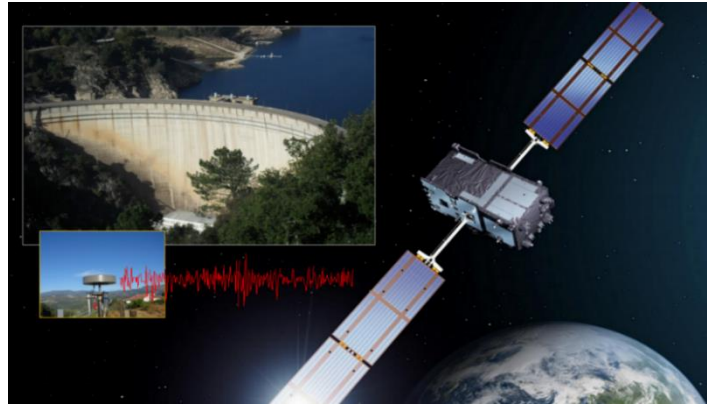




**INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA**

Área Departamental de Engenharia Civil



## **Monitorização de deslocamentos em grandes barragens utilizando GNSS. Aplicação à barragem do Cabril**

**RODRIGO DE SOUSA MORAIS**  
(Licenciado em Engenharia Civil)

Trabalho Final de Mestrado elaborado no Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC) para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil pelo Instituto Superior de Engenharia de Lisboa no âmbito do protocolo de cooperação entre o ISEL e o LNEC

Orientadores: Doutor Sérgio Bruno Martins de Oliveira (LNEC – NMMR / ISEL)  
Engenheiro José Nuno Lima (LNEC-NGA)

Júri:

Presidente: Mestre, Cristina Ferreira Xavier de Brito Machado, Prof. Coordenadora (ISEL)

Vogais:

Doutor, Sérgio Bruno Martins de Oliveira, Prof. (LNEC/ISEL)  
Doutora, Maria Luísa Braga Farinha (LNEC)

**Dezembro 2017**







## AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer aos meus orientadores, ao Professor Sérgio Oliveira e ao Engenheiro José Nuno Lima, pela disponibilidade total, pelo apoio, dedicação, e por todos os conhecimentos transmitidos durante este período, que foram essenciais para o desenvolvimento desta dissertação.

De seguida agradeço ao Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC), a possibilidade de desenvolver a minha dissertação e disponibilidade do espaço no Departamento de Barragens de Betão, nomeadamente com o apoio do Núcleo de Modelação e Mecânica das Rochas (NMMR) e do Núcleo de Geodesia Aplicada (NGA).

Ao Engenheiro Nuno Azevedo e a todos os bolseiros e investigadores que me acolheram muito bem neste departamento, e ajudaram a criar um bom ambiente de trabalho e entreaduda.

Aos meus melhores amigos de infância, Pedro, Tiago e Gonçalo, agradeço por todos os bons e maus momentos que passamos, e por todo o apoio, companheirismo, aventuras, partilhas e amizade que para sempre ficarão no meu coração.

Gostaria de agradecer aos meus amigos do ISEL, Ruben, Ian, Bruno, Ana, Bárbara, Rafael V., que acompanharam esta jornada e tornaram estes anos inesquecíveis.

Em especial ao Rafael Ramos, agradeço pelo companheirismo, amizade e dedicação, sem nunca baixar os braços, e por sempre motivar-me a fazer mais e melhor desde o primeiro dia de curso.

Aos meus colegas do LNEC, que me acompanharam nestes meses, pelo apoio e ajuda, Mariana, André, Miguel, Renato, Margarida, Matilde e Glória.

Ainda gostaria de agradecer aos meus colegas de casa, Pedro M., Pedro B., David, Joana, Cláudio, Lúcio, Daniel, que mantenho desde o primeiro dia de universidade, pelos bons momentos que passei com todos vocês, que me deram força para atingir os meus objetivos.

À minha namorada, Célia Oleiro, que, com todo o amor, carinho, paciência, dedicação, motivação e força, me acompanha nesta caminhada desde o início. Todo o seu apoio incondicional foi fundamental para conseguir atingir os meus objetivos, o meu grande obrigado.

E como os últimos são sempre os primeiros. Por todo o apoio incondicional, por me guiarem nesta jornada, e por toda a força e motivação que me deram, um muito obrigado aos meus pais, Isilda e José, ao meu irmão Rui, à minha tia Fátima, e às minhas avós Palmira e Fátima a quem dedico, em especial, todo o meu esforço e trabalho.



**Monitorização de deslocamentos em grandes barragens utilizando GNSS.  
Aplicação à barragem do Cabril.**

## **Resumo**

A monitorização contínua de deslocamentos em barragens desempenha um papel fundamental no controlo da segurança destas estruturas. O controlo da segurança é efetuado com base na comparação entre resultados da monitorização, p.ex. deslocamentos observados por fios de prumo, métodos geodésicos ou, mais recentemente, com GNSS (*Global Navigation Satellite System*) e resultados obtidos por modelos numéricos, geralmente modelos de elementos finitos 3D (MEF3D). No caso da barragem do Cabril, que se apresenta nesta dissertação, não foram instalados fios de prumo na secção central. Assim, a monitorização de deslocamentos nesta secção é realizada por métodos geodésicos clássicos que não permitem a monitorização em contínuo (apenas duas campanhas de observação por ano). Deste modo, entendeu-se que o uso do GNSS seria particularmente útil, pois permite uma monitorização em contínuo do deslocamento no topo da secção central. Como a barragem de Cabril apresenta problemas de fendilhação desde o seu primeiro enchimento, é de extrema importância acompanhar continuamente vários pontos notáveis, que incluem o topo da secção central. A presente dissertação foca-se na validação dos deslocamentos obtidos por GNSS, na barragem de Cabril, usando um modelo numérico de elementos finitos 3D, desenvolvido em MATLAB, no qual a fissuração é simulada através de elementos de junta. O MEF3D foi calibrado com base em deslocamentos observados por fios de prumo (em duas secções não centrais) e por métodos geodésicos clássicos, considerando variações de pressão hidrostática e variações anuais de temperatura. As histórias de deslocamentos observados por fios de prumo e métodos geodésicos foram analisadas usando um Modelo de Separação de Efeitos (MSE), para facilitar o processo de comparação entre os deslocamentos observados e os resultados numéricos. Desta forma, o modelo EF3D foi calibrado e usado para validar as medições GNSS.



**Monitoring of displacements in large dams using GNSS.  
Application to the Cabril dam.**

## **Abstract**

The continuous monitoring of dam's displacements plays a key role in the safety control of these structures. The safety control is based on the comparison between monitoring data, e.g. observed displacements by plumb lines, geodetic methods or, more recently, with GNSS (Global Navigation Satellite System), and results obtained by numerical models, usually 3D finite element models (3DFEM). In the case of Cabril dam, presented in this dissertation, no plumb lines were installed in the central section. So, the displacements monitoring in this section is performed by geodetic methods that do not allow a continuous monitoring (only two observation campaigns per year). Therefore, the use of GNSS is particularly useful since it allows a continuous monitoring of the top of the central section's displacement. Because Cabril dam presents cracking problems since the first filling of the reservoir, it is of utmost importance to continuously monitor several notable points, which include the point at the top of the central section. For this purpose, the present dissertation focuses on the validation of GNSS measurements in the Cabril dam using a numerical model of 3D finite elements, developed in MATLAB, in which the cracking is simulated through interface elements. The 3DFEM was calibrated on the basis of displacements measured with plumb lines (at two non-central sections) and measured with classical geodetic methods, considering hydrostatic pressure variations and annual temperature changes. The histories of measured displacements by plumb lines and geodetic methods were analysed using an effects separation model in order to ease the comparison process between the measured displacements and the 3DFEM results. In this way, the 3DFE model was calibrated and then used to validate GNSS measurements.



# Palavras-Chave/Keywords

- Barragem abóbada dupla curvatura / Arch dam;
- Monitorização / Monitoring;
- Controlo da segurança / Safety control;
- Global Navigation Satellite System (GNSS);
- Medição de deslocamentos / Displacement measurement;
- Modelo de separação de efeitos / Effects Separation Model;
- Modelos de elementos finitos 3D / 3D Finite Element Models.
- MATLAB ©;



# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Justificação e enquadramento do tema	1
1.2	Objetivos da dissertação	4
1.3	Estruturação do trabalho	6
<b>2</b>	<b>Monitorização de deslocamentos com GNSS</b>	<b>9</b>
2.1	Considerações iniciais	9
2.2	Barragens	11
2.2.1	Barragens em Portugal	11
2.2.2	Tipos de Barragens e respetivas características	12
2.2.3	Segurança de Barragens	14
2.3	Monitorização de barragens com GNSS	15
2.3.1	Princípios da Navegação e Posicionamento com o GNSS	15
2.3.2	Configuração dos sistemas e suas componentes	17
2.3.3	Monitorização GNSS na barragem do Cabril	19
2.3.4	Estado de Arte	32
2.4	Métodos de monitorização utilizados em barragens	36
2.4.1	Métodos Geodésicos	36
2.4.2	Método dos Fios de Prumo	39
2.5	Considerações finais	42
<b>3</b>	<b>Modelos de Elementos Finitos e Modelos de Separação de Efeitos</b>	<b>45</b>
3.1	Considerações iniciais	45
3.2	Utilização do MEF na análise de modelos numéricos	47
3.2.1	Equações fundamentais da Mecânica dos Sólidos	47
3.2.2	Da forma forte (equação de Navier) para a forma fraca	47
3.2.3	Fundamentos do MEF	48
3.3	Modelos de Separação de Efeitos	50
3.3.1	Considerações gerais	50

3.3.2	Formulações utilizadas nos Modelos de Separação de Efeitos .....	51
3.3.3	Aplicação do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) .....	55
3.4	Considerações finais.....	58
<b>4</b>	<b>Desenvolvimento e utilização de um programa de EF3D em MATLAB para análise da barragem do Cabril .....</b>	<b>59</b>
4.1	Considerações iniciais .....	59
4.2	Elaboração da malha de elementos finitos da barragem do Cabril.....	59
4.3	Consideração da fendilhação observada .....	63
4.4	Programa DamSafe3.0 .....	64
4.4.1	Considerações iniciais.....	64
4.4.2	Algoritmo do programa DamSafe3.0 .....	65
4.5	Considerações finais.....	66
<b>5</b>	<b>Validação dos deslocamentos obtidos por GNSS, recorrendo a deslocamentos observados por fios de prumo e por métodos geodésicos .....</b>	<b>69</b>
5.1	Considerações iniciais .....	69
5.2	Caso de estudo: Barragem do Cabril .....	70
5.3	Comportamento da barragem devido à ação da pressão hidrostática.....	72
5.3.1	Deslocamentos radiais (PH297).....	73
5.3.2	Tensões Principais (PH297).....	74
5.4	Comportamento da barragem devido à ação conjunta do peso próprio e da pressão hidrostática para a água à cota do coroamento .....	75
5.4.1	Deslocamentos radiais (PP+PH297) .....	75
5.4.2	Tensões Principais (PP+PH297).....	76
5.5	Comportamento da barragem devido a uma variação da temperatura (arrefecimento Verão-Inverno).....	77
5.5.1	Deslocamentos radiais (VT) .....	78
5.5.2	Tensões Principais (VT).....	78
5.6	Comportamento da barragem devido à ação combinada das principais ações (PP+PH297+ VT <sub>arref</sub> ) .....	79
5.6.1	Deslocamentos radiais (PP+PH297+ VT <sub>arref</sub> ) .....	80

5.6.2 Tensões Principais (PP+PH297+ VT <sub>arref</sub> ) .....	80
5.7 Calibração do modelo numérico, recorrendo a observações de fios de prumo e métodos geodésicos. Comparação de resultados MEF/MSE.....	81
5.8 Análise do comportamento da barragem. Comparação entre resultados numéricos e resultados observados com GNSS .....	92
5.8.1 Influência da fendilhação na resposta estrutural. Análise dos deslocamentos na zona superior da obra .....	94
5.9 Considerações finais.....	96
<b>6 Conclusão e perspectivas futuras.....</b>	<b>99</b>
6.1 Síntese do trabalho e apreciação de resultados.....	99
6.2 Trabalhos desenvolvidos .....	100
6.3 Desenvolvimentos futuros.....	101
<b>Bibliografia .....</b>	<b>103</b>



# Índice de figuras

Figura 1.1 - Antena GNSS no ponto objeto da barragem do Cabril, situado no topo da consola central. ....	2
Figura 1.2 - Modelo da barragem do Cabril com a localização da antena GNSS no topo da consola central. ....	4
Figura 1.3 – Deslocamentos medidos com fio de prumo e com GNSS, ao nível do coroamento. ....	5
Figura 1.4 - Comparação de resultados do modelo numérico com os dados obtidos pelo GNSS. ....	6
Figura 2.1 - Sistemas de monitorização na barragem do Cabril. a) Fio de prumo invertido; b) Acelerómetros; c) Antena GNSS. ....	10
Figura 2.2 - Distribuição de barragens em Portugal (adaptado de (APA, 2017a)). ....	11
Figura 2.3 - Diferentes tipos de material. a) Barragem de Penide (Barragem alvenaria); b) Barragem de Camba (Barragem de Aterro); c) Barragem do Cabril (Barragem de betão) (CNPGB, 2017). ....	13
Figura 2.4 - Diferentes tipos de geometria de barragens. a) Barragem de gravidade (Barragem de Andorinhas); b) Barragem de contrafortes (Barragem de Pracana); c) Barragem de dupla curvatura (Barragem de Alqueva); d) Barragem de abóbadas múltiplas (Barragem da Aguieira) (CNPGB, 2017). ....	13
Figura 2.5 - Localização das estações GNSS na barragem do Cabril: CORO (Coroamento) e REFE (Referência). ....	21
Figura 2.6 - Pilar para antena GNSS no coroamento, fixado no topo do muro que veda a passagem para a torre de tomada de água. ....	22
Figura 2.7 - Pormenor do topo do pilar para a antena GNSS do coroamento: os dois cilindros concêntricos. ....	22
Figura 2.8 – Estação GNSS na margem esquerda, instalada num poste de média tensão. ....	23
Figura 2.9 – Antena de referência nas proximidades da barragem do Cabril. ....	23
Figura 2.10 - Sistema de eixos na barragem do Cabril. ....	24
Figura 2.11 – Representação da evolução da cota de água e da temperatura do ar, dos deslocamentos observados pelos fios de prumo no coroamento e análise dos deslocamentos radiais da estação CORO (com aplicação da média móvel de ordem 24), entre julho de 2016 e novembro de 2017. ....	32
Figura 2.12 - Barragem de Pacoima, EUA (Behr, Hudnut, & King, 1998). ....	33
Figura 2.13 - Barragem de Libby, EUA. ....	33
Figura 2.14 - Barragem de Atatürk, Turquia. ....	34

Figura 2.15 - Barragem de Mactaquac, Canada.....	34
Figura 2.16 - Barragem de Altynkaya, Turquia. ....	35
Figura 2.17 - Barragem de Koyna, Japão (Bhavsar, 2017).....	35
Figura 2.18 – Esquema de uma rede de triangulação para a monitorização dos deslocamentos da barragem do Cabril.....	37
Figura 2.19 – Estação de monitorização - Leica Nova TM50 (Leica, 2017). ....	37
Figura 2.20 – Deslocamentos obtidos por GNSS no topo da consola central da barragem do Cabril, entre julho de 2016 e novembro de 2017. Soluções horárias (azul) e soluções diárias (vermelho).....	39
Figura 2.21 - Fios de prumo invertido (à esquerda) e direito (à direita).....	41
Figura 2.22 - Base de coordenómetro (a) e coordenómetro ótico (b). ....	41
Figura 2.23 - Localização dos fios de prumo na barragem do Cabril. ....	42
Figura 3.1 – Equações fundamentais da mecânica estrutural.....	46
Figura 3.2 - Transformação da equação de Navier da forma forte para a forma fraca. ....	48
Figura 3.3 - Dedução da equação de equilíbrio de um elemento finito. Matriz de rigidez elementar e vetor elementar das forças nodais equivalentes a forças mássicas. ....	49
Figura 3.4 - História de deslocamentos observados num ponto e curva ajustada (MSE).....	50
Figura 3.5 – Ações em barragens de betão. Evolução ao longo do tempo. ....	52
Figura 3.6 – Deslocamento observado num ponto de uma barragem. (a) Valores observados ao longo do tempo e curva correspondente ao modelo de separação de efeitos (MSE) adotado após ajuste aos valores observados pelo MMQ. (b) Evolução ao longo do tempo das principais ações. ....	53
Figura 3.7 - Separação do efeito de várias ações na Barragem da Aguieira. ....	57
Figura 4.1 - Exemplos de malhas planas da barragem do Cabril.....	61
Figura 4.2 - Malha plana da barragem do Cabril.....	61
Figura 4.3 - Teste da rotina para a definição dos encontros (cota 297 metros). ....	62
Figura 4.4 - Definição dos encontros para todas as cotas. ....	62
Figura 4.5 – Malha 3D da barragem do Cabril com fundação. Discretização com três elementos em espessura. Consideração de uma fenda horizontal à cota 285 m, com uma profundidade de $\frac{3}{4}$ da espessura a partir de jusante. ....	63
Figura 4.6 – Fendilhação na barragem do Cabril.....	63
Figura 4.7 - Abertura da fenda no modelo numérico.....	64
Figura 4.8 – Programa DamSafe3.0 desenvolvido em MATLAB. ....	65
Figura 5.1 - Localização da barragem do Cabril. ....	70
Figura 5.2 – Barragem do Cabril. Corte pela consola central (a) e vista em planta (b). ....	71
Figura 5.3 – Alçado planificado da barragem do Cabril (vista de montante). ....	71
Figura 5.4 - Localização da fendilhação na barragem do Cabril. ....	72

Figura 5.5 - Deslocamentos radiais, devido à pressão hidrostática para a água à cota do coroamento. ....	73
Figura 5.6 – Tensões Principais na face de montante, devido à pressão hidrostática para a água à cota do coroamento. ....	74
Figura 5.7 - Tensões Principais na face de jusante, devido à pressão hidrostática para a água à cota do coroamento. ....	74
Figura 5.8 - Deslocamentos radiais, devido à ação conjunta do peso próprio e da pressão hidrostática para a água à cota do coroamento. ....	75
Figura 5.9 – Tensões Principais na face de montante, devido à ação conjunta do peso próprio e da pressão hidrostática para a água à cota do coroamento. ....	76
Figura 5.10 - Tensões Principais na face de jusante, devido à ação conjunta do peso próprio e da pressão hidrostática para a água à cota do coroamento. ....	76
Figura 5.11 - Deslocamentos radiais, devido a um arrefecimento Verão-Inverno. ....	78
Figura 5.12 - Tensões Principais na face de montante, devido a um arrefecimento Verão-Inverno. ....	78
Figura 5.13 - Tensões Principais na face de jusante, devido a um arrefecimento Verão-Inverno. ....	79
Figura 5.14 - Deslocamentos radiais, devido à combinação de todas as ações (PP+PH297+VT <sub>arref</sub> ). ....	80
Figura 5.15 – Tensões Principais na face de montante, devido à combinação de todas as ações (PP+PH297+ VT <sub>arref</sub> ). ....	80
Figura 5.16 - Tensões Principais na face de jusante, devido à combinação de todas as ações (PP+PH297+ VT <sub>arref</sub> ). ....	81
Figura 5.17 – Análise e comparação do deslocamento radial no topo do bloco DE observado com um modelo de separação de efeitos e calculado com um modelo de elementos finitos com fenda. Resultados obtidos por fios de prumo (a) e por geodesia (b). ....	84
Figura 5.18 - Análise e comparação do deslocamento radial no topo do bloco DE observado com um modelo de separação de efeitos e calculado com um modelo de elementos finitos sem fenda. Resultados obtidos por fios de prumo (a) e por geodesia (b). ....	85
Figura 5.19 - Análise e comparação do deslocamento radial no topo do bloco RS observado com um modelo de separação de efeitos e calculado com um modelo de elementos finitos com fenda. Resultados obtidos por fios de prumo (a) e por geodesia (b). ....	86
Figura 5.20 - Análise e comparação do deslocamento radial no topo do bloco RS observado com um modelo de separação de efeitos e calculado com um modelo de elementos finitos sem fenda. Resultados obtidos por fios de prumo (a) e por geodesia (b). ....	87

Figura 5.21 - Análise e comparação do deslocamento radial na consola central observado com um modelo de separação de efeitos e calculado com um modelo de elementos finitos com fenda. Resultados obtidos por geodesia num ponto acima (a) e abaixo (b) da fenda. ....	88
Figura 5.22 - Análise e comparação do deslocamento radial na consola central observado com um modelo de separação de efeitos e calculado com um modelo de elementos finitos sem fenda. Resultados obtidos por geodesia num ponto acima (a) e abaixo (b) da localização da fenda. ....	89
Figura 5.23 – Deslocamentos radiais devidos à pressão hidrostática para a água à cota do coroamento. Comparação MSE-MEF, considerando a fenda no modelo numérico. (a) Resultados observados com fios de prumo. (b) Resultados observados por geodesia. ....	90
Figura 5.24 - Deslocamentos radiais devidos à pressão hidrostática para a água à cota do coroamento. Comparação MSE-MEF, considerando um modelo numérico sem fenda. (a) Resultados observados com fios de prumo. (b) Resultados observados por geodesia. ....	91
Figura 5.25 – Evolução do deslocamento radial (mm) no topo da consola central, de julho de 2016 a novembro de 2017. Comparação entre os resultados do modelo com fenda (a) e sem fenda (b) e o GNSS. ....	93
Figura 5.26 - Deslocamentos radiais devido à pressão hidrostática para a água à cota máxima (vista de perfil). (a) Modelo com fenda; (b) Modelo sem fenda. ....	94
Figura 5.27 –Deslocamento radial calculado para várias cotas de água, com o modelo numérico com fenda (verde) e sem fenda (azul). (a) No topo da consola central (bloco KL); (b) No topo do bloco DE. ....	95

# Índice Tabelas

Tabela 2.1 - Coordenadas iniciais das estações GNSS de referência (ETRS89). .....	26
Tabela 2.2 - Coordenadas locais iniciais das estações GNSS da barragem do Cabril.....	30
Tabela 2.3 - Coordenadas iniciais nos sistemas local e radial-tangencial das estações GNSS da barragem do Cabril e respectivo ângulo de rotação. ....	30
Tabela 4.1 - Algoritmo do DamSafe3.0.....	65



# Simbologia

## Latinas maiúsculas:

$\underline{B}$	Matriz que contém as derivadas das funções de interpolação;
$\underline{D}$	Matriz de elasticidade;
$E$	Módulo de elasticidade;
$E$	Efeito das expansões no modelo de separação de efeitos;
$E$	Eixo que aponta para Este – coordenadas locais;
$G$	Módulo de distorção;
$H$	Nível da albufera, no modelo de separação de efeitos;
$K_v$	Módulo de compressibilidade volumétrica,
$\underline{L}$	Operador diferencial;
$N$	Número de pontos da discretização de uma janela temporal;
$N$	Eixo que aponta para Norte – coordenadas locais;
$N$	Raio de curvatura da secção normal principal do elipsoide;
$\underline{N}$	Matriz das funções de interpolação;
$N_{GL}$	Número de graus de liberdade de um modelo numérico de elementos finitos;
$N_{GL}^e$	Números de graus de liberdade de um elemento finito;
$NP$	Número de pontos nodais de uma estrutura discretizada;
$NP^e$	Número de pontos de um elemento finito;
$R$	Coordenada radial da barragem;
$T$	Efeito térmico no modelo de separação de efeitos;
$T$	Coordenada tangencial da barragem;
$V_e$	Volume de um elemento finito;
$W_{ext}$	Trabalho das forças exteriores;
$W_{int}$	Trabalho das forças interiores;
$X$	Coordenada cartesiana da estação GNSS;
$Y$	Coordenada cartesiana da estação GNSS;
$Z$	Coordenada cartesiana da estação GNSS.

## Latinas minúsculas:

$a$	Parâmetro usado na parcela do nível da albufera no modelo de separação de efeitos;
$a$	Semieixo maior do elipsoide;
$b$	Semieixo menor do elipsoide;
$b_1$	Parâmetro usado na parcela do efeito térmica no modelo de separação de efeitos;
$b_2$	Parâmetro usado na parcela das expansões no modelo de separação de efeitos;
$c_1$	Parâmetro usado na parcela do efeito do tempo no modelo de separação de efeitos;
$c_2$	Parâmetro usado na parcela do efeito do tempo no modelo de separação de efeitos;
$e^2$	Quadrado da primeira excentricidade do elipsoide de referência terrestre;
$f$	Achatamento do elipsoide;
$\underline{\underline{f}}$	Vetor das forças nodais;
$\underline{\underline{f}}$	Vetor das forças mássicas $\underline{\underline{f}} = \underline{\underline{f}}(x_1, x_2, x_3, t)$ (3x1);
$\underline{\underline{f}}_G$	Vetor das forças nodais equivalentes;
$g$	Aceleração da gravidade ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ );
$h$	Cota de água na albufera;
$h$	Altitude elipsoidal;
$h$	Rigidez;
$\underline{\underline{k}}$	Matriz de rigidez;
$\underline{\underline{k}}^e$	Matriz de rigidez de um elemento finito;
$m$	Massa específica ( $\text{kg/m}^3$ );
$m_a$	Massa específica da água;
$\underline{\underline{m}}$	Matriz de massa;
$\underline{\underline{m}}^e$	Matriz de massa elementar;
$t$	Efeito do tempo no modelo de separação de efeitos;
$\underline{\underline{u}}$	Vetor de deslocamentos;
$\underline{\underline{u}}^e$	Vetor elementar de deslocamentos.
$x$	Coordenada local da barragem;
$y$	Coordenada local da barragem;
$z$	Coordenada local da barragem.

## Gregas minúsculas

$\alpha$	Azimute do eixo xx;
$\xi$	Vetor das deformações;
$\nu$	Coefficiente de <i>Poisson</i> ;
$\gamma$	Peso volúmico de um material (kN/m <sup>3</sup> );
$\lambda$	Longitude – coordenadas geodésicas;
$\nu$	Vetor dos deslocamentos virtuais;
$\nu_v^e$	Vetor elementar dos deslocamentos virtuais.
$\sigma$	Vetor das tensões;
$\varphi$	Latitude – coordenadas geodésicas.

## Abreviaturas (siglas)

APA	Agência Portuguesa do Ambiente;
DGT	Direção Geral do Território;
EDP	Energias de Portugal;
EF	Elemento Finito;
ETRS89	<i>European Terrestrial Reference System 89</i> ;
FCT	Fundação para a Ciência e Tecnologia;
FP	Fios de Prumo;
GSO	<i>Geosynchronous Orbits</i> ;
GL	Graus de Liberdade;
GLONASS	<i>Global'naya Nawigatsionnaya Sputnikowaya Sistema</i> ;
GNSS	<i>Global Navigation Satellite Systems</i> ;
ICOLD	<i>International Commission on Large Dams</i> ;
IGS	<i>International GNSS Service</i> ;
ITRF2014	<i>International Terrestrial Reference Frame 2014</i> ;
LFCV	Lema Fundamental do Cálculo Variacional;
LEO	<i>Low Earth Orbits</i> ;
MEO	<i>Medium Earth Orbits</i> ;
MEF	Método dos Elementos Finitos;
MSE	Modelos de Separação de Efeitos;
PH	Pressão Hidrostática;

PP	Peso Próprio;
PTV	Princípio dos Trabalhos Virtuais;
PVF	Problema de Valores de Fronteira;
ReNEP	Rede Nacional de Estações Permanentes;
SV	<i>Space Vehicles</i> ;
URSS	União das Republicas Soviéticas Socialistas;
VT	Variação Térmica;
Wi-Fi	<i>Wireless Fidelity</i> ;
WGS84	<i>World Geodetic System 1984</i> .

# 1

## Introdução

### 1.1 Justificação e enquadramento do tema

Hoje em dia é importante assegurar que, nas grandes estruturas, como é o caso das barragens de betão, são instalados adequados sistemas de monitorização, envolvendo componentes com recolha automática de dados para observação em contínuo. Ao longo da sua vida útil, as grandes barragens estão sujeitas a diferentes tipos de solicitações variáveis, devendo o controlo da segurança ser efetuado de forma contínua com base na comparação entre a resposta observada para as diferentes solicitações e a resposta prevista.

No caso da barragem do Cabril, uma abóbada de dupla curvatura construída em 1954 e que atualmente ainda é a mais alta barragem portuguesa (132 m de altura), foi recentemente instalado um sistema GNSS para monitorização em contínuo dos deslocamentos no topo da consola central (Figura 1.1). Este sistema foi instalado em 2016, pelo LNEC e pela EDP, no âmbito de um projeto financiado pela FCT (PTDC/ECM-EST/2131/2012).

Na barragem do Cabril, escolhida como caso de estudo, a utilização do GNSS para medir o deslocamento do referido ponto notável no topo da consola central é particularmente útil, pois, devido à acentuada curvatura da obra, não foram colocados fios de prumo na secção central (para medição de deslocamentos ao nível do coroamento, apenas foram colocados dois fios de prumo em secções não centrais). Para além do mais, trata-se de uma barragem que apresenta problemas de fendilhação horizontal na zona superior, desde a fase de 1º enchimento, o que influencia significativamente a resposta estrutural para as principais ações, em particular na zona superior. A monitorização dos deslocamentos na secção central

tem-se cingido, desde o início da exploração, em 1954, às usuais campanhas de planimetria, com as quais não é viável, como se sabe, efetuar uma monitorização em contínuo, realizando-se geralmente poucas campanhas de observação planimétrica por ano (em geral realizam-se apenas duas campanhas de planimetria por ano).

Com vista a contribuir para uma boa utilização dos sistemas GNSS na medição de deslocamentos de grandes estruturas, a presente dissertação foca-se na validação dos dados obtidos por GNSS na barragem do Cabril, recorrendo a um modelo numérico calibrado com base nas medições de deslocamentos com fios de prumo, colocados em duas secções não centrais, e em deslocamentos obtidos por métodos geodésicos.



**Figura 1.1** - Antena GNSS no ponto objeto da barragem do Cabril, situado no topo da consola central.

O GNSS (*Global Navigation Satellite System*) permite determinar instantaneamente a posição e a velocidade de um observador, com precisão e com baixo-custo, em qualquer lugar à superfície da Terra ou perto desta. Este conjunto de sistemas não é só utilizado no âmbito militar e comercial sendo, também, largamente utilizado nas mais diversas aplicações científicas. O GNSS revolucionou completamente a Geodesia, tornando-se uma ferramenta indispensável para quase toda a atividade humana, nas duas últimas décadas.

Atualmente, o norte americano *Global Positioning System* (GPS) é o mais representativo destes sistemas de satélites (o mais utilizado, o pioneiro e o mais conhecido). O seu desenvolvimento começou em 1973, e o primeiro satélite foi posto em órbita em 1978. Só em 1995 é que o GPS foi considerado completamente operacional (*full operational capability*, FOC) com uma constelação de 24 satélites ativos. Desde daí, o GPS tem causado um forte impacto na ciência e na sociedade. Entretanto, o serviço prestado pelo GPS tem sofrido várias atualizações e melhoramentos indo ao encontro das necessidades militares, civis e comerciais.

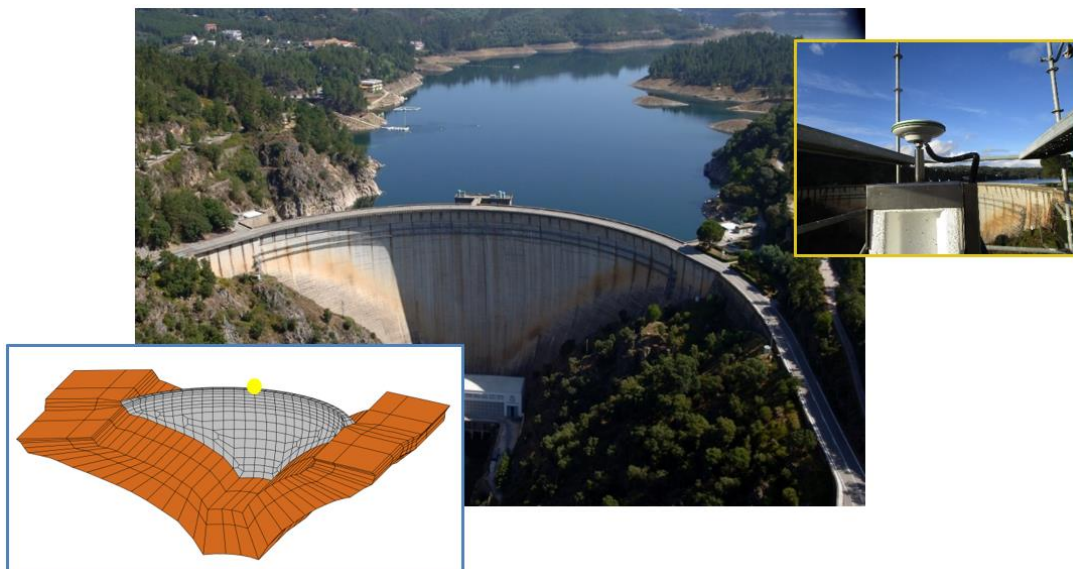
O *Global'naya Navigatsionnaya Sputnikowaya Sistema* (transcrito na fonética inglesa), mais conhecido pela sua sigla GLONASS, é o sistema russo, criado para contrapor o GPS. O seu desenvolvimento iniciou-se em meados da década de 70 do século passado, na ex-União das Repúblicas Soviéticas Socialistas (URSS). O primeiro satélite terá sido lançado em 1982 e o FOC foi oficialmente declarado em 1993, com apenas 12 satélites em órbita. Em 1996 os 24 satélites previstos estavam todos em órbita. Contudo, devido a problemas de financiamento e, sobretudo, devido à demasiada curta vida destes satélites, em 2001 apenas sete destes satélites se encontravam ativos. Razão pela qual a Federação Russa decidiu relançar todo o sistema GLONASS. Anos mais tarde, já em 2011, o GLONASS estava completamente operacional, com 24 satélites em órbita.

Existem mais sistemas GNSS, em particular o sistema europeu, o Galileo, o primeiro a ser controlado exclusivamente por civis, e o sistema chinês, conhecido como Compass (Beidou em chinês), também com aplicações militares. Ambos os sistemas ainda se encontram em desenvolvimento. No entanto, apesar de ainda não estarem completamente operacionais já se sente a influência destes novos sistemas no GNSS em geral, nomeadamente a nível de software, de recetores e de formatos dos ficheiros de dados. Ou seja, a comunidade GNSS já está preparada para utilizar estes novos sistemas.

Com o GPS, o relançamento do GLONASS e o aparecimento do Galileo e do Compass, num futuro muito próximo dispor-se-ão de quatro GNSS operacionais. O sucesso comercial das aplicações multi-GNSS e a aceitação dos novos sistemas deverá ser decidida pelo mercado (eventualmente, também, por alguma alteração política mais radical e inesperada). Do ponto de vista científico a utilização de todos os sistemas disponíveis é quase uma obrigação, devido ao grande benefício que se terá em utilizar sistemas totalmente independentes e com muitos mais satélites, mas a passagem de um só sistema, o GPS, para aplicações multi-GNSS ainda é um desafio. O campo do GNSS foi – e, na maior parte das áreas, ainda é – dominada pelo GPS e todo o desenvolvimento tecnológico e científico que ocorreu na década passada deve ser atribuída em exclusivo a este sistema. A integração de todos os GNSS disponíveis no domínio da Ciência e o estabelecimento de aplicações multi-

sistemas é, sem dúvida, um dos maiores desafios num futuro próximo. Novo hardware deverá ser desenvolvido e as redes de estações GNSS permanentes terão forçosamente de ser atualizadas. Mas para isso, novos pacotes de software, algoritmos e modelos terão de estar preparados para a análise das observações multi-GNSS. Sendo que muitas vezes não bastará a generalização dos já existentes, mas sim a implementação de novos algoritmos e modelos.

O Método dos Elementos Finitos (MEF), atualmente é um dos mais usados para a resolução de problemas de análise estrutural (Figura 1.2). É um método versátil, uma vez que se adapta a diferentes tipos de elementos estruturais e diferentes tipos de comportamento dos materiais, permitindo obter soluções aproximadas para as equações fundamentais da mecânica dos sólidos (Equação de *Navier*).

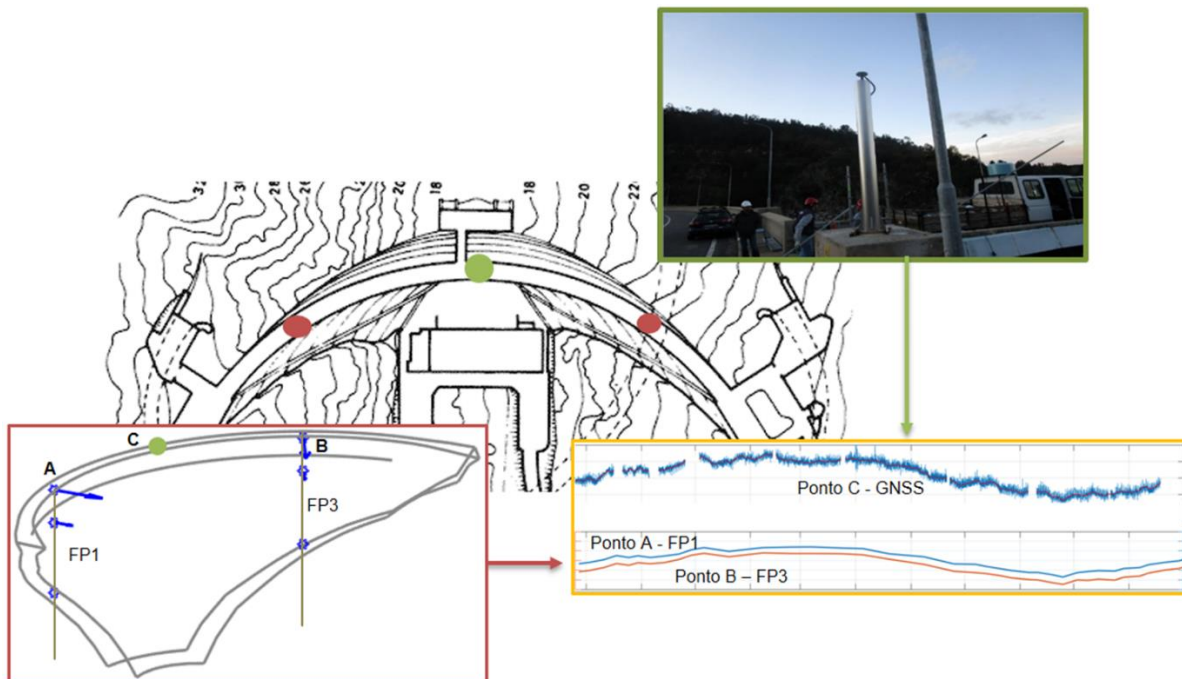


**Figura 1.2** - Modelo da barragem do Cabril com a localização da antena GNSS no topo da consola central.

## 1.2 Objetivos da dissertação

A presente dissertação tem como principal objetivo contribuir para a validação dos deslocamentos obtidos por GNSS, no topo da consola central da barragem do Cabril. Como, neste caso, não há possibilidade de medir o deslocamento no referido ponto com fio de prumo, o que facilitaria a pretendida validação dos dados GNSS, pretende-se desenvolver um Modelo de Elementos Finitos 3D (MEF3D), em MATLAB, para simular a resposta estrutural da barragem na perspetiva de possibilitar a pretendida validação dos deslocamentos medidos pelo GNSS. Este modelo deverá ser calibrado com base em deslocamentos observados nos

fios de prumo colocados em secções laterais, e em deslocamentos observados por planimetria (Figura 1.3).

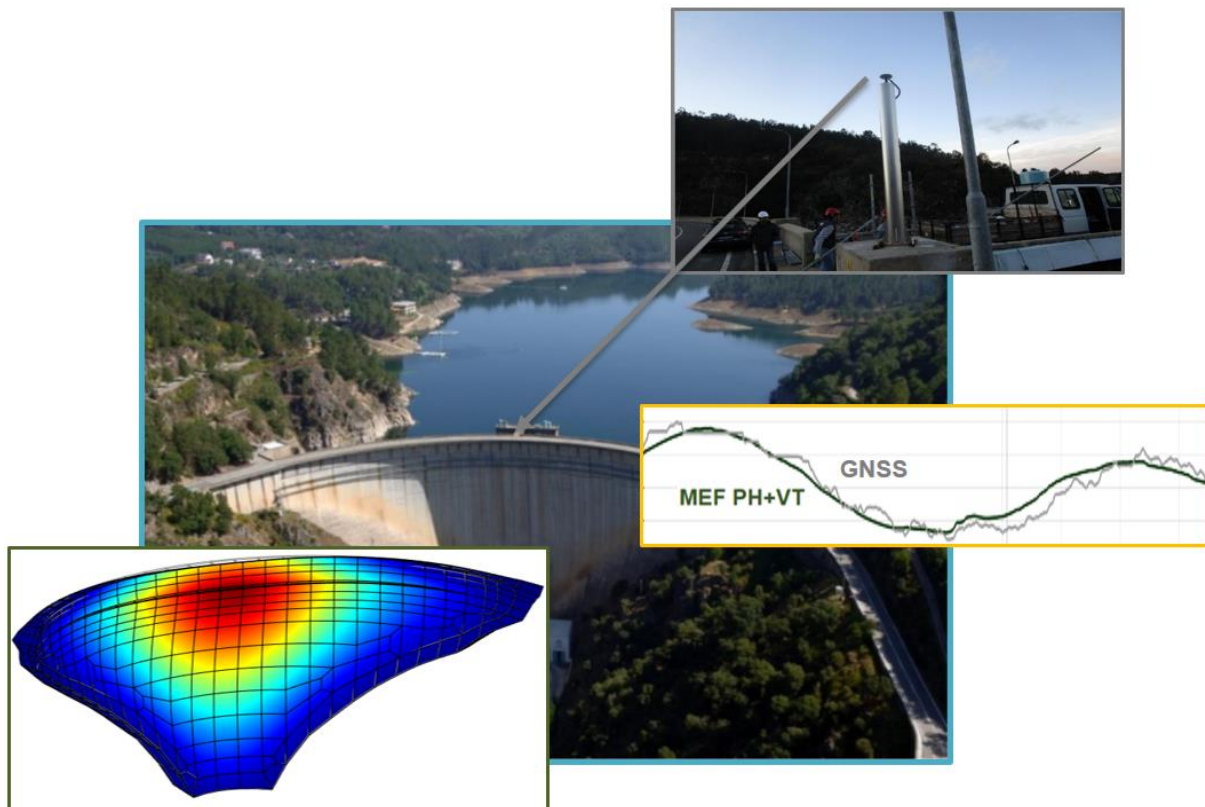


**Figura 1.3** – Deslocamentos medidos com fio de prumo e com GNSS, ao nível do coroamento.

Para além do objetivo acima referido, é ainda pretendido:

- Apresentar alguns conceitos básicos sobre o funcionamento do GNSS na observação de deslocamentos em estruturas, nomeadamente em barragens;
- Referir os fundamentos do Método dos Elementos Finitos (MEF) e elaborar um modelo de elementos finitos 3D para análise do comportamento estrutural da barragem do Cabril, utilizando o programa de geração de malhas *Dam3DMesh1.0*, desenvolvido em MATLAB no DBB - LNEC;
- Apresentar conceitos básicos dos Modelos de Separação de Efeitos, usados na análise dos resultados obtidos pelos fios de prumo e por geodesia, que por sua vez, foram a base para a validação do modelo;
- Desenvolver/melhorar o programa *DamSafe3.0*, em MATLAB, que envolve um módulo de elementos finitos (módulo MEF) e um módulo para análise de resultados observados por separação de efeitos (módulo MSE);
- Utilizar o programa *DamSafe3.0* para analisar o comportamento da barragem do Cabril (Figura 1.4) para as principais ações (pressão hidrostática-PH ou variação térmica-VT);

- Analisar a influência de cada ação no comportamento da barragem;
- Calibrar o modelo numérico através das observações com fios de prumo e com métodos geodésicos, aplicando modelos de separação de efeitos;
- Para a combinação com PH + VT comparar os resultados entre o modelo e as observações do GNSS no ponto central do coroamento da barragem do Cabril;
- Analisar as diferenças do comportamento da barragem considerando um modelo sem fenda e o modelo com fenda e estudar de que forma a fenda influencia o comportamento estrutural da barragem.



**Figura 1.4** - Comparação de resultados do modelo numérico com os dados obtidos pelo GNSS.

### 1.3 Estruturação do trabalho

Esta dissertação está dividida em seis capítulos, sendo que o primeiro é a Introdução, onde se inicia a abordagem ao tema, e o sexto é a conclusão e trabalhos futuros, onde se apresenta uma análise crítica de síntese sobre os resultados obtidos ao longo da dissertação. Ainda na conclusão irão ser abordados possíveis desenvolvimentos futuros que podem ser elaborados nesta área. Os restantes capítulos estão divididos da seguinte forma:

➤ *Capítulo 2 – Monitorização de deslocamentos com o GNSS.*

Neste capítulo serão apresentados os vários tipos de barragens existentes em Portugal, e as respetivas características, com uma maior atenção às barragens abóbada de dupla curvatura, uma vez que é do nosso interesse devido ao caso de estudo ser a barragem do Cabril. De seguida serão abordadas várias metodologias usadas correntemente na monitorização e controlo da segurança em grandes infraestruturas, nomeadamente em barragens, pontes e viadutos. Destas metodologias será dado um maior foco no GNSS e nos fios de prumo que serão, posteriormente, alvo de análise e comparação com os modelos numéricos.

➤ *Capítulo 3 - Modelos de Elementos Finitos e Modelos de Separação de Efeitos*

Aqui será feita uma abordagem mais profunda ao método dos elementos finitos, usado no desenvolvimento do modelo numérico da barragem, apresentando os fundamentos teóricos no qual se baseia este método. De seguida é apresentada uma pequena explicação sobre os Modelos de Separação de Efeitos (MSE), focando os seus princípios e conceitos básicos, uma vez que, posteriormente, será efetuada uma validação do modelo que se irá basear neste tipo de modelos.

➤ *Capítulo 4 – Desenvolvimento e utilização de um programa de EF3D em MATLAB para análise da barragem do Cabril*

Este capítulo irá explicar a implementação da lógica de cálculo do MEF e do MSE no programa MATLAB, que será usado na análise do modelo numérico da barragem do Cabril. Ainda serão explicados alguns dos procedimentos iniciais que foram necessários para modelar a barragem do Cabril.

➤ *Capítulo 5 – Validação dos deslocamentos obtidos por GNSS, recorrendo a deslocamentos observados por fios de prumo e por métodos geodésicos.*

No capítulo 5 irão ser apresentados os resultados da análise do comportamento da barragem, obtidos com o modelo numérico desenvolvido e explicado no capítulo 4, a partir dos métodos apresentados no capítulo 3. A análise será feita tendo em conta as ações da pressão hidrostática e da variação térmica, procedendo-se posteriormente a uma comparação

com os dados obtidos pelo GNSS. Uma vez que o modelo foi inicialmente calibrado com as observações dos fios de prumo e com o auxílio de outros métodos geodésicos são ainda apresentadas as comparações e respectivas análises aos resultados que permitiram a respetiva validação do modelo com fenda, demonstrando as principais diferenças de comportamento no caso de não se ter considerado a fenda.

# 2

## Monitorização de deslocamentos com GNSS

### 2.1 Considerações iniciais

Sendo o controlo da segurança e a monitorização de barragens um dos principais focos desta dissertação, é importante consultar vários documentos sobre o assunto, como é o caso do Regulamento de Segurança de Barragens. De acordo com este regulamento (RSB, 2007) muitas barragens são consideradas obras de elevado risco potencial. Assim, para uma melhor análise do comportamento real das barragens é necessário desenvolver modelos numéricos que permitam a simulação do seu comportamento sob as diversas ações a que estas obras estão usualmente sujeitas. Para estes modelos serem mais eficazes é necessária uma monitorização e controlo da segurança eficientes durante todas as fases de vida da barragem. É necessário que os equipamentos e os sistemas de monitorização sejam regularmente atualizados e que permitam uma recolha de dados não só manual, mas também automática. O controlo da segurança é fundamental ao longo de toda a vida útil de uma barragem. Este controlo envolve algumas atividades, tais como:

- Recolha de dados manual ou automática através de aparelhos de monitorização;
- Inspeções visuais, que permitem detetar sinais anómalos no comportamento da barragem;
- Análise do comportamento global da estrutura, observando várias grandezas, utilizando modelos de interpretação quantitativa (Rocha, Serafim, & Silveira, 1958). Estes modelos são baseados em hipóteses semi-empíricas e em modelos

estatísticos de minimização de erros que permitem uma separação dos efeitos. É por isso que também se designam por modelos de separação de efeitos;

- Análise do comportamento global, recorrendo a modelos numéricos de elementos finitos (MEF), utilizando softwares adequados para aplicar modelos estatísticos para uma melhor interpretação quantitativa das observações.

Em relação à recolha de dados, a barragem do Cabril contempla diversos sistemas de monitorização, tal como mostrado na (Figura 2.1) que permitem uma boa observação e posterior análise do comportamento da barragem sob as várias ações presentes.



a)



b)



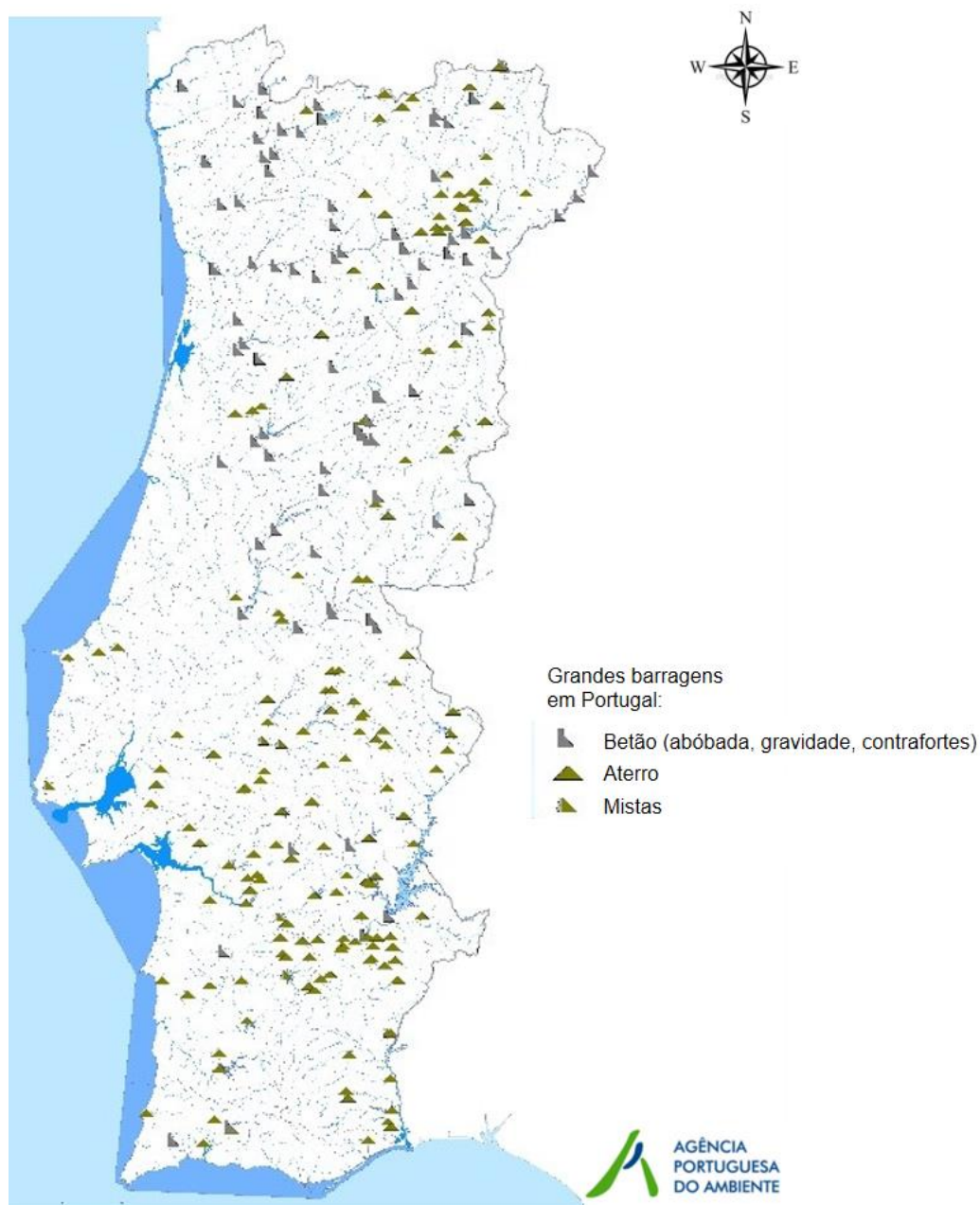
c)

**Figura 2.1** - Sistemas de monitorização na barragem do Cabril. a) Fio de prumo invertido; b) Acelerómetros; c) Antena GNSS.

## 2.2 Barragens

### 2.2.1 Barragens em Portugal

É sabido que em Portugal Continental, as características geográficas, climáticas e fisiográficas influenciam os recursos hídricos superficiais, e a forma como estes são aproveitados (APA, 2017b). Sendo Portugal um país com alguma irregularidade na distribuição dos recursos hídricos (Figura 2.2), é necessário adaptar a distribuição das barragens por todo o território. Um dos factos que contribui para esta necessidade é a evidente diminuição do caudal dos rios portugueses durante o Verão.



**Figura 2.2** - Distribuição de barragens em Portugal (adaptado de (APA, 2017a)).

Portugal conta com 250 grandes barragens (altura superior a 15 metros ou com capacidade de armazenamento superior a 3 hm<sup>3</sup>). Cada uma foi construída com um propósito em específico, tendo em conta a localização e a necessidade da população em redor. Algumas das barragens servem para armazenamentos de água de forma a garantir o abastecimento para rega e para uso público, sendo que, esta necessidade é particular no Sul e no Interior do País, devido à maior irregularidade de recursos disponíveis. Várias cidades portuguesas obtêm o seu abastecimento público a partir de albufeiras, como é o exemplo de Lisboa, que é abastecida a partir da albufeira do Castelo de Bode. Este fornecimento de água através de albufeiras é regularmente usado em zonas do país onde os aquíferos ou os rios não garantem o abastecimento suficiente para suprimir todas as necessidades da zona. Quanto ao Norte do País, por ser uma zona com maior abundância de recursos hídricos, faz com que estes recursos também sejam aproveitados para a produção de energia.

A atenuação de cheias é também uma das vantagens das barragens situadas nalgumas zonas do País que são mais propícias a este fenómeno. Não sendo o seu papel evitar as cheias dos rios, as barragens podem ajudar a controlar o caudal e assim atenuar cheias com maior frequência, diminuindo assim os danos materiais e pessoais das populações em redor. A rega é também uma das principais utilizações de água a partir de albufeiras, como por exemplo a barragem do Alqueva.

Uma vez que Portugal é um país em constante evolução, ao longo do tempo as barragens foram adquirindo múltiplos fins, já que algumas albufeiras existentes ganharam novas utilizações ou porque a evolução levou a alterações no planeamento dos recursos hídricos. É por isso que, gradualmente, tem vindo a haver um abandono da construção de barragens só para um fim em específico, apostando assim em barragens com fins múltiplos.

Existe uma maior quantidade de pequenas barragens comparativamente ao número de grandes barragens. As pequenas barragens têm vindo a ser construídas para vários fins, especialmente para rega no Sul e Interior do País, e armazenamento de água no Inverno para períodos de seca.

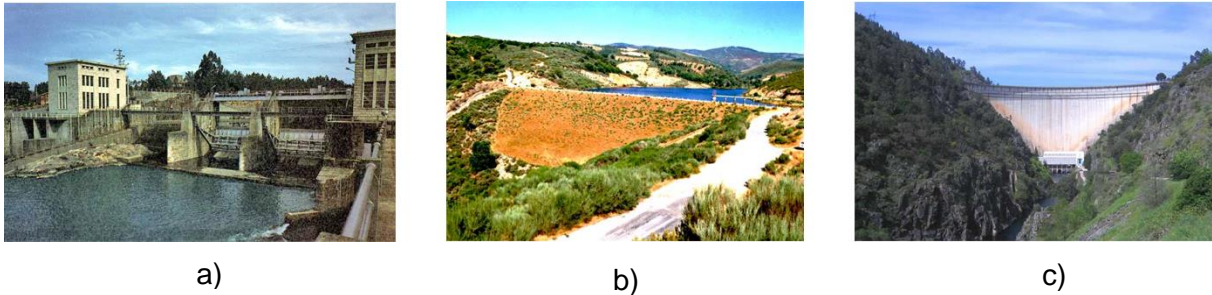
### 2.2.2 Tipos de Barragens e respetivas características

As barragens têm várias características específicas que permitem a atribuição de uma categorização de acordo com essas mesmas características. Segundo a ICOLD (ICOLD, 2017), as barragens são classificadas de acordo com:

➤ Altura ou capacidade de armazenamento. A ICOLD estabelece que a partir dos 15 metros entre a fundação e o coroamento ou com capacidade de armazenamento superior

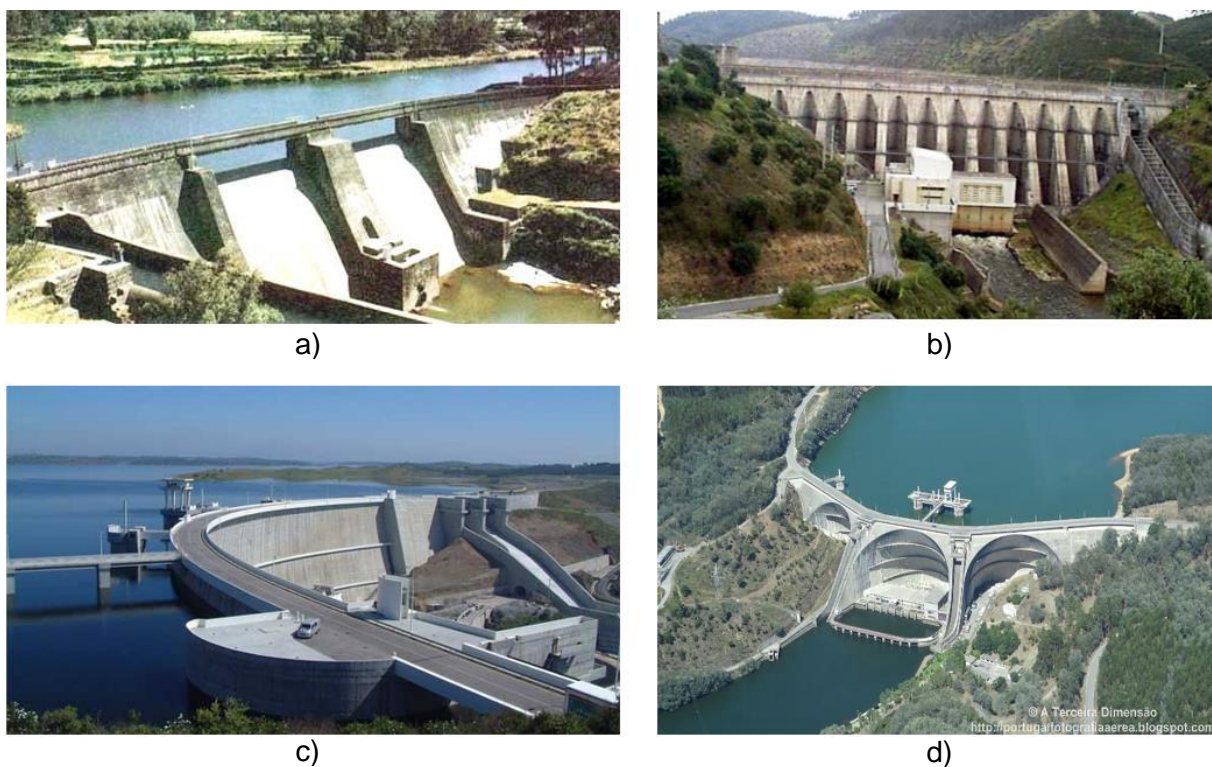
a 3 hm<sup>3</sup>, são consideradas grandes barragens. Abaixo desse valor são designadas pequenas barragens;

➤ Tipo de material (Figura 2.3). As barragens podem ser construídas em betão, alvenaria, ou em aterro (com terra ou blocos rochosos);



**Figura 2.3** - Diferentes tipos de material. a) Barragem de Penide (Barragem alvenaria); b) Barragem de Camba (Barragem de Aterro); c) Barragem do Cabril (Barragem de betão) (CNPGB, 2017).

➤ Geometria da barragem. O comportamento estrutural das barragens de betão depende da sua geometria. Na Figura 2.4 apresentam-se exemplos de diferentes geometrias: gravidade, contrafortes, abóbada de dupla curvatura e abóbadas múltiplas.



**Figura 2.4** - Diferentes tipos de geometria de barragens. a) Barragem de gravidade (Barragem de Andorinhas); b) Barragem de contrafortes (Barragem de Pracana); c) Barragem de dupla curvatura (Barragem de Alqueva); d) Barragem de abóbadas múltiplas (Barragem da Aguieira) (CNPGB, 2017).

Nesta dissertação o caso de estudo é uma barragem abóbada de dupla curvatura, em betão. Este tipo de barragem tem uma estrutura com uma curvatura em ambos os eixos (planta e perfil). A curvatura é concebida com a convexidade voltada para montante, de forma a transmitir o impulso da água maioritariamente para os encontros.

Quanto aos outros tipos, as barragens de gravidade são caracterizadas como tendo uma seção transversal aproximadamente triangular, de maneira a conseguir resistir, só com o seu próprio peso, aos impulsos da água. A escolha da forma da barragem (retilínea ou curvilínea) dependerá das condições topográficas, do tipo de terreno e do sistema construtivo. Ainda no tipo barragens de gravidade, temos as barragens de arco-gravidade que apresentam uma forma curvilínea que promove a transmissão do impulso da água para os encontros. Quando a topografia não é muito agreste, com vales amplos e rocha resistente é vantajoso construir barragens de contrafortes. Este tipo de barragem tem elementos estruturais transversais à seção do vale de modo a resistir ao impulso da água sobre a face de montante da barragem, aumentando assim a sua estabilidade.

### 2.2.3 Segurança de Barragens

Como já foi referido anteriormente, as barragens são consideradas obras de risco potencial, uma vez que uma falha na segurança pode provocar danos para todo o tipo de infraestruturas que se localizem a jusante e para a população em seu redor, levando a que este tema seja um motivo de preocupação para a sociedade.

A segurança das barragens deve ser uma prioridade desde o momento em que a barragem é idealizada, durante a sua conceção e exploração e até à sua demolição. A criação de regulamentos de segurança, os programas de inspeção, observação e manutenção e o rigoroso cumprimento destes tornam-se assim essenciais. Apesar das atividades de segurança serem exercidas de forma eficaz, é ainda indispensável que exista uma consciencialização dos problemas de segurança e das suas implicações e uma qualificação técnica adequada dos agentes envolvidos (APA, 2017c).

Apesar de existirem várias entidades envolvidas na segurança das barragens, o controlo da segurança está entregue à Agência Portuguesa do Ambiente (APA) que, juntamente com a Autoridade Nacional de Segurança de Barragens (ANSB), promovem e fiscalizam o cumprimento das normas legais. Durante todas as fases da vida das barragens, a APA e a ANSB têm o dever de:

- Promover a intervenção do LNEC, nos termos do RSB;
- Colaborar com a Autoridade Nacional de Proteção Civil no planeamento de situações de emergência;

- Determinar a elaboração de estudos e ensaios, bem como a realização de trabalhos e outras medidas necessárias para a garantia da qualidade da obra e da segurança de pessoas e bens;
- No caso de haver incumprimento das disposições do RSB por parte do dono de obra, pode intervir podendo determinar o condicionamento da exploração ou mesmo a demolição da barragem e ressarcir-se dos respetivos custos.

As restantes entidades têm várias funções, também elas relacionadas com a segurança das barragens. Uma das entidades é o Dono de Obra e é o responsável pela barragem estando encarregue de aplicar o Regulamento, uma vez que é o detentor do título jurídico que lhe permite construir e explorar a barragem. O Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC) é outra das entidades, tendo o papel de consultor da ANSB no que toca a controlo de segurança de barragens. Como entidade coordenadora e orientadora das atividades da proteção civil ao nível nacional tem-se a Autoridade Nacional de Proteção Civil (ANPC), e por fim a Comissão de Segurança de Barragens (CSB) cuja função é analisar a situação das barragens portuguesas do ponto de vista da segurança.

Tendo em conta que existem sete entidades envolvidas no controlo da segurança, é importante que cada uma delas desempenhe o seu papel para que não haja falhas na segurança das barragens, e assim prevenir catástrofes que ponham em perigo vidas humanas. Uma das formas de minimizar as falhas na segurança das barragens é através da monitorização contínua do seu comportamento ao longo do ano, principalmente a monitorização dos deslocamentos de vários pontos notáveis que podem ser medidos através de métodos geodésicos (como por exemplo, o GNSS), fios de prumo, entre outros.

## **2.3 Monitorização de barragens com GNSS**

### **2.3.1 Princípios da Navegação e Posicionamento com o GNSS**

O principal objetivo da navegação é a determinação da posição e da velocidade de um determinado ponto num referencial de coordenadas bem definido. O GNSS permite determinar esses dados com precisão e baixo-custo em qualquer parte da Terra e em tempo real. Assim se explica que o GNSS seja o sistema mais utilizado para navegação.

Em termos conceptuais, e no âmbito da navegação, o satélite é utilizado como um ponto “fixo” com coordenadas bem conhecidas. A distância entre o satélite e um observador pode ser determinada pelo tempo de percurso entre o sinal emitido pelo satélite e a receção do mesmo pelo observador. Não entrando em conta com os erros, o tempo de percurso do sinal multiplicado pela velocidade da luz ( $c$ ) dará a distância entre o observador e o satélite.

A posição do observador estará numa superfície de uma esfera de raio igual à distância satélite – observador. Se houver um segundo satélite como ponto conhecido, a posição do observador será agora determinada pela intersecção das superfícies das duas esferas, cada uma delas centrada num dos satélites cujos raios são dados pelas distâncias de cada um dos satélites ao observador. O lugar geométrico definido por esta intersecção é um círculo. Com mais um satélite, a posição do observador será determinada pela intersecção de três esferas, cada uma delas centrada num dos três satélites cujos raios são dados pelas distâncias de cada um dos três satélites ao observador. Resulta das intersecções destas três esferas apenas dois pontos. Dos quais um estará bastante afastado da superfície terrestre, donde haverá apenas uma solução verosímil para a posição do observador.

No posicionamento com o GNSS apenas se utilizam as distâncias medidas no sentido satélites (emissor do sinal) – observador (recetor do sinal). Por essa razão, dois tipos de relógios estão envolvidos na medição do tempo de percurso do sinal: relógios a bordo nos satélites que indicam o instante de emissão do sinal e um relógio ligado ao observador (recetor) que regista o instante de receção do sinal. A diferença entre estes dois instantes daria o verdadeiro tempo de percurso do sinal caso os relógios estivessem perfeitamente sincronizados. Se por um lado, cada um dos satélites dispõe de pelo menos três relógios atômicos, por outro lado, os recetores GNSS, por norma, dispõem de relógios muito menos precisos (osciladores de quartzo) e, por isso, frequentemente desfasados da escala de tempo GNSS. Consequentemente, todos os tempos de percurso dos sinais emitidos pelos satélites estão contaminados por erros de sincronização. Donde as distâncias calculadas a partir destes intervalos de tempo estão afetadas e, por isso, costumam ser designadas por pseudo-distâncias.

O modelo de posicionamento dado pela intersecção das esferas não será válido se as pseudo-distâncias forem utilizadas como os raios dessas esferas. No entanto, como todos os tempos de percurso serão medidos por um recetor, sempre o mesmo, resulta que as pseudo-distâncias serão afetadas pelo mesmo erro do relógio. Donde este erro poderá ser eliminado formando uma diferença de duas pseudo-distâncias, entre o observador e dois satélites, medidas no mesmo instante. O lugar geométrico definido por uma diferença de pseudo-distâncias é um hiperboloide de revolução com os dois satélites como pontos focais (Meindl, 2011). O número de hiperboloides independentes definido por  $n$  pseudo-distâncias será sempre  $n-1$ . Por consequência, a observação a um quarto satélite será necessária para calcular de forma inequívoca a posição do observador através da intersecção dos três hiperboloides.

### 2.3.2 Configuração dos sistemas e suas componentes

Todos os GNSS utilizam os mesmos princípios de navegação descritos sumariamente na secção anterior e, naturalmente, dispõem de sistemas muito semelhantes. Assim, todos os GNSS são constituídos por três principais componentes, nomeadamente, a componente espacial, a componente de controlo e a componente dos utilizadores (Hofmann-Wellenhof, Lichtenegger, & Wasle, 2008), (Leick, 2004).

#### 2.3.2.1 Componente Espacial

A componente espacial é constituída por todos os satélites em órbita do GNSS, muitas vezes designados por SVs (SV é a sigla de *Space Vehicles*). Por norma, estes satélites estão em órbitas médias (*Medium Earth Orbits*, MEOs), ou seja, entre órbitas baixas dos satélites mais próximos da superfície terrestre (*Low Earth Orbits*, LEOs) e as órbitas dos satélites geossíncronos, sendo *geoestacionários* se as suas órbitas estiverem sobre o plano equatorial (*Geosynchronous Orbits*, GSOs). As órbitas dos satélites MEOs situam-se num espaço compreendido pelo intervalo de alturas entre 2 000 km e 36 000 km acima da superfície terrestre (satélites com órbitas até 2000 km de altura são considerados LEOs e satélites com órbitas com aproximadamente 36 000 km de altura são considerados GEOs). No entanto, os satélites GNSS estão confinados apenas a um espaço compreendido entre 19 000 km e 23 500 km. O que significa que estes satélites terão um período orbital correspondente à duração aproximada de meio dia.

O projeto da constelação GNSS, i. e., o número de satélites e a geometria das órbitas, foi pensado para responder aos requisitos de (Meindl, 2011):

- Estarem pelo menos quatro satélites “visíveis” a qualquer hora e em qualquer lugar à superfície (ou próximo) da Terra.
- Ter uma manutenção reduzida da constelação. O que significa, na prática, ter satélites robustos às eventuais falhas e que seja relativamente fácil a reposição e/ou substituição dos satélites.
- A constelação de satélites ser o mais estável possível de modo a minimizar os custos de conservação dos satélites nas suas posições orbitais nominais.
- Assegurar uma boa distribuição geométrica dos satélites em azimute e em altura para qualquer ponto na Terra de modo a garantir uma boa precisão no posicionamento.

A constelação GNSS é constituída por satélites artificiais em órbita. Cada satélite GNSS tem a bordo relógios atômicos para estabelecer o sistema de tempo GNSS e a frequência de referência dos sinais que emite, que correspondem a vários códigos de pseudo-distâncias e mensagens de navegação, modulados em duas ou mais ondas portadoras na banda das micro-ondas. Os códigos de pseudo-distâncias podem ser abertos para uso público ou codificados para restringir o acesso apenas a utilizadores autorizados. A mensagem de navegação contém a informação da posição orbital de todos os satélites do sistema, indicações sobre o atraso dos relógios dos satélites e os estados e a integridade de todos os satélites.

A altitude dos satélites é comandada por dois requisitos básicos: a antena de transmissão está sempre orientada para Terra e os painéis solares do satélite estão sempre perpendiculares à linha Sol – satélite.

#### 2.3.2.2 Componente de Controlo

A componente de controlo compreende toda a infraestrutura que existe na superfície terrestre para monitorizar, controlar e manter o GNSS. A configuração mínima será garantida por um determinado número de estações de monitorização (por exemplo, o GPS começou com cinco estações), uma estação de controlo e uma estação que transmita para os satélites toda a informação e os comandos necessários para o bom funcionamento do GNSS.

As estações de monitorização rastreiam e registam continuamente os sinais de navegação de todos os satélites GNSS. É mais ou menos intuitivo que é vantajoso ter uma distribuição global e uniforme das estações de monitorização de modo a permitir o rastreio contínuo de todos os satélites. Os sinais registados são transferidos para a estação de controlo para serem processados. Esta estação assegura a supervisão do estado do sistema e executa todas operações necessárias de modo a garantir a total operacionalidade do sistema. O que inclui a reposição de satélites para assegurar as suas posições nominais ou substituir os satélites não operacionais pelos sobresselentes. As órbitas dos satélites e as correções dos relógios – bem como as suas predições para as próximas horas – são calculadas para todos os satélites com base nas observações registadas pelas estações de monitorização. Estes dados de rastreio também serão usados para monitorizar a integridade do sistema. Finalmente, a estação de controlo é responsável pela criação e manutenção do sistema de tempo e do referencial de coordenadas associados ao GNSS.

Uma ou mais estações equipadas com antenas que permitam comunicar com os satélites GNSS completam a componente de controlo. As predições das órbitas e das correções dos relógios dos satélites (mais outra informação auxiliar) calculadas pela estação

de controlo são enviadas regularmente para os satélites por estas estações. Estas últimas deverão estar localizadas na superfície terrestre de modo a que cada satélite seja “visível” por uma delas durante a receção da informação transmitida.

### 2.3.2.3 Componente dos utilizadores

Fazem parte deste grupo todos aqueles que disponham de equipamento desenvolvido para se posicionar com o GNSS. Por norma, os utilizadores apenas dispõem de recetores e antenas (desde equipamento de grande precisão até ao equipamento mais barato). No entanto, há instituições que disponibilizam serviços de apoio ao GNSS (como, por exemplo, as correções diferenciais para tornar o posicionamento GNSS mais preciso) e o próprio *International GNSS Service* (IGS) que tem um papel muito importante para o GNSS nas aplicações científicas, que também se enquadram na componente dos utilizadores.

Qualquer antena GNSS tem de sintonizar as frequências específicas do GNSS. Uma vez que todos os sinais GNSS são transmitidos na banda de frequências entre 1 GHz e 2 GHz (micro-ondas na banda L) torna-se mais fácil a construção de antenas capazes de receber os sinais dos diferentes GNSS. As antenas em miniatura podem ser incorporadas no próprio recetor, como são os casos da maior parte dos recetores GNSS que existem no mercado (como, por exemplo, aqueles que existem nos telemóveis). Todavia, as antenas externas têm, por norma, um ganho maior sendo por isso utilizadas nas aplicações que requerem a máxima precisão (como aquelas que são utilizadas na Geodesia).

Os recetores podem ser classificados de acordo com as suas diferentes características, como, por exemplo, o número de frequências que podem receber e o número de sistemas GNSS que podem usar. Por norma, os recetores GNSS mais vulgares só recebem uma frequência (L1) e usam só um GNSS (GPS). Por outro lado, os recetores GNSS utilizados nas aplicações científicas e de maior precisão podem usar os vários GNSS e recebem os sinais das diferentes frequências.

### 2.3.3 Monitorização GNSS na barragem do Cabril

A barragem do Cabril está equipada com um sistema GNSS, instalado pelo LNEC e pela EDP em 2016, financiado pela FCT (PTDC/ECM-EST/2131/2012), com vista à medição automática, em contínuo, das três componentes de deslocamento no ponto superior da consola central, com uma frequência de amostragem de 20 Hz (Lima, Oliveira, Henriques, & Casaca, 2012). Este sistema é composto por um recetor de GNSS num ponto na periferia da barragem (a cerca de 200 metros), sendo este recetor usado como referência, e outro recetor

GNSS que foi instalado no topo da consola central, sendo este o ponto objeto (Figura 2.5). Este sistema está em funcionamento desde julho de 2016, fornecendo dados continuamente, 24 valores por dia, permitindo assim uma melhor avaliação do comportamento da barragem do Cabril.

Testes realizados no campus do LNEC (Lima, 2015) confirmaram a aptidão do GNSS para a medição de movimentos de pequena amplitude, quer de baixa frequência, quer de elevada frequência, com recurso ao mesmo equipamento, 24 horas por dia e sob quaisquer condições meteorológicas. Apesar destas características possibilitarem a utilização do GNSS numa grande gama de aplicações, a observação com o GNSS nesta barragem tem como objetivo medir, em pontos estratégicos, as três componentes do deslocamento caracterizado por ser de pequena amplitude e de baixa frequência. A observação em regime permanente com o GNSS, de deslocamentos dos pontos selecionados, é um contributo importante para a monitorização da resposta desta estrutura às ações sobre ela exercidas.

Este tipo de monitorização requer, para além das estações instaladas nos pontos a monitorizar, a instalação de, pelo menos, mais uma estação GNSS situada na proximidade da barragem, em local adequado, que se designa por estação de referência, e vai permitir utilizar o GNSS em modo relativo – o modo mais preciso. Para minimizar os erros, a estação de referência foi instalada perto da barragem (cerca de 200 m), num local estável, com horizonte livre e suficientemente afastada da zona de influência da barragem.

O método relativo permite medir a diferença de coordenadas entre duas estações GNSS, em jargão técnico, medir a base (por vezes também designado por vetor) definida pelas duas estações. Se uma das estações, a de referência, for fixa, a medição da base em regime permanente permite medir diretamente as componentes horizontais dos deslocamentos da segunda estação GNSS (localizada no ponto objeto).

#### 2.3.3.1 Rede de estações permanentes na barragem do Cabril

### **Configuração da rede de estações GNSS**

Foram instaladas duas estações GNSS permanentes: uma localizada no coroamento da barragem, no bloco K-L, (Figura 2.5), e uma outra localizada na margem esquerda, para funcionar como estação de referência.



**Figura 2.5** - Localização das estações GNSS na barragem do Cabril: CORO (Coroamento) e REFE (Referência).

A estação GNSS permanente localizada no coroamento da barragem corresponde a um ponto objeto e foi designada, no ambiente do *software* que processa as observações e faz a gestão da rede (*Spider* da *Leica Geosystems*), por CORO (localizada no bloco K-L). A segunda estação GNSS funciona como estação de referência e foi designada por REFE.

A antena da estação GNSS, no coroamento, foi instalada a uma altura superior a 3 m acima do pavimento da estrada, de modo a minimizar a interferência nos sinais causada pela passagem de veículos pesados de grandes dimensões. Para isso, foi construído em aço um pilar constituído por dois tubos cilíndricos concêntricos com uma altura de 2,5 m e com 15 cm e 20 cm de diâmetro. Este pilar foi fixado no topo do muro do portão de acesso à torre de tomada de água. Pelo interior deste pilar passa o cabo coaxial que liga as antenas GNSS ao respetivo recetor (Figura 2.6 e Figura 2.7). Este último ficou instalado dentro de um armário técnico, na galeria do coroamento, por baixo do respetivo pilar, no bloco K-L. A antena GNSS foi instalada no topo do pilar, através dum suporte de fixação constituído por um tubo de aço inox com uma rosca de 5/8" de diâmetro no topo, cujo comprimento é de cerca de 20 cm. Este tipo de fixação também foi utilizado na antena GNSS para a estação de referência.

Os recetores instalados na barragem são *Leica* GMX902 GNSS, com as antenas GNSS *Leica* AS10. O processamento e a gestão das observações são feitas através do *software* da *Leica Geosystems* designado por *Spider* e do qual se dará conta mais à frente.



**Figura 2.6** - Pilar para antena GNSS no coroamento, fixado no topo do muro que veda a passagem para a torre de tomada de água.



**Figura 2.7** - Pormenor do topo do pilar para a antena GNSS do coroamento: os dois cilindros concêntricos.

#### 2.3.3.2 Localização da estação GNSS de Referência

O local escolhido para instalar a estação GNSS de referência (REFE) da barragem obedeceu aos seguintes critérios:

- 1) estar localizada numa das margens (foi escolhida a margem esquerda), dentro da área administrada pelo dono de obra (EDP).
- 2) ter o horizonte livre – o que obrigou à instalação da estação GNSS num ponto alto.

3) estar à menor distância possível da barragem – o que obrigou à instalação da estação GNSS nas proximidades do alinhamento longitudinal da barragem.

4) ter linha de vista entre a estação de referência e a barragem – esta condição foi imposta exclusivamente para permitir a utilização da comunicação Wi-Fi (*Wireless Fidelity*) entre a estação de referência e a barragem.

No seguimento destas condições, a estação GNSS de referência foi instalada na margem esquerda, no topo dum poste de média tensão numa linha desativada que foi cortado para ficar com cerca de 6 m de altura (Figura 2.8 e Figura 2.9).



**Figura 2.8** – Estação GNSS na margem esquerda, instalada num poste de média tensão.



**Figura 2.9** – Antena de referência nas proximidades da barragem do Cabril.

### 2.3.3.3 Referencial Local

O GNSS permite determinar posições tridimensionais num referencial global (p.ex. WGS-84, ITRF2014, ETRS89), podendo as suas coordenadas ser transformadas para um referencial local (na parametrização associada a um referencial cartográfico ou a um plano horizontal, duas coordenadas são horizontais e a terceira é vertical). Foi definido um referencial local da barragem, constituído por um referencial cartesiano cujo eixo das ordenadas (yy) é paralelo à direção montante – jusante da barragem, com sentido positivo para montante, e cujo eixo das abcissas (xx) é paralelo à direção perpendicular ao rio, com sentido positivo para a margem esquerda (Figura 2.10).

Na Figura 2.10 também se representam as estações GNSS (triângulos a vermelho), cujos dados são processados pelo *software Spider*. REFE – CORO.

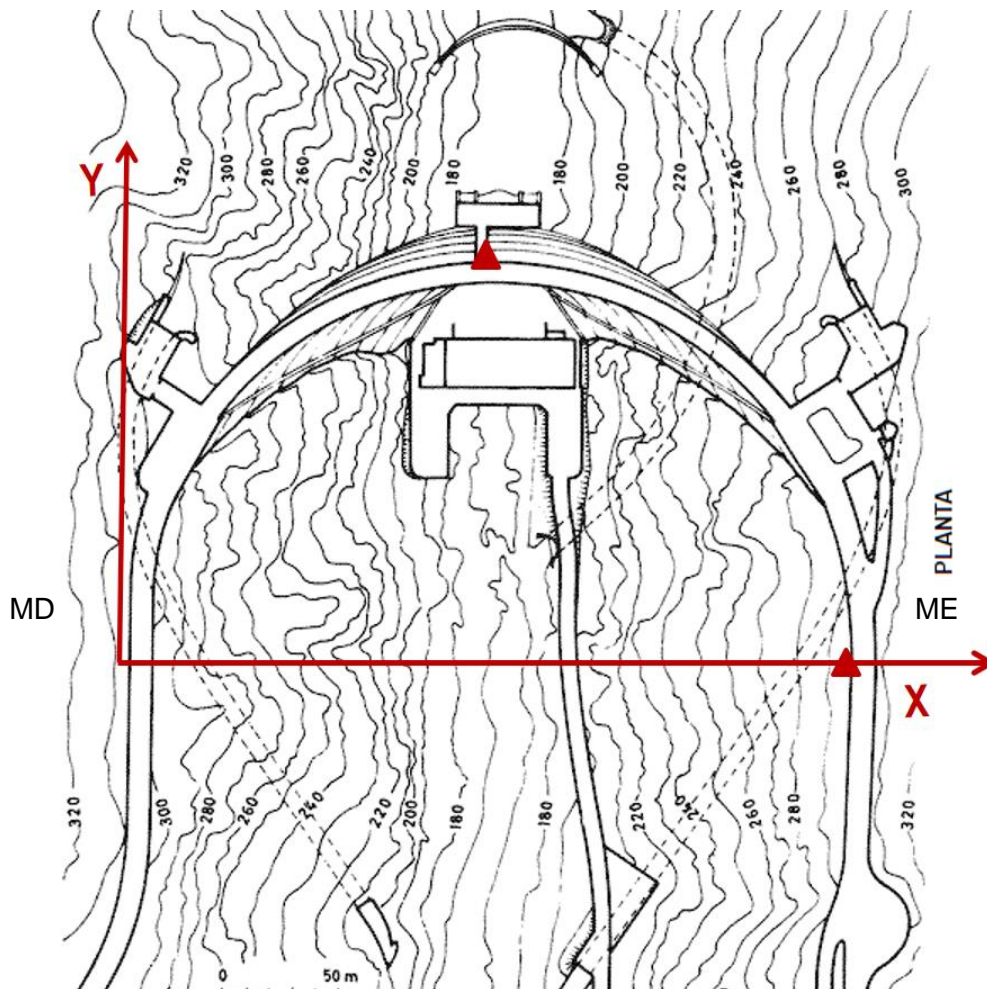


Figura 2.10 - Sistema de eixos na barragem do Cabril.

#### 2.3.3.4 Cálculo das coordenadas iniciais

##### **A necessidade de coordenadas iniciais de elevada precisão**

O GNSS permite posicionar em modo absoluto e em modo relativo, sendo este último método muito mais preciso do que o primeiro. Além disso, o facto de não se conhecerem coordenadas com elevada precisão para a estação de referência, pode introduzir um erro significativo no resultado do processamento das bases que incluem essa estação de referência. Assim, é de toda a conveniência obter coordenadas de elevada precisão para a estação de referência.

Tirando partido da existência duma estação em funcionamento da Rede Nacional de Estações Permanentes (ReNEP), da Direção Geral do Território (DGT), em Melriça (MELR), nas proximidades da barragem do Cabril, foi possível referenciar as estações GNSS permanentes desta barragem no sistema ETRS89 (*European Terrestrial Reference System*), sistema de referência global que coincide com o ITRS (*International Terrestrial Reference System*) para a época 1989.0, mantendo fixa a parte estável da placa euroasiática, compatível com as materializações do ITRS, designadas por ITRF (*International Terrestrial Reference Frame*), e com o WGS84. Este sistema foi adotado na Europa e em Portugal Continental.

##### **Procedimento utilizado para o cálculo das coordenadas iniciais**

Com o *software Pinnacle* da *Topcon* foram processadas as observações GNSS das estações de Melriça (MELR), REFE e CORO do dia 12 de janeiro de 2016 (dia 12 do ano). O processamento foi realizado em modo multibase para as bases MELR – REFE, MELR – CORO e REFE – CORO, utilizando as quase 4 horas de observação de cada estação GNSS. Fixando as coordenadas da estação MELR, as bases foram ajustadas com um programa próprio, também pertencente ao *software Pinnacle*.

Na Tabela 2.1 apresentam-se as coordenadas iniciais obtidas para REFE e CORO, a partir da estação da ReNEP de Melriça.

As incertezas das coordenadas de REFE e CORO em relação às coordenadas de Melriça são de 2 mm em longitude e em latitude e de 4 mm em altitude elipsoidal. Informação sobre a estação de Melriça pode ser consultada página da internet da Direção Geral do Território (DGT, 2017a).

**Tabela 2.1** - Coordenadas iniciais das estações GNSS de referência (ETRS89).

Estação GNSS	Latitude	Longitude	Altitude elipsoidal/	Coordenadas cartesianas
			Altitude ortométrica	X,Y, Z (m)
CORO	39° 55' 04,47002" N	8° 7' 55,76735" W	357,135 m/	4849574,8532
			301,468 m	-692973,9165
				4071228,0881
REFE	39° 54' 57,24096" N	8° 7' 52,01999"W	358,614 m/	4849730,4922
			302,947 m	-692906,2078
				4071058,0205
MELR	39° 41' 41,43396" N	8° 7' 49,49847"W	645,662 m/	4865513,0156
			590,441 m	-695100,4870
				4052384,8662

Os valores das altitudes ortométricas das estações GNSS que estão na Tabela 2.1 foram obtidos através do modelo de geóide difundido pela Direção Geral do Território, designado por GeodPT08, e que pode ser consultado na página de internet da Direção Geral do Território (DGT, 2017b).

#### 2.3.3.5 Gestão e processamento das observações GNSS

##### **O software Spider da Leica Geosystems**

Num dos servidores adquirido para a barragem do Cabril foi instalado um *software* desenvolvido pela *Leica Geosystems*, designado por *Spider*, para gerir a rede de estações GNSS, as observações e o seu processamento automático. Este *software* permite definir a rede de estações GNSS, as bases GNSS pretendidas, selecionar a frequência com que se pretendem determinar as soluções e, ainda, os diferentes procedimentos a ter em conta no processamento das observações GNSS.

Primeiro foram definidas as características das estações GNSS, nomeadamente a designação da estação, distinguindo-se se é estação de referência, isto é, se tem coordenadas fixas, ou se é um ponto objeto, modelo do recetor e da antena da estação, coordenadas iniciais, frequência de amostragem das observações e identificação da porta por onde as observações entram no servidor. As estações GNSS criadas no *Spider* são as que constam na Tabela 2.1.

De seguida, foi definida a base, ou seja, qual o par de recetores cujas observações serão processadas conjuntamente, e que são: REFE – CORO.

Finalmente, foram definidos os procedimentos do processamento das observações GNSS no *software Spider*, nomeadamente a frequência de soluções e a gestão das observações. Estes procedimentos foram os recomendados pela *Leica Geosystems*. Assim, foi definido que o *Spider* produzisse soluções horárias (coordenadas para os pontos objeto ao fim de cada hora do dia), e soluções diárias (coordenadas para os pontos objeto ao fim de cada dia).

### **Soluções processadas automaticamente pelo *Spider***

O *software Spider* processa uma base de cada vez e, por conseguinte, de forma independente. No caso da barragem do Cabril, estando apenas definida uma base, ao fim de cada hora do dia é produzida uma solução (uma para cada ponto objeto). Cada solução é escrita em formato *standard* NMEA (acrónimo de *National Marine Electronics Association*, Estados Unidos da América), que corresponde a uma linha de texto com as coordenadas expressas em latitude, longitude e altitude elipsoidal de cada ponto objeto. Esta informação expressa em latitude, longitude e altitude elipsoidal, embora seja fundamental porque contém a observação do deslocamento, não é, contudo, muito prática para se poder acompanhar o comportamento da barragem, nomeadamente os deslocamentos deste ponto notável. Assim, haverá toda a conveniência em converter os deslocamentos medidos para um referencial local definido especificamente para a barragem, conforme apresentado anteriormente.

Nos parágrafos seguintes apresenta-se o algoritmo que permite converter a solução em formato NMEA para deslocamentos no referencial local.

### **Conversão de coordenadas geodésicas em coordenadas cartesianas**

Seja o referencial  $[X, Y, Z]$  um sistema de coordenadas cartesianas, com origem no centro de massa da Terra, o eixo  $Z$  apontado para o polo Norte médio, o eixo  $X$  apontado para o meridiano de referência, sobre o plano do equador médio, e o eixo  $Y$  apontado de modo a constituir um triedro ortogonal direto. A relação entre as coordenadas cartesianas  $(X, Y, Z)$  e as coordenadas geodésicas  $(\varphi, \lambda, h)$  é dada por (Leick, 1990):

$$X = (N + h) \cos(\varphi) \cos(\lambda) \quad (2.1)$$

$$Y = (N + h) \cos(\varphi) \sin(\lambda) \quad (2.2)$$

$$Z = [N(1 - e^2) + h] \sin(\lambda) \quad (2.3)$$

onde  $\varphi$  é a latitude,  $\lambda$  é a longitude,  $h$  é a altitude elipsoidal,  $N$  é o raio de curvatura da secção normal principal do elipsoide e  $e^2$  é o quadrado da primeira excentricidade do elipsoide de referência terrestre, dados por:

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\varphi)}} \quad (2.4)$$

$$e^2 = 2f - f^2 \quad (2.5)$$

$$f = \frac{(a - b)}{a} \quad (2.6)$$

onde  $a$  é o semieixo maior do elipsoide,  $b$  é o semieixo menor do elipsoide e  $f$  o achatamento, que são dados por (valores para o elipsoide GRS80, recomendado pela Associação Internacional de Geodesia, e associado ao ETRS89):

$$a = 63781137 \text{ m} \quad (2.7)$$

$$f = 0,00335281068118363 \quad (2.8)$$

### **Conversão da base em coordenadas cartesianas (X, Y, Z) para coordenadas locais (N, E, h)**

Com as coordenadas cartesianas da estação GNSS de referência ( $X_{REFE}$ ,  $Y_{REFE}$ ,  $Z_{REFE}$ ) e as coordenadas cartesianas da estação GNSS dum ponto objeto ( $X_{CORO}$ ,  $Y_{CORO}$ ,  $Z_{CORO}$ ) obtém-se, por subtração algébrica, o vetor em coordenadas cartesianas:

$$\Delta X = X_{REFE} - X_{CORO} ; \Delta Y = Y_{REFE} - Y_{CORO} ; \Delta Z = Z_{REFE} - Z_{CORO} \quad (2.9)$$

Considerando agora o plano do horizonte local tangente ao elipsoide em REFE, é possível definir o referencial local, com origem neste mesmo ponto, cujo eixo N aponta para Norte, o eixo E aponta para Este e o eixo h coincide com a normal ao elipsoide em REFE, sentido positivo apontado para o exterior do elipsoide. Segundo (Leick, 1990), é possível converter o vetor em coordenadas cartesianas (X,Y,Z) para um vetor em coordenadas locais (N, E, h) através da equação (2.10):

$$\begin{bmatrix} N \\ E \\ h \end{bmatrix} = R(\varphi, \lambda) \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

çonde  $\varphi$  é a latitude geodésica e  $\lambda$  é longitude geodésica de REFÉ.

Observação: Não confundir esta coordenada designada por N com a letra maiúscula que representa o raio de curvatura da secção normal principal do elipsoide.

### **Conversão da base em coordenadas locais (N, E, h) para coordenadas locais da barragem (x, y, z)**

Na Figura 2.10 define-se o sistema de coordenadas locais da barragem cujo eixo dos xx é paralelo ao eixo tangencial da barragem e cujo eixo dos yy é paralelo ao eixo radial da barragem na consola central. Sendo o eixo dos zz orientado segundo a vertical do lugar na origem deste sistema e perpendicular ao plano xoy. É possível converter o vetor em coordenadas locais (N, E, h) para o vetor em coordenadas locais da barragem do Cabril (x, y, z) e que será dado pelas equações (2.11), (2.12) e (2.13):

$$x = E \cos \alpha - N \sin \alpha \quad (2.11)$$

$$y = E \sin \alpha + N \cos \alpha \quad (2.12)$$

$$z = h + 55,667 \quad (2.13)$$

onde  $\alpha$  é o azimute do eixo dos xx e 55,667 m é o valor do afastamento entre o elipsoide e o geoide, estimado pelo modelo GeodPT08, para o ponto REFÉ. Na Tabela 2.2 estão expressas as coordenadas locais (N, E, h) e as coordenadas locais da barragem do Cabril (x, y, z) para as estações GNSS.

**Tabela 2.2** - Coordenadas locais iniciais das estações GNSS da barragem do Cabril.

<b>Estação GNSS</b>	<b>Coordenadas locais E,N,h (m)</b>	<b>Coordenadas locais x,y,z (m)</b>
<b>REFE</b>	0,000	306,019
	0,000	0,000
	358,614	302,947
<b>CORO</b>	-88,9896	137,295
	222,9894	170,796
	357,135	301,468

### **Conversão de coordenadas locais (x, y) para coordenadas radiais e tangenciais (R, T)**

Nas barragens abóbada é usual acompanhar os deslocamentos dos pontos objeto num sistema de coordenadas com eixos orientados no sentido radial (positivo para montante) e tangencial (positivo para a margem da esquerda), pelo que, para facilitar a comparação entre os dois sistemas, em cada ponto notável haverá um sistema de coordenadas radial-tangencial.

Na Tabela 2.3 apresentam-se as coordenadas iniciais das estações GNSS no sistema local da barragem (x, y, z) e no sistema radial-tangencial aplicado a cada estação.

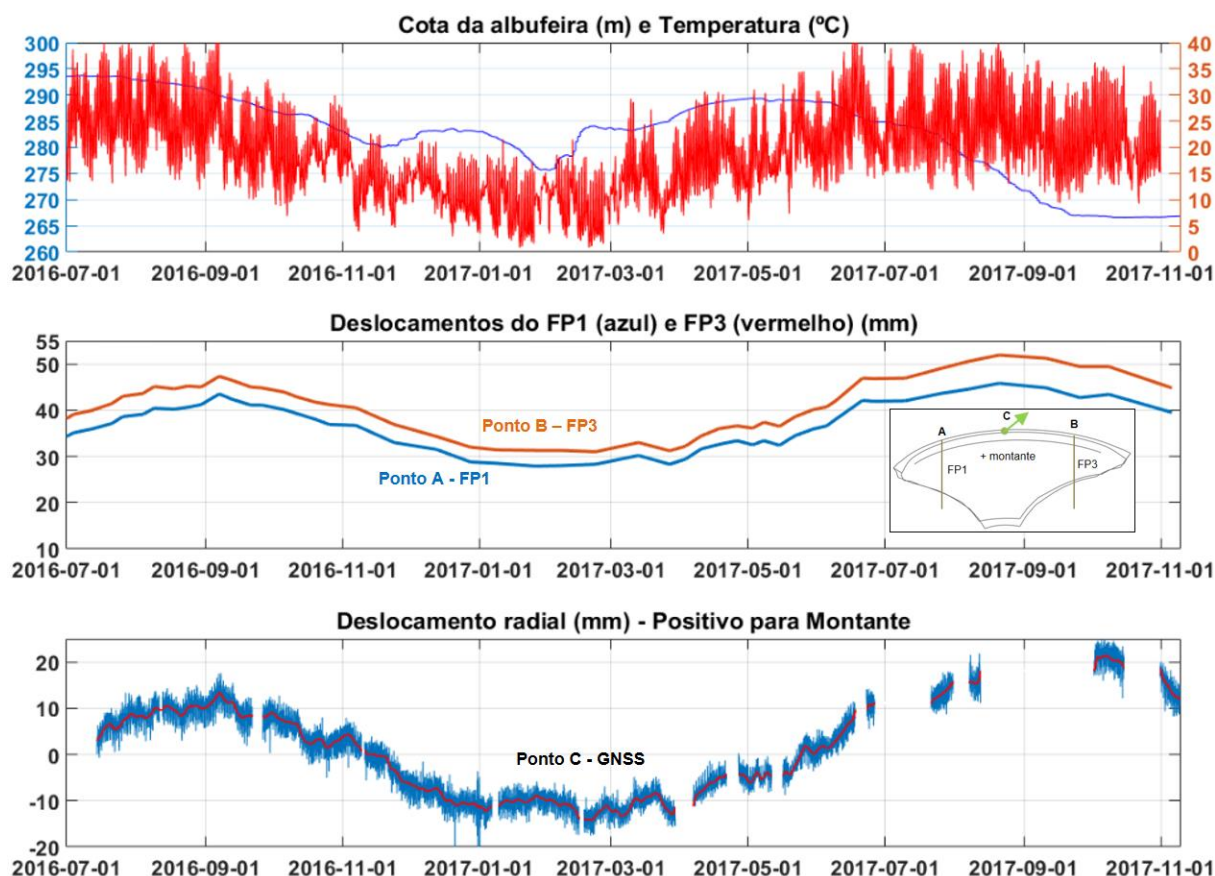
**Tabela 2.3** - Coordenadas iniciais nos sistemas local e radial-tangencial das estações GNSS da barragem do Cabril e respetivo ângulo de rotação.

<b>Estação GNSS</b>	<b>Coordenadas locais x, y, z (m)</b>	<b>Coordenadas radial-tangencial R, T, ângulo</b>
<b>REFE</b>	306,019	----
	0,000	----
	302,947	----
<b>CORO</b>	137,295	176,600
	170,796	-162,653
	301,468	2°

## **Análise da qualidade das soluções processadas automaticamente pelo *Spider***

Conforme já foi referido, o *software Spider* instalado num servidor da barragem do Cabril foi configurado para produzir soluções horárias e diárias. A incerteza estimada para as soluções horárias é de 3 mm para as componentes horizontais (R, T) e de 5 mm para a componente vertical (z). Nas soluções diárias a incerteza estimada é de 0,6 mm e de 2 mm para as componentes horizontais e vertical, respetivamente. As soluções horárias têm melhor resolução temporal do que as soluções diárias, mas, por outro lado, o nível de incerteza, nas componentes horizontais, das primeiras é cerca de cinco vezes maior do que o das segundas. A aplicação de médias móveis centradas nas soluções horárias permite reduzir significativamente a incerteza sem, contudo, perder a resolução temporal. É um filtro do tipo passa-baixo muito fácil de implementar na série temporal. Por exemplo, aplicando a média móvel de ordem 24 centrada a incerteza estimada para as componentes horizontais é de 0,6 mm. Na Figura 2.11 pode ver-se o resultado da aplicação das médias móveis de ordem 24 às séries temporais das soluções horárias da componente radial (dR) dos deslocamentos observados na estação CORO. Nesta figura são ainda apresentadas as observações dos fios de prumo instalados em secções não centrais do coroamento, e a evolução da cota de água e da temperatura do ar desde que o GNSS está operacional.

A análise dos deslocamentos observados pelo GNSS foi efetuada em paralelo com os dados obtidos de outras variáveis (Figura 2.11) tentando assim obter as correlações necessárias para validar as observações GNSS. Assim, foi necessário obter uma série de dados tanto da variação da cota de água na albufeira, como da temperatura média diária e dos deslocamentos observados através de fios de prumo colocados a  $\frac{1}{4}$  de vão dos encontros. Depois de obter estes dados, foi feito um tratamento aos dados observados por GNSS. Esse tratamento foi necessário uma vez que, neste tipo de observação, os dados obtidos estão sujeitos a variações indesejadas (ruído das soluções horárias), que podem esconder os deslocamentos reais. Nestes casos é vantajoso utilizar filtros de média móvel para diminuir o ruído criado por estas variações indesejadas.



**Figura 2.11** – Representação da evolução da cota de água e da temperatura do ar, dos deslocamentos observados pelos fios de prumo no coroamento e análise dos deslocamentos radiais da estação CORO (com aplicação da média móvel de ordem 24), entre julho de 2016 e novembro de 2017.

### 2.3.4 Estado de Arte

Nesta matéria existem já alguns artigos relevantes a mencionar, que mostram que cada vez mais se utiliza o GNSS para monitorizar os deslocamentos em barragens. De referir que em Portugal só agora, em 2016, se tenha começado a utilizar o GNSS na monitorização de deslocamentos nas novas barragens que tem vindo a ser construídas recentemente. É consensual de que a monitorização com o GNSS tem um enorme potencial devido à precisão das medições, de poder ser completamente automático e de poder observar durante todo o ano sob quaisquer condições meteorológicas.

Na década de 1990 estudou-se a aplicação de GPS na monitorização de barragens (Stewart & Tsakiri, 1993), usando como casos de estudos a barragem de Pacoima (Figura 2.12), na Califórnia, e das barragens de Dadalup e de Harvey na Austrália. Com este estudo concluiu-se que o uso de GPS para a monitorização não só torna o processo mais rápido, como também é mais eficiente que a monitorização convencional, uma vez que ao ser um processo automatizado, reduz a necessidade e respetivo custo das inspeções que precisam de mão-de-obra e equipamento especializado.



**Figura 2.12** - Barragem de Pacoima, EUA (Behr, Hudnut, & King, 1998).

No ano de 2006 foi publicado um artigo sobre a monitorização de deformações em tempo real através de um sistema de GPS da barragem de Libby (Rutledge, Meyerholtz, Brown, & Baldwin, 2006), em Montana nos Estados Unidos da América. Esta é uma barragem de gravidade, como se pode observar na Figura 2.13. Neste relatório é referido que foram usadas duas estações de GPS de referência, uma próxima e outra mais distante da barragem, e seis estações ao longo do coroamento. Este sistema está preparado para lançar alertas sempre que alguma solução calculada pelo *software* de análise for mais desfasada do que é expectável. Ao instalar as estações de GPS ao longo do coroamento, teve-se o cuidado de quatro destas estações ficarem próximas da localização dos fios de prumo já existentes, tendo assim uma forma de comparar os resultados entre os dois tipos de monitorização. Ainda no mesmo artigo analisam-se as vantagens da monitorização e gestão de risco. Também se compara o desempenho do sistema GPS com a monitorização com fios de prumo e a correlação existente entre ambos, onde se conclui que existe um acordo de alto nível entre as duas medições. Isto permite obter um padrão dos deslocamentos horizontais do coroamento.



**Figura 2.13** - Barragem de Libby, EUA.

Em 2010 foi publicado um artigo sobre a monitorização na barragem de Atatürk (Figura 2.14). Segundo o artigo, a monitorização da barragem é feita desde 1990 usando tanto métodos geodésicos como não geodésicos. Neste artigo chegou-se à conclusão que o assentamento vertical não depende do nível da água no reservatório (Kalkan, Alkan, & Bilgi, 2010).



**Figura 2.14** - Barragem de Atatürk, Turquia.

Em 2011 foi realizado um estudo sobre o uso de sensores GPS para monitorizar estruturalmente a barragem de Mactaquac (Figura 2.15) onde foi discutida a instabilidade tanto da antena de referência, como dos fios de prumo invertidos de referência, e as diferenças nos efeitos térmicos e na deformação do local onde os instrumentos estão colocados (Bond, Kim, & Fletcher, 2011).



**Figura 2.15** - Barragem de Mactaquac, Canada.

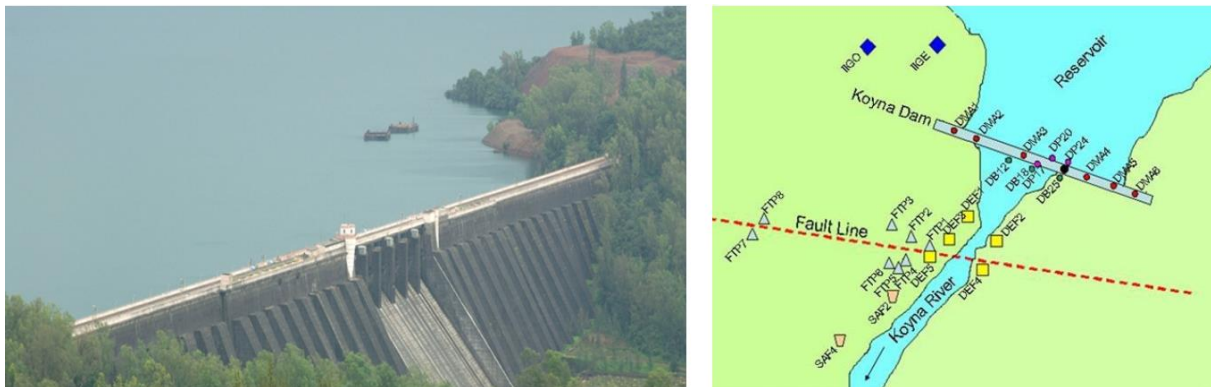
Em 2012 foi publicado um estudo sobre medições de deformações com GPS na barragem de Altynkaya (Figura 2.16). Este artigo teve como objetivo monitorizar e analisar as deformações no coroamento causadas pelas diferentes cotas do nível da água e pelo peso da própria barragem. Para além deste objetivo, também se pretendeu determinar a precisão das medições feitas por GPS. Neste artigo concluiu-se que a monitorização geodésica e a monitorização por GPS são correlacionáveis, tendo-se verificado que os deslocamentos de

maior amplitude se situam no meio e nas extremidades do coroamento. As medições efetuadas não apresentaram sinais de perigo para a barragem em estudo (Taşçi, 2008).



**Figura 2.16** - Barragem de Altynkaya, Turquia.

Em 2014 foi feito um estudo sobre a aplicação de GPS na monitorização de deformações estruturais, usando como caso de estudo a barragem de Koyna (Figura 2.17). Neste caso foram utilizadas trinta e uma estações nas redondezas da barragem. Posteriormente foi feita uma comparação entre os dados que o GPS forneceu, com os valores já observados com outras técnicas de medição (Radhakrishnan, 2014).



**Figura 2.17** - Barragem de Koyna, Japão (Bhavsar, 2017).

Atualmente em Portugal ainda não é prática corrente a monitorização de obras relevantes de engenharia civil com a utilização deste sistema para realizar medições de deslocamentos. O Laboratório Nacional de Engenharia Civil, através do Departamento de Barragens de Betão, Núcleo de Geodesia Aplicada, tem vindo a desenvolver trabalhos pioneiros no que toca à aplicação deste sistema na monitorização de grandes barragens. (Oliveira, Lima, Henriques, & Silvestre, 2014).

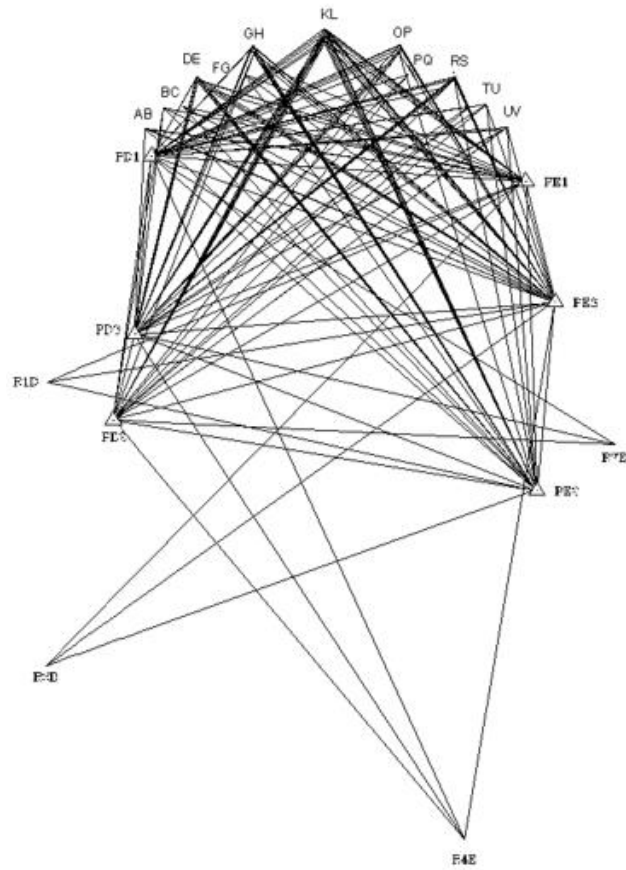
## 2.4 Métodos de monitorização utilizados em barragens

### 2.4.1 Métodos Geodésicos

Como já foi referido anteriormente, o controlo da segurança em barragens assenta num bom plano de monitorização, de forma a recolher o máximo de informação possível ao longo da vida útil da estrutura, analisando o seu comportamento estrutural devido às diferentes ações que incidem neste tipo de obras. Neste sentido, a geodesia desempenha um papel fundamental na monitorização de barragens, permitindo observar deslocamentos e deformações nos pontos notáveis (de elevado interesse estrutural).

Desde o início do séc. XX que os métodos geodésicos convencionais - triangulação (Figura 2.18), poligonação e o nivelamento geométrico de precisão - são constantemente utilizados na medição de deformações e deslocamentos em grandes barragens (Casaca, Henriques, Fonseca, & Lima, 2005). No entanto, só em 1942 é que estes métodos foram utilizados pela primeira vez em Portugal, na barragem de Santa Luzia. Os métodos geodésicos têm vindo a ser utilizados, não só como meio complementar de medição de deslocamentos (fios de prumo, extensómetros de varas, etc.), mas também para fornecer uma panorâmica geral da relação entre a obra, a sua fundação e o restante maciço.

No entanto, fatores como a difícil automatização, dependência das condições climatéricas, necessidade de mão-de-obra especializada, duração das campanhas nas barragens e respetiva complexidade no processamento dos dados, levaram a uma maior aposta em métodos alternativos para monitorizar os deslocamentos (p.ex. fios de prumo). Para acompanhar a constante evolução dos tempos modernos, foram criados instrumentos de medição geodésica que permitissem superar as dificuldades acima referidas, aumentando a rapidez e eficiência das campanhas realizadas, através de taqueómetros eletrónicos, níveis óticos numéricos, com leitura automática através de escalas graduadas em código de barras e estações de monitorização (Figura 2.19). Os métodos geodésicos modernos são caracterizados por terem uma centragem forçada, observações redundantes, modelos matemáticos usados no planeamento e controlo de qualidade, etc. (Casaca et al., 2005).



**Figura 2.18** – Esquema de uma rede de triangulação para a monitorização dos deslocamentos da barragem do Cabril.



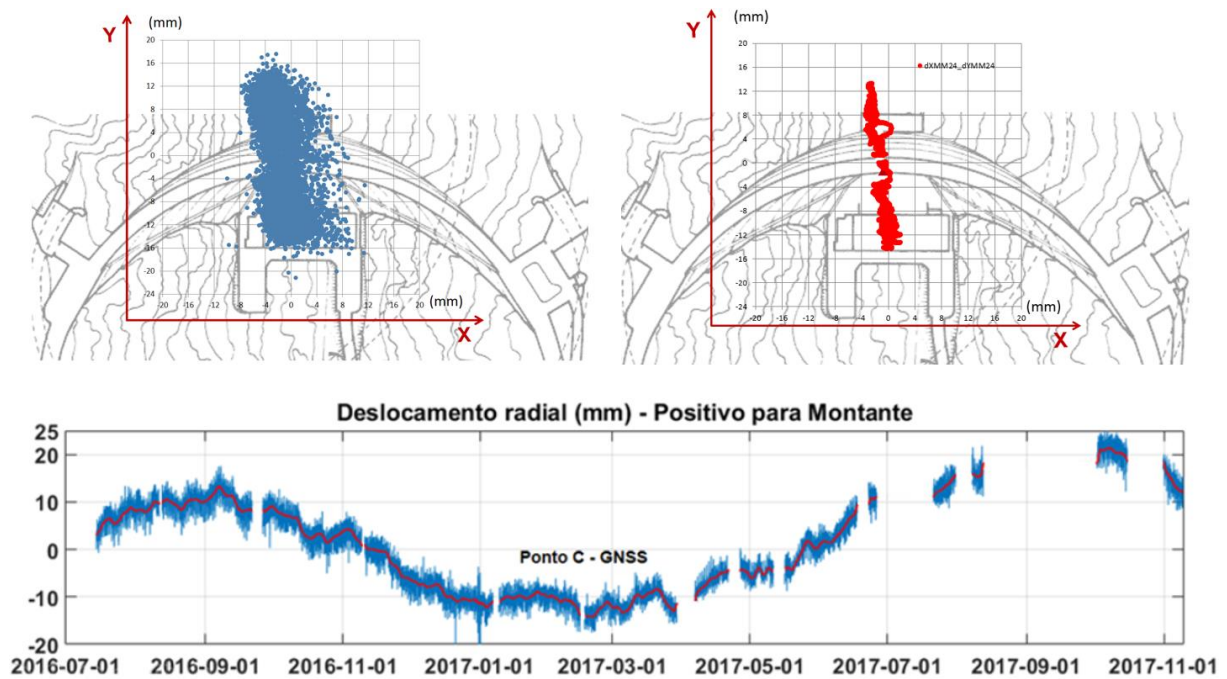
**Figura 2.19** – Estação de monitorização - Leica Nova TM50 (Leica, 2017).

Quando aplicados ao controlo da segurança em barragens, os sistemas de observação geodésicos são normalmente compostos por dois sistemas independentes – planimétrico e altimétrico (Almeida, Fernandes, Pimentel, Pestana, & Fernandes, 2015). Estes sistemas permitem quantificar os deslocamentos horizontais (dH) e verticais (dV) nos pontos notáveis (pontos objeto) de uma forma mais isolada. Estes deslocamentos observados em pontos da estrutura, fundações e do maciço circundante, são considerados variáveis de controlo (Casaca et al., 2005). No caso das barragens de betão, as medições feitas têm uma precisão de 1 mm e 0,2 mm nos deslocamentos horizontais e verticais, respetivamente. Desde modo, é possível observar cada uma das grandezas com equipamentos de observação distintos uma vez que os pontos objeto são também eles materializados de forma distinta.

No processo de quantificação dos deslocamentos observados é considerada como referência uma campanha ( $E_0$ ) realizada antes do primeiro enchimento da albufeira da barragem. Em cada campanha posterior à  $E_0$  são obtidos vetores de deslocamentos entre estas duas épocas (a de referência e a mais recente) que permite obter a informação para traçar um histórico ao longo da vida útil da barragem. De notar que, ao longo do tempo, e com a evolução permanente da tecnologia, é necessário uma manutenção e atualização regular dos sistemas de observação geodésica.

Todo o processo de estimação dos deslocamentos e criação de sistemas de observação geodésica é baseado em modelos estocásticos, utilizando as elipses de erro como forma de representar a provável distribuição dos erros que afetam o posicionamento dos pontos objeto.

No caso da observação GNSS na barragem do Cabril, a Figura 2.20 mostra as medições correspondentes a valores horários e a médias diárias (filtro de médias móveis com um período de 24 horas). Como se pode observar, as soluções correspondentes a médias diárias apresentam um ruído bastante inferior, porque os deslocamentos diários da antena de referência, não protegida com cilindro externo, são eliminados ao efetuar a referida média diária.



**Figura 2.20** – Deslocamentos obtidos por GNSS no topo da consola central da barragem do Cabril, entre julho de 2016 e novembro de 2017. Soluções horárias (azul) e soluções diárias (vermelho).

#### 2.4.2 Método dos Fios de Prumo

Para além dos métodos geodésicos, existem outros métodos que são usados regularmente na monitorização de deslocamentos em barragens. Atualmente, existem diversos equipamentos de monitorização, desde aparelhos de medição mecânica, onde as observações são feitas manualmente, até sistemas eletrónicos complexos, onde os dados são registados automaticamente no sistema de aquisição de dados, permitindo deste modo, o acesso remoto à informação. Estes equipamentos caracterizam-se por se adaptarem facilmente a diferentes tipos de estrutura, e por terem uma vertente de automatização e monitorização contínua, que a maioria dos métodos geodésicos não tem. Apesar dos custos de instalação serem superiores ao método referido no ponto 2.4.1, estes equipamentos garantem um maior rendimento ao nível da monitorização e processamento de dados. Através de sistemas de aquisição de dados distribuídos ao longo da obra, é possível medir múltiplos fenómenos com um elevado número de equipamentos, sem que seja necessária a presença de um operador, uma vez que é possível o acesso remoto ao sistema. Estes sistemas têm ainda a vantagem de haver a possibilidade de definir alarmes, que avisem os responsáveis pela segurança da obra que existe algum comportamento anómalo. No entanto, o custo da instalação dos sistemas de aquisição de dados, a necessidade de uma fonte de energia

elétrica, a complexidade da instalação de sensores elétricos e um maior conhecimento dos engenheiros no que diz respeito a matéria eletrônica e informática, são ainda os inconvenientes necessários a ultrapassar.

A escolha do tipo de equipamentos a usar tem em conta diversos fatores que devem ser ponderados de acordo com a compatibilidade com os processos construtivos e respetivo custo associado (Sêco e Pinto, 2006). Nesta escolha também é necessário ter em consideração algumas condicionantes, tais como a fiabilidade, robustez, durabilidade, custo de manutenção, disponibilidade no mercado, possibilidade de automatização, campo de medida, exatidão, perturbações introduzidas quer no meio ambiente quer no próprio processo construtivo da obra, entre outros (Silva Gomes, 2002).

Nas barragens, a observação dos deslocamentos horizontais e verticais é usualmente realizada em pontos que sejam representativos do comportamento global da obra. Para este tipo de medição podem-se utilizar fios de prumo e métodos geodésicos (já falados no ponto anterior). Os fios de prumo são habitualmente instalados em furos que atravessam o corpo da obra estabelecendo uma vertical, através de um cabo de aço de alta resistência. Existem duas variantes de instalação dos fios de prumo numa estrutura (Figura 2.21). A primeira, designada por fio de prumo direito, caracteriza-se pela fixação de uma das extremidades do fio num ponto a uma cota elevada da estrutura, enquanto que na extremidade oposta, é colocado um peso com cerca de 600 N, permitindo a medição de deslocamentos relativos ao ponto da fixação na cota elevada, nos diversos pontos de acessibilidade ao fio (plataformas, galerias, etc.). A segunda variante é denominada por fio de prumo invertido, e corresponde à fixação de uma das extremidades do fio de prumo num ponto da fundação. A outra extremidade está ligada a um flutuador dentro de um reservatório com água que provoca o efeito de tração no fio através da impulsão da água. Também nesta variante, os deslocamentos podem ser medidos relativamente ao ponto da fixação do fio, em qualquer ponto acessível. No entanto, caso seja considerado que o ponto é fixo, os deslocamentos obtidos são absolutos.



**Figura 2.21** - Fios de prumo invertido (à esquerda) e direito (à direita).

Na medição dos deslocamentos é utilizado um dispositivo amovível, coordenómetro ótico, que é colocado sobre barras metálicas fixadas à estrutura (Figura 2.22). Deste modo é possível obter, de forma consistente, as coordenadas do fio no plano de medida (Mata, 2007).



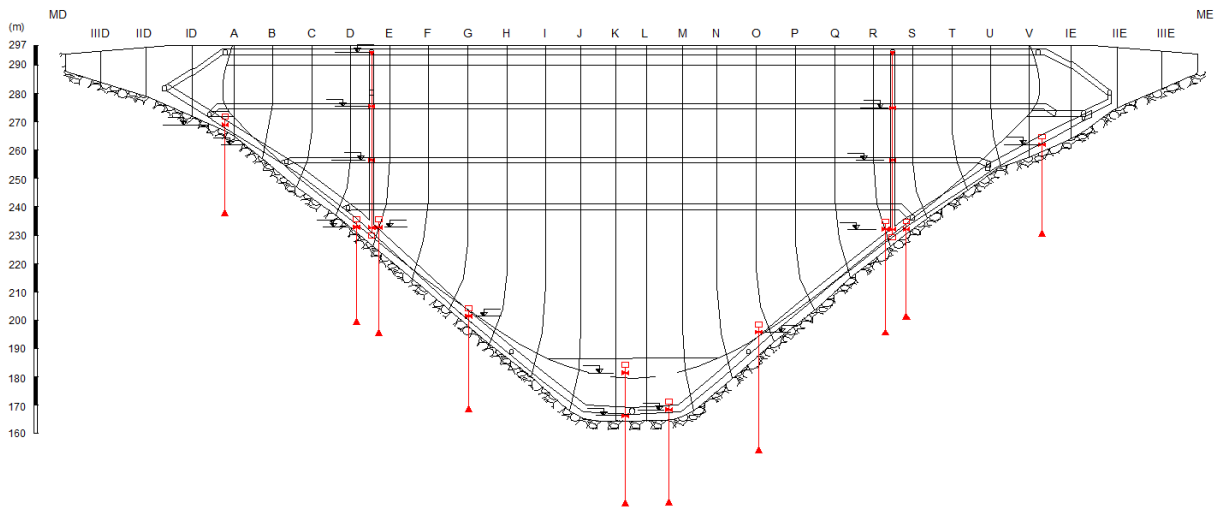
a)



b)

**Figura 2.22** - Base de coordenómetro (a) e coordenómetro ótico (b).

A instalação dos fios de prumos no corpo da barragem é efetuada em zonas onde a informação é mais pertinente em termos de avaliação do comportamento (Figura 2.23), como, por exemplo, no caso das barragens tipo abóbada, próximo dos encontros, no fecho do arco e nas zonas dos rins (Martins, Mata, & Ribeiro, 2012).



**Figura 2.23** - Localização dos fios de prumo na barragem do Cabril.

## 2.5 Considerações finais

Neste capítulo foi abordada a temática das barragens e da observação do seu comportamento, com especial foco sobre barragens em Portugal. Referiram-se as necessidades ao nível dos aproveitamentos hidrológicos e hidroelétricos ao longo de todo o território português, motivo pelo qual a distribuição de barragens não é regular e depende maioritariamente das características e necessidades de cada zona. Tendo em conta as referidas diferenças e necessidades das várias zonas do nosso território existem em Portugal barragens de diferentes dimensões e de vários tipos, consoante as características morfológicas do terreno e respetivas condições geográficas.

De seguida salientou-se a importância de ter adequados sistemas de monitorização e planos de controlo da segurança, para uma manutenção adequada de qualquer estrutura. Neste âmbito existem diversas entidades que participam neste processo, cada uma com um papel específico que, trabalhando em conjunto, garantem as condições de segurança das barragens, evitando falhas que possam provocar catástrofes. Dentro desta temática, foi introduzida a monitorização de deslocamentos em barragens, utilizando o GNSS, usando como caso de estudo para esta dissertação o sistema implementado na barragem do Cabril desde julho de 2016.

Por fim, foram abordados outros métodos de monitorização de deslocamentos em barragens, nomeadamente os métodos geodésicos e o método dos fios de prumo. Concluiu-se que ambos se podem complementar, uma vez que os diversos instrumentos utilizados, apesar de representarem um maior custo, facilitam a observação das barragens por terem a possibilidade de recorrer a sistemas de aquisição de dados que permitem a

automatização das observações e um melhor processamento de dados. No entanto, a utilização de métodos geodésicos, como o GNSS, que têm vindo a acompanhar a evolução dos tempos modernos, leva a uma maior eficiência na observação de deslocamentos.



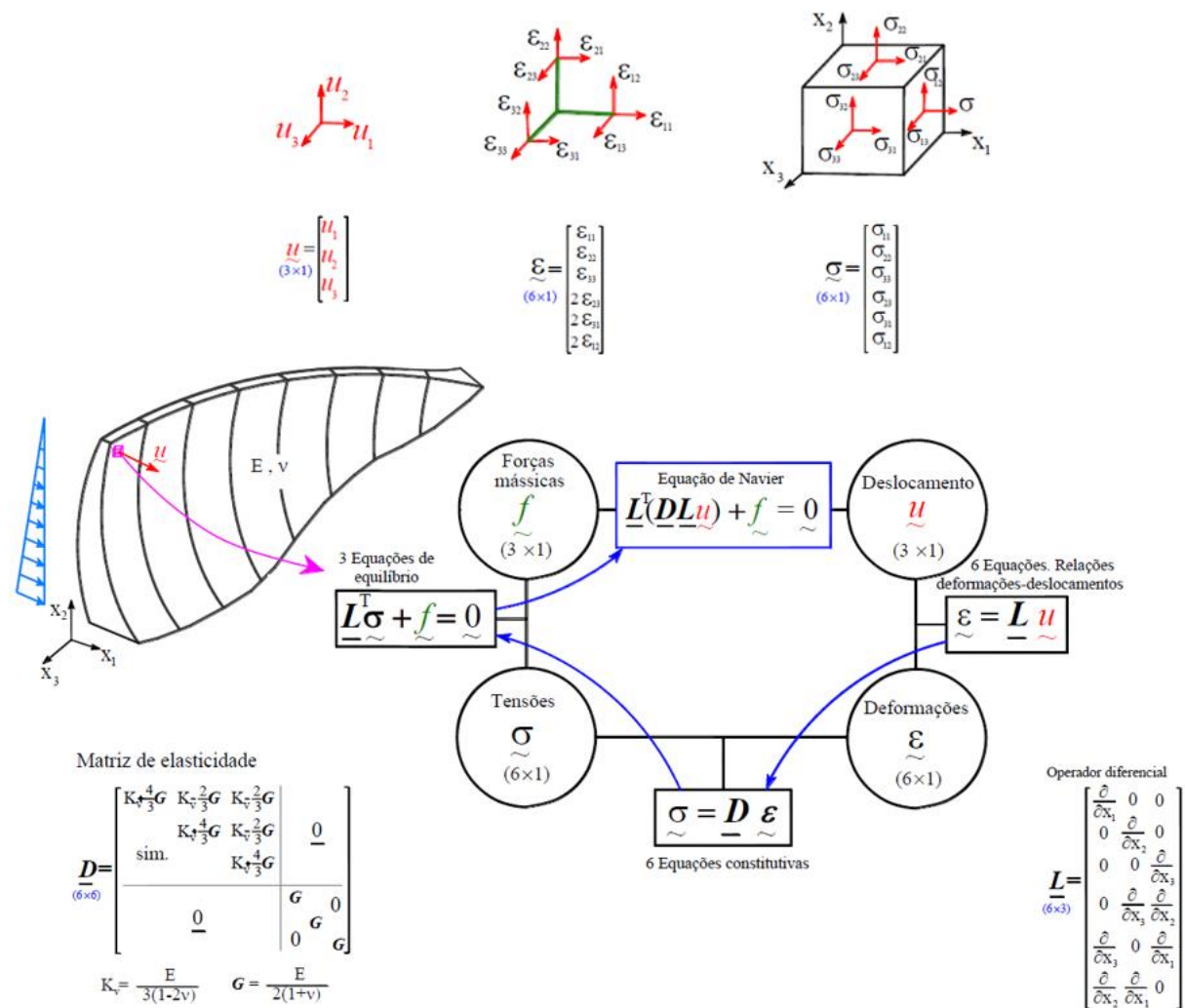
# Modelos de Elementos Finitos e Modelos de Separação de Efeitos

## 3.1 Considerações iniciais

Na engenharia de barragens os modelos numéricos são utilizados na fase de projeto para simular o comportamento das obras, e na fase de exploração normal para interpretar o comportamento observado, após a devida calibração com base em resultados experimentais. Os resultados calculados com base nos modelos numéricos são utilizados como referência nos estudos de interpretação do comportamento observado baseados na análise de séries temporais de dados obtidas com base na instrumentação instalada em obra. Esta análise é realizada periodicamente de forma a avaliar as condições de segurança e funcionalidade das barragens. Em obras com sistemas de aquisição automática de dados a avaliação das condições de segurança deve ser efetuada recorrendo a *software* preparado para analisar as séries temporais observadas em obra, geralmente com base em Modelos de Separação de Efeitos (MSE) e comparando os resultados da observação com os resultados obtidos com modelos numéricos (MEF).

Os modelos numéricos utilizados na análise estrutural de barragens permitem calcular os campos de deslocamentos, deformações e tensões, considerando as diversas ações permanentes e variáveis, como as associadas às variações da cota de água e as variações térmicas. Como se mostra esquematicamente na Figura 3.1, com base nos fundamentos da mecânica estabelecem-se as equações diferenciais que descrevem o comportamento das estruturas, relacionando deslocamentos e deformações através de equações de

compatibilidade, deformações e tensões através das equações constitutivas, e ainda forças mássicas e tensões através das equações de equilíbrio. Como se mostra na Figura 3.1, é possível relacionar diretamente forças mássicas e deslocamentos, através da conhecida equação fundamental da mecânica dos sólidos, denominada por equação de *Navier* (equação diferencial matricial, de segunda ordem, que envolve derivadas parciais dos deslocamentos em ordem às coordenadas espaciais).



**Figura 3.1** – Equações fundamentais da mecânica estrutural.

Para resolver a equação de *Navier*, utilizam-se métodos numéricos como o Método dos Elementos Finitos, adotando-se em geral diversas hipóteses simplificativas, tendo em conta as particularidades da estrutura a analisar e as respetivas condições de fronteira e tipo de solicitações.

Neste capítulo apresentam-se sumariamente os fundamentos do Método dos Elementos Finitos (MEF) e ainda os fundamentos dos referidos Modelos de Separação de Efeitos (MSE) utilizados na análise dos dados da observação (e.g. séries temporais de deslocamentos obtidos através de fios de prumo e/ou métodos geodésicos).

## 3.2 Utilização do MEF na análise de modelos numéricos

### 3.2.1 Equações fundamentais da Mecânica dos Sólidos

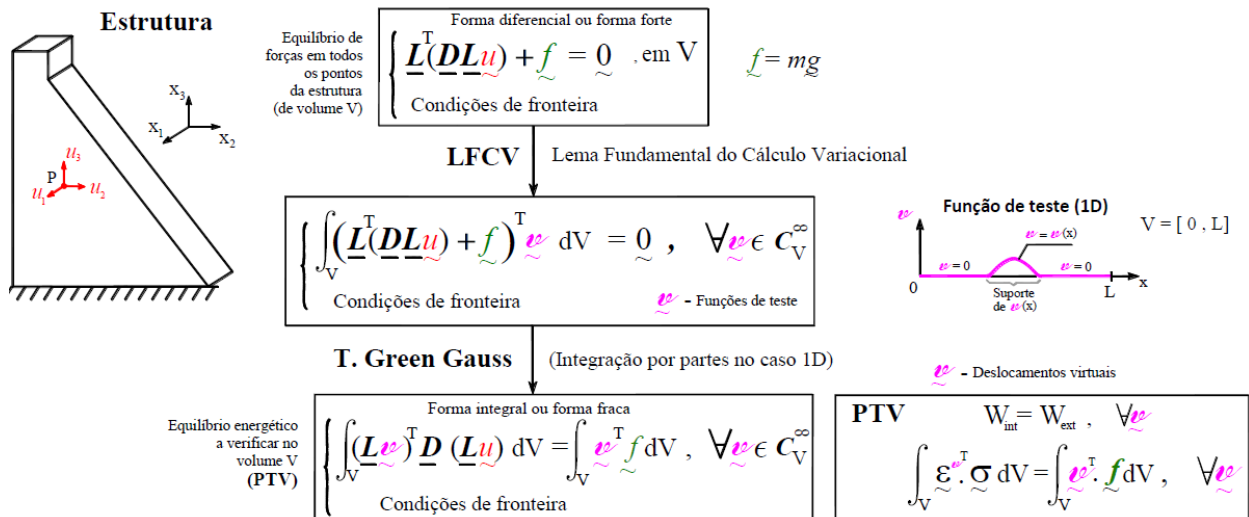
Na análise computacional do comportamento mecânico de estruturas, o primeiro objetivo é calcular os campos de deslocamentos ( $\underline{u}$ ), de deformações ( $\underline{\varepsilon}$ ) e de tensões ( $\underline{\sigma}$ ) que se instalam devido à atuação dos diversos tipos de solicitações. A resolução deste problema envolve o estabelecimento das equações fundamentais da Mecânica dos Sólidos que, na hipótese de comportamento elástico dos materiais, conduzem a um sistema de equações diferenciais lineares (equação de *Navier*), cuja solução numérica pode ser obtida, como se referiu, utilizando o Método dos Elementos Finitos. Para resolver estas equações é conhecida, à partida, a geometria da estrutura, as propriedades dos materiais, forças mássicas e condições de apoio (forças aplicadas na fronteira e apoios – rígidos ou elásticos).

Na formulação clássica em deslocamentos, a análise estrutural resume-se à resolução do seguinte problema de valores de fronteira, envolvendo a equação de *Navier*.

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{L}^T (\underline{D}\underline{L}\underline{u}) + \underline{f} = \underline{0}, \text{ verificado em todos os pontos e instantes} \\ \text{Condições iniciais e de fronteira} \end{array} \right. \quad (3.1)$$

### 3.2.2 Da forma forte (equação de *Navier*) para a forma fraca

Com vista à resolução numérica da equação de *Navier*, que corresponde a uma forma diferencial ou forma forte, é conveniente obter a respetiva forma fraca, o que se consegue através da aplicação do Lema Fundamental do Cálculo Variacional (LFCV), como se mostra esquematicamente na Figura 3.2 (por vezes a referida forma forte é obtida diretamente com base no Princípio dos Trabalhos Virtuais, PTV).



**Figura 3.2** - Transformação da equação de Navier da forma forte para a forma fraca.

### 3.2.3 Fundamentos do MEF

No caso de estruturas tridimensionais, a aplicação do MEF baseia-se na divisão do volume total da estrutura num determinado número de elementos ligados entre si por pontos nodais (nós) em comum, que se designam elementos finitos. Em cada elemento finito utiliza-se a aproximação fundamental do MEF que consiste em admitir que o vetor dos deslocamentos em qualquer ponto situado no interior do elemento, de volume  $V^e$ , pode ser obtido de forma aproximada efetuando uma média ponderada dos deslocamentos nos nós desse mesmo elemento finito, através de uma interpolação efetuada com base na seguinte equação.

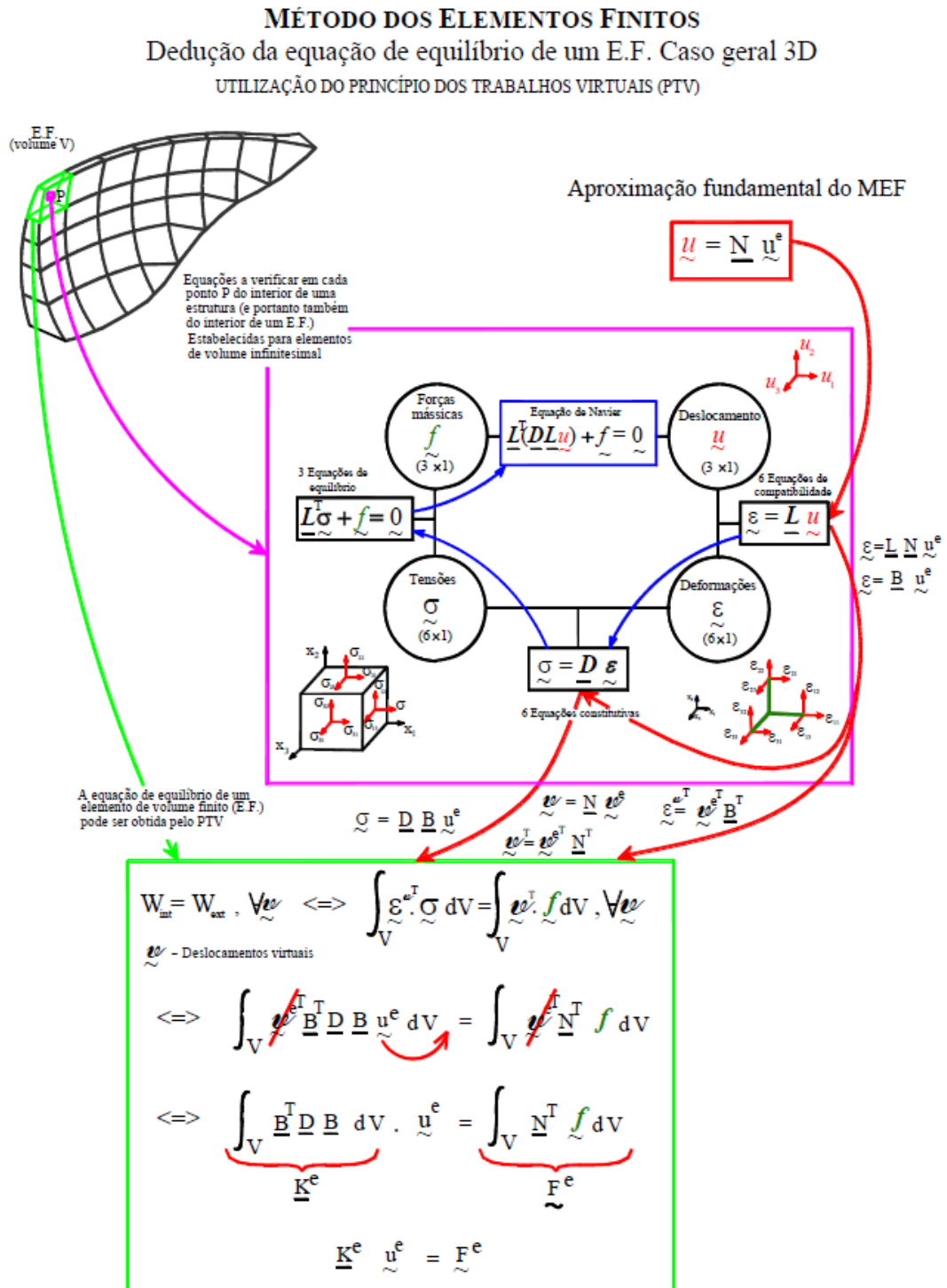
$$\underline{\underline{u}} = \underline{\underline{N}} \cdot \underline{\underline{u}}^e \quad (3.2)$$

em que  $\underline{\underline{N}}$  representa a matriz com os valores das funções de interpolação ou funções de forma no ponto em análise (Zienkiewicz & Cheung, 1967).

Neste trabalho utilizam-se elementos finitos de 20 pontos nodais e 3 graus de liberdade (GL) por nó, para os quais a matriz  $\underline{\underline{N}}$  tem dimensão 3x60

$$\underline{\underline{N}} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \dots & N_{20} & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \dots & 0 & N_{20} & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \dots & 0 & 0 & N_{20} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Introduzindo a aproximação fundamental do MEF (equação (3.2)), na referida forma fraca ou forma integral da equação de Navier, que representa o equilíbrio de um volume finito, obtém-se a equação de equilíbrio de um elemento finito, como se esquematiza na Figura 3.3.



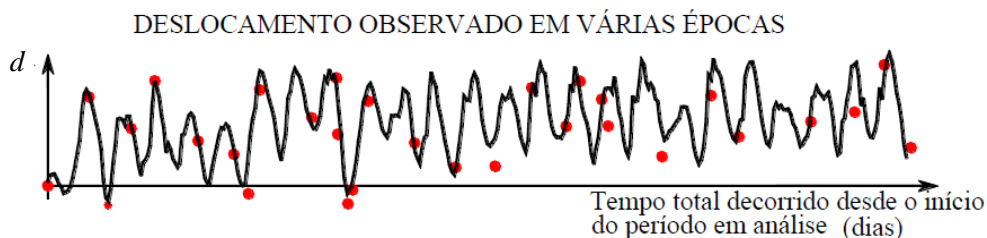
**Figura 3.3** - Dedução da equação de equilíbrio de um elemento finito. Matriz de rigidez elementar e vetor elementar das forças nodais equivalentes a forças mássicas.

Na Figura 3.3 mostra-se como, para um dado elemento finito, é obtida a matriz de rigidez elementar e o vetor elementar das forças nodais equivalentes a forças mássicas. A análise de uma estrutura discretizada em elementos finitos requer a montagem da correspondente matriz de rigidez global e do vetor global das forças nodais, o que se consegue através da assemblagem das matrizes de rigidez elementares e dos vetores de forças elementares (Zienkiewicz & Cheung, 1967).

### 3.3 Modelos de Separação de Efeitos

#### 3.3.1 Considerações gerais

Os Modelos de Separação de Efeitos (MSE) são utilizados para analisar resultados obtidos pela observação. Tal como o nome indica, estes permitem analisar histórias observadas ao longo do tempo de uma dada grandeza (e.g. história de deslocamentos radiais num ponto, como se pode ver na Figura 3.4), separando os efeitos sobre a grandeza em particular devido a diversas ações tendo em conta que se conhece a variação dessas ações ao longo do tempo.



**Figura 3.4** - História de deslocamentos observados num ponto e curva ajustada (MSE).

A variação do deslocamento ao longo do tempo corresponde ao efeito conjunto de várias ações que, também elas, variam ao longo do tempo, nomeadamente a pressão hidrostática, a variação térmica do ar e da água e, nalguns casos, o aumento de volume devido a reações expansivas que são caracterizadas pela sua progressividade ao longo do tempo. Para conseguir separar efeitos é fundamental conhecer como variam estas ações ao longo do tempo.

É importante notar que, devido às propriedades viscoelásticas do betão, pode ocorrer um aumento do deslocamento ao longo do tempo para forças constantes no tempo, como é o caso do peso próprio (fluência associada ao peso próprio). No caso de barragens em que o nível da água é aproximadamente constante, também ocorrerá evolução dos deslocamentos ao longo do tempo, denominada fluência associada à pressão hidrostática.

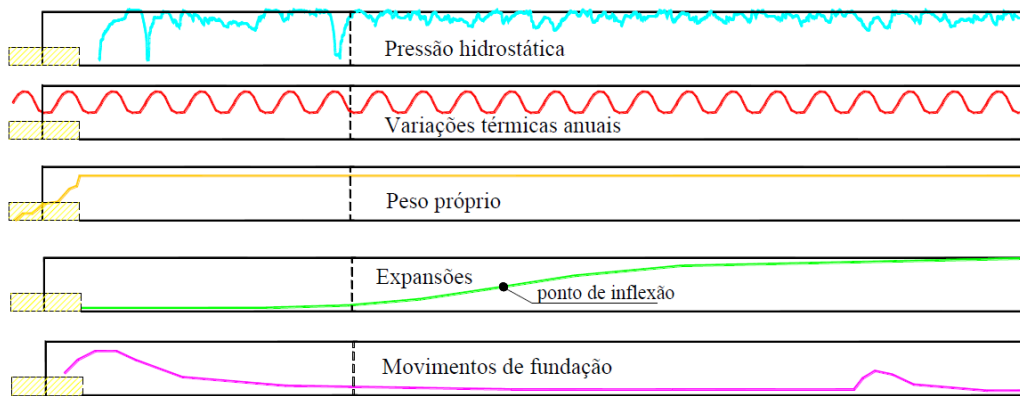
Com os MSE, um dos grandes objetivos é separar efeitos patológicos que ocorram ao longo do tempo, dos efeitos do tempo normais, como é o caso da fluência referida acima. Deste modo, é conveniente utilizar MSE que permitam separar os efeitos do tempo numa parcela de fluência e numa parcela de outros efeitos do tempo.

De modo a aplicar estes MSE é importante ter observações em quantidade e resultados de medições de qualidade controlada bem distribuídas ao longo do tempo e para diferentes cotas de água. Só desta forma é possível obter bons resultados com os MSE. No caso de não haver dados da observação suficientes para caracterizar bem a resposta da obra associada a uma dada solicitação, é possível utilizar os MSE alternativos que incorporem informação suplementar, nomeadamente resultados obtidos por modelos numéricos de EF (e.g. a resposta elástica associada à pressão hidrostática para várias cotas de água pode ser obtida numericamente através de modelos de EF devidamente calibrados).

### 3.3.2 Formulações utilizadas nos Modelos de Separação de Efeitos

Estes modelos baseiam-se no estabelecimento de relações funcionais semi-empíricas entre as grandezas ou efeitos observados e as solicitações que os originam (Figura 3.5). As referidas funções funcionais dependem de parâmetros que são calculados através de técnicas estatísticas de ajuste aos valores observados: minimização de erros pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ). Os modelos de separação de efeitos utilizados na análise de barragens baseiam-se em hipóteses como as seguintes (Oliveira, 2000):

- As ações que influenciam predominantemente o comportamento das barragens são a pressão hidrostática e as variações de temperatura associadas à onda térmica anual; para estas solicitações, o comportamento estrutural das obras é essencialmente reversível, elástico ou viscoelástico (com dependência do tempo);
- Os efeitos irreversíveis dependem exclusivamente do tempo;
- O efeito total observado é igual à soma da parcela dos efeitos reversíveis com a parcela dos efeitos irreversíveis, a menos de um erro de observação ou de modelação.



**Figura 3.5** – Ações em barragens de betão. Evolução ao longo do tempo.

Tal como já foi referido, na observação de barragens existem diversas grandezas que são observadas ao longo do tempo (temperatura, cota de água, deslocamentos, extensões, etc.), de forma a garantir um melhor controlo da segurança de barragens. Os dados que são recolhidos, através da instrumentação existente na barragem, devem ser analisados de maneira a verificar se existem anomalias que ponham em causa a segurança da estrutura. A análise tem em conta que este tipo de estruturas está sujeito a diversas ações, sendo fundamental perceber a influência de cada uma delas no comportamento global da estrutura, ou seja, é fundamental perceber como efetuar a separação dos efeitos das principais ações. Deste modo, foram desenvolvidos diversos tipos de modelos de separação de efeitos ou modelos de interpretação quantitativa (Rocha et al., 1958), (Willm & Beaujoint, 1967), (Gomes, 1981) e (Oliveira, 2000).

Os modelos de separação de efeitos baseiam-se no estabelecimento de funções dependentes das principais variáveis, nomeadamente, altura de água ( $H$ ), temperatura do ar ( $T$ ), extensão devida a ações expansivas medida num dado extensómetro corretor ( $\varepsilon_{exp}$ ), tempo decorrido desde o final da construção ( $t$ ). Como exemplo, um modelo de separação de efeitos para analisar o deslocamento  $u$  num dado ponto de uma barragem, pode basear-se numa função como a seguinte

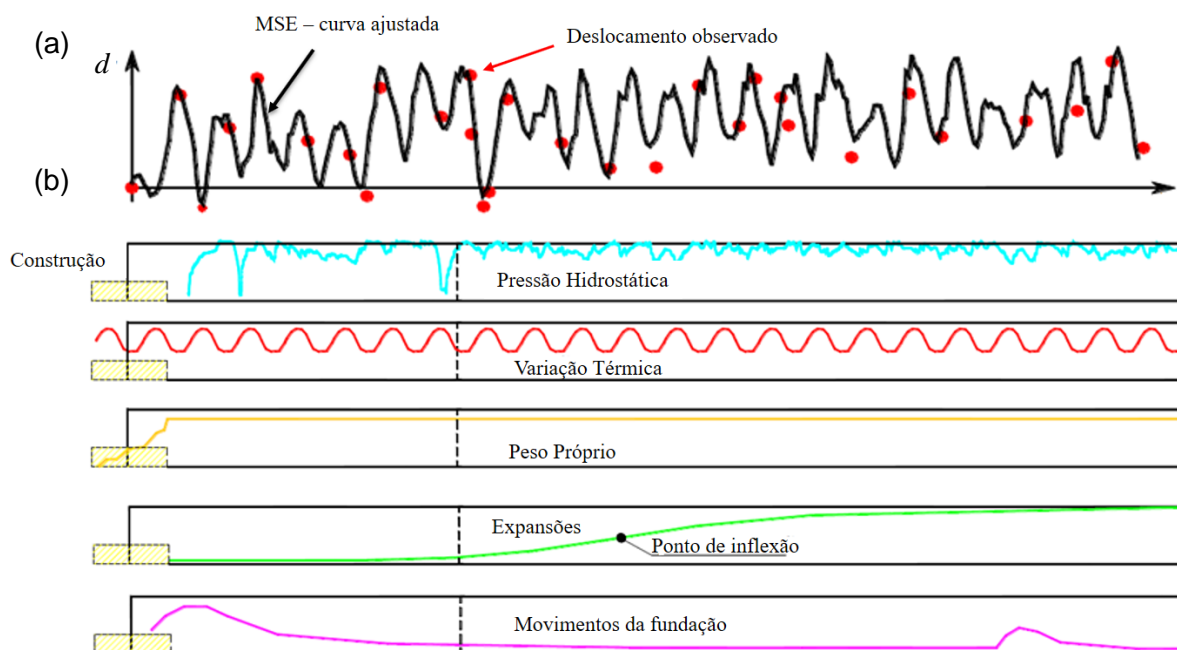
$$d = aH^4 + bT + c_1\varepsilon_{exp} + c_2t + c_3t^2 + k \quad (3.4)$$

Que pode ser genericamente expressa como

$$d = d(H, T, \varepsilon_{exp}, t) \quad (3.5)$$

Os parâmetros da função (3.4), ou seja, os parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  e  $k$  são calculados através do ajuste da função aos valores observados em várias épocas recorrendo ao Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), como se refere mais à frente.

Na Figura 3.6 está representada uma história de deslocamentos ao longo do tempo, seguida da evolução ao longo do tempo das várias ações: pressão hidrostática, temperatura do ar, peso próprio (constante), expansões e movimentos da fundação.



**Figura 3.6** – Deslocamento observado num ponto de uma barragem. (a) Valores observados ao longo do tempo e curva correspondente ao modelo de separação de efeitos (MSE) adotado após ajuste aos valores observados pelo MMQ. (b) Evolução ao longo do tempo das principais ações.

### Efeito elástico do nível da água

Esta parcela da equação está associada à variação da cota de água na albufeira e traduz o efeito elástico da pressão hidrostática. A variável  $H$  representa o nível da água medido a partir de uma cota de referência, que normalmente se assume ser a cota mínima da superfície de inserção. Para a parcela referente à ação do nível, são muitas vezes adotadas formas polinomiais envolvendo um ou mais termos com potências de  $H$ , como é mostrado na seguinte equação

$$d(H) = aH^4 \quad (3.6)$$

Nota: também podem ser utilizadas funções exponenciais do tipo:  $a(e^{h/20} - 1)$

### Efeito térmico

Esta parcela representa o deslocamento associado às variações térmicas e por vezes admite-se que é proporcional à temperatura do ar (ou à temperatura medida num determinado ponto no interior do betão).

$$d(T) = b T \quad (3.7)$$

### Efeito das expansões ao longo do tempo

Devido à existência de reações álcalis-sílica e reações sulfato-alumina, podem ocorrer ações expansivas, cuja evolução no tempo é proporcional à evolução das extensões observadas nalguns extensómetros corretores,  $\varepsilon_{\text{exp}} = \varepsilon_{\text{exp}}(t)$  (Florentino, Oliveira, & Silva, 2003)

$$d(t) = c_1 \varepsilon_{\text{exp}}(t) \quad (3.8)$$

Nota: também podem ser utilizadas funções tipo sigmoide:  $c \times (1 - e^{-t/\beta})$

### Outros efeitos do tempo

Esta parcela está associada a outros fatores, tendo em conta o carácter não reversível do comportamento estrutural e à variação de propriedades estruturais ocorridas no decurso do tempo. O efeito do tempo pode ser medido a partir:

- de uma data de referência tomada como origem absoluta do tempo e que pode geralmente coincidir com a época média do período construtivo;
- da data de início do primeiro enchimento;
- do início do período em análise.

É de referir que, nos modelos de separação de efeitos mais simples, uma das formas usualmente adotadas para o cálculo da parcela referente ao tempo, é do tipo:

$$d(t) = c_2 t + c_3 t^2 \quad (3.9)$$

### Termo independente, $k$

Este termo,  $k$ , representa uma constante que é introduzida, em parte, devido ao fato de os valores observados corresponderem a valores relativos das grandezas em análise.

### 3.3.3 Aplicação do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ)

O cálculo dos parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  e  $k$  é efetuado com base no estabelecimento e resolução do seguinte sistema de equações envolvendo os valores observados nas várias épocas, referentes à grandeza em análise  $d$ , e aos correspondentes valores das variáveis  $(H, T, \varepsilon_{exp}, t)$

$$\begin{cases} d_0 = a.H_0^4 + b.T_0 + c_1.\varepsilon_{exp0} + c_2.t_0 + c_3.t_0^2 + k \\ d_1 = a.H_1^4 + b.T_1 + c_1.\varepsilon_{exp1} + c_2.t_1 + c_3.t_1^2 + k \\ d_2 = a.H_2^4 + b.T_2 + c_1.\varepsilon_{exp2} + c_2.t_2 + c_3.t_2^2 + k \\ \vdots \\ d_N = a.H_N^4 + b.T_N + c_1.\varepsilon_{expN} + c_2.t_N + c_3.t_N^2 + k \end{cases} \quad (3.10)$$

Este sistema tem tantas equações quanto o número de épocas de observação e tem apenas seis incógnitas que correspondem aos parâmetros da função a ajustar:  $a$ ,  $b$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $k$ . Para resolver este sistema utiliza-se o Método dos Mínimos Quadrados para o que é conveniente começar por escrever o sistema na seguinte forma matricial

$$\begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_N \end{bmatrix}_{N \times 1} = \begin{bmatrix} H_0^4 & T_0 & \varepsilon_{exp0} & t_0 & t_0^2 & 1 \\ H_1^4 & T_1 & \varepsilon_{exp1} & t_1 & t_1^2 & 1 \\ H_2^4 & T_2 & \varepsilon_{exp2} & t_2 & t_2^2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_N^4 & T_N & \varepsilon_{expN} & t_N & t_N^2 & 1 \end{bmatrix}_{N \times 6} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ k \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (3.11)$$

Simplificando, pode-se escrever

$$\underline{A}\underline{X} = \underline{b} \quad (3.12)$$

Multiplicando ambos os membros por  $A^T$

$$\underline{A}^T \underline{A}\underline{X} = \underline{A}^T \underline{b} \quad (3.13)$$

Para determinar o vetor  $\underline{X}$ , volta-se a multiplicar ambos os membros por:  $(A^T A)^{-1}$

$$\underline{X} = (\underline{A}^T \underline{A})^{-1} \underline{A}^T \underline{b} \quad (3.14)$$

Assim, sabendo que

$$\underline{M}^{-1} = (\underline{A}^T \underline{A})^{-1} \quad (3.15)$$

$$\underline{B} = \underline{A}^T \underline{b} \quad (3.16)$$

Pode-se obter a pretendida solução

$$\underline{X} = \underline{M}^{-1} \underline{B} \quad (3.17)$$

O vetor  $X$  contém os valores dos parâmetros da função ajustada (pelo MMQ).

Na Figura 3.7 é apresentado um exemplo de um cálculo com modelos de separação de efeitos, aplicados aos deslocamentos observados por métodos geodéticos, para a barragem da Aguieira (Mendes, 2014).

**MODELO DE SEPARAÇÃO DE EFEITOS:**  $u(h, \bar{r}, t) = u_H(h) + u_T(\bar{r}) + u_F(h, t) + u_t(t) + k$

**Efeito elástico do nível**  $u_H(h) = a(e^{h/20} - 1)$  **Efeito elástico das variações térmicas anuais**  
 $u_T(\bar{r}) = b_1 \cos\left(\frac{2\pi\bar{r}}{365.25}\right) + b_2 \sin\left(\frac{2\pi\bar{r}}{365.25}\right)$

**Efeito viscoelástico do nível (fluência associada à pressão hidrostática)**  
 $u_F(h, t) = a \left[ \sum_{j=1}^p \phi(t, t'_j) (e^{h_j/20} - e^{h_{j-1}/20}) - \sum_{j=1}^{p'} \phi(t, t'_j) (e^{h_j/20} - e^{h_{j-1}/20}) \right]$

**Outros efeitos do tempo (não relacionados com a fluência associada à PH)**  
 $u_t(t) = c_1 (e^{-t/\beta} - e^{-t_0/\beta})$  ,  $\beta = t_{95}^n \frac{n}{n-1}$   $t_{95} = 8000 \text{ dias}$   $n = 3,258$

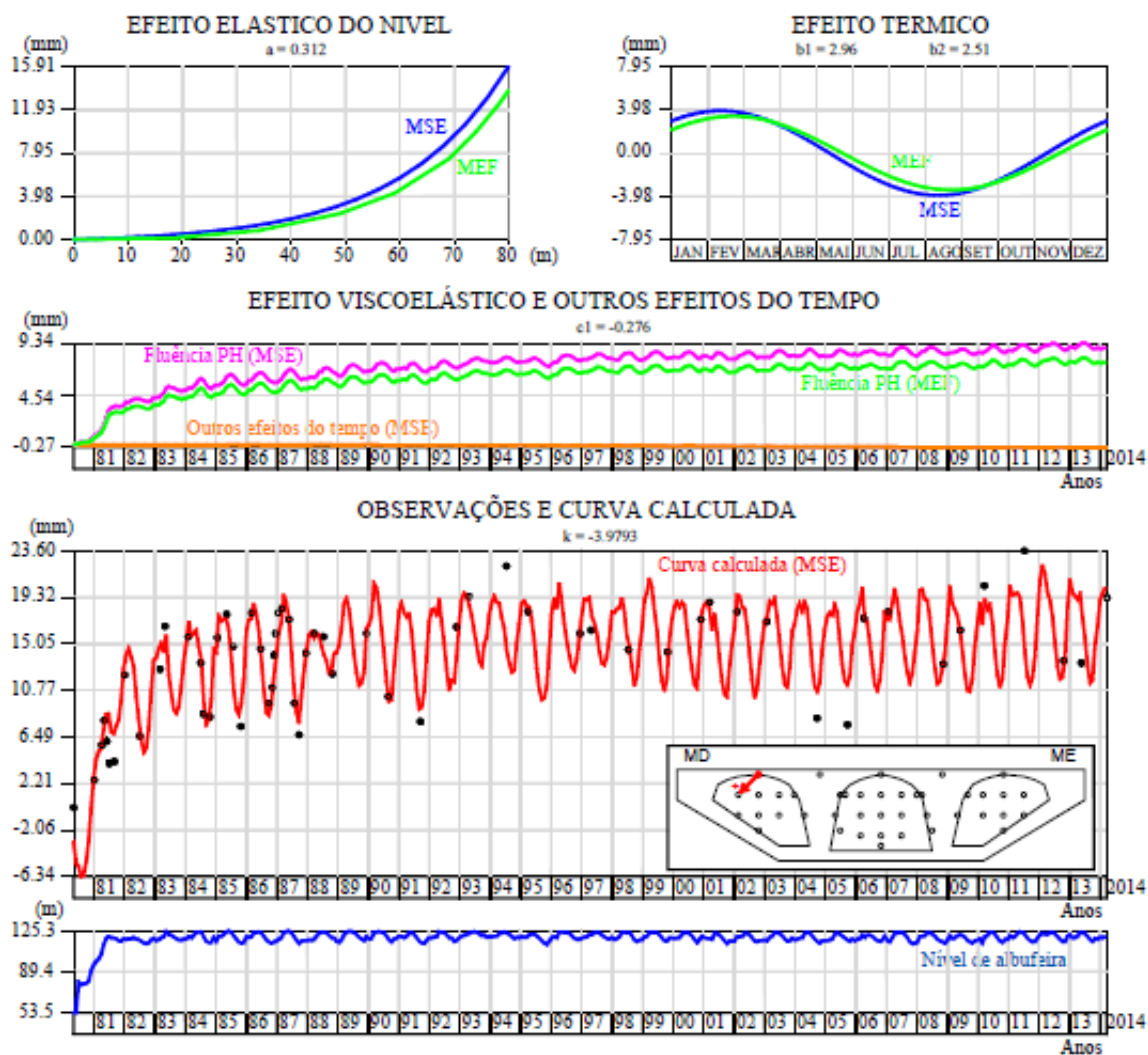


Figura 3.7 - Separação do efeito de várias ações na Barragem da Aguieira.

### 3.4 Considerações finais

Neste capítulo salientou-se que a utilização de modelos numéricos, juntamente com uma análise comparativa destes, com resultados observados através da instrumentação existente na barragem, desempenham um papel muito importante no controlo da segurança de barragens. A utilização de modelos de separação de efeitos provou também ser uma ferramenta eficaz para analisar o comportamento da barragem para cada uma das ações existentes, percebendo a sua influência no contexto global do comportamento da obra.

Foram também apresentados os princípios fundamentais da mecânica dos sólidos e as bases teóricas pelos quais se baseia o método dos elementos finitos, para uma estrutura tridimensional. Neste âmbito foi abordada a resolução da equação de *Navier* através do MEF, procedendo à transformação da forma forte para a forma fraca da respetiva equação. De seguida foi introduzida a equação fundamental do MEF que permitiu posteriormente chegar à equação de equilíbrio.

De seguida foram abordados alguns conceitos gerais sobre o MSE, uma vez que este será usado posteriormente na análise de resultados, de forma a ajudar a validar o modelo numérico tridimensional adotado nesta dissertação.

# 4

## **Desenvolvimento e utilização de um programa de EF3D em MATLAB para análise da barragem do Cabril**

### **4.1 Considerações iniciais**

Neste capítulo é apresentado o programa *DamSafe3.0*, desenvolvido em MATLAB, o qual é usado nesta dissertação para efetuar a análise estática da barragem do Cabril devido às variações de temperatura e às variações da cota de água. Este programa inclui dois módulos: MEF e MSE. O módulo MEF permite efetuar cálculos estruturais com base no método dos elementos finitos, e o módulo MSE permite analisar histórias de deslocamentos observados recorrendo aos modelos de separação de efeitos apresentados no capítulo anterior.

### **4.2 Elaboração da malha de elementos finitos da barragem do Cabril**

Para analisar o comportamento estrutural da barragem do Cabril, foi elaborado um modelo de elementos finitos 3D de 20 pontos nodais, envolvendo a barragem e um bloco de fundação adjacente. As malhas de elementos finitos que foram usadas em trabalhos anteriores para a análise de barragem do Cabril (Espada, 2010), (Silvestre, 2012), (Salvado, 2014), não tiveram em conta a fendilhação existente na barragem, e consideravam apenas um elemento em espessura, o que não se considerou adequado para os objetivos da

presente dissertação em que se pretende fazer uma análise térmica e simular a zona fendilhada considerando elementos de junta até 3/4 da espessura.

Desta forma adotou-se uma discretização com três elementos em espessura no corpo da barragem, a qual foi elaborada com o programa *Dam3DMesh1.0*. Na elaboração desta discretização foi considerado que a fendilhação existente podia ser simulada simplificada considerando elementos de junta na zona superior da obra aproximadamente a meio da banda fissurada. Com o programa *Dam3DMesh1.0* a malha tridimensional da barragem e da fundação é gerada apenas a partir de uma malha plana correspondente a uma projeção em alçado do corpo da barragem.

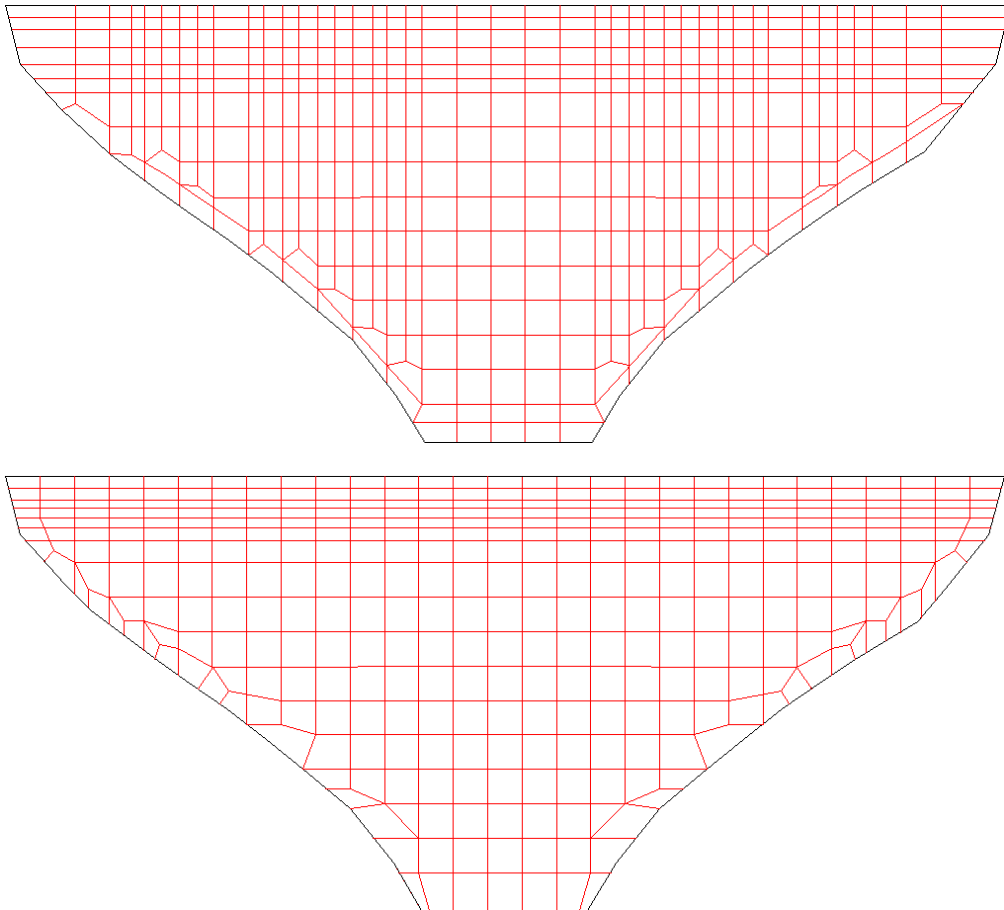
A elaboração da malha plana teve em conta vários critérios, nomeadamente:

- Uma maior discretização na zona da fissuração da barragem – com uma linha a passar pela cota 285 metros;
- Elementos finitos junto à fundação acompanham o contorno da barragem;
- Ser uma malha regular, ou seja, os elementos não apresentarem tamanhos muito distintos;
- Ser simétrica.

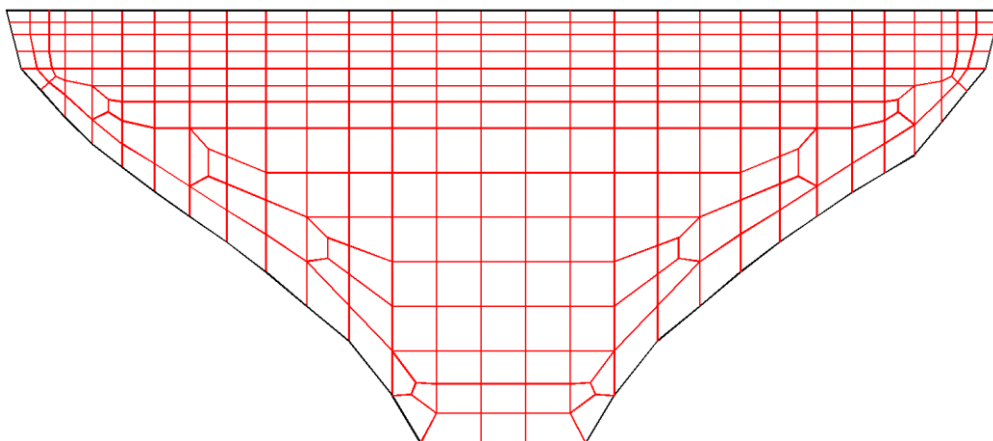
Na elaboração da malha plana foi utilizado o *software AutoCad* para facilitar o desenho dos elementos. Neste programa usou-se um comando criado em *lisp* (NOS.lsp) que permitiu numerar os nós através da seleção individual de cada ponto de interseção das linhas da malha. De seguida procedeu-se à criação da matriz de incidências para cada elemento, utilizando a numeração realizada anteriormente. Este procedimento possibilitou a leitura de toda a informação referente à malha, pelo programa em MATLAB, criando de seguida uma malha tridimensional da barragem, com a fundação a ser criada através da extrusão dos elementos que acompanham o contorno da malha.

Na Figura 4.1 são apresentadas duas tentativas da elaboração da malha, em que a primeira, apesar dos elementos junto da fundação acompanharem o contorno da barragem, não contém uma distribuição regular do tamanho dos elementos ao longo da malha. Quanto ao segundo exemplo, apesar da existência de uma melhor regularidade no tamanho dos elementos finitos, os elementos junto à fundação não acompanham o contorno da barragem, que era um dos principais critérios na elaboração da malha. Após a correção de alguns pormenores nas malhas anteriores, chegou-se a uma malha que garantia todos os critérios para ser a mais adequada para posteriormente proceder a uma melhor análise do comportamento estrutural da barragem. A malha escolhida (que se apresenta na Figura 4.2), difere das apresentadas na Figura 4.1, por apresentar uma distribuição mais uniforme dos elementos finitos, por garantir uma boa discretização na zona da fendilhação (entre a cota 275 m e 290 m) e os elementos junto à fundação acompanharem o contorno da barragem,

para que, posteriormente, a fundação que irá ser criada pelo *Dam3DMesh1.0*, seja uma representação o mais fidedigna possível do que é a realidade. Posto isto, a malha escolhida para a presente dissertação, é a que foi apresentada na Figura 4.2, por garantir os critérios que foram acima referidos e dar mais garantias de produzir melhores resultados numéricos.

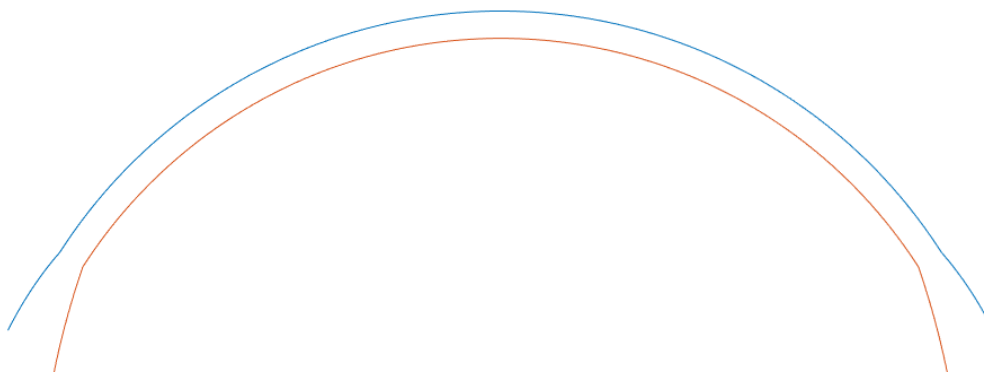


**Figura 4.1** - Exemplos de malhas planas da barragem do Cabril.

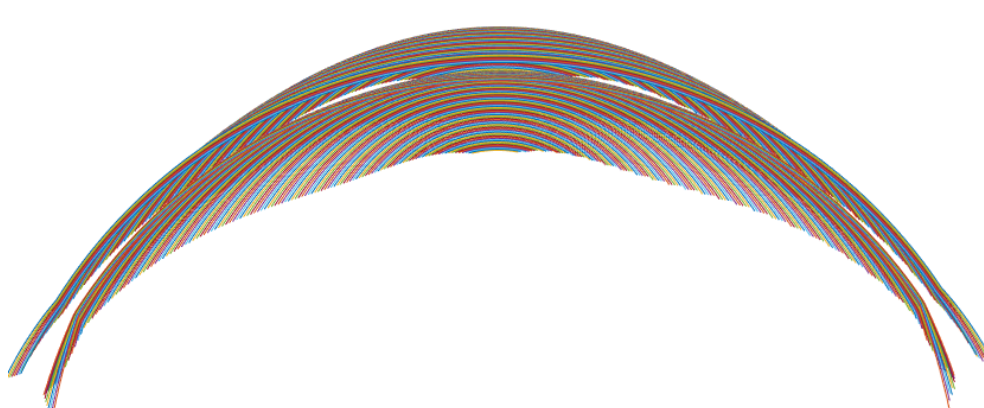


**Figura 4.2** - Malha plana da barragem do Cabril.

Foi criada uma rotina em MATLAB com as equações para definição da geometria da barragem do Cabril, a qual foi incluída no programa *Dam3DMesh1.0*. Esta rotina foi testada para a cota 297 metros (Figura 4.3), e de seguida, verificando que o objetivo tinha sido alcançado, aplicou-se o mesmo raciocínio para as restantes cotas (Figura 4.4).

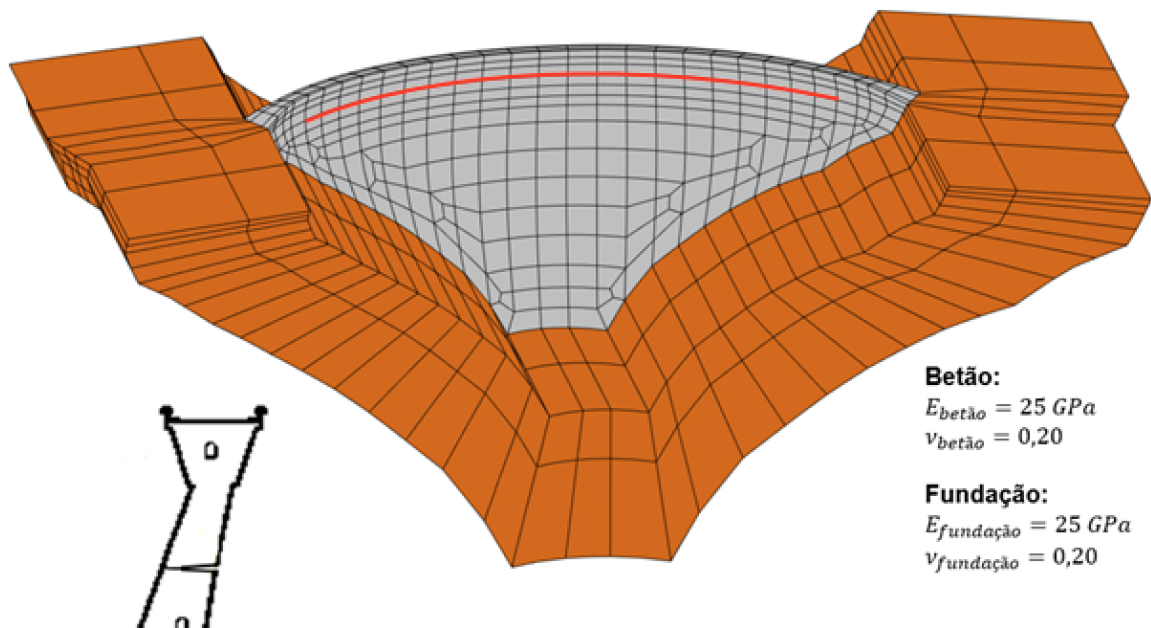


**Figura 4.3** - Teste da rotina para a definição dos encontros (cota 297 metros).



**Figura 4.4** - Definição dos encontros para todas as cotas.

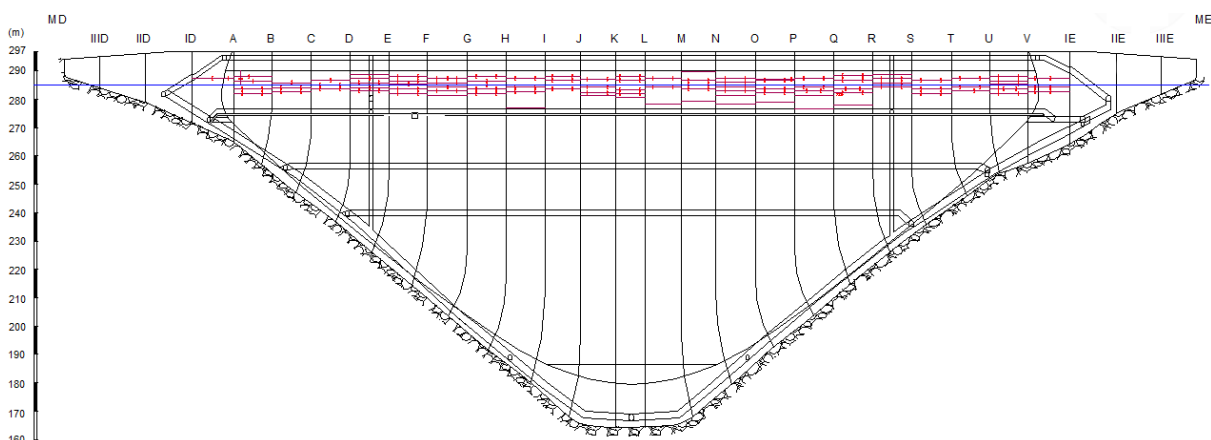
Tendo a malha escolhida, foi utilizado o software *Dam3DMesh1.0* (*Dam-Foundation-Reservoir systems Mesh Generation of 3D finite elements of 20 nodes*), incluindo a rotina com as equações de forma da barragem do Cabril, que permitiu a extrusão desta malha plana para uma malha 3D com três elementos em espessura, como pode ser observado na Figura 4.5. Nesta figura apresenta-se o modelo numérico da barragem, juntamente com a fundação que foi criada pelo mesmo software que criou a malha 3D. A fundação é criada pela extrusão dos elementos finitos que acompanham o contorno da barragem. Na figura apresentam-se as propriedades dos materiais consideradas nomeadamente o módulo de elasticidade (25 GPa) e o coeficiente de *Poisson* (0,2) do betão e da rocha de fundação.



**Figura 4.5** – Malha 3D da barragem do Cabril com fundação. Discretização com três elementos em espessura. Consideração de uma fenda horizontal à cota 285 m, com uma profundidade de  $\frac{3}{4}$  da espessura a partir de jusante.

### 4.3 Consideração da fendilhação observada

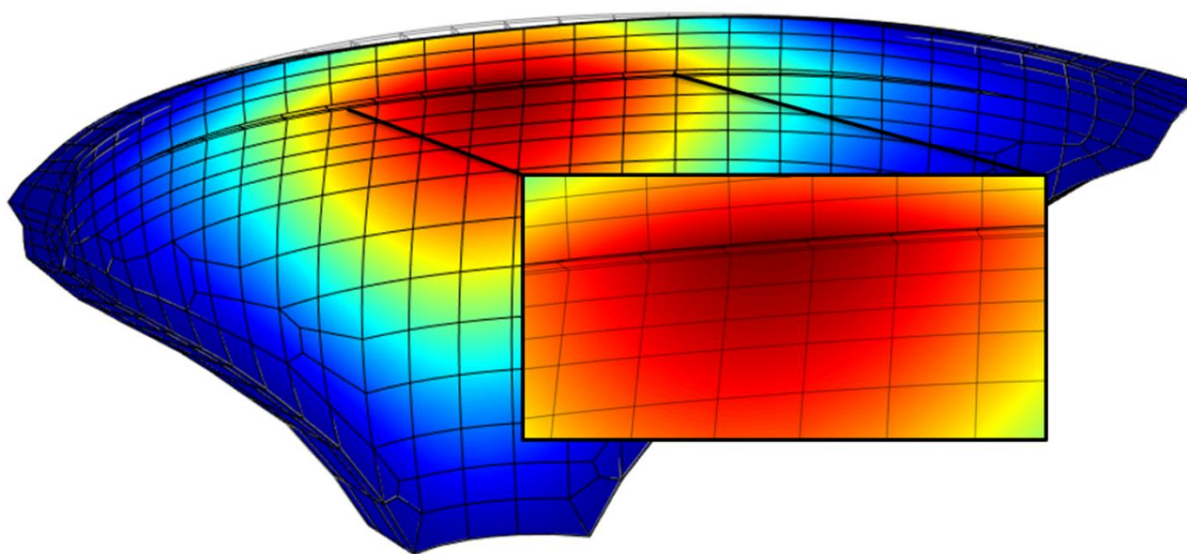
Para simular a fenda no modelo, analisou-se a fendilhação observada na barragem (Figura 4.6), onde se verifica que a maior concentração de fendas se encontra entre as cotas 275 e 290 metros. Como hipótese simplificativa foi considerada uma única fenda no modelo à cota 285 metros, por se considerar que esta seria a cota que melhor representaria todas as fendas existentes na barragem.



**Figura 4.6** – Fendilhação na barragem do Cabril.

Após decidida a cota da fenda, foi necessário efetuar algumas adaptações ao programa *DamSafe3.0*, uma vez que este inicialmente não estava apto para simular a fenda. Foi por isso imposta uma condição no programa *DamSafe3.0* para que os nós situados à cota 285 metros fossem duplicados de forma a simular o efeito de abertura/fecho da fenda.

Como já foi referido, o modelo 3D apresenta três elementos em espessura, o que permitiu controlar melhor a profundidade da fenda, uma vez que esta é desconhecida. Assim, foi possível analisar o modelo com diferentes níveis de profundidade da fenda, chegando à conclusão que a hipótese que melhor representa a realidade é a fenda com uma profundidade de 3/4 da profundidade de jusante até montante (Figura 4.7).



**Figura 4.7** - Abertura da fenda no modelo numérico.

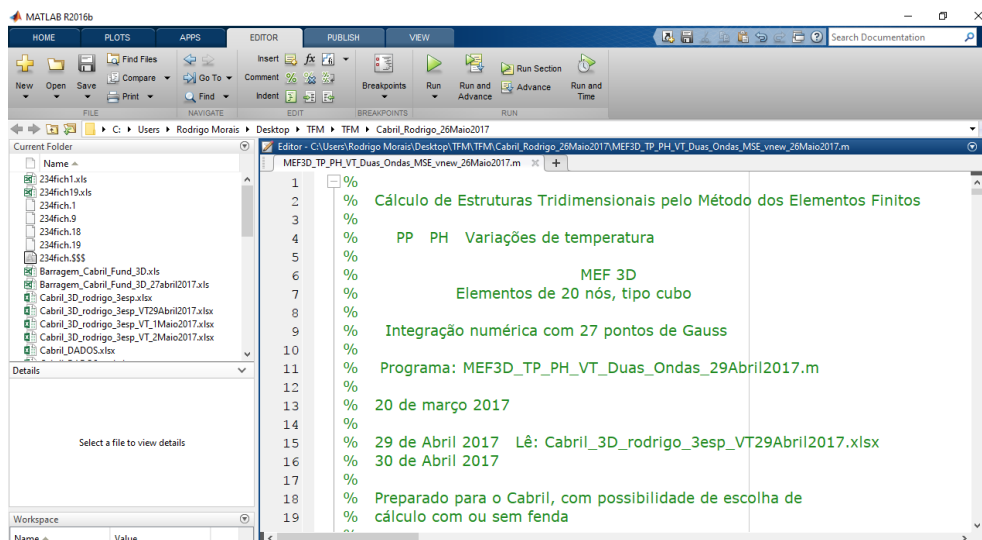
#### **4.4 Programa *DamSafe3.0***

##### **4.4.1 Considerações iniciais**

No âmbito da presente dissertação, foi desenvolvido/melhorado o já referido programa *DamSafe3.0* (em MATLAB) para cálculo de estruturas tridimensionais pelo MEF, o qual permite analisar o comportamento de barragens devido às variações da cota de água e da temperatura. Neste programa foram usados elementos tipo cubo com 20 nós, e a integração numérica é feita com 27 pontos de Gauss (Figura 4.8).

Após a elaboração do ficheiro de dados (no formato *xls*) do programa *DamSafe3.0* (coordenadas dos nós, incidências dos elementos, características dos materiais, combinação de ações, condições de apoio em cada nó, forças aplicadas em cada nó, etc.), este foi utilizado para efetuar o cálculo estrutural da barragem do Cabril. Os resultados do programa envolvem

vários gráficos que permitem a comparação entre resultados observados pelo GNSS e resultados obtidos através do modelo numérico, no ponto central do coroamento. O módulo MSE do *DamSafe3.0* foi utilizado para calibrar o modelo da barragem do Cabril, como se pode ver no algoritmo do programa apresentado na Tabela 4.1.



**Figura 4.8** – Programa *DamSafe3.0* desenvolvido em MATLAB.

#### 4.4.2 Algoritmo do programa *DamSafe3.0*

Neste ponto é apresentado o algoritmo com o processo de cálculo adotado nesta dissertação e que foi implementado no MATLAB (Tabela 4.1), para a análise estrutural de estruturas tridimensionais, usando o *DamSafe3.0*.

**Tabela 4.1** - Algoritmo do *DamSafe3.0*.

Algoritmo	
<b>1</b>	<b>Procedimentos iniciais;</b>
1.1	Escolha das dimensões do ecrã;
1.2	Escolha do tipo de cálculo a fazer (com ou sem fenda);
1.3	Fatores de conversão de unidades;
1.4	Cálculo de alguns parâmetros não incluídos no ficheiro de dados;
1.5	Escolha do ficheiro para a leitura dos dados;
1.6	Leitura dos dados presentes no ficheiro;
1.7	<b>Módulo de Elementos Finitos (MEF);</b> Desenho da malha EF3D;
1.8	Cálculo da diferença da temperatura interna;
1.9	Definição do contorno da barragem;
1.10	Desenho da face de jusante;
1.11	Desenho da face de montante;
1.12	Cálculo da direção radial em cada nó;

- 1.13 Montagem das matrizes de rigidez dos elementos e respectivos vetores;
- 2 Resolução do sistema para as várias ações;**
- 2.1 Coeficientes para a combinação de ações (lido no ficheiro de dados);
- 2.2 Desenho da malha deformada para cada ação;
- 2.3 Cálculo do deslocamento radial para a respetiva combinação lida no ficheiro;
- 2.4 Cálculo e respetivo desenho das linhas de influência do deslocamento radial devido à PH;
- 2.5 Cálculo do campo de tensões principais em ambas as faces (montante e jusante);
- 3 Resposta ao longo do tempo para a evolução observada da cota de água;**
- 3.1 Leitura do ficheiro com os dados da barragem do Cabril;
- 3.2 Gráfico da evolução da cota de água e da temperatura diária;
- 3.3 Gráfico com a resposta do modelo para cada combinação (PH + VT);
- 3.4 Gráfico com o deslocamento radial medido pelo GNSS;
- 4 Módulo de Separação de Efeitos (MSE);**
- 4.1 Definição da cota de água máxima;
- 4.2 Definição do tipo de aparelho e da grandeza a analisar (Fios de prumo/Geodesia e Deslocamento radial);
- 4.3 Leitura do ficheiro de dados com as temperaturas do ar e deslocamentos dos fios de prumo;
- 4.4 Escolha dos pontos que vão ser analisados;
- 4.5 Gráfico de separação de efeitos;
- 4.5.1 Coordenadas (X,Y,Z) e ângulo do aparelho;
- 4.5.2 Definição das datas, cotas de água, e temperatura a analisar;
- 4.5.3 Discretização do nível da albufeira em patamares mensais;
- 4.5.4 Parâmetros da função fluência;
- 4.5.5 Fluência devido ao Peso Próprio;
- 4.5.5.1 Correções tirando a fluência do PP e do movimento de deslizamento da fundação
- 4.5.6 Efeito elástico do nível;
- 4.5.7 Fluência devido à pressão hidrostática;
- 4.5.8 Contagem da matriz dos coeficientes para obter a solução MSE pelo MMQ;
- 4.5.9 Comparação de resultados entre o MSE e o MEF.

## 4.5 Considerações finais

Neste capítulo foi apresentado o programa *DamSafe3.0* desenvolvido em MATLAB, utilizado nesta dissertação, juntamente com todo o processo que foi previamente estabelecido como parte fundamental para uma modelação adequada da barragem do Cabril. O programa inclui um módulo de elementos finitos (MEF) e um módulo de separação de efeitos (MSE). Permite efetuar a análise estrutural de barragens com elementos finitos tridimensionais para as principais ações nomeadamente permite efetuar cálculos para pressão hidrostática considerando várias cotas de água, e cálculos estruturais para variações de temperatura. Com base nos dados observados pelo GNSS, o programa traça vários gráficos que permitem uma

comparação entre os resultados observados, e os resultados obtidos através do modelo numérico.

Por fim foi apresentado um esquema que mostra sinteticamente a estrutura do programa *DamSafe3.0*. É possível verificar que, numa etapa final, o programa realiza uma comparação de resultados dos módulos MEF e MSE, que serão apresentados no capítulo 5, com vista a apoiar a calibração do modelo da barragem do Cabril.



# 5

## **Validação dos deslocamentos obtidos por GNSS, recorrendo a deslocamentos observados por fios de prumo e por métodos geodésicos**

### **5.1 Considerações iniciais**

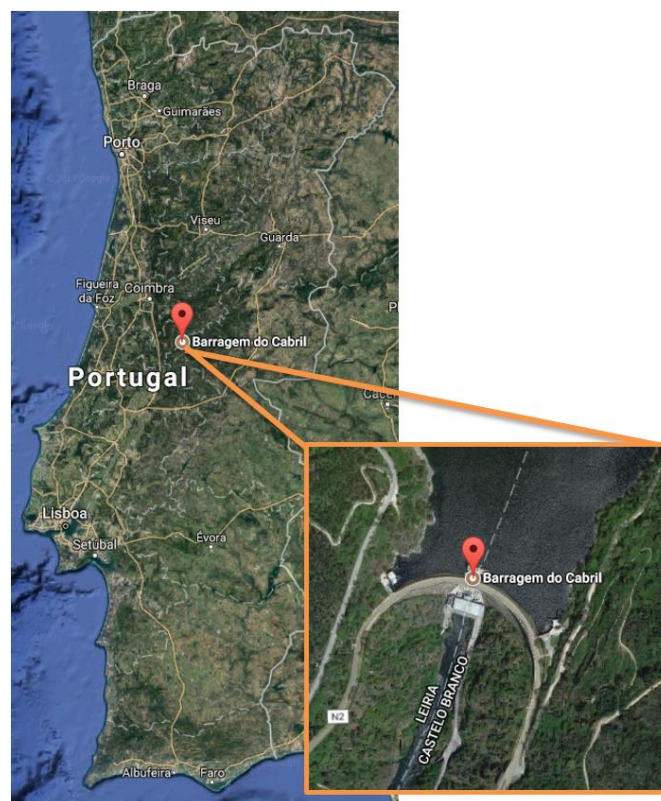
Sendo a barragem do Cabril uma obra que apresenta problemas de fissuração, e não tendo nenhuma forma de monitorização contínua dos deslocamentos na zona central do coroamento, considerou-se importante instalar um sistema GNSS para monitorizar o deslocamento na referida zona. A utilização simultânea de resultados experimentais e numéricos é fundamental para possibilitar uma adequada caracterização do comportamento da barragem, uma vez que, na elaboração dos modelos numéricos, são adotadas hipóteses simplificativas tendo em conta o desconhecimento ou a complexidade da estrutura real que não são perceptíveis observando apenas os resultados experimentais. Desta forma, é possível verificar se as previsões dos modelos estão de acordo com o comportamento real das barragens e efetuar a validação do modelo numérico utilizado.

Neste capítulo será analisado o comportamento da barragem devido à variação da cota de água (caracterizada pela pressão hidrostática) e variação térmica, com principal foco nos deslocamentos do ponto central do coroamento. Esta análise permite compreender o comportamento da obra devido às ações estáticas que, permanentemente, atuam ao longo da vida útil da barragem desde o seu primeiro enchimento. Inicialmente serão apresentados

resultados para cada ação aplicada isoladamente e, de seguida, apresentam-se os resultados para a combinação das principais ações estáticas: peso próprio, pressão hidrostática e variação térmica. Para cada ação isolada e para a combinação das principais ações, analisa-se a resposta em termos de deslocamentos e tensões principais nas faces de jusante e montante. Seguidamente, serão realizadas comparações (em diversos pontos notáveis), entre os deslocamentos observados por fios de prumo e por métodos geodésicos com os resultados numéricos, aplicando modelos de separação de efeitos (MSE). Este processo servirá para validar o modelo numérico com maior confiança. Posteriormente à validação do modelo, será realizada uma comparação entre os resultados numéricos e os deslocamentos obtidos por GNSS no ponto central do coroamento. Por fim serão também apresentados alguns exemplos numéricos para mostrar a influência da fenda na resposta global da barragem.

## 5.2 Caso de estudo: Barragem do Cabril

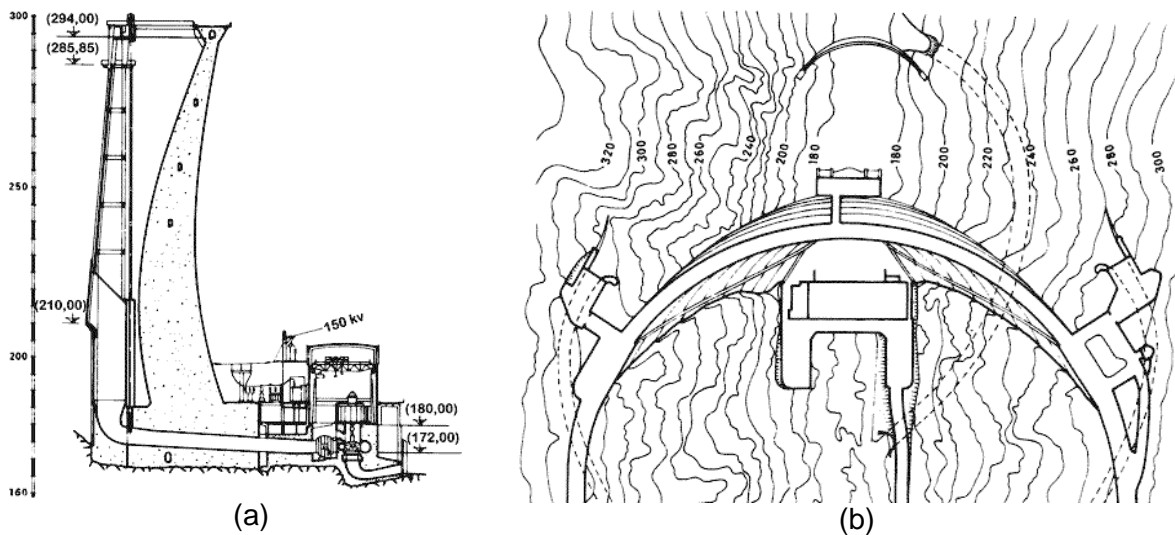
Tal como foi referido atrás, o caso de estudo desta dissertação é a barragem do Cabril, que está localizada no Rio Zêzere (Figura 5.1), encontrando-se em funcionamento desde 1954, ano que em que foi inaugurada. Trata-se da mais alta barragem de Portugal com uma altura máxima acima da fundação de 132 m, com o coroamento à cota 297 m, com um desenvolvimento entre encontros de 290 m.



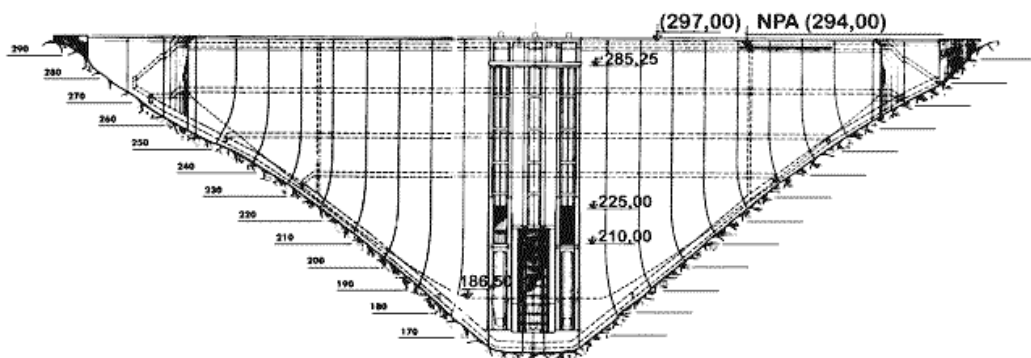
**Figura 5.1** - Localização da barragem do Cabril.

A barragem do Cabril é do tipo abóbada de dupla curvatura, em betão (cerca de 360.000 m<sup>3</sup>) e está fundada num maciço granítico (Figura 5.2). A forma em abóbada de dupla curvatura tem como principal objetivo obter um campo de tensões essencialmente de compressão para as principais ações (peso próprio e pressão hidrostática), o que é conveniente para obras de betão em massa, visto que é um material cuja resistência à compressão é bastante superior à resistência à tração.

Na é Figura 5.2a é apresentado o corte pela consola central e uma vista em planta, onde se pode observar a torre das tomadas de água. Esta torre é uma estrutura em betão armado, e tem uma altura igual à da barragem (132 m), sendo a esta cota que se encontra uma ligação entre a torre e a barragem, através da existência de um passadiço de betão. Na Figura 5.3 apresenta-se o alçado planificado da barragem.

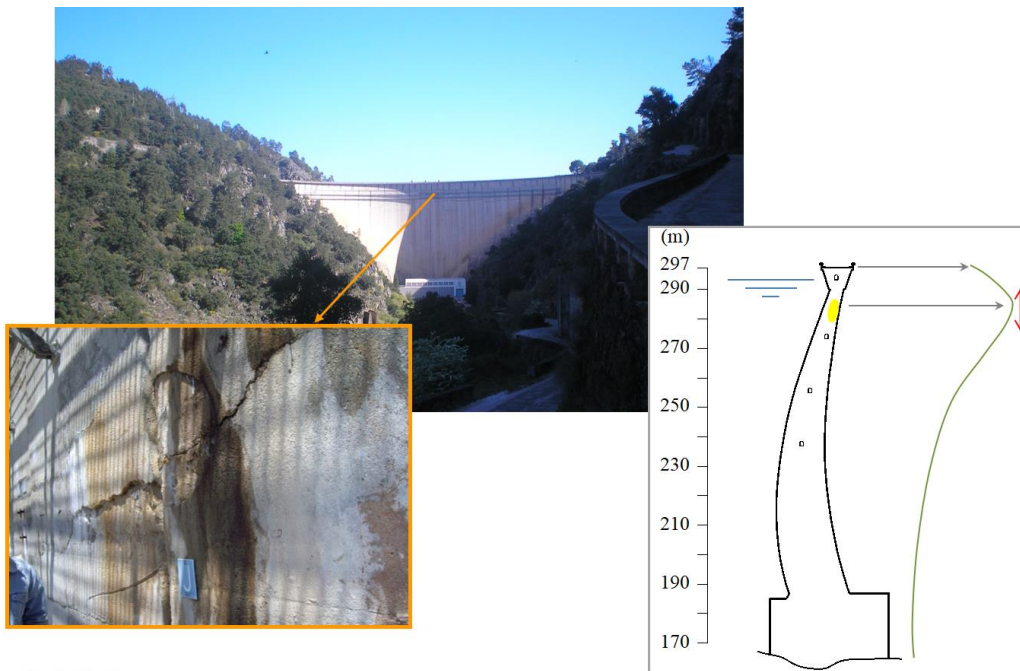


**Figura 5.2** – Barragem do Cabril. Corte pela consola central (a) e vista em planta (b).



**Figura 5.3** – Alçado planificado da barragem do Cabril (vista de montante).

Esta barragem tem a particularidade de apresentar uma espessura ligeiramente maior na zona do coroamento (Figura 5.4), razão pela qual se instalam trações verticais na zona superior a jusante como indicado na figura. Estas trações provocaram a ocorrência de fendilhação no paramento de jusante entre as cotas 275 m e 290 m, logo na fase de 1º enchimento. A consideração desta fendilhação no modelo numérico é fundamental para a correta modelação do comportamento estrutural da obra.



**Figura 5.4** - Localização da fendilhação na barragem do Cabril.

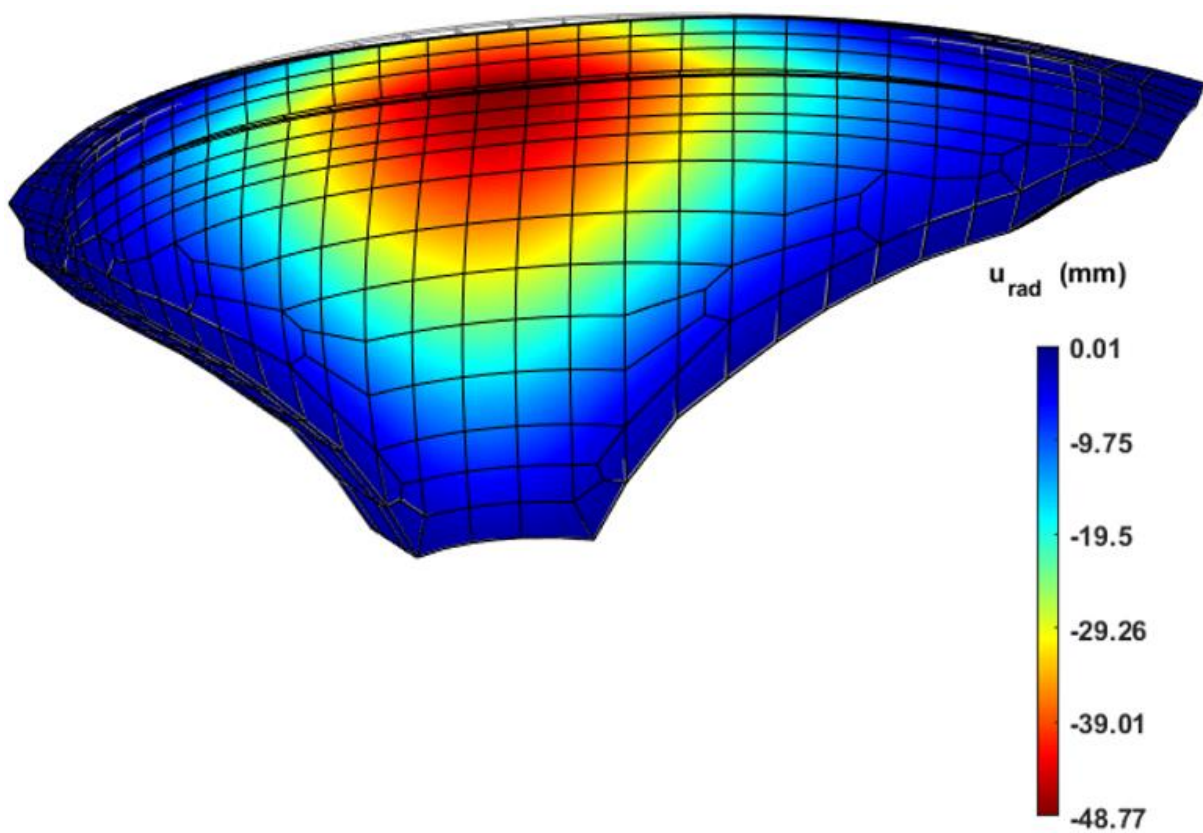
### **5.3 Comportamento da barragem devido à ação da pressão hidrostática**

Na análise do comportamento da barragem devido à ação da pressão hidrostática foi considerada a água à cota do coroamento. Para simular esta ação no modelo foi considerada pressão normal à face de montante, tendo em conta o aumento linear em profundidade e o peso específico da água ( $\gamma_{\text{água}} = 10 \text{ kN/m}^3$ ).

Através da análise da resposta obtida numericamente, é possível verificar na Figura 5.5 que o deslocamento máximo ocorre na zona da fenda (à cota 285 m) tendo um valor de 48,8 mm para jusante, enquanto que a secção central do coroamento (onde está instalada a antena GNSS) tem um deslocamento inferior, de cerca de 30 mm, o que se deve à maior rigidez do coroamento e à existência da fenda.

Relativamente às tensões principais, verifica-se que na face de montante (Figura 5.6) ocorrem tensões de compressão segundo os arcos da ordem de 6,0 MPa na zona central superior e trações junto à fundação com um valor máximo na ordem de 6,5 MPa. Na face de jusante (Figura 5.7) ocorrem compressões que atingem valores máximos na zona dos rins na ordem de 8,2 MPa. Na zona central abaixo da fenda ocorrem pequenas trações inferiores a 1 MPa. As trações máximas são na ordem de 1,5 MPa nas extremidades da fenda junto aos encontros.

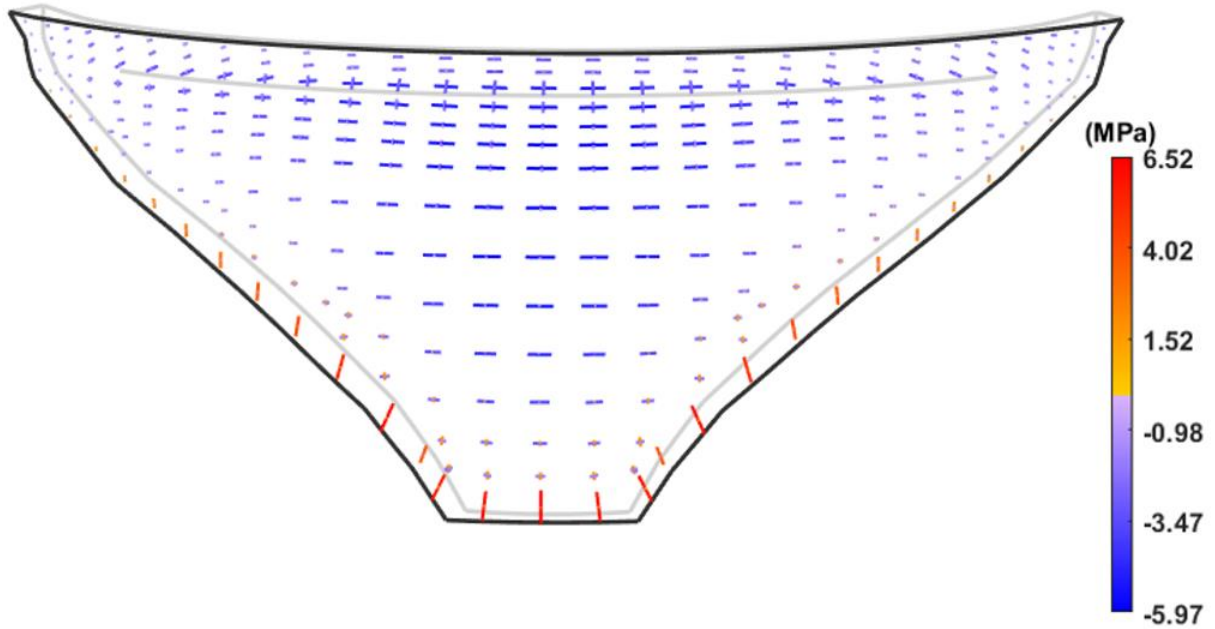
### 5.3.1 Deslocamentos radiais (PH297)



**Figura 5.5** - Deslocamentos radiais, devido à pressão hidrostática para a água à cota do coroamento.

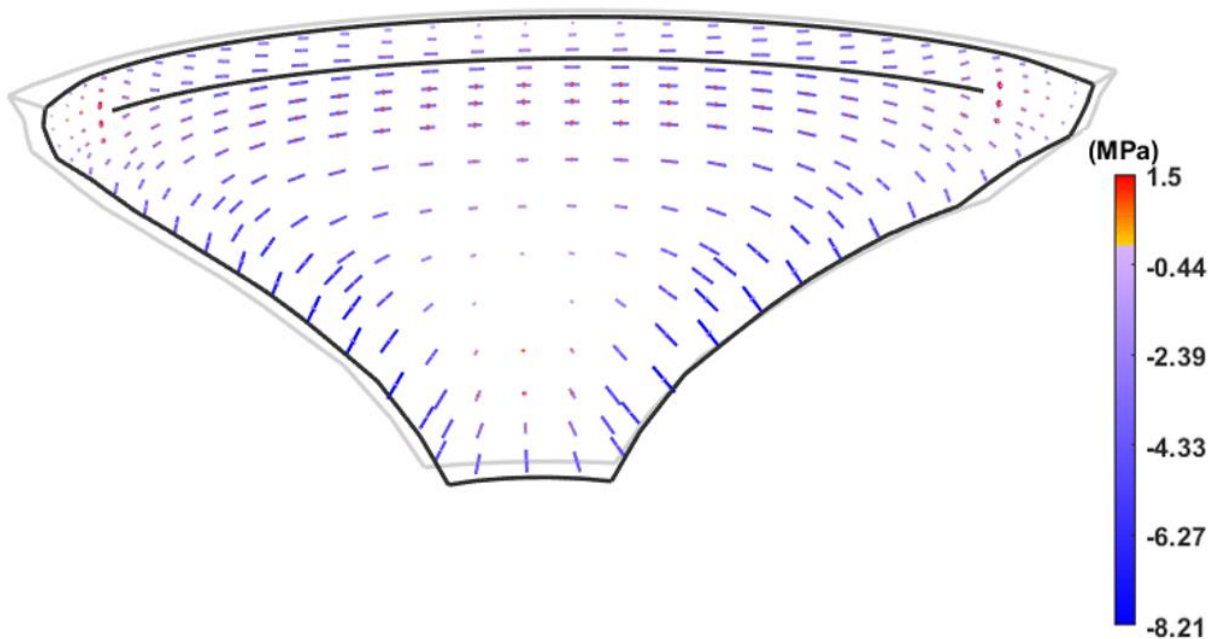
### 5.3.2 Tensões Principais (PH297)

#### Face de montante



**Figura 5.6** – Tensões Principais na face de montante, devido à pressão hidrostática para a água à cota do coroamento.

#### Face de jusante



**Figura 5.7** - Tensões Principais na face de jusante, devido à pressão hidrostática para a água à cota do coroamento.

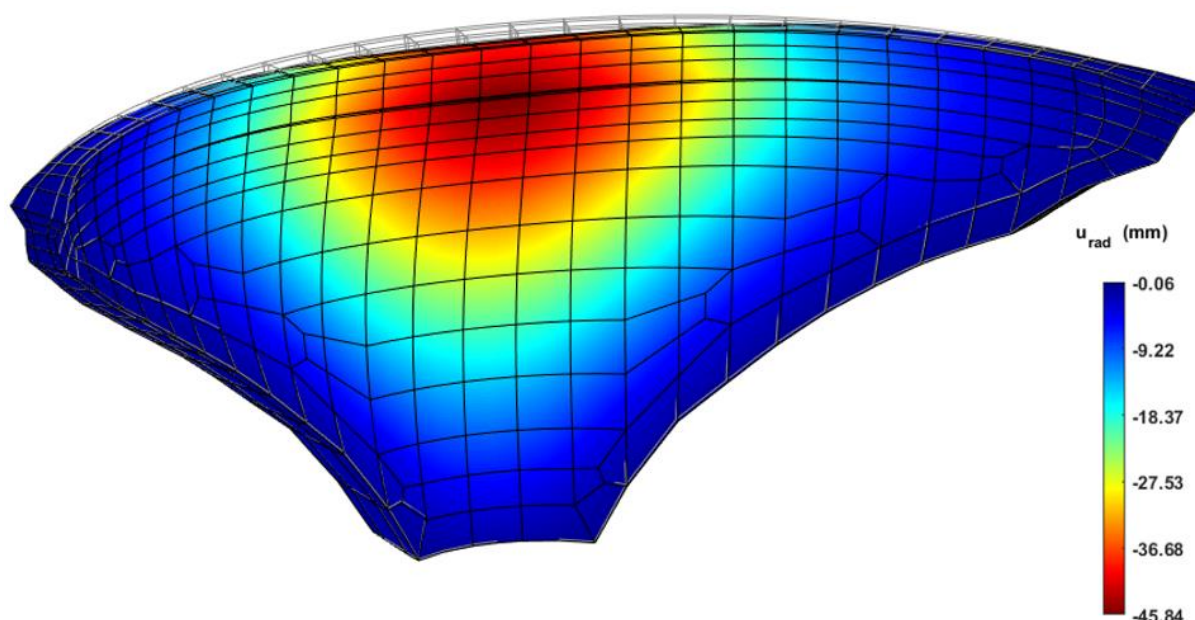
## 5.4 Comportamento da barragem devido à ação conjunta do peso próprio e da pressão hidrostática para a água à cota do coroamento

Neste ponto analisa-se a resposta para a ação da pressão hidrostática e do peso próprio, tendo-se considerado para o betão o peso volúmico  $\gamma_{\text{betão}} = 24 \text{ kN/m}^3$ . Por simplificação considerou-se que o peso foi aplicado instantaneamente após a construção (em rigor, deveria considerar-se que o peso é aplicado por fases, acompanhando o processo construtivo).

Para a ação conjunta do peso próprio e da pressão hidrostática (água à cota do coroamento), é possível verificar (Figura 5.8) que o deslocamento máximo ocorre na zona da fenda (à cota 285 m) tendo um valor de 46 mm para jusante. No ponto central do coroamento (onde está instalada a antena GNSS) o deslocamento é inferior, da ordem de 40 mm.

Relativamente às tensões principais, verifica-se que na face de montante (Figura 5.9) ocorrem tensões de compressão segundo os arcos da ordem de 6 MPa na zona central superior e trações junto à fundação com um valor máximo na ordem de 3 MPa, menos de metade das trações devidas apenas à pressão hidrostática. Na face de jusante (Figura 5.10) ocorrem compressões que atingem valores máximos na zona dos rins na ordem de 8 MPa. Na zona central abaixo da fenda ocorrem pequenas trações inferiores a 1 MPa.

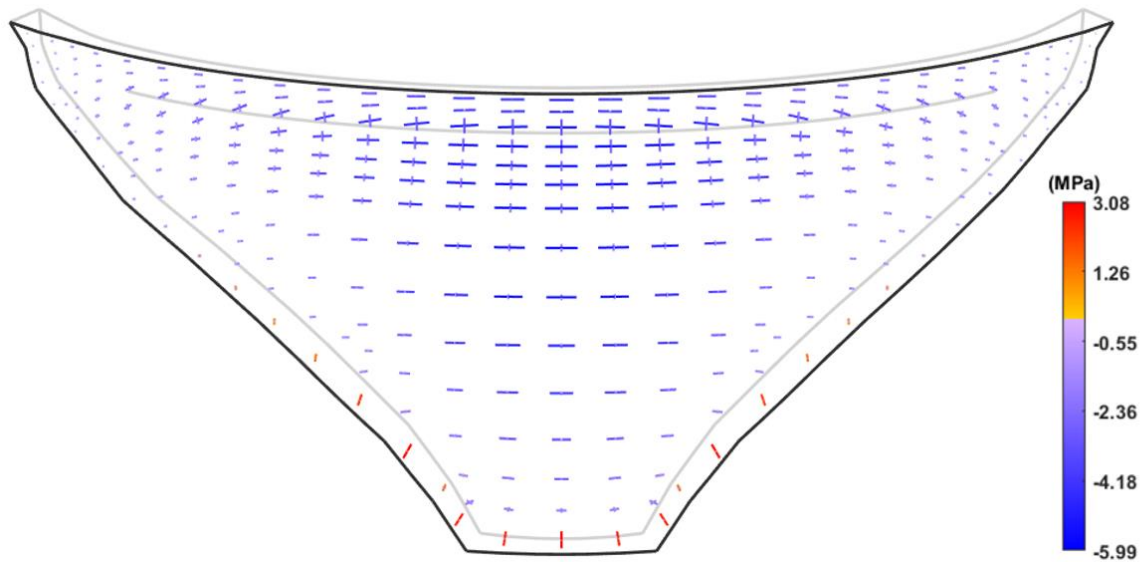
### 5.4.1 Deslocamentos radiais (PP+PH297)



**Figura 5.8** - Deslocamentos radiais, devido à ação conjunta do peso próprio e da pressão hidrostática para a água à cota do coroamento.

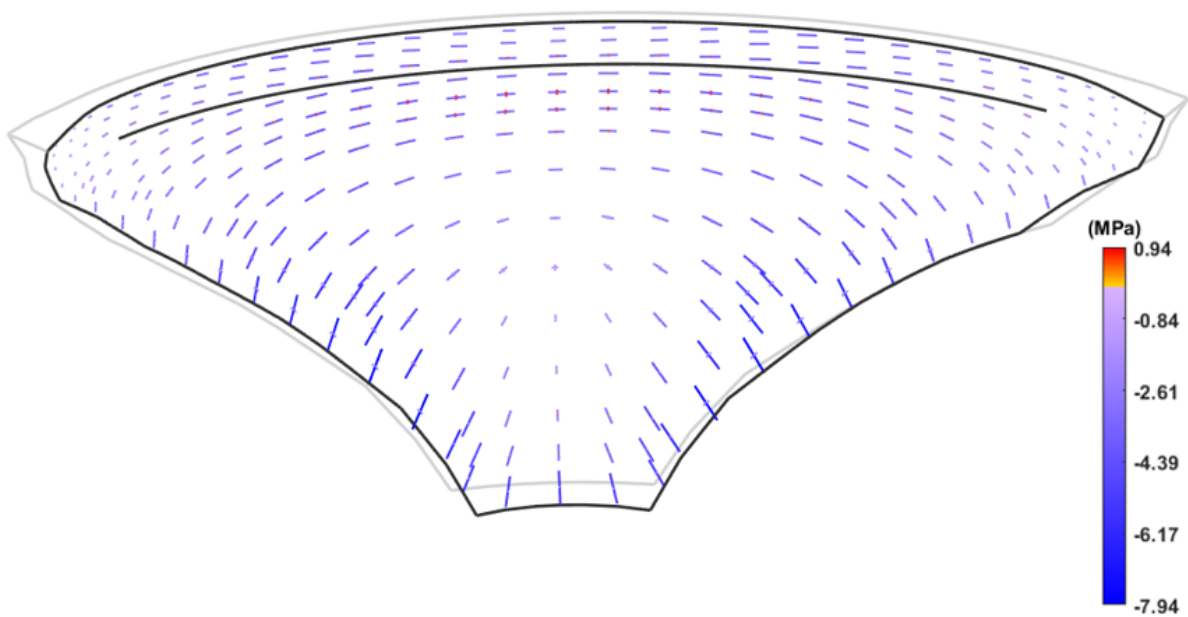
#### 5.4.2 Tensões Principais (PP+PH297)

##### Face de montante



**Figura 5.9** – Tensões Principais na face de montante, devido à ação conjunta do peso próprio e da pressão hidrostática para a água à cota do coroamento.

##### Face de jusante



**Figura 5.10** - Tensões Principais na face de jusante, devido à ação conjunta do peso próprio e da pressão hidrostática para a água à cota do coroamento.

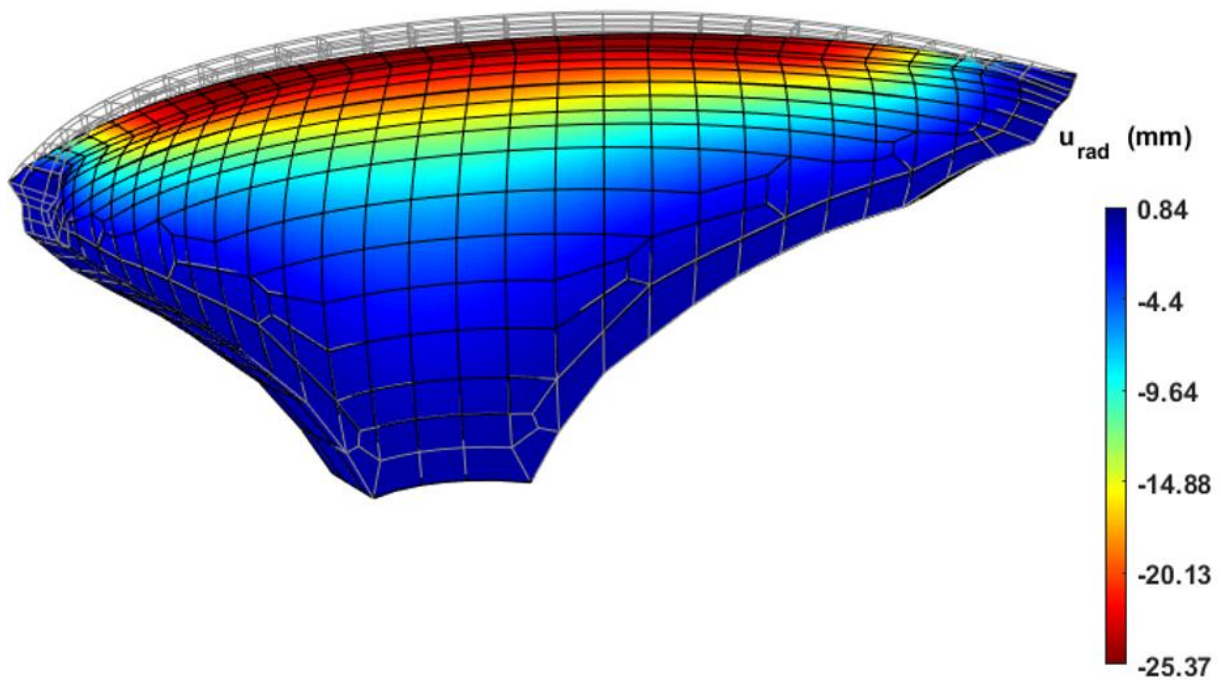
## 5.5 Comportamento da barragem devido a uma variação da temperatura (arrefecimento Verão-Inverno)

De modo a conseguir simular a ação da variação térmica no modelo, inicialmente procedeu-se à recolha dos dados necessários para determinar a temperatura nas faces da barragem (montante e jusante). Uma vez que, ao longo de um ano, a variação da temperatura pode ser caracterizada por uma onda sinusoidal, foram calculadas as ondas térmicas anuais para cada ponto de ambos os paramentos da barragem, a partir das observações diárias ao longo de um ano. De notar que foi tida em conta a variação de temperatura da água, consoante a profundidade, do lado de montante, uma vez que esta influencia a temperatura da superfície da barragem.

Para avaliar o comportamento estrutural da barragem é necessário conhecer a sua temperatura interna. Deste modo, utilizando o programa *Temper3D* (Oliveira, 2000), para análise térmica de barragens pelo MEF, e considerando as ondas térmicas anuais estimadas para ambas as faces da barragem, foram calculadas as ondas térmicas anuais para os nós interiores da malha de elementos finitos. De seguida, com o módulo MEF do programa *DamSafe3.0*, calcularam-se os deslocamentos devidos a variações de temperatura. Foi analisada uma situação de arrefecimento (Verão-Inverno). De notar que, quando é referida a análise na época de arrefecimento, esta é realizada no período entre a época de temperatura máxima no Verão e a época de temperatura mínima no Inverno.

Analisando a resposta estrutural calculada para a referida variação térmica, verifica-se que a barragem tem um deslocamento máximo para jusante ao nível do coroamento, com um valor na ordem dos 25 mm (Figura 5.11), como seria de esperar, uma vez que na situação de arrefecimento ocorre uma contração dos arcos a que correspondem deslocamentos para jusante. Quanto às tensões principais, verifica-se que ocorrem trações em ambos os paramentos. Na face de montante (Figura 5.12) observa-se um valor máximo de tração de 5,6 MPa e na face de jusante (Figura 5.13) ocorre um valor máximo da ordem de 3,7 MPa.

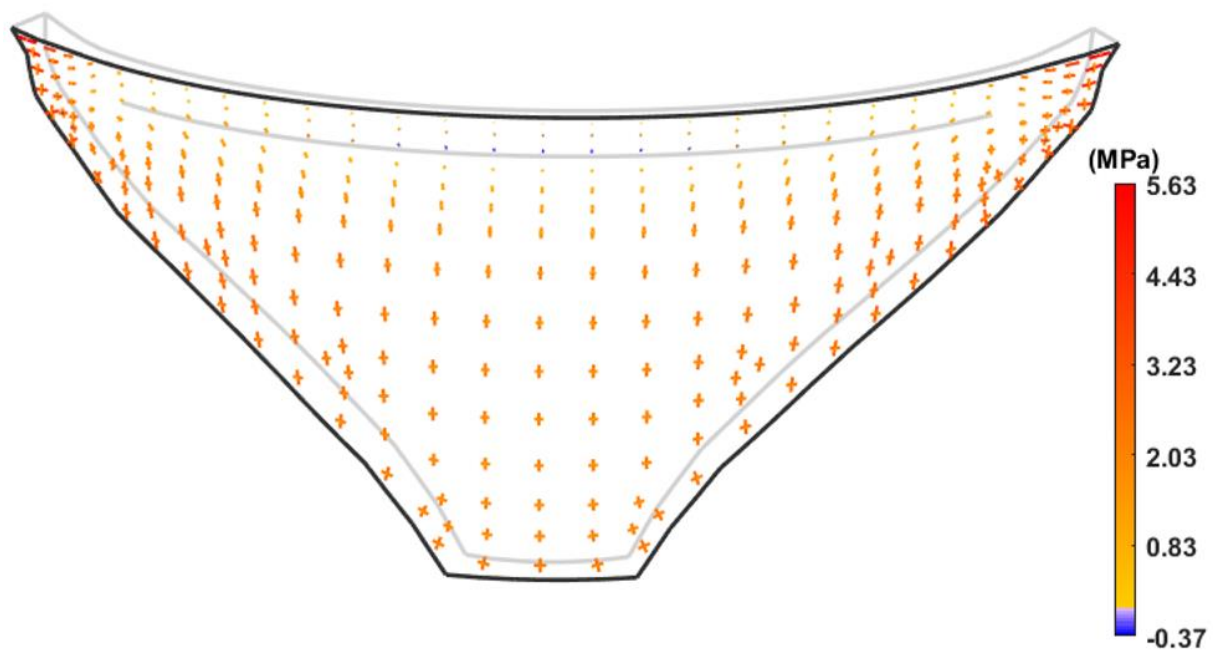
5.5.1 Deslocamentos radiais (VT)



**Figura 5.11** - Deslocamentos radiais, devido a um arrefecimento Verão-Inverno.

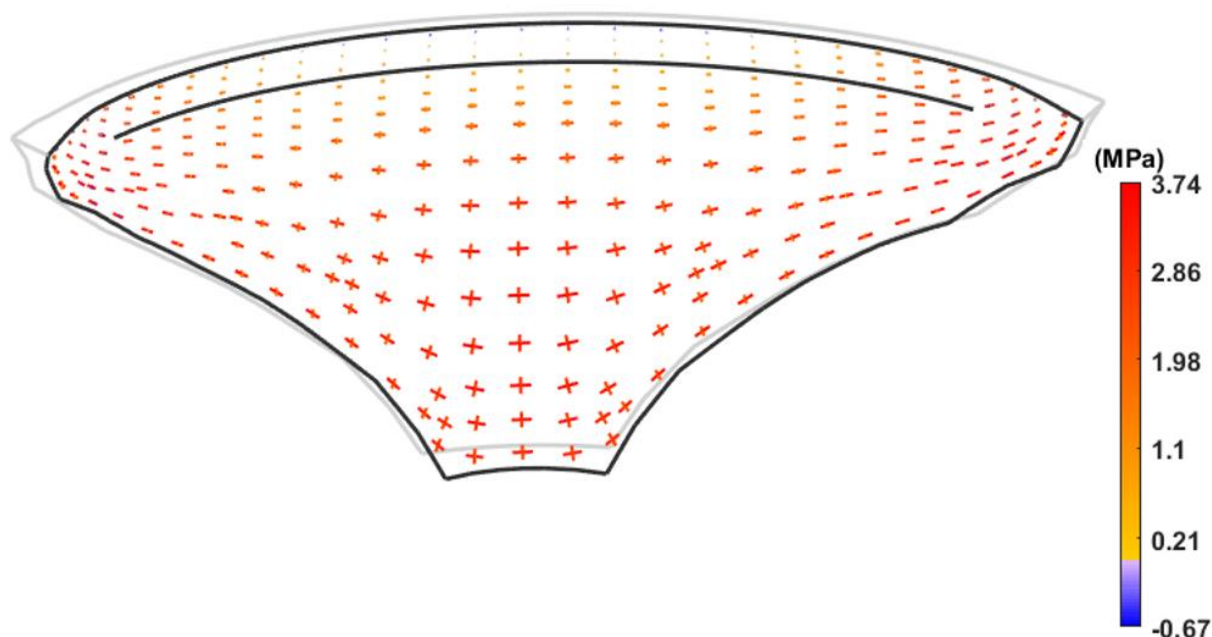
5.5.2 Tensões Principais (VT)

Face de montante



**Figura 5.12** - Tensões Principais na face de montante, devido a um arrefecimento Verão-Inverno.

### Face de jusante



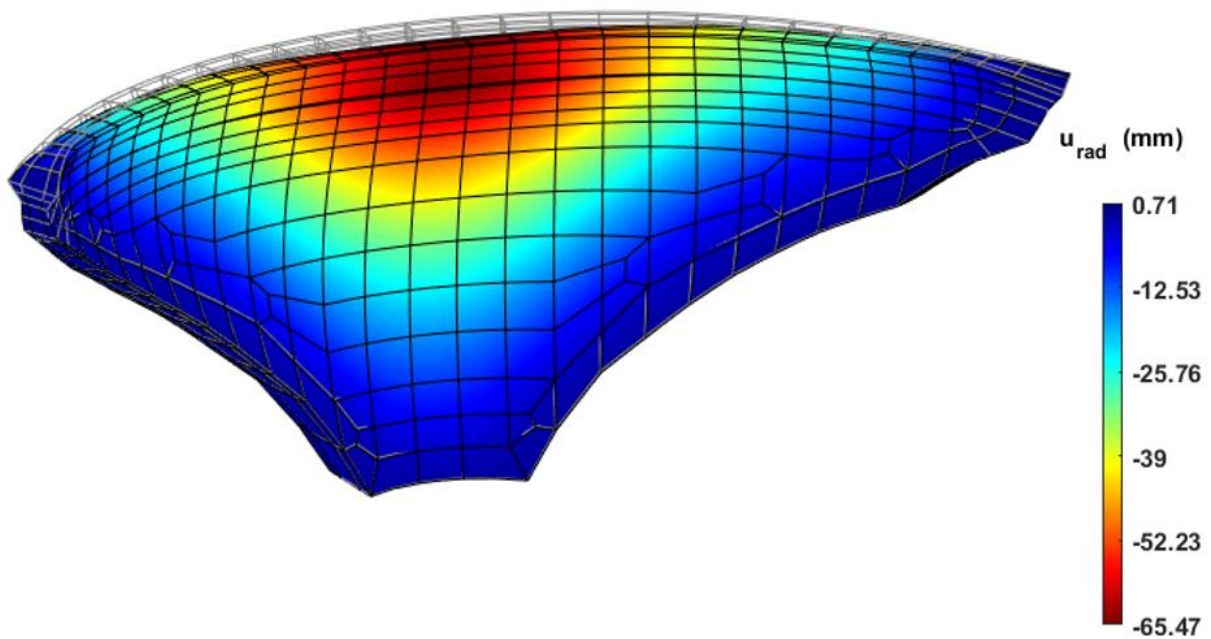
**Figura 5.13** - Tensões Principais na face de jusante, devido a um arrefecimento Verão-Inverno.

## **5.6 Comportamento da barragem devido à ação combinada das principais ações (PP+PH297+ VT<sub>arref</sub>)**

Nesta análise consideram-se as principais ações envolvidas no comportamento estático da barragem: peso próprio (PP), pressão hidrostática (PH297) e variação de temperatura (VT) correspondente a um arrefecimento Verão-Inverno.

Como se pode observar na malha deformada (Figura 5.14), para esta combinação o deslocamento máximo surge na zona da fenda, com um valor da ordem de 65 mm para jusante. Relativamente às tensões principais, verifica-se que, na face de montante (Figura 5.15), o valor máximo da tensão de compressão é de 6 MPa na zona central superior segundo os arcos, e ocorrem tensões de tração máximas da ordem de 5,6 MPa junto à inserção. Na face de jusante (Figura 5.16) ocorrem tensões de compressão na zona do coroamento e junto à fundação, apresentando um valor máximo de aproximadamente 6 MPa na zona dos rins na direção normal à inserção. Quanto às tensões de tração o valor máximo que ocorre é da ordem de 4 MPa.

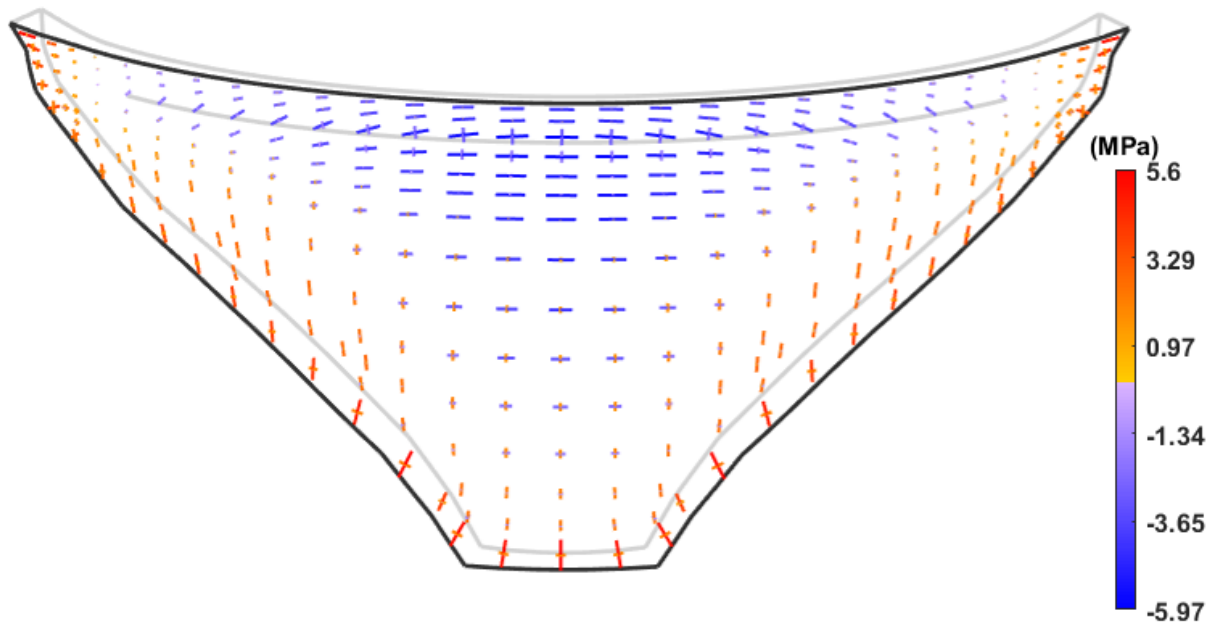
5.6.1 Deslocamentos radiais (PP+PH297+ VT<sub>arref</sub>)



**Figura 5.14** - Deslocamentos radiais, devido à combinação de todas as ações (PP+PH297+VT<sub>arref</sub>).

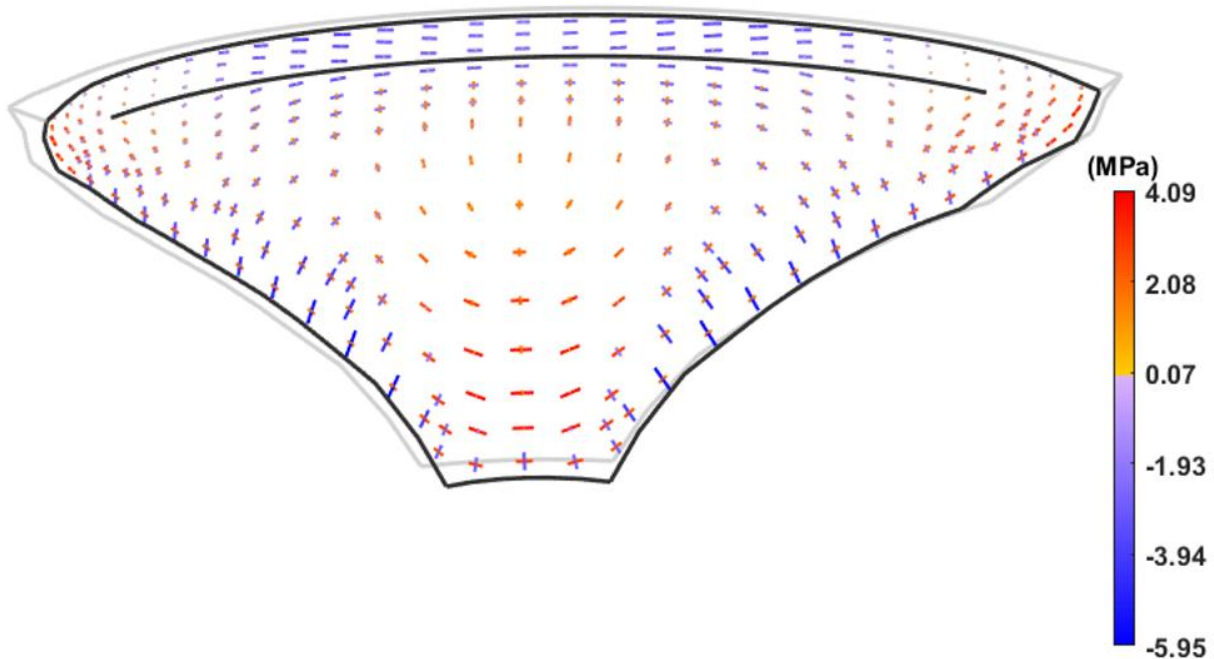
5.6.2 Tensões Principais (PP+PH297+ VT<sub>arref</sub>)

Face de montante



**Figura 5.15** – Tensões Principais na face de montante, devido à combinação de todas as ações (PP+PH297+ VT<sub>arref</sub>).

### Face de jusante



**Figura 5.16** - Tensões Principais na face de jusante, devido à combinação de todas as ações (PP+PH297+ VT<sub>arref</sub>).

## **5.7 Calibração do modelo numérico, recorrendo a observações de fios de prumo e métodos geodésicos. Comparação de resultados MEF/MSE**

Neste ponto pretende-se mostrar que o modelo numérico adotado, com a fenda à cota 285 m com uma profundidade de  $\frac{3}{4}$  da espessura a partir de jusante, está bem calibrado, ou seja, com este modelo numérico é possível simular o comportamento observado em obra, nomeadamente, em termos de deslocamentos medidos com fios de prumo e com métodos geodésicos.

Desta forma, utilizando os módulos MEF e MSE do programa *DamSafe3.0*, os resultados do modelo de elementos finitos (MEF) são comparados com os resultados observados, após aplicação do seguinte modelo de separação de efeitos (MSE):

- Efeito elástico do nível (EEN) representado por uma curva definida por uma função exponencial do tipo  $a_1(e^{h/20} - 1) + a_2(e^{h/15} - 1)$ ;

- Efeito elástico da temperatura (EET) representado por uma curva proporcional à temperatura do ar com uma defasagem correspondente a um atraso 22 dias, ou seja do tipo  $b. T(t - 22)$ ;
- Efeito viscoelástico do nível (fluência associada à pressão hidrostática) simulado com base na aplicação de coeficientes de fluência à resposta elástica correspondente à história do nível discretizada mensalmente em patamares constantes, e admitindo para o betão uma lei de fluência de *Bazant e Panula* com  $E_0 = 25 \text{ GPa}$ ,  $\varphi_1 = 2,64$ ,  $\beta = 0,042$ ,  $m = 0,441$ ,  $n = 0,168$ ;
- Efeito de fluência associado ao peso próprio estimado com base na aplicação de coeficientes de fluência aos deslocamentos elásticos calculados pelo MEF para a ação do peso próprio (na análise de deslocamentos horizontais esta parcela pode ser desprezável, como foi o caso);
- Efeito do tempo devido a expansões dado por uma curva do tipo sigmóide dada pela expressão  $c \times \left(1 - e^{-t^n/\beta}\right)$ , com  $\beta = t_{hs}^n \times n / (n - 1)$ , sendo  $n = 3,258$  e  $t_{hs}^n = 15000$  dias.

Comparam-se resultados em termos de linhas de influência correspondentes ao efeito elástico do nível e ao efeito elástico das variações de temperatura anuais e em termos de deformadas globais para a pressão hidrostática e para a variação de temperatura correspondente a uma situação de arrefecimento Verão-Inverno.

A validação do modelo numérico teve em conta os resultados obtidos por fios de prumo e pela geodesia, em diversos pontos da barragem.

Na Figura 5.17 é possível verificar que o deslocamento radial medido no topo do bloco DE, com fio de prumo e por geodesia, é coerente com o deslocamento calculado numericamente com o referido MEF com fenda. A análise da história do deslocamento radial medido com fio de prumo, entre 1965 e 2017, no bloco DE à cota 294,6 m, foi efetuada com o módulo de separação de efeitos (MSE) do *DamSafe3.0* e os resultados apresentam-se na Figura 5.17a. Nesta figura pode-se verificar um bom ajuste entre a curva correspondente ao MSE e os valores observados, assim como, um bom acordo MSE/MEF para o efeito elástico do nível e para o efeito elástico da temperatura, o que significa, como referido, que o MEF com fenda está bem calibrado, permitindo simular adequadamente o comportamento observado em termos de deslocamento radial no ponto em análise. Uma conclusão idêntica pode ser obtida para os resultados observados por geodesia (Figura 5.17b) no mesmo ponto (marca geodésica DE 295).

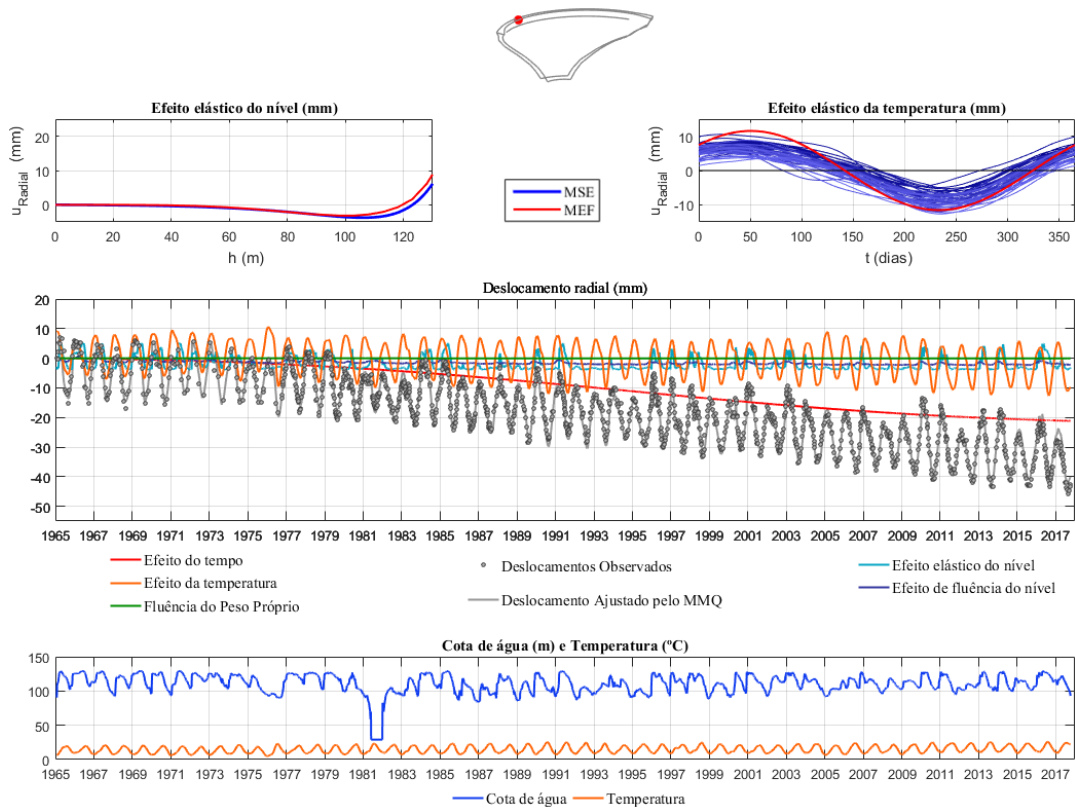
Para mostrar a importância de considerar a fenda no MEF, apresenta-se na Figura 5.18 a comparação dos resultados observados no topo do bloco DE com os calculados numericamente com o MEF sem fenda. Como se pode verificar, não se obtém um bom acerto, em termos das linhas de influência correspondentes ao efeito elástico do nível, o que significa que é importante considerar a fenda no MEF.

Na Figura 5.19 e na Figura 5.20 apresentam-se resultados idênticos aos anteriores, mas agora referentes à análise do deslocamento radial no topo do bloco RS. Neste caso não é tão notório o melhor acerto entre os resultados observados e os obtidos com o modelo com fenda. Na realidade, a resposta à pressão hidrostática obtida numericamente considerando a fenda, é ligeiramente inferior à identificada por separação de efeitos, enquanto a resposta calculada sem fenda é ligeiramente superior. Isto indica que, nesta zona do bloco RS, será de admitir que a fenda não será tão profunda, o que poderá ser considerado em futuras análises.

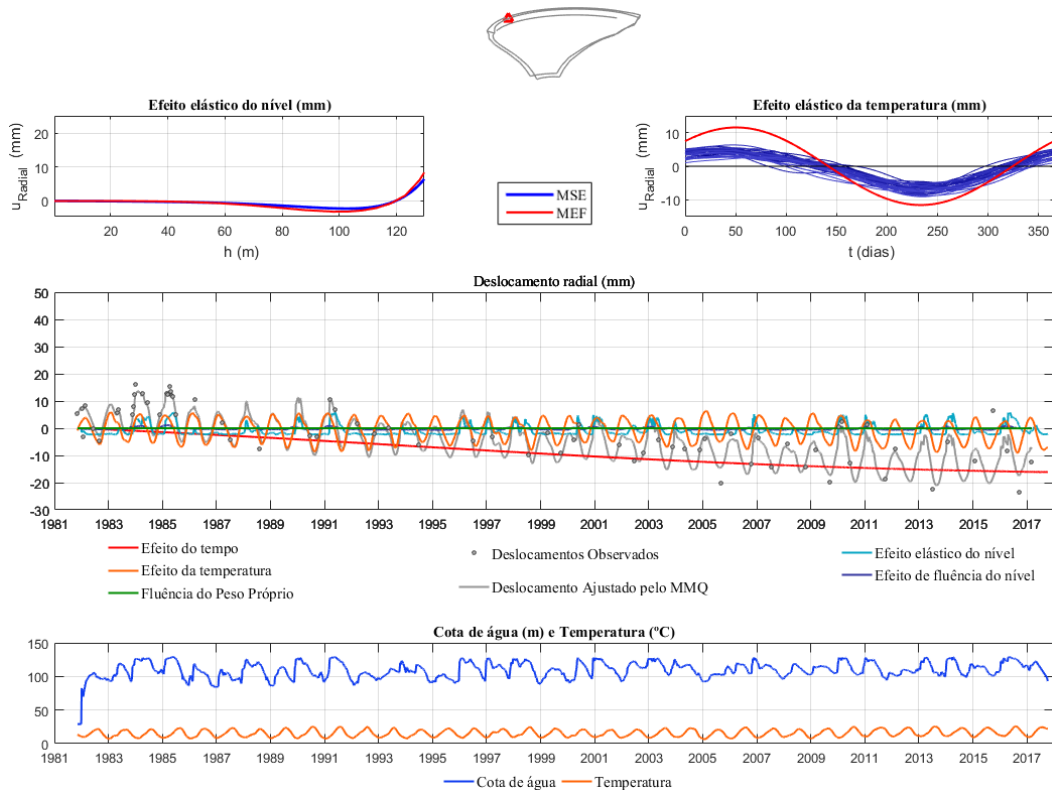
Na Figura 5.21 e na Figura 5.22 apresentam-se resultados referentes à análise do deslocamento radial no ponto central do coroamento (topo do bloco central KL) observado por geodesia e no ponto do mesmo bloco KL à cota 280 m, sob a fenda. Nestas figuras verifica-se que se obtém um excelente acerto quando se considera o MEF com fenda, não se conseguindo um acerto tão bom para o MEF sem fenda. Por esta razão, pode-se concluir que a melhor opção é adotar como modelo de elementos finitos de referência o MEF com fenda.

Na Figura 5.23 e na Figura 5.24 mostra-se, em termos de deformadas globais para a pressão hidrostática na situação de albufeira cheia, que os resultados do MEF com fenda, acertam melhor com os resultados da separação de efeitos, do que os resultados do MEF sem fenda. Em particular, no ponto central do coroamento, onde foi colocada a antena GNSS, o acerto é significativamente melhor quando se utiliza um modelo com fenda.

(a) Aplicação dos MSE nos deslocamentos observados por fios de prumo. Modelo **com** fenda.

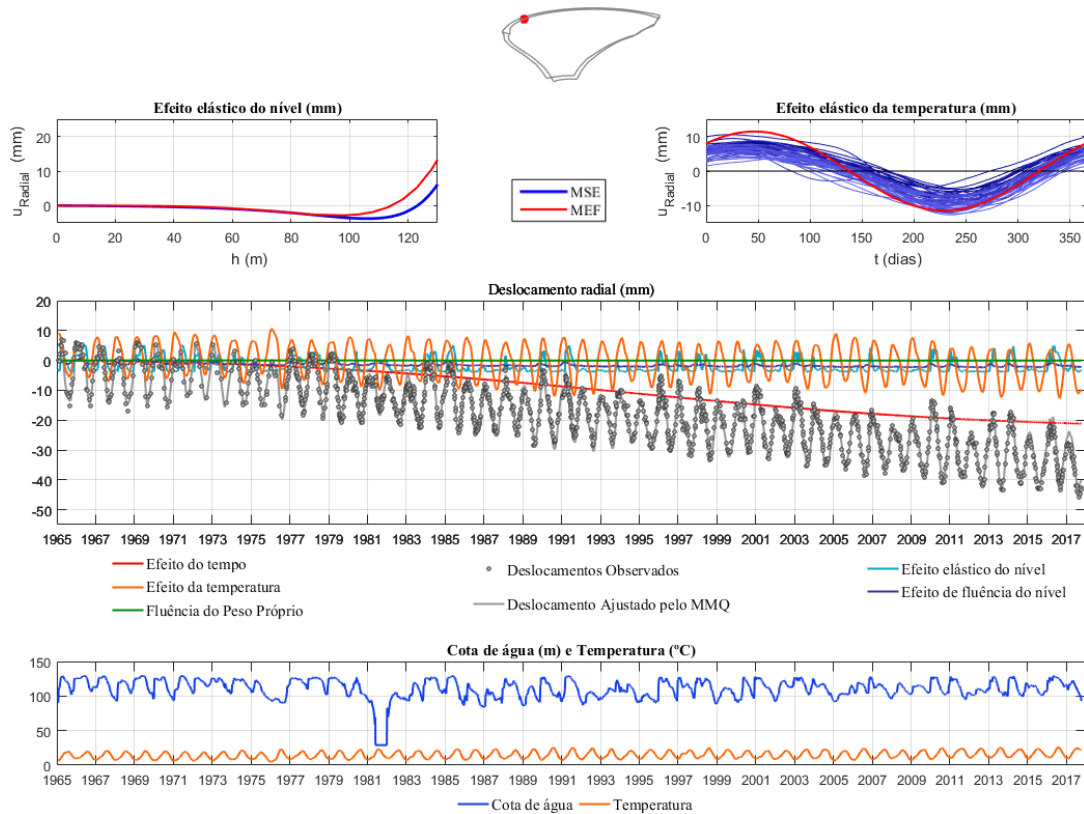


(b) Aplicação dos MSE nos deslocamentos observados pela geodesia. Modelo **com** fenda.

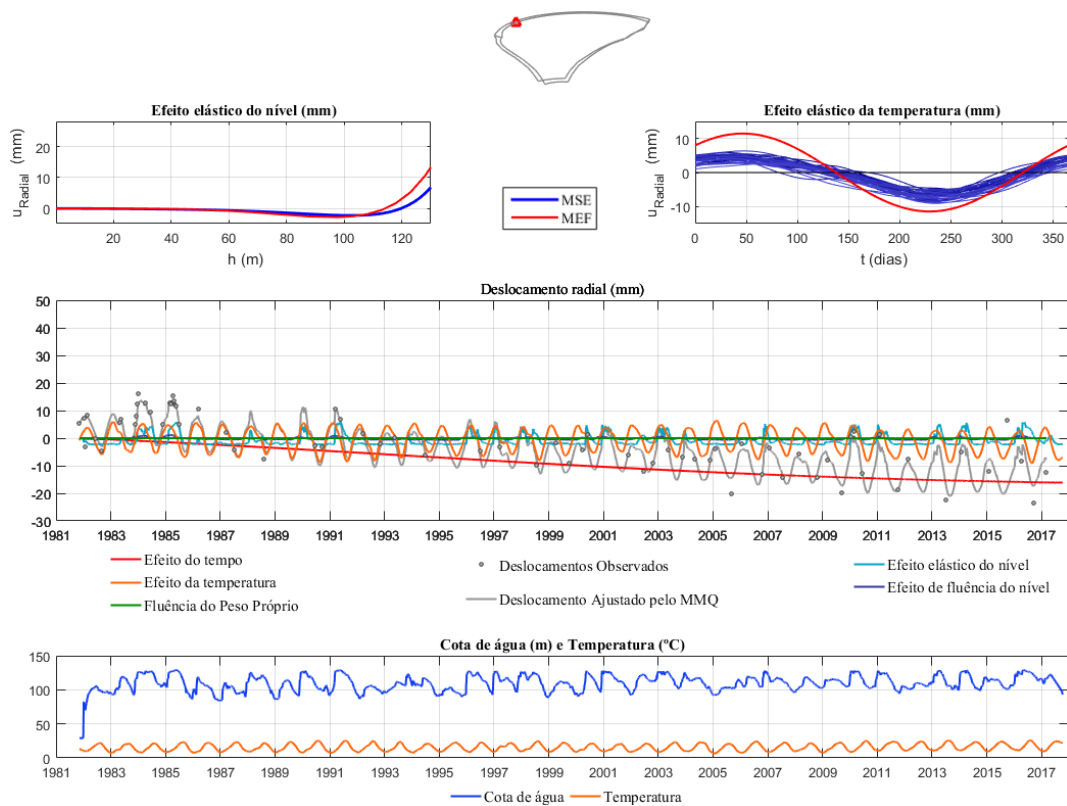


**Figura 5.17** – Análise e comparação do deslocamento radial no topo do bloco DE observado com um modelo de separação de efeitos e calculado com um modelo de elementos finitos com fenda. Resultados obtidos por fios de prumo (a) e por geodesia (b).

(a) Aplicação dos MSE nos deslocamentos observados por fios de prumo. Modelo **sem** fenda.

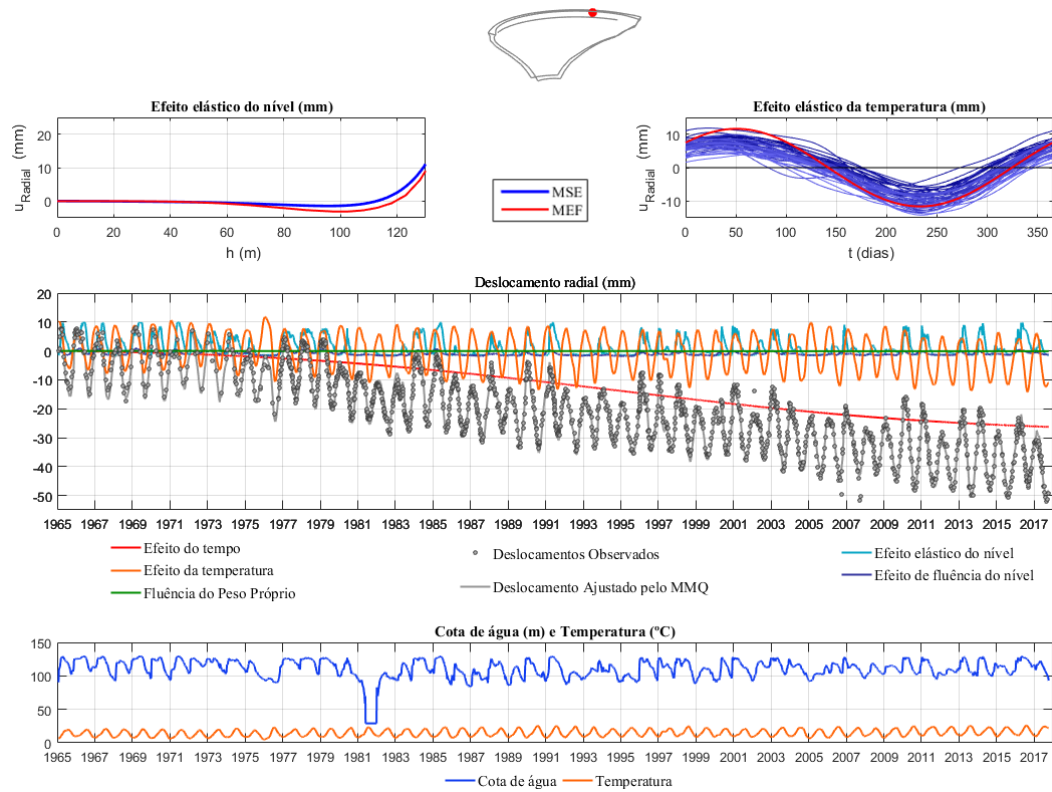


(b) Aplicação dos MSE nos deslocamentos observados pela geodesia. Modelo **sem** fenda.

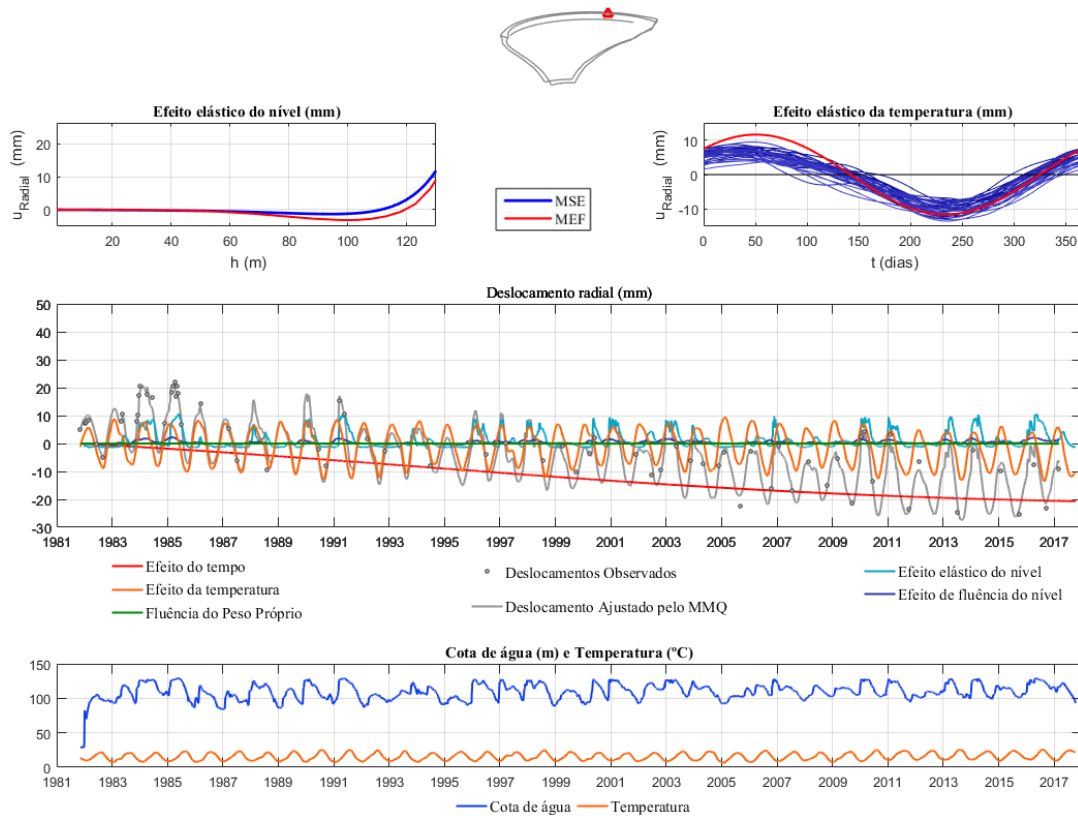


**Figura 5.18** - Análise e comparação do deslocamento radial no topo do bloco DE observado com um modelo de separação de efeitos e calculado com um modelo de elementos finitos sem fenda. Resultados obtidos por fios de prumo (a) e por geodesia (b).

(a) Aplicação dos MSE nos deslocamentos observados por fios de prumo. Modelo **com** fenda.

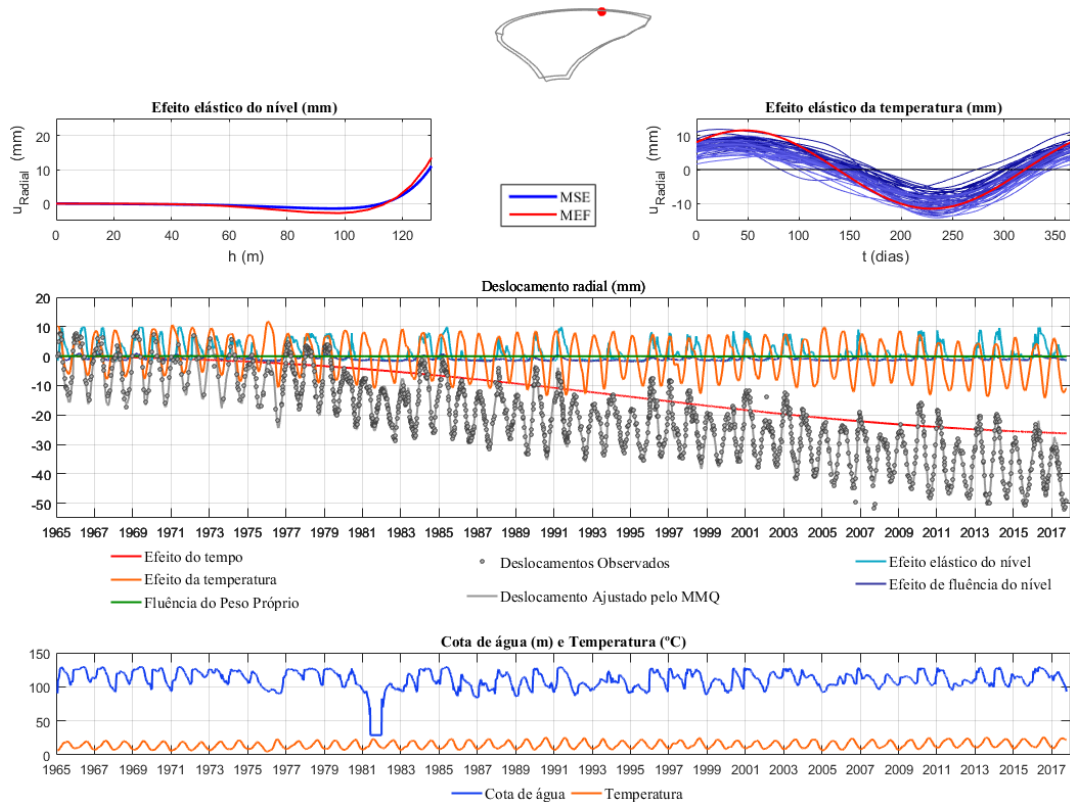


(b) Aplicação dos MSE nos deslocamentos observados por geodesia. Modelo **com** fenda.

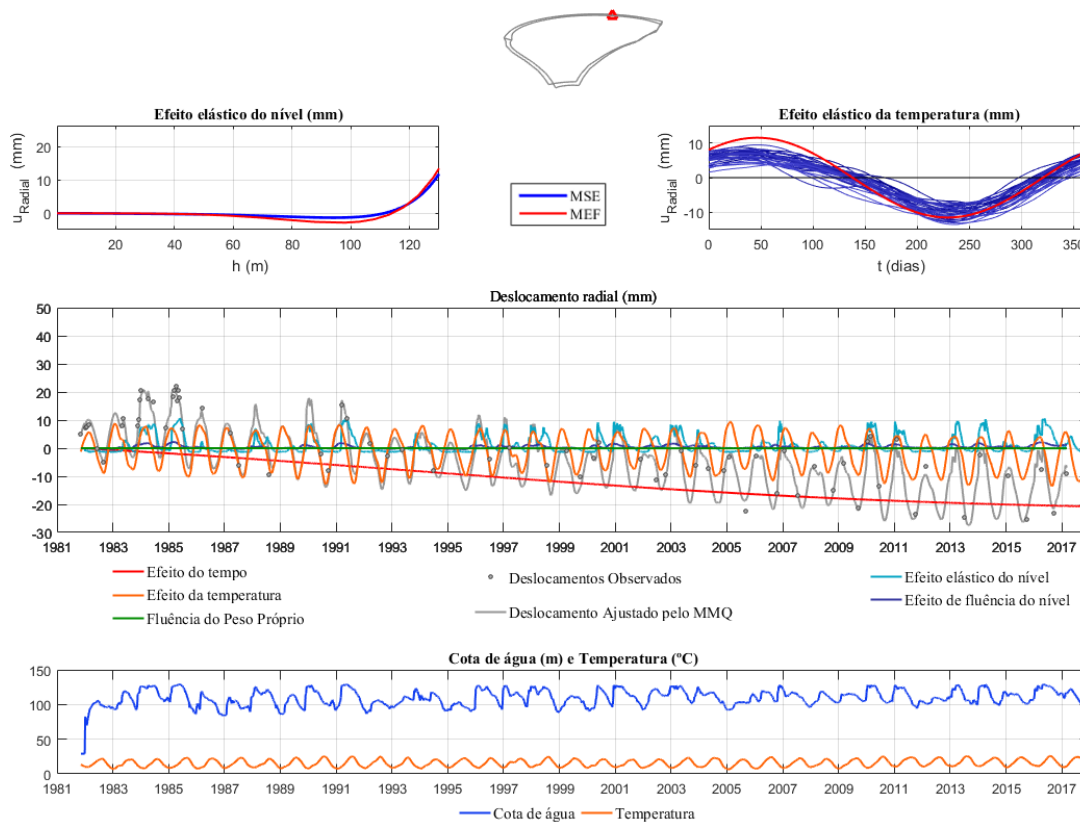


**Figura 5.19** - Análise e comparação do deslocamento radial no topo do bloco RS observado com um modelo de separação de efeitos e calculado com um modelo de elementos finitos com fenda. Resultados obtidos por fios de prumo (a) e por geodesia (b).

(a) Aplicação dos MSE nos deslocamentos observados por fios de prumo. Modelo **sem** fenda.

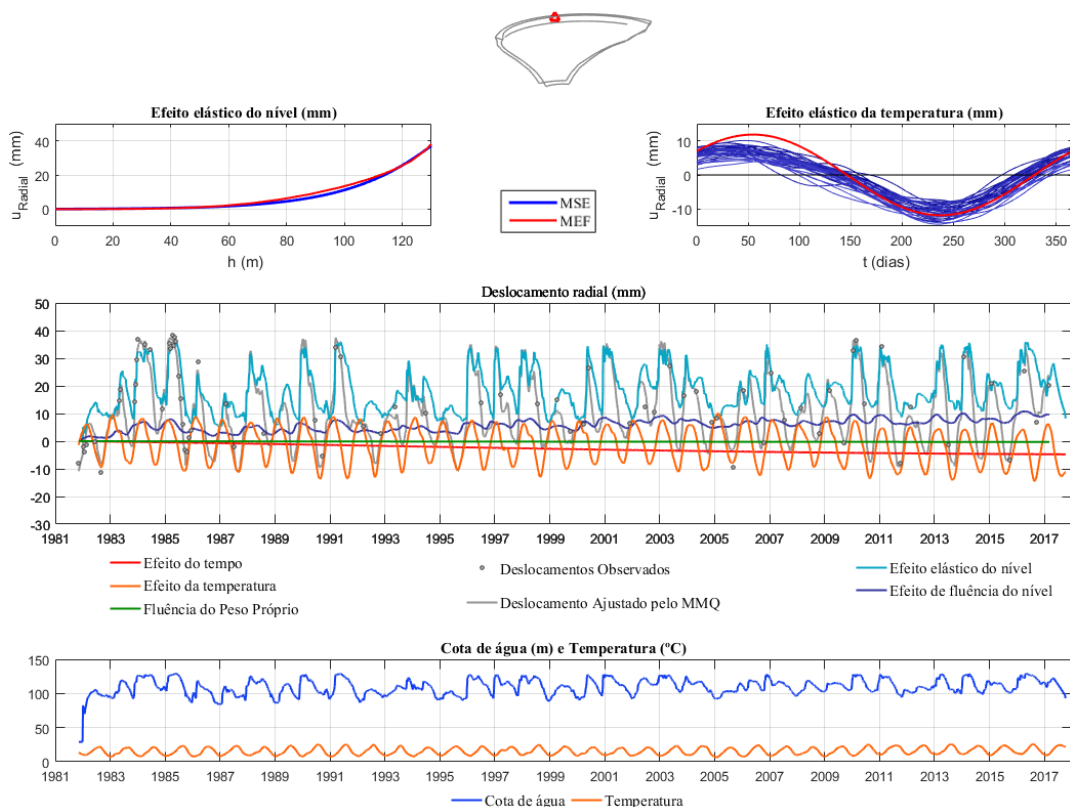


(b) Aplicação dos MSE nos deslocamentos observados por geodesia. Modelo **sem** fenda.

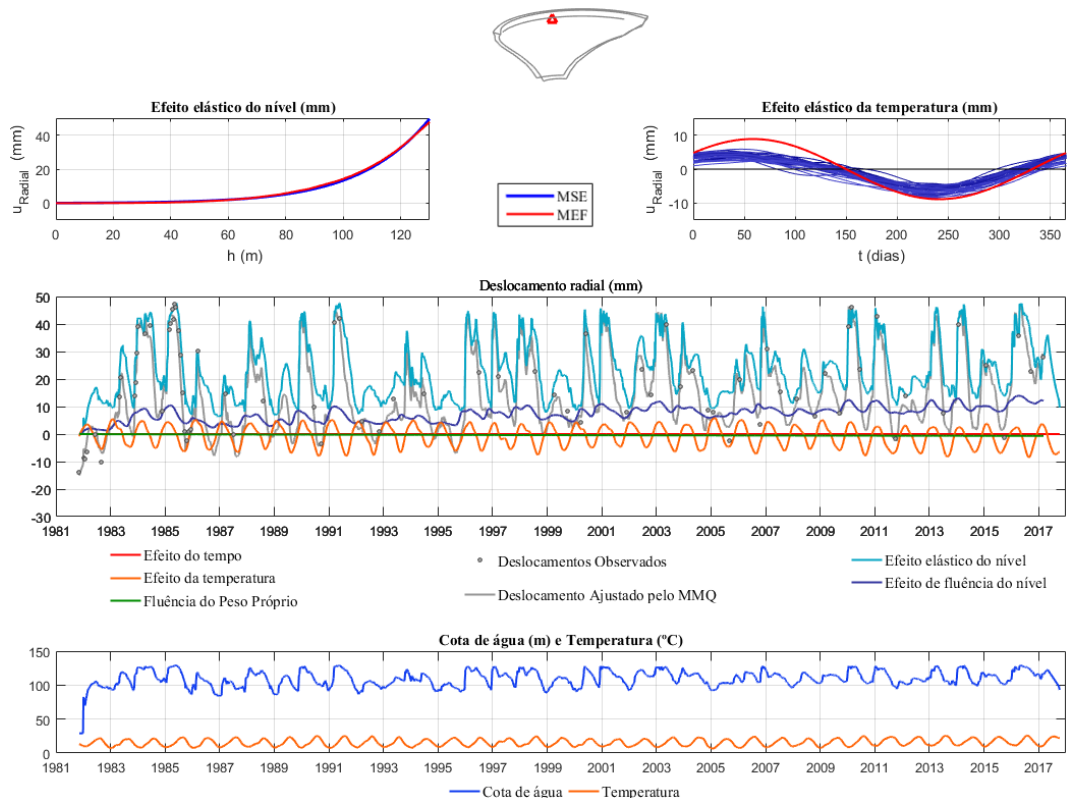


**Figura 5.20** - Análise e comparação do deslocamento radial no topo do bloco RS observado com um modelo de separação de efeitos e calculado com um modelo de elementos finitos sem fenda. Resultados obtidos por fios de prumo (a) e por geodesia (b).

(a) Aplicação dos MSE nos deslocamentos observados por geodesia (cota 295m). Modelo **com** fenda.

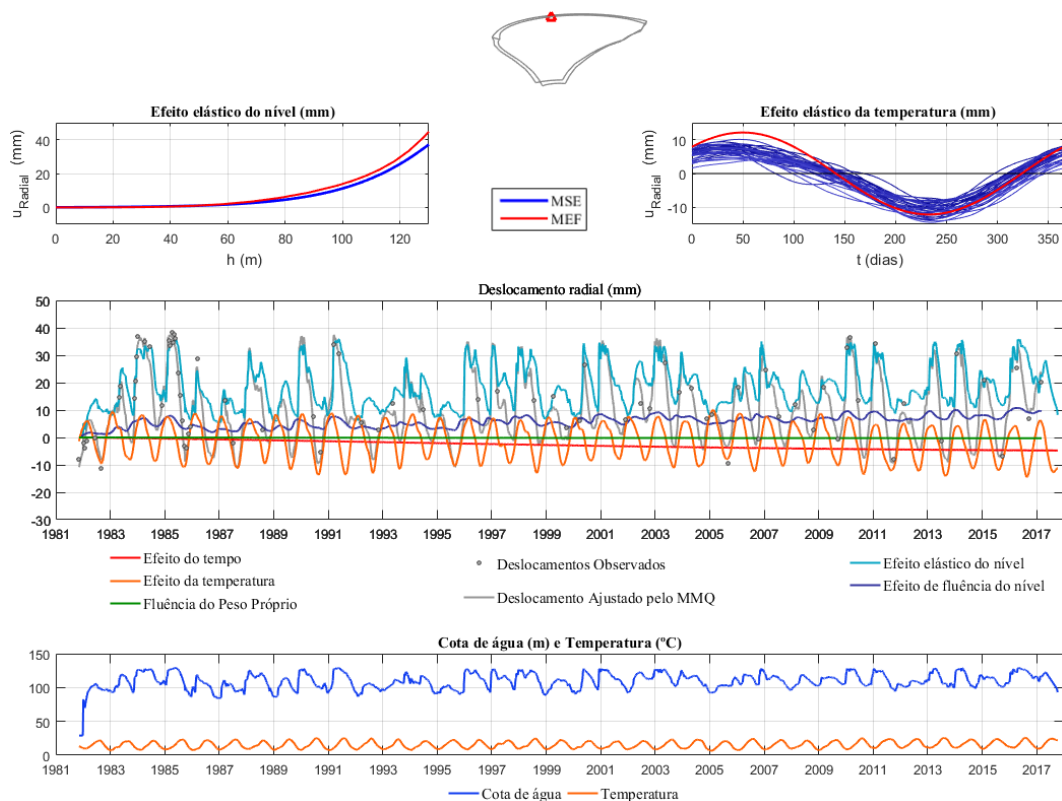


(b) Aplicação dos MSE nos deslocamentos observados por geodesia (cota 285m). Modelo **com** fenda.

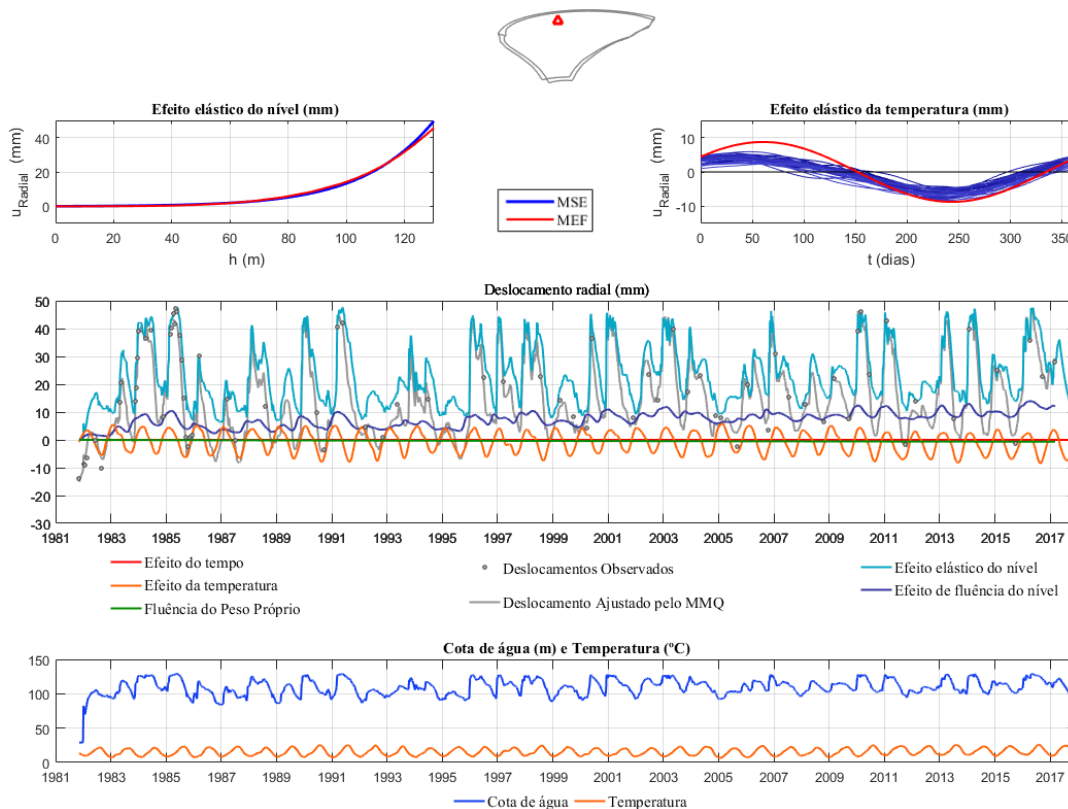


**Figura 5.21** - Análise e comparação do deslocamento radial na consola central observado com um modelo de separação de efeitos e calculado com um modelo de elementos finitos com fenda. Resultados obtidos por geodesia num ponto acima (a) e abaixo (b) da fenda.

(a) Aplicação dos MSE nos deslocamentos observados por geodesia (cota 295m). Modelo **sem** fenda.

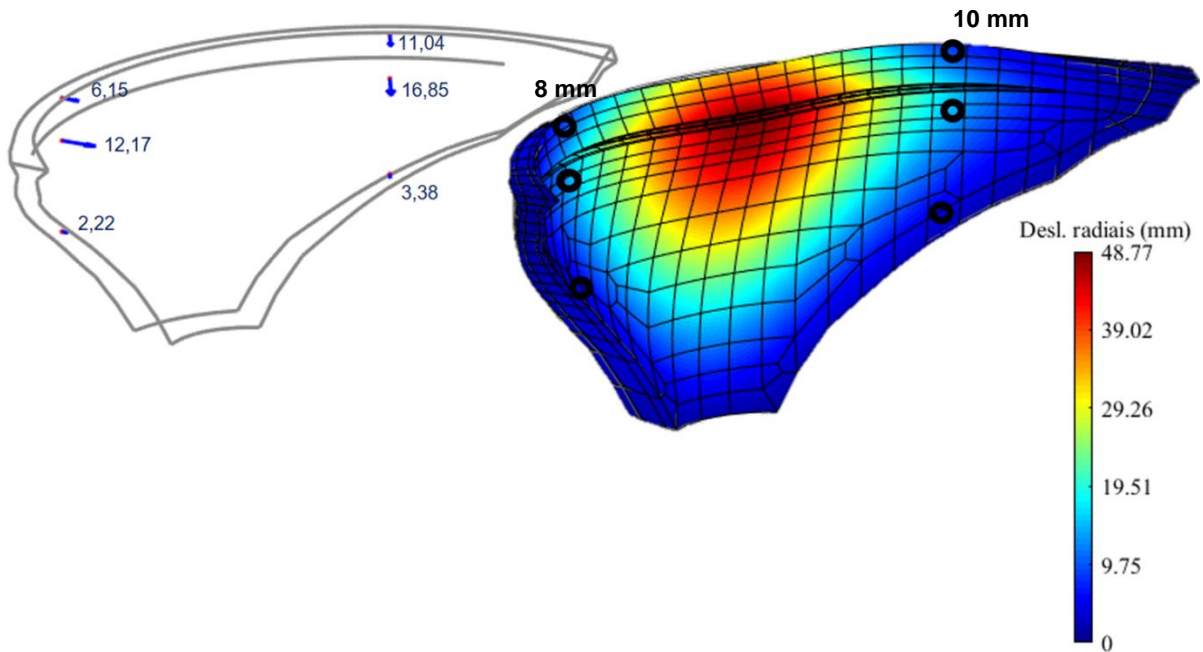


(b) Aplicação dos MSE nos deslocamentos observados por geodesia (cota 285m). Modelo **sem** fenda.

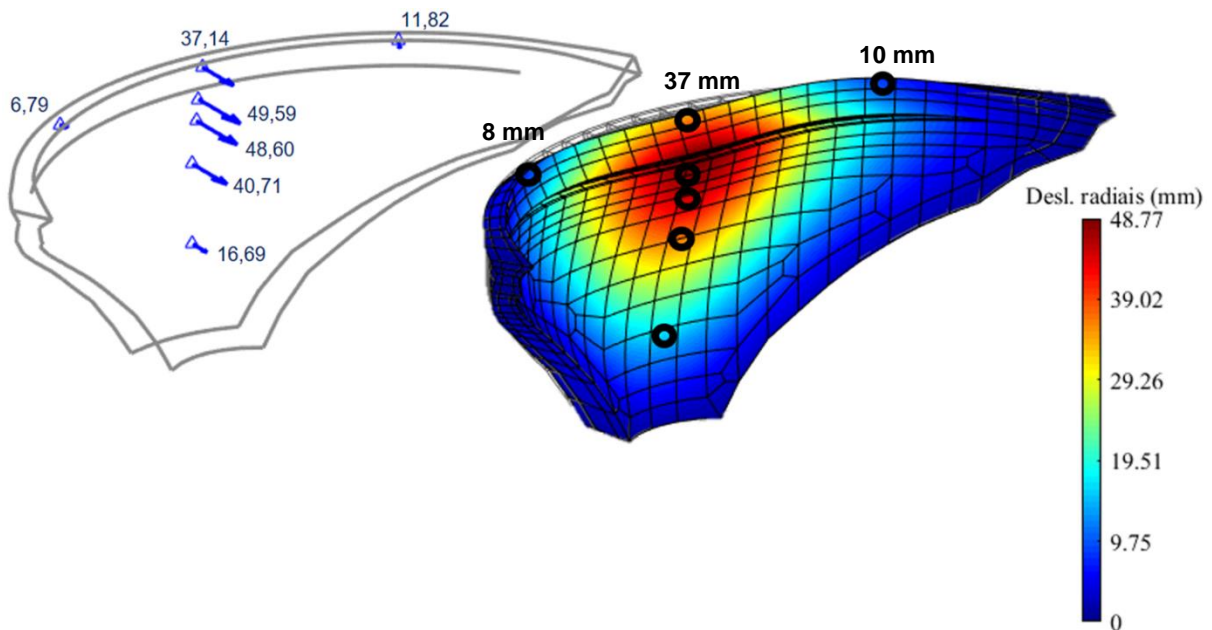


**Figura 5.22** - Análise e comparação do deslocamento radial na consola central observado com um modelo de separação de efeitos e calculado com um modelo de elementos finitos sem fenda. Resultados obtidos por geodesia num ponto acima (a) e abaixo (b) da localização da fenda.

(a) Fios de Prumo: Efeito elástico do nível. Modelo **com** fenda.

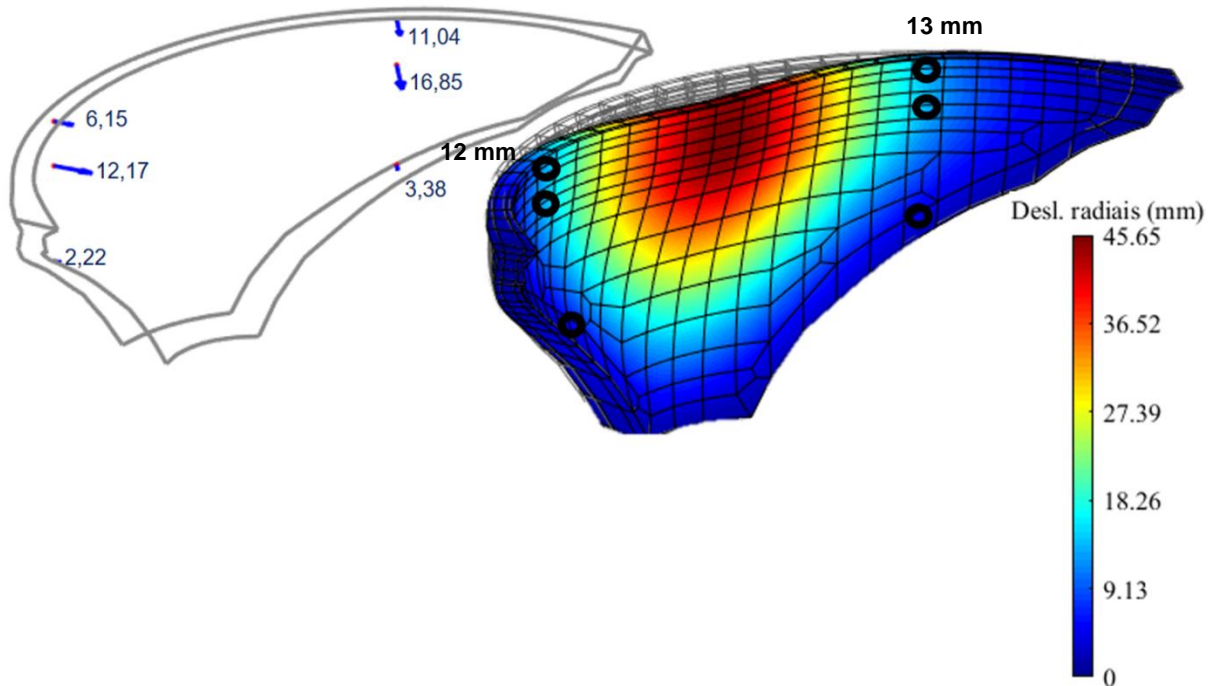


(b) Geodesia: Efeito elástico do nível. Modelo **com** fenda.

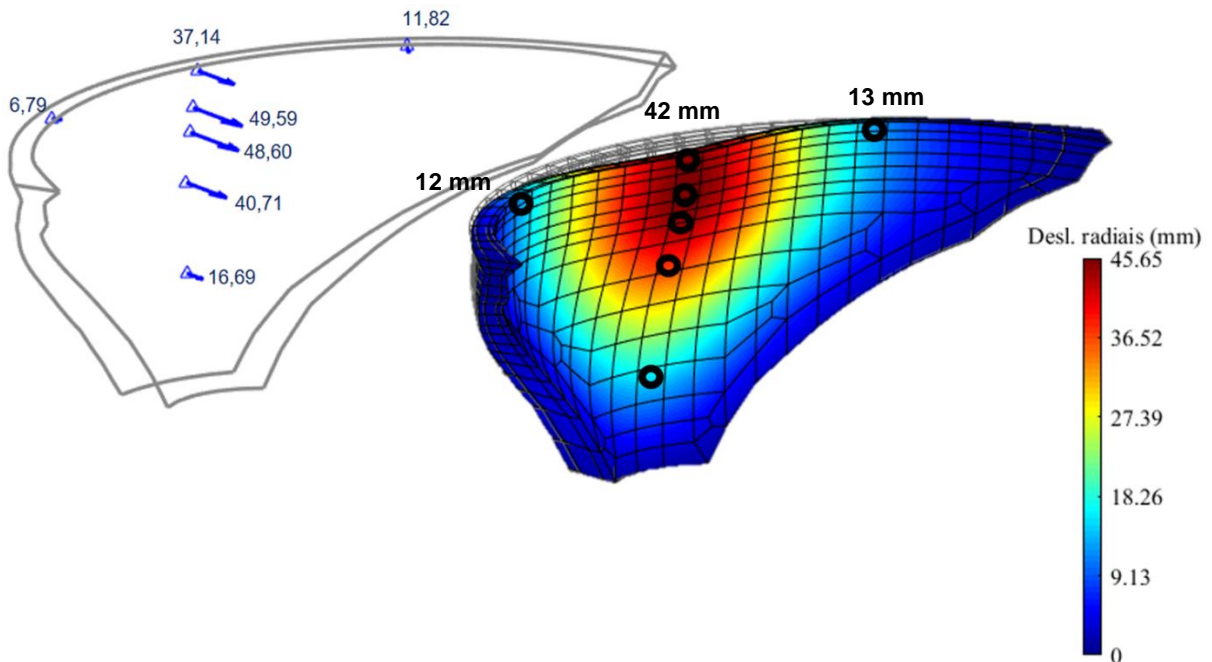


**Figura 5.23** – Deslocamentos radiais devidos à pressão hidrostática para a água à cota do coroamento. Comparação MSE-MEF, considerando a fenda no modelo numérico. (a) Resultados observados com fios de prumo. (b) Resultados observados por geodesia.

(a) Fios de Prumo: Efeito elástico do nível. Modelo **sem** fenda.



(b) Geodesia: Efeito elástico do nível. Modelo **sem** fenda.



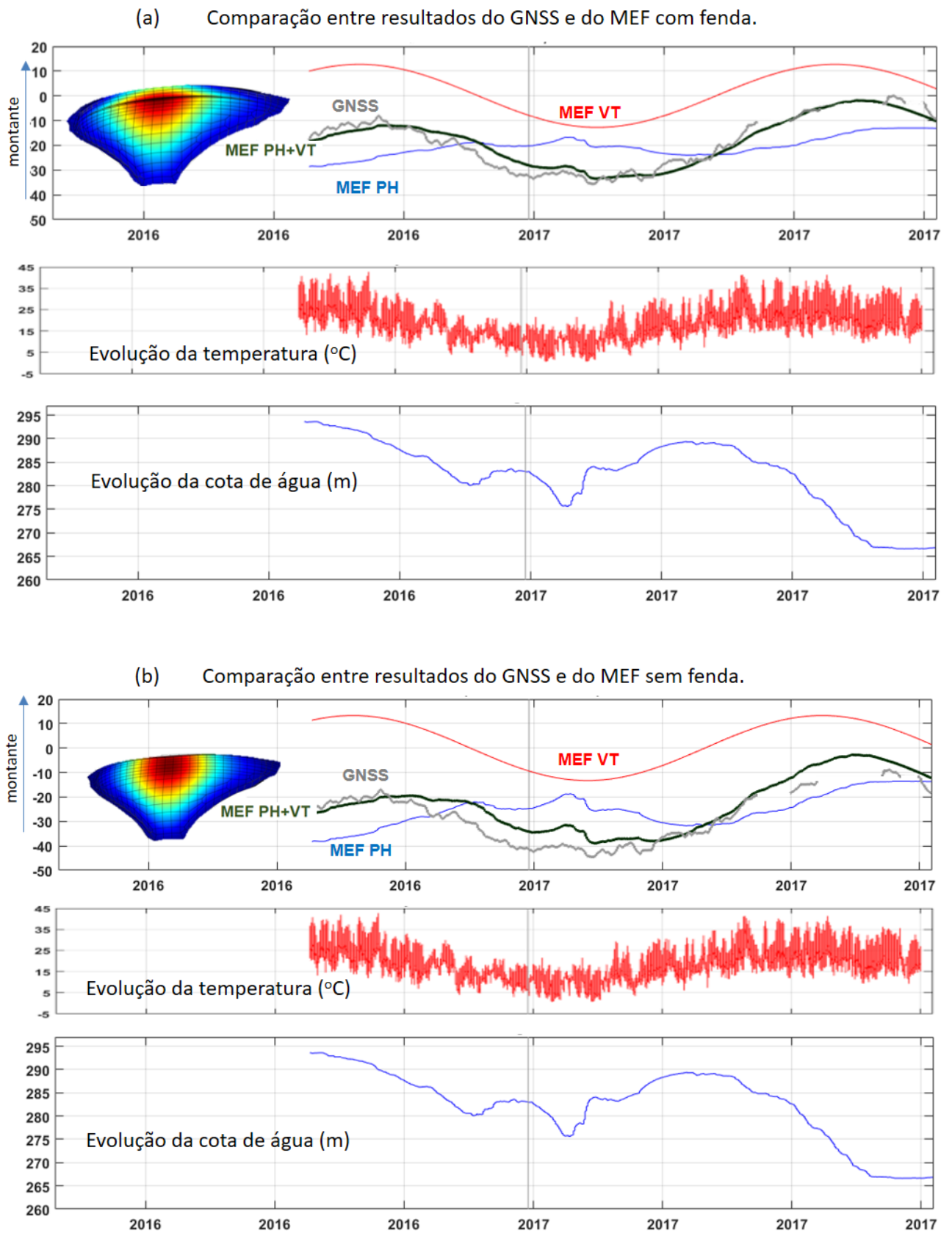
**Figura 5.24** - Deslocamentos radiais devidos à pressão hidrostática para a água à cota do coroamento. Comparação MSE-MEF, considerando um modelo numérico sem fenda. (a) Resultados observados com fios de prumo. (b) Resultados observados por geodesia.

## 5.8 Análise do comportamento da barragem. Comparação entre resultados numéricos e resultados observados com GNSS

Após a definição do MEF de referência (modelo com fenda até 3/4 da espessura), calibrado com base nos resultados observados com fios de prumo e por geodesia, apresenta-se neste ponto a comparação dos deslocamentos radiais obtidos por GNSS (no topo da consola central) no período de 14 de julho de 2016 até 10 de novembro de 2017, com os correspondentes deslocamentos obtidos numericamente com o MEF de referência. Desta forma será possível validar os resultados obtidos com o GNSS. Os cálculos com o MEF de referência foram efetuados utilizando o programa *DamSafe3.0*, tendo-se considerado exatamente a evolução da cota de água observada no mesmo período. Quanto ao efeito da variação térmica optou-se por um cálculo aproximado com base numa onda térmica harmónica de período anual, ou seja, não se consideraram exatamente as temperaturas reais registadas no período em análise.

Os resultados apresentados na Figura 5.25a referentes à evolução do deslocamento radial no topo da consola central, entre julho de 2016 e novembro de 2017, mostram um bom acordo entre os resultados do GNSS e os obtidos com o MEF de referência. Verifica-se um andamento semelhante entre a curva calculada com o MEF de referência (verde escuro) e a curva medida com o GNSS (curva a cinzento, correspondente à aplicação de um filtro de médias móveis, utilizando médias de 24 horas). Pontualmente ocorrem algumas diferenças entre a curva calculada e observada por GNSS, sendo a máxima diferença, da ordem de 5 mm, devida ao facto de no modelo numérico se terem considerado as simplificações atrás referidas relativamente à simulação da resposta térmica. Este bom acordo entre os resultados observados pelo GNSS e os previstos com o MEF de referência (com fenda), permite concluir, como se pretendia, que os resultados de GNSS na barragem do Cabril, correspondentes a valores médios diários, são fiáveis.

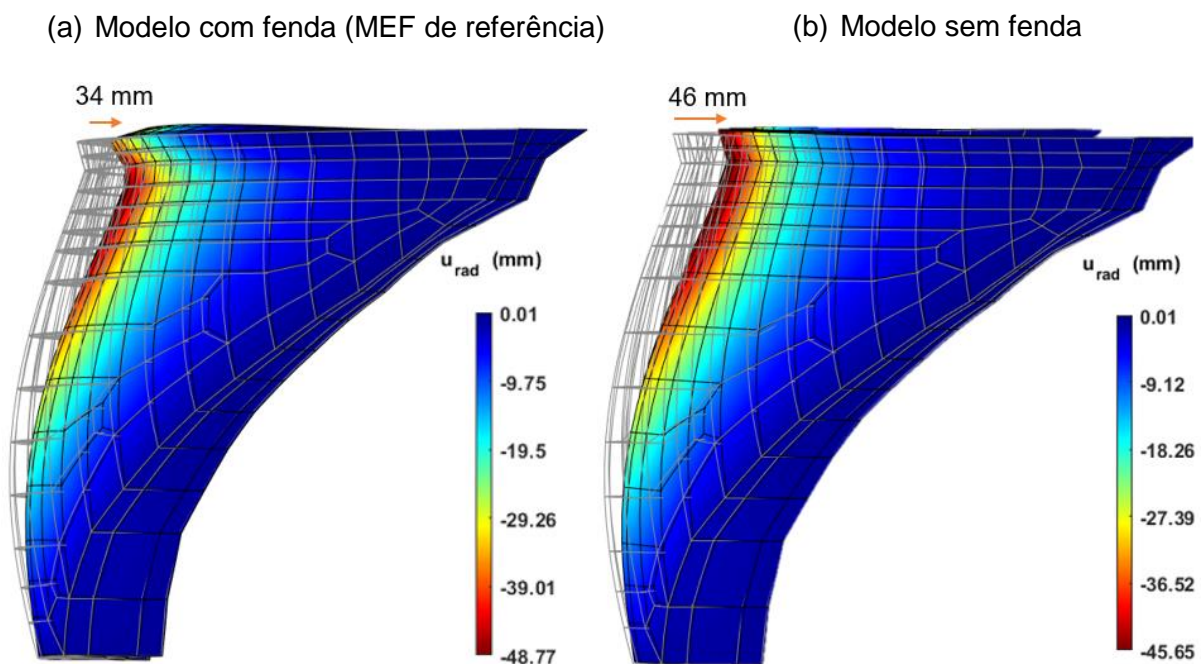
Na Figura 5.25b mostra-se que, caso se adotasse um MEF sem fenda, não se obtinha um acordo aceitável entre os resultados numéricos e os do GNSS, nomeadamente, as discrepâncias entre a curva calculada e observada, atingem valores da ordem de 10 mm, o que não é aceitável na análise do comportamento de barragens.



**Figura 5.25** – Evolução do deslocamento radial (mm) no topo da consola central, de julho de 2016 a novembro de 2017. Comparação entre os resultados do modelo com fenda (a) e sem fenda (b) e o GNSS.

### 5.8.1 Influência da fendilhação na resposta estrutural. Análise dos deslocamentos na zona superior da obra

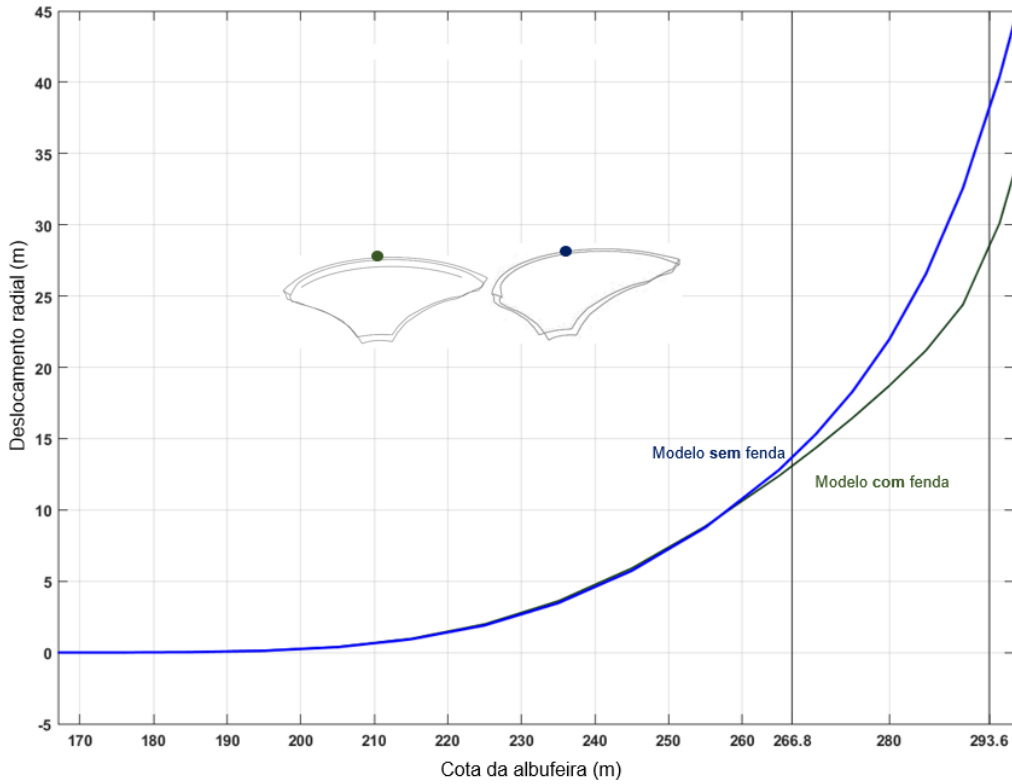
Neste ponto começa-se por mostrar que a resposta estrutural da barragem, devida à pressão hidrostática, para a água à cota máxima, é significativamente condicionada pelo facto de existir fendilhação, em particular na zona superior, como se pode ver na Figura 5.26, a análise efetuada considerando o modelo com fenda indica que o deslocamento no topo da consola central é da ordem de 30 mm, e na zona da fenda, cerca de 15 m abaixo do coroamento, o deslocamento atinge um valor máximo da ordem de 49 mm; caso não fosse considerada a fenda, o deslocamento máximo ocorreria precisamente no topo da consola central e seria da ordem de 46 mm.



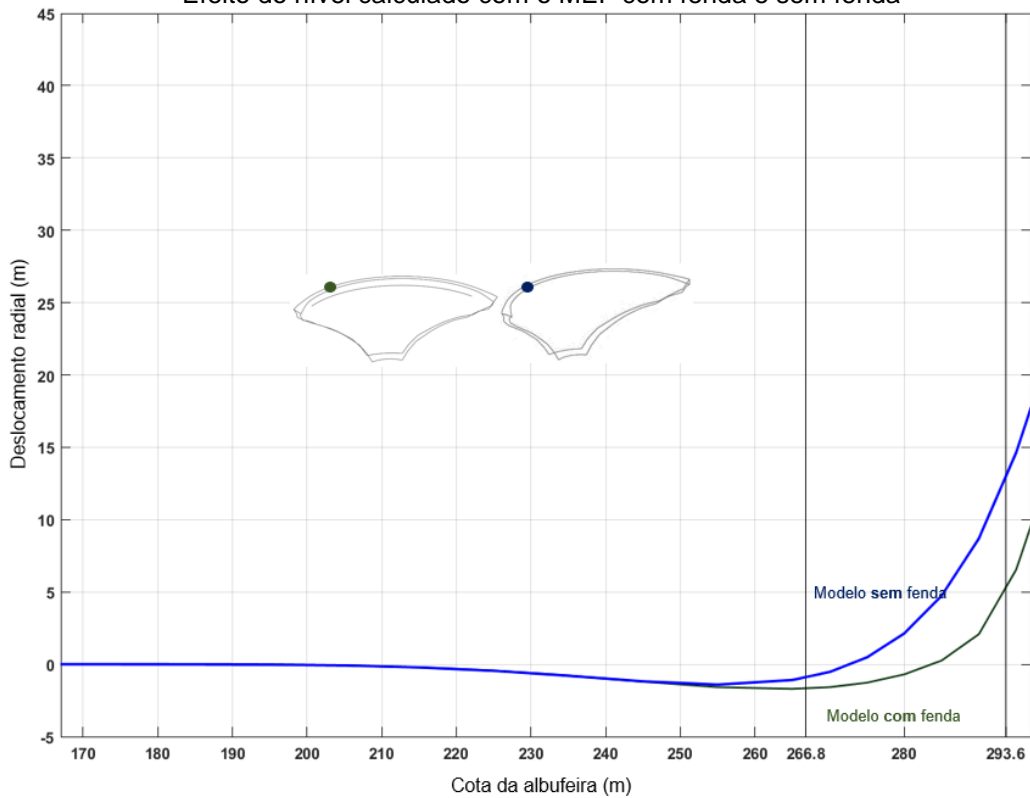
**Figura 5.26** - Deslocamentos radiais devido à pressão hidrostática para a água à cota máxima (vista de perfil). (a) Modelo com fenda; (b) Modelo sem fenda.

Na Figura 5.27a analisa-se a influência da fendilhação sobre a resposta da obra, em termos da linha de influência do deslocamento radial observado no ponto superior da consola central. Como se pode verificar, o facto de existir fendilhação conduz a que, o deslocamento radial para jusante verificado no topo da consola central para cotas de água elevadas, superiores a 260 m, seja inferior ao que se verificaria se não existisse fendilhação. O mesmo acontece para o ponto no topo do bloco DE, em que está instalado um fio de prumo, como se mostra na Figura 5.27b. Estes resultados mostram a importância de considerar a fendilhação no modelo de referência que foi adotado para validar os resultados do GNSS, já que, no período de observação, as cotas de águas situaram-se entre os valores de 293,6 m e 266,8 m, indicados com linhas verticais nas figuras atrás referidas.

(a) Deslocamento radial no topo da consola central (bloco KL). Efeito do nível calculado com o MEF com fenda e sem fenda



(b) Deslocamento radial no topo do bloco DE. Efeito do nível calculado com o MEF com fenda e sem fenda



**Convenção de sinais:** deslocamento positivo para jusante.

**Figura 5.27** –Deslocamento radial calculado para várias cotas de água, com o modelo numérico com fenda (verde) e sem fenda (azul). (a) No topo da consola central (bloco KL); (b) No topo do bloco DE.

## 5.9 Considerações finais

Neste capítulo, com o auxílio do programa *DamSafe3.0*, foi efetuada uma análise do comportamento da barragem devido às ações estáticas mais relevantes (variação da cota de água, traduzida na ação da pressão hidrostática, e variação térmica na época de arrefecimento Verão-Inverno). Esta análise começou por ser realizada com cada uma das ações a atuar isoladamente, e de seguida com uma combinação com todas as ações estáticas (peso próprio, pressão hidrostática e variação térmica). Para cada combinação de ações, foram analisados os deslocamentos radiais e as tensões principais, quer no paramento de montante quer no paramento de jusante, com especial foco no comportamento do ponto central do coroamento, uma vez que, posteriormente foi feita uma comparação com o sistema GNSS instalado nesse mesmo ponto. O modelo numérico usado nesta comparação foi previamente validado com deslocamentos observados por fios de prumo e por outros métodos geodésicos, aplicando modelos de separação de efeitos.

Ao analisar as ações individualmente, observou-se uma diferença de comportamento da barragem com a variação da cota de água e a variação da temperatura. Como foi possível verificar, em termos de deslocamentos radiais no ponto central do coroamento, a pressão hidrostática teve um impacto muito menor do que a variação térmica. Devendo-se ao facto de a fenda estar a alterar o comportamento da barragem, nomeadamente, da parte superior da mesma.

Na comparação dos resultados obtidos pelo método dos elementos finitos com os observados por fios de prumo e por métodos geodésicos, com a aplicação de modelos de separação de efeitos, verificou-se a existência de uma boa concordância entre os resultados observados e os numéricos. Posteriormente analisou-se se o acerto observado com o modelo com fenda se mantinha, caso não fosse considerada a fenda no modelo. Ao analisar os resultados obtidos, conclui-se que, utilizar o modelo sem fenda levaria a resultados que não corresponderiam ao comportamento real da barragem, dando assim uma maior confiança no modelo que foi implementado inicialmente. No entanto, como foi possível observar ao longo da análise dos resultados, existem algumas diferenças nos acertos observados em cada fio de prumo. Verificou-se que, o modelo com fenda está apto para simular o deslocamento obtido pelo fio de prumo da margem direita, o mesmo não se verifica, na totalidade, quando se compara com o fio de prumo da margem esquerda. Deste modo, conclui-se que a fenda não é simétrica quanto à sua profundidade, notando-se que esta é mais profunda na margem direita do que na margem esquerda. Apesar desta assimetria, quando o modelo com a fenda simétrica foi comparado com a geodesia, no ponto central do coroamento, observou-se um

acerto bastante satisfatório. Tendo em conta estes resultados, admitiu-se simplificar a fenda simétrica para a posterior análise com o GNSS.

No que diz respeito à comparação de resultados entre o modelo numérico e o GNSS, verificou-se uma boa aproximação entre os dois gráficos. O mesmo não sucedeu quando a comparação foi efetuada com o modelo sem fenda, em que se observou que a aproximação não era a ideal, apresentando diferenças substanciais entre os dois gráficos. De notar que havia alguma incerteza em relação a algumas simplificações admitidas inicialmente, nomeadamente, a localização e respetiva profundidade da fenda no modelo, e se esta estaria a alterar o comportamento global da barragem. Quando a comparação com o GNSS foi feita assumindo que o modelo não tinha fenda, era notória a discrepância entre os resultados obtidos pelo modelo numérico e os observados pelo GNSS, dando assim uma maior credibilidade aos pressupostos assumidos inicialmente em relação à fenda.



# 6

## Conclusão e perspectivas futuras

### 6.1 Síntese do trabalho e apreciação de resultados

Neste trabalho analisaram-se os resultados da medição de deslocamentos com GNSS no topo da consola central da barragem do Cabril. O objetivo principal foi contribuir para a verificação da fiabilidade do sistema GNSS instalado na obra em 2016. Tendo em conta que no referido ponto não é possível medir o deslocamento com fio de prumo, mas apenas com base em campanhas de planimetria realizadas uma ou duas vezes por ano, decidiu-se que a melhor estratégia para verificar a fiabilidade dos deslocamentos medidos por GNSS seria comparar os resultados do GNSS com os resultados obtidos através de um modelo numérico de elementos finitos devidamente calibrado com base nos deslocamentos observados durante toda a vida da obra, com dois fios de prumo instalados em consolas laterais (desde 1965) e com base nas referidas campanhas de planimetria realizadas desde 1981.

Com esta estratégia foi possível confirmar que o sistema GNSS instalado permite obter resultados fiáveis, ou seja, os deslocamentos obtidos com o GNSS correspondem perfeitamente aos deslocamentos previstos com o referido modelo de elementos finitos, devidamente calibrado, o qual teve que incluir elementos de junta para simular o efeito da fissuração horizontal existente na zona superior da obra.

## 6.2 Trabalhos desenvolvidos

Na presente dissertação foi elaborado um modelo de elementos finitos tridimensionais (MEF3D) da barragem do Cabril, o qual foi analisado com o módulo de elementos finitos (MEF) do programa *DamSafe3.0*. Este modelo de elementos finitos da barragem do Cabril, como referido atrás, foi calibrado com base nos resultados observados em fios de prumo e por métodos geodésicos (planimetria), recorrendo ao módulo de separação de efeitos (MSE) do mesmo programa *DamSafe3.0*.

O desenvolvimento do modelo EF3D concebido para analisar o comportamento da barragem do Cabril, com vista a validar os deslocamentos observados por GNSS, envolveu a realização de várias tarefas, destacando-se as seguintes:

- Análise de informação disponibilizada pelo Núcleo de Observação, do Departamento de Barragens de Betão do LNEC, acerca da temperatura do ar, cota da água e deslocamentos observados pelos fios de prumo na barragem do Cabril;
- Utilização de um modelo numérico da barragem do Cabril considerando uma fenda à cota 285 m, para simular a fendilhação presente na face de jusante entre as cotas 275 e 290 m;
- Análise estática do modelo numérico, apresentando resultados de deslocamentos radiais e tensões principais em ambos os paramentos;
- Comparação entre os deslocamentos medidos com fios de prumo e com métodos geodésicos, aplicando modelos de separação de efeitos;
- Validação do modelo numérico com resultados obtidos por fios de prumo nas secções laterais do coroamento, e pela geodesia nos alvos mais relevantes para esta análise;
- Apresentação dos resultados que permitiram a validação do modelo numérico, aplicando modelos de separação de efeitos;
- Validação dos deslocamentos observados por GNSS no ponto central do coroamento, com o modelo numérico previamente validado;
- Verificação da influência da pressão hidrostática e da variação térmica no deslocamento radial do ponto central do coroamento;
- Apresentação de diferenças no comportamento da barragem devido à pressão hidrostática considerando um modelo com fenda e um modelo sem fenda.

### 6.3 Desenvolvimentos futuros

Em termos de desenvolvimentos futuros, no caso do programa *DamSafe3.0*, considera-se que seria útil implementar:

- A possibilidade de modelação de várias fendas a diferentes cotas, de forma a otimizar a simulação da fendilhação presente na face de jusante da barragem;
- Ter em conta a assimetria da fendilhação na modelação numérica da fenda;
- Introduzir o cálculo dinâmico da barragem do Cabril, usando dados obtidos por GNSS;
- Desenvolver um modelo numérico do poste onde está instalada a antena GNSS de referência da barragem do Cabril, de modo a verificar se esta está a introduzir algum erro nas leituras dos deslocamentos no ponto central do coroamento, devido à torção resultante de um comportamento diferencial da antena devido à exposição solar.

Para além do modelo numérico, seria ainda interessante destacar a nível da monitorização:

- Desenvolvimento de uma aplicação WEB, com a informação importante disponível para o Dono de Obra, EDP, etc., que permita aceder aos resultados obtidos pelo programa e proceder a sua comparação com os deslocamentos observados por GNSS;
- Otimização e automatização do *software* de análise de dados, de modo a diminuir o tempo que este demora a proceder ao tratamento da informação. Neste sentido será eficiente analisar os dados com médias mensais em vez de o fazer com os dados em bruto, que são recebidos pelos sistemas de monitorização instalados na barragem.



# Bibliografia

- Almeida, E., Fernandes, D., Pimentel, D., Pestana, C., & Fernandes, A. (2015). Novos Sistemas de Observação Geodésica em Novos Aproveitamentos Hidroelétricos. In *VIII Conferência Nacional de Cartografia e Geodesia. 29 e 30 de Outubro*. Amadora, Portugal.
- APA. (2017a). Barragens em Portugal. Retrieved from <https://www.apambiente.pt/index.php?ref=16&subref=7&sub2ref=31&sub3ref=1285>
- APA. (2017b). O papel das barragens. Retrieved from <https://www.apambiente.pt/index.php?ref=16&subref=7&sub2ref=31&sub3ref=1296>
- APA. (2017c). Segurança de Barragens. Retrieved from <https://www.apambiente.pt/index.php?ref=16&subref=7&sub2ref=31>
- Behr, J. A., Hudnut, K. W., & King, N. E. (1998). Continuous GPS Monitoring of Structural Deformation at Pacoima Dam. *Seismological Research Letters*, 69(4), 59–68. <https://doi.org/10.1785/gssrl.69.4.299>
- Bhavsar, V. (2017). Maharashtra: Koyna Dam a work of engineering marvel. Retrieved from <http://www.freepressjournal.in/mumbai/maharashtra-koyna-dam-a-work-of-engineering-marvel/1116777>
- Bond, J., Kim, D., & Fletcher, J. (2011). A study of the use of GPS sensors for structural monitoring of the Mactaquac dam. In *5th Canadian conference on geotechnique and natural hazards. 15 a 17 de Maio*. Kelowna, Canada.
- Casaca, J., Henriques, M., Fonseca, A., & Lima, N. (2005). A Geodesia Aplicada à Medição de Deslocamentos em Grandes Barragens. In *Seminário: Barragens - Tecnologia, Segurança e Interacção com a Sociedade. 27 a 29 de Outubro*. Lisboa, Portugal.
- CNPGB. (2017). Barragens em Portugal. Retrieved from [http://cnpgb.apambiente.pt/gr\\_barragens/gbportugal/](http://cnpgb.apambiente.pt/gr_barragens/gbportugal/)
- DGT. (2017a). Estações da ReNEP. Retrieved from [http://www.dgterritorio.pt/cartografia\\_e\\_geodesia/geodesia/redes\\_geodesicas/renep/estacoes\\_da\\_renep/](http://www.dgterritorio.pt/cartografia_e_geodesia/geodesia/redes_geodesicas/renep/estacoes_da_renep/)

- DGT. (2017b). Modelo de Geoide. Retrieved from [http://www.dgterritorio.pt/cartografia\\_e\\_geodesia/geodesia/modelo\\_de\\_geoide/](http://www.dgterritorio.pt/cartografia_e_geodesia/geodesia/modelo_de_geoide/)
- Espada, M. (2010). *Desenvolvimento de modelos para análise dinâmica de estruturas: Aplicação a barragens de betão e estruturas auxiliares. Dissertação de Mestrado*. ISEL, Lisboa, Portugal.
- Florentino, C., Oliveira, S., & Silva, H. (2003). *Observação da Barragem do Cabril. Análise do comportamento e avaliação das condições de segurança. Fase de exploração de 1982 a 2001. Relatório LNEC 397/2003 NMMF*. Lisboa, Portugal.
- Gomes, A. F. S. (1981). *Automatização das actividades de observação de barragens e análise quantitativa de resultados*. Tese Especialista, LNEC, Lisboa, Portugal.
- Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H., & Wasle, E. (2008). *GNSS—Global Navigation Satellite Systems, GPS, GLONASS*. Springer Science & Business Media.
- ICOLD. (2017). Definition of a Large Dam. Retrieved from [http://www.icold-cigb.net/GB/dams/definition\\_of\\_a\\_large\\_dam.asp](http://www.icold-cigb.net/GB/dams/definition_of_a_large_dam.asp)
- Kalkan, Y., Alkan, R. M., & Bilgi, S. (2010). Deformation Monitoring Studies at Atatürk Dam. In *FIG Congress 2010 Facing the Challenges – Building the Capacity. 11 a 16 de abril*. Sydney, Australia.
- Leica. (2017). Leica Nova TM50 Monitoring Station – Every half second counts TM50 Monitoring Station – Every half second counts.
- Leick, A. (1990). *GPS satellite survey*. John Wiley & Sons.
- Leick, A. (2004). *GPS Satellite Surveying*. John Wiley & Sons. Retrieved from <https://books.google.pt/books?id=4qE6xYjYSHgC>
- Lima, J. N. (2015). A utilização de filtros digitais em séries temporais GNSS. In *VIII Conferência Nacional de Cartografia e Geodesia. 29 e 30 de Outubro*. Amadora, Portugal.
- Lima, J. N., Oliveira, S., Henriques, M. J., & Casaca, J. (2012). A aplicação do GNSS na medição do comportamento estático e dinâmico de grandes estruturas de engenharia civil e de fenómenos geofísicos The GNSS applied to measure static and dynamic response of large civil engineering structures and geophysical phenomena. In *7ª Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia Y Geofísica. 25 a 28 de Junho*. (pp. 1–4). San Sebastián, Espanha.
- Martins, L., Mata, J., & Ribeiro, Á. (2012). A Qualidade das Medições de Deslocamento Radial e Tangencial pelo Método do Fio-de-Prumo no Controlo da Segurança Estrutural de Barragens de Betão. *Medições E Ensaios*, 1(2).

- Mata, J. (2007). *Aplicação de redes neuronais ao controlo de segurança de barragens de betão*. Tese Mestrado. IST. Lisboa.
- Meindl, M. (2011). *Combined analysis of observations from different global navigation satellite systems* (Vol. 83). Schweizerische Geodätische Kommission/Swiss Geodetic Commission.
- Mendes, E. (2014). *Observação e Controlo da Segurança Estrutural de Barragens de Betão - Utilização Integrada de Modelos Numéricos e de Modelos de Separação de Efeitos*. Dissertação de Mestrado. ISEL, Lisboa, Portugal.
- Oliveira, S. (2000). *Modelos para análise do comportamento de barragens de betão considerando a fissuração e os efeitos do tempo. Formulações de dano*. Tese de Doutoramento. Universidade do Porto, Portugal.
- Oliveira, S., Lima, N., Henriques, M. J., & Silvestre, A. (2014). A Integração do GNSS no Controlo de Segurança de Grandes Estruturas. In *Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas (V)*. 26 a 28 de novembro. Lisboa, Portugal.
- Radhakrishnan, N. (2014). Application of GPS in structural deformation monitoring : A case study on Koyna dam. *Journal of Geomatics*, 8(1), 48–54.
- Rocha, M., Serafim, J. L., & Silveira, A. (1958). A method of quantitative interpretation of the results obtained in the observation of dams. In *6th Congress on Large Dams*. Nova Iorque, EUA.
- RSB. Regulamento de Segurança em Barragens (2007). Decreto-Lei nº 344/2007, Lisboa.
- Rutledge, D., Meyerholtz, S., Brown, N., & Baldwin, C. (2006). Accessing the performance of a GPS Monitoring System. *GPS World*.
- Salvado, P. S. (2014). *Modelação e monitorização do comportamento dinâmico de barragens abóbada. Identificação modal automática*. Dissertação de Mestrado. ISEL, Lisboa, Portugal.
- Sêco e Pinto, P. S. (2006). Algumas Reflexões sobre a Instrumentação de Estruturas Geotécnicas. In *Documentos de Workshop en Ingenieria de Fundaciones (Touring Lecture), Sociedad Chilena de Geotecnia, Santiago, Chile*.
- Silva Gomes, A. (2002). Sistemas de observação em obras geotécnicas. Planeamento, instalação e exploração. In *VIII Congresso Nacional de Geotecnia*. 15 a 18 de abril. Lisboa, Portugal.
- Silvestre, A. (2012). *Modelação do comportamento dinâmico de sistemas Barragem-Fundação-Albufeira*. Dissertação de Mestrado. ISEL, Lisboa, Portugal.
- Stewart, M., & Tsakiri, M. (1993). The Application of GPS To Dam Surface Monitoring. *Journal of Geospatial Engineering*, 3(1), 45–57.

- Taşçi, L. (2008). Dam deformation measurements with gps. *Geodezija Ir Kartografija / Geodesy and Cartography*, 34(4), 116–121. <https://doi.org/10.3846/1392-1541.2008.34.116-121>
- Willm, G., & Beaujoint, N. (1967). Les méthodes de surveillance des barrages au service de la production hydraulique d'Electricité de France, problèmes anciens et solutions nouvelles. In *IXth International Congress on Large Dams* (pp. 529–550). Istanbul, Turquia.
- Zienkiewicz, O. C., & Cheung, Y. K. (1967). *The finite element method in structural and continuum mechanics: numerical solution of problems in structural and continuum mechanics*. McGraw-Hill.