i> vs. Tempo da suspensão traseira do carro ISEL.....	135
Gráfico 6.11 - Deslocamento da roda esquerda vs. tempo - Suspensão traseira carro ISEL.....	136
Gráfico 6.12 - Força do amortecedor (esquerdo) vs. Tempo - Suspensão traseira carro ISEL.....	137
Gráfico 6.13 - <i>Slip angle</i> vs. aceleração lateral - Carro ISEL com molas de projecto.	141

Gráfico 6.14 - <i>Slip angle</i> vs. aceleração lateral - Carro ISEL com molas 2010 fsae template .....	142
Gráfico 6.15 - <i>Roll</i> do Chassis vs tempo - Carro ISEL .....	144
Gráfico 6.16 - Análise Vibracional do carro ISEL - deslocamento vertical da massa suspensa e das rodas .....	146
Gráfico 6.17 - Análise Vibracional do carro ISEL - Forças nas rodas durante a simulação .....	147
Tabela 1- Amortecimento óptimo da suspensão traseira no regime de baixa velocidade – Carro ISEL.....	108
Tabela 2 - Formula para transmissibilidade ( <i>RoadHolding</i> - deslocamento) - Ref (9)	112
Tabela 3 - Amortecimento óptimo regime Alta Velocidade – Traseira .....	118



# 1. Introdução

Ao longo dos tempos tem-se vindo a assistir a uma evolução significativa dos veículos automóveis, derivada não só de uma procura diversa em termos de características de condução como também da enorme competitividade existente neste tipo de indústria.

As maiores alterações que surgem nos veículos terrestres utilizados no nosso dia-a-dia, têm a sua origem na competição automóvel, uma vez que nesta área assiste-se a um grande investimento em pesquisas com vista à optimização dos veículos de competição, o qual só é possível graças a um bom planeamento do orçamento disponível e a um árduo e coeso trabalho de equipa.

O objectivo no desporto motorizado é vencer corridas. Este tipo de entretenimento também considerado como uma actividade de Pesquisa & Desenvolvimento, é extremamente complexo e intenso, uma vez que trata do comportamento dinâmico da combinação entre máquinas tecnologicamente avançadas e o ser humano (1).

O presente relatório encontra-se dividido em sete capítulos, incluindo a introdução no capítulo 1. O capítulo 2 apresentará uma revisão bibliográfica da evolução dinâmica de veículos e a sua importância ao longo dos tempos, bem como a importância das capacidades computacionais no desenvolvimento de um veículo. Por sua vez, o capítulo 3 ilustrará as funções e a importância do sistema de suspensão num veículo, componentes gerais de um sistema de suspensão, irá expor termos e definições associados a um sistema de suspensão e por fim apresentará resumidamente os tipos de suspensão existentes e mais utilizados. O capítulo 4, dará a conhecer as provas a que o veículo estará sujeito durante a competição Formula Student, as regras da mesma competição e definir-se-á os requisitos necessários de um sistema de suspensão. O projecto do sistema de suspensão do veículo do ISEL encontra-se no capítulo 5. Já o capítulo 6 apresentará as simulações e testes efectuados para verificar a resposta do sistema de suspensão bem como a dinâmica do veículo. O capítulo 7 terminará todo este trabalho e como tal contém as conclusões do mesmo.

## **1.1. Enquadramento**

O presente Projecto de Final de Curso enquadra-se na possibilidade futura do Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, vir a participar na competição Formula Student. Agregando diversos alunos num grupo de trabalho, formou-se uma equipa com diversas aptidões e empenhada que tem como objectivo primário vencer a prova de projecto (classe 2) da competição Formula Student (Edição 2014). Após a conquista da fase de projecto os objectivos complexificam-se e tomam novas proporções: a construção do carro físico mediante o racional planeamento dos financiamentos de possíveis investidores que pretendam colaborar no projecto e vencer a competição Formula Student.

Fazendo o signatário parte da equipa ISEL Formula Student, e tendo lhe sido atribuída a função de responsável pelo projecto do sistema de suspensão, resolveu escolher o tema Projecto Suspensão Formula Student para a elaboração do Trabalho Final de Mestrado, conseguindo também desta forma articular e dinamizar os conhecimentos adquiridos durante esta fase de ensino.

## **1.2. Motivação**

Sendo o signatário aficionado por desportos motorizados e por tudo o que estes envolvem como dedicação, entrega total, articulação de conhecimentos, adrenalina e divertimento, sempre foi sua intenção poder elaborar e criar algo que o permitisse estar dentro da área da competição e desenvolver técnicas futuras em termos de projecto que permitam um melhor condução automóvel.

Junta-se ao gosto pelos desportos motorizados, o ambiente em que o signatário vive desde criança já que esteve quase sempre envolvido em eventos motorizados.

Outro dos motivos reside no facto de poder participar e vencer com o instituto que o possibilitou a aquisição de uma enriquecida base de conhecimentos numa competição internacionalmente prestigiada como a Formula Student.

Este projecto significa também para o signatário, a possibilidade de começar a investir na área em que pretende trabalhar no futuro. A pouca aposta na pesquisa e

desenvolvimento automóvel que se verifica em Portugal, devido a toda a conjuntura económica a que se assiste nos dias de hoje, é algo que desconsola o signatário e que de certo modo se torna convidativo à emigração para outros países onde esta ciência se encontra mais desenvolvida.

### **1.3. A Competição Formula Student**

Foi com o espírito de competição, de entrega máxima e de gosto por esta modalidade automóvel que se criou o campeonato Formula Student. Esta prova destinada aos estudantes de engenharia, foi fruto de um programa iniciado em 1981 nos Estados Unidos da América pela SAE (Society of Automotive Engineers). Quase duas décadas depois da sua criação, o programa FSAE chegou à Europa passando-se a designar em Inglaterra por Formula Student.

Esta competição tem como objectivo a criação de um protótipo que deverá ser acima de tudo de alta performance em termos de aceleração, travagem e qualidades de condução, mas também deverá ser de baixo custo, fácil manutenção, fiável e seguro.

A Competição engloba quatro classes de participação na qual as equipas podem entrar: a **Classe 1**, destina-se a carros totalmente construídos e operacionais como definido nas regras da prova; a **Classe 1A** é semelhante à classe 1, com a diferença de que o carro tem de ter uma tecnologia de propulsão inovadora, como por exemplo a propulsão eléctrica; a **Classe 2** diz respeito à classe de projecto para equipas que pretendam entrar na classe 1 e que não tenham o carro totalmente construído e operacional, podendo as equipas levar as peças que tenham sido produzidas até ao momento. É uma classe destinada, principalmente, às faculdades que participam pela primeira vez na competição. Por fim, a **Classe 2A**, é uma classe também de projecto para equipas que pretendam entrar na classe 1A, mas que não possuam um carro construído e operacional. É uma classe semelhante à classe 2 com uma vertente mais focada na sustentabilidade, e.g. carros com sistema de propulsão alternativos.

O Trabalho conjunto e dedicado da equipa ISEL Formula Student (IFS), será avaliado através de dois eventos: estático e dinâmico. O evento estático engloba as seguintes provas: apresentação dos custos e modelação do carro ao Jurado, verificações

técnicas, teste de inclinação a 45° e a 60°, travagem e teste de ruído. Por sua vez, o evento dinâmico completa as provas: *SkidPad Test*, autocross, aceleração e resistência e poupança de combustível.

Após todas as etapas estarem concluídas, os resultados finais são apresentados às equipas após uma análise detalhada por parte dos júris.

## **1.4. Objectivos Gerais do Trabalho**

O principal objectivo deste trabalho consiste em projectar um sistema de suspensão para o carro ISEL, de modo a capacitá-lo a participar na competição Formula Student, respeitando os requisitos impostos pela organização que rege esta competição automóvel. Durante o decorrer da competição, o carro será sujeito a várias provas, na qual o sistema de suspensão será um elemento chave para o sucesso do referido veículo.

As etapas que foram seguidas para a criação do presente projecto, foram:

- ✓ Pesquisa bibliográfica e respectiva leitura sobre a dinâmica de veículos
- ✓ Pesquisa aprofundada das Regras e Normas da competição Formula Student para se determinar restrições e requisitos de projecto;
- ✓ Pesquisa sobre os sistemas de suspensão e suas características;
- ✓ Pesquisa de Metodologias para elaboração da geometria do sistema de suspensão de competição;
- ✓ *Scouting* entre diversas equipas sobre a geometria do sistema de suspensão mais utilizado e adequado;
- ✓ Pesquisa de Metodologias para determinação das propriedades de alguns elementos do sistema de suspensão;
- ✓ Modelação e Simulação do sistema de suspensão projectado e possíveis alterações;

Espera-se com este trabalho atingir um novo nível de conhecimento em termos da construção, dinâmica e desenvolvimento automóvel e de desportos motorizados.



## 2. Revisão Bibliográfica

### 2.1. Evolução Histórica da Dinâmica de Veículos

A história dos sistemas de suspensão de veículos iniciou-se acerca de seis mil anos atrás com a invenção da roda (2). Já em 2700 A.C os Sumerianos (considerada a civilização mais antiga da humanidade) utilizavam carroças com quatro rodas (ver Figura 2.1), com uma banda exterior metálica à volta das mesmas (2).



Figura 2.1 - Carroça Sumeriana - Ref (2)

Mais tarde, os Romanos separaram a carroçaria dos eixos que continham as rodas de modo a aumentar o nível de conforto dos passageiros. Este sistema foi adoptado com o intuito de atenuar os impactos da superfície da estrada, e como tal é reconhecido hoje em dia como o primeiro sistema de suspensão inventado (2).

Com o avançar dos tempos e com o desenvolvimento da tecnologia, assistiu-se a uma grande evolução a nível automóvel sobretudo após a Segunda Guerra Mundial. O progresso nesta fase fez com que se começasse a tentar descrever e perceber o funcionamento global dos veículos, o que culminou no que actualmente se pode chamar ciência automóvel, mais especificamente a dinâmica de veículos.

A dinâmica de veículos encontra-se então relacionada com os movimentos dos veículos de estrada, sejam estes automóveis, autocarros ou camiões (3). Os movimentos de maior interesse são os que resultam em acelerações laterais (manobras de curva), longitudinais (aceleração e travagem) e verticais (vibrações).

O comportamento dinâmico é determinado pelas forças impostas ao veículo a partir dos pneus, força da gravidade e aerodinâmica pelo que se estuda o veículo e os seus componentes numa dada situação, para se determinar a intensidade dessas mesmas forças. Para a modelação destes sistemas é fundamental estabelecer rigorosas metodologias.

Segundo (3), existem duas perspectivas da dinâmica de veículos: a empírica e a analítica.

A perspectiva empírica é aquela em se adopta uma metodologia de tentativa e erro de modo a descobrir quais os factores que influenciam a performance do veículo, de que forma e em que condições. Esta metodologia não deve ser a mais utilizada pois se não se tiver um conhecimento científico do mecanismo, numa situação nova em que seja necessário extrapolar a experiência passada para uma nova aplicação, os saberes poderão não satisfazer as exigências da mesma.

A perspectiva analítica é aquela em que se tenta descrever o mecanismo de interesse, tendo por base leis da física descrevendo em equações matemáticas o problema em análise.

Assim utilizando a metodologia analítica, os modelos mais simples podem ser representados por equações algébricas ou diferenciais que relacionam as forças ou movimentos de interesse com propriedades do próprio veículo. Estas equações permitem então, avaliar a importância de cada propriedade do veículo e caracterizar cada uma delas quanto à sua influência na performance global do veículo (3).

No entanto, os modelos analíticos são muitas vezes simplificados de maneira a ser possível a sua resolução. Esta simplificação deriva de considerações que se fazem e como tal, desviam o modelo matemático da realidade, tornando-se assim necessário (para se evitar erros) perceber o porquê dessas considerações.

Na Era em que os computadores não tinham capacidade suficiente de cálculo, muitos dos modelos analíticos eram modelos simples e limitados. Actualmente com as capacidades computacionais disponíveis, é possível ter um modelo analítico com inúmeras equações que simulam o veículo e o seu comportamento.

Nos casos em que exista uma determinada incerteza ou importância de propriedades específicas, é possível incluí-las no modelo analítico e verificar qual a influência no comportamento do sistema (3).

Na imagem que se segue é possível verificar a evolução cronológica da dinâmica de veículos, destacando-se o fim da década de 70 como o início de uma nova Era a nível tecnológico referente à dinâmica e performance de veículos.

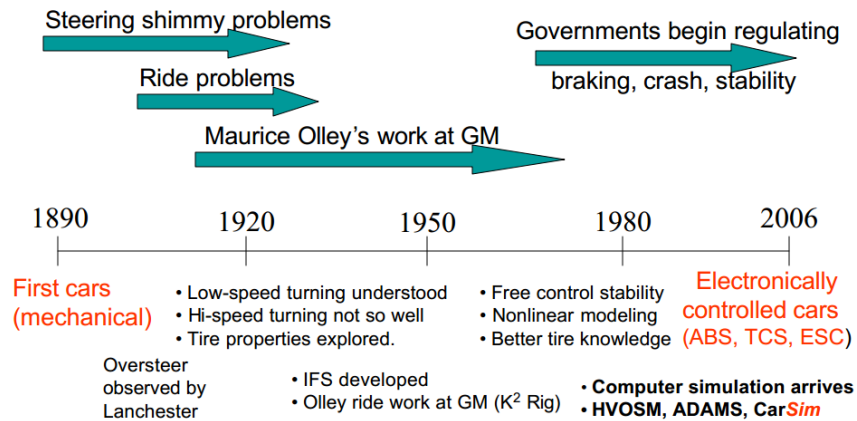


Figura 2.2 - Evolução cronológica da dinâmica de veículos - Ref (4)

## 2.2. Simulações Computacionais – Dinâmica de Veículos & Sistema de Suspensão

Como será possível verificar ao longo deste projecto, a dinâmica de veículos é bastante complexa sendo necessária uma abordagem cuidadosa no seu estudo (1). A utilização do diverso apoio computacional, que existe actualmente, poderá ser um auxílio importante na caracterização da dinâmica do veículo e uma forma de poupar custos antes da montagem do veículo.

Existem diversas referências bibliográficas sobre simulações computacionais, no entanto muitas delas não apresentam de uma forma completa e simples as potencialidades computacionais para o desenvolvimento e caracterização da dinâmica automóvel como indica a referência (2). Como tal, a maior informação presente neste capítulo provém dessa mesma referência literária.

A simulação de modelos virtuais é normalmente referida como CAE – *Computer-aided Engineering*”. Estas simulações consistem em estruturas numéricas baseadas em cálculos computacionais que são utilizadas para simular o comportamento de vários componentes ou sistemas do veículo (2). Os modelos podem ser alterados rapidamente e simulados repetidamente, o que permite otimizar os componentes do veículo muito antes de se construírem.

A simulação computacional de sistemas multi-corpos (MBS), é utilizada para investigar o movimento de sistemas complexos que contenham um número elevado de componentes (2). Este tipo de simulação é um processo CAE utilizado para resolver sistemas de equações diferenciais e algébricas. Existem alguns softwares que possibilitam este tipo de simulações, como por exemplo o software comercial MSC ADAMS/Car.

Um dos usos principais dos MBS é no projecto de um sistema de suspensão em que é necessário fazer diversos tipos de simulações. É possível utilizar os MBS para verificar o comportamento da suspensão ao longo do seu movimento vertical antes mesmo de esta ser montada no modelo virtual do carro completo (5).

Verifica-se assim que os softwares de MBS permitem quantificar um número elevado de parâmetros de um sistema de suspensão, pelo que se aconselha a sua utilização num projecto de suspensão e mais genericamente num projecto de um veículo.

## 3. Fundamentos Teóricos

O objectivo do presente capítulo é dar a conhecer quais os fundamentos teóricos de um sistema de suspensão. Na primeira fase do presente capítulo, dar-se-á a conhecer as funções bem como a importância do sistema de suspensão na dinâmica do veículo. De seguida, falar-se-á dos componentes gerais de uma sistema de suspensão seguindo-se uma apresentação de algumas definições e terminologia associada a um sistema de suspensão. A fase posterior tem o intuito de apresentar resumidamente os tipos de sistemas de suspensão existentes. Por fim far-se-á referência aos sistemas de suspensão mais utilizados na competição automóvel.

As funções do sistema de suspensão de um veículo são desconhecidas por muitos condutores. Certamente que grande parte dos condutores reconhecerão a importância de um eficaz e eficiente sistema de suspensão para uma condução agradável, mas poucos são aqueles capazes de identificar a sua importância na *performance* global do veículo e portanto, a influência na dinâmica global do veículo (6).

Um sistema de suspensão tem de proporcionar um bom comportamento do veículo em inúmeras situações, como por exemplo travagens, acelerações, curvas com diferentes velocidades e em diferentes tipos de terrenos. Portanto, o sistema de suspensão de um veículo tem de garantir não só o conforto deste mas sobretudo tem de garantir a segurança do veículo e por conseguinte a segurança de todos os passageiros.

### 3.1. A Importância de um Sistema de Suspensão

Se todas as estradas fossem perfeitamente planas, sem irregularidades e os veículos apenas necessitassem de ser conduzidos em linha recta, os sistemas de suspensão não seriam de todo necessários. No entanto tal não se verifica, existindo sempre imperfeições e portanto forças que irão interagir com as rodas do veículo (7).

Caso não existissem num veículo automóvel estruturas capazes de responder a estas forças e suas variações, toda a energia vertical das rodas seria transmitida para o chassis do carro (que se moverá na mesma direcção das rodas), perdendo-se assim o contacto com o solo (7). O critério mais importante para um sistema de suspensão é o contacto entre os pneus e a estrada, pois caso não haja contacto as manobras de aceleração, travagem e curva serão impossíveis de se realizar (2).

As funções de um sistema de suspensão são bastante complexas pois a superfície da estrada nem sempre se encontra no melhor estado de aderência (e.g. estrada molhada) existindo também curvas, que dificultam que os pneus mantenham uma aderência óptima e permanentemente estável. O condutor também tem a capacidade de alterar o movimento do veículo na direcção longitudinal e lateral o que aumenta ainda mais a complexidade das tarefas de um sistema de suspensão (2).

Pode então enunciar-se as seguintes funções de um sistema de suspensão:

- Suportar o peso do carro (8);
- Isolar o veículo das vibrações provenientes das irregularidades da estrada (2);
- Manter as rodas com a atitude correcta, i.e. alinhadas e com inclinação apropriada (3), de modo a controlar-se a direcção do veículo (8);
- Resistir aos movimentos de rotação do chassis (3);
- Assegurar que o veículo responde favoravelmente em situações de acelerações longitudinais (travagem e aceleração) bem como em situações de acelerações laterais (manobras de curvas) (6);
- Garantir o máximo contacto possível dos pneus com a estrada e com o mínimo de variação de carga sobre os pneus (3);

Verifica-se assim, que uma boa suspensão terá de cumprir as funções enunciadas anteriormente de modo a garantir uma boa dinâmica do veículo. Segundo (7) é possível descrever em duas perspectivas a dinâmica de um veículo:

- *Ride*: A capacidade do veículo para passar o mais suavemente sobre uma estrada irregular;
- *Handling*: A capacidade do carro acelerar, travar e curvar em segurança;

Também segundo a mesma referência (7), estas duas perspectivas podem ser descritas por três importantes princípios que vão de encontro ao que é citado por Wong em (9): isolamento da estrada, capacidade de aderência (*RoadHolding*) e capacidade de curva. Cada um destes princípios encontra-se explicado abaixo.

Isolamento da estrada é a capacidade que o veículo tem em absorver ou isolar irregularidades da estrada no compartimento do condutor. A solução para se garantir um bom isolamento, passa então por absorver energia das irregularidades da estrada e sem causar grandes oscilações do veículo.

*RoadHolding*, segundo (10), é a capacidade de aderência que o veículo tem com a superfície da estrada em várias mudanças de direcção e em linha recta, sem que se perda o controlo total do mesmo. Como refere Craig em (7), o objectivo é manter os pneus em contacto com o solo, pois é o atrito entre o chão e os pneus que irá afectar a capacidade do veículo curvar, travar e acelerar. Assim quanto mais na vertical os pneus estiverem para uma dada situação melhor, pois existirá uma maior área de contacto.

Capacidade de curva é segundo (7), a capacidade do veículo percorrer um determinado caminho curvo sem sair da trajectória. Ao minimizar-se a transferência de peso do carro, proveniente das acelerações laterais durante uma curva, irá maximizar-se a capacidade de curva do veículo.

É possível então apresentar três objectivos genéricos que uma suspensão deverá garantir: Contacto, Controlo e Conforto.

Existem inúmeros parâmetros que se podem alterar num sistema de suspensão de modo a melhorar cada um dos princípios descritos anteriormente. A alteração destes parâmetros levará à alteração global da dinâmica do veículo.

### **3.2. Componentes de um Sistema de Suspensão**

Um sistema de suspensão é um sistema que faz a interligação das rodas com a carroçaria do veículo permitindo assim que exista um movimento relativo entre ambos (11). Existem diversos componentes que compõem este sistema, sendo que a função de cada um tem um determinado peso na dinâmica global do veículo.

Segundo (8), um sistema de suspensão de um veículo de estrada está dividido em três grupos: elementos orientadores, elementos de força e o conjunto da roda.

Os elementos orientadores são de facto as ligações e articulações que ligam a roda à carroçaria do veículo (ver Figura 3.1) e designados vulgarmente de triângulos. São estas ligações que irão determinar a cinemática da suspensão pois estas definem a sua geometria e definem por conseguinte como é que a roda se irá movimentar ao longo do seu deslocamento vertical.

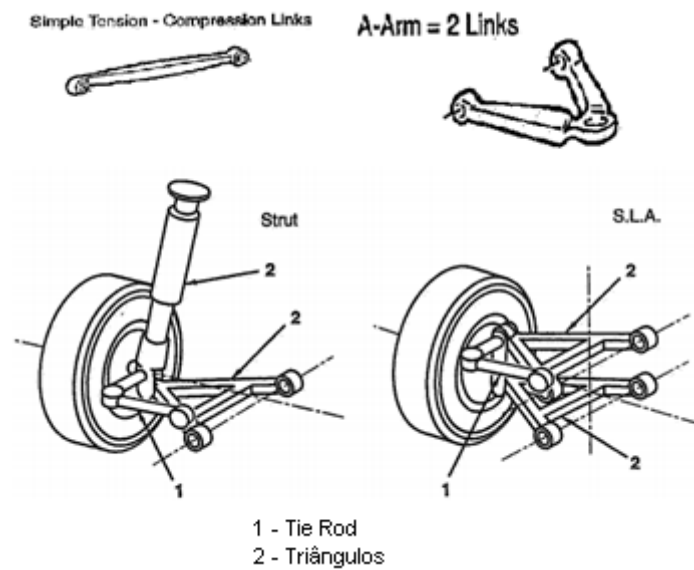


Figura 3.1 - Exemplo de elementos orientadores - Imagem adaptada de Ref (1)

Se apenas se tivesse os elementos orientadores, não se conseguiria suportar o peso estático do veículo e muito menos as transferências de peso que ocorrem devido às acelerações longitudinais e laterais. Para além disso o sistema de suspensão seria incapaz de absorver a energia de todas as irregularidades existentes no solo. Como tal é necessário que existam os elementos de força.

Estes elementos de força são constituídos por componentes mecânicos bastante conhecidos: as molas e os amortecedores, mas também se incluem neste tipo de elementos as barras anti-rotação, que se podem considerar analiticamente como molas pois apresentam também uma determinada rigidez. Actualmente nos veículos podem ser encontradas molas que vão desde as molas helicoidais até às molas pneumáticas (8) (ver Figura 3.2).

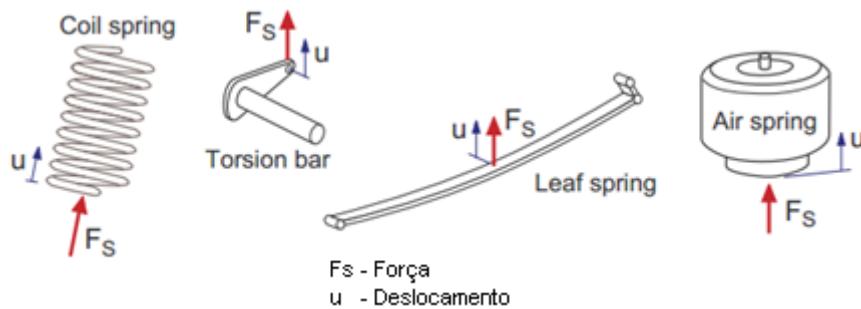


Figura 3.2- Molas do sistema de suspensão de um veículo – Imagem adaptada de Ref (8)

As molas acima apresentadas absorvem as cargas ao comprimir, assim a altura que o veículo apresentará numa determinada situação depende da carga que for aplicada ao sistema e conseqüentemente às molas. No entanto, uma suspensão que apresente apenas molas irá fazer com que o veículo se torne incontrolável pois o mesmo iria vibrar muito uma vez que a energia demoraria muito a ser dissipada (7). É por este motivo que os amortecedores fazem parte de todo este sistema.

Os amortecedores têm a função de controlar os movimentos das molas através de um processo que se designa de amortecimento. Estes constituintes mecânicos são basicamente bombas de óleo, pois à medida que a suspensão se desloca verticalmente, o fluido hidráulico é forçado por um êmbolo a passar através de pequenos orifícios.

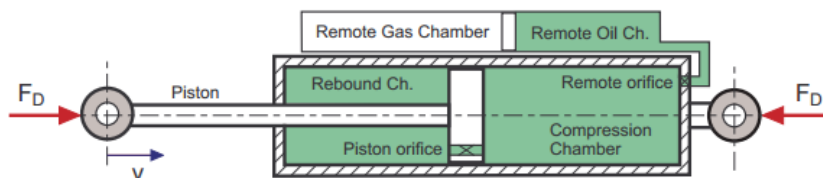


Figura 3.3 - Princípio de um amortecedor - Ref (7)

Os amortecedores abrandam e reduzem a intensidade dos movimentos vibratórios ao converterem a energia cinética do movimento do sistema de suspensão em energia térmica que será dissipada através do fluido hidráulico (7).

O conjunto da roda (Figura 3.4) agrega os restantes componentes de um sistema de suspensão, nomeadamente o pneu, jante, sistema de travão, manga de eixo, cubo da roda e rolamentos.

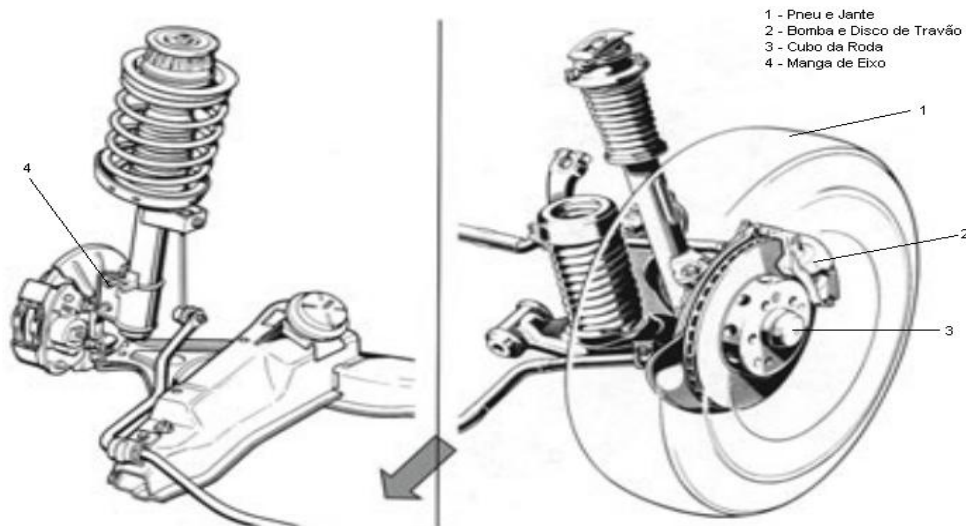


Figura 3.4 - Conjunto Roda - Imagem adaptada da Ref (2)

Analisando todos os componentes de um sistema de suspensão, pode considerar-se este sistema como um típico sistema mecânico massa mola amortecedor mas com uma enorme complexidade. Como se pode observar na Figura 3.5, através deste sistema é possível caracterizar teoricamente toda a dinâmica associada a um veículo.

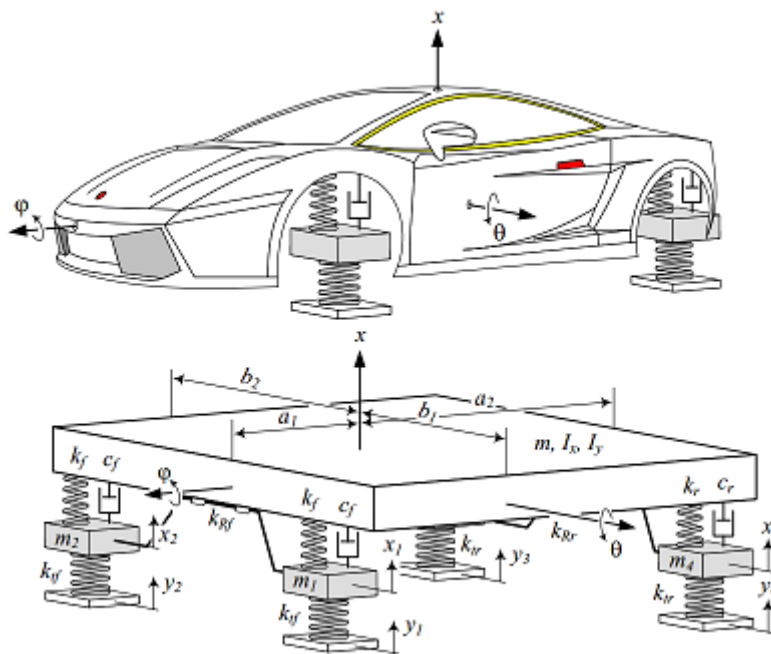


Figura 3.5 - Modelo matemático de um veículo - imagem adaptada de Ref (11)

### **3.3. Definições e Terminologia**

Existe muita terminologia associada a um sistema de suspensão e ao seu projecto (11). Como tal, é necessário uma compreensão desses termos de modo a perceber qual a sua influência na dinâmica global do veículo pois muitos destes termos são parâmetros que se poderão alterar.

#### **3.3.1. Sistema de Eixos do Veículo, da Terra e dos Pneus**

Em qualquer instante, o veículo é sujeito a uma força a actuar num determinado local e numa dada direcção. Para se calcular deslocamentos, velocidades e acelerações nas direcções de interesse, é necessário definir-se sistemas de eixos. Vivendo-se num mundo tridimensional, três eixos de referência, fazendo 90 graus entre eles são o suficiente para se caracterizar o sistema de eixos e caracterizar posteriormente os movimentos do veículo (1).

Com o intuito de se descrever os movimentos de um veículo, existem três sistemas de eixos que são importantes ter em conta: o sistema de eixos do veículo, da terra e dos pneus.

##### **3.3.1.1. Sistema de Eixos do Veículo**

Tendo por base a convenção definida pela SAE, os movimentos do veículo podem ser definidos com referência a um sistema de coordenadas ortogonal e à regra da mão direita, o qual tem origem no centro de gravidade do veículo e se move com o mesmo (ou seja, é fixo ao veículo) (3). Este sistema de coordenadas é então definido como o sistema de eixos do veículo (ver Figura 3.6).

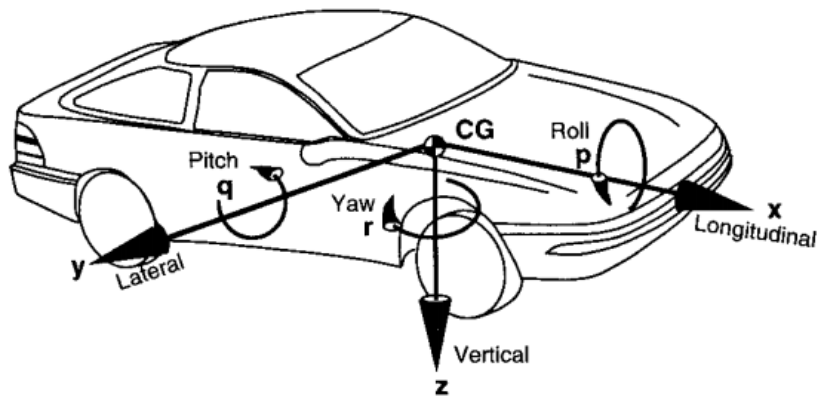


Figura 3.6 - Sistema de eixos do veículo segundo SAE - Ref (3)

É possível através da Figura 3.6, descrever os seguintes movimentos a que um veículo poderá estar sujeito:

- Deslocamento Longitudinal – Translação ao longo do eixo longitudinal (X);
- Deslocamento Lateral – Translação ao longo do eixo lateral (Y);
- Deslocamento Vertical – Translação ao longo do eixo Vertical (Z)
- *Roll* – Rotação lateral do veículo que ocorre em torno do seu eixo longitudinal (X);
- *Pitch* – Rotação longitudinal do veículo que ocorre em torno do seu eixo lateral (Y);
- *Yaw* – Rotação do veículo em torno do seu eixo vertical (Z);
- *Heave* – Apesar de não se encontrar representado na figura anterior, diz respeito ao movimento vertical do veículo.

### 3.3.1.2. Sistema de Eixos da Terra

Segundo (3), a posição do veículo e a sua trajectória ao longo de uma manobra, são definidas tendo por base um sistema de coordenadas ortogonal fixo à terra. Normalmente a sua origem coincide com o sistema de eixos do veículo no início da manobra.

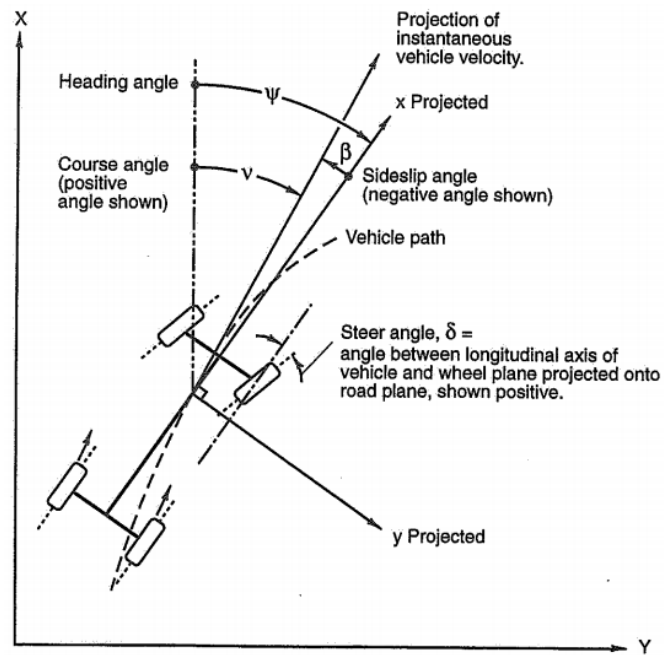


Figura 3.7 - Sistema de eixos da terra - Ref (1)

### 3.3.1.3. Sistema de Eixos dos Pneus

As únicas forças externas que se fazem sentir no veículo são a força gravítica, as forças aerodinâmicas e as forças dos pneus. Este último tipo de forças pode ser visto como forças da estrada que se fazem sentir no carro como resultado da interacção entre a estrada e o pneu (1). Sendo por vezes necessário caracterizar-se estas forças e sendo necessário ao longo do projecto de um sistema de suspensão caracterizar os movimentos dos pneus, adopta-se um outro sistema de eixos o sistema de eixos dos pneus (ver Figura 3.8).

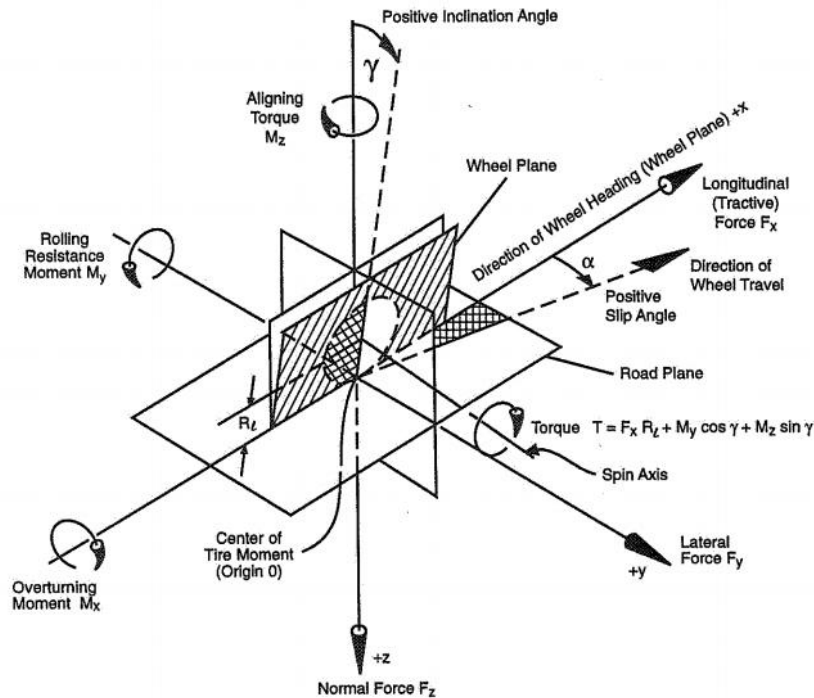


Figura 3.8 - Sistema de eixos do pneu segundo SAE - Ref (1)

### 3.3.2. Orientação das Rodas

Como uma das funções de um sistema de suspensão é manter uma posição constante das rodas relativamente à estrada ao longo do seu deslocamento, torna-se importante clarificar como é que a posição das rodas é definida.

Existe para tal uma nomenclatura associada a essas posições. Adoptar-se-á a nomenclatura inglesa para o efeito uma vez que é a mais utilizada internacionalmente.

- **Ângulo de *Camber*** (Figura 3.9): é o ângulo entre o plano da roda e a vertical. Este é positivo quando a roda se inclina para fora do veículo e negativo quando se inclina para dentro do veículo (6).

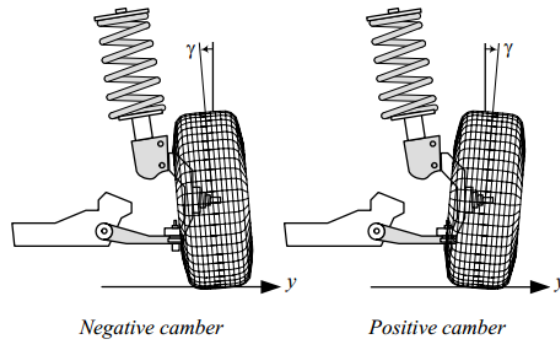


Figura 3.9 - Ângulo *Camber* - Imagem adaptada de (11)

- Ângulo *Caster* (Figura 3.10): é a inclinação do eixo Z do pneu relativamente ao eixo Y do mesmo. É positivo quando inclinado para a traseira do veículo e negativo quando inclinado para a dianteira (6).

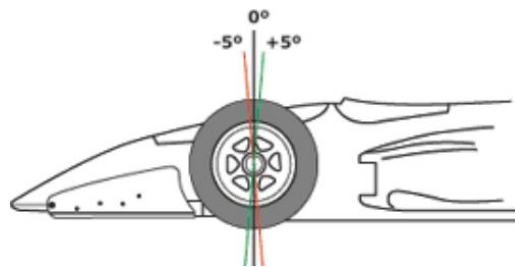


Figura 3.10 - Ângulo *Caster* - Ref (12)

- Ângulo *Toe* (Figura 3.11): Inclinação dos planos das rodas relativamente ao eixo X do veículo. Designa-se por *Toe-in* quando as rodas se encontram inclinadas para dentro e *Toe-out* quando se encontram inclinadas para fora do veículo.

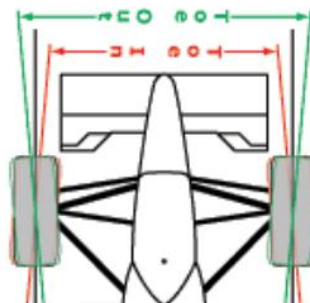


Figura 3.11 - Ângulo *Toe* -Ref (12)

### 3.3.3. Outras Definições

- **Jounce/Bump e Rebound** (Figura 3.12): o *jounce* é o movimento ascendente do sistema de suspensão, em que os elementos deste sistema são comprimidos. *Rebound* é o movimento contrário ao *jounce*, i.e. movimento descendente do sistema de suspensão (13).

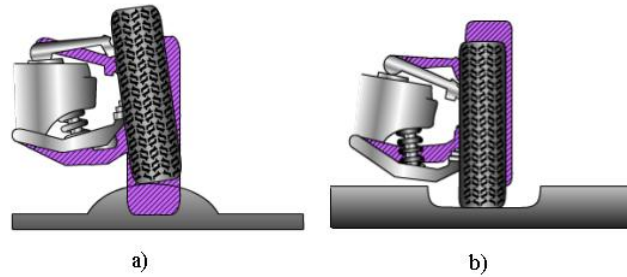


Figura 3.12 - a) *Jounce*, b) *Rebound* – Imagem adaptada de Ref (13)

- **Massa suspensa e Não Suspensa:** A massa suspensa do veículo é o conjunto da massa dos seguintes constituintes: *body*, chassis, motor, sistema de transmissão, carga do veículo (piloto, etc.) e depósito de combustível. A massa não suspensa refere-se ao conjunto da massa constituído por: jantes, pneus, mangas de eixo, travões e triângulos.
- **Instalation Ratio (ou IR):** é um conceito geométrico que relaciona a variação do comprimento (ou ângulo) de um dos elementos de força da suspensão (e.g. molas, amortecedores ou barras anti-rotação)  $\Delta y$  com a variação na direcção vertical da roda  $\Delta x$ . Portanto  $IR = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ . A Figura 3.13 ilustra a presente relação.

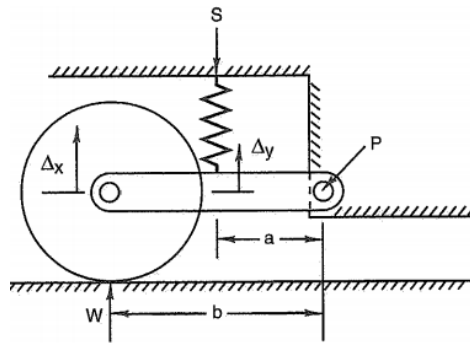


Figura 3.13 - IR para um sistema de suspensão simples - Ref (1)

As definições que aqui se apresentaram são as definições gerais de um sistema de suspensão. Porém existem muitas outras definições que ao longo do presente trabalho serão explicadas.

### 3.4. Tipos de Sistemas de Suspensão – Um Resumo

Existe uma gama genérica de sistemas de suspensão que são geralmente usadas (6). Os sistemas de suspensão podem ser agrupados em dois grupos: dependentes e independentes (3).

Com os sistemas de suspensão dependentes, o movimento da roda de um lado do veículo é dependente do movimento da outra roda do mesmo eixo. Isto significa que quando a roda de um determinado lado do veículo passar por um desnível, irá transmitir directamente esse efeito para a roda do mesmo eixo, e como tal esta situação trará problemas para a dinâmica do veículo (6).

Por sua vez nos sistemas de suspensão independentes o movimento de cada roda é independente do movimento da outra. Isto leva a uma melhor condução e uma melhor dinâmica global do veículo (6).

### 3.4.1. Sistemas de Suspensão Dependentes

Os sistemas de suspensão dependentes (outra designação para este tipo é *solid axle*), como foi referido no parágrafo anterior, são sistemas onde as rodas são montadas em ambas as extremidades de um veio rígido de modo a que qualquer movimento de uma roda seja transmitido à roda oposta (3), (Exemplo na Figura 3.14).

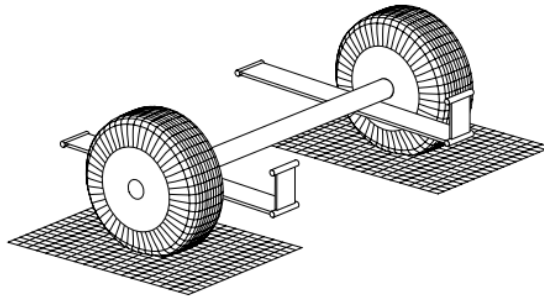


Figura 3.14 - Exemplo de um sistema de suspensão dependente

Estes sistemas são muitas vezes montados em veículos pesados (2). Uma das suas vantagens a nível da dinâmica do veículo relaciona-se com o facto do *camber* da roda não ser afectado pelo *Roll* do veículo (3). A maior desvantagem destes sistemas verifica-se quando estes fazem parte do eixo onde se encontra montado o sistema de direcção, uma vez que estes são susceptíveis de provocar vibrações no volante.

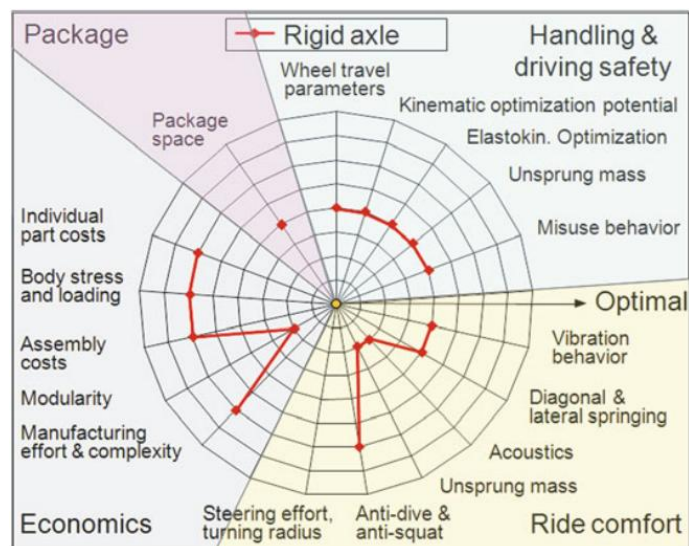


Figura 3.15 - Performance dos sistemas dependentes - Ref (2)

A Figura 3.15 é uma representação das propriedades e características deste tipo de sistema de suspensão. Quanto melhor for uma dessas propriedades mais longe estará do centro.

De seguida apresentam-se os subtipos mais conhecidos dos sistemas de suspensão dependentes.

#### 3.4.1.1. Hotchkiss

Quando um veio rígido é montado no veículo apenas com duas molas de lâminas, o sistema de suspensão dependente designa-se por Hotchkiss (11). Este tipo de sistema foi muito utilizado no eixo traseiro de veículos de passageiros durante os anos 60 (3), e continua a ser utilizado em veículos onde o conforto não é uma das principais preocupações, como por exemplo carrinhas e alguns veículos pesados. A Figura 3.16 ilustra o sistema em causa.

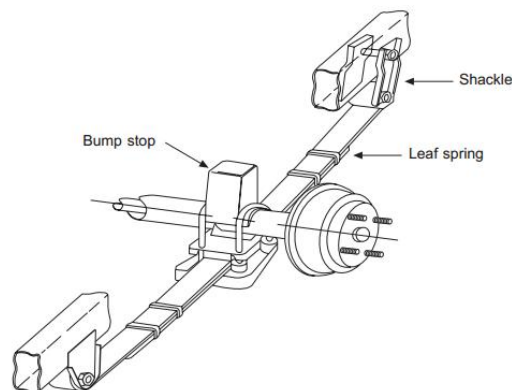
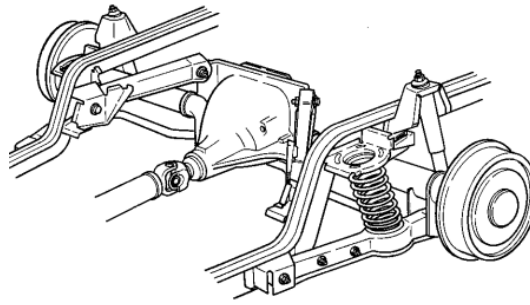


Figura 3.16 - Suspensão Hotchkiss - Ref (6)

#### 3.4.1.2. Four-Link

Devido à deficiência do tipo Hotchkiss, o subtipo Four-link evoluiu e tornou-se nas recentes décadas, o mais utilizado para veículos de passageiros que tivessem um eixo traseiro com um sistema de suspensão dependente (ver Figura 3.17). Apesar de este subtipo ser mais dispendioso do que o anterior, permite melhores resultados a nível da dinâmica do veículo (3).



**Figura 3.17 - Suspensão dependente four-link - Ref (3)**

### **3.4.1.3. De Dion**

Este sistema (Figura 3.18) é um cruzamento entre os sistemas dependentes e independentes. Tal como um sistema dependente, mantém as rodas na vertical enquanto o peso da massa não suspensa é reduzido uma vez que o diferencial foi removido do eixo (3).



**Figura 3.18 - Suspensão dependente De Dion - imagem retirada de [www.carttec.com](http://www.carttec.com)**

Segundo (1), as vantagens deste subtipo são o facto de a massa não suspensa ser mais leve, proporcionando uma melhor aderência em estradas irregulares (tal como se verá num sistema de suspensão independente). Este tipo de suspensão foi utilizado nas competições automóveis durante muitos anos, no entanto foi abandonada à medida que as suspensões independentes foram evoluindo (2).

### 3.4.2. Sistemas de Suspensão Independentes

Os sistemas de suspensão independentes têm grandes benefícios ao nível do acondicionamento e proporcionam uma maior liberdade de projecto quando comparados com os sistemas de suspensão dependentes (6). Estes sistemas foram introduzidos com o intuito de permitir o movimento ascendente e descendente de uma roda sem afectar a roda oposta (11). Devido à grande variedade de subtipos deste tipo de suspensão, apresentar-se-á de seguida os mais conhecidos e os mais utilizados.

#### 3.4.2.1. Trailing Arm

Um dos projectos mais simples e económicos dos sistemas de suspensão independentes é o trailing arm (Figura 3.19) utilizado pela Volkswagen e pela Porsche por volta da Segunda Guerra Mundial (1).



**Figura 3.19 - Suspensão independente trailing arm utilizado no eixo traseiro de um Mercedes class A de 1977 – Ref (2)**

Este subtipo é muito utilizado nos eixos traseiros independentemente de o eixo ser ou não o eixo motor. É de baixo custo no entanto oferece pouca flexibilidade em termos de cinemática quando comparados com os outros subtipos de sistemas de suspensão independente (6).

A Figura 3.20 ilustra as propriedades e características deste subtipo de suspensão independente.

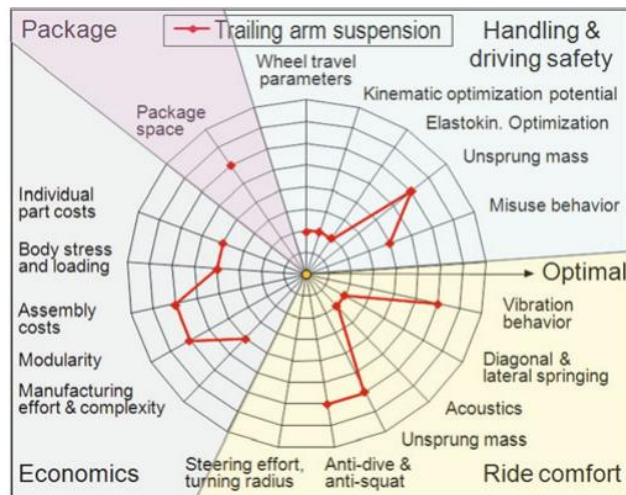


Figura 3.20 - Performance do sistema independente Trailing arm - Ref (2)

### 3.4.2.2. SLA (*Short Long Arm*)

Este subtipo de suspensão era o mais comum de se encontrar nos eixos dianteiros de carros americanos logo após a Segunda Guerra Mundial (3). Utilizam dois triângulos laterais para segurar a roda tal como se mostra na Figura 3.21. Este subtipo também é conhecido como *Double Wishbone* em Inglaterra (3).

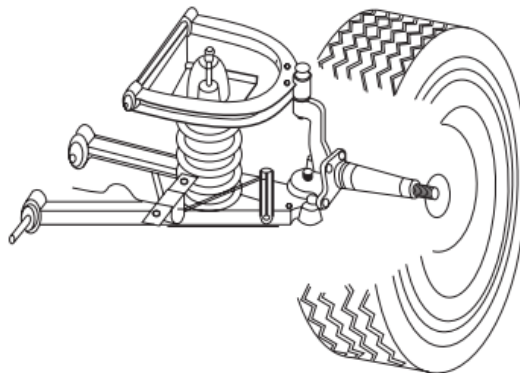


Figura 3.21 - Suspensão SLA - Ref (6)

Embora existam diversas configurações deste tipo de suspensão independente tipicamente utilizam-se dois triângulos, cada um deles com duas posições de montagem no chassis e outra posição na roda em si. Um dos triângulos tem como função suportar o amortecedor e mola de maneira a absorver as vibrações (7).

Os sistemas de suspensão SLA permitem um melhor controlo do *camber* da roda (7) (quando comparado com o sistema anterior), devido ao facto dos triângulos puderem ter diferentes dimensões. Assim consegue-se controlar a variação do *camber* devido ao *Roll* do veículo (3).

O sistema SLA requer um cuidadoso projecto para se ter uma boa performance. Tal como os anteriores, as suas características são apresentadas na seguinte figura.

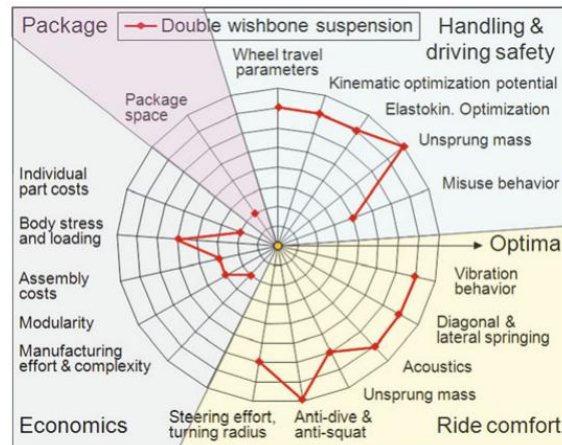


Figura 3.22 - Performance do sistema independente SLA - Ref (6)

### 3.4.2.3. Multi-Link

Este sistema de suspensão pode ser pensado como um caso particular do sistema SLA (7). Quando se substitui o tipo de ligação das duas posições de montagem dos triângulos ao chassis (passam de buchas deslizantes\casquilhos para articulações esféricas\rod ends), e tanto os amortecedores como as molas deixam de ser suportados por um dos triângulos (superior ou inferior) passando a adoptar uma nova localização, o sistema SLA passa a ser designado por Multi-link (11) – ver Figura 3.23.

Neste tipo de sistema, a relação de movimento do amortecedor com o movimento da roda é menor que 1 e por conseguinte menor que nos sistemas SLA (em que a relação é próxima de 1 e como tal é necessário um amortecedor e mola de maior dimensão e peso). Esta redução da relação deve-se à utilização de um componente mecânico que desmultiplica o movimento e as forças, e designa-se por *Rocker / Bellcrank*).

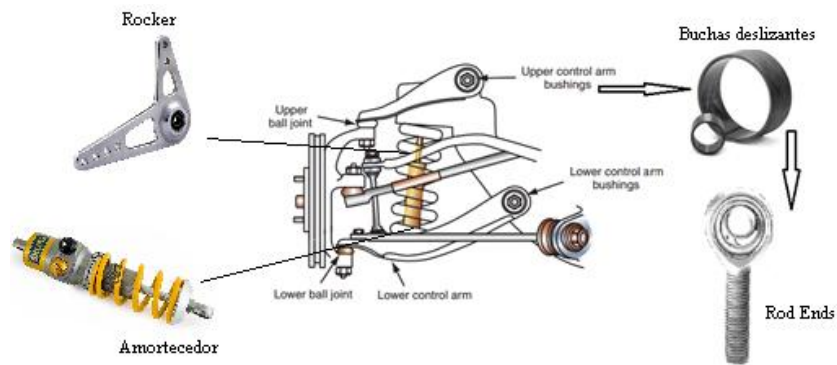


Figura 3.23 - Transformação de SLA para Multi-Link - imagem adaptada de (14) e (13)

No entanto, a cinemática destes sistemas e a sua geometria é calculada e projectada do mesmo modo que uma suspensão SLA. Devido à sua grande complexidade e custos elevados, este tipo de suspensão é mais utilizado em aplicações de competição (Figura 3.24) do que propriamente em veículos de passageiros, pois apesar de apresentar tais desvantagens trás uma melhor dinâmica para o veículo e uma melhor performance global.

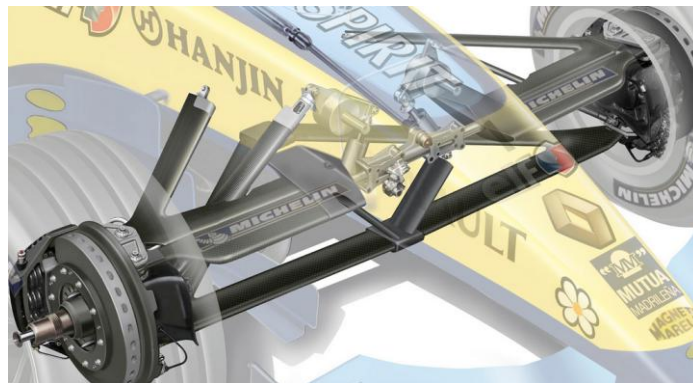


Figura 3.24 - Suspensão Multi-Link de um carro de Formula 1 - Ref (15)

Veja-se as características deste sistema, de forma esquematizada na Figura 3.25.

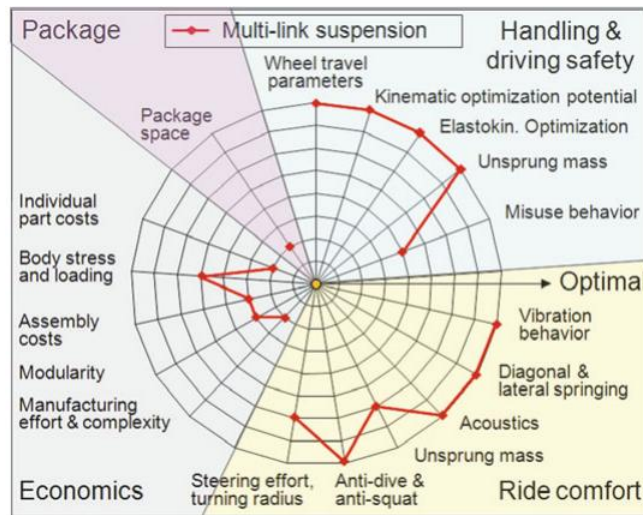


Figura 3.25 - Performance do sistema independente Multi-Link – Ref (2)

### 3.4.2.4. MacPherson

Uma suspensão deste tipo também pode ser pensada como um caso especial do sistema SLA (1). Em vez de ter um triângulo superior, este têm uma estrutura que vai desde o topo da manga de eixo (também designada de *upright* ou como na Figura 3.26 de *knuckle*) até um dispositivo de montagem que será posteriormente aparafusado ao chassis do veículo (13). A estrutura deste sistema é um membro “telescópico” que incorpora amortecimento (3).

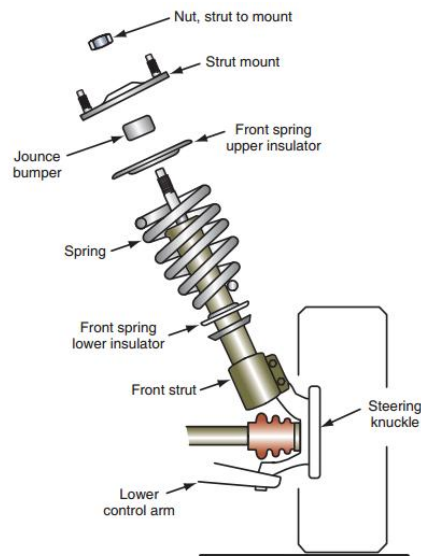


Figura 3.26 - Sistema Macpherson - Ref (16)

Este tipo de suspensão tornou-se popular em carros de produção nos anos 70 pois oferecem uma configuração simples e económica, que não ocupa muito espaço. É muito utilizada nos veios dianteiros dos carros de produção devido ao facto de garantir espaço para o veio de transmissão acoplar-se ao cubo da roda (17). Actualmente, a maioria dos carros de passageiros utiliza este tipo de sistema no seu veio dianteiro pois é económico e permite uma boa condução.

Resume-se, tal como se fez anteriormente, todas as propriedades esquematizados do presente sistema na figura em baixo.

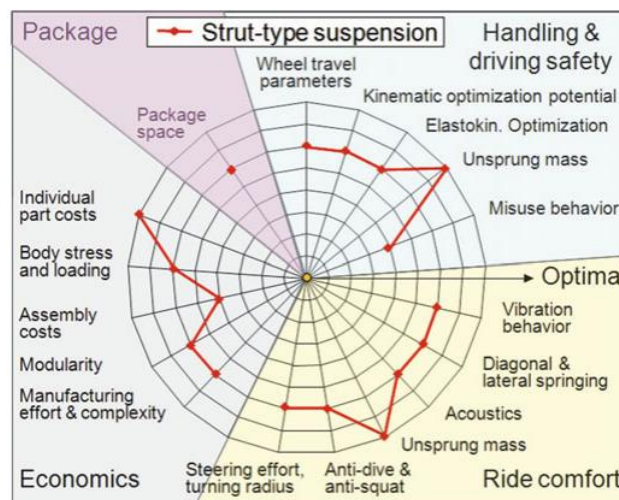


Figura 3.27 - Performance do sistema independente MacPherson - Ref (2)

### 3.5. Sistemas de Suspensão para Competição

Pelo que foi exposto anteriormente, os melhores sistemas para a aplicação de competição são os sistemas de suspensão independentes. É necessário fazer-se uma comparação entre os prós e contras de cada um dos sistemas de suspensão que de seguida apresentar-se-ão.

O sistema de suspensão mais comum para carros de competição é o sistema SLA, uma vez que permite uma liberdade de projecto a nível da cinemática da suspensão combinando também o baixo peso que apresenta na massa não suspensa (18).

As vantagens de um sistema de suspensão SLA, segundo (2), são:

- Vasta liberdade de projecto;
- Rigidez lateral elevada;
- Proporciona óptimas características de *ride e handling*;

As desvantagens de um sistema de suspensão SLA, segundo (2), são:

- Custos elevados de produção;
- Carece de espaço de acondicionamento para outros componentes, e.g. veios de transmissão vindos do motor;
- Complexidade;

Sendo que em competição as desvantagens são facilmente superáveis i.e. o factor económico poderá ser secundário e a complexidade do sistema é ultrapassada (por pessoal extremamente qualificado), este sistema apresenta-se como um sistema satisfatório para aplicações em que se necessite de alta performance (17).

Veja-se na figura seguinte, a aplicação deste tipo de suspensão no eixo traseiro de um veículo Formula Student.



**Figura 3.28 - Aplicação de um sistema SLA no eixo traseiro de um veículo Formula Student**

Como foi referido, um outro sistema utilizado em competição automóvel, sobretudo nas competições em que não se utilizam carros de produção modificados (e.g. Formula 1), é o tipo de suspensão independente Multi-Link.

O facto deste sistema se apresentar como sendo mais dispendioso e mais complexo que o sistema SLA, apresenta a nível quantitativo um valor de cinemática e deslocamento da roda mais elevados. Tal é visível se se comparar a Figura 3.22 com a Figura 3.25.

Segundo (18), as vantagens deste tipo de sistema são:

- Vasta liberdade a nível da cinemática de projecto;
- Rigidez elevada nas direcções longitudinais e laterais do veículo;
- Baixo peso (inferior ao SLA);
- Espaço livre para a colocação de veios de transmissão em eixos traseiros (2);

Por sua vez as desvantagens conforme (18) são:

- Complexidade de projecto;
- Número elevado de componentes de suspensão;
- Mais dificuldade em ajustes da suspensão;
- Pouco económico;

É comum encontrar-se este tipo de suspensão independente em veículos Formula Student (Ver Figura 3.29).



**Figura 3.29 - Aplicação de um sistema Multi-Link de um veículo Formula Student**

O sistema de suspensão que menos se utiliza hoje em dia em competição é o sistema de suspensão independente MacPherson. Este tipo de sistema é mais usado para competições em que os veículos são veículos de série modificados.

O facto deste tipo de sistema de suspensão independente requerer uma localização de montagem muito alta, faz com que seja necessário que o chassis ou parte deste, chegue a esse ponto de montagem (17). Esta característica representa um problema em carros de baixo perfil (e.g. F1, Formula Student).

Veja-se as vantagens deste sistema conforme se enuncia em (2):

- Os elementos de força (molas e amortecedores) são montados numa unidade apenas;
- Mais espaço para aplicação de motores transversais;
- A relação do movimento do amortecedor com o movimento da roda é de aproximadamente 1;
- Pouco dispendioso;
- Leve;

Quanto às desvantagens mais genéricas, a mesma referência bibliográfica cita as seguintes:

- Em termos de cinemática são piores que as suspensões independentes SLA e Mutli-Link;
- Existem uma carga enorme aplicada ao chassis através da localização de montagem superior deste sistema



**Figura 3.30- Sistema MacPherson de um Carro de rally - imagem retirada de [performancedcar.co.nz](http://performancedcar.co.nz)**

Com as vantagens e desvantagens de cada um dos sistemas apresentados para competição, cabe ao projectista adequar a sua escolha consoante o regulamento da prova, ou outras especificações, de modo a conseguir um veículo com um comportamento global adequado.

## 4. Especificação de Requisitos

O presente capítulo pretende dar a conhecer as provas a que o veículo irá estar sujeito durante a competição Formula Student, bem como algumas das regras da competição que devem ser cumpridas e que se encontram intrinsecamente ligadas ao projecto do sistema de suspensão.

Neste mesmo capítulo apresentar-se-á também os requisitos necessários que um sistema de suspensão deverá possuir quando projectado para a competição.

Existem inúmeros factores, a nível do sistema de suspensão, que condicionam a *performance* de um veículo de corrida. Não existindo um sistema de suspensão ideal para todas as situações a que o veículo estará sujeito, é necessário ter-se em conta cada um desses factores e adaptá-los consoante a prova e percurso, de modo a se conseguir a máxima *performance*.

O sistema de suspensão será projectado tendo por base alguns requisitos gerais para se conseguir que o veículo esteja em condições de ser conduzido em segurança e com alguma competitividade e *performance*. Assim, o capítulo destinado às simulações do projecto da suspensão, centrar-se-á em verificar o comportamento do veículo “Base / inicial” com a suspensão projectada bem como na alteração de parâmetros dependendo das provas e percursos a que o veículo estará sujeito.

### 4.1. Provas Formula Student

No decorrer da competição Formula Student, o veículo terá de passar por variadas provas, não só para se garantir que o mesmo cumpre os requisitos do regulamento mas também para se avaliar a sua *performance* global.

Sendo o sistema de suspensão um dos sistemas com mais importância para a dinâmica do veículo, deverá ser projectado para que a sua *performance* seja a máxima de modo a obter-se sucesso em todas essas provas. Assim e segundo (19), o sistema de suspensão deverá ser projectado para que se adapte a todas as provas da competição.

#### 4.1.1. *Tilt Table Test*

A prova de *Tilt Table*, sendo a única prova de todos os eventos estáticos da competição onde se testa o sistema de suspensão, tem dois objectivos:

- Verificar se existirá alguma fuga de líquidos;
- Verificar a capacidade de *Roll* do veículo e a estabilidade do mesmo, quando o mesmo é sujeito a uma aceleração lateral de 1.7 G's.

O veículo (com o condutor e com os reservatórios no máximo) é colocado sobre uma mesa rectangular com as dimensões necessárias. Na primeira fase do teste, a mesa é inclinada 45 graus lateralmente e procede-se à verificação da existência ou não de fuga de fluidos. Em seguida, a mesa é inclinada até aos 60 graus, de maneira a simular o veículo numa situação onde a aceleração lateral é de 1.7 G's (Figura 4.1). Esta segunda fase da prova pretende verificar se o veículo consegue manter as quatro rodas em contacto com o solo numa situação de aceleração lateral de 1.7 G's, e como tal, testar a capacidade de *Roll* do veículo. Cabe ao sistema de suspensão garantir que o veículo tenha esse comportamento desejado.

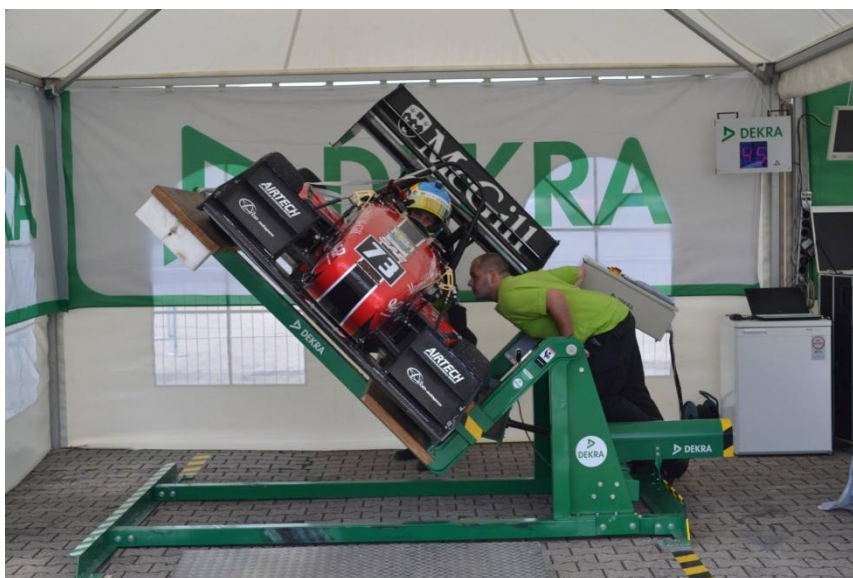


Figura 4.1. Prova *Tilt Test* com mesa a 60 graus de inclinação. Ref (19)

Nota: Durante toda a prova, todos os pneus do veículo deverão estar permanentemente em contacto com a mesa.

### 4.1.2. Aceleração

A prova de aceleração constitui o primeiro evento dinâmico que se realiza na competição formula Student, e tem como objectivo avaliar a aceleração do veículo numa recta com uma superfície plana. É uma prova onde o veículo que fizer o percurso de 75 metros no menor tempo possível vence.



Figura 4.2 - Prova de Aceleração da Competição Formula Student (19)

Para que o veículo tenha as capacidades para vencer a prova, é necessário colocar a potência vinda do motor no chão através do sistema de suspensão. Como tal, ao projectar-se este sistema, deverá ter-se em conta o comportamento dinâmico do veículo, i.e. a atitude do veículo (*pitch*) nos movimentos de *jounce e rebound* (compressão e extensão) tipicamente associados às manobras de aceleração, para que o peso seja transferido para a traseira (onde efectivamente se necessitará de maior tracção - veículos RWD).

### 4.1.3. SkidPad

O objectivo principal desta prova é verificar a capacidade de curva (capacidade de aderência à estrada) do carro numa superfície plana enquanto o mesmo executa uma curva com raio constante.

Como cita (20), são muitas as qualidades do veículo avaliadas nesta prova, tais como o *Roll* da massa suspensa (*Body Roll*), o gradiente de *over/understeer*. Já Gillespie em (3), descreve que provas deste tipo pretendem verificar o comportamento e a resposta direccional do veículo.

Devido às forças que se fazem sentir durante a manobra de curva (devido à aceleração lateral, de atrito e da aceleração tangencial), o veículo tenderá a desviar-se do trajecto que o condutor pretende. Portanto, é necessário que a suspensão seja projectada de modo a conseguir-se um menor tempo neste tipo de prova, pois a mesma tem influência directa na dinâmica do veículo.

Na Figura 4.3 mostra-se o *layout* da prova. Os carros entrarão no percurso e irão executar uma volta completa no círculo da direita, de modo a estabelecerem a curva numa situação o mais perto possível de um regime estacionário. A volta seguinte, também no círculo à direita, será cronometrada. Imediatamente após a conclusão da segunda volta no círculo da direita, o veículo entrará no círculo à esquerda e proceder-se-á do mesmo modo que no círculo da direita, terminando a prova assim que o mesmo completar a quarta volta e sair da zona de prova.

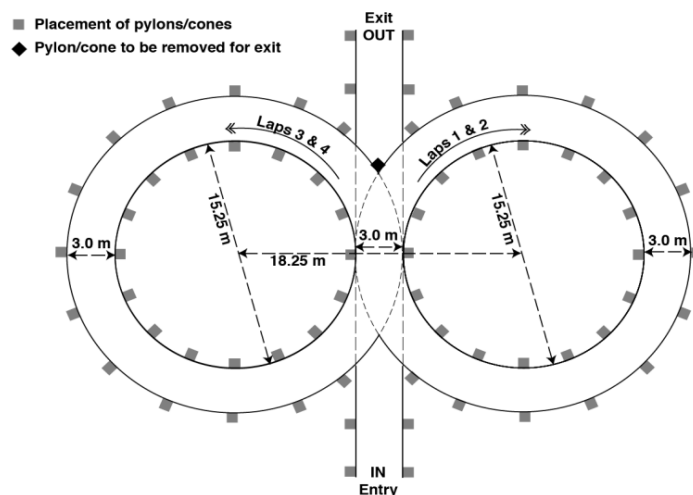


Figura 4.3 - Formula Student SKIDPAD Layout – Imagem retirada do Regulamento da prova Formula Student 2013

#### 4.1.4. Autocross

Este evento pretende avaliar as capacidades e qualidades de manobra do veículo num percurso apertado. Cada veículo irá participar nesta prova individualmente, ou seja, sem interferência de outros veículos.

O presente evento, irá combinar as características de *performance* de aceleração, travagem e capacidade de curva num único evento. Para se atingir o mínimo de tempo ao longo da prova e para se ter o maior sucesso, a suspensão deverá estar projectada e afinada para uma resposta rápida a nível da direcção, minimizar os movimentos de *pitch* associados à travagem e proporcionar um bom comportamento do veículo quando este executa as manobras de curva.



Figura 4.4 - Parte do percurso da prova Autocross - Ref (19).

O percurso da prova é composto por rectas, curvas com raio constante, curvas apertadas, chicanes e “zig-zags” através de cones. O veículo terá de ser capaz de terminar esta prova no menor tempo possível e como foi referido anteriormente terá de exhibir uma boa *performance* global.

## 4.2. Regulamento Formula Student 2013

Pretende-se com este subcapítulo dar a conhecer as regras e normas que se deverão cumprir para que o sistema de suspensão esteja conforme os requisitos mínimos estipulados pela organização da prova na edição de 2013. É de referir que até à data de início do projecto do sistema de suspensão, não tinha sido publicado pela organização da prova o regulamento para a edição de 2014 e como tal todo o projecto foi feito com base no regulamento de 2013. No entanto, é de salientar que as alterações que surgem de ano para ano no regulamento da prova são mínimas e que segundo o regulamento de 2013, não se deverão fazer nas regras intrinsecamente ligadas ao sistema de suspensão.

### Artigo 1: Restrições e Requisitos do Veículo

#### ➤ T.1.2. Modificações e Reparações

Após a aprovação do veículo para participar nos eventos dinâmicos, as únicas modificações (e que influenciarão o sistema de suspensão) que se poderão realizar são as seguintes:

- T.1.2.2. b – Ajuste da percentagem de travagem;
  - T.1.2.2. g - É permitida a modificação / ajuste da suspensão onde não seja requerida qualquer substituição de peças (excepto molas, barras de torção e anilhas do amortecedor);
  - T.1.2.2. h – Ajuste da pressão dos pneus;
  - T.1.2.2. l – Troca de Pneus e Jantes para piso seco e molhado;
- T.1.2.3. O veículo durante toda a competição deverá manter-se dentro das especificações requeridas, e.g. altura de condução, curso da suspensão, capacidade de travagem, nível de ruído e localização da asa traseira.

## Artigo 2: Requisitos Gerais de Projecto

### ➤ T.2.1. Configuração do Veículo

O veículo deverá ter o *cockpit* aberto e as rodas não se podem encontrar cobertas por qualquer tipo de estrutura que o veículo possa ter. Estes veículos do estilo Formula, é também designado de “*open-wheel*” e “*open-cockpit*” como aparece exemplificado na Figura 4.5. O veículo deverá ter quatro rodas sendo que as mesmas não se podem apresentar numa disposição em linha recta.



Figura 4.5 - Configuração típica de um veículo Formula Student – imagem retirada de [www.triumphant-racers.in](http://www.triumphant-racers.in)

- **T.2.3. Distância entre eixos:** O carro deverá ter pelo menos uma distância entre eixos de 1525 mm (60 in). Esta distância é medida a partir do centro da superfície de contacto dos pneus dianteiros e traseiros com o pavimento da estrada:
  
- **T.2.4. Largura de Eixo:** A largura do menor eixo do veículo (dianteiro ou traseiro) não deverá ter menos de 75% da largura do maior eixo (dianteiro ou traseiro).

## Artigo 6: Regras Gerais

### ➤ T.6.1. Sistema de Suspensão

- **T.6.1.1. Deslocamento máximo da suspensão:** O carro deverá estar equipado com um sistema de suspensão totalmente operacional que contenha amortecedores e um curso útil das rodas (dianteiras e traseiras) de pelo menos 50.8 mm (2 in), 25.4 mm (1 in) de jounce e 25.4 mm (1 in) de rebound, com o condutor sentado em posição de corrida.
- **T.6.1.2. Apoios Suspensão:** Todos os pontos de montagem da suspensão deveram estar visíveis quando se proceder à inspecção técnica, quer seja por visualização directa ou através da remoção de alguma cobertura.

### ➤ T.6.2. Distância ao solo

A distância ao solo deverá ser suficiente para prevenir que qualquer parte do carro, excepto os pneus, toque no piso durante todo o tipo de eventos de pista. Um excessivo ou intencional contacto com o piso de qualquer parte do carro irá resultar numa penalidade da corrida ou de um evento dinâmico completo.

### ➤ T.6.3. Jantes

- **T.6.3.1. Dimensão das jantes:** As jantes do carro devem ter pelo menos 203.2 mm (8.0 in) de diâmetro.
- **T.6.3.2. Porca de Retenção:** Qualquer sistema de montagem da jante que utilize uma única porca de retenção deve incorporar um dispositivo para reter a porca e a jante num eventual acontecimento em que a porca se desaperte. Uma contraporca não satisfaz este requisito;

### ➤ **T.6.7. Estabilidade ao *Roll***

- **T.6.7.1.** A largura de eixos bem como o centro de gravidade do veículo, deverão ser combinados e seleccionados de modo a proporcionar uma estabilidade adequada à rotação.
- **T.6.7.2.** A estabilidade de rotação do veículo será testada e medida na prova de *Tilt Table*.

Todos estes pontos do regulamento de 2013 da competição Formula Student, deverão estar presentes aquando do projecto da suspensão de modo a que se cumpra todos os requisitos impostos.

## **4.3. Requisitos e Critérios para Sistemas de Suspensão de Corrida**

Os três objectivos de sistema de suspensão, segundo (20), podem ser descritos pela sigla 3 C's: Contacto, Controlo e Conforto.

O objectivo principal de um sistema de suspensão é garantir que há contacto das 4 rodas com o solo durante o máximo tempo possível. Assegurando o contacto, também se garante o controlo do veículo pois pretende-se que haja controlo da massa suspensa do veículo e que a mesma se mantenha numa posição estável o máximo tempo possível. Por último, o conforto, para que não cause mal-estar a nível da condução pois se se tiver algum conforto, o veículo terá menos tendência a vibrar quando passa por determinado tipo de obstáculos.

É de notar que para veículos de passageiros o conforto é algo importante, no entanto para aplicações de corrida e competição, este é o factor que terá menor peso no projecto de um sistema de suspensão. Portanto a suspensão e todas as suas variáveis deverão ser projectadas para garantir a maior competitividade e eficiência do veículo em detrimento do conforto.

Verifica-se que os 3 C's estão intrinsecamente ligados entre si e para que se consiga projectar um sistema de suspensão com uma boa *performance* a nível de competição, é necessário atingir-se pelo menos o contacto e o controlo. No entanto, é

impossível como foi dito, garantir uma suspensão ideal de modo a satisfazer o máximo de contacto (entre todas as rodas e o solo) e o máximo de controlo.

Existem inúmeras variáveis que afectam o contacto dos pneus com o solo e o controlo do veículo e como tal existem diversos critérios para obter determinados valores. Assim sendo, e caso não exista *background* e *know-how* suficiente, o ideal será projectar um sistema de suspensão com os valores para as diferentes variáveis aconselhados pela diversa bibliografia automóvel, capaz de garantir uma boa performance e o mínimo dos requisitos impostos pela regulamentação da Formula Student. A partir deste ponto, com o veículo com o sistema de suspensão “Base”, com as simulações computacionais e tendo conhecimento de diversas provas e percursos é possível alterar as variáveis da suspensão que farão com que o veículo atinja a maior eficiência possível para cada uma dessas situações.

A bibliografia automóvel apresenta diversos objectivos e requisitos para o sistema de suspensão. Segundo Wong em (9), num carro de competição o interesse é manter o máximo de área de contacto do pneu com a estrada, i.e. manter as rodas exteriores à curva (e que se encontram sujeitas a uma maior carga devido à transferência de peso) na vertical, o maior tempo possível durante essa mesma manobra. Veja-se na Figura 4.6 a posição aparentemente vertical das rodas externas e as internas com um *camber* bastante negativo na roda direita do eixo dianteiro.



Figura 4.6 – Veículo da competição Formula Student durante a prova *SKIDPAD* – Ref (19)

Devido ao elevado *Roll* do chassis do veículo, proveniente das acelerações laterais que se fazem sentir numa situação similar a da Figura 4.6, o sistema de suspensão deverá ser projectado de modo a compensar a variação do *camber* associado ao *Roll* do chassis e associado ao movimento vertical da suspensão (21). Assim conseguir-se-á atingir a máxima capacidade de curva do veículo.

Gillespie em (3), também refere que deve ser função da suspensão resistir ao *Roll* do chassis bem como manter os pneus em contacto com o solo com a menor variação de carga e consequente temperatura dos pneus. Isto vai de encontro ao que foi citado nos dois parágrafos anteriores.

Uma vez que se pretende descrever e avaliar apenas o movimento da suspensão, sem se ter em consideração as causas do movimento, pode sintetizar-se o que foi dito anteriormente na Tabela 4.1:

Objectivos Cinemáticos do Sistema de Suspensão
Minimizar a variação do ângulo de <i>camber</i> ao longo do deslocamento vertical da suspensão
Minimizar a variação do ângulo de <i>camber</i> ao longo do <i>Roll</i> do Chassis

Tabela 4.1 – Objectivos Cinemáticos do Sistema de Suspensão

Existem outros objectivos que podem fazer parte da Tabela 4.1, no entanto os que se apresentam na mesma tabela são os mais gerais, uma vez que todos os outros objectivos estarão interligados com os apresentados na Tabela 4.1. A alteração destes objectivos gerais passa pela alteração de algumas variáveis comuns entre os objectivos.

Poderão existir diversos critérios para se atingir os objectivos acima referidos, e o mais comum passa por fazer variar o comprimento dos triângulos do sistema de suspensão (normalmente o triângulo superior que tem uma maior influência na curva do *camber*) até se atingir um valor mínimo da variação do *camber* e se possível um valor mínimo para as duas situações, *bump* e *Roll*. (E.g. *camber* igual a zero a aproximadamente metade do deslocamento vertical da suspensão – situação de *bump* – fará com que haja o máximo de área do pneu em contacto com o solo).

Os objectivos mudam, quando se pretende analisar e avaliar as forças e o porquê do movimento do sistema de suspensão.

Os períodos transientes (e.g. *input* do piloto para o carro iniciar uma curva de raio constante), são períodos de instabilidade que irão resultar em variação da carga dos pneus. Assim um dos objectivos dinâmicos da suspensão passa pela redução dessa instabilidade através da redução das amplitudes de resposta e do tempo que a suspensão leva até se encontrar numa posição estacionária e de equilíbrio.

Um outro objectivo, talvez o mais importante, é aquele que garante não só um isolamento adequado de vibrações (entre as massas suspensas e não suspensas e o próprio solo) mas que garante também uma boa aderência do veículo à estrada.

A aderência à estrada bem como o isolamento de vibrações, podem ser medidos através das transmissibilidades (9).

Costin e Phipps em (10), referem que é importante que a suspensão se encontre projectada com boas características de aderência de modo a isolar o veículo das imperfeições da estrada e obstáculos (lombas, correctores, etc.) que se apresentem na mesma. Assim conseguir-se-á que a temperatura da superfície de contacto dos pneus com a estrada se mantenha o maior tempo possível constante.

A Tabela 4.2 resume os objectivos dinâmicos da suspensão.

Objectivos Dinâmicos do Sistema de Suspensão
Reduzir tempos de período de transição e respectivas amplitudes de resposta
Proporcionar uma boa aderência: Transmissibilidade (Isolamento de vibrações e <i>RoadHolding</i> )

Tabela 4.2 - Objectivos Dinâmicos do sistema de Suspensão

É de referir novamente que no caso dos veículos de competição, os objectivos do sistema de suspensão relacionados com o conforto não fazem parte do projecto e como tal não se contemplaram nos objectivos dinâmicos.

Os critérios para se atingirem os objectivos dinâmicos serão apresentados no capítulo seguinte onde se irá proceder ao projecto do sistema de suspensão, nomeadamente na determinação das propriedades do amortecedor.

Verifica-se que para aplicações e projectos de veículos de competição todos os requisitos relacionados com *performance* do veículo se encontram relacionados com a gestão dos pneus e tirar maior partido dos mesmos e da temperatura a que os mesmos são sujeitos. Conclui-se então que os pneus são os componentes do veículo com mais importância uma vez que proporcionam a capacidade em curva, garantem uma transferência da potência do veículo para a estrada e por último asseguram uma boa dinâmica do veículo quando a suspensão é bem projectada.

## 5. Projecto – Sistema de Suspensão Formula Student

**ISEL**

O projecto de um sistema de suspensão envolve diversas etapas que se devem cumprir de modo a proporcionar ao veículo uma boa dinâmica. A diversa bibliografia automóvel que se pode encontrar, aconselha que se siga uma cuidadosa ordem dessas mesmas etapas.

Tal como cita Adams em (17), cada parâmetro adoptado irá influenciar no resultado final. É necessário iniciar-se o projecto com valores que resultarão num carro\ sistema de suspensão “Base” e que irá proporcionar uma boa performance mas não óptima (a não ser que eventualmente se tenha acertado à primeira nos valores correctos para os diversos parâmetros da suspensão).

Assim, a maior parte das variáveis de projecto do sistema de suspensão em causa, baseia-se em gamas de valores aconselhados e que proporcionaram (segundo as referências que se utilizarão) um bom funcionamento global. Como foi citado, no capítulo que se segue a este e destinado às Simulações, irá proceder-se à alteração de alguns destes parâmetros de maneira a ajustar a suspensão e de a otimizar para um dado percurso e manobra.

O desenvolvimento de um sistema de suspensão tem início nas rodas e acaba na construção dos apoios do chassis (ponto este que não faz parte do âmbito deste trabalho final de mestrado). A tabela seguinte ilustra de modo resumido, o processo e as etapas envolvidas no projecto de um sistema de suspensão.

Metodologia de Projecto	
1º	Seleccção do tipo de Suspensão a utilizar
2º	Seleccção de $t_F$ , $t_R$ e $\ell$
3º	Seleccção das rodas
4º	Estimativa do peso total e parcial do veículo
5º	Estipulação de outros parâmetros
6º	Cálculo do Centro de Gravidade (CG)
7º	Cinemática - Determinação da Geometria de Suspensão (Independente)
8º	Dinâmica – Determinação da Rigidez das Molas
9º	Dinâmica – Determinação dos Amortecedores

Tabela 5.1 - Metodologia de Projecto de um Sistema de Suspensão de Corrida

### 5.1. Seleccção do Modelo de Suspensão a Utilizar

Verificou-se no terceiro capítulo do presente trabalho que os sistemas de suspensão independentes são os que se adequam mais para aplicações onde é necessário ter um controlo isolado de cada roda de maneira a conseguir-se uma melhor dinâmica do veículo.

Tendo por base a comparação que foi elaborada também no capítulo três sobre os sistemas de suspensão utilizados em competição, verificou-se que são mais as vantagens de uma suspensão Multi-Link do que um sistema SLA (apesar do sistema Multi-Link e a sua geometria serem projectadas da mesma maneira que o SLA) e do que um sistema MacPherson para aplicação de competição apesar do seu custo. Assim adoptar-se-á para o projecto um sistema de suspensão independente do tipo Multi-Link

### 5.2. Seleccção de $t_F$ , $t_R$ e $\ell$

A seleccção da distância entre eixos ( $\ell$ ) e da largura dos eixos ( $t_F$  e  $t_R$ ), deverá ser executada tendo em conta diversos factores e.g. Regulamento da prova ou experiência adquirida.

Um bom procedimento inicial para a determinação destes valores num projecto Formula Student, para além dos valores aconselhados pela diversa bibliografia automóvel, poderá ser o processo de scouting i.e. a consulta das características de carros (com melhor *ranking*) que tenham participado nas provas dos anos anteriores.

Segundo o regulamento da competição de 2013, a distância entre eixos ( $\ell$ ) deverá ser maior ou igual a 1525 mm (ou 60 in). Quanto à distância entre rodas ( $t$ ), o regulamento apenas impõe que o eixo de menor dimensão (dianteiro ou traseiro) deverá ser maior ou igual a 75% do eixo mais largo.

Conforme cita a referência (21),  $\ell$  e  $t$  não só influenciam a transferência de peso como também o raio de curva do veículo. Tipicamente num carro com tracção traseira, utiliza-se  $t_F > t_R$  de maneira a aumentar a tracção durante a saída em curva. É de notar que  $\ell$  irá ter influência no espaço que se tem no veículo para se colocar todos os componentes do mesmo.

Quanto maior a largura dos eixos, menor será a transferência de peso entre as rodas e maior será a aceleração lateral que o veículo consegue suportar. No entanto, quanto mais largo o veículo for, mais terá que se mover lateralmente durante as diversas manobras de curva (e.g. chicane).

Note-se também que uma dianteira maior implicará uma força aerodinâmica (*drag*) de maior intensidade que o veículo terá que vencer.

Lamers em (18) vai de encontro ao que se refere em (21), um eixo traseiro menor que o dianteiro irá aumentar a velocidade em manobras do tipo zig-zags. Isto porque a traseira terá um menor movimento lateral à volta dos cones. Por sua vez e segundo Lamers, estudos comprovaram que uma distância entre eixos acima de 1600mm irá aumentar o tempo que o veículo demora a percorrer um percurso com “zig-zags”.

A Eq. 1 segundo (18), dá-nos a relação entre a largura de eixos e a distância entre eixos e designa-se por “*wheelbase-track ratio*”, ou WTR. É comum encontrar-se um valor de  $WTR=75\%$  para veículos Formula Student e que resulta numa boa performance e estabilidade.

$$WTR = \frac{(t_F + t_R)/2}{\ell} \quad (\text{Eq. 1})$$

Após uma pesquisa das características dos carros de algumas equipas aleatoriamente do Formula Student de anos anteriores, obteve-se os seguintes valores para  $\ell$ ,  $t_F$  e  $t_R$  das seguintes universidades:

Características do carro: $\ell$ , $t_F$ e $t_R$				
Universidades	$\ell$ (mm)	$t_F$ (mm)	$t_R$ (mm)	WTR(%)
Uni. Central Lancashire (carro de 2007)	1700	1275	-	-
Uni. Michigan (carro de 2012)	1525 (60in)	1168.4 (46 in)	1130.3 (44.5 in)	75.4
Instituto Superior Técnico (carro de 2006)	1600	1200	1150	73.4

Tabela 5. 2 -  $\ell$ ,  $t_F$  e  $t_R$  de alguns carros de equipas de versões da competição Formula Student

Tendo em conta o que foi referido anteriormente sobre as dimensões de  $\ell$ ,  $t_F$  e  $t_R$ , considerou-se para a suspensão inicial os seguintes valores:

Características iniciais do carro ISEL: $\ell$ , $t_F$ e $t_R$				
	$\ell$ (mm)	$t_F$ (mm)	$t_R$ (mm)	WTR (%)
Carro ISEL	1700	1200	1100	68

Tabela 5. 3 - Valores iniciais de -  $\ell$ ,  $t_F$  e  $t_R$  do carro ISEL

Apesar de Lamers em (18) referir que 1600 é o valor máximo adequado para  $\ell$ , adoptou-se um valor de  $\ell$  igual a 1700 pois foi o espaço mínimo que a equipa ISEL Formula Student considerou ser o suficiente para colocar todos os componentes do veículo. Isto resulta num valor de WTR 7% inferior ao valor comum utilizado em carros formula Student, de 0.75, o que não deve influenciar em muito a dinâmica final do veículo.

### 5.3. Selecção das Rodas

A segunda tarefa ao projectar-se uma suspensão, é seleccionar que roda se vai utilizar para o eixo dianteiro e traseiro. Este passo é importante, uma vez que será necessário saber-se qual o pneu a utilizar e o espaço que se terá para acondicionar os travões, mangas de eixo, e demais componentes.

Relativamente a esta fase de selecção de rodas, a única restrição presente no regulamento de 2013, é quanto à dimensão das jantes. É dito no mesmo documento (artigo 6 – T6.3) que o diâmetro das jantes deverá ser:  $\emptyset_{jantes} \geq 8 \text{ in ou } 203.2 \text{ mm}$ .

Segundo (21), as equipas deverão investigar as dimensões dos pneus e os seus respectivos compostos, disponíveis no mercado. Por vezes é útil usar pneus largos para se aumentar a tracção, no entanto é de ter em conta o peso destes relativamente a uns menos largos bem como o aumento de consumo do veículo a que dão origem.

É necessário ter espaço para colocar os componentes que se agregam à roda como as mangas de eixo, pinças e os discos dos travões. Geralmente estes componentes são colocados dentro da jante pois permitem ter uma melhor eficiência aerodinâmica.

A referência (22) faz uma comparação entre jantes de 10 in e 13 in. Jantes de 10 in são mais leves que as de 13 in e como tal reduz-se o peso total se se usar em comparação a jantes de 13 in, no entanto restringem imenso o espaço existente para se colocar os componentes anteriormente referidos que se agregam às rodas. Por sua vez as jantes de 13 in são boas para velocidade mas tendem a reduzir a aceleração do veículo pois o diâmetro é maior mas têm mais peso. É necessário então fazer-se um compromisso pois não existe uma jante ideal.

Foram consultados diversos catálogos de fabricantes de jantes e pneus para se seleccionar as rodas do carro. Como nem todos os fabricantes exibem as características dos seus produtos necessários para cálculo posterior, apresenta-se de seguida alguns dos produtos dos catálogos (jantes e pneus) mais apropriados para a competição Formula Student.

Jantes Keizer - Eixo Dianteiro					
Série	Dimensão (diâmetro – largura) in	Espaço interno da Jante (in)	Material	Preço Unitário (€)	Observações
Kosmo Magnesium	13 - 6	5	Al 6061	-	FSAE Best Seler – disponível em aperto central ou com 4 furos
CL1	13 - 6	5	Al 6061	-	Aperto Central
4L Four Lug	13 - 6	5	Al 6061	-	Aperto 4 furos

**Tabela 5.4 - Jantes para eixo dianteiro, segundo catálogo do fabricante KEIZER**

Jantes Keizer - Eixo Traseiro					
Série	Dimensão (diâmetro – largura) in	Espaço interno da Jante (in)	Material	Preço Unitário (€)	Observações
Kosmo Magnesium	13 - 7	6	Al 6061	-	FSAE Best Seler – disponível em aperto central ou com 4 furos
CL1	13 - 7	6	Al 6061	-	Aperto Central
4L Four Lug	13 - 7	6	Al 6061	-	Aperto 4 furos

**Tabela 5.5 - Jantes para eixo dianteiro, segundo catálogo do fabricante KEIZER**

Pneus Avon e Hoozier – Eixo Dianteiro				
Marca	Dimensão (Largura / Diâmetro – Diâmetro jante) in	Rigidez (kg/mm) a 0° de camber e a uma pressão de 19 Psi (1.31 bar)	Preço Unitário (€)	Referência
Avon	6.2 / 20 - 13	16.4	-	9241
Hoozier	6.0 / 20.5 - 13	25.4	130	43128

**Tabela 5 6 – Pneus para eixo dianteiro – segundo catálogo dos fabricantes AVON e Hoozier**

Pneus Avon e Hoozier – Eixo Traseiro				
Marca	Dimensão (Largura / Diâmetro – Diâmetro jante) in	Rigidez (kg/mm) a 0° de camber e a uma pressão de 19 Psi (1.31 bar)	Preço Unitário (€)	Referência
Avon	7.2 / 20 - 13	18.0	-	9760
Hoozier	7.0 / 20.5 - 13	25.4	130	43162

Tabela 5.7 - Pneus para eixo traseiro – segundo catálogo dos fabricantes AVON e Hoozier

Verifica-se através das tabelas anteriores que no eixo traseiro, tanto os pneus como as jantes, são de maior dimensão a nível de largura uma vez que se pretende garantir uma maior tracção no eixo motor do veículo.

No que diz respeito às jantes, como todas elas apresentam aproximadamente o mesmo peso (cerca de 3 kg cada) escolher-se-á as da série Kosmo Magnesium, devido à sua versatilidade de aperto à manga de eixo (pode ser central ou com 4 furos), por se terem mais dados disponíveis relativamente as dimensões do que qualquer outro fabricante de jantes e por terem sido *best seller*.

Quanto aos pneus, optar-se-á inicialmente por utilizar os do fabricante AVON, uma vez que são mais fáceis de adquirir devido à existência de um revendedor AVON em Portugal juntamente com a existência de uma maior informação das suas propriedades.

Resumindo, as rodas serão compostas pelos produtos apresentados na tabela que se segue:

Rodas Seleccionadas				
Tipo	Eixo	Marca	Dimensão	Preço
Jante	Dianteiro	Keizer – Kosmo Magnesium	13 – 6	-
Jante	Traseiro	Keizer – Kosmo Magnesium	13 - 7	-
Pneu	Dianteiro	AVON	6.2/20 – 13	-
Pneu	Traseiro	AVON	7.2/20 - 13	-

Tabela 5.8 - Rodas seleccionadas para o carro ISEL

## 5.4. Estimativa do Peso Total e Parcial do Veículo

Deverá ser estimado a massa total do veículo e de seguida proceder à definição das massas parciais, i.e. a massa que cada eixo apresentará. Posteriormente e após algumas considerações (como por exemplo carro simétrico, referente ao plano perpendicular aos eixos) deverão ser feitos o cálculo do peso que cada roda terá.

Em paralelo e com os dados sobre o peso de cada componente, deverá ser feito uma estimativa para o peso da massa suspensa e massa não suspensa.

Nota: Na estimativa dos pesos é boa prática (se não indicada na regulamentação), trabalhar com percentagens em termos de pesos em cada eixo. Por exemplo, o regulamento da Formula 1 para 2011, impunha uma distribuição de peso para qualificação de 45.9% à frente e 54.1% atrás. É comum encontrar em carros para Formula Student, uma distribuição aproximadamente de 46% à frente e 54% atrás (já incluído o peso do piloto).

Assim, nesta fase do projecto, é importante esclarecer o porquê de escolher um veículo RWD em carros de competição (apesar de desviar ligeiramente do tema global do presente trabalho).

Segundo (1), é bastante mais difícil obter um veículo ‘neutro’ (i.e. com boa resposta) com o sistema de tracção dianteira (FWD) do que com um sistema com tracção traseira (RWD) ou tracção nas 4 rodas (AWD). Isto deve-se a inúmeros factores, dos quais se destaca a aceleração, em que o peso das rodas dianteiras diminui devido à transferência de peso longitudinal, perdendo-se assim aderência mecânica do pneu com a estrada.

Também em (1), os carros RWD são definitivamente os que obtêm mais sucesso em competição. A combinação de um sistema de direcção dianteiro com um sistema de tracção traseira dá ao piloto o controlo dos dois eixos, i.e. pode curvar e acelerar ao mesmo tempo.

Escolhendo-se para o carro um sistema RWD, será necessário mais peso na parte de trás do veículo do que na frente do mesmo (devido a diversos componentes, e.g. motor, eixos de transmissão, etc.). Assim pode-se utilizar percentagens de pesos para estimar o peso total e parcial do veículo.

Após uma investigação dos atributos dos carros de algumas equipas do Formula Student de anos anteriores, obteve-se os seguintes valores para a percentagem de massas:

Universidades	Percentagem de Distribuição de Pesos		
	Dianteira (%)	Traseira (%)	Peso Total com piloto e nível de combustível máximo (kg)
Uni. Central Lancashire (carro de 2007)	-	-	270
Uni. Michigan (carro de 2012)	-	-	268
Instituto Superior Técnico (carro de 2006)	45	55	278
Uni. Metropolitana de Manchester	50	50	268

**Tabela 5 9 - Percentagem de distribuição de pesos dos carros de equipas de versões anteriores da competição Formula Student**

Tendo em conta os valores apresentados na Tabela 5 9 e o regulamento de 2011 da Formula 1 e que o carro do ISEL irá ser de tracção traseira, pode-se considerar a seguinte percentagem de massas: 45% para a frente e 55% para trás.

O projecto global do carro Formula Student do ISEL, encontra-se dividido em 7 grupos. Assim sendo, numa primeira fase onde são escassos os dados relativamente aos pesos de cada componente, pode arbitrar-se os seguintes pesos:

Pesos arbitrados por grupo para o carro ISEL		
Grupo	Componentes	Peso (kg)
Grupo 1 – Chassis	Chassis	30
Grupo 2 – Sistema de Suspensão e Direcção	Rodas, braços de suspensão, manga de eixo, etc...	40
Grupo 3 – Body\Aerodinâmica	Body	5
Grupo 4 – Motor e Sistema de transmissão	Motor, sistema de alimentação, sistema de refrigeração, sistema de transmissão	75
Grupo 5 – Sistema de Travagem, segurança e comodidade	Piloto, atenuador de impacto, <i>bucket</i>	85
Grupo 6 - Gestão de Projecto	-	-
Grupo 7 - Electrónica	Componentes electrónicos	5
	Total	240

Tabela 5.10 - Massas arbitradas por grupo para o carro ISEL

Aplicando uma percentagem de 15% de segurança à massa total, o veículo apresentará uma massa global de aproximadamente 276 kg com piloto e níveis de reservatórios no máximo. Tem-se portanto:

Percentagem de Distribuição de Massas do carro ISEL			
	Dianteira (%)	Traseira (%)	Massa Total com piloto e nível de combustível máximo (kg)
Carro ISEL	45	55	276

Tabela 5.11 - Percentagem de distribuição de massas do carro ISEL

Resta então proceder-se ao cálculo dos pesos parciais do veículo tendo em conta a Figura 5.1.

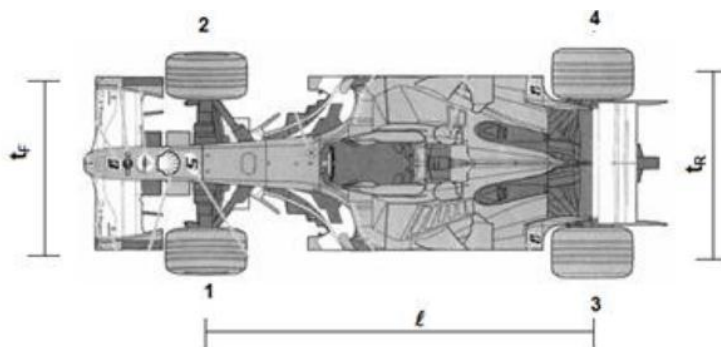


Figura 5.1 - Dimensões  $t_F$ ,  $t_R$  e  $l$  - Figura adaptada de Ref (23)

Considerando o carro ISEL simétrico relativamente ao plano perpendicular aos eixos, é possível calcular os pesos parciais através da seguinte equação:

$$W_T = W_F + W_R = (W_1 + W_2) + (W_3 + W_4) \quad (\text{Eq. 2})$$

O cálculo desta e de todas as equações presentes neste projecto encontram-se numa folha de cálculo (Apêndice 1). Ao longo do projecto são apresentados somente os resultados obtidos.

	Pesos Individuais (kg)
$W_F$	124.2
$W_R$	151.8
$W_1$	62.1
$W_2$	62.1
$W_3$	75.9
$W_4$	75.9
$W_T$	276

Tabela 5 12 - Pesos individuais em kg considerando o carro ISEL simétrico relativamente ao plano perpendicular aos eixos

	Massas Parciais (kg)
$m_F$	23
$m_R$	28.75
$M_F$	100.9
$M_R$	123.4
$m_F + M_F$	123.9
$m_R + M_R$	152.1
$m_F + M_F + m_R + M_R$	276

Tabela 5 13 - Massas Parciais - não suspensa e suspensa, em kg considerando o carro ISEL simétrico relativamente ao plano perpendicular aos eixos

## 5.5. Estipulação de outros Parâmetros

Existem ainda outros parâmetros que deverão ser estipulados antes de se avançar com o projecto, nomeadamente:

- ✓ Deslocamento máximo da roda ( $\lambda$ )
- ✓ *Camber* inicial
- ✓ Percentagem de Travagem
- ✓ “*Anti-dive e Anti-squat*”

Tal como nos passos anteriores, investigaram-se as características de alguns carros de equipas que participaram em edições passadas da competição Formula Student. Analise-se então cada um dos parâmetros individualmente.

O deslocamento máximo que a roda poderá ter, depende de vários factores como por exemplo o espaço da carroçaria (*body*) e/ou o regulamento da prova a que o carro estará sujeito.

Para o parâmetro de deslocamento máximo que a roda poderá ter, o regulamento de 2013 da mesma competição (artigo 6 – T6.1) impõe um deslocamento mínimo de 50.8 mm (2 in), sendo 25.4mm (1 in) para *bound\bump* e 25.4mm (1 in) para *rebound*. Apresenta-se de seguida alguns valores pesquisados:

Deslocamento máximo roda $\lambda$ – Valores pesquisados		
Universidades	Suspensão Dianteira - bound/rebound (mm)	Suspensão Traseira- bound/rebound (mm)
Uni. Central Lancashire (carro de 2007)	30/30	30/30
Instituto Superior Técnico (carro de 2006)	28/28	28/28

Tabela 5.14 - Valores pesquisados de deslocamento máximo da roda  $\lambda$

O deslocamento máximo vertical que a roda apresenta é importante, uma vez que irá ter influência directa nas características de condução. Não se pode ter um valor muito elevado, uma vez que seria bastante mais complexo proceder-se ao cálculo da geometria da suspensão devido à impossibilidade de se utilizar o princípio da sobreposição (movimentos lineares).

Este parâmetro encontra-se intrinsecamente ligado com a determinação das propriedades das molas e será verificado na fase onde se determinam as molas. Este deslocamento máximo será também um dos critérios para a escolha de uma determinada mola como se poderá verificar mais adiante no projecto.

De maneira a cumprir-se o regulamento da prova 2013 da competição Formula Student e tendo por base os valores pesquisados e o que foi dito anteriormente, adoptar-se-á os seguintes valores:

Deslocamento máximo roda $\lambda$ do carro ISEL		
	Suspensão Dianteira - bound/rebound (mm)	Suspensão Traseira- bound/rebound (mm)
Carro ISEL	45/45	45/45
	$\lambda_F = 90$	$\lambda_R = 90$

Tabela 5.15 - Deslocamento máximo da roda  $\lambda$  do carro ISEL

O parâmetro seguinte a ser estipulado é o camber inicial (ou camber estático). A escolha deste parâmetro é muito importante pois irá influenciar a dinâmica do veículo.

O camber inicial para um carro de competição deverá ser negativo uma vez que este aumentará a aderência do pneu durante uma curva. No entanto demasiado Camber negativo irá aumentar o desgaste interior do pneu resultando assim em problemas de desequilíbrios de condução (24).

Segundo (21), a área do pneu em contacto com o solo é afectada pelo ângulo de camber. O camber negativo inicial serve para compensar a alteração do camber quando a suspensão se move, mantendo assim o pneu com a maior área de contacto possível com o solo. No entanto, um camber estático negativo excessivamente elevado pode reduzir essa mesma área, afectando a aceleração e travagem em linha recta.

Como um dos objectivos da presente suspensão é diminuir a variação do camber ao longo do movimento vertical do sistema e *Roll* do veículo, adoptar-se-á um valor inicial de camber  $-2^\circ$  para a suspensão dianteira e  $-1^\circ$  para a traseira. Estes valores serão depois analisados e verificar-se-á se permitem, para uma dada situação ao *Roll* (aceleração lateral) e *bump*, que a superfície dos pneus externos em contacto com a estrada seja a máxima possível.

Os valores escolhidos e apresentados na Tabela 5.16 costumam ser suficientes para as provas que se realizaram no decorrer da competição.

Camber inicial do carro ISEL		
	Suspensão Dianteira	Suspensão Traseira
Carro ISEL	$-2^\circ$	$-1^\circ$

Tabela 5.16 - Camber inicial do carro ISEL

O seguinte parâmetro a definir é a percentagem de travagem inicial. Tal como o camber inicial, a percentagem de travagem também poderá ser ajustável, porém é necessário escolher-se um valor inicial.

A percentagem de travagem influenciará nos fenómenos de Anti-dive e consequentemente Anti-squat. Um carro de Formula 1 tem uma percentagem de travagem de aproximadamente 60% frente – 40% atrás.

Segundo (1), a percentagem de travagem (ou *brake balance*), é um factor de extrema importância, porque uma percentagem imprópria de percentagem de travagem, irá causar instabilidade à entrada de uma curva pois um dos eixos poderá bloquear primeiro que outro. Sendo assim o *brake balance* é função dos pesos nas rodas.

Como cita a referência (1), inicialmente os travões deverão ser ajustados para se bloquear primeiramente o eixo da frente. Posto isto, considera-se inicialmente uma percentagem de travagem de 60% no eixo dianteiro e 40% no eixo traseiro.

		Percentagem de travagem inicial do carro ISEL	
		Suspensão Dianteira	Suspensão Traseira
Carro ISEL		60%	40%

Tabela 5.17 - Percentagem de travagem inicial do carro ISEL

Por fim, resta seleccionar os valores desejados para os fenómenos *Anti-squat* ou *Anti-Dive*. Gillespie, em (3), expõe detalhadamente cada um destes dois fenómenos.

Segundo (25), as aplicações mais bem sucedidas de *Anti-dive*, são aquelas com um valor na ordem dos 20 % a 25% para veículos de passageiros. No entanto antigamente utilizava-se perto de 50% de *Anti-dive* para veículos em que era necessário uma enorme eficiência aerodinâmica.

Como citado por Gillespie em (3), 100% de *Anti-Dive* é raramente utilizado.

Adams Herb em (17) e Carrol Smith em (26) referem que actualmente os carros de competição do tipo *Formula*, apresentam 0% de *Anti-Dive* uma vez que são leves e têm o centro de gravidade bastante baixo

Para o efeito *Anti-squat* sendo o inverso de *Anti-dive*, os valores aconselhados são os mesmos segundo (26) deverá ser inferior a 20%. Considera-se então os seguintes valores para estes dois efeitos a implementar no carro ISEL:

Valores de <i>Anti-Dive</i> e <i>Anti-Squat</i> do carro ISEL		
	Suspensão Dianteira ( <i>Anti-Dive</i> )	Suspensão Traseira ( <i>Anti-Squat</i> )
Carro ISEL	5%	10%

Tabela 5.18 - Valores de *Anti-Dive* e *Anti-Squat* do carro ISEL

Estando os parâmetros de: Deslocamento máximo da roda ( $\lambda$ ), *camber* inicial, percentagem de travagem e *Anti-Dive* e *Anti-Squat*, definidos, proceder-se-á ao cálculo do centro de gravidade no passo 6.

## 5.6. Cálculo do Centro de Gravidade (CG)

De seguida apresentam-se as etapas necessárias para se determinar a localização do centro de gravidade do veículo. É de referir que este cálculo depende dos valores definidos nos passos anteriores, e para tal foi utilizado a folha de cálculo do (Apêndice 1) para a resolução de toda esta etapa 6.

### a) Cálculo da localização do CG no plano paralelo às rodas:

Dos momentos sobre o eixo traseiro, do veículo apresentado na Figura 5. 2 obtém-se as seguintes equações:

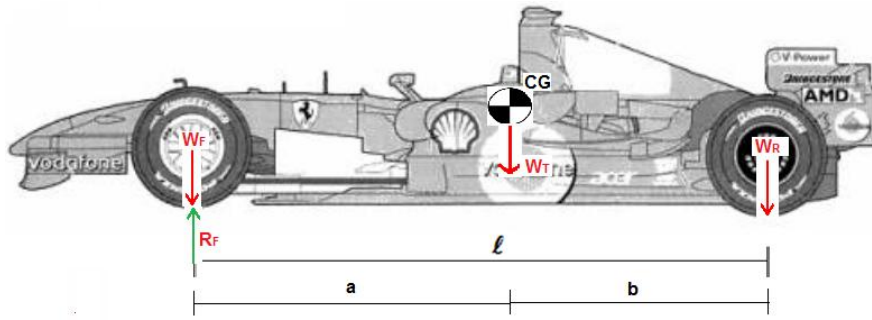


Figura 5.2 - Dimensões do CG no plano das rodas - Imagem adaptada de Ref (23)

$$b = \frac{W_F * \ell}{W_T} \quad (\text{Eq. 3})$$

$$a = \ell - b \quad (\text{Eq. 4})$$

**b) Cálculo do CG no plano perpendicular às rodas:**

Analisando a Figura 5.3, abaixo representada chega-se à seguinte expressão:

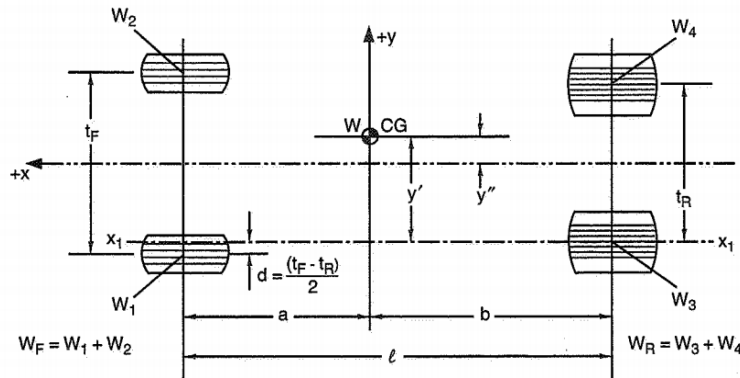


Figura 5.3 - CG no plano perpendicular às rodas - Ref (1)

$$y'' = \frac{W_2}{W_T} * (t_F - d) - \frac{W_1}{W_T} * d + \frac{W_4 * t_R}{W_T} - \frac{t_R}{2} \quad (\text{Eq. 5})$$

$$d = \frac{t_F - t_R}{2} \quad (\text{Eq. 6})$$

Nota: Como se mostra na Figura 5.3,  $y''$  representa um valor positivo.

Os resultados obtidos no passo a) e b) são os que se apresentam na Tabela 5.19.

Localização do CG nos planos, paralelo e perpendicular às rodas			
	a (mm)	b (mm)	y'' (mm)
Carro ISEL	935	765	0

Tabela 5.19 - Localização do CG nos planos, paralelo e perpendicular às rodas do carro ISEL

### c) Localização Vertical ( $h_{CG}$ ) do CG

Qualquer veículo de competição deverá ter o seu centro de gravidade o mais baixo possível não só para se garantir que o carro consiga uma maior *performance* em curva (pois quanto mais baixo o cg menor será a transferência de peso) mas também para garantir que o veículo passe na prova *Tilt Table*.

Nota: Tendo conhecimento através das equipas da Formula Student com maior *ranking*, pode considerar-se:

$$10 \leq h_{CG} < 12 \text{ [in]} \quad (\text{Eq. 7})$$

No presente passo, e tendo em conta o que se referiu no início desta etapa de projecto, foi adoptado o mesmo método de pesquisa já utilizado em passos anteriores, i.e. a de pesquisa de outros carros de edições passadas na competição Formula Student. A Tabela 5.20 mostra os valores pesquisados da localização vertical do centro de gravidade dos carros pesquisados:

	Localização Vertical do CG
Universidades	$h_{CG}$ (mm)
Uni. Central Lancashire (carro de 2007)	330
Uni. Michigan (carro de 2012)	267
Instituto Superior Técnico (carro de 2006)	240
Chalmers University of Technology (carro de 2012)	280

Tabela 5.20 - Localização Vertical do CG de carros de edições anteriores da competição Formula Student

Para uma boa *performance* e uma menor transferência de peso ao longo de todas as provas a que o carro estará sujeito, e também com o intuito de garantir que o carro passa o teste *Tilt Table*, será imposto a toda a equipa que se cumpra o valor de 250 mm de altura vertical do CG para todo o projecto formula Student.

Resumindo os valores do passo 6, tem-se:

Localização global do CG ISEL				
	a (mm)	b (mm)	$y''$ (mm)	$h_{CG}$ (mm)
Carro ISEL	935	765	0	250

Tabela 5.21 - Localização global do CG do carro ISEL

## 5.7. Cinemática – Determinação da Geometria de Suspensão (Independente)

De seguida, apresenta-se o procedimento necessário para se determinar a geometria do sistema de suspensão de um veículo com um tipo de suspensão independente *Multi-Link* e que é semelhante a de um sistema SLA. Isto permitirá obter uma análise sobre a cinemática do mesmo. É de referir que este cálculo depende dos valores definidos nos passos anteriores.

Os procedimentos são válidos para a dianteira e traseira. Como tal o presente passo será feito em 2 fases distintas, uma para a suspensão dianteira e outra para a suspensão traseira. Todas as explicações teóricas ao longo deste passo são válidas para a suspensão global (dianteira e traseira).

### 5.7.1. Vista Frontal – Geometria da Suspensão Dianteira

Para auxiliar este passo, é necessário ter-se em conta a Figura 5.4

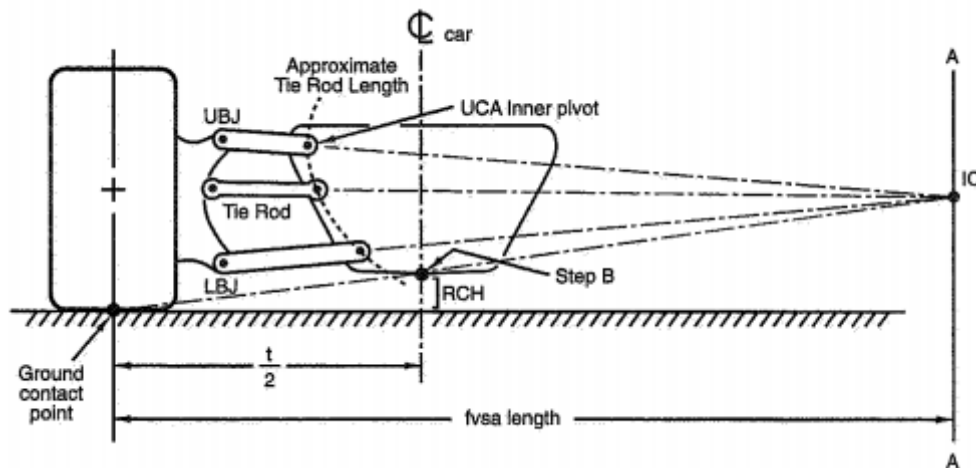


Figura 5.4 - Geometria suspensão SLA - vista frontal - Ref (1)

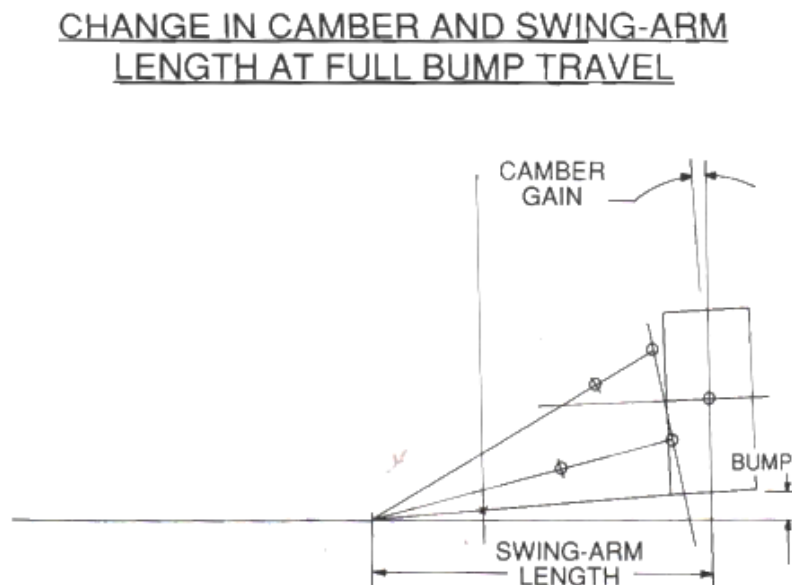
O primeiro passo será desenhar a vista frontal da roda completa na sua posição estática (incluindo uma inclinação da roda – *camber* - no valor de  $-1^\circ$ ). De seguida deverá ser colocado no desenho, metade da largura do eixo ( $t/2$ ). Após definido, quais os elementos que serão agregados à roda, i.e. travões, mangas de eixos, cubos, etc...,

deverão ser colocados no desenho dois pontos designados de UBJ e LBJ (*upper ball joint e lower ball joint* - Figura 5.4 ).

**a) Estabelecer o Comprimento “front view swing arm” (fvsa)**

Este parâmetro deverá ser definido antes de se proceder ao desenho da geometria da suspensão. Este parâmetro é a distância onde se verifica a intersecção entre as linhas que se iniciam em UBJ e LBJ tal como se verifica na Figura 5.4

Segundo (17), um valor elevado de fvsa resultará num movimento suave da roda mas menos ganho de camber, o oposto caso que se adopte um valor reduzido de fvsa, onde irá existir mais ganho de camber mas movimentos mais instáveis da roda ao longo do seu deslocamento.



**Figura 5.5 – Ganho de camber com o movimento da suspensão - Ref (17)**

A Tabela 5.22 apresenta alguns valores de fvsa e a sua influência nas características do veículo, conforme Allan Staniforth em (14). É de notar que o parâmetro designado *Roll Center* será avaliado e explicado detalhadamente na fase que se segue a esta de determinação e escolha do fvsa.

Valores Fvsa e sua Influência	
Fvsa Curto (20 a 40 in)	Permite uma boa localização do <i>Roll Center</i> mantendo as rodas exteriores quase na vertical em curvas, mas faz com que o <i>camber</i> se torne positivo no <i>rebound</i> e negativo no <i>bump\jounce</i> - (o que não é aconselhável pois segundo (10), a variação do <i>camber</i> deverá ser positiva no <i>bump\jounce</i> e negativa em <i>rebound</i> ).
Fvsa Longo (70 a 180 in)	Permite ter um <i>Roll Center</i> baixo mas irá afectar a sua localização lateral ao longo do movimento da suspensão, o que resultará numa menor variação positiva de <i>camber</i> em <i>bump</i> e <i>rebound</i> .
Fvsa Médio (40 a 70 in)	É a transição entre os dois anteriormente citados. O Resultado final do movimento da roda será uma mistura de ambos.
Fvsa Ultra Longo (e.g. mais que 14000 in)	Proporciona um bom controlo vertical de baixos <i>Roll Centers</i> . No entanto o <i>camber</i> da roda alterar-se-á aproximadamente o mesmo que o <i>body</i> , i.e. 1° de variação de Roll do Body, resultará num ganho positivo de <i>camber</i> também num valor perto de 1°. Esta alteração de ângulo ou sua minimização pode ser conseguida através da utilização de molas mais rígidas. É de referir que em situações onde fvsa é ultra longo, o <i>camber</i> da roda pouco se alterará em situações de <i>bump</i> e <i>rebound</i>

Tabela 5.22 – Valores Fvsa e sua influência segundo (14)

Segundo (10) um bom valor inicial de fvsa, que irá proporcionar boas características de condução, encontra-se dentro dos seguintes limites:

$$[1.5 ; 3] * t \quad (\text{Eq. 8})$$

O valor deste parâmetro fvsa para a suspensão dianteira do carro ISEL, considerando a recomendação anterior de Costin e Phipps em (10) será então de:

<i>Fvsa</i> - Suspensão Dianteira do Carro ISEL
$fvs_a = 2 * t_F = 2 * 1200 = 2400 \text{ mm}$

Tabela 5.23 - Fvsa da Suspensão Dianteira do Carro ISEL

Sendo este parâmetro um dos factores que poderá alterar a variação do *camber* que a suspensão irá apresentar (e como tal alterar o valor final de um dos requisitos de

uma suspensão de competição), no capítulo 6 das Simulações poderá ser alterado este valor mediante a alteração geométrica dos braços da suspensão de modo a verificar se se consegue reduzir a variação do camber ao longo do movimento da suspensão.

#### **b) Estabelecer a Localização da Altura do *Roll Center* ( $H_{RC}$ ) e Determinar *IC***

No presente passo, deverá estabelecer-se a localização estática da altura do *Roll Center* ( $h_f$  ou  $h_r$ ) e projectar a partir do ponto de contacto do centro do pneu com o solo, através de ( $h_f$  ou  $h_r$ ) até à linha A-A, para se determinar o *IC* da suspensão.

Para se proceder à determinação do *IC*, é necessário ter-se em conta a influência que a altura do *Roll Center* tem no veículo. Este parâmetro *RC* é um dos parâmetros mais importantes no projecto de uma suspensão devido a inúmeros factores e à sua grande influência na dinâmica do veículo.

Segundo (27), o *Roll Center* (*RC*) é o ponto teórico sobre o qual a massa suspensa roda, daí também poder ser designado de *Roll Center* da massa suspensa. Pode pensar-se que o *RC* é um ponto na massa suspensa\ *body* na qual se se aplicar uma força lateral, não irá existir qualquer *Body Roll*.

Outro ponto importante de se referir é o *Roll Axis* (*RA*), que é uma linha imaginária que une o *Roll Centre* da suspensão dianteira com o da suspensão traseira. Como refere (27), a quantidade de *Roll* da massa suspensa quando o veículo está em curva, depende da posição do *Roll Axis* relativamente ao centro de gravidade do próprio carro. Quanto mais perto o *RA* estiver do *CG*, menor será o *Roll* da massa suspensa.

Quando o veículo se encontra a efectuar uma curva, este é impelido para fora da mesma devido à força centrífuga que é aplicada no *CG*, fazendo com que o *CG* rode sobre o *RC*. Esta situação, acontece devido ao *RC* encontrar-se abaixo do *CG* (27). Na Tabela 5.24 pode ver-se a influência que a diferença de alturas entre o *CG* e o *RC* tem na massa suspensa do veículo.

Influência da distância entre o <i>RC</i> e <i>CG</i> (com <i>RC</i> < <i>CG</i> )	
<i>RC</i> muito perto do <i>CG</i> ( <i>Alto RC</i> )	A massa Suspensa irá exibir um menor <i>Roll</i>
<i>RC</i> muito abaixo do <i>CG</i> ( <i>Baixo RC</i> )	A massa Suspensa irá exibir um <i>Roll</i> maior

Tabela 5.24 - Influência da distância entre o *RC* e o *CG* (com *RC* < *CG*)

Resumindo, quanto mais alto for *RC*, menor será o *Roll* sobre o *RC* que terá que ser resistido pelas molas.

À primeira vista seria uma boa opção ter o *RC* o mais próximo possível do *CG*, no entanto, isto não se verifica verdade devido à existência de dois efeitos, os quais se passam a discriminar:

- Se o *RC* estiver acima do nível do chão, a força lateral dos pneus ( $R_{Fy}$ ), criará um momento em torno do *IC* que irá empurrar as rodas para baixo e levantará em simultâneo a massa suspensa. Este efeito designa-se de *Jacking* (Figura 5.6).

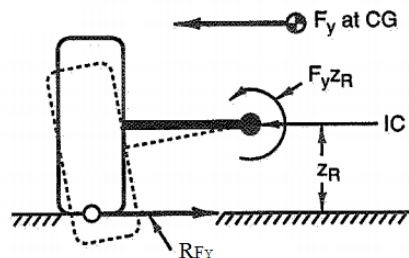


Figura 5.6- Efeito Jacking com um *RC* elevado – imagem adaptada de Ref (1)

- Se *RC* estiver abaixo do nível do chão (possível com a suspensão do tipo SLA), então ( $R_{Fy}$ ) irá empurrar a massa suspensa para baixo. A este efeito dá-se o nome de *Packing*.

Nos dois efeitos, há deslocamento vertical da massa suspensa o que pode ser um problema, mais concretamente no caso do *Packing* onde pode haver contacto da massa suspensa com o solo, e por conseguinte não se conseguir cumprir o regulamento da prova (artigo 6 – T6.2).

Conforme a referência (28), a equipa da F1 da Ferrari teve como regra durante muitos anos, utilizar o *RC* ao nível do chão. Segundo a mesma referência, o conhecimento empírico dita que  $h_{RC}^F < h_{RC}^R$  e tipicamente estes *RC*'s encontram-se a uma altura inferior a 100 mm acima do chão.

A referência (14) é mais concreta no que respeita a valores da altura do *RC*. Esta refere que a maioria dos carros de competição tem o seu *RC* entre 25.4 mm e 50.8 mm.

Assim sendo e tendo em conta a teoria anteriormente descrita, adoptar-se-á o seguinte valor de *RC* para a suspensão dianteira:  $h_{RC}^F = 30 \text{ mm}$ .

Nota: Considera-se um ângulo de *KingPin* de 8° que é um bom valor para carros de competição segundo (17).

Após ter-se definido a localização estática do *Roll Center*, resta apenas proceder a mais dois passos.

#### **c) Projecção de UBJ e LBJ até ao IC**

Projectar linhas a partir de ambas as articulações esféricas (superior e inferior – UBJ e LBJ respectivamente) até ao IC. Estas linhas tornar-se-ão as linhas centro dos braços superior e inferior da suspensão.

#### **d) Escolha dos Comprimentos dos Braços da Suspensão**

Escolher o comprimento dos braços da suspensão para se obter a localização do ponto pivô interior. Os requisitos de acondicionamento anteriormente referidos, irão estabelecer o comprimento do braço inferior no entanto este deverá ser o mais longo possível. Por sua vez o comprimento do braço superior da suspensão em relação com o braço inferior, ajusta a forma da curva do camber. Segundo Adams em (17), o comprimento da linha centro do braço superior da suspensão deverá ser entre 50% a 80% do braço inferior da suspensão.

O desenho da vista frontal da suspensão dianteira, tendo em conta os parâmetros anteriormente definidos, foi executado no software computacional SolidWorks. Assim todos os passos anteriores encontram-se feitos na seguinte imagem:

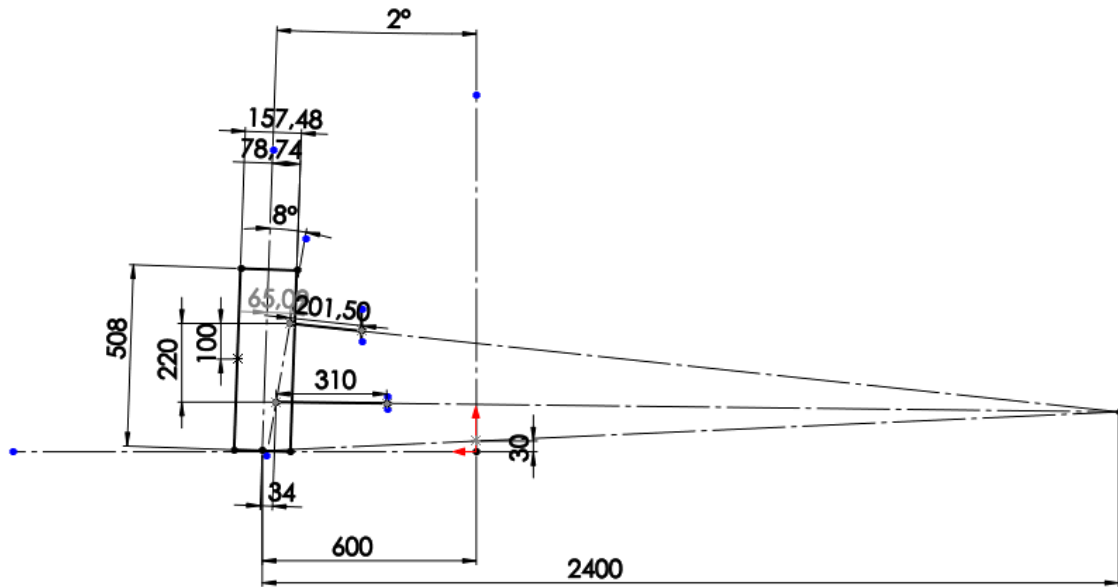


Figura 5.7 - Geometria Frontal 2D Roda Direita da Suspensão Dianteira em SolidWorks

### 5.7.2. Vista Lateral – Geometria da Suspensão Dianteira

Para auxiliar este passo, é necessário ter-se em conta a Figura 5.8 e Figura 5.9.

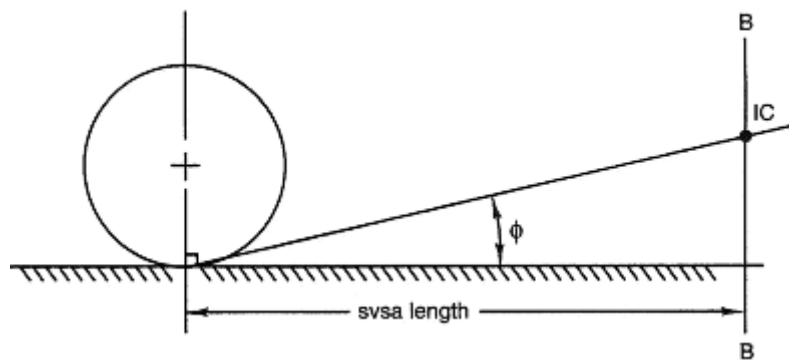


Figura 5.8 - Geometria da Suspensão SLA - Vista Lateral Ref (1)

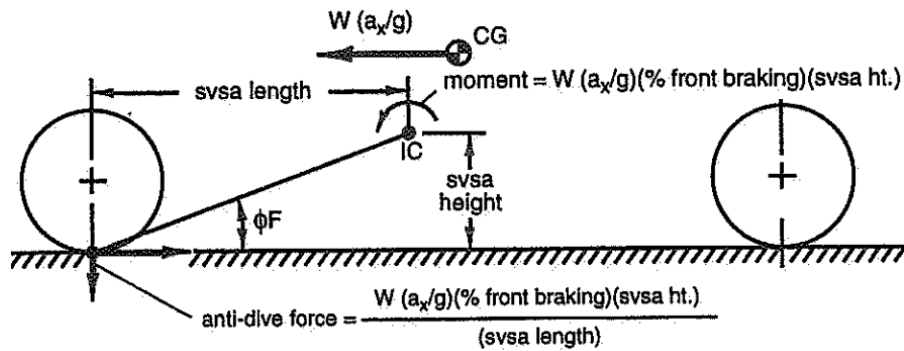


Figura 5.9 - Derivação das características Anti travagem com travões exteriores - Ref (1)

### a) Determinação do Ângulo $\hat{\Phi}_F$

Determina-se através da Eq. 9 e Eq. 10 o valor da tangente de  $\Phi_F$  que provém da quantidade de Anti-Dive que se pretende para a suspensão dianteira do veículo bem como a percentagem de travagem inicialmente arbitrada em 5.5.

$$\%Anti - Dive = (\%travagem\ dianteira) * (\tan \Phi_F) * \left(\frac{l}{h_{cg}}\right) \quad (\text{Eq. 9})$$

$$(\tan \Phi_F) = \left(\frac{\text{altura svsa}}{\text{comprimento svsa}}\right) \quad (\text{Eq. 10})$$

Obtém-se assim o valor de:  $\tan (\Phi_F) = 0.0123$  para um *Anti-Dive* de 5% e uma percentagem de travagem de 60%.

### b) Estabelecer Comprimento Svsa - $l_{svsaF}$

Deve-se estabelecer o comprimento svsa ou a altura svsa (tendo em atenção à força criada pela característica Anti-dive), para obter-se a linha B-B. Através da Figura 5.8, verifica-se que se a altura svsa for maior que a altura do centro de gravidade, irá criar-se um momento contrário ao esperado e como tal efeito contrário ao Anti-dive. Assim sendo, é necessário garantir que  $\text{altura svsa} < h_{CG}$

Segundo Adams Herb em (17), quanto menor a percentagem de *Anti-Dive* maior será o valor de  $l_{svsaF}$ .

Considerando que  $h_{svsaF} = 0.7 * h_{CG}$  obtém-se  $l_{svsaF} = 14228 \text{ mm}$ .

### c) Determinação de IC lateral

Determinar o IC da vista lateral através da intersecção dos passos a) e b). Utilizou-se novamente o SolidWorks para a resolução deste passo.

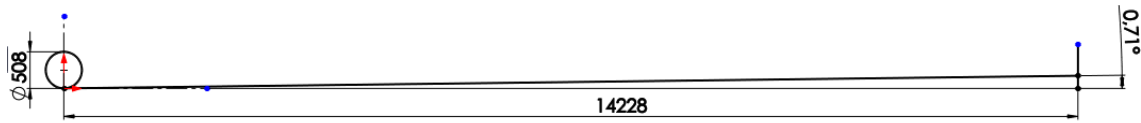


Figura 5.10 - Geometria Lateral 2D da roda direita da suspensão dianteira em SolidWorks

### 5.7.3. Construção dos Eixos Pivôs Interiores da Suspensão Dianteira do tipo SLA

A construção dos eixos pivôs segue uma metodologia que pode ser consultada na página 630 da referência (1).

Com auxílio do SolidWorks, procede-se então para a determinação dos eixos pivôs interiores que servirão para se criar os apoios da suspensão ao chassis do veículo. A Figura 5.11 ilustra este passo.

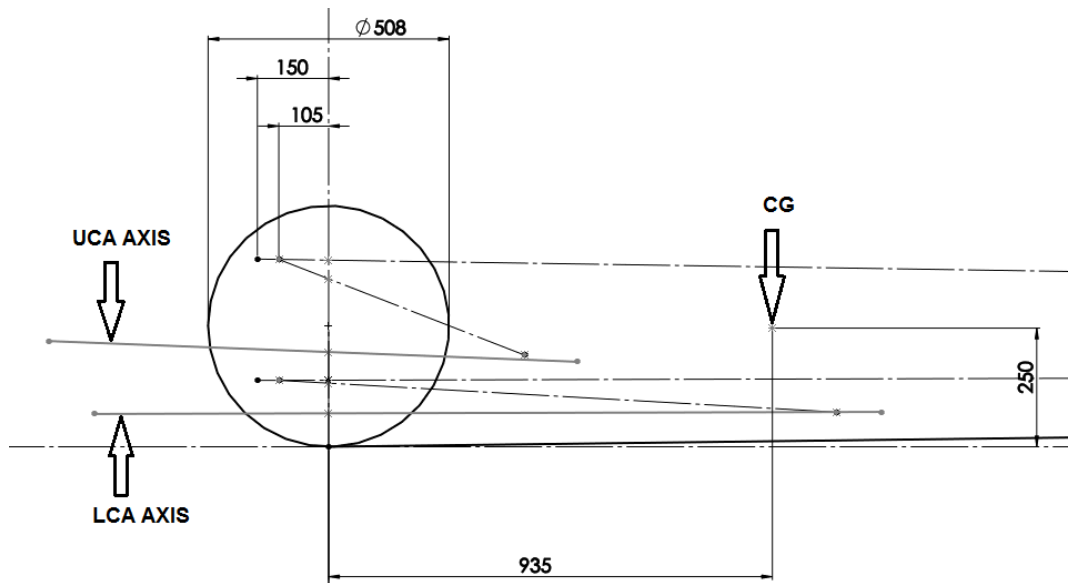


Figura 5.11 - Layout dos eixos pivôs interiores da roda direita da suspensão dianteira em SolidWorks

Após ter-se obtido os eixos pivôs, procedeu-se modelação tridimensional do conjunto roda direita mais respectivos triângulos da suspensão dianteira. A Figura 5.12 ilustra a modelação.

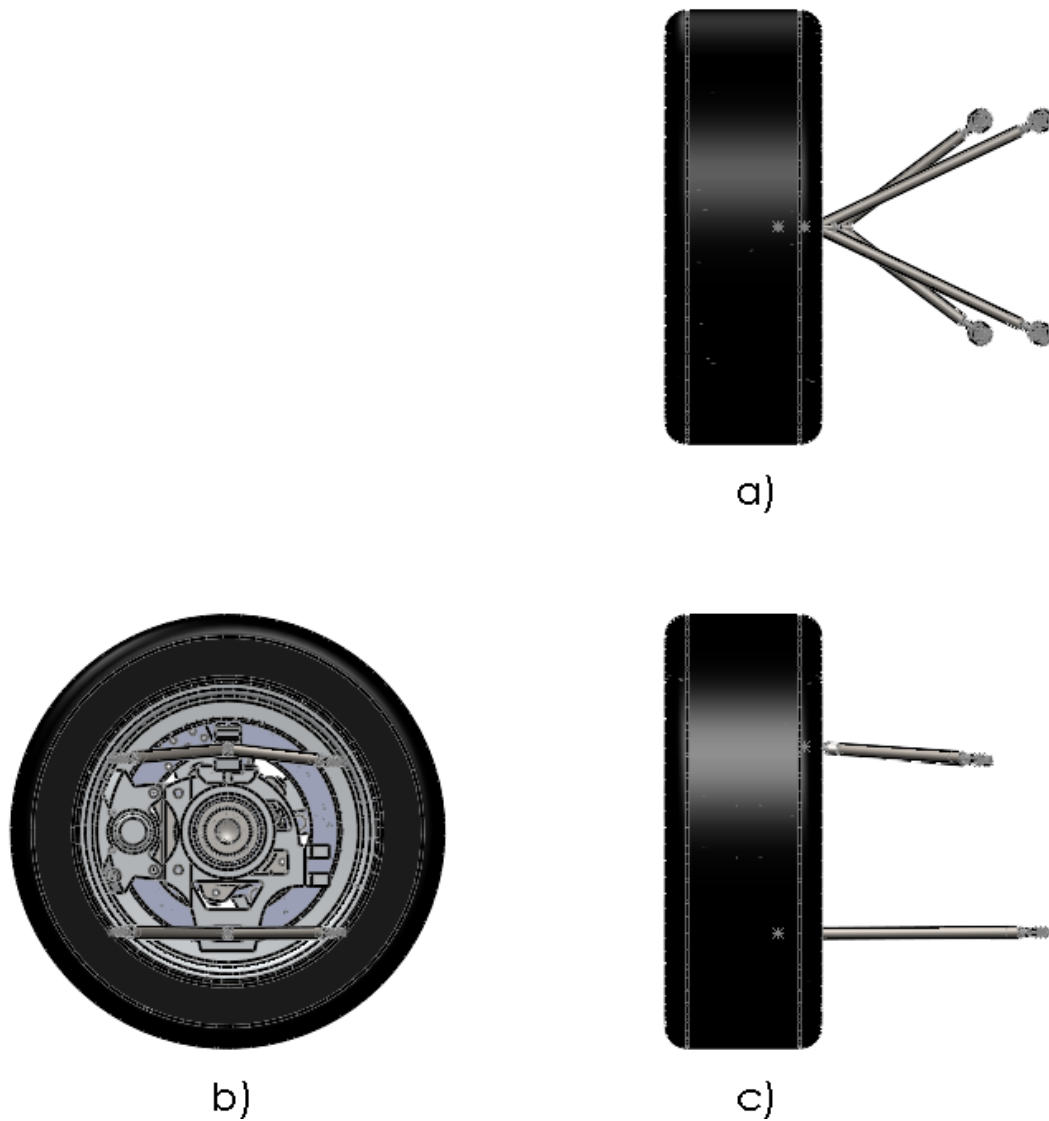


Figura 5.12 - Modelação tridimensional do conjunto roda direita mais respectivos triângulos da suspensão dianteira - a) vista de cima, b) vista lateral direita, c) vista frontal

O próximo passo será determinar a geometria da suspensão traseira. Como se referiu anteriormente, seguir-se-ão os mesmos pressupostos e teoria utilizados para a determinação da geometria da suspensão dianteira.

#### 5.7.4. Vista Frontal – Geometria da Suspensão Traseira

a) Estabelecer o Comprimento “*front view swing arm*” (fvsa)

Seguindo a mesma metodologia que a suspensão traseira, i.e. adoptando um fvsa dentro dos valores recomendados em (10), tem-se:

<i>Fvsa</i> - Suspensão Traseira do Carro ISEL
--

$fvsa = 2 * t_R = 2 * 1100 = 2200 \text{ mm}$
---

Tabela 5.25- Fvsa da Suspensão Traseira do Carro ISEL

b) Estabelecer a Localização da Altura do *Roll Center* ( $H_{RC}$ ) Determinar IC

Tendo em conta o que foi referido para a suspensão dianteira, considerar-se-á  $h_{RC}^R$  35% maior que o valor de  $h_{RC}^F$ . Sendo assim  $h_{RC}^R = 40.5 \text{ mm}$ .

c) Projecção de UBJ e LBJ até ao IC

Projectar linhas a partir de ambas as articulações esféricas (superior e inferior – UBJ e LBJ respectivamente) até ao IC. Estas linhas tornar-se-ão as linhas centro dos braços superior e inferior da suspensão.

d) Escolha dos Comprimentos dos Braços da Suspensão

Escolher o comprimento dos braços da suspensão para se obter a localização do ponto pivô interior. Os requisitos de acondicionamento anteriormente referidos, irão estabelecer o comprimento do braço inferior no entanto este deverá ser o mais longo possível. Por sua vez o comprimento do braço superior da suspensão em relação com o braço inferior, ajusta a forma da curva do camber Segundo Adams em (17), o comprimento da linha centro do braço superior da suspensão deverá ser entre 50% a 80% do braço inferior da suspensão.

O desenho da vista frontal da suspensão traseira, tendo em conta os parâmetros anteriormente definidos, foi também elaborado em SolidWorks. Assim todos os passos anteriores, referentes à suspensão traseira, encontram-se feitos na seguinte imagem:

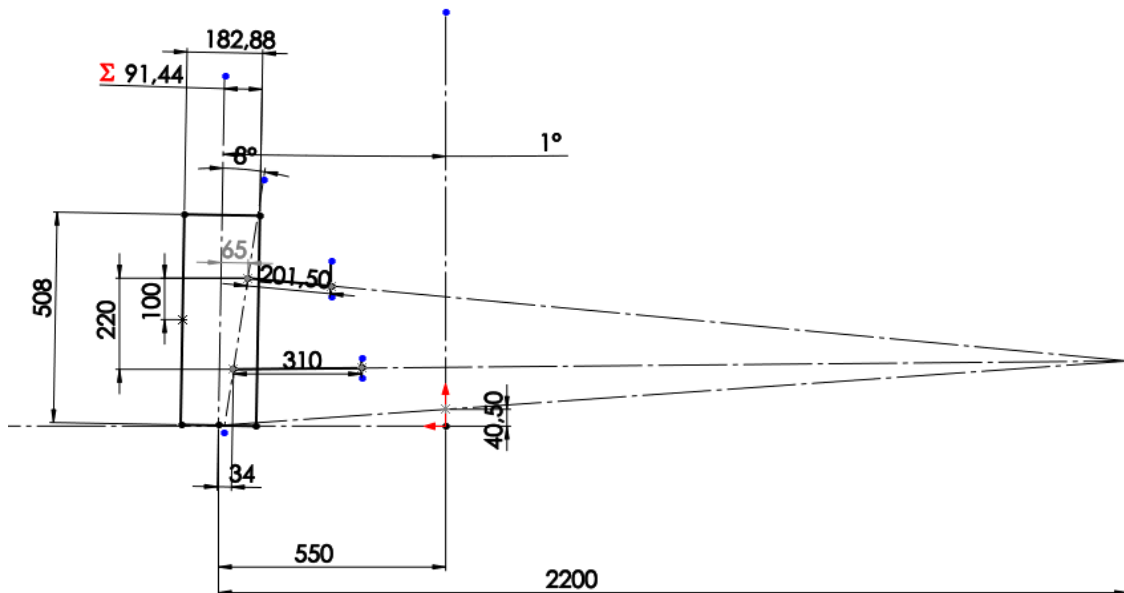


Figura 5.13 - Geometria Frontal 2D Roda Direita da Suspensão Traseira em SolidWorks

### 5.7.5. Vista Lateral – Geometria da Suspensão Traseira

Assim como para a vista lateral da geometria da suspensão dianteira, também para a vista lateral da geometria da suspensão traseira se teve a seguinte figura:

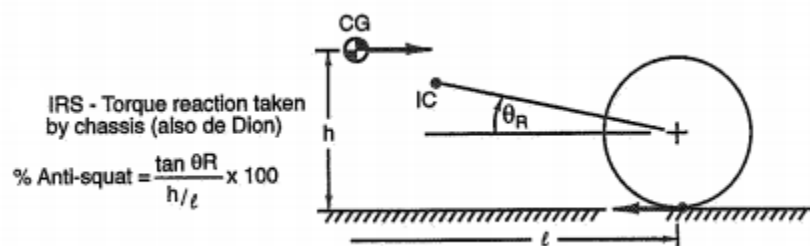


Figura 5.14 - Efeito *Anti-Squat* para Suspensões Traseiras do tipo Independentes

Todos os dados foram colocados na folha de mathcad que se apresenta no Apêndice 1 e procedeu-se aos cálculos, que culminaram na geometria desenhada em SolidWorks e que se apresenta na Figura 5.15.

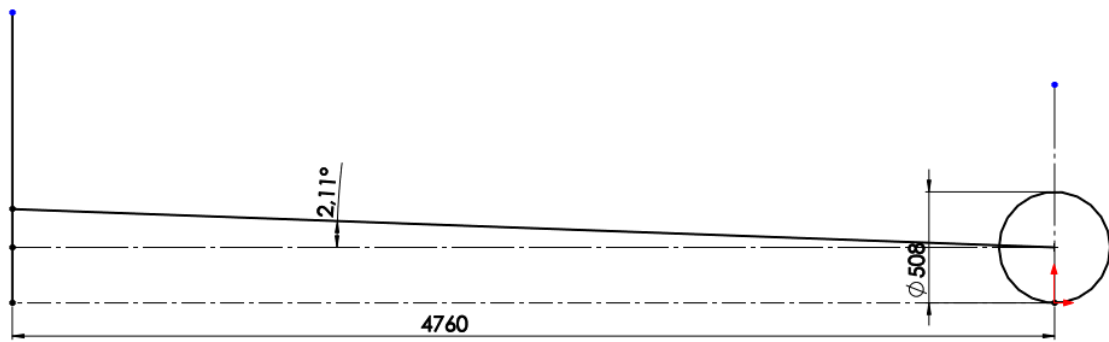


Figura 5.15 - Geometria Lateral 2D da roda direita da suspensão traseira em SolidWorks

### 5.7.6. Construção dos Eixos Pivôs Interiores da Suspensão Traseira do tipo SLA

Após todas as fases anteriores, e adotando-se a mesma metodologia que a suspensão dianteira obteve-se o seguinte resultado para a geometria da suspensão traseira:

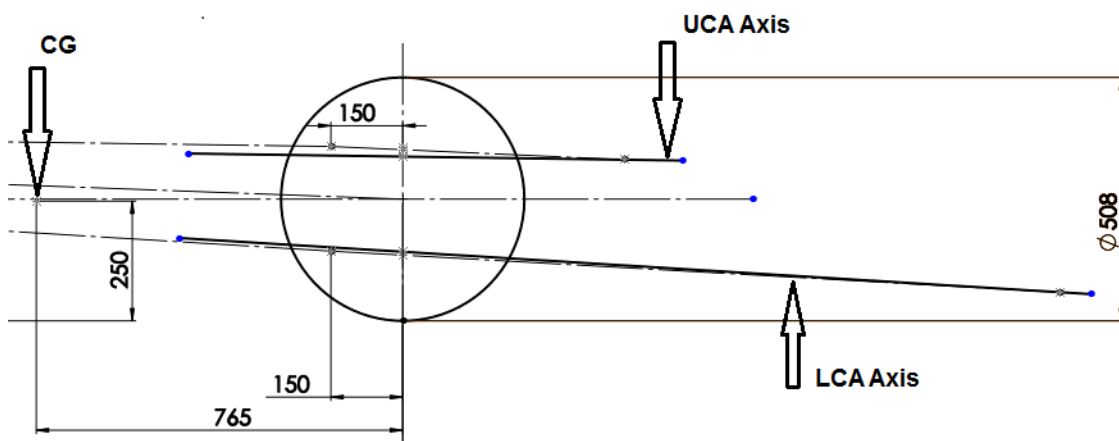
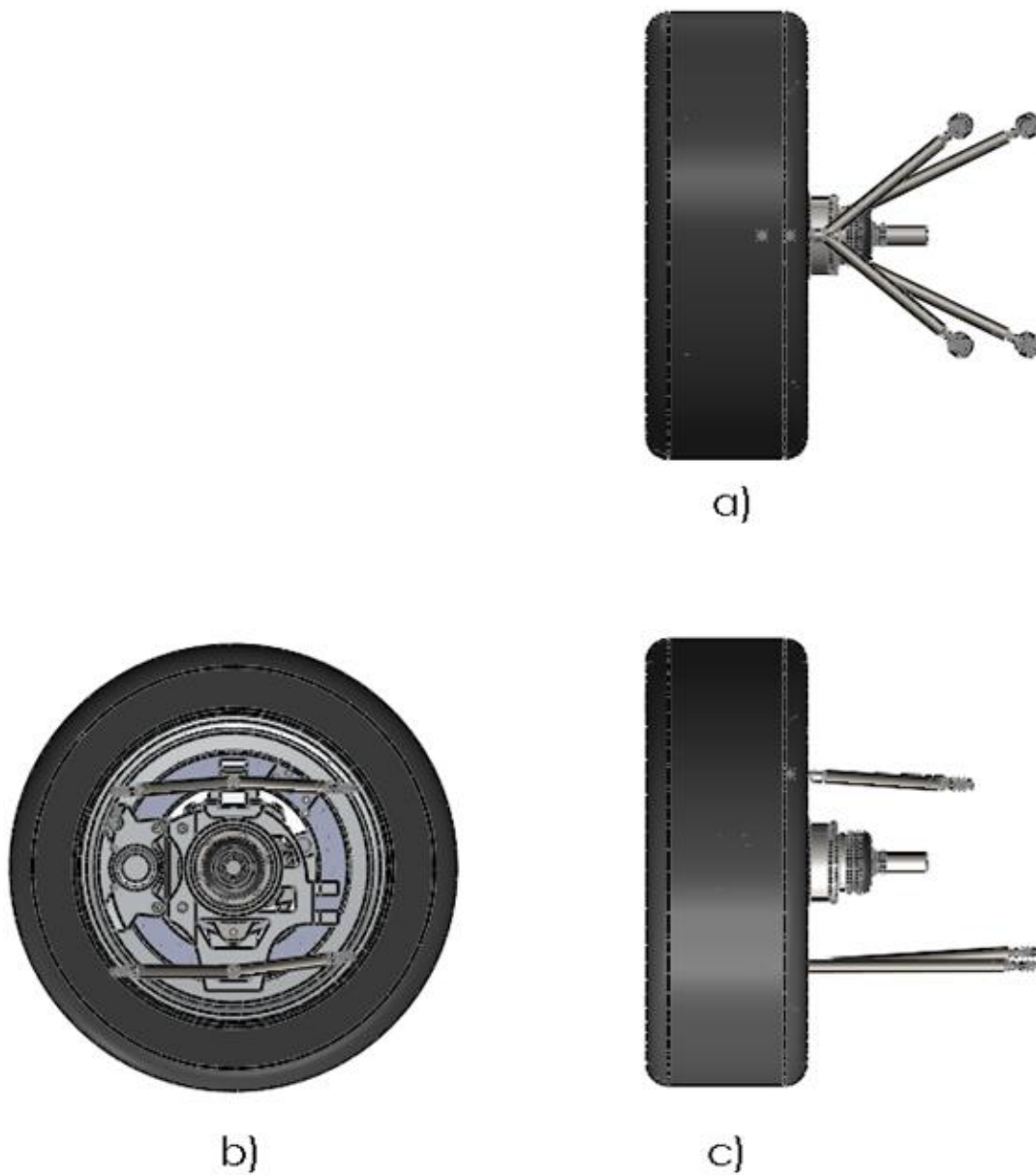


Figura 5.16 - Layout dos eixos pivôs interiores da roda direita da suspensão traseira em SolidWorks

Novamente com o auxílio do SolidWorks, modelou-se tridimensionalmente o conjunto roda direita mais respectivos triângulos da suspensão traseira. A Figura 5.17 ilustra a modelação.



**Figura 5.17 - Modelação tridimensional do conjunto roda direita mais respectivos triângulos da suspensão traseira - a) vista de cima, b) vista lateral direita, c) vista frontal**

Fica assim concluída a determinação da geometria da suspensão. As próximas etapas do presente projecto têm como finalidade determinar as propriedades das molas e dos amortecedores que serão aplicados no veículo

## 5.8. Dinâmica – Determinação da Rigidez das Molas

Existem dois parâmetros que fazem parte do cálculo na determinação da rigidez das molas: *Ride Rate* e *Roll Stiffness*. *Ride Rate*, de uma forma resumida, é a rigidez equivalente da suspensão e do pneu no modelo de 1 GDL ou modelo 1/8 de carro, Figura 5.18. *Roll Stiffness* (ou *Roll Rate*) é a rigidez à torção da suspensão.

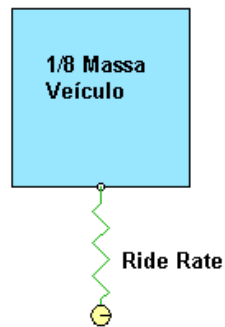


Figura 5.18 - Modelo 1/8 de Carro

O problema que o projectista enfrenta, é estabelecer os requisitos de *Ride Rate* para o carro em questão. Fundamentalmente, os requisitos de *Ride Rate* são baseados no peso que a roda apresenta num dado instante e no seu deslocamento permitido numa situação particular de competição.

Porém, existe uma interligação entre os pesos das rodas e a distribuição de *Ride Rate* e *Roll Stiffness*, pelo que o processo de determinação de um destes parâmetros é um problema típico de projecto sendo necessário inicialmente fazer-se uma estimativa de valores e verificar se os resultados obtidos se encontram dentro das especificações técnicas.

De seguida apresentam-se os procedimentos que se devem seguir para determinar a rigidez das molas. Este procedimento terá como base a Ref (29).

Sendo a presente fase maioritariamente de cálculo, irá ser elaborada na folha de mathcad que se apresenta no apêndice 1. Todas as decisões que se considerarem nesta etapa também se encontram no apêndice 1 anteriormente referido. Os resultados obtidos serão apresentados em tabelas.

### 5.8.1. Definição das Condições de Serviço

Neste passo, deverá ser definido as piores condições a que o carro será sujeito ao longo da competição, o que normalmente são situações de curvas. No caso do Formula Student, os piores casos ocorrerão durante o teste SkidPath e/ou no teste Tilt Table.

No caso de uma curva deverão ser definidos os seguintes parâmetros:

$\alpha$  – ângulo de inclinação da Estrada [Graus]

$R$  – Raio da curva medido horizontalmente [feet]

$V$  – velocidade do veículo [ft/sec]

Pode ser ainda definido, caso se pretenda, o binário do motor  $T_D$  e a aceleração longitudinal  $A_{xx}$ . No entanto, para o cálculo inicial deve ser feito para um estado estacionário, i.e.  $T_D = 0$  e  $A_{xx} = 0$ .

$$A_\alpha = \frac{V^2}{R}, [g] \quad (\text{Eq. 11})$$

$$A_Y = A_\alpha * \cos(\alpha) - \sin(\alpha), [g] \quad (\text{Eq. 12})$$

Onde:  $A_\alpha$  é a aceleração lateral na horizontal e  $A_Y$  é a aceleração lateral no sistema de eixos do carro.

O valor em módulo, de  $A_\alpha * \cos(\alpha)$  é maior que o valor também em módulo de  $\sin(\alpha)$ , como tal o peso das rodas exteriores à curva, aumentam (1).

A dedução matemática da Eq. 12 pode ser consultada nas páginas 685 à 688 da referência (1).

Como referido as condições de serviço a considerar, para se verificar mais adiante o deslocamento máximo que as rodas irão apresentar devido ao *Roll*, são as mesmas condições a que um veículo desta natureza se encontra sujeito nas provas de *Tilt Test* e de *SkidPad Test*.

É de notar que em algumas situações de travagens as condições poderão ser um tanto maior que as anteriores.

Segundo o regulamento de 2013 da Competição Formula Student, o raio de curva para o *SkidPad Test* é de 9,125m e segundo pesquisa efectuada (através da visualização de vídeos da mesma prova), chegou-se a um consenso para a velocidade do carro nesta prova de 10 m/s.

Assim sendo, o valor da aceleração lateral relativamente à terra e à curva (que poderia ser inclinada) são:

Condições de Serviço	
Parâmetros	Valor
$R$	9.125 m
$\alpha$	0°
$V$	10 m/s
$A_{\alpha}$	1.118 g
$A_Y$	1.118 g

Tabela 5.26 - Condições de Serviço para Cálculo da Rigidez das Molas

O que se pode notar, é que a aceleração com as condições inicialmente escolhidas, é menor que o valor a que o carro será sujeito durante o teste *Tilt Test*. Como tal, o valor a escolher para a aceleração será de 1.7 g requerido pelo *Tilt Test*, mais 0.3 g de segurança. Assim:

$$A_y = 2 G$$

### 5.8.2. Determinação de: *Ride Rate*, *Suspension Rate* e *Spring Rate* (Rigidez das molas)

No presente procedimento deverá ser especificado uma série de parâmetros. Alguns destes parâmetros poderão ser arbitrados após a consulta de determinadas referências ou escolhidos através da prática e *know-how*.

### 5.8.2.1. *Ride Rate*

Este parâmetro deriva de um outro parâmetro intrínseco ao veículo: *Body Bounce Frequency* ou *Ride Frequency*. Esta frequência é a frequência natural não amortecida da massa suspensa do veículo em *Ride* ou como foi descrito anteriormente, é a rigidez equivalente da suspensão e do pneu no modelo de 1 GDL. Deve ser escolhido um valor para esta frequência tanto para a dianteira como para a traseira.

Segundo (30), a *Ride Frequency* da suspensão dianteira não é igual à da suspensão traseira devido a alguns factores.

- Em carros de passageiros, onde o conforto é um aspecto bastante relevante e tem prioridade sobre a performance, o objectivo será reduzir o efeito de pitch induzido quando se passa sobre uma lomba. Isto leva a que se adopte uma maior frequência natural para a traseira do que para a dianteira. Este conceito irá permitir obter o que se designa por *Flat Ride*, e que significa que o efeito de pitch é minimizado quando se passa sobre uma lomba. Neste caso, deverá adoptar-se um valor para a frequência traseira de cerca 10 a 20% maior que a dianteira.
- Para os veículos de competição, tendo uma menor preocupação no que toca ao conforto e sendo projectados para o máximo de performance possível, utilizam-se maiores *Ride Frequencies* na suspensão dianteira. (nota: o valor alto de amortecimento utilizado neste tipo de veículos irá reduzir a oscilação resultante da passagem sobre lombas, e portanto contribuindo para um *Flat Ride*. A utilização de uma *Ride Frequency* maior na dianteira proporcionará um período transiente mais rápido na entrada de uma curva, menor variação da altura da massa suspensa na dianteira e permitirá uma melhor tracção das rodas traseira (RWD) à saída de uma curva.

Tanto a Referência (1) como a (30) fornecem valores de referência iniciais para as *Ride Frequency*. Estes valores encontram-se apresentados na Tabela 5.27 e Tabela 5.28.

<i>Ride Frequencies Aconselhadas - Ref (1)</i>	
Carros de Passageiros	0.5 a 0.8 Hz
Carros desportivos	1.2 a 1.5 Hz
Indy Car – 90's	1.6 a 2.0 Hz
Carros com elevado Downforce (e.g. F1)	2.0 + Hz

Tabela 5.27 - Ride Frequencies Aconselhadas - Ref (1)

<i>Ride Frequencies Aconselhadas – Ref (30)</i>	
Carros de Passageiros	0.5 a 1.5 Hz
Carros desportivos e do tipo Formula	1.5 a 2.0 Hz
Carros com elevado Downforce (e.g. F1)	3.0 a 5.0+ Hz

Tabela 5.28 - Ride Frequencies Aconselhadas - Ref (30)

Após a escolha das *Ride Frequencies* tanto para o eixo dianteiro como para o eixo traseiro, calcula-se o valor de *Ride Rate*.

$$f_{nf} = \frac{1}{2\pi} * \sqrt{\frac{K_{Rf}}{M_f}} , [Hz] \quad (\text{Eq. 13})$$

$$f_{nr} = \frac{1}{2\pi} * \sqrt{\frac{K_{Rr}}{M_r}} , [Hz] \quad (\text{Eq. 14})$$

$$K_R = (2 * \pi * f_n)^2 * M , [Hz] \quad (\text{Eq. 15})$$

Onde:  $f_n$  – *Body Bounce Frequency (Ride frequency)* [Hz],  $K_R$  – *Ride Rate*  $[\frac{N}{m}]$ ,  
M – Massa suspensa a dividir por 2 [kg]

Utilizando toda a informação anteriormente enunciada, considerando que o veículo terá um body com uma linha que proporcionará uma performance aerodinâmica satisfatória (*Downforce*), não esquecendo que a suspensão dianteira deverá ter um valor maior de *Ride Frequency* que a suspensão traseira em carros de competição e seguindo a mesma analogia que em carros de passageiros, considerou-se um valor para a

frequência dianteira entre 10% a 20% maior que a frequência traseira. Adoptar-se-á os seguintes valores:

<i>Ride Frequency</i> Carro ISEL - Hz	
Parâmetros	Valor
$f_{nf}$	2.5
$f_{nr}$	2.25

Tabela 5.29 - *Ride Frequency* da suspensão dianteira e suspensão traseira do carro ISEL

Com os parâmetros acima definidos, obtém-se então os valores de *Ride Rate*.

<i>Ride Rate</i> Carro ISEL	
Parâmetros	Valor
$K_{Rf}$	12450 N/m
$K_{Rr}$	12330 N/m

Tabela 5.30 - *Ride Rate* da suspensão dianteira e suspensão traseira do carro ISEL

### 5.8.2.2. *Suspension Rate* (Rigidez da Suspensão)

O próximo passo será adicionar o efeito da rigidez vertical do pneu (Tire vertical Spring rate) para se obter o valor de *Suspension Rate* (*Wheel Center Rate* ou Rigidez da Suspensão).

$$\frac{1}{K_S} = \frac{1}{K_R} - \frac{1}{K_T}, \left[ \frac{m}{N} \right] \quad (\text{Eq. 16})$$

$$K_S = \frac{K_R \cdot K_T}{K_T - K_R}, \left[ \frac{N}{m} \right] \quad (\text{Eq. 17})$$

Onde:  $K_S$  – *Suspension Rate* (*Wheel Center Rate*)  $\left[ \frac{N}{m} \right]$ ,  $K_R$  – *Ride Rate*  $\left[ \frac{N}{m} \right]$ ,  $K_T$  – *Tire Spring Rate*  $\left[ \frac{N}{m} \right]$ .

O que é realizado nesta fase é então a integração no sistema da rigidez vertical do pneu, através da combinação em série com a mola que actuava unicamente entre a massa suspensa e o chão (ver Figura 5.19), passando agora o modelo a designar-se modelo ¼ de carro.

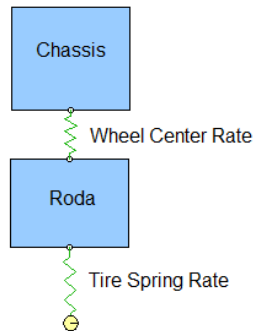


Figura 5.19- *Wheel Center Rate* e *Tire Spring Rate* – Modelo ¼ de carro

Tendo em consideração os valores da rigidez vertical dos pneus apresentados na Tabela 5.6 e Tabela 5.7 do presente projecto, foram calculados os valores (Apêndice 1) de *Suspension Rate*, os quais se encontram na Tabela 5.31.

<i>Suspension Rate</i> – Carro ISEL	
Parâmetros	Valor
$K_{Sf}$	13490 N/m
$K_{Sr}$	13250 N/m

Tabela 5.31- *Suspension Rate* da suspensão dianteira e suspensão traseira

### 5.8.2.3. *Spring Rate* (Rigidez das Molas)

No presente passo pretende-se fazer o cálculo da rigidez das molas que serão utilizadas no veículo. É necessário ter em conta o valor do Installation Ratio (IR).

$$K_{SPR} = \frac{K_S}{(IR)^2}, \left[ \frac{N}{m} \right] \quad (\text{Eq. 18})$$

Deve considerar-se nesta fase o valor de 1 para o IR. Note-se que quando a suspensão estiver totalmente modelada, é possível verificar o valor real de IR. Através do software de modelação computacional (e.g. SolidWorks). Segundo (1), este é o método mais adequado para se determinar o IR uma vez que não se tem a suspensão construída.

<i>Spring Rate (Rigidez das Molas) – Carro ISEL</i>	
Parâmetros	Valor
$K_{SPRf}$	13490 N/m
$K_{SPRr}$	13250 N/m

Tabela 5.32 - Rigidez das molas do carro ISEL

### 5.8.3. Determinação do *Roll Stiffness*

No presente passo e depois de calculados os valores da rigidez das molas, verificar-se-á se o deslocamento da roda quando o veículo é sujeito ao *Roll* se encontra dentro do valor máximo especificado anteriormente na Tabela 5.15.

#### 5.8.3.1. *Roll Stiffness*

Aplicando a Eq. 19 obtém se os valores de *Roll Stiffness* dianteiro e traseiro presentes na Tabela 5.33. A dedução matemática da Eq. 19 encontra-se no apêndice 2.

$$K_{\phi} = 0.5 * K_{SPR} * t^2, \left[ \frac{Nm}{rad} \right] \quad (\text{Eq. 19})$$

Onde: t – largura do eixo (m)

<i>Roll Stiffness – Carro ISEL</i>	
Parâmetros	Valor
$K_{\phi f}$	9716 Nm/rad
$K_{\phi r}$	8017 Nm/rad

Tabela 5.33 - *Roll Stiffness* carro ISEL

### 5.8.3.2. Roll Gradient (Roll Flexibility)

Tendo por base o conjunto de equações que vai desde a Eq. 20 à Eq. 24, obtém-se o Gráfico 5.1 que representa os graus de rotação do veículo em função da aceleração lateral do carro em G's.

$$R_{\phi} = \frac{\left(\frac{W_T}{g}\right) * h_i}{(K_{\phi f} + K_{\phi r} - W_t * h_i)}, \left[\frac{rad}{g}\right] \quad (\text{Eq. 20})$$

$$\text{Roll moment arm} = h_i = h_{CG} - h_{ra}, [mm] \quad (\text{Eq. 21})$$

$$h_{ra} = \frac{B * h_f + A * h_r}{l}, [mm] \quad (\text{Eq. 22})$$

$$A = l * (\% \text{ peso traseira}), [mm] \quad (\text{Eq. 23})$$

$$B = l * (\% \text{ peso dianteira}), [mm] \quad (\text{Eq. 24})$$

Nota:  $W_T$  inclui o peso com o piloto. O Roll Gradient costuma-se apresentar nas seguintes unidades  $\left(\frac{deg}{g}\right)$ .

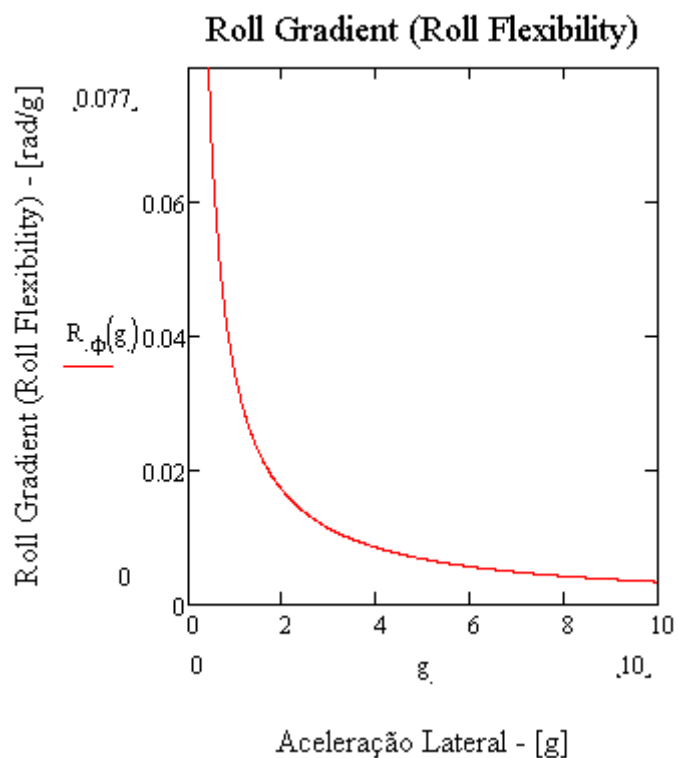


Gráfico 5.1 - Roll Gradient em função da aceleração lateral do veículo

Do Gráfico 5.1 e de todos os cálculos efectuados neste passo retiram-se os seguintes valores:

<i>Roll Gradient</i> – Carro ISEL	
Parâmetros	Valor
<b><i>A</i></b>	680 mm
<b><i>B</i></b>	1020 mm
<b><i>h<sub>ra</sub></i></b>	0.034 m
<b><i>h<sub>i</sub></i></b>	0.216 m
<b><i>R<sub>φ</sub>(1)</i></b>	1.952 deg/g

Tabela 5.34 - Valores de *Roll Gradient* do carro ISEL

É possível fazer os seguintes comentários aos resultados obtidos:

- Verifica-se através do Gráfico 5.1 que o *Roll Gradient* diminui à medida que a aceleração lateral do veículo aumenta. Isto deve-se ao facto de haver menos transferência de peso à medida que a aceleração aumenta, como tal menos *body roll*.
- O valor de *Roll Gradient* resultante dos parâmetros definidos anteriormente é cerca de 1.95 deg/g. Em (1), é apresentada a uma tabela (aqui designada por Tabela 5.35) onde se mostra valores típicos de *Roll Gradient* consoante o tipo de veículo. Verifica-se que os valores obtido para o carro ISEL apenas varia em 0.45 deg/g quando comparado com os valores de *Roll Gradient* apresentados na Tabela 5.35 para veículos de competição, concluindo-se assim que o carro exibirá um bom comportamento ao *Roll*. No entanto, uma redução deste valor será sempre uma vantagem e melhoria para a dinâmica do veículo.

Valores Típicos de Roll Gradients	
Type of suspension	Roll Gradient (deg / g.)
Very Soft – Economy and basic family transportation, both domestic and import, pre-1975	8.5
Soft – Basic family transportation, domestic and import, after 1975	7.5
Semi-Soft – Contemporary middle-market sedans, domestic and import	7.0
Semi-Firm – Imported sport sedans	6.0
Firm – Domestic sport sedans	5.0
Very Firm – High performance domestic, such as Camaro Z-28 and Firebird Trans Am.	4.2
Extremely Firm – Contemporary very-high performance sports, such as Corvette, and street cars extensively modified to increase roll stiffness	3.0
Hard – Racing cars only	1.5
Active Suspension – Servo-controlled roll stiffness. Roll-in, zero-roll, and roll-out all possible.	-

Tabela 5.35 - Valores típicos de *Roll Gradient* – Ref (1)

### 5.8.3.3. Deslocamento máximo da roda devido ao *Roll*

Este passo completa assim os cálculos para a rigidez das molas verificando se o veículo apresentará a especificação de deslocamento da roda previamente determinado. Recorde-se que anteriormente, na Tabela 5.15, foram definidos valores teóricos para o deslocamento máximo admissível da roda.

$$\phi = A_Y * R_\phi, [deg] \quad (\text{Eq. 25})$$

$$\Delta z_w = 0.5 * t * \sin \phi, [m] \quad (\text{Eq. 26})$$

Onde  $\Delta z_w$  é o valor do deslocamento da roda quando sujeito a um roll devido a uma aceleração  $A_Y$ . Este valor de deslocamento deve ser comparado com o valor máximo admissível especificado anteriormente.

Os valores atingidos para o deslocamento máximo da roda (i.e. *bound* e *rebound*), resultantes das condições de serviço estabelecidas na Tabela 5.26 são:

<i>Deslocamento máximo calculado</i>	
Parâmetros	Valor
$\Delta z_{wf}$	41 mm
$\Delta z_{wr}$	37 mm

Tabela 5.36 - Deslocamento máximo das rodas do carro ISEL

Como é possível analisar, consegue-se atingir um valor menor de deslocamento da roda (dianteira e traseira) relativamente ao especificado anteriormente na Tabela 5.15. Tal situação é desejável pois, apesar do veículo raramente andar nas condições de serviço indicadas, garantir-se-á que o chassis do veículo nunca entrará em contacto com o solo, garantindo-se assim também um dos pontos do regulamento da competição de 2013 da Formula Student (Artigo 6 – T6.2).

Fica assim terminado todo o procedimento 5.8. Como nota final antes de iniciarse o cálculo das propriedades do amortecedor, é de realçar que todo o cálculo efectuado em todos os passos anteriores são para um carro ideal, i.e. um carro que tem o chassis completamente rígido (especialmente à torsão), e que não tem qualquer deformação nos

pontos pivôs, braços, etc. No entanto, os cálculos ilustram a interligação entre os vários elementos da suspensão. Nota: Neste projecto não se contempla as barras *Anti Roll*. No futuro será avaliado as vantagens e desvantagens da sua colocação no veículo.

## 5.9. Dinâmica – Determinação dos Amortecedores

Com o cálculo da rigidez das molas anteriormente executado, a presente fase tem como objectivo verificar qual a resposta da suspensão para diferentes valores de amortecimento e determinar qual o amortecimento óptimo.

Segundo a Ref (1), é necessário fazer-se um compromisso na determinação do amortecedor, uma vez que este irá funcionar entre a massa suspensa e a massa não suspensa (e como tal, conforto e controlo). Como se trata de uma aplicação para corrida, deve-se determinar um amortecedor que garanta um melhor controlo em detrimento do conforto.

Para um veículo de competição, o factor de amortecimento ( $\zeta$ ) deverá ser mais elevado do que para um veículo de passageiro. Para um controlo preciso do veículo, especialmente a elevadas velocidades, a vibração (também designada por “float”) é inaceitável em carros de competição. Veja-se na Figura 5.20, a variação da vibração/float com o aumento do factor de amortecimento.

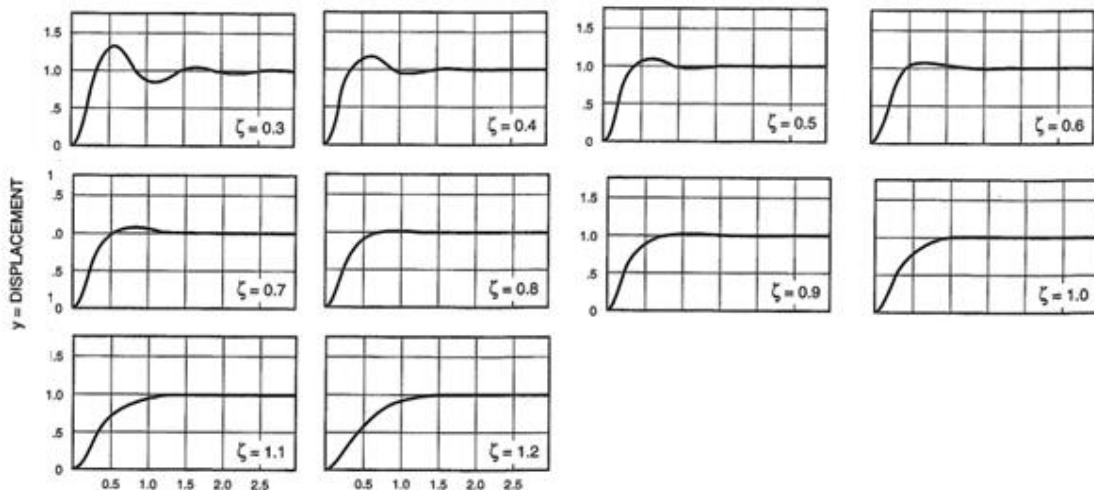


Figura 5.20 - Variação do factor de amortecimento – imagem adaptada de Ref (1)

### 5.9.1. Factor de Amortecimento

Segundo (31), determinar o factor de amortecimento que melhor se adapte aos nossos objectivos trata-se sobretudo de um compromisso onde se pretende minimizar tanto o tempo de resposta até ao equilíbrio como os deslocamentos até ao equilíbrio.

A Figura 5.21 ilustra o efeito do amortecimento na resposta de um sistema de um grau de liberdade.

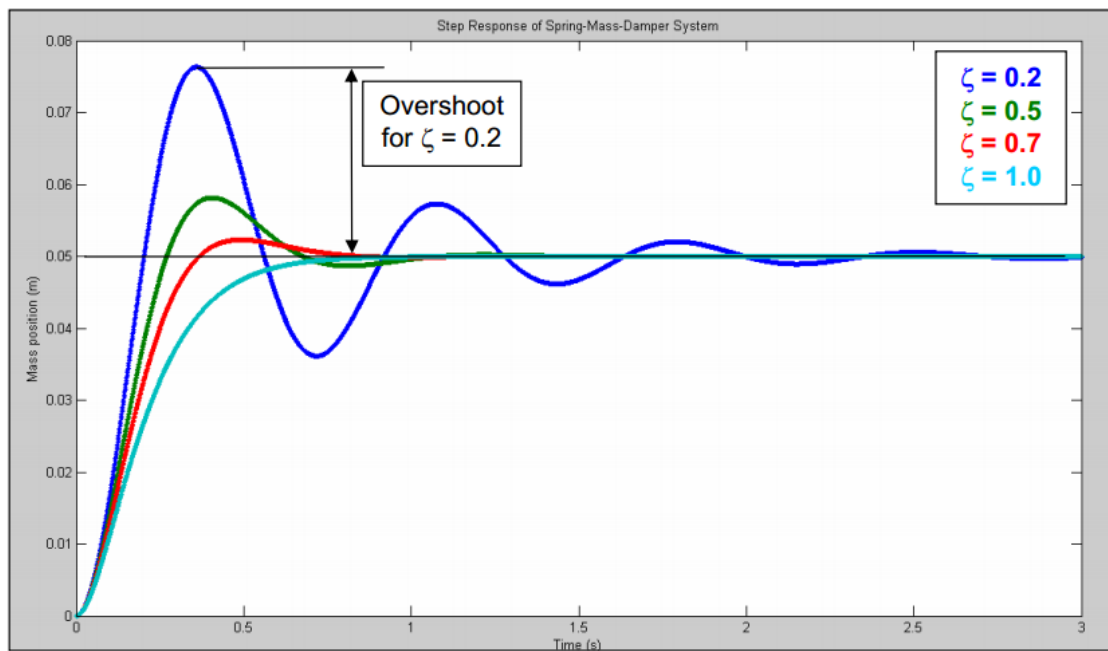


Figura 5.21 - Efeito do factor de amortecimento na massa do sistema - Ref (32)

Em conformidade com a Ref (1), (32) refere que para veículos de passageiros o factor de amortecimento aconselhado é de 0.25, valor que é menor quando comparado com os utilizados em carros de competição (0.65 até 0.7).

## 5.9.2. Transmissibilidade

Uma das mais importantes definições na verificação da dinâmica do veículo é o parâmetro da transmissibilidade que deverá ser analisada detalhadamente e que é fulcral que se entenda.

Segundo (33), a transmissibilidade (TR) é a relação entre as amplitudes de saída com as de entrada (Eq. 27). No caso do veículo e de um modelo de 1 GDL massa mola amortecedor, as amplitudes de entrada são as alturas das irregularidades da estrada e a nossa saída é o movimento vertical da massa suspensa do veículo (Figura 5.22).

$$TR = \frac{\text{output amplitude}}{\text{input amplitude}} \quad (\text{Eq. 27})$$

A transmissibilidade é uma função da frequência a que o veículo estará sujeito. Sabe-se que quando se passa por uma imperfeição na estrada, a resposta do veículo irá ser diferente se as velocidades a que se encontra o veículo forem diferentes.

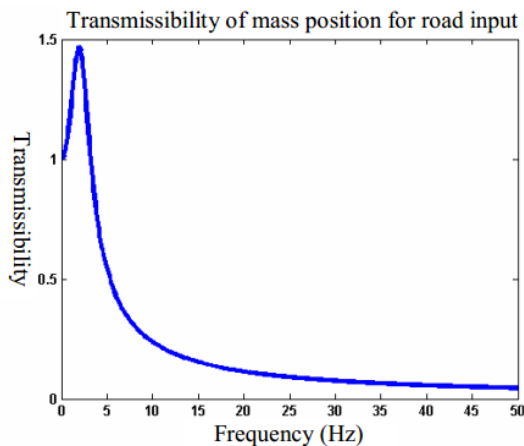


Figura 5.22 - Transmissibilidade de um sistema de 1 GDL - Ref (33)

Como o objectivo principal é maximizar a aderência das rodas ao solo, há que minimizar o movimento vertical do veículo (*body bounce resonance*) (33), isto para que exista o menos *'float'* possível (1) garantindo então uma menor variação de carga na superfície de contacto do pneu com o solo.

Assim, tendo em mente que a transmissibilidade varia com o amortecimento e analisando a Figura 5.23 podem tirar-se as conclusões que de seguida se apresentam.

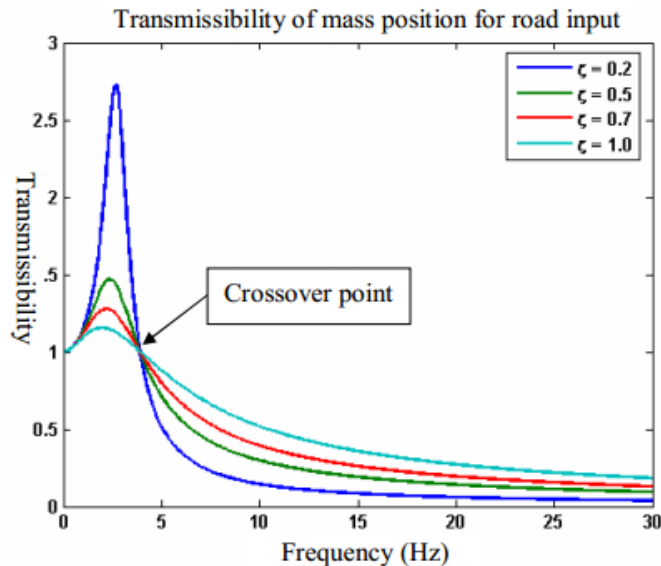


Figura 5.23 - Transmissibilidade para diferentes factores de amortecimento - Ref (33)

- A baixas frequências, se se aumentar o amortecimento consegue-se uma redução das amplitudes de vibração na frequência natural não amortecida da massa suspensa do veículo (*Body Bounce Frequency*). Assim torna-se realmente favorável ter um amortecimento elevado a baixas frequências.
- No entanto, verifica-se que a partir da frequência *Frequência de Ressonância* \*  $\sqrt{2}$  Hz (ponto designado de Crossover point na figura), é desejável ter-se valores de amortecimento mais baixos para a gama de altas frequências (garantindo uma menor gamas de amplitude próximas da frequência natural não amortecida da massa não suspensa do veículo ou *Wheel Hop Frequency*).

Como tal, e sendo que a gama de baixas frequências corresponde a uma velocidade baixa de amortecimento, e que a gama alta corresponde a uma velocidade alta de amortecimento, verifica-se que é desejável analisar o veículo para dois regimes de funcionamento: Baixa Velocidade e Alta velocidade. Este conceito é muito importante para a determinação da curva base dos amortecedores.

### 5.9.3. Amortecedor para Veículos do Tipo Formula

A maioria dos veículos na competição Formula Student utiliza amortecedores projectados para bicicletas de montanha devido ao seu reduzido preço e tamanho. Porém, grandes fabricantes de amortecedores, como a Ohlins, têm actualmente uma série de produtos destinados exclusivamente à competição FSAE.

Os amortecedores de um veículo deste tipo está sujeito a dois tipos de *inputs*:

- De baixa frequência e com grande amplitude, devido à transferência de peso à medida que o veículo percorre o circuito.
- De alta frequência e com baixa amplitude, devido aos correctores e outras imperfeições da superfície.

Todos os amortecedores podem ser ajustáveis através de variadíssimos mecanismos que controlam o fluido interno e como tal em veículos de competição, é comum encontrarem-se mecanismos de ajustes fáceis (maioritariamente ajustes por *clicks*) que alteram as características de amortecimento (Figura 5.24 ).

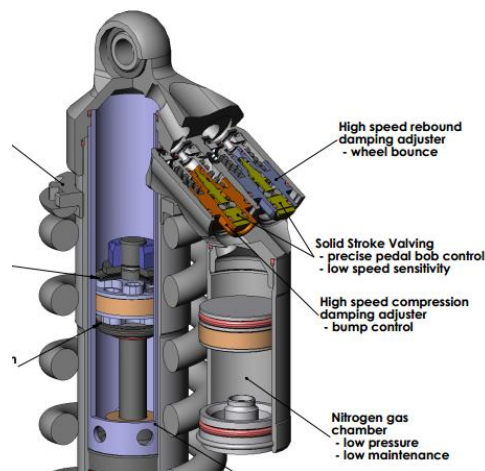


Figura 5.24 - Amortecedor Ohlins Cane Creek DB-1

Antes de se poder projectar um amortecedor (i.e. obter a respectiva curva de força vs. velocidade), há que compreender inicialmente como é que os modos de operação do amortecedor afectam o veículo e qual é o parâmetro óptimo do amortecedor nesses mesmos respectivos modos.

### 5.9.4. Influência dos Amortecedores na Dinâmica do Veículo

Os amortecedores, como referido anteriormente, têm dois modos principais de operação, alta velocidade (velocidade do pistão interno  $> 2 \frac{in}{s}$ ) e baixa velocidade (velocidade do pistão interno  $< 2 \frac{in}{s}$ ), Ref (34).

A maioria dos movimentos de *Roll*, *Pitch* e *Yaw* fazem actuar os amortecedores no seu regime de baixa velocidade. Por sua vez, os *inputs* que as rodas fazem com que os amortecedores operem no regime de alta velocidade.

Na verdade, o que se pretende é tentar utilizar o amortecedor para controlar o movimento em 4 áreas distintas:

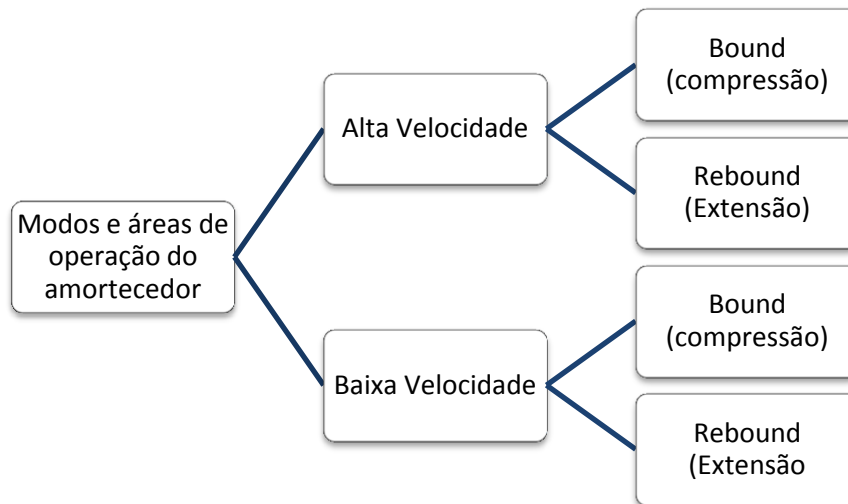


Figura 5.25 - Modos e áreas de operação do amortecedor

Ao verificar-se qual é a resposta do veículo em cada um dos modos acima referidos, é possível criar-se uma curva base do amortecedor que se adequa mais ao veículo em causa.

Tanto o regime de alta como o de baixa velocidade afectam o amortecimento na direcção de compressão e extensão e como tal é possível caracterizar quatro coeficientes lineares de amortecimento ( $CC_L$ ,  $CC_H$ ,  $CE_L$ ,  $CE_H$ ), que irão descrever a curva base do

amortecedor, i.e. curva de Força vs. Velocidade (Figura 5.26). Isto proporcionará uma boa aproximação inicial do comportamento do amortecedor.

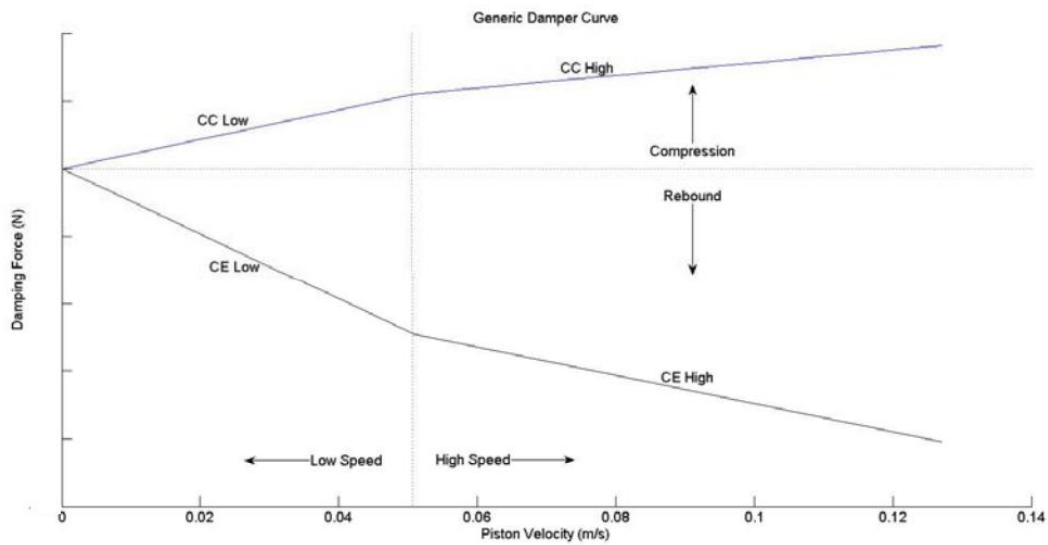


Figura 5.26 - Curva Genérica de Força vs. Velocidade de um amortecedor - Ref (34)

### 5.9.5. Regime de Baixa Velocidade

Este regime é responsável por controlar os movimentos da massa suspensa, em primeiro lugar devido aos *inputs* do condutor. Quando o piloto executa uma manobra, tal como curvar no início de uma curva, o veículo necessita de tempo para se ajustar à nova posição. Este tempo de ajuste designa-se de período transiente.

Com o intuito de se maximizar a *performance* do veículo, é importante que se reduza este tempo transitório. Para tal, utilizam-se os amortecedores que garantem um controlo do veículo nestas condições. Qualquer que seja o veículo, um amortecedor duro fará com que a resposta do veículo seja mais demorada para uma determinada condição, podendo nunca se atingir um estado estacionário e dificultando o controlo do carro.

Para se verificar a dinâmica do veículo nesta gama de velocidade, utilizar-se um modelo massa mola amortecedor (1GDL) - Figura 5.27, designado modelo 1/8 (11).

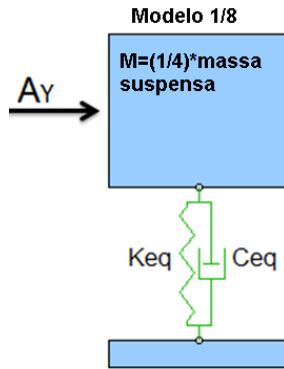


Figura 5.27 - Modelo 1/8

Para este modelo e segundo (34), considera-se que o carro é simétrico em relação ao centro de gravidade, que a força de amortecimento é proporcional à velocidade (esta força será então considerada igual para a compressão e extensão), e por último considera-se que a massa não suspensa do veículo é desprezável (isto porque em condições de baixa velocidade, assume-se que o veículo está a ser conduzido numa superfície plana e lisa). Assumir que as molas estão em equilíbrio estático.

Tanto para a dianteira como para a traseira, deverá ser feita uma análise deste tipo. Eis os passos que se devem seguir para uma análise completa no presente regime.

#### 5.9.5.1. Resposta do Sistema de Suspensão

Considera-se que as molas estão em equilíbrio estático quando se dá a aplicação da força e que a massa deste sistema é forçada por uma força do tipo degrau, simulando assim a transferência de peso numa situação de curva do veículo (i.e. *Roll*).

Segundo (35), a resposta de um sistema massa mola com amortecimento de 1 GDL quando excitado por uma força do tipo degrau unitário (excitação esta que e.g. é sentida num veículo quando este se encontra a uma velocidade constante e numa curva), é mostrada na Figura 5.28.

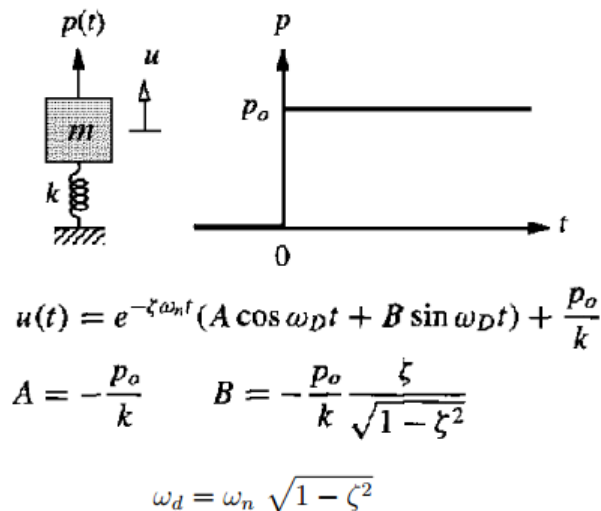


Figura 5.28 - Resposta do sistema de 1GDL excitado por uma força tipo degrau - Ref (35)

Deve-se então obter a resposta do sistema para os valores de  $\zeta$  iguais a 0.01 (amortecimento nulo), 0.65 e 0.7 (boa aproximação segundo (33)) e por fim um factor de amortecimento igual a 1 (amortecimento critico).

Nota: O valor da resposta obtido neste passo poderá ser convertido para unidade angular através do IR, ou deixado em função deste.

### 5.9.5.2. Resposta do Sistema de Suspensão – Amortecedores Dianteiros

Considerando a mesma aceleração das condições de serviço consideradas na Tabela 5.26, consegue-se prever o valor da força do tipo de degrau unitário que excitará a massa suspensa.

No presente cálculo, considera-se que a rigidez equivalente é igual à rigidez da mola, que o amortecimento equivalente é igual ao amortecimento e que a frequência natural amortecida é igual à não amortecida, devido ao layout escolhido para a suspensão (Push-rod - Rocker).

Tendo por base os valores da Tabela 5.37 e a Figura 5.28, obtém-se as respostas do sistema de suspensão dianteira para 4 valores diferentes de amortecimento, representadas no Gráfico 5.2 .

<i>Parâmetros dianteiros para baixa velocidade – Carro ISEL</i>	
Parâmetros	Valor
$P_{oF}$	1978 N
$w_{nf}$	11.564 rad/s

Tabela 5.37 - Parâmetros dianteiros para baixa velocidade – Carro ISEL

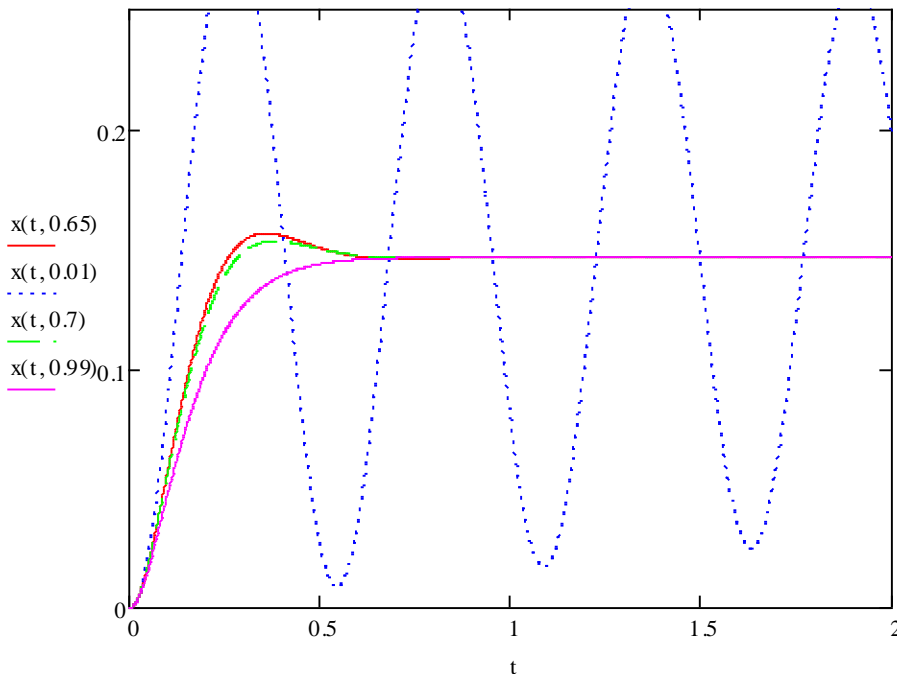


Gráfico 5.2 - Resposta da suspensão dianteira do veículo no Regime de Baixa Velocidade para diferentes valores de zeta - em função de IR

Como seria de esperar, à medida que o amortecimento aumenta, verifica-se uma menor variação do *Roll* durante o período transiente até se atingir a posição de equilíbrio.

Segundo a Ref (33), um bom valor de amortecimento de base para este regime poderá ser de  $0.65 \leq \xi \leq 0.7$ . Porém, é sabido que o valor ideal de amortecimento é

aquele que garante uma resposta com o mínimo de *overshoot* / sobre impulso num menor tempo possível até ao equilíbrio.

### 5.9.5.3. Determinação de $\zeta$ Ótimo

Segundo (32), o valor ideal do facto de amortecimento é aquele que garante uma resposta com o mínimo de *overshoot* / sobreimpulso num menor tempo possível até ao equilíbrio.

Uma boa abordagem para se obter o valor ideal é a que se apresenta de seguida:

- a) Para  $\zeta = 0.01$  retirar o tempo a que se atinge a posição de equilíbrio  $T_{m\acute{a}x}$  (este será o tempo máximo que o sistema irá ter antes de chegar ao equilíbrio – pior situação). Retirar também o valor da média dos deslocamentos obtidos com este valor de factor de amortecimento  $D_{m\acute{a}x}$  (Será também a pior situação onde iremos ter o maior deslocamento da massa suspensa).

$$\text{Fórmula genérica para média dos deslocamentos} = \left| \int_0^t u(t) dt \right| \quad (\text{Eq. 28})$$

- b) Para  $\zeta = 1$  retirar o tempo a que se atinge a posição de equilíbrio  $T_{min}$  (Considera-se o tempo mínimo que o sistema irá ter antes de chegar ao equilíbrio – melhor situação). No entanto este caso não será aquele em que permite obter um menor valor da média dos deslocamentos, pelo que é necessário calcular a média para cada valor de zeta (incrementos de 0.05 em 0.05 para facilitar o cálculo). Verificar qual zeta que garante menor deslocamento.

$\zeta$	T	D

- c) Normalização de Valores e Obtenção dos respectivos dois gráficos normalizados

Fazer a seguinte Normalização de valores:

$$\zeta = 0.01 \rightarrow \begin{cases} D_{m\acute{a}x} \rightarrow D_{normalizado} = 1 \\ T_{m\acute{a}x} \rightarrow T_{normalizado} = 1 \end{cases}$$

$$\zeta = 1 \rightarrow \begin{cases} D \rightarrow D_{normalizado} = X \\ T_{min} \rightarrow T_{normalizado} = 0 \end{cases}$$

$$\zeta = Z \rightarrow \begin{cases} D_{min} \rightarrow D_{normalizado} = 0 \\ T \rightarrow T_{normalizado} = Y \end{cases}$$

d) Traçar Curva óptima ( $T_n + Dn$ ) em função de  $\zeta$ . Escolher  $\zeta = \min (T_n + Dn)$

e) Conversão de  $\zeta$  para  $C$ , ficando assim obtido o valor de coeficiente de amortecimento  $C_L$ .

#### 5.9.5.4. Determinação de $\zeta$ Óptimo – Amortecedores Dianteiros

Procedeu-se ao cálculo do amortecimento óptimo para esta situação tendo em conta o que foi citado anteriormente.

O valor obtido de amortecimento óptimo, i.e. aquele que tem um valor mínimo da soma dos valores normalizados, é apresentado na Tabela 5.38. Verifica-se que se distancia 0.15 do valor aconselhado por (33).

<i>Amortecimento óptimo da suspensão dianteira no regime de baixa velocidade – Carro ISEL</i>	
Parâmetros	Valor
$\xi_{FLopt}$	0.85
$C_{FLopt}$	1984 N*s/m

Tabela 5.38 - Amortecimento óptimo da suspensão dianteira no regime baixa velocidade – Carro ISEL

#### 5.9.5.5. Resposta do Sistema de Suspensão – Amortecedores Traseiros

Todas as considerações feitas anteriormente para os amortecedores dianteiros, são válidas também para os amortecedores traseiros, sendo a metodologia de cálculo utilizada anteriormente a mesma para a presente fase do projecto.

<i>Parâmetros traseiros para baixa velocidade – Carro ISEL</i>	
Parâmetros	Valor
$P_{oR}$	2417 N
$w_{nr}$	10.365 rad/s

Tabela 5.39 - Parâmetros traseiros para baixa velocidade - Carro ISEL

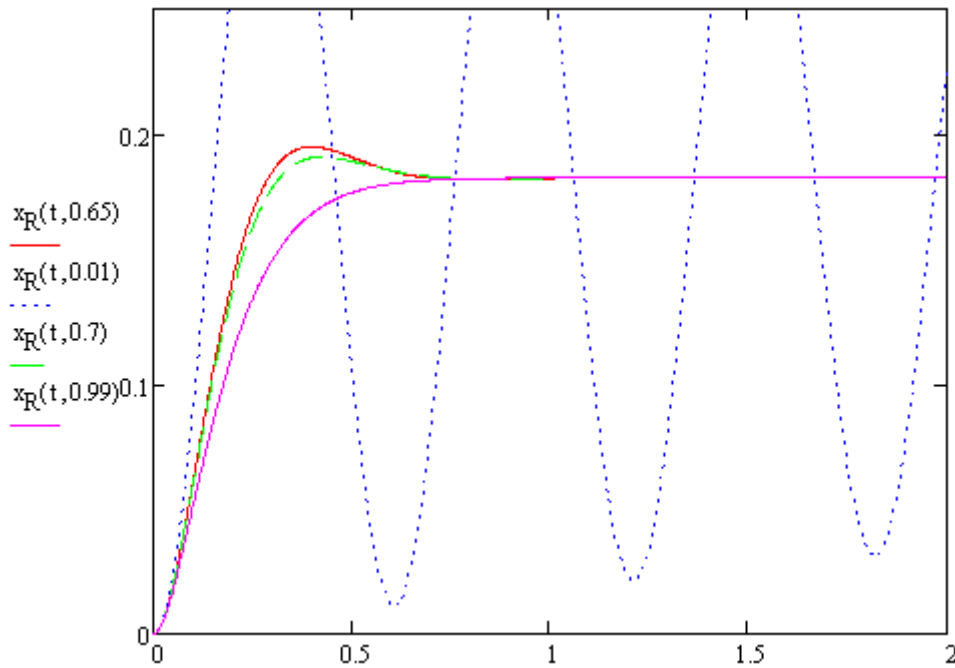


Gráfico 5.3 - Resposta da suspensão traseira do veículo no Regime de Baixa Velocidade para diferentes valores de zeta - em função de IR

Tal como na dianteira observa-se uma diminuição da resposta ao *Roll* do veículo até à posição de equilíbrio à medida que se aumenta o factor de amortecimento.

Verifica-se que os valores obtidos na traseira são mais elevados uma vez que a força que actua na suspensão traseira é maior. Isto deve-se ao facto de a maior parte do peso do veículo se encontrar na parte traseira do mesmo.

### 5.9.5.6. Determinação de $\xi$ óptimo – Amortecedores Traseiros

Os cálculos para os amortecedores traseiros, executados com o mesmo procedimento que para os amortecedores dianteiros, encontram-se apresentados na

<i>Amortecimento óptimo da suspensão traseira no regime de baixa velocidade – Carro ISEL</i>	
Parâmetros	Valor
$\xi_{RLopt}$	0.85
$C_{RLopt}$	2173 N*s/m

Tabela 1- Amortecimento óptimo da suspensão traseira no regime de baixa velocidade – Carro ISEL

### 5.9.5.7. Regime de Alta Velocidade

O objectivo do amortecimento, no presente regime de alta velocidade, é de conseguir um isolamento entre a massa suspensa e a massa não suspensa e consequentemente minimizar os efeitos de qualquer perturbação imposta ao veículo (34).

A dinâmica do veículo neste regime pode ser descrita através do modelo ‘um-quarto de carro’ representado na Figura 5.29 . Este modelo, segundo a Ref (11) é caracterizado pelos seguintes parâmetros:

- A massa suspensa ( $m_s$ ) representa  $\frac{1}{4}$  da massa suspensa total do veículo.
- A massa não suspensa ( $m_u$ ), representa uma roda do veículo.
- A rigidez da mola  $k_s$  e o amortecimento  $C_s$ , representam apenas uma roda.

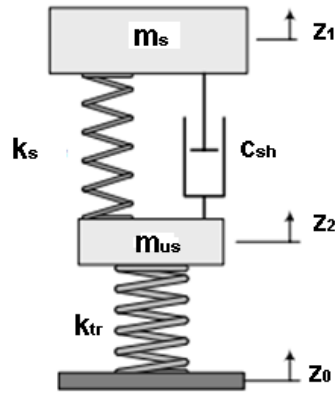


Figura 5.29 - Modelo 1/4 de carro - Imagem adaptada de Ref (11)

Como foi referido, é de se ter em consideração que existem dois fenómenos importantes que ocorrem na análise do modelo ‘um-quarto’ quando a frequência de excitação  $\omega$  coincide com uma das frequências naturais, i.e. ressonância do sistema. Relembrando:

- A ressonância da massa não suspensa designa-se de *Wheel hop Ressonance*
- A ressonância da massa suspensa designa-se de *Body Bounce Ressonance*.

Segundo (9), as frequências naturais destes casos são dadas por:

$$\text{Body Bounce Frequency} =$$

$$f_n^s = \frac{1}{2 * \pi} * \sqrt{\frac{(k_s * k_{tr}) / (k_s + k_{tr})}{m_s}} \text{ , [Hz]} \quad (\text{Eq. 29})$$

*Wheel Hop Frequency* =

$$f_n^{us} = \frac{1}{2 * \pi} * \sqrt{\frac{(k_s + k_{tr})}{m_{us}}} \text{ , [Hz]} \quad (\text{Eq. 30})$$

A Figura 5.30 ilustra um gráfico com a transmissibilidade de uma massa não suspensa de um veículo em função da excitação e onde é possível verificar os dois fenómenos anteriormente descritos e a influência do amortecimento nos mesmos.

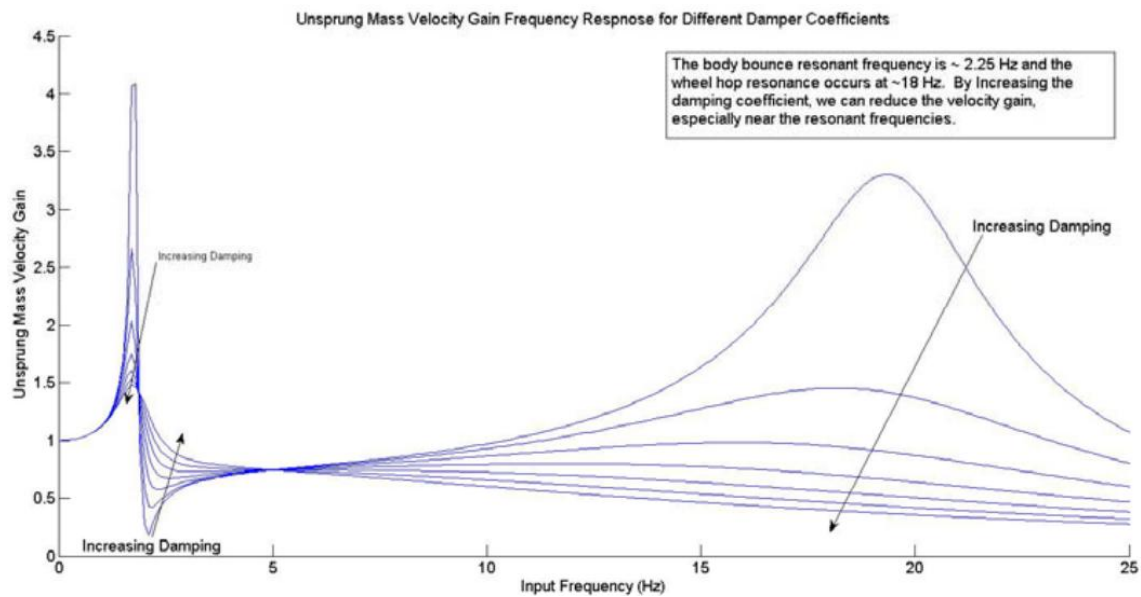


Figura 5.30 - Exemplo de uma resposta em velocidade da massa não suspensa de um dado veículo para diferentes coeficientes de amortecimento - Ref (34)

Fazendo variar o amortecimento, tal como se fez no regime de baixa velocidade, é possível verificar qual a resposta da massa suspensa e não suspensa para diferentes frequências de excitação (*inputs*). Para tal e como se referiu anteriormente utilizar-se-á o conceito de transmissibilidade.

Segundo Wong em (9), a performance global de um sistema de suspensão convencional, pode ser avaliada através 3 parâmetros: Isolamento de vibrações, Deslocamento da suspensão e Capacidade de Aderência (ou *RoadHolding*). Restringe-se esta avaliação para a gama de frequências de 0 a 20 Hz (11).

Para um veículo de competição e em que a gama de deslocamento da suspensão não é um problema para a segurança (pois através do cálculo da rigidez das molas garantiu-se que esta não teria mais que um dado valor de deslocamento admissível), apenas é de considerar o Isolamento de vibrações e o *RoadHolding*.

Os pontos que se seguem devem ser feitos para a dianteira e traseira.

### a) Isolamento de Vibrações

Este parâmetro pode ser avaliado, analisando-se a transmissibilidade da massa suspensa com a excitação do solo (9). Assim sendo pode verificar-se a resposta da massa suspensa para uma gama de frequências de excitação.

Segundo Wong em (9), desprezando-se o amortecimento do pneu, a transmissibilidade (em deslocamento ou outra unidade) para este caso é dado por:

**Transmissibilidade  
– Isolamento de  
vibrações –  
(Deslocamento)**

$$\frac{Z_1}{Z_0} = \frac{\sqrt{A_2}}{\sqrt{B_2 + C_2}}$$

$Z_0$ - Amplitude do perfil da estrada
$Z_1$ – Amplitude da massa suspensa
$A_2 = (k_s * k_{tr})^2 + (c_{sh} * k_{tr} * \omega)^2$
$B_2 = [(k_s - m_s * \omega^2) * (k_{tr} - m_{us} * \omega^2) - m_s * k_s * \omega^2]^2$
$C_2 = (c_{sh} * \omega)^2 * [m_s * \omega^2 + m_{us} * \omega^2 - k_{tr}]^2$

Tabela 5.40 - Formula para transmissibilidade (Isolamento de vibrações - Deslocamento) - Ref (9)

Após a obtenção do gráfico, deverá ser feito um comentário sobre a variação do factor de amortecimento e a consequente variação das amplitudes da massa suspensa.

### b) RoadHolding

Como citado anteriormente, sempre que há vibração do sistema, i.e. do veículo, as forças que actuam na superfície do pneu irão variar afectando assim a capacidade de aderência e a performance do veículo.

Segundo (9) essas forças normais entre o pneu e o solo, podem ser representadas e analisadas através de um de dois conceitos:

- Deformação dinâmica do pneu:  $\frac{(z_0 - z_2)_{m\acute{a}x}}{z_0}$
- Transmissibilidade (deslocamento, ou outra unidade) entre a massa não suspensa e a estrada:  $\frac{Z_2}{Z_0}$

**Transmissibilidade  
– RoadHolding –  
(Deslocamento)**

$$\frac{Z_2}{Z_0} = \frac{\sqrt{A_3}}{\sqrt{B_2 + C_2}}$$

$Z_0$ - Amplitude do perfil da estrada
$Z_2$ – Amplitude da massa não suspensa
$B_2 = [(k_s - m_s * \omega^2) * (k_{tr} - m_{us} * \omega^2) - m_s * k_s * \omega^2]^2$
$C_2 = (c_{sh} * \omega)^2 * [m_s * \omega^2 + m_{us} * \omega^2 - k_{tr}]^2$
$A_3 = [k_{tr}(k_s - m_s * \omega^2)]^2 + (c_{sh} * k_{tr} * \omega)^2$

Tabela 2 - Formula para transmissibilidade (RoadHolding - deslocamento) - Ref (9)

Após a obtenção do gráfico, deverá ser feito um comentário sobre a variação do factor de amortecimento e a conseqüente variação das amplitudes da massa não suspensa.

**c) Determinação de  $\zeta$  Ótimo**

Os gráficos obtidos nos dois pontos anteriores dão uma óptima perspectiva sobre a influência do amortecimento nas massas suspensa e não suspensa, quando estas são sujeitas a um determinado input de alta velocidade. No entanto estes carecem de uma informação fundamental para uma boa análise e para a determinação do valor do factor de amortecimento óptimo a utilizar neste regime de velocidade (34).

Como citado em (34), na gama de alta velocidade, a suspensão deve ser projectada para que se garanta um determinado isolamento entre cada uma das quatro rodas e a massa suspensa.

O critério para uma boa suspensão e para um bom isolamento segundo (11), baseia-se na minimização das acelerações absolutas da massa suspensa através da utilização do valor eficaz ou RMS dessas mesmas acelerações. Deverá ser escolhido o valor de factor de amortecimento ( $\zeta$ ), que garanta um menor RMS. Para tal Traça-se a curva de RMS em função de  $\zeta$ . Segundo (11), as expressões para este cálculo são:

**Critério de Otimização para Regime de Alta velocidade – Minimizar acelerações absolutas da massa suspensa ( $S_u$ )**

$$\begin{aligned} \text{Min}(S_u) \rightarrow S_u = \text{RMS}(u) &= \sqrt{\frac{1}{40\pi} \int_0^{2*\pi*f=2*\pi*20=40\pi} (u^2) dr} \\ &= \alpha^2 \sqrt{\frac{1}{40\pi} \int_0^{40\pi} (r^2 * \mu^2) dr} \end{aligned}$$

$$\mu^2 = \frac{4 * \zeta^2 * r^2 + 1}{(Z_1)^2 + (Z_2)^2}$$

$$\alpha = \frac{\omega_s}{\omega_u} \quad r = \frac{\omega}{\omega_s} \quad \zeta = \frac{C_s}{2 * m_s * \omega_s} \quad \varepsilon = \frac{m_s}{m_u}$$

$$Z_1 = [r^2(r^2 * \alpha^2 - 1) + (1 - (1 + \varepsilon) * r^2 * \alpha^2)]$$

$$Z_2 = 2 * \zeta * r * (1 - (1 + \varepsilon) * r^2 * \alpha^2)$$

Tabela 5.41 - Formula RMS para Otimização da suspensão no Regime de Alta Velocidade - Ref (11)

**5.9.5.8. Regime de Alta Velocidade – Cálculo das Frequências Naturais para a Suspensão Dianteira e Traseira**

Aplicando-se a Eq. 29 e Eq. 30, obtém-se as seguintes frequências naturais:

<i>Body Bounce Frequency &amp; Wheel Hop Frequency</i>	
<b>Dianteira</b>	Valor
$f_{Fns}$	2.5 Hz
$f_{Fnus}$	19.589 Hz
<b>Traseira</b>	Valor
$f_{Rns}$	2.25 Hz
$f_{Rnus}$	18.281 Hz

Tabela 5.42 - *Body Bounce Frequency e Wheel Hop Frequency* para a suspensão dianteira e traseira - Carro ISEL

### 5.9.5.9. Isolamento de Vibrações e *RoadHolding* - Suspensão Dianteira

Seguindo o que foi referido anteriormente obteve-se o Gráfico 5.4 e o Gráfico 5.5 que representam as transmissibilidades das massas suspensa e não suspensa para uma gama de valores de frequência de excitação que o veículo será sujeito e para quatro valores de amortecimento diferentes.

Analisando o Gráfico 5.4, verifica-se que para se garantir um bom isolamento de vibrações perto da frequência natural da massa suspensa (*Body Bounce Frequency*), é necessário ter-se um valor elevado de amortecimento. No entanto perto da frequência natural da massa não suspensa é necessário um valor baixo de amortecimento. Isto vai de encontro ao que é citado foi citado anteriormente e citado por (9).

Através do Gráfico 5.4, verifica-se também que entre a gama de frequências naturais da massa suspensa e não suspensa, quanto menor o amortecimento menor será a transmissibilidade.

Analisando a informação que é dada através do Gráfico 5.5, é possível afirmar que para se manter uma boa aderência ou *RoadHolding* abaixo da frequência natural da massa suspensa e perto da frequência natural da massa não suspensa, é necessário ter-se um valor elevado de amortecimento. No entanto, no meio das frequências naturais é favorável um valor baixo de amortecimento pois garante uma menor transmissibilidade.

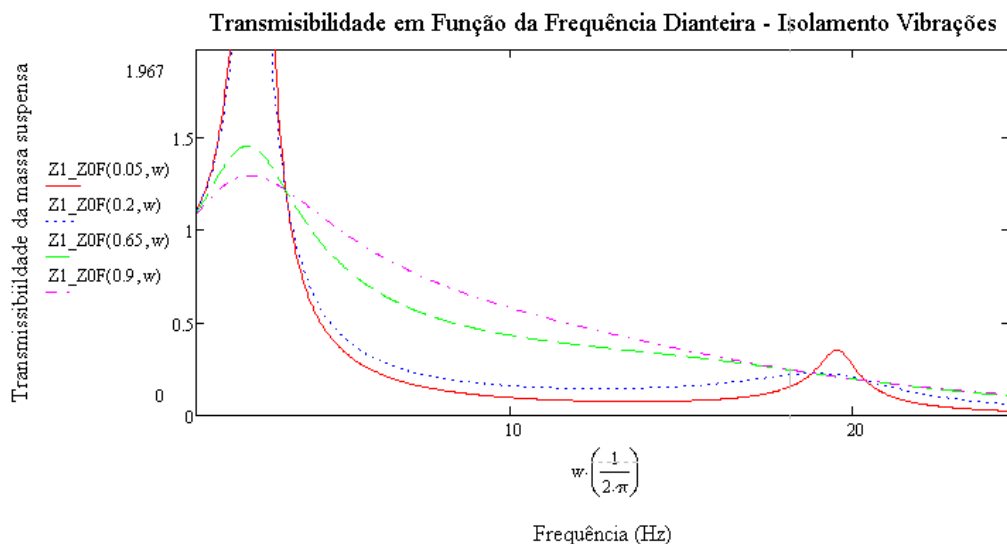


Gráfico 5.4 - Transmissibilidade em Função da Frequência da Suspensão Dianteira - Isolamento de Vibrações

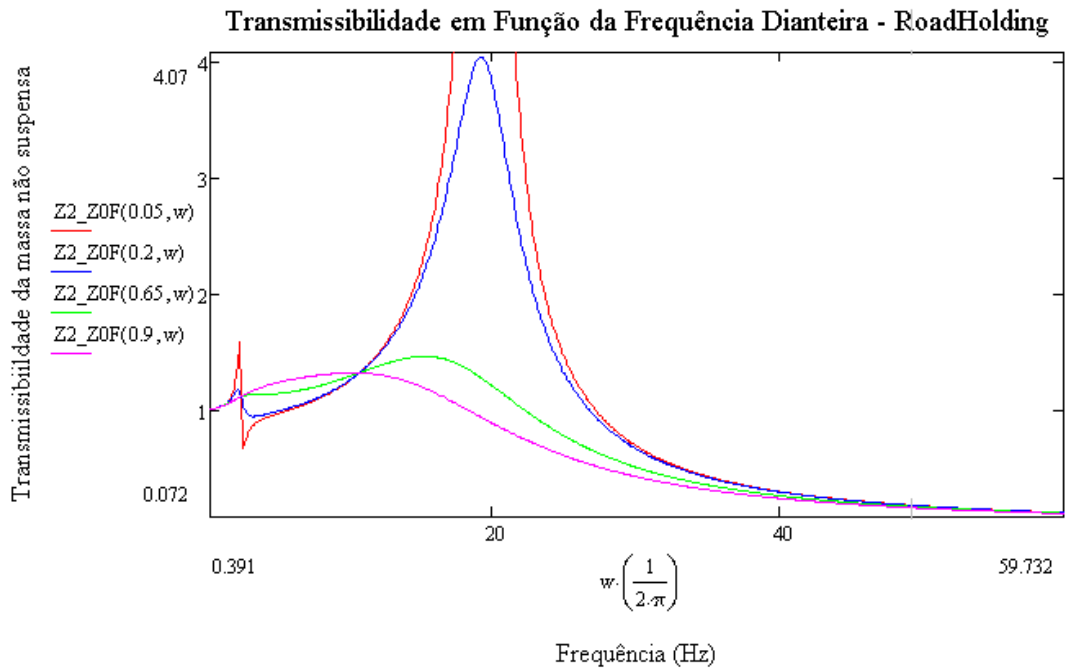


Gráfico 5.5 - Transmissibilidade em Função da Frequência da Suspensão Dianteira – RoadHolding

#### 5.9.5.10. Determinação de $\xi$ ótimo – Suspensão Dianteira

O critério para obtenção de um valor ótimo de amortecimento é o valor de  $\xi$  que garanta uma menor aceleração absoluta em RMS da massa suspensa. Aplicando este critério:

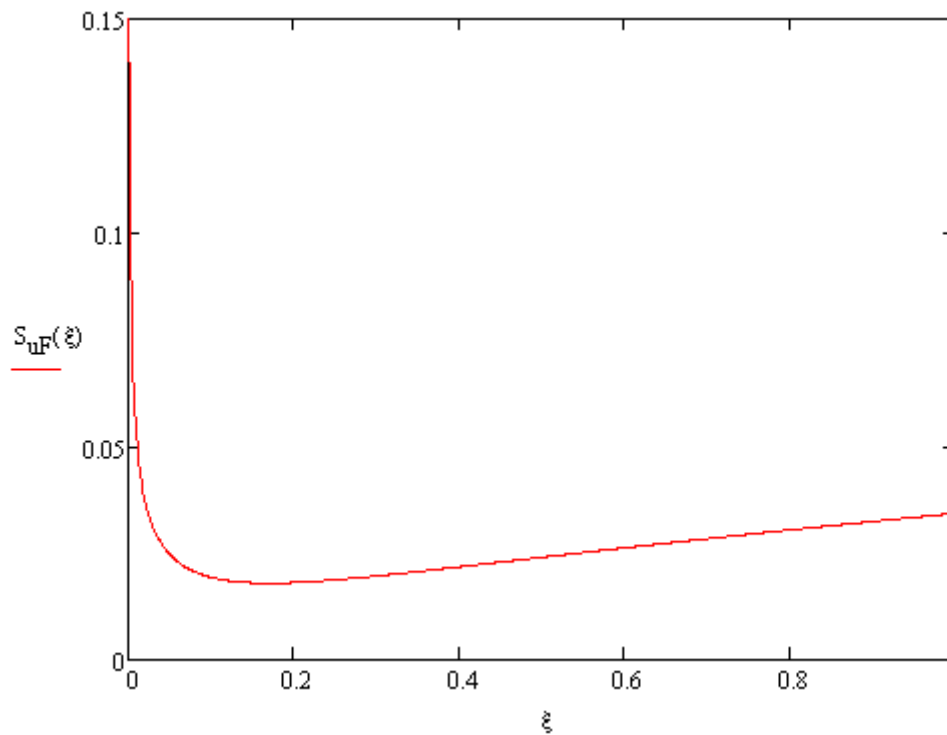


Gráfico 5.6 - Aceleração RMS da massa suspensa vs. valor de amortecimento - Suspensão Dianteira

<i>Amortecimento óptimo Regime Alta Velocidade - Suspensão Dianteira Carro ISEL</i>	
Parâmetros	Valor
$\xi_{FHopt}$	0.17
$C_{FHopt}$	539.1 N*s/m

Tabela 5.43- Amortecimento óptimo Regime Alta Velocidade –Suspensão dianteira carro ISEL

### 5.9.5.11. Isolamento de Vibrações e *RoadHolding* e $\xi$ óptimo – Suspensão Traseira

Seguiu-se para esta etapa o mesmo procedimento utilizado para a suspensão dianteira, e os resultados obtidos são os apresentados no Gráfico 5.7, Gráfico 5.8 e Gráfico 5.9.

Transmissibilidade em Função da Frequência Traseira - Isolamento Vibrações

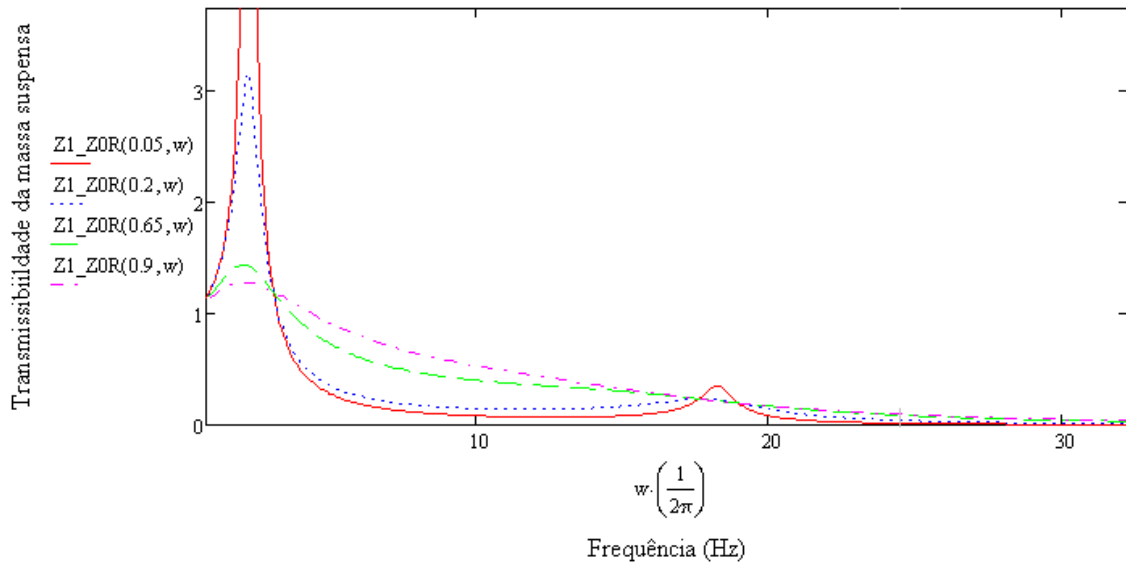


Gráfico 5.7 - Transmissibilidade em Função da Frequência da Suspensão Traseira - Isolamento de Vibrações

Transmissibilidade em Função da Frequência Traseira - RoadHolding

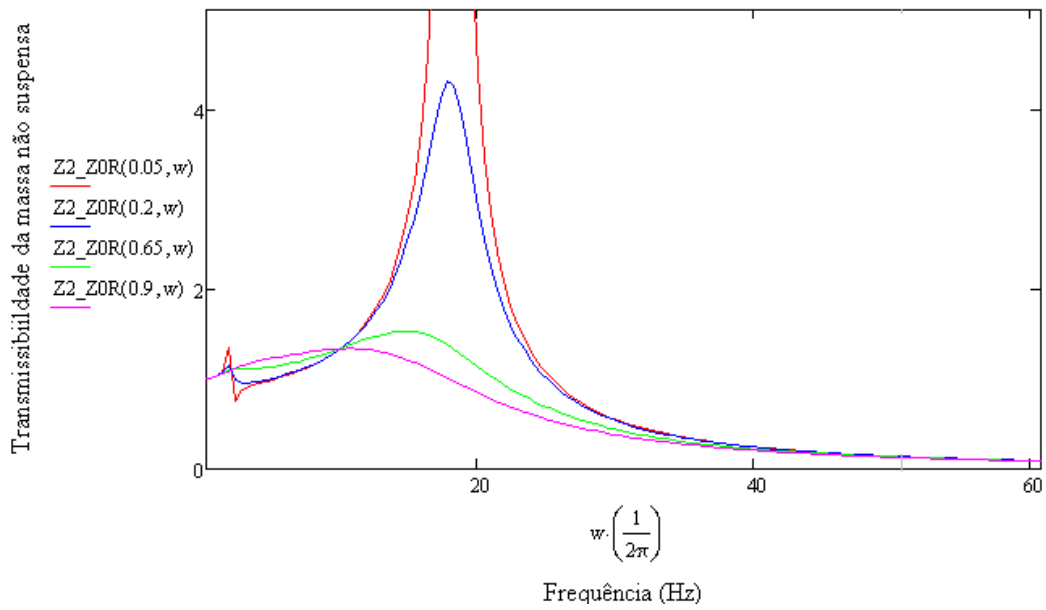


Gráfico 5.8 - Transmissibilidade em Função da Frequência da Suspensão Traseira - RoadHolding

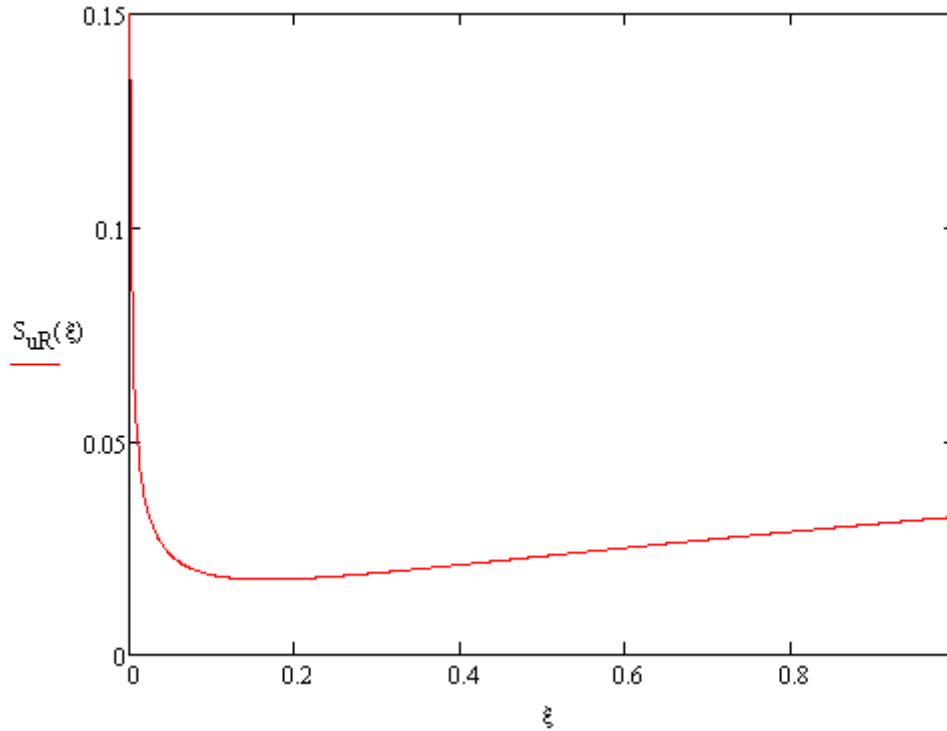


Gráfico 5.9 - Aceleração RMS da massa suspensa vs. valor de Amortecimento – Suspensão Traseira

<i>Amortecimento óptimo Regime Alta Velocidade Traseira</i>	
Parâmetros	Valor
$\xi_{RHopt}$	0.165
$C_{RHopt}$	575.7 N*s/m

Tabela 3 - Amortecimento óptimo regime Alta Velocidade – Traseira

Com os valores de amortecimento dos dois regimes determinados, é possível traçar as curvas bases dos amortecedores dianteiros e traseiros. Este será o passo seguinte.

### 5.9.6. Curva Base do Amortecedor

Existem três parâmetros importantes que servirão para se obter a curva:

- Coeficiente de amortecimento  $C_D$ , escolhido para os regimes de alta e de baixa velocidade

$$C_D = \frac{C_C + C_E}{2} \quad (\text{Eq. 31})$$

- Relação entre compressão e extensão

$$R_{CE} = \frac{C_C}{C_E} \quad (\text{Eq. 32})$$

- Progressividade

$$F = C_D * V^\lambda \quad (\text{Eq. 33})$$

Logo após a determinação de  $C_D$ , o coeficiente bi-linear poderá ser resolvido com auxílio de  $R_{CE}$  que é muitas das vezes determinado empiricamente através de experiência. Segundo a Ref (34), pode considerar-se  $R_{CE} \approx 45\%$ . A teoria por detrás da utilização de diferentes características de amortecimento na compressão e extensão, é que o amortecimento na compressão pode ser mais suave para permitir menos força transmitida, bem como diminuir as oscilações de carga sobre os pneus (que são controladas por um aumento no amortecimento de extensão). Utilizando esta relação para os coeficientes entre compressão e extensão e os coeficientes ‘médios’, pode-se proceder ao cálculo dos coeficientes lineares das 4 áreas de amortecimento,  $CC_L$ ,  $CC_H$ ,  $CE_L$ ,  $CE_H$ ).

No que diz respeito à progressividade,  $\lambda$  representa o factor de progressividade e essencialmente descreve o tipo de amortecimento (Coulomb:  $\lambda = 0$ , Viscoso:  $\lambda = 1$ , Quadrático:  $\lambda = 2$ , etc...). Para o presente projecto segundo (34), considera-se a progressividade linear em cada regime de velocidade, i.e.  $\lambda = 1$ .

Recordando que a separação entre os regimes de baixa e alta velocidade é aos  $50 \frac{mm}{s}$  (ou  $2 \frac{in}{s}$ ), é possível obter a curva do amortecedor baseado nas 3 características anteriores.

Com este último passo, a suspensão fica projectada, garantindo uma boa performance ao longo da prova. Apresenta-se de seguida os resultados obtidos:

### 5.9.6.1. Amortecedores Dianteiros

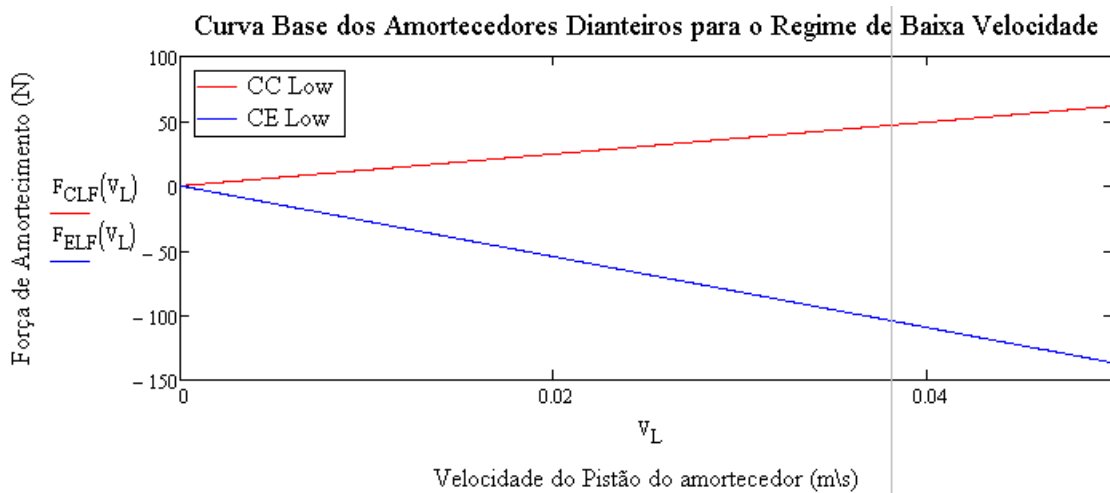
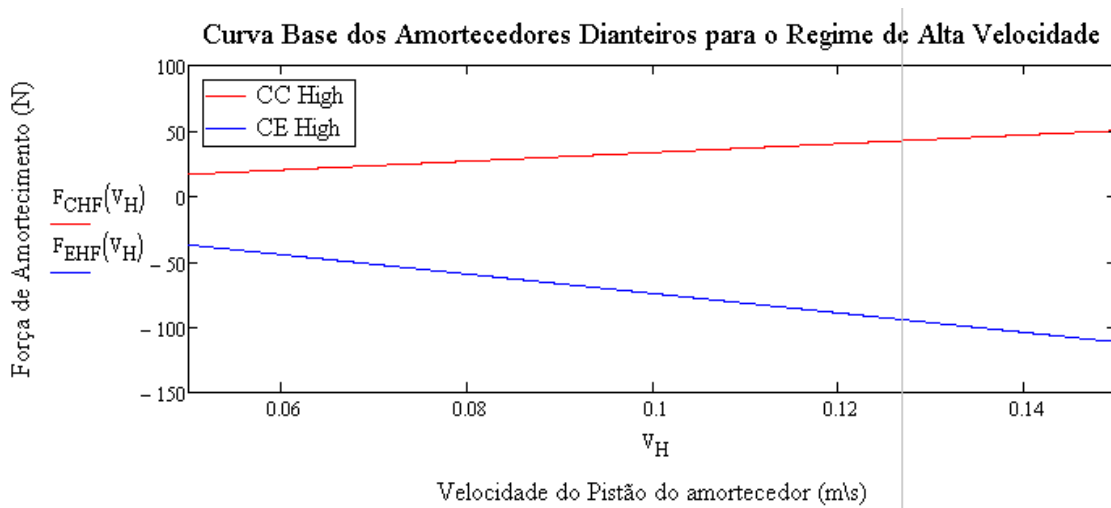


Gráfico 5.10 - Curva base dos Amortecedores Dianteiros para o Regime de Baixa Velocidade



**Gráfico 5.11 - Curva base dos Amortecedores Dianteiros para o Regime de Alta Velocidade**

Analisando o Gráfico 5.10 e Gráfico 5.11, verifica-se que aquando da compressão e extensão na transição entre os regimes de baixa e alta velocidade (50 mm/s) existirá uma diminuição da força de amortecimento que poderá causar uma ligeira instabilidade no veículo, uma vez que irá haver uma variação de carga nos pneus e consequentemente variação de temperatura e de variação de aderência dos mesmos.

No entanto, os amortecedores modernos têm dispositivos internos capazes de reduzirem por completo estes decréscimos na zona de transição. Veja-se por exemplo a curva base de um amortecedor da Ohlins (Figura 5.31 - configuração 28-0 28-0) onde pouco se nota a zona de transição de velocidades:

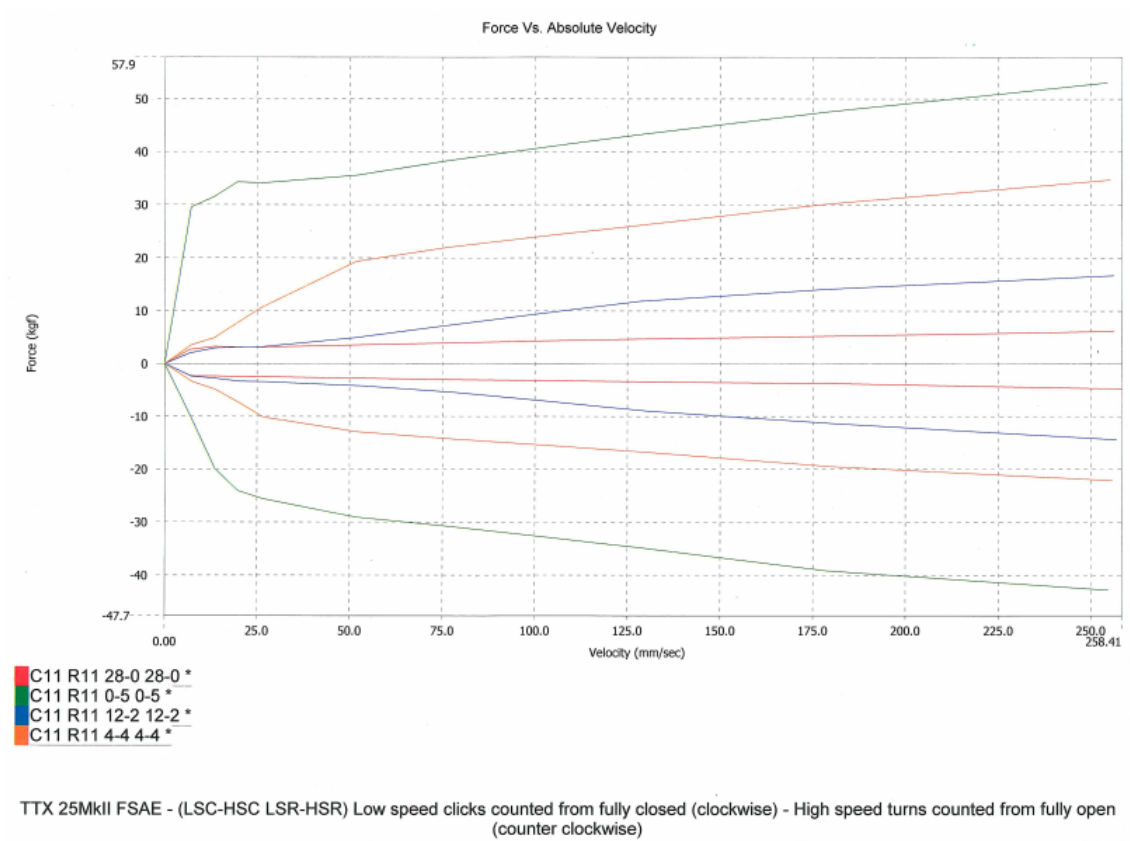


Figura 5.31 - Curva Base do Amortecedor Ohlins C11 R11

Assim sendo, na selecção e compra do amortecedor para o veículo do ISEL, o problema associado à transição de velocidade será mais controlado.

### 5.9.6.2. Amortecedores Traseiros

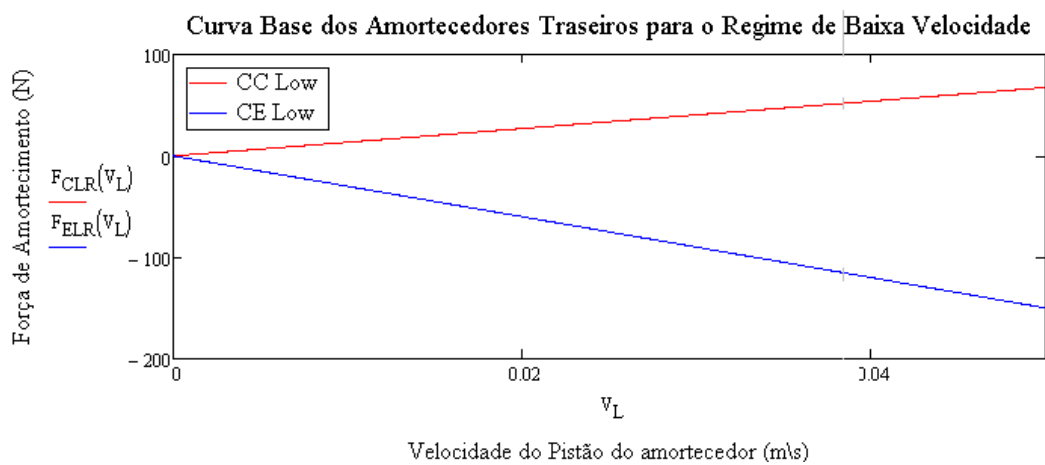
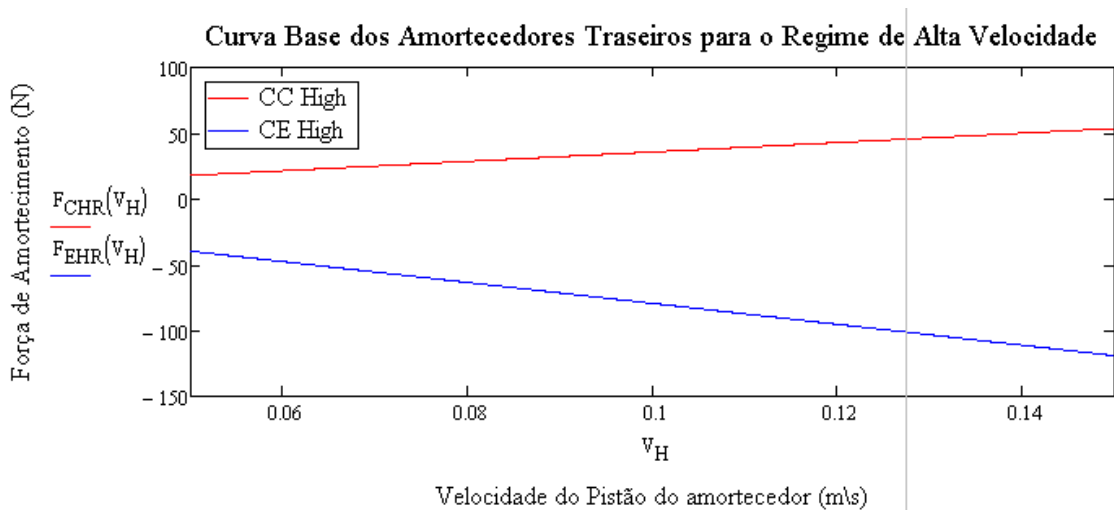


Gráfico 5.12 - Curva base dos Amortecedores Traseiros para o Regime de Baixa Velocidade



**Gráfico 5.13 - Curva base dos Amortecedores Traseiros para o Regime de Alta Velocidade**

Verifica-se também neste caso dos amortecedores traseiros, a diminuição de carga aquando da transição entre o regime de baixa velocidade e alta velocidade. No entanto este problema associado à transição de velocidade é solucionado através do mesmo método que os amortecedores dianteiros.

Fica assim então determinada a suspensão. O próximo passo será proceder à simulação computacional com todos os parâmetros até aqui calculados com o intuito de verificar se é possível obter melhores resultados.

## 6. Simulações – MSC Adams/Car

É sabido que um veículo de competição é tanto mais eficiente quanto menor for o tempo que demora a percorrer um dado circuito, i.e. quanto menor for o tempo de percurso realizado pelo veículo, maior será a probabilidade de se conseguir melhores resultados.

O sistema de suspensão, projectado teoricamente nos capítulos anteriores, teve na sua elaboração uma série de critérios gerais que irão garantir que o veículo tenha uma boa *performance* em qualquer tipo de pista e que irão garantir algumas das especificações impostas no regulamento da prova Formula Student. No entanto, o veículo pode ser ajustado consoante o evento e percurso a que estará sujeito de maneira a que se consiga tirar o maior partido do mesmo.

Como tal, este capítulo destina-se a simular o veículo (e a respectiva suspensão dianteira e traseira) para uma série de eventos, de modo a que se consiga melhores resultados do que aqueles para que o carro foi projectado. Para isso, alterar-se-ão alguns parâmetros do sistema de suspensão e irão ser feitos comentários sobre a resposta que o veículo terá com estas alterações. A seguinte figura ilustra o processo descrito:

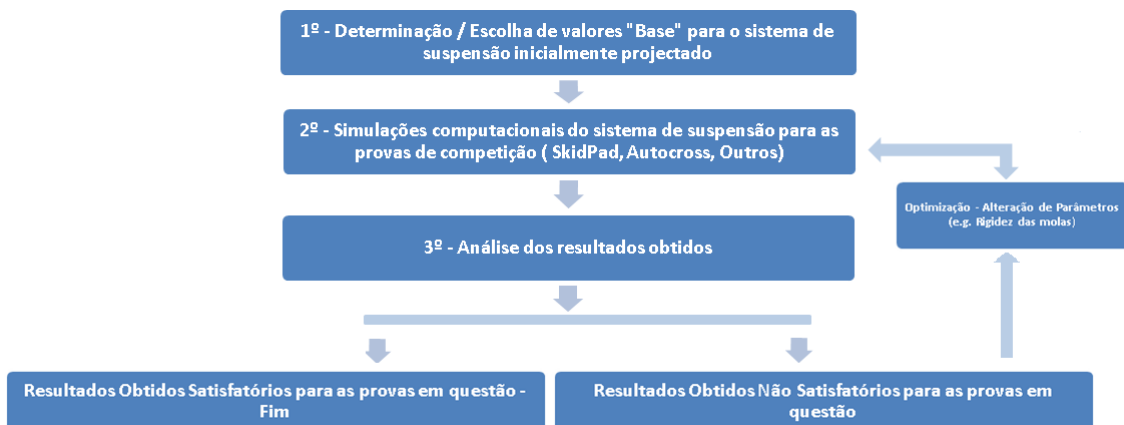


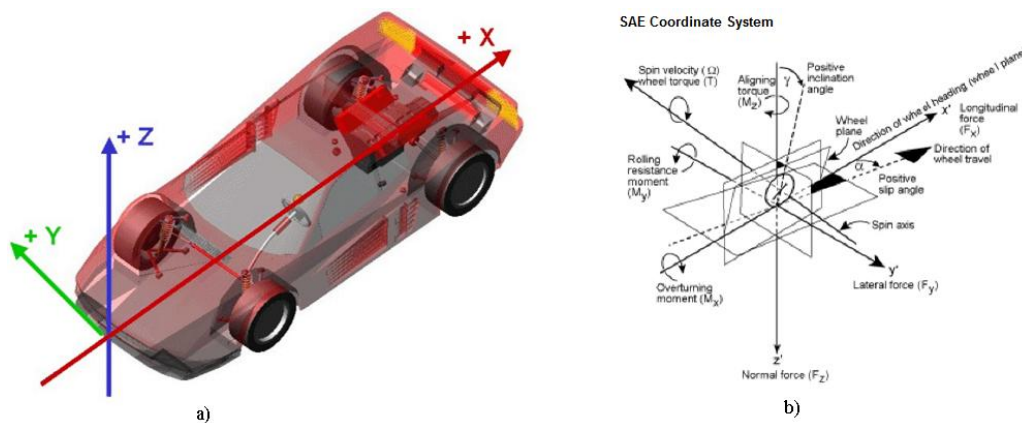
Figura 6. 1 - Processo de Projecto e Simulações

Utilizar-se-á o software Adams/Car da empresa MSC. Este programa computacional permite obter uma série de resultados sobre a dinâmica não só da

suspensão dianteira e traseira, como também da dinâmica do veículo global. Com este software, é possível a exploração da performance do projecto desenvolvido da suspensão e a sua optimização antes de se partir para a construção e testes físicos do protótipo, poupando assim tempo e investimento.

Este capítulo encontra-se dividido em duas partes: a primeira parte em que se levará a cabo o estudo individual da suspensão dianteira e traseira em dois eventos e a segunda parte que tem como objectivo a simulação do veículo inteiro em três eventos.

Existe ainda uma nota importante a referir antes de se iniciar qualquer simulação com o MSC ADAMS/Car, que se encontra relacionada com os dois sistemas de eixos já referidos no capítulo 3 e intrínsecos a qualquer simulação efectuada no MSC ADAMS/Car: o sistema de eixos do veículo adaptado e o sistema de eixos SAE do pneu.



**Figura 6.2 – a) Sistema de eixos do veículo no MSC Adams/Car, b) Sistema de Eixos do pneu segundo SAE adoptado para o MSC Adams/Car – Imagem retirada do software Adams/Car**

Analisando a Figura 6.2, verifica-se que tanto o eixo Z como o eixo X adoptam sentidos diferentes quando comparado a) com b). esta particularidade exige uma interpretação bastante cuidadosa de todos os resultados e gráficos obtidos nas simulações que se seguem, uma vez que se os resultados que se obterão vêm em função destes dois eixos.

## 6.1. Análise Individual do Sistema de Suspensão

Como referido anteriormente, nesta secção proceder-se-á ao estudo individual do sistema de suspensão, i.e. simular-se-á individualmente a suspensão dianteira e traseira ao passarem em diversas situações. Esta análise será executada segundo o seguinte processo:

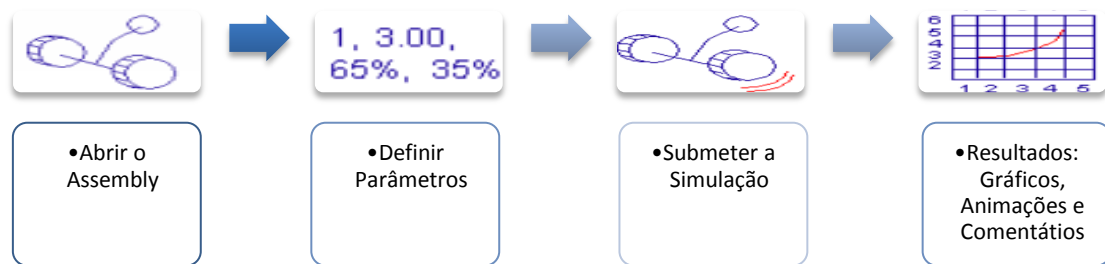


Figura 6.3 - Processo de Análise Individual do Sistema de Suspensão - Processo adaptado dos Tutoriais MSC Adams

Tal como nos capítulos anteriores, iniciar-se-á o presente capítulo pela análise do comportamento da suspensão dianteira e seguidamente partir-se-á para a simulação da suspensão traseira.

### 6.1.1. Suspensão Dianteira

Após a abertura do conjunto e da definição dos parâmetros no software de simulação, o resultado é o que se apresenta na figura seguinte:

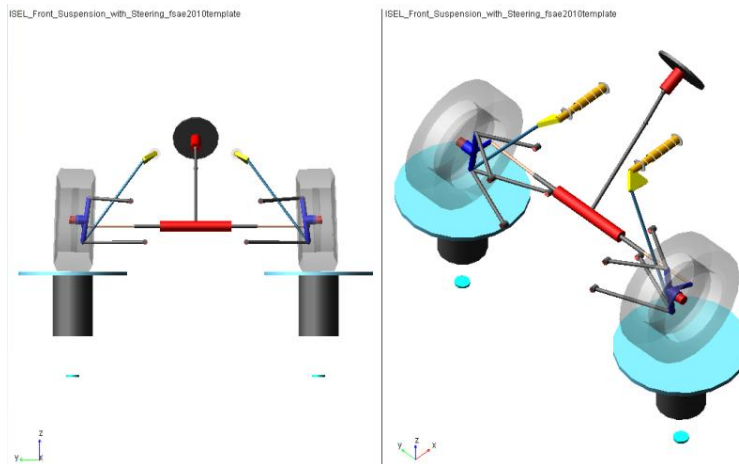


Figura 6.4 - Suspensão Dianteira do carro ISEL em MSC ADAMS/Car

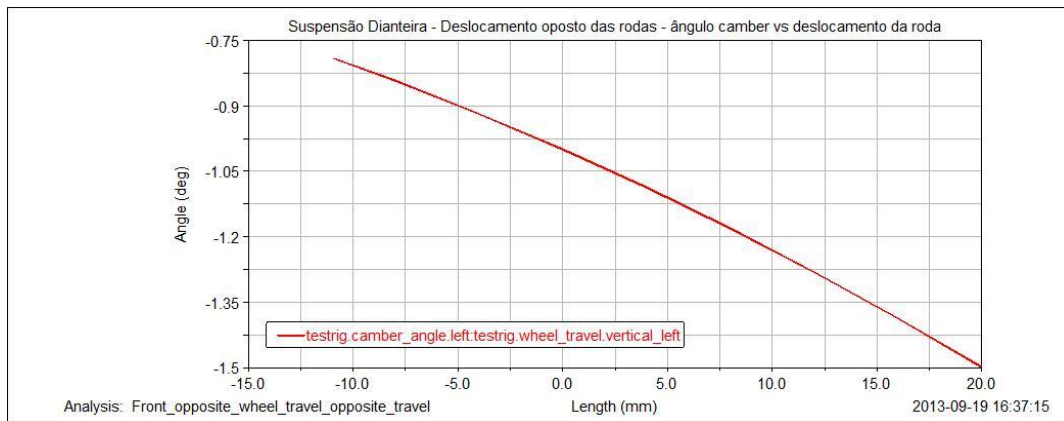
### 6.1.1.1. Deslocamento Oposto das Rodas

Neste evento simula-se uma situação em que o carro se encontra a descrever uma curva à direita. Ao descrever a curva assume-se que a roda esquerda (roda exterior à curva) se desloca 20 mm para cima (*Jounce / bump*) e que a roda interior à curva (roda direita) se desloca 20 mm para baixo (*Rebound*).

Pretende-se com esta simulação estudar o comportamento da suspensão em duas provas da competição: SkidPad e Autocross. Quando o veículo é sujeito ao *Roll* o *camber* das rodas irá alterar-se e o principal intuito é garantir que este parâmetro seja  $0^\circ$ , i.e. a roda esteja completamente na vertical, aquando de uma manobra de curva que provocará uma dada aceleração lateral. O *camber* igual a 0 da roda exterior à curva será o desejável uma vez que é nessa situação que se verificará a maior área de contacto do pneu com o solo.

Este evento simula portanto uma situação do veículo e suspensão ao *Roll*. Assim poderá ser analisado o comportamento da suspensão dianteira e a resposta da mesma no que diz respeito à variação do *camber* devido ao *Roll*. Recorde-se que a minimização desta variação é um dos objectivos de uma suspensão de competição.

Os resultados desta simulação apresentam-se nos seguintes gráficos:

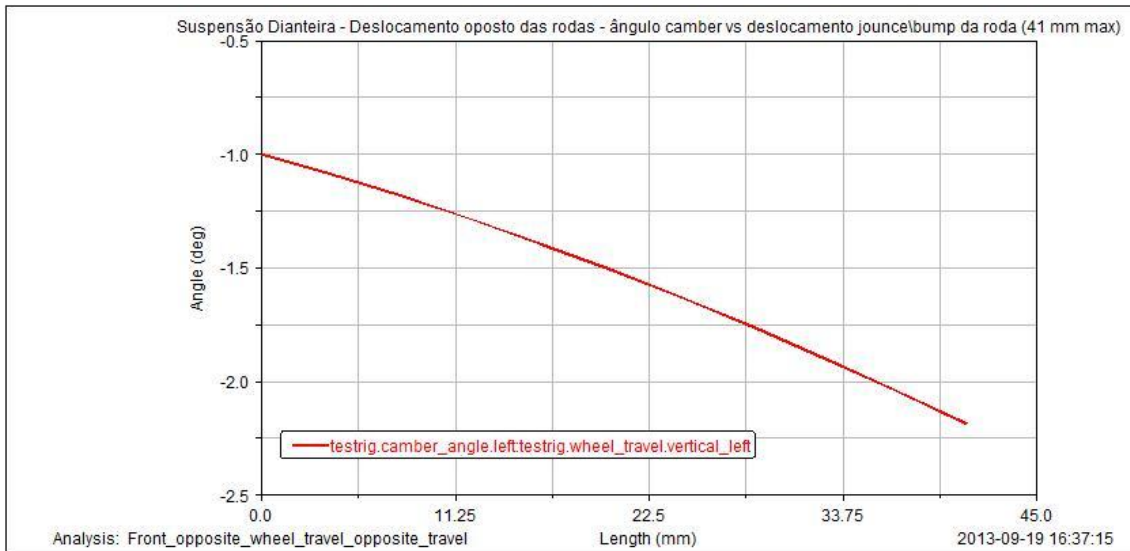


**Gráfico 6.1 - Deslocamento oposto das rodas da suspensão dianteira do carro ISEL - camber vs. deslocamento da roda esquerda**

Analisando o Gráfico 6.1, verifica-se que o *camber* varia cerca de 0,5 graus, para uma situação de *Roll* que fará com que as rodas do veículo se desloquem 20 mm na vertical. Conclui-se, tendo em conta os sistemas de eixos adoptados pelo software, que à medida que se dá o *Roll*, o *camber* tende a tornar-se positivo e como tal aumenta-se a superfície de contacto do pneu com o solo.

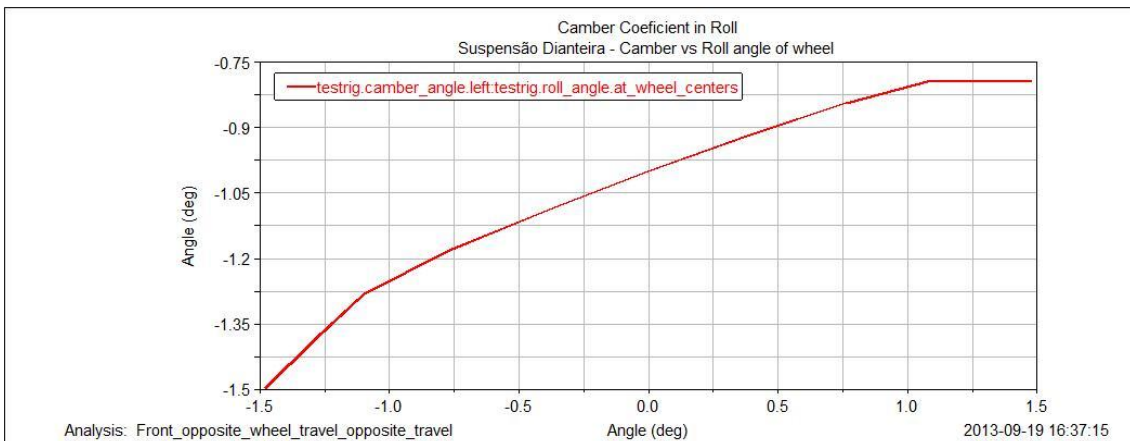
No entanto nesta situação em que a roda exterior se desloca 20 mm para cima (compressão / *Jounce*), não se verifica um grande aproveitamento da superfície de contacto do pneu com a estrada e como tal menor será a aceleração lateral que o veículo conseguirá suportar. À primeira vista tal situação parece ser pouco eficaz, porém é necessário lembrar que as rodas frontais, para uma aceleração de 2 G, irão mover-se verticalmente 41 mm, o que levará a uma variação de *camber* maior daí a necessidade de garantir que a superfície de contacto do pneu com a estrada seja máxima nesta situação.

Então numa situação de *Roll* em que as rodas se desloquem 41 mm de *jounce* e 41 mm de *rebound*, o resultado é o apresentado no Gráfico 6.2. Através da sua análise é possível confirmar que para uma aceleração lateral de 2 G, o *camber* será de 0,1219 deg positivos. Isto leva a que se conclua que o *camber* estático, definido no capítulo 5, é suficiente para se garantir quase a superfície máxima de contacto do pneu com o solo, mesmo tendo ido para um valor ligeiramente positivo.



**Gráfico 6.2 - Deslocamento oposto das rodas da suspensão dianteira do carro ISEL - camber vs. deslocamento de 41mm Jounce/bump da roda esquerda**

Relativamente a este evento (referente à simulação com um deslocamento da roda esquerda de 20mm na vertical) é possível verificar, através do Gráfico 6.3, a variação do *camber* à medida que o veículo sofre *Roll*, i.e. o coeficiente de *camber* ao *Roll* (deg/deg). Verifica-se que o coeficiente de *camber* é de 0,71 deg/deg, o que significa que o *camber* irá variar 0,71 graus sempre que o veículo se inclinar 1° grau.



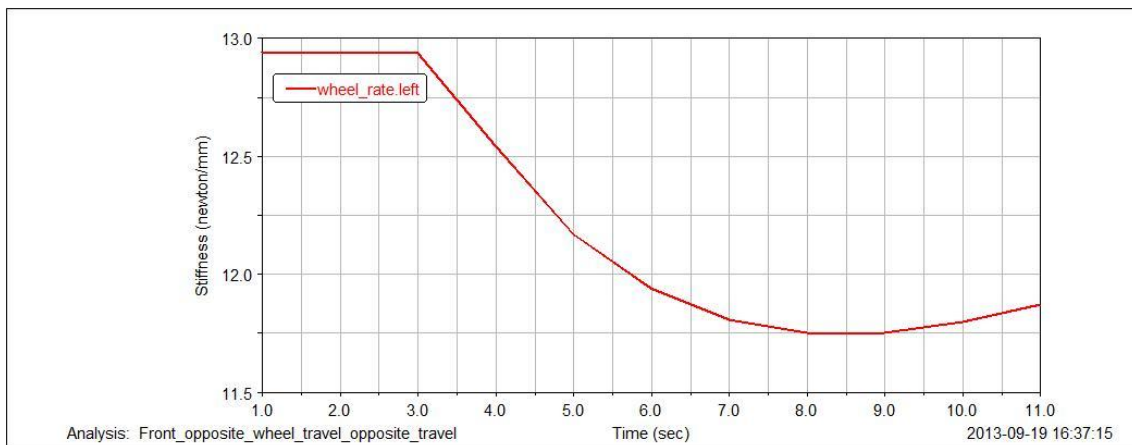
**Gráfico 6.3 - Deslocamento oposto das rodas da suspensão dianteira do carro ISEL - coeficiente de *camber* em *Roll***

Para terminar esta análise é importante referir-se o que é citado em (17): A quantidade da variação de *camber* é dependente da altura do *Roll Center* e sobretudo

dependente do comprimento  $F_{vsa}$ . Portanto caso se pretenda minimizar a variação de *camber* deverá proceder-se à alteração de um destes dois parâmetros.

Os resultados do *camber* relativamente ao *Roll* são extremamente satisfatórios, como tal, considera-se que não é necessário proceder a qualquer modificação da geometria da suspensão.

Pode também definir-se o valor de IR da suspensão dianteira através desta simulação, utilizando o Gráfico 6.4.



**Gráfico 6.4 - Wheel Rate vs. Tempo da suspensão dianteira do carro ISEL**

O IR dianteiro será portanto:

$$IR_F = \frac{Wheel Rate_F}{Spring Rate_F} = \frac{11.9 \left(\frac{N}{m}\right)}{13.4 \left(\frac{N}{m}\right)} \approx 0.89 \quad (\text{Eq. 34})$$

Verifica-se então que o valor real do IR apenas varia 0,11 do valor inicialmente considerado,  $IR=1$ .

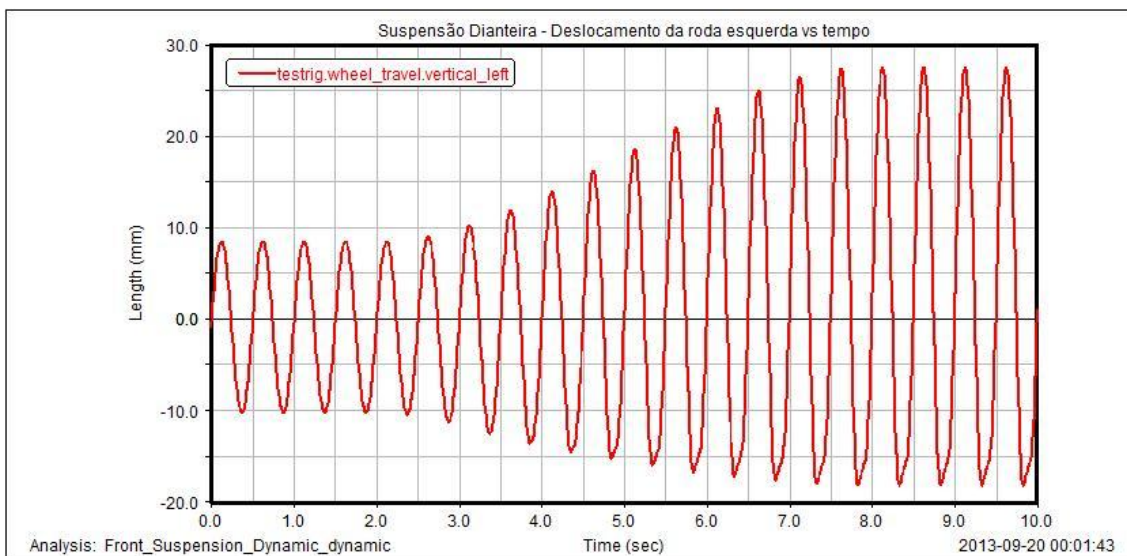
#### **6.1.1.2. Análise Dinâmica – Passagem sobre um corrector (*Kerb*)**

Esta simulação, tem como objectivo averiguar qual o comportamento dinâmico da suspensão quando uma das rodas passa sobre uma irregularidade na pista. Assim, neste evento, um dos actuadores (considerou-se o actuador da roda esquerda para

análise) irá mover-se verticalmente entre 10 mm e 30 mm com uma frequência de 2 hertz. A simulação terá uma duração de 10 segundos.

Os resultados a adquirir-se para este evento são: as amplitudes de movimento da roda esquerda e a força que é exercida no amortecedor.

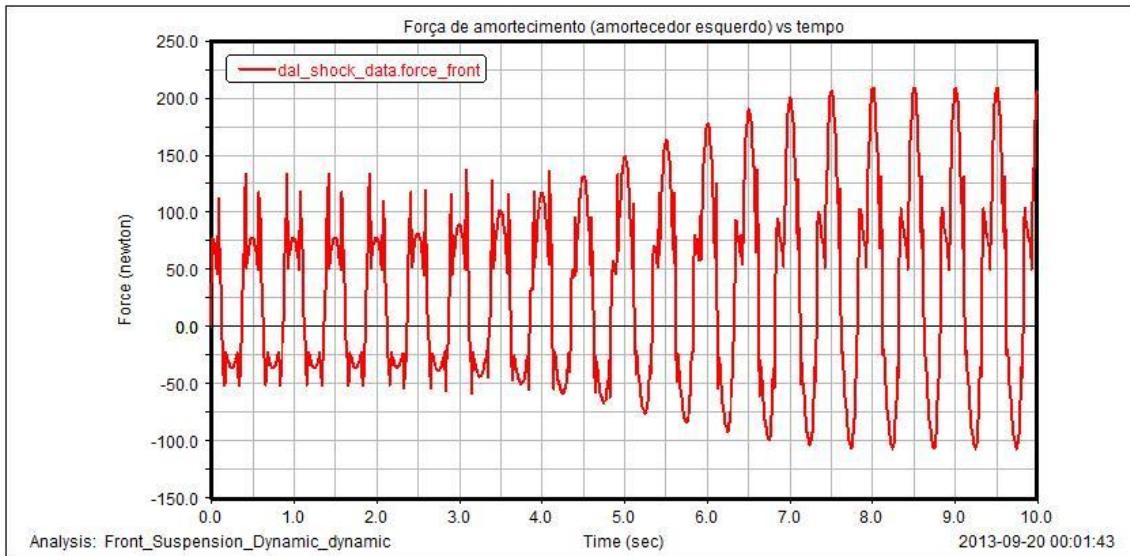
Analise-se então cada um dos resultados. O deslocamento da roda esquerda durante todo o evento encontra-se no Gráfico 6.5.



**Gráfico 6.5 - Deslocamento da roda esquerda vs. tempo - Suspensão dianteira carro ISEL**

É possível verificar através do gráfico anterior que o deslocamento máximo que a roda irá apresentar numa situação igual a este evento, é de cerca de 27 mm para *jounce* e 18 mm para *rebound*. Caso existisse a necessidade de se reduzir estas amplitudes de deslocamento, poder-se-ia optar por colocar molas mais rígidas o que influenciaria também no *body Roll* do veículo. É possível verificar também que o movimento vertical da roda esquerda é ligeiramente menor do que o movimento que é imposto pelo actuador esquerdo.

A força que é exercida no amortecedor ao longo do tempo pode ser vista no Gráfico 6.6 e é aconselhável analisar-se cuidadosamente este resultado obtido.



**Gráfico 6.6 - Força do amortecedor (esquerdo) vs. tempo - Suspensão dianteira carro ISEL**

Verifica-se ao longo do tempo que a força de amortecimento sofre variações de intensidade. Esta variação de força deve-se ao facto de o amortecedor calculado no capítulo 5 apresentar uma diminuição da força de amortecimento na transição do regime de baixa velocidade para o regime de alta velocidade, como foi citado nesse mesmo capítulo. Foi referido que esta situação poderia causar uma certa instabilidade à suspensão, pois iria haver variação de carga nos pneus e conseqüentemente variações de temperatura e de aderência dos mesmos. No entanto, também foi referido que os amortecedores actuais tinham sistemas internos que solucionavam este problema fazendo com que não houvesse uma diminuição de amortecimento durante a transição de velocidade do amortecedor.

A análise da suspensão dianteira fica assim concluída, lembrando ainda que se podem fazer optimizações do sistema. No entanto, os resultados obtidos são satisfatórios. O próximo passo será analisar a suspensão traseira para os mesmos eventos em que foi testada a suspensão dianteira.

## 6.1.2. Suspensão Traseira

Após a abertura do conjunto e da definição dos parâmetros no software de simulação, o resultado é o que se apresenta na figura seguinte:

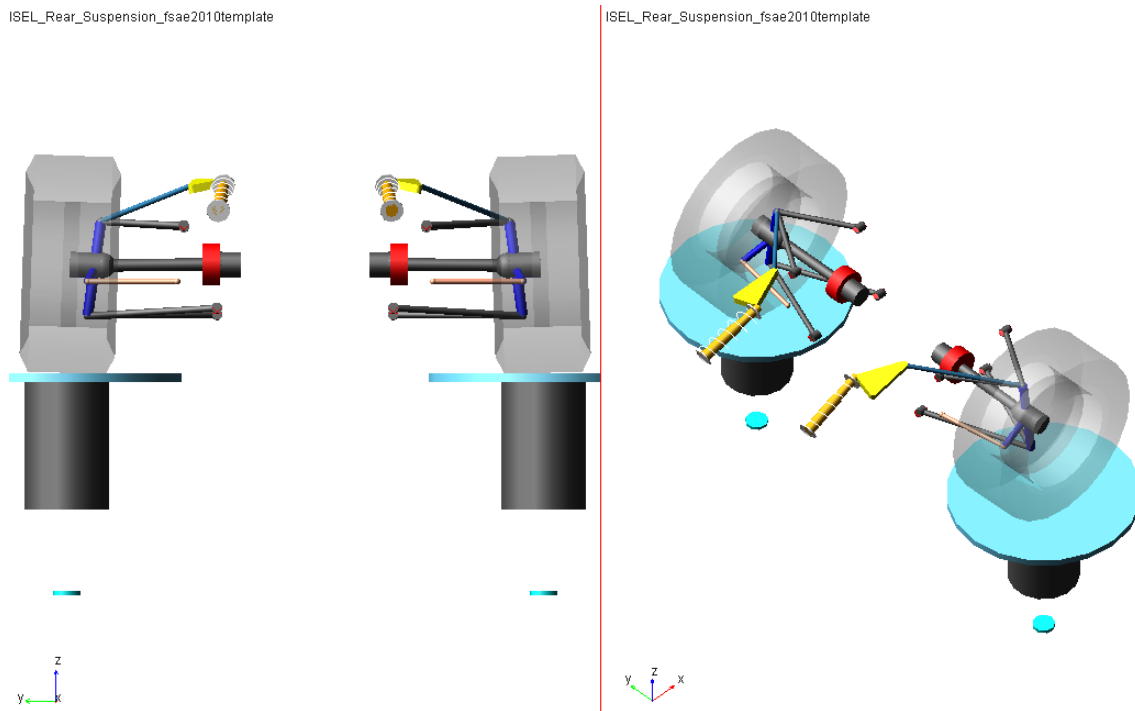
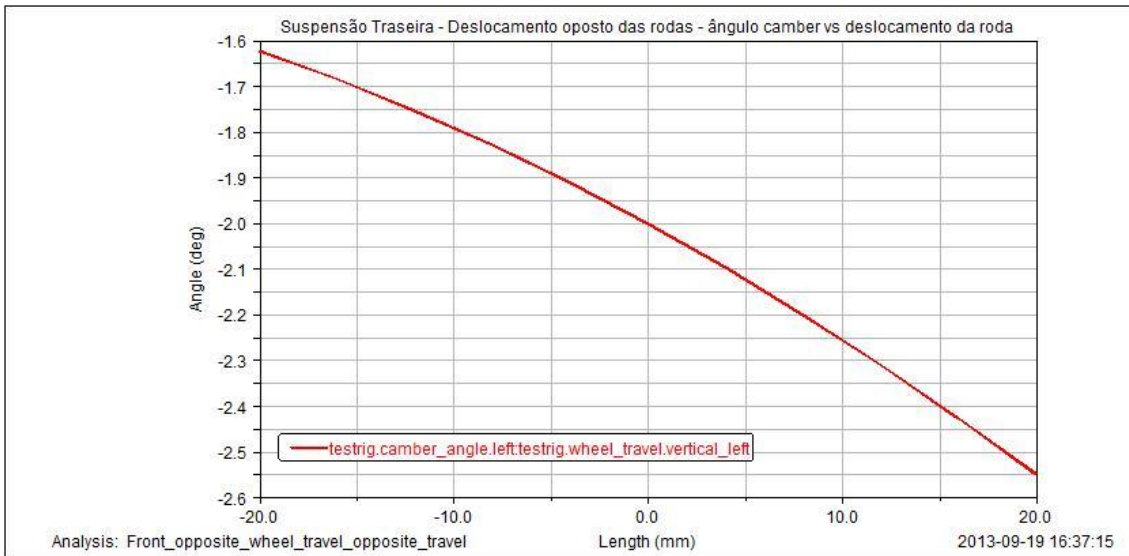


Figura 6.5 - Suspensão traseira do carro ISEL em MSC Adams/Car

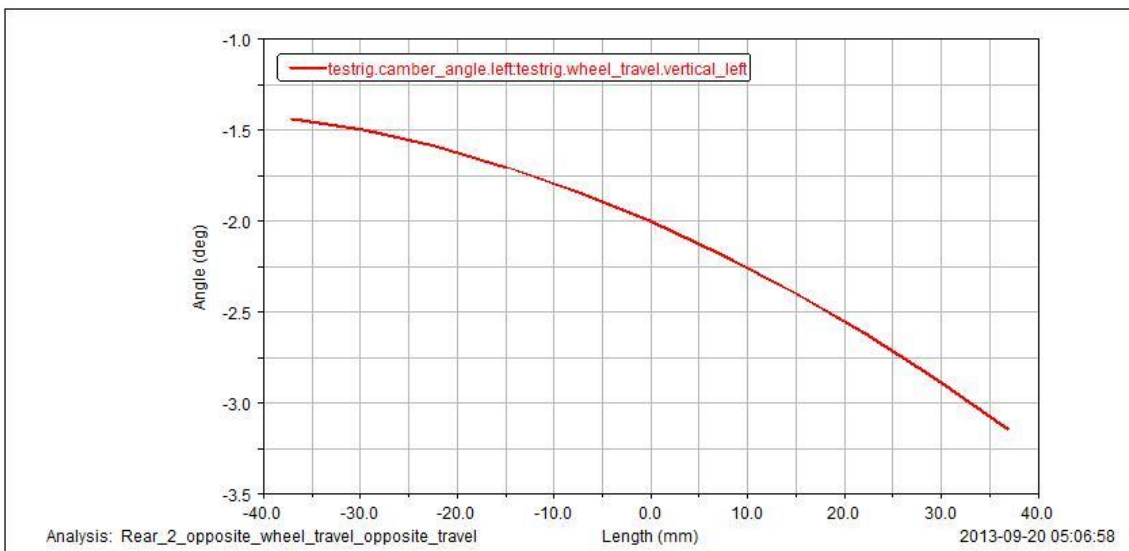
Os eventos e os seus objectivos bem como todos os procedimentos que se executaram aquando da análise independente da suspensão dianteira, serão realizados neste passo para suspensão traseira do carro ISEL.

### 6.1.2.1. Deslocamento Oposto das Rodas

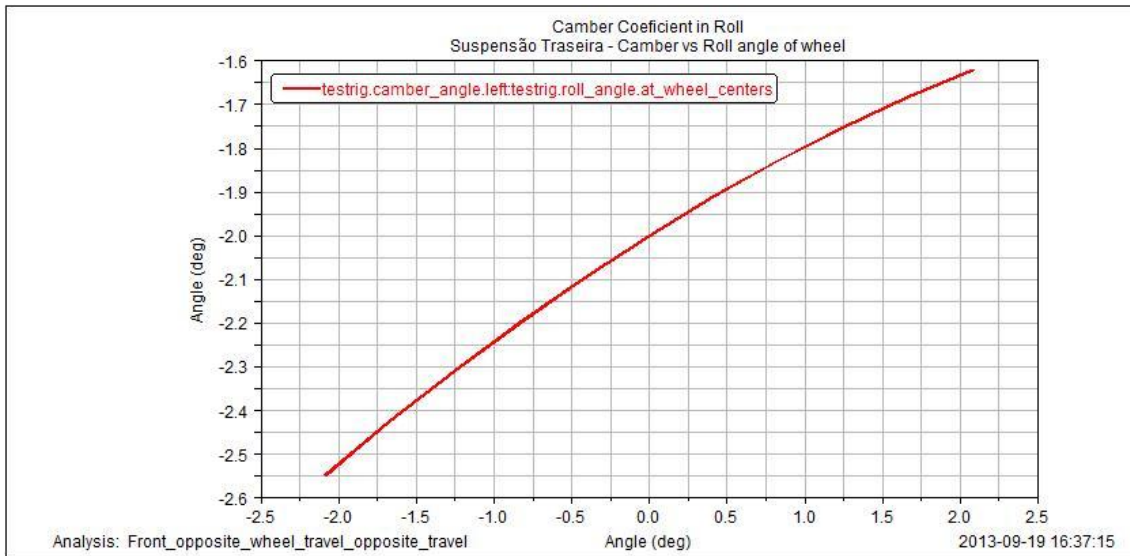
Apresentam-se de seguida gráficos semelhantes aos que se obtiveram na suspensão dianteira, sendo agora os valores referentes à suspensão traseira do carro ISEL.



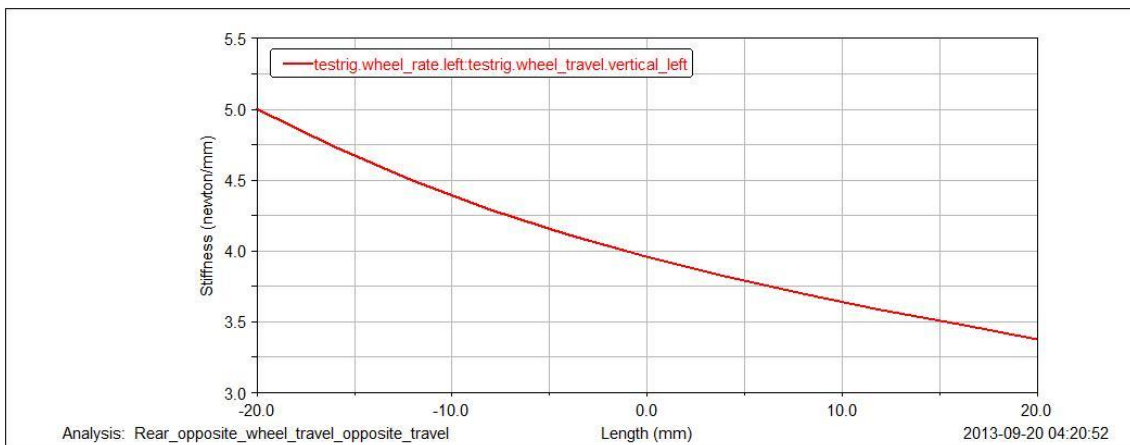
**Gráfico 6.7 - Deslocamento oposto das rodas da suspensão traseira- camber vs. deslocamento da roda esquerda**



**Gráfico 6.8 - Deslocamento oposto das rodas da suspensão traseira do carro ISEL - camber vs. deslocamento de 41mm Jounce/bump da roda esquerda**



**Gráfico 6.9 - Deslocamento oposto das rodas da suspensão traseira do carro ISEL- coeficiente de *camber* em *Roll***



**Gráfico 6.10 - *Wheel Rate* vs. Tempo da suspensão traseira do carro ISEL**

Iniciando a análise pelo Gráfico 6.7 e pelo Gráfico 6.8, é possível afirmar que quando o veículo é sujeito a uma aceleração de 2 G e a roda exterior à curva (roda esquerda o presente caso) se deslocar 37 mm (*jounce*), o *camber* da roda esquerda apenas se alterará 1,15 deg, ficando assim o *camber* com um valor de  $-2 + 1,15 = -0,85$  deg. Conclui-se então que o *camber* inicialmente definido para a roda traseira (-2 deg), não irá permitir que exista a maior área de contacto do pneu com solo. Assim, uma alteração possível para a melhoria da área de contacto numa situação de uma aceleração lateral de 2 G, passa por se alterar o *camber* da suspensão traseira para 1,15

deg negativo. (Recorde-se que os 37 mm de deslocamento adoptados para este evento, provêm da Tabela 5.36).

Relativamente a este evento (referente à simulação com um deslocamento da roda esquerda de 20 mm) é possível verificar, através do Gráfico 6.9, a variação do *camber* à medida que o veículo sofre *Roll*, i.e. o coeficiente de *camber* ao *Roll* (deg/deg). Verifica-se que o coeficiente de *camber* é de 0,25 deg/deg, o que significa que o *camber* irá variar 0,25 graus sempre que o veículo se inclinar 1° grau.

O IR traseiro, analisando o Gráfico 6.10, será portanto:

$$IR_R = \frac{Wheel Rate_R}{Spring Rate_R} = \frac{4 \left(\frac{N}{m}\right)}{13,25 \left(\frac{N}{m}\right)} \approx 0,3 \quad (\text{Eq. 35})$$

Verifica-se então que o valor real do IR varia 0,7 do valor inicialmente considerado, IR=1.

#### 6.1.2.2. Análise Dinâmica – Passagem sobre um corrector (*Kerb*)

Simula-se neste passo a suspensão traseira a passar sobre um corrector de pista, tal como se simulou para suspensão dianteira. Os resultados deste evento são os que seguem:

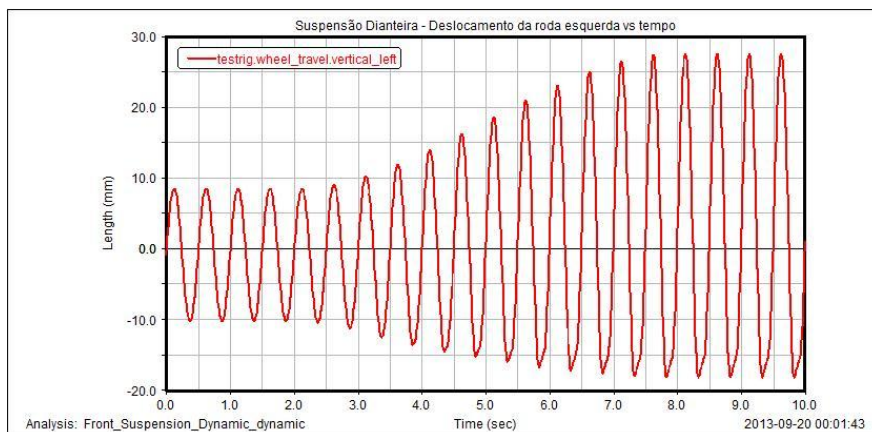
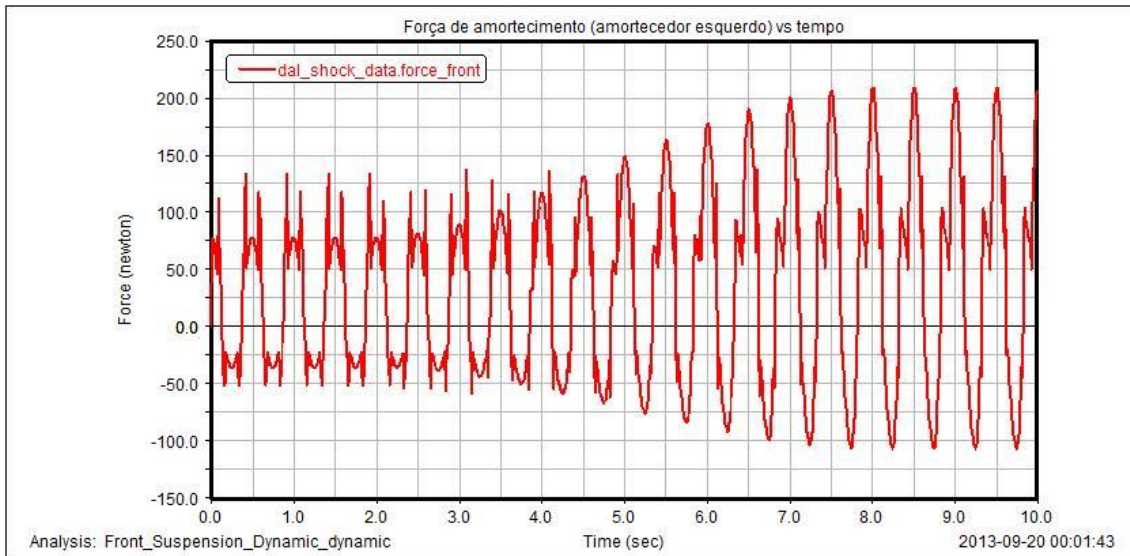


Gráfico 6.11 - Deslocamento da roda esquerda vs. tempo - Suspensão traseira carro ISEL



**Gráfico 6.12 - Força do amortecedor (esquerdo) vs. Tempo - Suspensão traseira carro ISEL**

Analisando apenas o Gráfico 6.12, verifica-se que o amortecedor traseiro irá exibir o mesmo problema que exibe o amortecedor dianteiro, i.e. variação da força ao longo de um determinado período de tempo e repetindo-se várias vezes até ao fim da simulação, acentuando-se esta variação a partir dos 6 segundos de simulação. No entanto a solução deste problema já foi apresentada na análise da suspensão dinâmica.

Com esta simulação, finaliza-se a análise independente tanto da suspensão dianteira como da suspensão traseira. Os resultados obtidos nos dois eventos para as duas suspensões apresentaram resultados satisfatórios relativamente ao *camber*, verificou-se que uma alteração do *camber* estático da suspensão traseira poderia proporcionar uma melhor aderência quando o veículo fosse sujeito a uma aceleração de 2 G.

Tendo por base estas simulações da suspensão dianteira e traseira, irá dar-se início à segunda parte do presente capítulo que tem como objectivo a simulação do veículo completo para uma série de eventos.

## 6.2. Análise do Sistema de Suspensão – Veículo Completo

O objectivo principal deste passo, passa por verificar qual o comportamento global do veículo através da integração dos sistemas anteriormente criados, i.e. o sistema de suspensão dianteiro e o sistema de suspensão traseira.

É possível executar diversas simulações que irão testar todo o projecto de suspensão que foi desenvolvido até ao momento, de maneira a prever qual o comportamento da dinâmica do veículo. Tal como no passo 6.1, é possível durante este passo alterar diversos componentes incluindo a rigidez das molas, os amortecedores, entre outros, verificando-se depois qual a influência destas alterações na dinâmica global do veículo

O processo que se seguirá durante as simulações com o veículo inteiro será idêntico ao que foi apresentado na Figura 6.3 para a análise independente do sistema de suspensão:

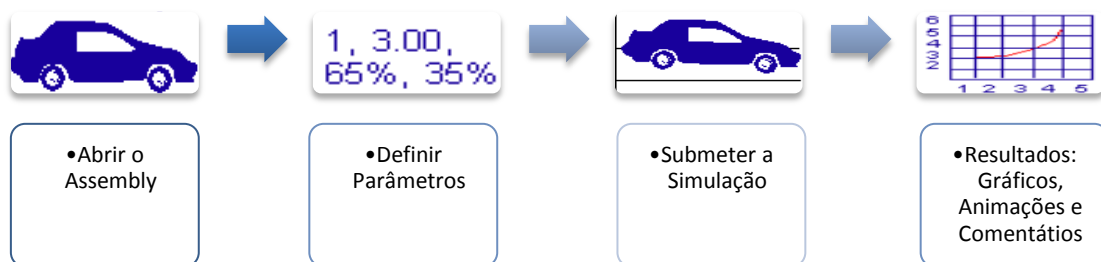


Figura 6.6- Processo de Análise Global do Veículo- Processo adaptado dos Tutoriais MSC ADAMS/Car

É possível verificar na seguinte figura a modelação em MSC ADAMS/Car do veículo ISEL Formula Student com o sistema de suspensão projectada anteriormente:

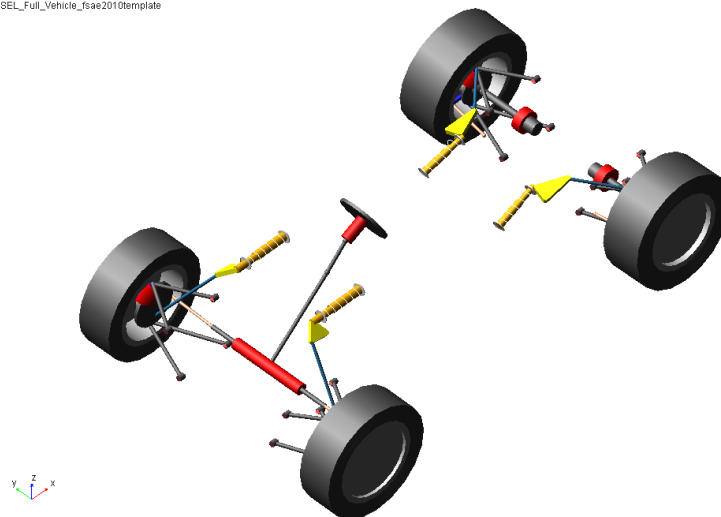


Figura 6.7 - Veículo ISEL Formula Student - MSC Adams/Car

De seguida, irá simular-se o veículo durante diversos tipos de manobras e situações, retirar-se-á as conclusões pertinentes e apresentar-se-á, caso os resultados não sejam totalmente satisfatórios, soluções para se melhorar a dinâmica global do mesmo.

### 6.2.1. Curva com Raio Constante (*SkidPad Test*)

Nesta situação, simular-se-á o veículo a percorrer metade do teste SkidPad de modo a verificar-se a capacidade do mesmo relativamente ao parâmetro *understeer*.

De modo a contrariar a aceleração lateral, os pneus devem produzir forças de reacção laterais e como tal estes irão apresentar uma certa distorção na superfície de contacto com o solo, fazendo com que se forme um ângulo o qual se designa de *slip angle* (Figura 6.8):

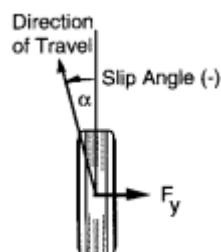


Figura 6.8 - *Slip Angle* - Ref (3)

Segundo (3), qualquer parâmetro de projecto que influencie nas forças que irão estar presentes no pneu, irão ter um efeito directo na resposta direccional do veículo. Essas forças derivam do sistema de suspensão que se tem bem como do sistema de direcção.

Numa situação em curva podem existir 3 situações típicas (ver Figura 6.9), duas das quais alteram a direcção do veículo. Estas situações encontram-se apresentadas na Figura 6.9 e definidas abaixo da mesma.

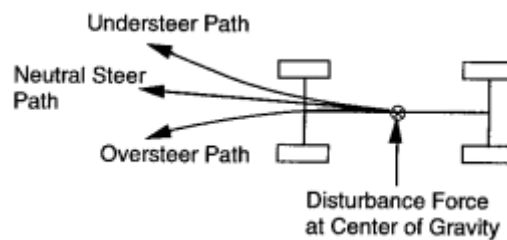


Figura 6.9 - *Understeer, oversteer e neutral steer* - Ref (3)

- *Understeer*: a aceleração lateral a actuar no centro de gravidade, faz com que as rodas da frente escorreguem lateralmente mais do que as rodas traseiras, empurrando a frente do veículo para fora da curva. Para se manter o raio constante de curva nesta situação poderá por exemplo diminuir-se a transferência de peso dianteira através da aplicação de molas mais rígidas.
- *Oversteer*: Esta situação é inversa à anterior, e como tal as rodas traseiras escorregarão lateralmente mais do que as da frente, i.e. os *slip angles* dos pneus traseiros serão mais elevados que os pneus dianteiros. Esta ocorrência fará com que a traseira do veículo seja empurrada para fora da curva, causando assim o conhecido “pião”.
- *Neutralsteer*: Situação ideal para se descrever uma curva, onde não existe diferença de escorregamento entre os dois eixos: dianteiro e traseiro.

Tendo em consideração o que foi descrito anteriormente, simulou-se o veículo numa situação igual à do evento dinâmico da prova Formula Student – *SkidPad* - e em que se irá aumentar a sua aceleração lateral de 0,5 g até 1,7 g num espaço de 15

segundos. O gráfico que se segue é o resultado dessa simulação, e mostra a variação do slip angle das rodas dianteiras e traseiras à medida que se vai aumentando a aceleração lateral.

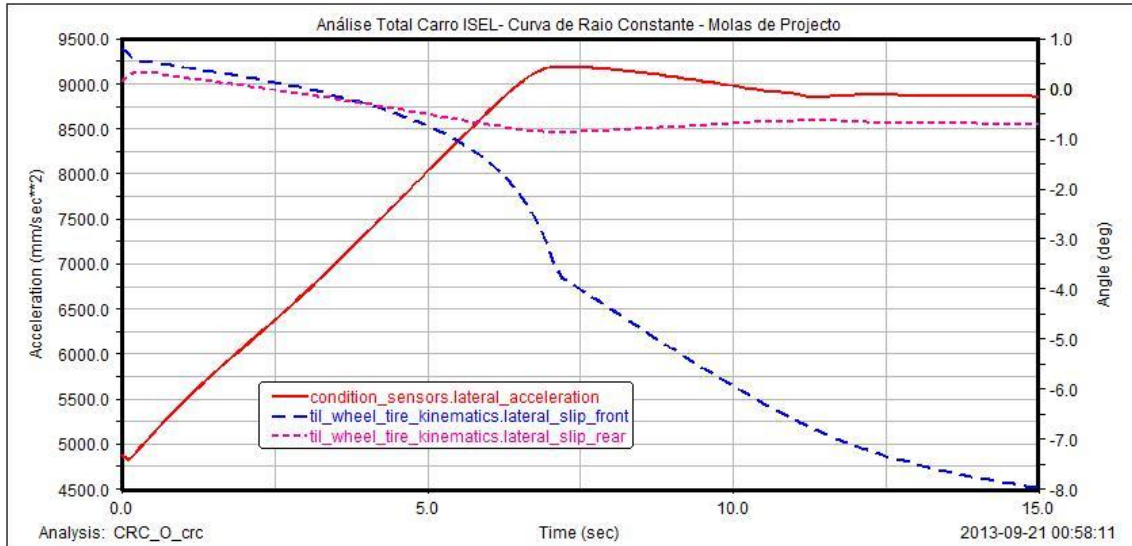


Gráfico 6.13 - Slip angle vs. aceleração lateral - Carro ISEL com molas de projecto

A primeira conclusão que se tira do Gráfico 6.13 é que o veículo não conseguirá atingir os então 1.7 G que foram considerados para a simulação em causa. Tal situação deriva dos *slip angles* dos pneus do veículo.

Verifica-se que antes de se atingir aproximadamente 4 segundos de simulação o veículo se encontra a descrever o percurso neutralmente, i.e. a seguir a linha de condução que o condutor impõe ao veículo.

No entanto e à medida que o tempo avança, o aumento da aceleração lateral do veículo faz com que o carro comece a exibir outro tipo de comportamento, mais propriamente *understeer*. O aumento da aceleração lateral faz com que a transferência de peso do veículo também aumente o que leva a um aumento dos *slip angles* dos pneus. A partir dos 4 segundos de simulação e onde a aceleração toma o valor de aproximadamente 0.77 G, verifica-se efectivamente o aumento dos *slip angles* dos pneus e à medida que o tempo avança, os *slip angles* dianteiros irão distanciar-se mais acentuadamente dos *slip angles* traseiros (que se mantêm quase constantes). Esta

ocorrência, onde as rodas dianteiras escorregam mais do que as traseiras é, como supramencionado, típica de uma situação de instabilidade do veículo, o *Understeer*.

Caso se aumentasse a rigidez das molas da suspensão dianteira, para uma mola com as características, e.g. como as apresentadas na Figura 6.10 em que rigidez da mesma é igual a 50 N/mm (aproximadamente 3.9 vezes mais elevada que a determinada para o projecto da suspensão dianteira), o resultado seria ligeiramente diferente tal como se pode averiguar através do Gráfico 6.14.

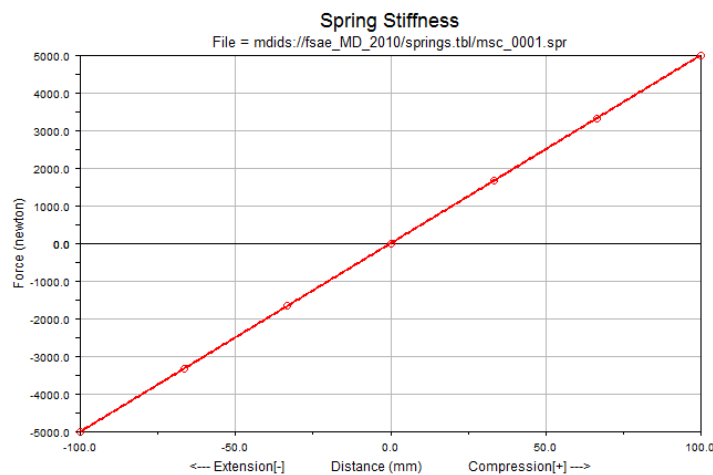


Figura 6.10 - Molas dianteiras 2010 fsae template – obtido em MSC ADAMS/Car

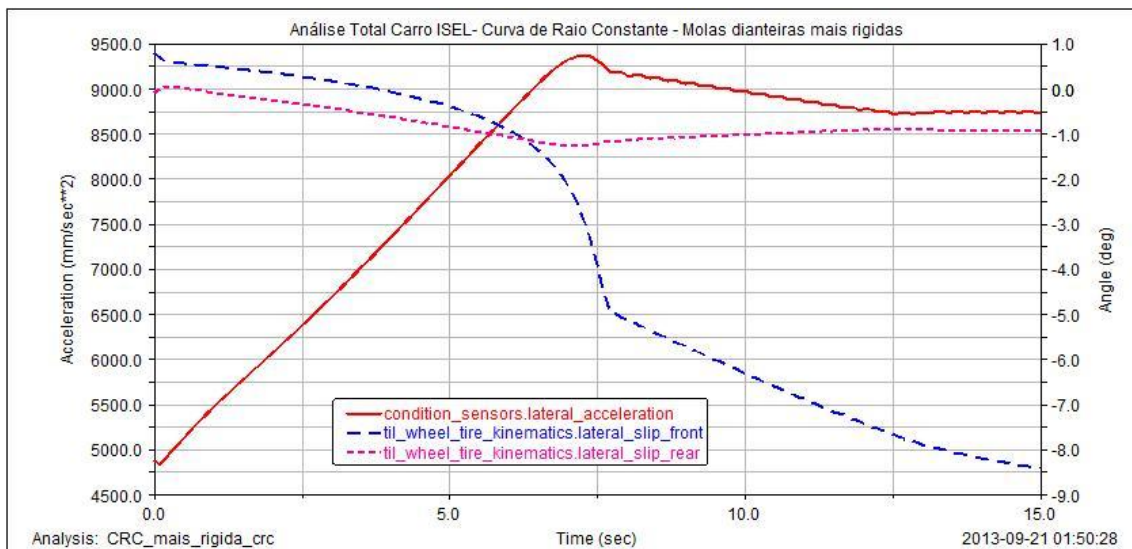


Gráfico 6.14 - Slip angle vs. aceleração lateral - Carro ISEL com molas 2010 fsae template

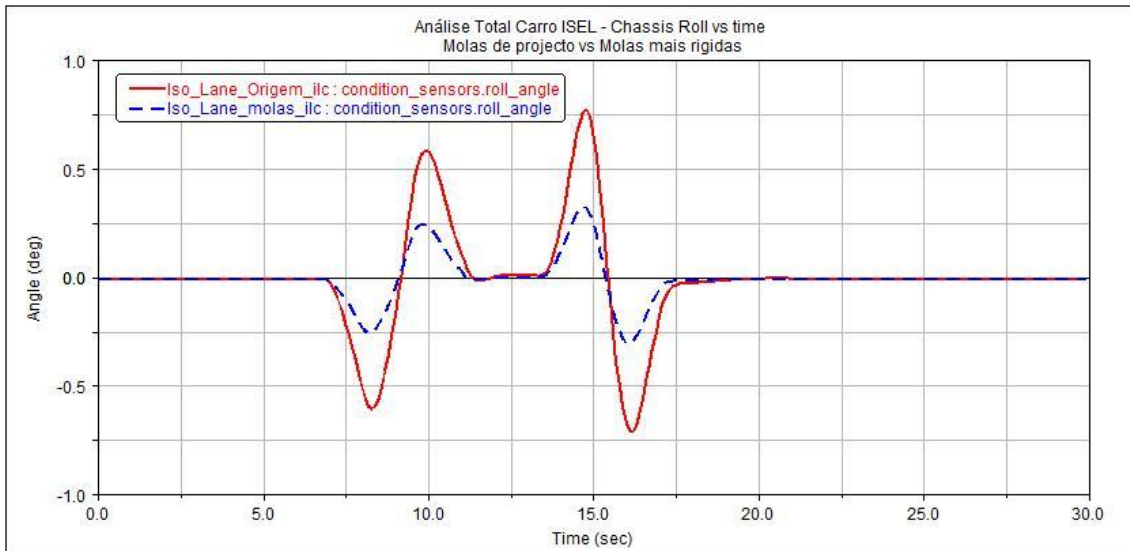
É possível analisar que apesar de ocorrer novamente *understeer* com molas mais rígidas, apenas acontece a partir de aproximadamente 6 segundos onde a aceleração lateral é de aproximadamente 0,85 G. Confirma-se assim o referido anteriormente, o aumento da rigidez das molas retarda o *understeer* e o seu efeito através de uma menor transferência lateral de peso.

Os resultados obtidos através desta simulação permitem afirmar que durante esta prova o condutor deverá manter sempre a mesma aceleração lateral (e portanto uma velocidade constante) evitando que a mesma varie. Se tal se verificar, garantir-se-á uma condução neutra sem *oversteer* ou *understeer* sendo o tempo por volta e o tempo global do evento menor, caso exista não variação de aceleração lateral.

### **6.2.2. Mudança de Faixa – Norma ISO 3888**

Numa simulação como esta e de acordo com a ISO 3888, o veículo é conduzido numa pista com 250 metros de comprimento e terá que fazer duas mudanças de faixa. A duração desta manobra depende da velocidade a que o veículo se encontra. Apesar do presente evento estar destinado a veículos de passageiros, é possível utilizá-lo para se verificar como o carro se comportará numa situação igual a esta e.g., uma ultrapassagem, ou por exemplo um percurso como o do evento Autocross em que o veículo tem que passar por entre cones.

Procedeu-se à simulação deste evento com o veículo a ser conduzido a 30 km/h e fez-se uma comparação entre as molas originalmente projectadas e as molas apresentadas na Figura 6.10.



**Gráfico 6.15 - Roll do Chassis vs tempo - Carro ISEL**

Verifica-se que o máximo de *Roll* que o veículo exibirá, quando tem aplicadas as molas que foram projectadas, ocorre na segunda mudança de direcção e toma o valor de aproximadamente 0,75 deg, enquanto que a primeira mudança de direcção apresenta um valor menor na ordem dos 0,5 deg. Por sua vez, ao se instalarem umas molas mais rígidas, haverá uma menor transferência de peso lateral, o que faz com que o *Roll* apresentado pelo veículo ao longo da simulação seja de menor amplitude, sendo o *Roll* máximo novamente verificado durante a segunda mudança de faixa e com aproximadamente metade do valor apresentado pelas molas rígidas, i.e. 0,30 deg.

É de referir também que se se optar por umas molas diferentes às de projecto, deverá ser verificada a sua influência na dinâmica global do veículo, tal como se tem procedido.

### 6.2.3. Análise Vibracional do Carro ISEL

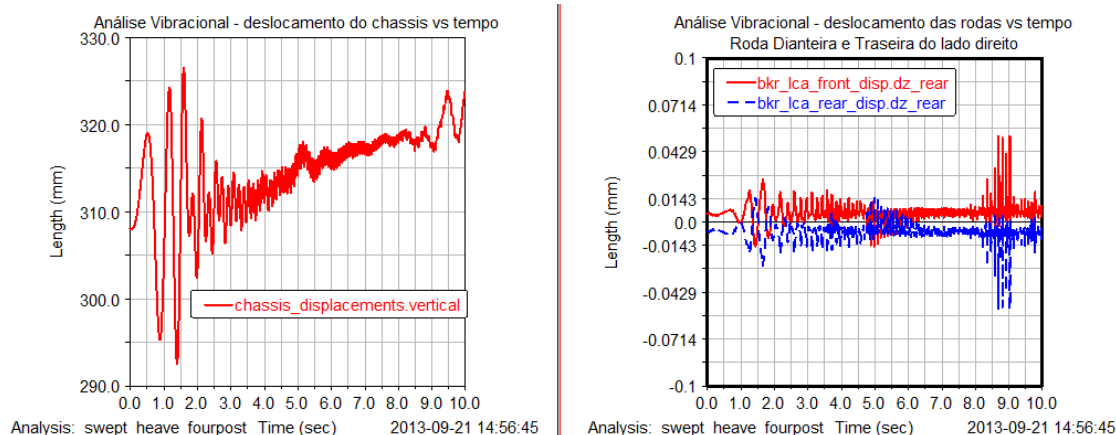
É intuito desta simulação verificar como o veículo se comportará verticalmente quando as rodas são excitadas verticalmente. O veículo será excitado numa gama de frequências que começa em 0 Hz e termina nos 20 Hz, sendo a amplitude de deslocamento vertical imposta de 10 mm.

Da presente simulação pretende-se verificar então o deslocamento vertical da massa suspensa e das rodas do veículo. Para além do resultado anterior pretende-se também apurar quais as forças que actuam nos pneus do veículo em situações deste tipo.

O primeiro resultado obtido encontra-se presente no Gráfico 6.16, e refere-se ao deslocamento vertical da massa suspensa e deslocamento vertical das rodas ao longo do tempo.

Pode confirmar-se o que se encontra exposto na Tabela 5.42 , relativamente às frequências naturais, mas agora aplicado ao veículo completo e não à suspensão dianteira e traseira individualmente. Verifica-se que aproximadamente até dois segundos de simulação, a massa suspensa apresentará grandes amplitudes de movimento vertical, deixando de exibir variações de amplitudes tão elevadas à medida que o tempo de simulação aumenta. Estas grandes oscilações de movimento vertical da massa suspensa devem-se ao facto de se estar a excitar o veículo (durante os primeiros 2 segundos), próximo da frequência natural de toda a massa suspensa. Note-se que apesar das frequências naturais do veículo presentes na Tabela 5.42 se referirem individualmente à suspensão dianteira e à suspensão traseira, ambas apresentam valores idênticos, o que leva a afirmar que a frequência natural da massa suspensa (*Body bounce frequency*) do veículo se encontra aproximadamente aos dois Hertz e portanto no início da simulação como se pode verificar através Gráfico 6.16.

Analisando agora o deslocamento das rodas também presente no Gráfico 6.16, constata-se que as maiores amplitudes de movimento vertical das rodas dianteiras e traseiras do veículo irão ocorrer já perto do final da simulação, i.e. próximo dos 20 Hz, uma vez que as frequências naturais da massa não suspensa (tanto da dianteira como da traseira) se encontram perto dos 19 Hz.

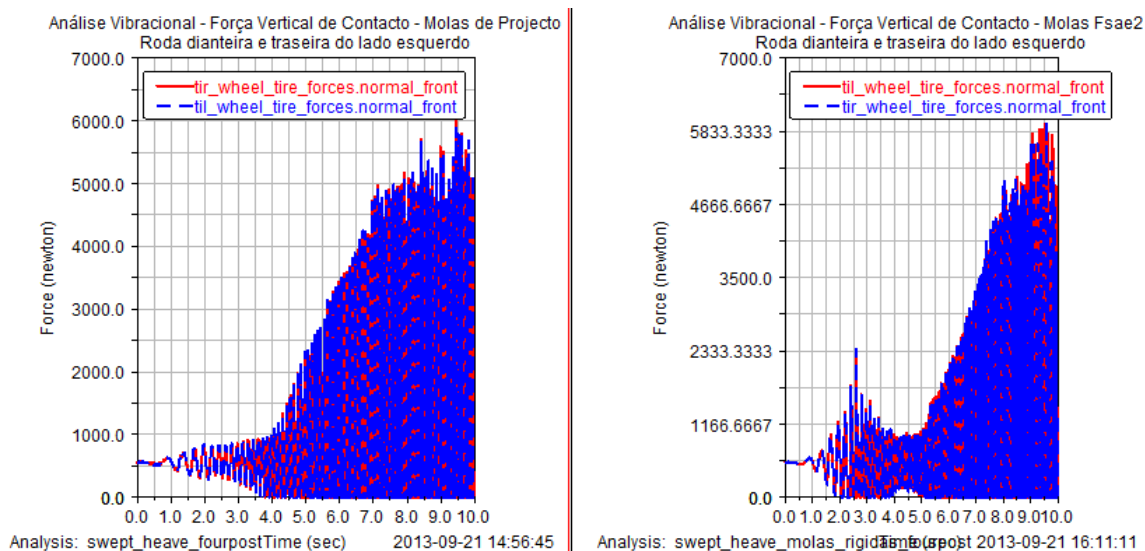


**Gráfico 6.16 - Análise Vibracional do carro ISEL - deslocamento vertical da massa suspensa e das rodas**

É importante analisar também as forças que actuaram nos pneus durante toda a simulação. O resultado desta análise baseia-se na comparação entre o resultado obtido com as molas de projecto e o resultado obtido com molas mais rígidas já previamente utilizadas em algumas simulações anteriores.

Depois de aproximadamente quatro segundos de simulação, as forças dos pneus tendem a aumentar em ambas as simulações e são praticamente idênticas, podendo assim centrar-se a análise da influência das molas nas forças exercidas nos pneus durante os primeiros quatro segundos.

Assim até aos quatro segundos verifica-se a existência de uma grande variação nas forças na simulação com molas mais rígidas ao comparar-se com a simulação com as molas de projecto. Esta grande variação deve-se ao facto de se estar a excitar o veículo perto da frequência natural da massa suspensa. Logo, durante esse período de tempo apesar da massa suspensa do veículo exibir menores amplitudes, devido a uma maior rigidez das molas (quando comparada com as molas de projecto), as forças nos pneus aumentam devido ao maior valor de rigidez.



**Gráfico 6.17 - Análise Vibracional do carro ISEL - Forças nas rodas durante a simulação**

É de notar que à medida que as forças nos pneus aumentam, mais rapidamente eles se desgastarão e em eventos de grande duração, e.g. *endurance*, isso torna-se um problema, pois irá aumentar o tempo por volta directa e indirectamente: através da perda de tempo durante a condução em pista uma vez que os pneus perdem propriedades e indirectamente devido às paragens necessárias nas boxes para substituição dos mesmos.

O que se conclui desta simulação é que de facto se consegue uma redução de amplitudes da massa suspensa com as molas mais rígidas, contudo, como as forças que actuam no pneu serão maiores, deverá ser feito um compromisso na escolha das molas tendo em consideração a duração dos pneus.

A análise vibracional do veículo encerra assim o presente capítulo, sendo, contudo, importante fazer-se alguns comentários, que se encontram de seguida, relativamente a todo este capítulo.

Quanto à análise independente dos sistemas de suspensão dianteiro e traseiro, verifica-se que os resultados são satisfatórios e que nas situações anteriormente simuladas se confirmam que a suspensão projectada irá cumprir os requisitos de uma suspensão de corrida, i.e. irá proporcionar uma maior área possível de contacto do pneu com o solo.

Quanto à análise global do carro ISEL, conclui-se que toda a dinâmica do veículo depende de inúmeros parâmetros, apesar de se ter focado no presente trabalho apenas a alteração das propriedades das molas.

Cada evento é um evento e o veículo deverá ser regulado e preparado para tal, de modo a obter-se o melhor comportamento dinâmico do mesmo ao longo dessa mesma prova. A esta preparação está associado o gasto de muito tempo e dinheiro pois envolve a modificação de vários parâmetros, muitos deles difíceis de aplicar idealmente à realidade.

Utilizando a simulação computacional é possível então diminuir os gastos supramencionados associados às preparações do veículo para os diversos eventos, porém é de referir que saber quais os parâmetros a alterar, de maneira a proporcionar uma melhor resposta e comportamento do veículo, depende muito do *know-how* proveniente de resultados obtidos ao longo dos tempos.



## 7. Conclusões

O trabalho desenvolvido incidiu sobre o estudo de sistemas de suspensão para veículos de estrada e a sua influência na dinâmica global. Teve como objectivo principal o projecto de um sistema de suspensão a aplicar num veículo de competição. Para esse efeito utilizaram-se diversas metodologias baseadas na teoria da dinâmica automóvel, e procedeu-se ao estudo cinemático e dinâmico do sistema de suspensão e posteriormente ao estudo da performance global do veículo completo.

O desempenho do sistema de suspensão projectado neste trabalho foi verificado através da utilização do software de simulação computacional MSC Adams/Car. O uso deste meio computacional permite estudar o comportamento do veículo através de modelos matemáticos que o simulam. Esses modelos analíticos podem simular apenas o sistema de suspensão ou o veículo completo uma vez que possuem uma série de parâmetros que podem ser alterados e que influenciam o comportamento final do veículo.

Tendo por referência valores aconselhados pela literatura automóvel e devido à falta de *know-how*, dimensionou-se um sistema de suspensão “base” para ser aplicado num veículo Formula Student (que se encontra a ser desenvolvido pelo ISEL). O sistema de suspensão projectado é capaz de garantir um bom funcionamento global mas não a performance óptima, uma vez que muitos dos seus parâmetros foram seleccionados consonante uma determinada gama de valores aconselhados pela diversa bibliografia automóvel. O sistema de suspensão projectado foi um sistema de suspensão independente Multi-Link tanto para o eixo dianteiro como para o eixo traseiro.

Os resultados obtidos com os cálculos teóricos segundo a diversa metodologia utilizada e com as análises computacionais foram satisfatórios, no entanto como se pode verificar é possível proceder à optimização do sistema de suspensão e por conseguinte à melhoria da performance global do veículo.

Analisando cinematicamente a suspensão dianteira constatou-se que esta para as condições de serviço definidas no projecto, irá proporcionar uma superfície de contacto entre o pneu e a estrada perto da óptima, uma vez que o *camber* da roda irá tender para

positivo à medida que existe *Roll* do veículo. Verificou-se então que o *camber* irá variar 0,71 deg sempre que o veículo se inclina 1 deg, o que é satisfatório pois o *camber* estático é de 1 grau negativo, conseguindo-se uma folga para em casos de acelerações mais elevadas haver um contacto superficial entre o pneu e a estrada.

Quanto à cinemática da suspensão traseira do carro ISEL, constatou-se que o *camber* estático (-2 deg) adoptado na elaboração do projecto não irá permitir a existência de uma área de contacto dos pneus com o solo tão boa como na suspensão dianteira. Isto deve-se ao facto de o ganho de *camber* ao *Roll* ser de 0,25 deg/deg. Assim confirma-se que é aconselhável uma redução do ângulo negativo de *camber* estático.

Relativamente ao estudo global da dinâmica do veículo e do comportamento do sistema de suspensão desenvolvido no capítulo 6, verificou-se que a performance da suspensão e por conseguinte do veículo podem ser melhoradas através da alteração de diversos parâmetros. Verificou-se que para aplicações de competição e com o intuito de se conseguir um melhor tempo nos eventos, a suspensão deverá ser afinada especificamente para esse percurso o que se pode revelar uma tarefa de grande complexidade.

Para futuros desenvolvimentos, propõe-se a realização de mais estudos ao sistema de suspensão projectado, entre os quais estudos de optimização ao nível da cinemática do sistema de suspensão, estudos a nível estrutural para cada componente da suspensão utilizando o método dos elementos finitos e um estudo aerodinâmico ao mesmo sistema apresentando sugestões de melhoria.

Foram diversas as dificuldades sentidas ao longo da elaboração deste trabalho final de mestrado, uma vez que no início da sua elaboração pouco se conhecia sobre os fundamentos da dinâmica automóvel. A maior dificuldade sentida derivou-se ao facto de se ter começado a elaboração do presente trabalho pela sequência errada. De modo a facilitar todos os possíveis leitores na sua iniciação à dinâmica de veículos e ao projecto de um sistema de suspensão para veículos de passageiros, mercadorias e para aplicações de competição, sugere-se a seguinte sequência de leitura: 1 – Fundamentals of Vehicle

Dynamics (3), 2 – Theory of Ground Vehicles (9), 3 – Race Car Vehicle Dynamics (1) e  
por fim 4 – Tune to Win (26).



## Referências Bibliográficas

1. **Milliken, William F. e Milliken, Douglas L.** *Race Car Vehicle Dynamics*. s.l. : SAE International, 1994.
2. **Heibing, Bernd e Ersoy, Metin.** *Chassis Handbook*. s.l. : Vieweg Teubner, 2001. ISBN: 978-3-8348-0994-0.
3. **Gillespie, Thomas D.** *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. s.l. : Society of Automotive Engineers, Inc.
4. —. *A brief history of vehicle dynamics: Why tires are so important*. Mechanical Simulation, University of Michigan. 2006. Apresentação 2006 Tire Society Conference.
5. **Blundell, Mike e Harty, Damian.** *The Multibody Systems Approach to Vehicle Dynamics*. Oxford : Elsevier Butterworth-Heinemann, 2004. ISBN: 0 7506 5112 1.
6. **Smith, Julian Happian.** *An Introduction to Modern Vehicle Design*. Oxford : Butterworth-Heinemann, 2002. ISBN: 07506 5044-3.
7. **Craig, Kevin.** *Automotive Suspension Systems*. Department of Mechanical Engineerig , Rensselaer Polytechic Institute.
8. **Rill, George.** *Vehicle Dynamics*. Fachhochschule Regensburg - University of Applied Sciences. 2006. Lecture Notes.
9. **Wong, Jo Yung.** *Theory of ground vehicles*. 2<sup>a</sup>. Ottawa : Wiley-Interscience Publication. ISBN: 0-471-52496-4.
10. **Costin, Michael e Phipps, David.** *Racing and Sports Car Chassis Design*. London : B.T.Batsford LTD, 1974.
11. **Jazar, Reza Nakahie.** *Vehicle Dynamics - Theory and Application*. s.l. : Springer. ISBN: 978-0-387-74243-4.

12. Camber, Caster, Toe-in/Toe-out, explained. [Online] Intrax - You can race yourself...bur Intrax makes you win. [Citação: 22 de 09 de 2013.] <http://en.intraxracing.nl/techniek/camber,-caster,-toe-intoe-out/>.
13. **Jones, Donald.** *Steering and Suspension - Suspension Systems*. Brookhaven College. Lecture notes.
14. **Staniforth, Allan.** *Competition car suspension - Design, Construction, Tuning*. 3<sup>o</sup>. s.l. : Haynes Publishing.
15. **Piola, Giorgio.** *Formula 1 2005-2006 Technical Analysis*. s.l. : Giorgio Nada Editore, 2006. ISBN: 978-8879113915.
16. **Knowles, Don.** *Automotive Suspension & Steering Systems*. 5<sup>a</sup>. USA : Delmar Cengage Learning, 2011. ISBN: 978-1-4354-8115-2.
17. **Adams, Herb.** *Chassis Engineering*. New York : HPBooks, 1993. ISBN: 1-55788-055-7.
18. **Lamers, Willem-Jan.** *Development and Analysis of a Multi-link Suspension for Racing Applications*. Department Mechanical Engineering, Technische Universiteit Eindhoven. 2008. Mastes thesis. Dynamics and Control Group.
19. **Henry, Cary, et al., et al.** *SAE III: FSAE Suspension Design*. 2003. Relatório de Projecto para Comeptição Formula Student.
20. **Fenske, Jason.** *Suspensions - Explained*. Engineering Explained, 2012.
21. **Gaffney III, Edmund F e Salinas, Anthony R.** *Introduction to Formula SAE - Suspension and Frame Design*. University of Missouri - Rolla. s.l. : SAE. Paper SAE. 971584.
22. FSAE.com - Design it, Built it, Race it. [Online] [Citação: 12 de 03 de 2013.] Fórum. [fsae.com/ev\\_e/forums/a/tpc/f/125607348/m/10010836121](http://fsae.com/ev_e/forums/a/tpc/f/125607348/m/10010836121).
23. The Blueprints. [Online] [Citação: 3 de Fevereiro de 2013.] [www.the-blueprints.com/blueprints-depot-restricted/cars/ferrari/ferrari\\_248\\_f1\\_gp\\_2006-32620.jpg](http://www.the-blueprints.com/blueprints-depot-restricted/cars/ferrari/ferrari_248_f1_gp_2006-32620.jpg).

24. Rapid-Racer. [Online] [Citação: 2 de Fevereiro de 2013.] [www.rapid-racer.com/suspension-tuning.php#Center of Gravity and Roll Center](http://www.rapid-racer.com/suspension-tuning.php#Center of Gravity and Roll Center).
25. **Dixon, John C.** *Suspension Geometry and Computation*. s.l. : John Wiley and Sons, 2009. ISBN: 978-0-170-51021-6.
26. **Smith, Carrol.** *Tune to Win*. s.l. : Aero Publishers INC, 1978. The art and science of race car deveopment and tuning. ISBN: 0-87939-071-3.
27. *The Car Tech*. [Online] [Citação: 21 de Março de 2013.] [www.thecartech.com/subjects/auto\\_eng2/Roll\\_Center.htm](http://www.thecartech.com/subjects/auto_eng2/Roll_Center.htm).
28. **Clarke, Pat.** *Formula Student Germany - International Design Competition*. [Online] [Citação: 23 de Março de 2013.] [www.formulastudent.de/academy/pats-corner/advice-details/article/pats-column-february](http://www.formulastudent.de/academy/pats-corner/advice-details/article/pats-column-february).
29. **Woods, David E. e Jawad, Badih A.** *Numerical Design of Racecar Suspension Parameters*. Washington : Society of Automotive Engineers - SAE, 1999. ISSN 0148-7191.
30. **OptimumG.** Tech Tip: Springs & Dampers. *Part One - The Phantom Knowledge*.
31. *Choosing baseline damper curves for ride*. **Shin, Eric**. 08 de 02 de 2006, WORKS.
32. **OptimumG.** Tech Tip: Springs & Dampers. *Part Three - Revenge of the damping ratio*. Technical Paper.
33. —. Tech Tip: Springs & Dampers. *Episode Four - A new Understanding*. Technical Paper.
34. **Shihady, Daniel, et al., et al.** *FSAE Damper Project*. Department of Mechanical Engineering, University of Michigan. 2006. Projecto Formula Student. Formula SAE Team.
35. **Chopra, Anil K.** *Dynamics of Structures - Theory and Applications to Earthquake engineering*. s.l. : Prentice Hall. ISBN: 0-13-855214-2.

36. **Hathaway, Richard.** *Spring Rates, Wheel Rates, Motion Ration and Roll Stiffness - Appendix I.* Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Western Michigan University. Michigan : s.n. Power Point Presentation.

37. **PhysicsForums.** Roll Stiffness. *PhysicsForums.* [Online] [Citação: 7 de Novembro de 2013.] [www.physicsforums.com/showthread.php?t=505697](http://www.physicsforums.com/showthread.php?t=505697).



# **Apêndice 1 – Folha de Cálculo de Projecto de Suspensão Formula Student**

# Projecto Sistema de Suspensão ISEL Formula Student

## 0. Selecção do modelo de suspensão a utilizar

Dianteira: Suspensão Multi-Link, actuada por pushrod com travões fora do chassis

Traseira: Suspensão Multi-Link, actuada por pushrod com travões fora do chassis

## 1. Selecção de $t_F$ , $t_R$ e $l$

$t_F := 1200$  (mm)

$t_R := 1100$  (mm)

$l := 1700$  (mm)

## 2. Selecção das Rodas

Rodas Seleccionadas				
Tipo	Eixo	Marca	Dimensão	Preço
Jante	Dianteiro	Keizer – Kosmo Magnesium	13 – 6	
Jante	Traseiro	Keizer – Kosmo Magnesium	13 - 7	
Pneu	Dianteiro	AVON	6.2/20 – 13	
Pneu	Traseiro	AVON	7.2/20 - 13	

## 3. Estimativa do peso total e parcial do veículo

Pesos arbitrados por grupo		
Grupo	Componentes	Peso (kg)
Grupo 1 – Chassis	Chassis	30
Grupo 2 – Sistema de Suspensão e Direcção	Rodas, braços de suspensão, manga de eixo, etc...	40
Grupo 3 – Body/Aerodinâmica	Body	5
Grupo 4 – Motor e Sistema de transmissão	Motor, sistema de alimentação, sistema de refrigeração, sistema de transmissão	75
Grupo 5 – Sistema de Travagem, segurança e comodidade	Piloto, atenuador de impacto, <i>bucket</i>	85
Grupo 6 - Gestão de Projecto	-	-
Grupo 7 - Electrónica	Componentes electrónicos	5
	Total	240

Aplicando uma percentagem de 15% de segurança ao peso total, o veículo apresentará um peso global de aproximadamente 276 kg com piloto e níveis de reservatórios no máximo. Assim:

Percentagem de Distribuição de Pesos			
	Dianteira (%)	Traseira (%)	Peso Total com piloto e nível de combustível máximo (kg)
Carro ISEL	45	55	276

Peso total e parcial do veículo:

$$W_T := 276 \text{ (kg)} \quad W_F := W_T \cdot 0.45 = 124.2 \text{ (kg)} \quad W_R := W_T \cdot 0.55 = 151.8 \text{ (kg)}$$

$$\underline{W_T} := W_T \cdot 9.81 = 2.708 \times 10^3 \text{ (N)} \quad \underline{W_F} := W_F \cdot 9.81 = 1.218 \times 10^3 \text{ (N)}$$

$$\underline{W_R} := W_R \cdot 9.81 = 1.489 \times 10^3 \text{ (N)}$$

Tendo em conta um carro simétrico, vem que:

$$W_1 := \frac{W_F}{2} = 609.201 \text{ (N)} \quad W_2 := W_1 = 609.201 \text{ (N)}$$

$$W_3 := \frac{W_R}{2} = 744.579 \text{ (N)} \quad W_4 := W_3 = 744.579 \text{ (N)}$$

Estimativa da massa não suspensa e massa suspensa:

Utilizando a percentagem de Segurança de 15% ficamos com os seguintes valor

$$\text{Massa não Suspensa:} \quad m_F := (10 \cdot 2) \cdot 1.15 = 23 \text{ (kg)}$$

$$m_R := (10 \cdot 2 + 5) \cdot 1.15 = 28.75 \text{ (kg)}$$

Massa Suspensa com piloto e reservatórios no máximo:

$$M_F := [(30 + 5 + (75 - 5) + 85 + 5) \cdot 0.45] \cdot 1.15 = 100.912 \text{ (kg)}$$

$$M_R := [(30 + 5 + (75 - 5) + 85 + 5) \cdot 0.55] \cdot 1.15 = 123.338 \text{ (kg)}$$

Soma das massas suspensa e não suspensa

$$m_F + M_F = 123.912 \quad (\text{kg}) \quad m_R + M_R = 152.088 \quad (\text{kg})$$

$$M_{\text{Total}} := [m_F + M_F + (m_R + M_R)] = 276$$

$$M_{\text{Corner}_F} := \frac{m_F + M_F}{2} = 61.956 \quad (\text{kg})$$

$$M_{\text{Corner}_R} := \frac{m_R + M_R}{2} = 76.044 \quad (\text{kg})$$

#### 4. Estipulação de outros parâmetros

$$\lambda_{\text{dianteira}} := 0.090 \quad (\text{m}) \quad \lambda_{\text{traseira}} := 0.090 \quad (\text{m})$$

$$c_F := -2 \quad (^\circ) \quad c_R := -1 \quad (^\circ)$$

$$A_D := 0.05 \quad A_S := 0.1$$

$$B_F := 0.6 \quad B_R := 0.4$$

#### 5. Cálculo do Centro de Gravidade (CG)

$$b := \frac{W_F \cdot l}{W_T} = 765 \quad (\text{mm}) \quad a := l - b = 935 \quad (\text{mm})$$

$$d := \frac{t_F - t_R}{2} = 50 \quad (\text{mm}) \quad y'' := \frac{W_2}{W_T} \cdot (t_F - d) - \frac{W_1}{W_T} \cdot d + \frac{W_4 \cdot t_R}{W_T} - \frac{t_R}{2} = 0 \quad (\text{mm})$$

$$h_{\text{CG}} := 250 \quad (\text{mm})$$

#### 6. Cinemática - Determinação da Geometria de Suspensão (Independente)

##### 6.1. Geometria Vista Frontal - Suspensão Dianteira

$$R_{\text{GF}} := 1.5 \left( \frac{^\circ}{g} \right)$$

$$f_{\text{vsa}_F} := 2 \cdot t_F = 2.4 \times 10^3 \quad (\text{mm}) \quad (\text{mm}) \quad \text{KP} := 8 \quad (^\circ)$$

$$h_{\text{Frc}} := 30 \quad (\text{mm})$$

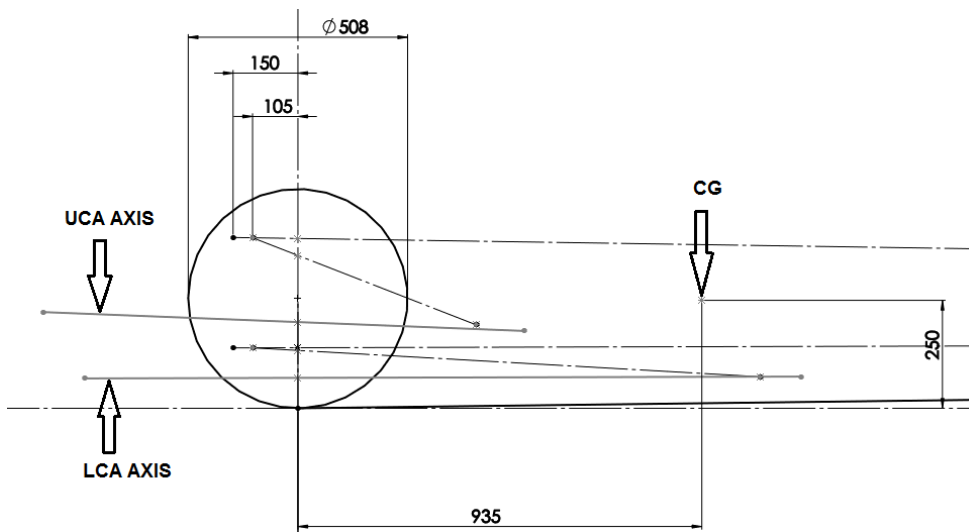
## 6.2. Geometria Vista de Lado - Suspensão Dianteira

$$\operatorname{tg}\Phi_F := \frac{(A_D)}{\left[ B_F \cdot \left( \frac{1}{h_{CG}} \right) \right]} = 0.012 \quad h_{svsaF} := 0.7 \cdot h_{CG} = 175 \quad (\text{mm})$$

$$l_{svsaF} := \frac{h_{svsaF}}{\operatorname{tg}\Phi_F} = 1.428 \times 10^4 \quad (\text{mm})$$

$$\Phi_F := \frac{\operatorname{atan}(\operatorname{tg}\Phi_F) \cdot 180}{\pi} = 0.702 \quad (^\circ)$$

## 6.3. Construção dos eixos pivôs interiores - Suspensão Dianteira



## 6.4. Geometria Vista Frontal - Suspensão Traseira

$$fvsa_R := 2 \cdot t_R = 2.2 \times 10^3 \quad (\text{mm}) \quad h_{Rrc} := 40.5 \quad (\text{mm})$$

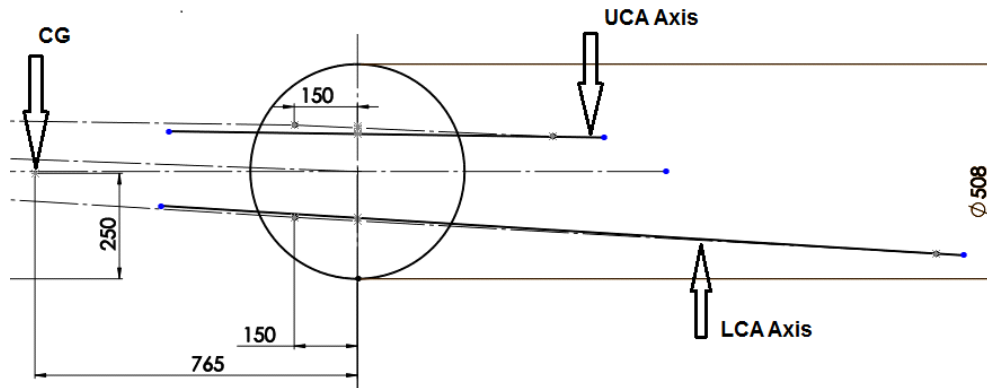
## 6.5. Geometria Vista de Lado - Suspensão Traseira

$$\operatorname{tg}\Phi_R := \frac{(A_S)}{\left[ B_R \cdot \left( \frac{1}{h_{CG}} \right) \right]} = 0.037 \quad h_{svsaR} := 0.7 \cdot h_{CG} = 175 \quad (\text{mm})$$

$$l_{svsaR} := \frac{h_{svsaR}}{\operatorname{tg}\Phi_R} = 4.76 \times 10^3 \quad (\text{mm})$$

$$\Phi_R := \frac{\operatorname{atan}(\operatorname{tg}\Phi_R) \cdot 180}{\pi} = 2.106 \quad (^\circ)$$

## 6.6. Construção dos eixos pivôs interiores - Suspensão Traseira



## 7. Dinâmica - Determinação da Rigidez das Molas

### 7.1. Definição das condições de serviço

$$\alpha := 0 \quad (^\circ) \quad R := 9.125 \quad (\text{m}) \quad V := 10 \quad \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

$$A_\alpha := \frac{\left( \frac{V^2}{R} \right)}{9.8} = 1.118 \quad (\text{g}) \quad A_Y := A_\alpha \cdot \cos(\alpha) - \sin(\alpha) = 1.118 \quad (\text{g})$$

$$A_X := 2 \quad (\text{g})$$

### 7.2. Determinação de: *Ride Rate*, *Suspension Rate* e *Spring Rate*

#### 7.2.1 *Ride Rate*

$$f_{nf} := 2.5 \quad (\text{Hz}) \quad \text{Front Ride Frequency}$$

$$f_{nr} := f_{nf} - 0.10 \cdot f_{nf} = 2.25 \quad (\text{Hz}) \quad \text{Rear Ride Frequency}$$

$$\text{ratio} := \frac{f_{nr}}{f_{nf}} = 0.9$$

$$K_{Rf} := (2 \cdot \pi \cdot f_{nf})^2 \cdot \frac{M_F}{2} = 1.245 \times 10^4 \quad \left( \frac{\text{N}}{\text{m}} \right)$$

$$K_{Rr} := (2 \cdot \pi \cdot f_{nr})^2 \cdot \frac{M_R}{2} = 1.233 \times 10^4 \quad \left( \frac{N}{m} \right)$$

### 7.2.2. Suspension Rate

A Rigidez do pneu é dada pelo fabricante:

Pneus – Eixo Dianteiro				
Marca	Dimensão (Largura / Diâmetro – Diâmetro jante) in	Rigidez (kg/mm) a 0° de camber e a uma pressão de 19 Psi (1.31 bar)	Preço Unitário (€)	Referência
Avon	6.2 / 20 - 13	16.4	-	9241
Hoozier	6.0 / 20.5 - 13	25.4	130	43128

Pneus – Eixo Traseiro				
Marca	Dimensão (Largura / Diâmetro – Diâmetro jante) in	Rigidez (kg/mm) a 0° de camber e a uma pressão de 19 Psi (1.31 bar)	Preço Unitário (€)	Referência
Avon	7.2 / 20 - 13	18.0		9760
Hoozier	7.0 / 20.5 - 13	25.4	130	43162

$$K_{Tf} := 16.4 \cdot 9.8 \cdot 1000 = 1.607 \times 10^5 \quad \left( \frac{N}{m} \right)$$

$$K_{Tr} := 18 \cdot 9.8 \cdot 1000 = 1.764 \times 10^5 \quad \left( \frac{N}{m} \right)$$

$$K_{Sf} := \frac{K_{Rf} \cdot K_{Tf}}{K_{Tf} - K_{Rf}} = 1.349 \times 10^4 \quad \left( \frac{N}{m} \right)$$

$$K_{Sr} := \frac{K_{Rr} \cdot K_{Tr}}{K_{Tr} - K_{Rr}} = 1.325 \times 10^4 \quad \left( \frac{N}{m} \right)$$

### 7.2.3. Spring Rate

$$IR := 1$$

$$K_{\text{SPRf}} := \frac{K_{\text{Sf}}}{(\text{IR})^2} = 1.349 \times 10^4 \quad \left( \frac{\text{N}}{\text{m}} \right)$$

$$K_{\text{SPRr}} := \frac{K_{\text{Sr}}}{(\text{IR})^2} = 1.325 \times 10^4 \quad \left( \frac{\text{N}}{\text{m}} \right)$$

### 7.3. Determinação do *Roll Stiffness*

#### 7.3.1. *Roll Stiffness*

$$K_{\phi f} := 0.5 \cdot K_{\text{Sf}} \cdot \left( \frac{t_{\text{F}}}{1000} \right)^2 = 9.716 \times 10^3 \quad \left( \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} \right)$$

$$K_{\phi r} := 0.5 \cdot K_{\text{Sr}} \cdot \left( \frac{t_{\text{R}}}{1000} \right)^2 = 8.017 \times 10^3 \quad \left( \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} \right)$$

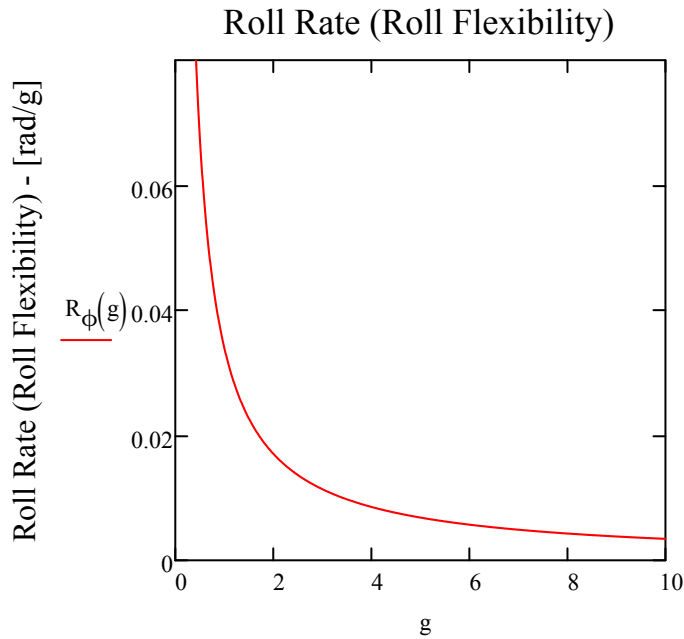
#### 7.3.2. *Roll Gradient*

$$A := l \cdot B_{\text{R}} = 680 \quad (\text{mm}) \quad B := l \cdot B_{\text{F}} = 1.02 \times 10^3 \quad (\text{mm})$$

$$h_{\text{ra}} := \frac{\left( \frac{B \cdot h_{\text{Frc}} + A \cdot h_{\text{Rrc}}}{1} \right)}{1000} = 0.034 \quad (\text{m})$$

$$h_{\text{i}} := \frac{h_{\text{CG}}}{1000} - h_{\text{ra}} = 0.216 \quad (\text{m})$$

$$R_{\phi}(\text{g}) := \frac{\left( \frac{W_{\text{T}}}{\text{g}} \right) \cdot h_{\text{i}}}{\left( K_{\phi f} + K_{\phi r} - W_{\text{T}} \cdot h_{\text{i}} \right)}$$



Aceleração gravitica - [g]

$$R_{\phi}(1) = 0.034 \quad \left( \frac{\text{rad}}{\text{g}} \right) \quad \frac{R_{\phi}(1) \cdot 180}{\pi} = 1.952 \quad \left( \frac{\text{deg}}{\text{g}} \right)$$

### 7.3.3. Deslocamento máximo da roda devido ao *Roll*

$$\phi := A_Y \cdot R_{\phi}(1) = 0.068 \quad (\text{rad})$$

$$\Delta z_{wf} := 0.5 \cdot \left( \frac{t_F}{1000} \right) \cdot \sin(\phi) = 0.041 \quad (\text{mm})$$

$$\Delta z_{wr} := 0.5 \cdot \left( \frac{t_R}{1000} \right) \cdot \sin(\phi) = 0.037 \quad (\text{mm})$$

## 8. Dinâmica - Determinação dos Amortecedores

### 8.5. Regime de Baixa Velocidade

#### 8.5.1. Resposta do Sistema - Amortecedores Dianteiros

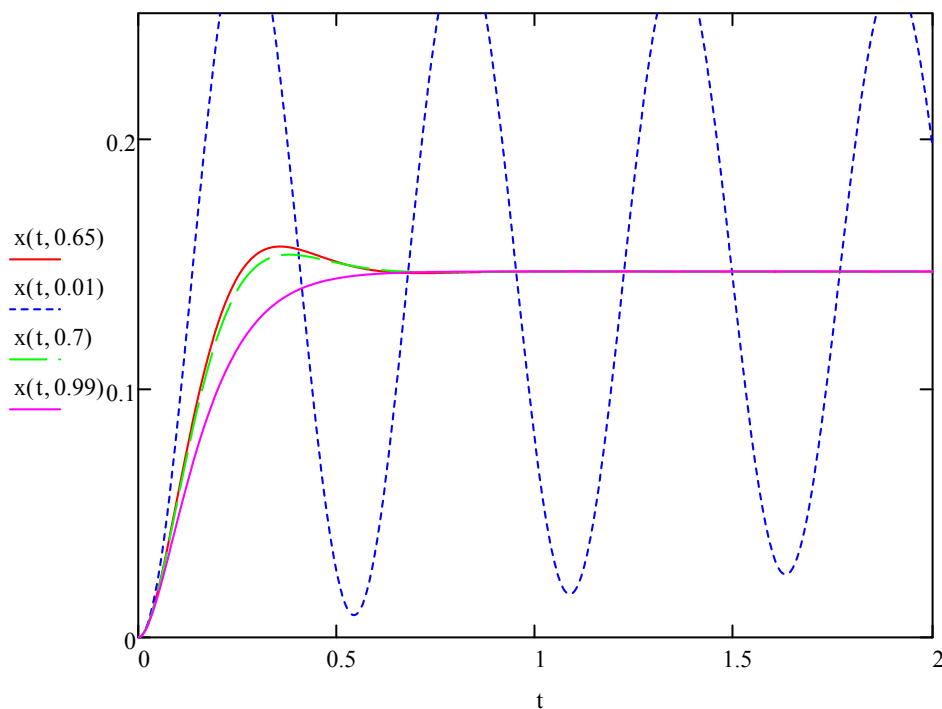
Considerando a mesma aceleração  $A_Y$  das condições de serviço consideradas no passo 7, a força do tipo degrau unitário que irá excitar a massa suspensa pode ser obtida através da segunda lei de Newton:

$$P_{oF} := M_F \cdot (A_Y \cdot 9.8) = 1.978 \times 10^3 \quad (\text{N})$$

Considerando que a rigidez equivalente é igual à rigidez da mola, que o amortecimento equivalente é igual ao amortecimento, e que a frequência natural amortecida é igual à não amortecida temos que:

$$w_{nf} := \sqrt{\frac{K_{SPRf}}{(M_F)}} = 11.564 \quad \left( \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$$

$$x(t, \xi) := e^{-\xi \cdot w_{nf} \cdot t} \cdot \left( -\frac{P_{oF}}{K_{SPRf}} \cdot \cos(w_{nf} \cdot \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t) - \frac{P_{oF}}{K_{SPRf}} \cdot \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \cdot \sin(w_{nf} \cdot \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t) \right) + \frac{P_{oF}}{K_{SPI}}$$



falta a conversão para rotação através do IR

### 8.5.2. Determinação de $\xi$ ótimo

- Para  $\xi=0.01$

tempo até equilíbrio - utilizando a opção trace do gráfico verifica-se o equilíbrio aproximadamente a 80 segundos após a excitação.

$$T_{\text{máx}} := 80 \text{ (s)} \quad D_{\text{máx}} := \left| \int_0^{80} x(t, 0.01) dt \right| = 11.725$$

- Para  $\xi=0.999$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 1 segundo

$$T_{\min} := 1 \text{ (s)} \quad D_{0.999} := \left| \int_0^1 x(t, 0.999) dt \right| = 0.121$$

- Para  $\xi=0.05$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 18 segundos

$$T_{0.05} := 18 \text{ (s)} \quad D_{0.05} := \left| \int_0^{18} x(t, 0.05) dt \right| = 2.637$$

- Para  $\xi=0.1$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 10 segundos

$$T_{0.1} := 10 \text{ (s)} \quad D_{0.1} := \left| \int_0^{10} x(t, 0.1) dt \right| = 1.463$$

- Para  $\xi=0.15$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 8 segundos

$$T_{0.15} := 8 \text{ (s)} \quad D_{0.15} := \left| \int_0^8 x(t, 0.15) dt \right| = 1.169$$

- Para  $\xi=0.2$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 5.7 segundos

$$T_{0.2} := 5.7 \text{ (s)} \quad D_{0.2} := \left| \int_0^{5.7} x(t, 0.2) dt \right| = 0.83$$

- Para  $\xi=0.25$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 4.8 segundos

$$T_{0.25} := 4.8 \text{ (s)} \quad D_{0.25} := \left| \int_0^{4.8} x(t, 0.25) dt \right| = 0.697$$

- Para  $\xi=0.3$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 3.9 segundos

$$T_{0.3} := 3.9 \text{ (s)} \quad D_{0.3} := \left| \int_0^{3.9} x(t, 0.3) dt \right| = 0.564$$

- Para  $\xi=0.35$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 3.2 segundos

$$T_{0.35} := 3.2 \text{ (s)} \quad D_{0.35} := \left| \int_0^{3.2} x(t, 0.35) dt \right| = 0.46$$

- Para  $\xi=0.4$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 2.6 segundos

$$T_{0.4} := 2.6 \text{ (s)} \quad D_{0.4} := \left| \int_0^{2.6} x(t, 0.4) dt \right| = 0.371$$

- Para  $\xi=0.45$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 2.3 segundos

$$T_{0.45} := 2.3 \text{ (s)} \quad D_{0.45} := \left| \int_0^{2.3} x(t, 0.45) dt \right| = 0.326$$

- Para  $\xi=0.5$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 2.1 segundos

$$T_{0.5} := 2.1 \text{ (s)} \quad D_{0.5} := \left| \int_0^{2.1} x(t, 0.5) dt \right| = 0.295$$

- Para  $\xi=0.55$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 1.8 segundos

$$T_{0.55} := 1.8 \text{ (s)} \quad D_{0.55} := \left| \int_0^{1.8} x(t, 0.55) dt \right| = 0.25$$

- Para  $\xi=0.6$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 1.6 segundos

$$T_{0.6} := 1.6 \text{ (s)} \quad D_{0.6} := \left| \int_0^{1.6} x(t, 0.6) dt \right| = 0.219$$

- Para  $\xi=0.65$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 1.3 segundos

$$T_{0.65} := 1.3 \text{ (s)} \quad D_{0.65} := \left| \int_0^{1.3} x(t, 0.65) dt \right| = 0.174$$

- Para  $\xi=0.7$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 1.2 segundos

$$T_{0.7} := 1.2 \text{ (s)} \quad D_{0.7} := \left| \int_0^{1.2} x(t, 0.7) dt \right| = 0.158$$

- Para  $\xi=0.75$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 1.1 segundos

$$T_{0.75} := 1.1 \text{ (s)} \quad D_{0.75} := \left| \int_0^{1.1} x(t, 0.75) dt \right| = 0.142$$

- Para  $\xi=0.8$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 1.05 segundos

$$T_{0.8} := 1.05 \text{ (s)} \quad D_{0.8} := \left| \int_0^{1.05} x(t, 0.8) dt \right| = 0.134$$

- Para  $\xi=0.85$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 0.95 segundos

$$T_{0.85} := 0.95 \text{ (s)} \quad D_{0.85} := \left| \int_0^{0.95} x(t, 0.85) dt \right| = 0.118$$

- Para  $\xi=0.9$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 1 segundo

$$T_{0.9} := 1 \quad (\text{s}) \quad D_{0.9} := \left| \int_0^1 x(t, 0.9) dt \right| = 0.124$$

- Para  $\xi=0.95$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 0.8 segundo

$$T_{0.95} := 0.8 \quad (\text{s}) \quad D_{0.95} := \left| \int_0^{0.8} x(t, 0.95) dt \right| = 0.093$$

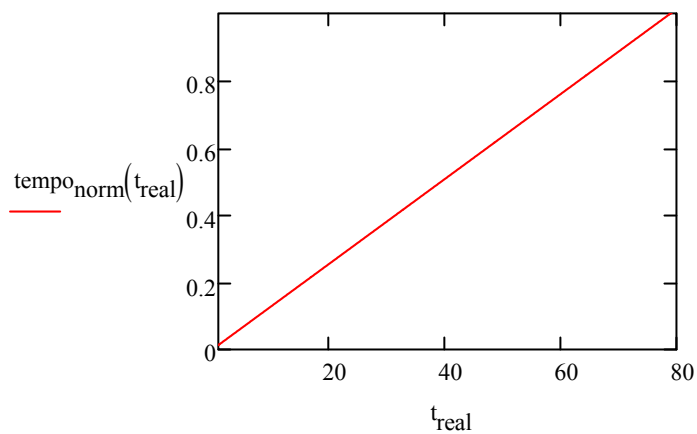
Normalização de valores e respectivos gráficos normalizados

Através da equação da recta e dos valores anteriormente obtidos obtem-se os seguintes gráficos:

Para Tempo:

$$m_{\text{tempo}} := \frac{1 - 0}{T_{\text{máx}} - T_{\text{min}}} = 0.013$$

$$\text{tempo}_{\text{norm}}(t_{\text{real}}) := (m_{\text{tempo}}) \cdot t_{\text{real}} + 0$$

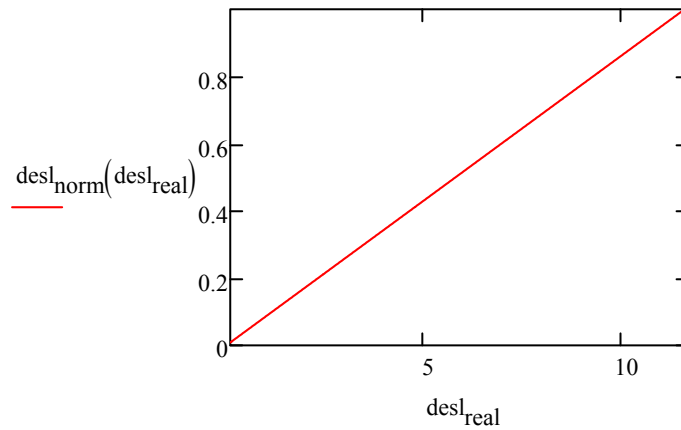


Para Deslocamento:

$$D_{\min} := D_{0.95}$$

$$m_{\text{desl}} := \frac{1 - 0}{D_{\text{máx}} - D_{\text{min}}} = 0.086$$

$$\text{desl}_{\text{norm}}(\text{desl}_{\text{real}}) := (m_{\text{desl}}) \cdot \text{desl}_{\text{real}} + 0$$



- Para  $\xi=0.01$

$$T_{n0.01} := 1$$

$$D_{n0.01} := 1$$

$$T_{n0.01} + D_{n0.01} = 2$$

- Para  $\xi=0.999$

$$T_{n0.999} := 0$$

$$D_{n0.999} := 1$$

$$T_{n0.999} + D_{n0.999} = 1$$

- Para  $\xi=0.05$

$$T_{n0.05} := \text{tempo}_{\text{norm}}(T_{0.05}) = 0.228$$

$$D_{n0.05} := \text{desl}_{\text{norm}}(D_{0.05}) = 0.227$$

$$T_{n0.05} + D_{n0.05} = 0.455$$

- Para  $\xi=0.1$

$$T_{n0.1} := \text{tempo}_{\text{norm}}(T_{0.1}) = 0.127$$

$$D_{n0.1} := \text{desl}_{\text{norm}}(D_{0.1}) = 0.126$$

$$T_{n0.1} + D_{n0.1} = 0.252$$

- Para  $\xi=0.15$

$$T_{n0.15} := \text{tempo}_{\text{norm}}(T_{0.15}) = 0.101 \quad D_{n0.15} := \text{desl}_{\text{norm}}(D_{0.15}) = 0.1$$

$$T_{n0.15} + D_{n0.15} = 0.202$$

- Para  $\xi=0.2$

$$T_{n0.2} := \text{tempo}_{\text{norm}}(T_{0.2}) = 0.072 \quad D_{n0.2} := \text{desl}_{\text{norm}}(D_{0.2}) = 0.071$$

$$T_{n0.2} + D_{n0.2} = 0.144$$

- Para  $\xi=0.25$

$$T_{n0.25} := \text{tempo}_{\text{norm}}(T_{0.25}) = 0.061 \quad D_{n0.25} := \text{desl}_{\text{norm}}(D_{0.25}) = 0.06$$

$$T_{n0.25} + D_{n0.25} = 0.121$$

- Para  $\xi=0.3$

$$T_{n0.3} := \text{tempo}_{\text{norm}}(T_{0.3}) = 0.049 \quad D_{n0.3} := \text{desl}_{\text{norm}}(D_{0.3}) = 0.048$$

$$T_{n0.3} + D_{n0.3} = 0.098$$

- Para  $\xi=0.35$

$$T_{n0.35} := \text{tempo}_{\text{norm}}(T_{0.35}) = 0.041 \quad D_{n0.35} := \text{desl}_{\text{norm}}(D_{0.35}) = 0.04$$

$$T_{n0.35} + D_{n0.35} = 0.08$$

- Para  $\xi=0.4$

$$T_{n0.4} := \text{tempo}_{\text{norm}}(T_{0.4}) = 0.033 \quad D_{n0.4} := \text{desl}_{\text{norm}}(D_{0.4}) = 0.032$$

$$T_{n0.4} + D_{n0.4} = 0.065$$

- Para  $\xi=0.45$

$$T_{n0.45} := \text{tempo}_{\text{norm}}(T_{0.45}) = 0.029 \quad D_{n0.45} := \text{desl}_{\text{norm}}(D_{0.45}) = 0.028$$

$$T_{n0.45} + D_{n0.45} = 0.057$$

- Para  $\xi=0.5$

$$T_{n0.5} := \text{tempo}_{\text{norm}}(T_{0.5}) = 0.027 \quad D_{n0.5} := \text{desl}_{\text{norm}}(D_{0.5}) = 0.025$$

$$T_{n0.5} + D_{n0.5} = 0.052$$

- Para  $\xi=0.55$

$$T_{n0.55} := \text{tempo}_{\text{norm}}(T_{0.55}) = 0.023 \quad D_{n0.55} := \text{desl}_{\text{norm}}(D_{0.55}) = 0.021$$

$$T_{n0.55} + D_{n0.55} = 0.044$$

- Para  $\xi=0.6$

$$T_{n0.6} := \text{tempo}_{\text{norm}}(T_{0.6}) = 0.02 \quad D_{n0.6} := \text{desl}_{\text{norm}}(D_{0.6}) = 0.019$$

$$T_{n0.6} + D_{n0.6} = 0.039$$

- Para  $\xi=0.65$

$$T_{n0.65} := \text{tempo}_{\text{norm}}(T_{0.65}) = 0.016 \quad D_{n0.65} := \text{desl}_{\text{norm}}(D_{0.65}) = 0.015$$

$$T_{n0.65} + D_{n0.65} = 0.031$$

- Para  $\xi=0.7$

$$T_{n0.7} := \text{tempo}_{\text{norm}}(T_{0.7}) = 0.015 \quad D_{n0.7} := \text{desl}_{\text{norm}}(D_{0.7}) = 0.014$$

$$T_{n0.7} + D_{n0.7} = 0.029$$

- Para  $\xi=0.75$

$$T_{n0.75} := \text{tempo}_{\text{norm}}(T_{0.75}) = 0.014 \quad D_{n0.75} := \text{desl}_{\text{norm}}(D_{0.75}) = 0.012$$

$$T_{n0.75} + D_{n0.75} = 0.026$$

- Para  $\xi=0.8$

$$T_{n0.8} := \text{tempo}_{\text{norm}}(T_{0.8}) = 0.013 \quad D_{n0.8} := \text{desl}_{\text{norm}}(D_{0.8}) = 0.011$$

$$T_{n0.8} + D_{n0.8} = 0.025$$

- Para  $\xi=0.85$

$$T_{n0.85} := \text{tempo}_{\text{norm}}(T_{0.85}) = 0.012 \quad D_{n0.85} := \text{desl}_{\text{norm}}(D_{0.85}) = 0.01$$

$$T_{n0.85} + D_{n0.85} = 0.022$$

- Para  $\xi=0.9$

$$T_{n0.9} := \text{tempo}_{\text{norm}}(T_{0.9}) = 0.013 \quad D_{n0.9} := \text{desl}_{\text{norm}}(D_{0.9}) = 0.011$$

$$T_{n0.9} + D_{n0.9} = 0.023$$

- Para  $\xi=0.95$

$$T_{n0.95} := \text{tempo}_{\text{norm}}(T_{0.95}) = 0.01 \quad D_{n0.95} := \text{desl}_{\text{norm}}(D_{0.95}) = 8.01 \times 10^{-3}$$

$$T_{n0.95} + D_{n0.95} = 0.018$$

Verifica-se através dos dados anteriores que o valor de  $\xi=0.85$  tem um valor mínimo da soma dos valores normalizados. E tendo por base a ref OptimumG este valor não se afasta muito do valor aconselhado. Assim sendo adoptar-se-á este valor.

$$\xi_{\text{FOpt}} := 0.85$$

$$C_{\text{FOpt}} := 2 \cdot M_F \cdot w_{\text{nf}} \cdot \xi_{\text{FOpt}} = 1.984 \times 10^3 \quad \left( \frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}} \right)$$

### 8.5.3. Resposta do Sistema - Amortecedores Traseiros

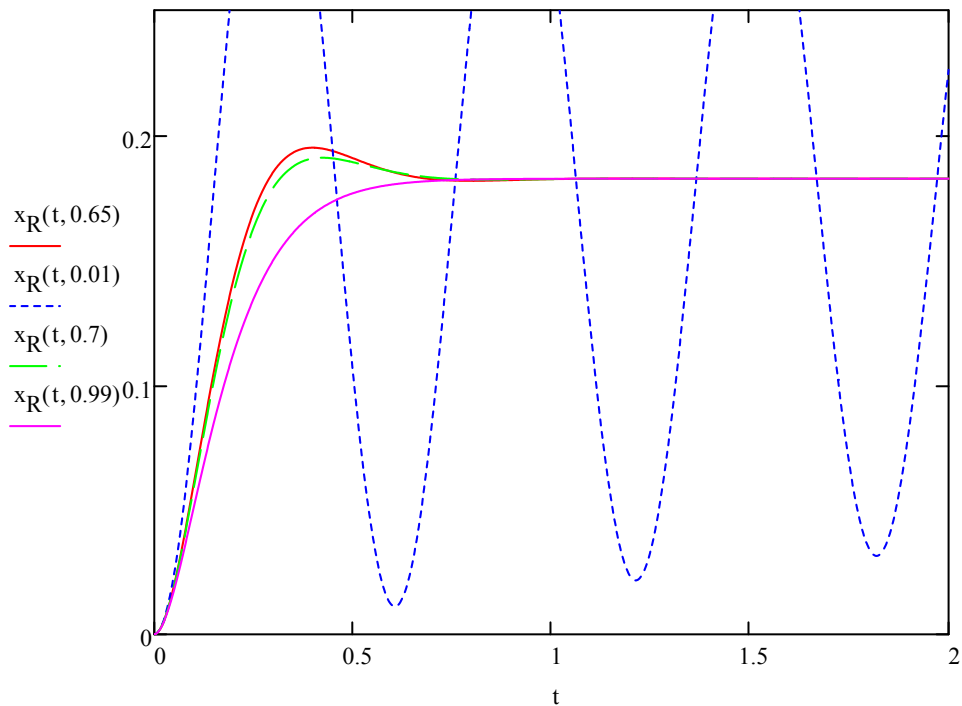
Considerando a mesma aceleração  $A_Y$  das condições de serviço consideradas no passo 7, a força do tipo degrau unitário que irá excitar a massa suspensa pode ser obtida através da segunda lei de Newton:

$$P_{oR} := M_R \cdot (A_Y \cdot 9.8) = 2.417 \times 10^3 \text{ (N)}$$

Considerando que a rigidez equivalente é igual à rigidez da mola, que o amortecimento equivalente é igual ao amortecimento, e que a frequência natural amortecida é igual à não amortecida temos que:

$$w_{\text{nr}} := \sqrt{\frac{K_{\text{SPRr}}}{M_R}} = 10.365 \quad \left( \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$$

$$x_R(t, \xi) := e^{-\xi \cdot w_{\text{nr}} \cdot t} \cdot \left( -\frac{P_{oR}}{K_{\text{SPRr}}} \cdot \cos(w_{\text{nr}} \cdot \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t) - \frac{P_{oR}}{K_{\text{SPRr}}} \cdot \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \cdot \sin(w_{\text{nr}} \cdot \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t) \right) + \frac{P_{oR}}{K_{\text{SPI}}}$$



### 8.5.2. Determinação de $\xi$ óptimo - Traseira

- Para  $\xi=0.01$

tempo até equilíbrio - utilizando a opção trace do gráfico verifica-se o equilíbrio aproximadamente a 80 segundos após a excitação.

$$T_{Rm\acute{a}x} := 100 \text{ (s)} \quad D_{Rm\acute{a}x} := \left| \int_0^{80} x_R(t, 0.01) dt \right| = 14.595$$

- Para  $\xi=0.999$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 1.25 segundos

$$T_{Rmin} := 1.25 \text{ (s)} \quad D_{R0.999} := \left| \int_0^{1.25} x_R(t, 0.999) dt \right| = 0.193$$

- Para  $\xi=0.05$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 22 segundos

$$T_{R0.05} := \cdot \text{ (s)} \quad D_{R0.05} := \left| \int_0^{22} x_R(t, 0.05) dt \right| = 4.012$$

- Para  $\xi=0.1$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 11.5 segundos

$$T_{R0.1} := 11.5 \text{ (s)} \quad D_{R0.1} := \left| \int_0^{11} x_R(t, 0.1) dt \right| = 2.003$$

- Para  $\xi=0.15$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 7.2 segundos

$$T_{R0.15} := 7. \text{ (s)} \quad D_{R0.15} := \left| \int_0^{7.5} x_R(t, 0.15) dt \right| = 1.363$$

- Para  $\xi=0.2$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 5.4 segundos

$$T_{R0.2} := 5. \text{ (s)} \quad D_{R0.2} := \left| \int_0^{5.4} x_R(t, 0.2) dt \right| = 0.978$$

- Para  $\xi=0.25$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 4.25 segundos

$$T_{R0.25} := 4.25 \text{ (s)} \quad D_{R0.25} := \left| \int_0^{4.25} x_R(t, 0.25) dt \right| = 0.767$$

- Para  $\xi=0.3$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 3.7 segundos

$$T_{R0.3} := 3.7 \text{ (s)} \quad D_{R0.3} := \left| \int_0^{3.7} x_R(t, 0.3) dt \right| = 0.664$$

- Para  $\xi=0.35$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 3.1 segundos

$$T_{R0.35} := 3. \text{ (s)} \quad D_{R0.35} := \left| \int_0^{3.1} x_R(t, 0.35) dt \right| = 0.553$$

- Para  $\xi=0.4$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 2.6 segundos

$$T_{R0.4} := 2.6 \text{ (s)} \quad D_{R0.4} := \left| \int_0^{2.6} x_R(t, 0.4) dt \right| = 0.46$$

- Para  $\xi=0.45$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 2.3 segundos

$$T_{R0.45} := 2.3 \text{ (s)} \quad D_{R0.45} := \left| \int_0^{2.3} x_R(t, 0.45) dt \right| = 0.404$$

- Para  $\xi=0.5$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 2 segundos

$$T_{R0.5} := 2 \text{ (s)} \quad D_{R0.5} := \left| \int_0^2 x_R(t, 0.5) dt \right| = 0.347$$

- Para  $\xi=0.55$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 1.75 segundos

$$T_{R0.55} := 1.75 \text{ (s)} \quad D_{R0.55} := \left| \int_0^{1.75} x_R(t, 0.55) dt \right| = 0.3$$

- Para  $\xi=0.6$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 1.6 segundos

$$T_{R0.6} := 1.6 \text{ (s)} \quad D_{R0.6} := \left| \int_0^{1.6} x_R(t, 0.6) dt \right| = 0.271$$

- Para  $\xi=0.65$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 1.5 segundos

$$T_{R0.65} := 1.5 \text{ (s)} \quad D_{R0.65} := \left| \int_0^{1.5} x_R(t, 0.65) dt \right| = 0.251$$

- Para  $\xi=0.7$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 1.4 segundos

$$T_{R0.7} := 1.4 \text{ (s)} \quad D_{R0.7} := \left| \int_0^{1.4} x_R(t, 0.7) dt \right| = 0.231$$

- Para  $\xi=0.75$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 1.3 segundos

$$T_{R0.75} := 1. \text{ (s)} \quad D_{R0.75} := \left| \int_0^{1.3} x_R(t, 0.75) dt \right| = 0.211$$

- Para  $\xi=0.8$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 1.25 segundos

$$T_{R0.8} := 1.25 \text{ (s)} \quad D_{R0.8} := \left| \int_0^{1.25} x_R(t, 0.8) dt \right| = 0.2$$

- Para  $\xi=0.85$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 1.05 segundos

$$T_{R0.85} := 1.0 \text{ (s)} \quad D_{R0.85} := \left| \int_0^{1.05} x_R(t, 0.85) dt \right| = 0.162$$

- Para  $\xi=0.9$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 1.25 segundo

$$T_{R0.9} := 1.2 \text{ (s)} \quad D_{R0.9} := \left| \int_0^{1.25} x_R(t, 0.9) dt \right| = 0.196$$

- Para  $\xi=0.95$

tempo até equilíbrio - aproximadamente 1.35 segundo

$$T_{R0.95} := 1.3 \text{ (s)} \quad D_{R0.95} := \left| \int_0^{1.35} x_R(t, 0.95) dt \right| = 0.213$$

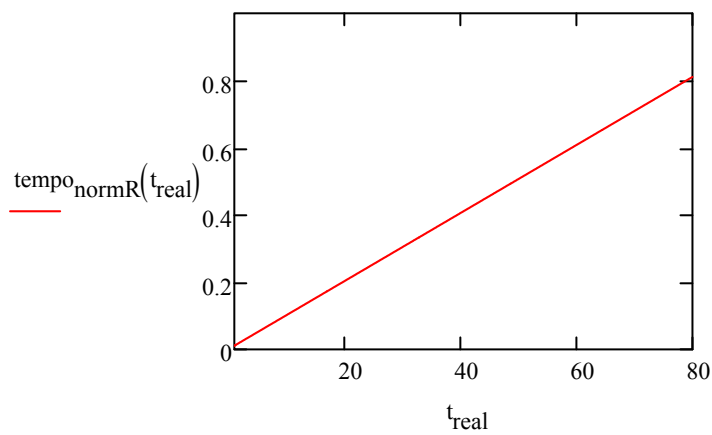
Normalização de valores e respectivos gráficos normalizados

Através da equação da recta e dos valores anteriormente obtidos obtem-se os seguintes gráficos:

Para Tempo:

$$m_{\text{tempoR}} := \frac{1 - 0}{T_{R\text{máx}} - T_{R\text{min}}} = 0.01$$

$$\text{tempo}_{\text{normR}}(t_{\text{real}}) := (m_{\text{tempoR}}) \cdot t_{\text{real}} + 0$$

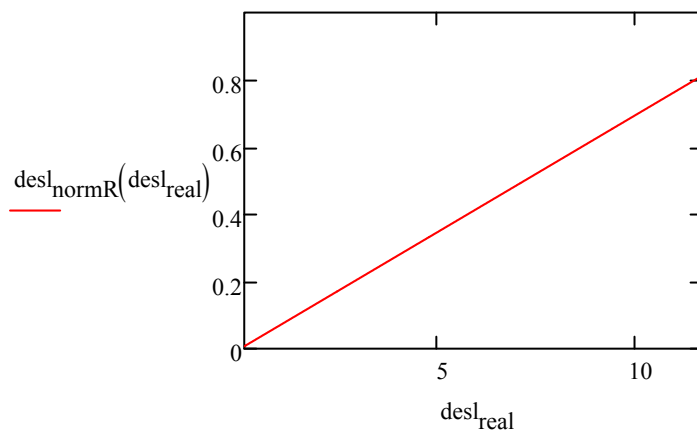


Para Deslocamento:

$$D_{R\text{min}} := D_{R0.85}$$

$$m_{\text{deslR}} := \frac{1 - 0}{D_{R\text{máx}} - D_{R\text{min}}} = 0.069$$

$$\text{desl}_{\text{normR}}(\text{desl}_{\text{real}}) := (m_{\text{deslR}}) \cdot \text{desl}_{\text{real}} + 0$$



- Para  $\xi=0.01$

$$T_{nR0.01} := 1 \qquad D_{nR0.01} := 1 \qquad T_{nR0.01} + D_{nR0.01} = 2$$

- Para  $\xi=0.999$

$$T_{nR0.999} := 0 \quad D_{nR0.999} := 1 \qquad T_{nR0.999} + D_{nR0.999} = 1$$

- Para  $\xi=0.05$

$$T_{nR0.05} := \text{tempo}_{\text{normR}}(T_{R0.05}) = 0.223 \qquad D_{nR0.05} := \text{desl}_{\text{normR}}(D_{R0.05}) = 0.278$$

$$T_{nR0.05} + D_{nR0.05} = 0.501$$

- Para  $\xi=0.1$

$$T_{nR0.1} := \text{tempo}_{\text{normR}}(T_{R0.1}) = 0.116 \qquad D_{nR0.1} := \text{desl}_{\text{normR}}(D_{R0.1}) = 0.139$$

$$T_{nR0.1} + D_{nR0.1} = 0.255$$

- Para  $\xi=0.15$

$$T_{nR0.15} := \text{tempo}_{\text{normR}}(T_{R0.15}) = 0.073 \qquad D_{nR0.15} := \text{desl}_{\text{normR}}(D_{R0.15}) = 0.081$$

$$T_{nR0.15} + D_{nR0.15} = 0.154$$

- Para  $\xi=0.2$

$$T_{nR0.2} := \text{tempo}_{\text{normR}}(T_{R0.2}) = 0.055 \qquad D_{nR0.2} := \text{desl}_{\text{normR}}(D_{R0.2}) = 0.068$$

$$T_{nR0.2} + D_{nR0.2} = 0.122$$

- Para  $\xi=0.25$

$$T_{nR0.25} := \text{tempo}_{\text{normR}}(T_{R0.25}) = 0.043 \qquad D_{nR0.25} := \text{desl}_{\text{normR}}(D_{R0.25}) = 0.053$$

$$T_{nR0.25} + D_{nR0.25} = 0.096$$

- Para  $\xi=0.3$

$$T_{nR0.3} := \text{tempo}_{\text{normR}}(T_{R0.3}) = 0.037 \qquad D_{nR0.3} := \text{desl}_{\text{normR}}(D_{R0.3}) = 0.046$$

$$T_{nR0.3} + D_{nR0.3} = 0.084$$

- Para  $\xi=0.35$

$$T_{nR0.35} := \text{tempo}_{\text{normR}}(T_{R0.35}) = 0.031 \quad D_{nR0.35} := \text{desl}_{\text{normR}}(D_{R0.35}) = 0.038$$

$$T_{nR0.35} + D_{nR0.35} = 0.07$$

- Para  $\xi=0.4$

$$T_{nR0.4} := \text{tempo}_{\text{normR}}(T_{R0.4}) = 0.026 \quad D_{nR0.4} := \text{desl}_{\text{normR}}(D_{R0.4}) = 0.032$$

$$T_{nR0.4} + D_{nR0.4} = 0.058$$

- Para  $\xi=0.45$

$$T_{nR0.45} := \text{tempo}_{\text{normR}}(T_{R0.45}) = 0.023 \quad D_{nR0.45} := \text{desl}_{\text{normR}}(D_{R0.45}) = 0.028$$

$$T_{nR0.45} + D_{nR0.45} = 0.051$$

- Para  $\xi=0.5$

$$T_{nR0.5} := \text{tempo}_{\text{normR}}(T_{R0.5}) = 0.02 \quad D_{nR0.5} := \text{desl}_{\text{normR}}(D_{R0.5}) = 0.024$$

$$T_{nR0.5} + D_{nR0.5} = 0.044$$

- Para  $\xi=0.55$

$$T_{nR0.55} := \text{tempo}_{\text{normR}}(T_{R0.55}) = 0.018 \quad D_{nR0.55} := \text{desl}_{\text{normR}}(D_{R0.55}) = 0.021$$

$$T_{nR0.55} + D_{nR0.55} = 0.039$$

- Para  $\xi=0.6$

$$T_{nR0.6} := \text{tempo}_{\text{normR}}(T_{R0.6}) = 0.016 \quad D_{nR0.6} := \text{desl}_{\text{normR}}(D_{R0.6}) = 0.019$$

$$T_{nR0.6} + D_{nR0.6} = 0.035$$

- Para  $\xi=0.65$

$$T_{nR0.65} := \text{tempo}_{\text{normR}}(T_{R0.65}) = 0.015 \quad D_{nR0.65} := \text{desl}_{\text{normR}}(D_{R0.65}) = 0.017$$

$$T_{nR0.65} + D_{nR0.65} = 0.033$$

- Para  $\xi=0.7$

$$T_{nR0.7} := \text{tempo}_{\text{normR}}(T_{R0.7}) = 0.014 \quad D_{nR0.7} := \text{desl}_{\text{normR}}(D_{R0.7}) = 0.016$$

$$T_{nR0.7} + D_{nR0.7} = 0.03$$

- Para  $\xi=0.75$

$$T_{nR0.75} := \text{tempo}_{\text{normR}}(T_{R0.75}) = 0.013 \quad D_{nR0.75} := \text{desl}_{\text{normR}}(D_{R0.75}) = 0.018$$

$$T_{nR0.75} + D_{nR0.75} = 0.031$$

- Para  $\xi=0.8$

$$T_{nR0.8} := \text{tempo}_{\text{normR}}(T_{R0.8}) = 0.013 \quad D_{nR0.8} := \text{desl}_{\text{normR}}(D_{R0.8}) = 0.014$$

$$T_{nR0.8} + D_{nR0.8} = 0.027$$

- Para  $\xi=0.85$

$$T_{nR0.85} := \text{tempo}_{\text{normR}}(T_{R0.85}) = 0.011 \quad D_{nR0.85} := \text{desl}_{\text{normR}}(D_{R0.85}) = 0.011$$

$$T_{nR0.85} + D_{nR0.85} = 0.022$$

- Para  $\xi=0.9$

$$T_{nR0.9} := \text{tempo}_{\text{normR}}(T_{R0.9}) = 0.013 \quad D_{nR0.9} := \text{desl}_{\text{normR}}(D_{R0.9}) = 0.014$$

$$T_{nR0.9} + D_{nR0.9} = 0.026$$

- Para  $\xi=0.95$

$$T_{nR0.95} := \text{tempo}_{\text{normR}}(T_{R0.95}) = 0.014 \quad D_{nR0.95} := \text{desl}_{\text{normR}}(D_{R0.95}) = 0.015$$

$$T_{nR0.95} + D_{nR0.95} = 0.028$$

Verifica-se através dos dados anteriores que o valor de  $\xi=0.85$  tem um valor mínimo da soma dos valores normalizados. E tendo por base a ref OptimumG este valor não se afasta muito do valor aconselhado. Assim sendo adotar-se-á este valor.

$$\xi_{R\text{Lopt}} := 0.85$$

$$C_{R\text{Lopt}} := 2 \cdot M_R \cdot w_{nr} \cdot \xi_{R\text{Lopt}} = 2.173 \times 10^3 \quad \left( \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}} \right)$$

## 8.6. Regime de Alta Velocidade

Cálculo das frequências naturais para o presente caso:

### Dianteira:

- Body Bounce Frequency

$$f_{Fns} := \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{(K_{SPRf} \cdot K_{Tf})}{(K_{SPRf} + K_{Tf})}} \cdot \left(\frac{M_F}{2}\right) = 2.5 \quad (\text{Hz})$$

- Wheel Hop Frequency

$$f_{Fnus} := \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{(K_{SPRf} + K_{Tf})}{\left(\frac{m_F}{2}\right)}} = 19.589 \quad (\text{Hz})$$

### Traseira:

- Body Bounce Frequency

$$f_{Rns} := \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{(K_{SPRr} \cdot K_{Tr})}{(K_{SPRr} + K_{Tr})}} \cdot \left(\frac{M_R}{2}\right) = 2.25 \quad (\text{Hz})$$

- Wheel Hop Frequency

$$f_{Rnus} := \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{(K_{SPRr} + K_{Tr})}{\left(\frac{m_R}{2}\right)}} = 18.281 \quad (\text{Hz})$$

### 8.6.1. Isolamento de Vibrações - Dianteira

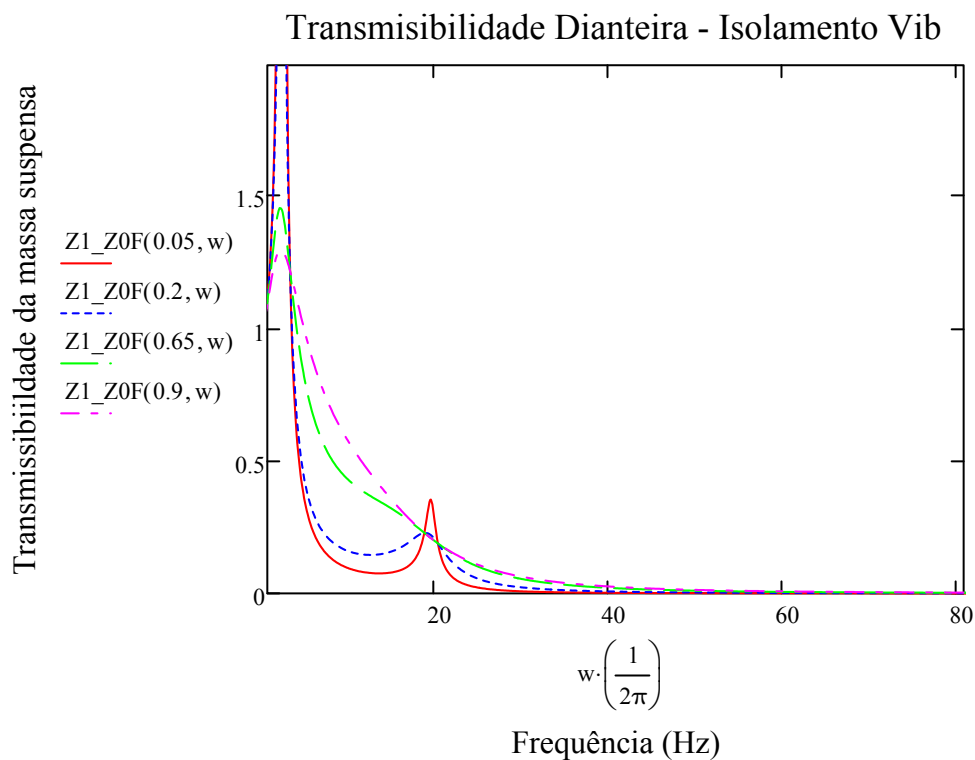
$$w_{Fns} := \frac{f_{Fns}}{\left(\frac{1}{2 \cdot \pi}\right)} = 15.708 \quad \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

$$A_{2F}(\xi, w) := (K_{SPRf} \cdot K_{Tf})^2 + \left[ \xi \cdot 2 \cdot (w_{Fns}) \cdot \left(\frac{M_F}{2}\right) \cdot K_{Tf} \cdot w \right]^2$$

$$B_{2F}(\xi, w) := \left[ \left[ K_{SPRf} - \left( \frac{M_F}{2} \right) \cdot w^2 \right] \cdot \left[ K_{Tf} - \left( \frac{m_F}{2} \right) \cdot w^2 \right] - \left( \frac{M_F}{2} \right) \cdot K_{SPRf} \cdot w^2 \right]^2$$

$$C_{2F}(\xi, w) := \left[ \left[ \xi \cdot 2 \cdot (w_{Fns}) \cdot \left( \frac{M_F}{2} \right) \right] \cdot w \right]^2 \cdot \left[ \left( \frac{M_F}{2} \right) \cdot w^2 + \left( \frac{m_F}{2} \right) \cdot w^2 - K_{Tf} \right]^2$$

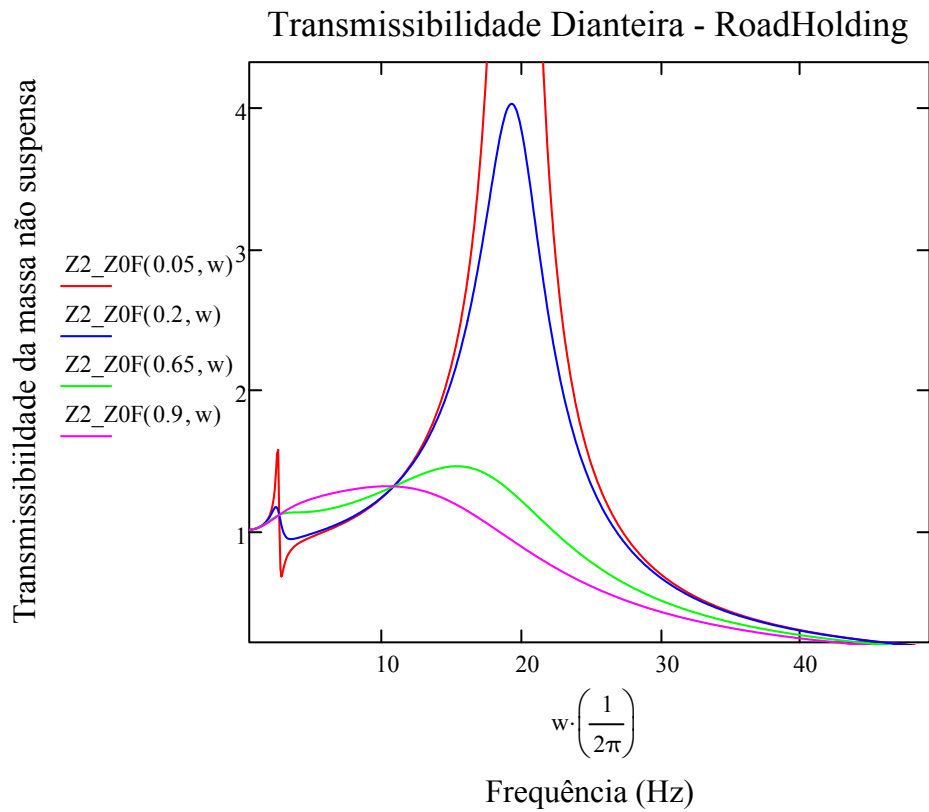
$$Z1\_Z0F(\xi, w) := \frac{\sqrt{A_{2F}(\xi, w)}}{\sqrt{B_{2F}(\xi, w) + C_{2F}(\xi, w)}}$$



### 8.6.2. RoadHolding - Dianteira

$$A_{3F}(\xi, w) := \left[ K_{Tf} \left[ K_{SPRf} - \left( \frac{M_F}{2} \right) \cdot w^2 \right] \right]^2 + \left[ \left[ \xi \cdot 2 \cdot (w_{Fns}) \cdot \left( \frac{M_F}{2} \right) \right] \cdot K_{Tf} \cdot w \right]^2$$

$$Z2\_Z0F(\xi, w) := \frac{\sqrt{A_{3F}(\xi, w)}}{\sqrt{B_{2F}(\xi, w) + C_{2F}(\xi, w)}}$$



### 8.6.3. Determinação de $\xi$ óptimo - Dianteira

$$w_{F_{nus}} := \frac{f_{F_{nus}}}{\left(\frac{1}{2 \cdot \pi}\right)} = 123.082 \quad \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

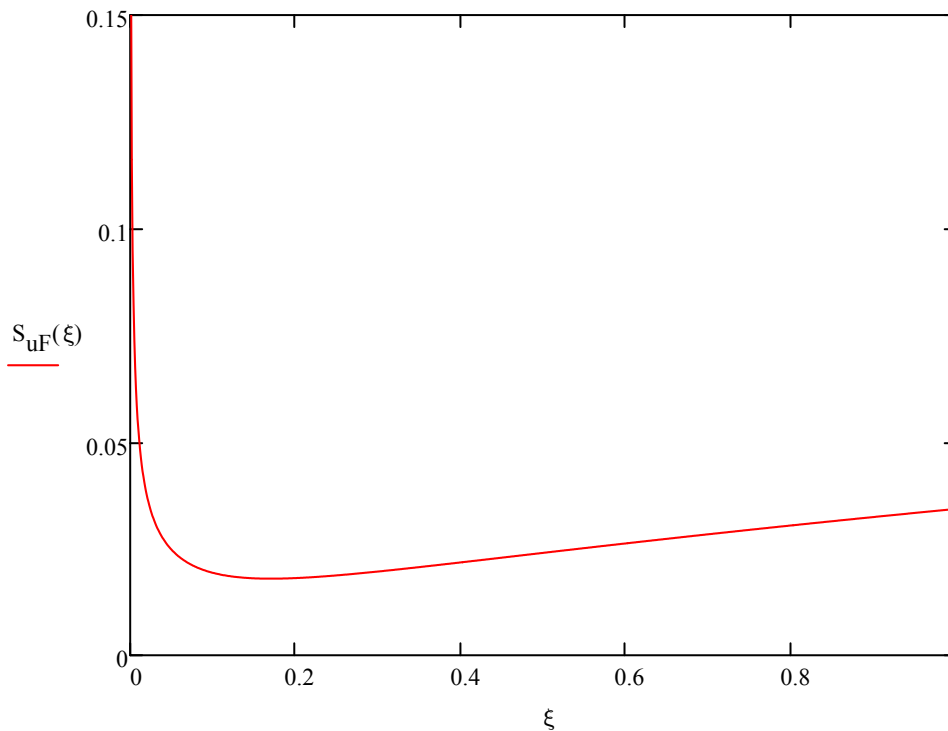
$$\alpha := \frac{w_{F_{ns}}}{w_{F_{nus}}} = 0.128 \quad r(w) := \frac{w}{w_{F_{ns}}} \quad \varepsilon := \frac{M_F}{m_F} = 4.388$$

$$Z1F(w) := (r(w))^2 \cdot \left[ (r(w))^2 \cdot \alpha^2 - 1 \right] + \left[ 1 - (1 + \varepsilon) \cdot (r(w))^2 \cdot \alpha^2 \right]$$

$$Z2F(w, \xi) := 2 \cdot \xi \cdot r(w) \cdot \left[ 1 - (1 + \varepsilon) \cdot (r(w))^2 \cdot \alpha^2 \right]$$

$$\mu F2(w, \xi) := \frac{4 \cdot \xi^2 \cdot (r(w))^2 + 1}{\left( Z1F(w)^2 + Z2F(w, \xi)^2 \right)}$$

$$S_{uF}(\xi) := \alpha^2 \cdot \sqrt{\frac{1}{40\pi} \cdot \int_0^{40\pi} \left[ (r(w))^2 \cdot \mu F2(w, \xi) \right] d(w)}$$



O valor óptimo de amortecimento para o regime de alta velocidade dos amortecedores dianteiros, é: (não ligar ao zeta = 0 pois é necessário para obter a função minimize)

$\xi := 0$

$\xi_{FHopt} := \text{Minimize}(S_{uF}, \xi) = 0.17$

$C_{FHopt} := \xi_{FHopt} \cdot 2 \cdot (M_F) \cdot w_{Fns} = 539.055 \quad \left(\frac{N \cdot s}{m}\right)$

$\xi := \text{clean}$           Limpa a variavel

Assim sendo, podemos verificar os gráficos da transmissibilidades para o valor de zeta óptimo determinado.

#### 8.6.4. Isolamento de Vibrações - Traseira

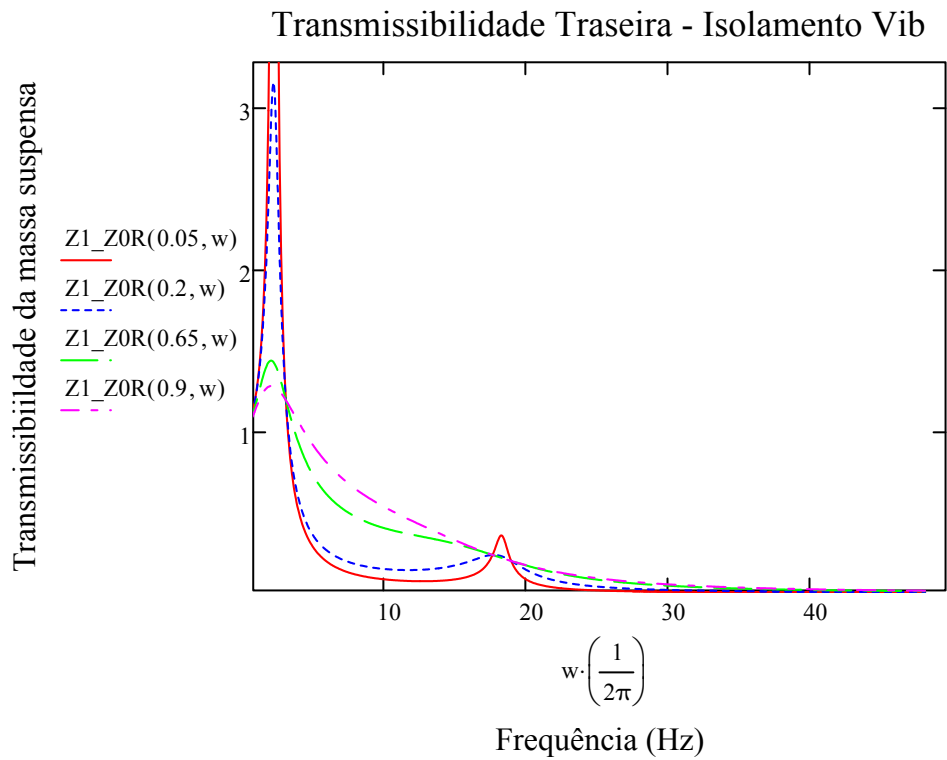
$$w_{Rns} := \frac{f_{Rns}}{\left(\frac{1}{2 \cdot \pi}\right)} = 14.137 \quad \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

$$A_{2R}(\xi, w) := \left(K_{SPRr} \cdot K_{Tr}\right)^2 + \left[\xi \cdot 2 \cdot (w_{Rns}) \cdot \left(\frac{M_R}{2}\right) \cdot K_{Tr} \cdot w\right]^2$$

$$B_{2R}(\xi, w) := \left[\left[K_{SPRr} - \left(\frac{M_R}{2}\right) \cdot w^2\right] \cdot \left[K_{Tr} - \left(\frac{m_R}{2}\right) \cdot w^2\right] - \left(\frac{M_R}{2}\right) \cdot K_{SPRr} \cdot w^2\right]^2$$

$$C_{2R}(\xi, w) := \left[ \xi \cdot 2 \cdot (w_{Rns}) \cdot \left( \frac{M_R}{2} \right) \cdot w \right]^2 \cdot \left[ \left( \frac{M_R}{2} \right) \cdot w^2 + \left( \frac{m_R}{2} \right) \cdot w^2 - K_{Tr} \right]^2$$

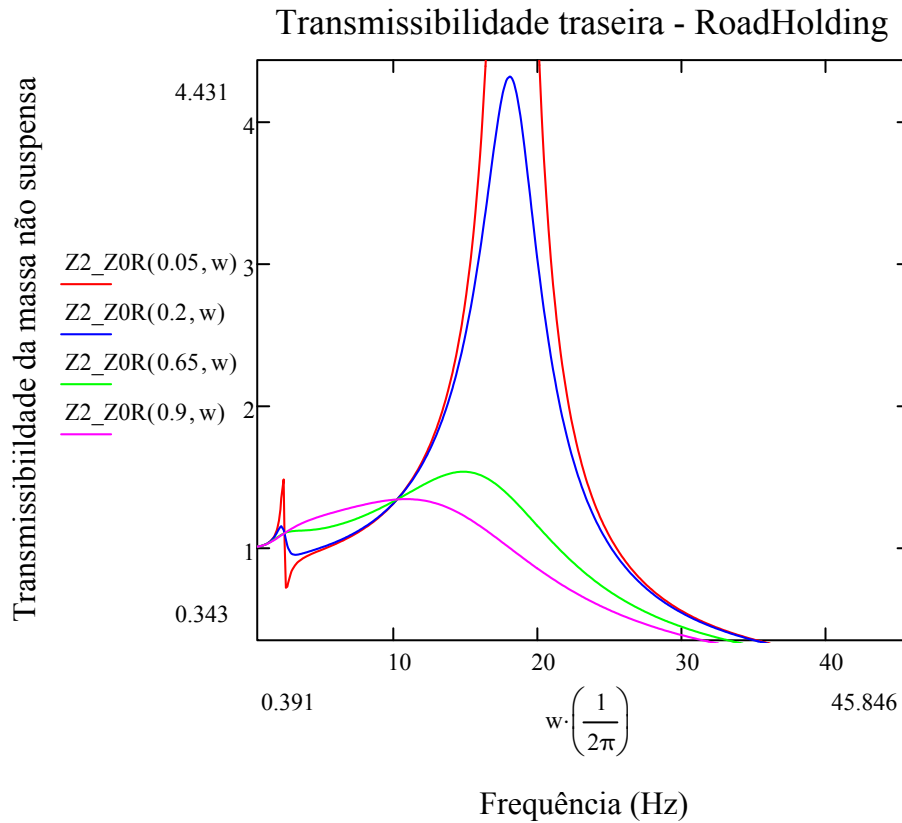
$$Z1\_Z0R(\xi, w) := \frac{\sqrt{A_{2R}(\xi, w)}}{\sqrt{B_{2R}(\xi, w) + C_{2R}(\xi, w)}}$$



### 8.6.5. RoadHolding - Traseira

$$A_{3R}(\xi, w) := \left[ K_{Tr} \cdot \left[ K_{SPRr} - \left( \frac{M_R}{2} \right) \cdot w^2 \right] \right]^2 + \left[ \xi \cdot 2 \cdot (w_{Rns}) \cdot \left( \frac{M_R}{2} \right) \cdot K_{Tr} \cdot w \right]^2$$

$$Z2\_Z0R(\xi, w) := \frac{\sqrt{A_{3R}(\xi, w)}}{\sqrt{B_{2R}(\xi, w) + C_{2R}(\xi, w)}}$$



### 8.6.6. Determinação de $\xi$ óptimo - Traseira

$$w_{Rnus} := \frac{f_{Rnus}}{\left(\frac{1}{2 \cdot \pi}\right)} = 114.861 \quad \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

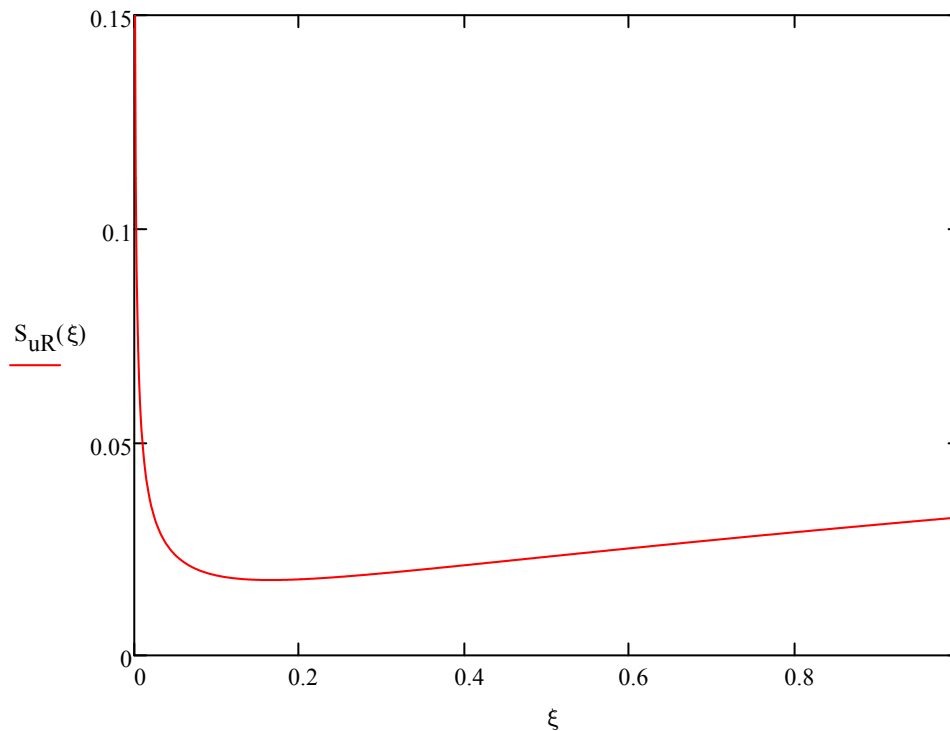
$$\alpha_R := \frac{w_{Rns}}{w_{Rnus}} = 0.123 \quad r_R(w) := \frac{w}{w_{Rns}} \quad \varepsilon_R := \frac{M_R}{m_R} = 4.29$$

$$Z1R(w) := (r_R(w))^2 \cdot \left[ (r_R(w))^2 \cdot \alpha_R^2 - 1 \right] + \left[ 1 - (1 + \varepsilon_R) \cdot (r_R(w))^2 \cdot \alpha_R^2 \right]$$

$$Z2R(w, \xi) := 2 \cdot \xi \cdot r_R(w) \cdot \left[ 1 - (1 + \varepsilon_R) \cdot (r_R(w))^2 \cdot \alpha_R^2 \right]$$

$$\mu_{R2}(w, \xi) := \frac{4 \cdot \xi^2 \cdot (r_R(w))^2 + 1}{\left( Z1R(w)^2 + Z2R(w, \xi)^2 \right)}$$

$$S_{uR}(\xi) := \alpha_R^2 \cdot \sqrt{\frac{1}{40\pi} \cdot \int_0^{40\pi} \left[ (r_R(w))^2 \cdot \mu_{R2}(w, \xi) \right] d(w)}$$



O valor óptimo de amortecimento para o regime de alta velocidade dos amortecedores dianteiros, é: (não ligar ao zeta = 0 pois é necessário para obter a função minimize)

$$\xi := 0$$

$$\xi_{RHopt} := \text{Minimize}(S_{uR}, \xi) = 0.165$$

$$C_{RHopt} := \xi_{RHopt} \cdot 2 \cdot (M_R) \cdot w_{Rns} = 575.67 \quad \left( \frac{N \cdot s}{m} \right)$$

$$\xi := \text{clean}$$

## 8.7. Curva Base dos Amortecedores

### 8.7.1. Amortecedores Dianteiros

- Regime Baixa Velocidade

Os valores dos coeficientes de amortecimento obtidos, para os dois regimes de velocidade, dos amortecedores dianteros são:

$$C_{FLOpt} = 1.984 \times 10^3 \left( \frac{N \cdot s}{m} \right)$$

$$C_{FHopt} = 539.055 \left( \frac{N \cdot s}{m} \right)$$

Assumindo  $R_{CE} = 45\%$ , obtêm-se a seguinte relação entre a compressão e extensão dos amortecedores dianteiros:

$$C_{CLF} = 0.45 \cdot C_{ELF}$$

$$C_{ELF} := \frac{2 \cdot C_{FLOpt}}{1.45} = 2.736 \times 10^3 \left( \frac{N \cdot s}{m} \right)$$

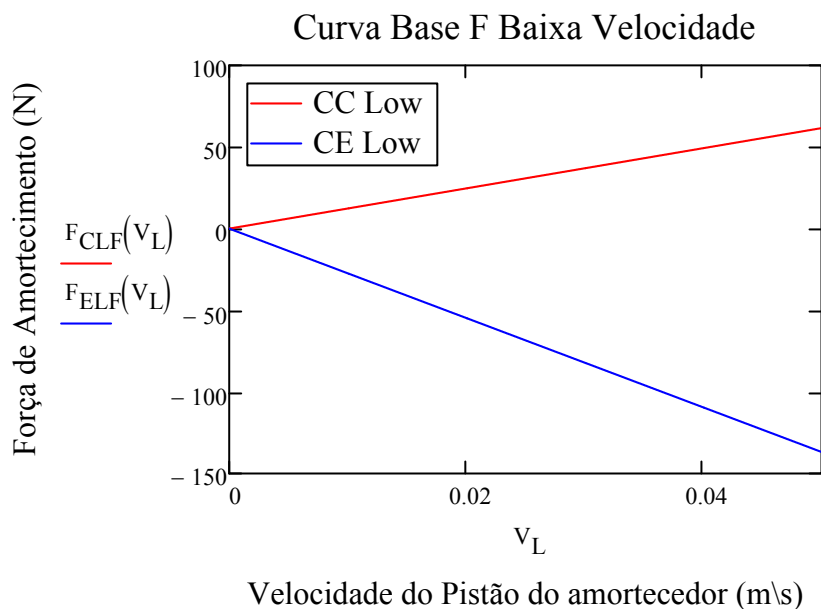
$$C_{CLF} := 0.45 \cdot C_{ELF} = 1.231 \times 10^3 \left( \frac{N \cdot s}{m} \right)$$

Assim a progressividade para o regime de baixa velocidade do amortecedor dianteiro é:

$$F_{CLF}(V_L) := C_{CLF} \cdot (V_L)^1 \quad (N)$$

$$F_{ELF}(V_L) := -C_{ELF} \cdot (V_L)^1 \quad (N)$$

$$V_L = 0 .. 0.05 \left( \frac{m}{s} \right)$$



- Regime Alta Velocidade

Assumindo  $R_{CE} = 45\%$ , obtêm-se a seguinte relação entre a compressão e extensão

dos amortecedores dianteiros:

$$C_{CHF} = 0.45 \cdot C_{EHF}$$

$$C_{EHF} := \frac{2 \cdot C_{FHopt}}{1.45} = 743.524 \quad \left( \frac{N \cdot s}{m} \right)$$

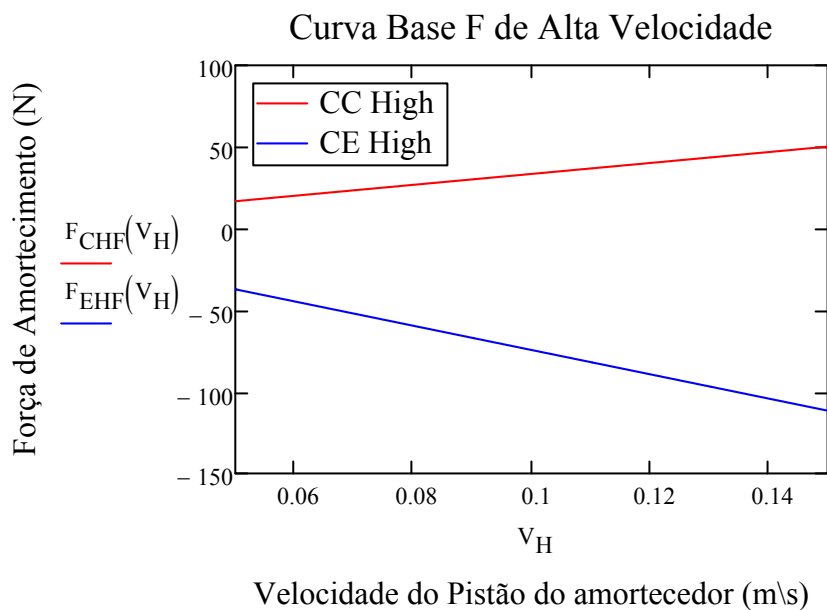
$$C_{CHF} := 0.45 \cdot C_{EHF} = 334.586 \quad \left( \frac{N \cdot s}{m} \right)$$

Assim a progressividade para o regime de alta velocidade do amortecedor dianteiro é:

$$F_{CHF}(V_H) := C_{CHF} \cdot (V_H)^1 \quad (N)$$

$$F_{EHF}(V_H) := -C_{EHF} \cdot (V_H)^1 \quad (N)$$

$$V_H = 0.05 \dots 0.15 \quad \left( \frac{m}{s} \right)$$



### 8.7.2. Amortecedores Traseiros

- Regime Baixa Velocidade

Os valores dos coeficientes de amortecimento obtidos, para os dois regimes de velocidade, dos amortecedores traseiros são:

$$C_{RLopt} = 2.173 \times 10^3 \quad \left( \frac{N \cdot s}{m} \right)$$

$$C_{RHopt} = 575.67 \left( \frac{N \cdot s}{m} \right)$$

Assumindo  $R_{CE} = 45\%$ , obtém-se a seguinte relação entre a compressão e extensão dos amortecedores dianteiros:

$$C_{CLR} = 0.45 \cdot C_{ELR}$$

$$C_{ELR} := \frac{2 \cdot C_{RHopt}}{1.45} = 2.998 \times 10^3 \left( \frac{N \cdot s}{m} \right)$$

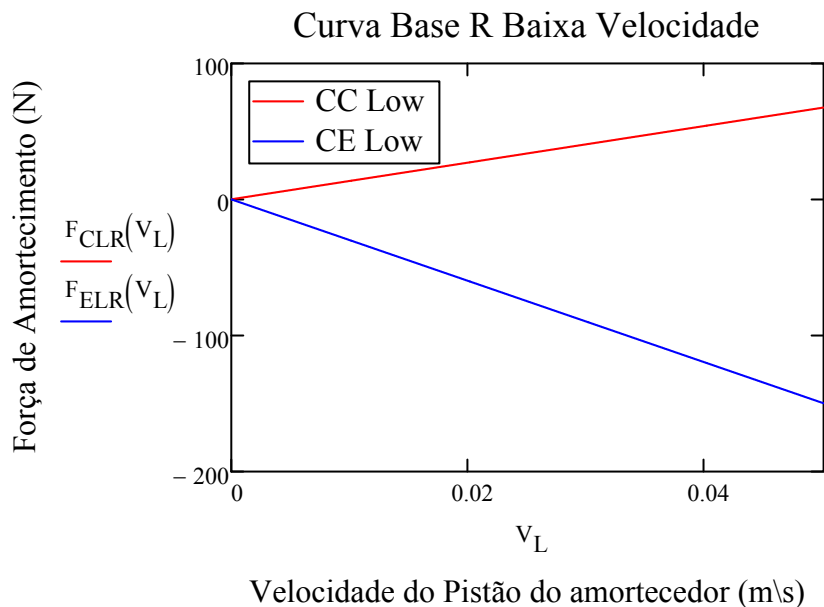
$$C_{CLR} := 0.45 \cdot C_{ELR} = 1.349 \times 10^3 \left( \frac{N \cdot s}{m} \right)$$

Assim a progressividade para o regime de baixa velocidade do amortecedor traseiro é:

$$F_{CLR}(V_L) := C_{CLR} \cdot (V_L)^1 \quad (N)$$

$$F_{ELR}(V_L) := -C_{ELR} \cdot (V_L)^1 \quad (N)$$

$$V_L = 0 .. 0.05 \left( \frac{m}{s} \right)$$



- Regime Alta Velocidade

Assumindo  $R_{CE} = 45\%$ , obtém-se a seguinte relação entre a compressão e extensão dos amortecedores traseiros:

$$C_{\text{CHR}} = 0.45 \cdot C_{\text{EHR}}$$

$$C_{\text{EHR}} := \frac{2 \cdot C_{\text{RHopt}}}{1.45} = 794.027 \quad \left( \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}} \right)$$

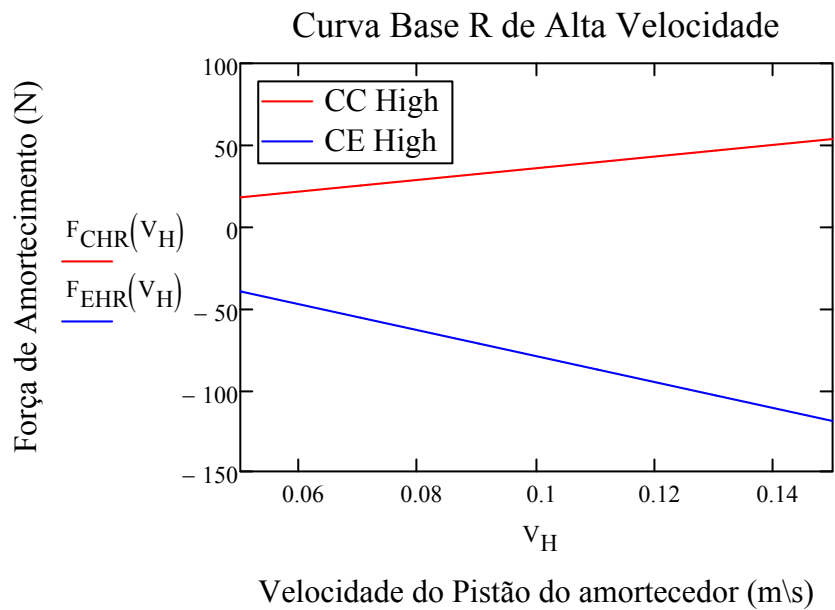
$$C_{\text{CHR}} := 0.45 \cdot C_{\text{EHR}} = 357.312 \quad \left( \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}} \right)$$

Assim a progressividade para o regime de alta velocidade do amortecedor traseiro

$$F_{\text{CHR}}(V_{\text{H}}) := C_{\text{CHR}} \cdot (V_{\text{H}})^1 \quad (\text{N})$$

$$F_{\text{EHR}}(V_{\text{H}}) := -C_{\text{EHR}} \cdot (V_{\text{H}})^1 \quad (\text{N})$$

$$V_{\text{H}} = 0.05 \dots 0.15 \quad \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$



## **Apêndice 2 – Dedução Matemática da Eq.19**

O presente apêndice tem o intuito de esclarecer matematicamente uma das equações que é utilizada no capítulo 5. Por conseguinte, apresenta-se de seguida a dedução matemática da Eq. 19, referente ao *Roll Stiffness*.

Devido à aceleração lateral  $A_y$  a que o veículo está sujeito numa manobra de curva, este tende a exibir uma rotação  $\theta$  em torno do seu eixo longitudinal designada por *Roll*, devido à transferência lateral de peso. A Fig A2.1 ilustra este fenómeno.

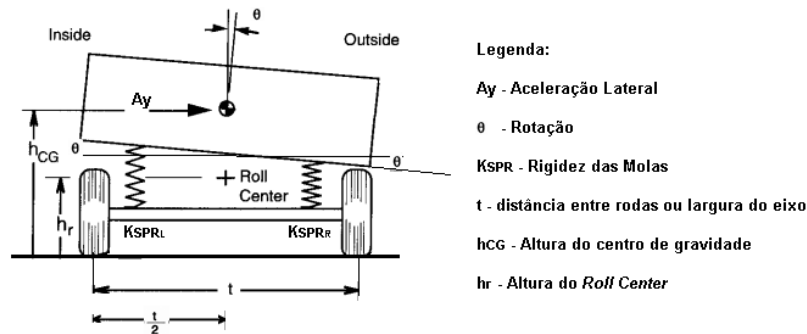


Fig A2.1 - *Roll* devido à aceleração lateral - Imagem adaptada de Ref (3)

Em consequência do *Roll*, é produzido um binário (*Roll moment*) que actuará nas rodas e por conseguinte a suspensão irá obrigatoriamente exibir uma reacção a essa rotação devido à rigidez à torção que apresenta, a designada *Roll Stiffness*.

É sabido que as unidades de uma dada rigidez à torção vêm na forma de um binário por unidade de rotação. Como tal é possível escrever que:

$$K = \frac{T}{\theta} = \frac{N * m}{rad} \quad (\text{Eq. 36})$$

O binário produzido consequente da aceleração lateral dá-se em torno do *Roll Center* e tem origem no centro de gravidade, pelo que o braço do momento é de  $\frac{t}{2}$ . Segundo (36) e (37), o binário é dado por:

$$T = F * b = F_{SPR}^L * \frac{t}{2} + F_{SPR}^R * \frac{t}{2} \quad (\text{Eq. 37})$$

A força da mola pode ser substituída pela rigidez da mesma da seguinte forma:

$$T = \left( K_{SPR}^L * \frac{t}{2} \right) * \frac{t}{2} + \left( K_{SPR}^R * \frac{t}{2} \right) * \frac{t}{2} = 2 * \left( K_{SPR}^L * \frac{t^2}{2^2} \right) \quad (\text{Eq. 38})$$

Considerando que o carro é simétrico ao longo do seu eixo longitudinal, a rigidez das molas da esquerda do veículo serão iguais à da direita. Assim:

$$T = K_{SPR} * \frac{t^2}{2} = 0.5 * K_{SPR} * t^2 \quad (\text{Eq. 39})$$

Finalmente, adicionando o ângulo de rotação, obtém-se a equação do *Roll Stiffness*, ou seja, a equação da rigidez à torção da suspensão devido ao *Roll* do veículo que é igual à Eq. 19.

$$\frac{T}{\theta} = 0.5 * K_{SPR} * t^2 = \frac{N * m}{rad} \quad (\text{Eq. 40})$$