

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA  
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE  
E ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA



ISCAL

ANÁLISE DE CLUSTERS E  
VOLATILIDADE DE ÍNDICES DE  
ACCÇÕES

---

Marísia Adriana Dos Reis Araújo

Lisboa, Setembro de 2010



INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA  
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE E  
ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA

ANÁLISE DE CLUSTERS E  
VOLATILIDADE DE ÍNDICES DE  
ACÇÕES

Marísia Adriana Dos Reis Araújo

Dissertação submetida ao Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Contabilidade e Gestão das Instituições Financeiras, realizada sob a orientação científica da Doutora Sónia Bentes docente da área de Finanças.

Constituição do Júri:

Presidente..... Mestre Carlos Caldeira

Vogal..... Doutor Rogério Fernandes

Vogal.....Doutora Sónia Bentes

Lisboa, Setembro de 2010

## **RESUMO**

A variância (volatilidade) de um activo é uma das informações mais importantes para os operadores do mercado financeiro. A sua correcta previsão é muito importante para determinar estratégias de hedge e ainda permite captar momentos de grande incerteza no mercado. O aumento da volatilidade dos mercados de acções, consequência de períodos de crises ou da influência de factos exógenos, e a forma como afecta o retorno das acções tem reduzido de forma significativa o poder de diversificação das carteiras e dos fundos de acções. Pelo que a sua correcta gestão, passa pela boa previsão dessas oscilações de preços de activos no mercado. Existem diferentes modelos de volatilidade, cada um deles tenta uma melhor descrição das séries financeiras ao longo de sua trajectória observada e apreender suas características, como: clusters de volatilidade, assimetria e efeito alavancagem. Não existe um único modelo de volatilidade que seja o melhor em todas as situações, pois as propriedades das séries financeiras são distintas em termos de volatilidade, algumas mais voláteis que outras, e a volatilidade de uma mesma série se altera ao longo do tempo.

## **PALAVRA-CHAVE**

Volatilidade, Índices Bolsistas, Modelos ARCH e GARCH, Clusters de Volatilidade

## **ABSTRACT**

The variance (volatility) of an asset is one of the most important information for the financial market operators. The accurate prediction is very important to determine hedge strategies and also allows capturing moments of great uncertainty in the market. Increasing volatility in stock markets, as a result of periods of crisis or of the exogenous events influence, and the manner how they affect the return of the shares has significantly reduced the power of diversification of the share portfolios and funds. So its proper management involves the accurate prediction of these fluctuations in market prices of assets. There are different models of volatility, each attempt a better description of financial series over the time and describes their observed characteristics, such as volatility clustering, asymmetry and leverage effect. There is not a single model of volatility who is the best for all situations, because the properties of financial series are distinct in terms of volatility, some more volatile than others, and the volatility in a given series changes over time.

## **KEY WORDS**

Volatility, Stock Markets Indexes, ARCH e GARCH Models, Volatility Clustering.

## Índice

RESUMO .....	iv
LISTA DE ABREVIATURAS.....	viii
ÍNDICE DE TABELAS .....	ix
ÍNDICE DE FIGURAS .....	x
CAPITULO I – INTRODUÇÃO .....	1
1.1 – Apresentação .....	1
1.2 – Objectivos.....	3
1.3 - Justificativa e relevância.....	3
CAPITULO II – REVISÃO DE LITERATURA .....	5
2.1 - Conceito e Tipos de Volatilidade .....	6
2.1.1 – Volatilidade Histórica ou Estatística .....	7
2.1.2 – A Volatilidade Implícita.....	8
2.1.3– A Volatilidade Futura ou Previsional.....	9
2.2 – Medidas Tradicionais no estudo da Volatilidade .....	10
2.2 .1 – Teoria do comportamento aleatório ou não aleatório .....	11
2.2.2 – Modelos ARMA – Autoregressive Moving Average .....	12
2.2.3 - Modelos ARCH.....	18
2.2.4- Modelos GARCH.....	20
2.2.5 – Estimação dos Modelos ARCH e GARCH.....	23
2.3 – Factos Estilizados no Comportamento da Volatilidade .....	26
2.3.1 – O fenómeno dos Clusters na Volatilidade.....	27
2.6 Síntese do capítulo .....	36
CAPITULO III – DESCRIÇÃO DOS DADOS E EVIDÊNCIAS EMPÍRICAS.....	37
3.1 – Índice de Acções.....	37
3.1.1 - PSI-20 - Portuguese Stock Index.....	41
3.1.2 - Dow Jones Industrial Average (DJIA) .....	49
3.2.1 – Evolução dos índices bolsistas internacionais.....	52
3.2.2 – Análise estatística dos índices bolsistas internacionais .....	59
3.3 – Síntese do Capítulo.....	62
CAPITULO IV - CONCLUSÃO.....	63

BIBLIOGRAFIA.....	64
-------------------	----

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

**AR** – Auto - regressive

**ARMA** - Autoregressive Moving Average

**ARCH** – Autoregressive Conditional Heteroscedasticity

**ARCH - LM** – ARCH Lagrange Multiplier

**CAPM** – Capital Asset Pricing Model

**CMVM** – Comissão de Mercado de Valores Mobiliários

**DJIA** – Dow Jones Industrial Average

**EGARCH** – Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity

**FCFF** – Factor de Correção do Free Float

**GARCH** – Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity

**MA** – Moving Average

**MMQ** – Método dos Mínimos Quadrados

**MMV** – Método de Máxima Verosimilhança

**MSCI** - Morgan Stanley Capital International

**NYSE** – New York Stock Exchange

**PIB** – Produto Interno Bruto

**PSI 20** – Portuguese Stock Index

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1: - Índice de sentimento no mercado.....	33
Tabela 3.1: Lista de 5 empresas melhores posicionadas em espera do PSI 20.....	47
Tabela 3.2: Factor de Correção do PSI 20. ....	48
Tabela 3.3: Composição do Dow Jones em 1896 (início do índice) .....	51
Tabela 3.4: Composição actual do Índice Dow Jones.....	51
Tabela 3.5: Estatísticas descritivas das taxas de rendibilidade diária dos índices PSI 20 e Dow Jones.....	60

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Níveis de optimismo e pessimismo.....	35
Figura 3.1: Composição da Carteira do PSI 20.....	46
Figura 3.2 - Rendibilidade do índice accionista DJIA de 29/03/05 a 31/12/2009.....	53
Figura 3.3 – Cotação do índice DJIA de 03/01/05 a 31/12/09.....	53
Figura 3.4 – Volatilidade do DJIA entre 03/01/05 a 31/12/09.....	54
Figura 3.5 - Rendibilidade do índice accionista DJIA de 29/03/05 a 31/12/2009.....	54
Figura 3.6 – Cotação do índice DJIA de 03/01/05 a 31/12/09.....	55
Figura 3.7 – Volatilidade do PSI20 entre 03/01/05 a 31/12/09.....	55

# CAPITULO I – INTRODUÇÃO

## 1.1 – Apresentação

As relações entre os diferentes mercados financeiros crescem diariamente, bem como as dependências económicas entre eles. A abertura de novos mercados económicos, as novas formas de comércio, o aumento da concorrência imprimida às empresas e ao conjunto de mercados, marcando-se como objectivos o aumento da produtividade, liquidez e eficiência das suas actividades, torna evidente a necessidade de homogeneizar ideias, critérios e metodologias de trabalho. Este processo, conhecido como globalização dos mercados financeiros, observada na última década e fomentada por forte desenvolvimento tecnológico, permitiu o livre fluxo de capitais entre países, tornando mais conhecidos os mercados bolsistas, constituindo assim um leque de escolha muito diversificado dos investimentos aumentando a disseminação de crises e imprimindo maior dinâmica aos movimentos dos activos.

Em períodos de crise, quando a volatilidade do mercado aumenta e os movimentos de queda e alta são amplificados, a diversificação surge como uma alternativa para minimizar o risco da carteira. Este conceito foi apresentado por, Harry Markowitz na década de 50, com a denominada Teoria Moderna de Carteiras abordando os conceitos de risco e correlação entre activos, mostrando assim uma nova perspectiva de criação de carteira eficiente, na qual procura-se encontrar uma relação óptima entre o retorno e o risco. A base para a optimização era a matriz de co-variância ou matriz de correlação, que se tornou a principal ferramenta da diversificação e redução de risco de carteiras. Os investidores buscarão sempre seleccionar activos com o maior grau de retorno e o

menor grau de risco, ou seja, com o menor risco possível para um dado nível de retorno esperado.

Outro importante aspecto relacionado com a matriz de correlação é a forma como os modelos de gestão de risco e alocação de activos se utilizam dessa ferramenta. É bastante comum encontrar modelos que consideram a matriz de correlação estática, estimada através de processos estatísticos baseados em séries históricas, e que não prevêem mudanças bruscas em sua estrutura. Porém, essas alterações repentinas ocasionadas por crises internas ou por contágio de crises externas alteram de forma dramática os resultados destes modelos.

O meio académico vem concentrando esforços no estudo do comportamento da matriz de correlação ao longo do tempo, procurando compreender seu dinamismo e desta forma maximizar o aproveitamento do potencial de diversificação existente em sua estrutura, mercados de diferentes países e regiões.

O presente trabalho está dividido em quatro capítulos. O capítulo 1, faz uma introdução, onde é apresentado um breve resumo do trabalho a ser desenvolvido, dos objectivos a atingir, e a relevância e justificativa do tema escolhido para análise.

No capítulo 2, é efectuado uma revisão bibliográfica sobre os conceitos e tipos de volatilidade e ainda uma breve descrição dos modelos ARCH, GARCH, bem como a sua correcta estimação. São abordados ainda os tópicos relacionados com factos estilizados no comportamento de volatilidade.

O capítulo 3 é dedicado ao estudo de tópicos sobre índice de acções. Segue-se a análise dos índices internacionais, objecto deste estudo, o índice PSI 20 e o Dow Jones. Neste capítulo também, é dedicado ao estudo empírico das series diárias dos dois índices de acções acima referenciados e inicia-se com o estudo das propriedades estatísticas. Segue-se a análise não condicional das referidas correlações, passando-se posteriormente à modelização condicional. Nesta última análise, modelizam-se os clusters de volatilidade aqui identificados.

O capítulo 4, encerra o presente trabalho com uma síntese das principais conclusões, referindo-se também algumas implicações para os investidores.

## **1.2 – Objectivos**

Em termos gerais, pretende-se, com este trabalho, efectuar uma abordagem teórica aos modelos de volatilidade ARCH e GARCH, os modelos de estimação, e uma abordagem do índice de referência para o mercado Português (PSI 20) em comparação com um índice de mercado internacional (Dow Jones), o qual constitui o mais antigo e um dos principais índices de referência internacional.

Especificamente, pretende-se: verificar a existência de *Clusters de Volatilidade* para os índices PSI 20 e Dow Jones.

## **1.3 - Justificativa e relevância**

Desde o princípio dos anos 70, nomeadamente, com o colapso do Bretton Woods e os choques do petróleo, as variáveis financeiras vem apresentando altos níveis de volatilidade. Para além disso a globalização do mercado financeiro e dos produtos aliado a períodos de baixa liquidez internacional expõe as economias a um número maior de risco financeiro, o que levou a um desenvolvimento de instrumentos derivados, por meio dos quais os investidores podem partilhar os seus riscos ou assumir posições alavancadas e de alto risco. Assim é importante examinar os determinantes dos movimentos de volatilidade no mercado financeiro, pois ela constitui uma medida do risco dos títulos que operam no mercado financeiro, e em termos gerais do próprio

mercado, daí a sua importância como instrumento eficaz para aferição da estabilidade dos mercados e diversificação dos riscos dos investidores.

O interesse decorrente do facto do índice PSI-20 constituir o principal *benchmark* do mercado accionista português e sustentar o novo mercado de produtos derivados em Portugal, domínio particularmente rico de análise da moderna investigação financeira sobretudo a nível da medida do risco e valorização dos produtos derivados, origina que a modelação da volatilidade deste índice se revista de grande importância. Comparativamente, o Índice Dow Jones constitui o principal índice da Bolsa de Nova Iorque e o índice mais antigo do mundo e objecto de diversos estudos.

## CAPITULO II – REVISÃO DE LITERATURA

O presente capítulo aborda o conceito de volatilidade, referindo aos tipos de volatilidade, bem como a sua formulação. Discute ainda os principais modelos de estimação da volatilidade. Especial atenção é dada aos comportamentos estilizados presentes na volatilidade, nomeadamente a identificação de clusters de volatilidade, o qual constitui o objectivo principal deste estudo.

A utilização da volatilidade como medida do risco dos títulos que operam nos mercados financeiros, a sua capacidade de diversificação de riscos para os investidores, bem como a sua capacidade de aferir sobre a estabilidade dos mercados, o conhecimento das características que condicionam a sua evolução tem sido a base de múltiplos estudos.

O componente de **volatilidade** (ou de flutuações irregulares), anteriormente, era descrito como movimentos erráticos em uma série temporal que não seguem um padrão regular ou identificável. Era representado por uma série de resíduos aleatórios (com média zero e variância uniforme) que resultariam de uma série de tempo, após a “retirada” dos componentes de tendência, ciclos e sazonalidade, conforme a definição dada por Bowerman & O’Connell (1979).

Contudo, estudos, como os de Engle (1982) e Bollerslev (1986), indicaram que essa série de resíduos poderia não apresentar um comportamento aleatório puro. Ou seja, eles verificaram que, em grande parte das séries temporais, particularmente as relativas a variáveis financeiras, a volatilidade dos dados não é estável, o que implica que a série não apresenta a propriedade desejável de *homocedasticidade*<sup>1</sup>. Sendo assim, a volatilidade poderia ser modelada e descrita em termos de dois componentes distintos: a **volatilidade incondicional**, que seria de fato constante e a **volatilidade condicional**,

---

<sup>1</sup> Um processo Estocástico Univariado  $X$  é homocedástico se os desvios-padrão dos termos ( $X_t$ ) forem constantes para todas datas ( $t$ ). Se tal não acontecer, o processo diz-se heteroscedástico (Ferreira, 2005).

que poderia oscilar ao longo do tempo e que pode ser identificada e analisada a partir dos modelos de análise de heterocedasticidade condicional.

Engle (1982) propôs uma nova classe de processos estocásticos, denominada ARCH - Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (heteroscedasticidade condicionada auto-regressiva), na qual a variância de uma série temporal se altera com o tempo, de forma condicionada aos erros de previsão observados no passado. Posteriormente, Bollerslev (1986) generalizou o tratamento da variância condicional por meio do modelo GARCH - Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (heteroscedasticidade condicionada auto-regressiva generalizada), no qual a variância condicionada num determinado tempo  $t$  depende, não apenas, dos erros de previsão observados no passado, como também das variâncias condicionadas observadas no passado (Alexander 2002; Brooks, 2002).

Os modelos ARCH e GARCH são modelos de volatilidade que tratam simetricamente os efeitos dos retornos positivos e negativos sobre a volatilidade.

Durante os anos que se seguiram, diversas variantes dos modelos originais ARCH e GARCH foram desenvolvidas no sentido de melhor representar o comportamento dos diversos activos nos mercados financeiros, apresentando maior complexidade matemática e maior dificuldade de implementação.

## **2.1 - Conceito e Tipos de Volatilidade**

A volatilidade constitui uma medida de dispersão dos preços de um activo em relação à sua média e durante um intervalo de tempo. A volatilidade é uma variável que não é explicitamente observável, pelo que, deverá ser calculada como o desvio-padrão instantâneo dos rendimentos do activo. Ela mede a variabilidade dos rendimentos de um

activo durante um dado período e é normalmente usada para quantificar o risco de deter esse activo durante esse período.

A forma mais usual de calcular a Volatilidade é através do desvio-padrão anualizado da variação percentual das variações diárias, semanais, mensais, sendo expressa pela forma de percentagem. O desvio-padrão (volatilidade), é simbolizado por  $\sigma$ , e mede os desvios relativamente á média, e quanto menos elevado for, mais os valores estão próximos da média, e maiores serão as hipóteses de realizar um valor próximo da média (e vice versa).

A volatilidade constitui uma medida do risco dos títulos que operam no mercado financeiro, e em termos gerais do próprio mercado, daí a sua importância como instrumento eficaz para aferição da estabilidade dos mercados e diversificação dos riscos dos investidores.

A volatilidade é apresentada ou medida de formas variadas, sendo necessário o seu domínio. Assim, existem referências à volatilidade histórica ou estatística, à volatilidade implícita e à volatilidade previsional.

### **2.1.1 – Volatilidade Histórica ou Estatística**

A volatilidade histórica, ou estatística consiste na estimação do desvio-padrão do rendimento periódico dos activos, durante um período anterior aquele para o qual se pretende prever a volatilidade. É medida pelo desvio padrão ou variância dos resultados e geralmente utilizada como medida do risco total do activo financeiro. Uma grande limitação da estimação da volatilidade histórica, é que os valores históricos dificilmente se repetem. Entretanto a volatilidade histórica poderá ser relevante para a previsão dos seus valores futuros, na medida em que contribui para a formação de expectativas.

A sua fórmula é dada pela seguinte expressão:

$$\text{Desvio – padrão} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2}{n-1}} \quad (2.1)$$

em que,

$n$  = n.º de observações,

$X_t$  = log natural do quociente entre duas cotações sucessivas:  $\ln ( P_t / P_{t-1} )$

$\bar{X}$  = Média aritmética de  $X_{t-1}$

Existem algumas questões sobre a utilização da volatilidade histórica e que dizem respeito, por um lado, à incorporação ou não de ponderadores que atribuem maior peso aos acontecimentos mais próximos e, por consequência, menor peso aos mais antigos. Por outro lado, os valores a utilizar também colocam problemas aos analistas, ou seja, se devem utilizar-se apenas preços de fecho das sessões, ou por outro lado, se outras cotações devem ser também utilizadas, em especial, de abertura, máximas ou mínimas (Ferreira, 2009).

### **2.1.2 – A Volatilidade Implícita**

A Volatilidade Implícita, trata-se dum conceito que se aplica apenas aos contratos de opções. Refere-se ao cálculo da Volatilidade através da igualdade entre o preço teórico e

o preço real da Opção. O modelo de Black-Scholes, é o modelo mais utilizado, no mercado financeiro para medir a volatilidade implícita. É calculada, tomando como input do modelo utilizado, o preço de mercado da opção, passando a volatilidade a ser o output (Ferreira, 2009). A volatilidade implícita tem sido utilizada para estimativa da volatilidade do mercado, tornando-se assim importante para medir os níveis de opinião do mercado acerca da volatilidade de um activo em particular, permitindo estabelecer estratégias de comercialização. A estimativa da volatilidade futura proporcionada pela volatilidade implícita estará mais próxima de realidade quanto mais eficiente for o mercado.

### **2.1.3– A Volatilidade Futura ou Previsional**

A volatilidade futura ou previsional do preço do activo subjacente para o período da opção até ao seu termo é difícil de estimar e é uma das maiores questões que os especialistas enfrentam. Quanto mais incerto estiver o mercado, face a crises ou a outros factores exógenos, mais os preços variam e maior é a variância dos rendimentos implicando possibilidades de maiores ganhos ou perdas. Assim sendo, a gestão mais adequada do risco de uma carteira de investimentos exige uma boa previsão das oscilações do preço dos activos no mercado.

Não existe um método único que possa ser tido como o mais correcto para determinar o valor da volatilidade.

## 2.2 – Medidas Tradicionais no estudo da Volatilidade

A volatilidade não é directamente observável no mercado, podendo apenas ser estimada no contexto de um modelo. Um modelo de volatilidade deve ser capaz de prever a volatilidade, de captar e de reflectir os factos mais relevantes sobre a volatilidade dos rendimentos dos preços, em especial, persistência, reversão para a média, impacto assimétrico das boas e más notícias e a influência de variáveis exógenas diversas (FERREIRA, 2005).

A modelagem da volatilidade teve os seus primórdios apresentados por Engle (1982) ao propor o modelo ARCH, em que a variância condicionada é expressa como um desfasamento distribuída do quadrado dos retornos passados, ou seja, o retorno na série é não-correlacionado serialmente, mas que a volatilidade (variância condicional) depende de retornos passados por meio de uma função quadrática. Este modelo foi objecto de diversos estudos e aperfeiçoamento ao longo dos anos. O primeiro e mais significativo aperfeiçoamento do modelo, foi realizado por Bollerslev (1986), que propôs que, a volatilidade condicionada fosse função não só dos quadrados dos erros passados ( $X_t^2$ ), como também dos seus próprios valores ( $\sigma_{t-1}^2$ ), passando os modelos assim construídos a ser denominados Generalized ARCH (GARCH). Outros modelos, foram desenvolvidos a fim de limar algumas limitações verificadas nestes dois modelos, porém estes não serão objecto deste estudo.

### **2.2 .1 – Teoria do comportamento aleatório ou não aleatório**

Bachelier (1900) e Poincaré (1952) estão na origem de duas correntes de opinião que, nos nossos dias, dominam o pensamento económico sobre a forma de funcionamento dos mercados financeiros.

Segundo Bachelier (1900), os rendimentos dos activos financeiros seguem um percurso aleatório (random walk), visto estar dependente da ocorrência de múltiplas variáveis tipicamente imprevisíveis. As teorias deste autor tiveram desenvolvimentos múltiplos que deram origem, ao modelo CAPM e à análise de portfólio de Markowitz.

Poincaré (1952) demonstrou que a ocorrência de processos não-lineares impossibilitaria uma única solução para um dado sistema. Segundo o mesmo autor, nos sistemas não lineares a ocorrência de erros nas condições iniciais do sistema seriam ampliados pela existência de um “feedback” no processo. Desta forma, mesmo em sistemas relativamente simples de modelizar, a previsão a longo prazo era impossível devido à existência de “sensível dependência da situação inicial”, estando na origem daquilo que actualmente se designa por Teoria do Caos.

A existência de dependência não-linear e a conseqüente rejeição do facto dos rendimentos das acções e índices de acções seguirem um processo random walk, geraram a necessidade de encontrar explicações para a ocorrência deste tipo de processos, surgindo ainda duas correntes distintas de análise: a corrente que defende que os mercados são eficientes, sendo os processos estocásticos; e a corrente que defende que os mercados são ineficientes, caracterizados por uma dependência não-linear que deriva do facto dos mercados obedecerem a uma lei de comportamento caracterizável por um sistema caótico e portanto previsível a curto, mas não a longo prazo.

### 2.2.2 – Modelos ARMA – Autoregressive Moving Average

Até ao início dos anos 80 a maior parte dos estudos das séries financeiras utilizavam especificações lineares como média condicionada, do tipo autorregressivo com média móvel (ARMA), cuja metodologia, proposta por Box-Jenkins, procura modelizar a dependência linear existente nos rendimentos de séries financeiras:

$$R_{t(p,q)} = a_0 + a_1R_{t-1} + a_2R_{t-2} + \dots + a_nR_{t-p} + e_t + b_0 + b_1V_{t-1} + b_2V_{t-2} + \dots + b_nV_{t-p} + K_t \quad (2.2)$$

onde,

$R_{t-1}$  é a taxa de rendimento com um desfasamento temporal  $i$

$a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, b_0, b_1, b_2, \dots, b_n$ , são coeficientes estimados para cada uma das variáveis

$V_t$  = resíduo ou perturbações do processo com desfasamento temporal  $t$

$e_t, K_t$  é o resíduo do processo na observação  $t$ .

Este modelo assume que a volatilidade é constante ao longo do tempo. Isto, porém, raramente se verifica, pois os períodos de instabilidade sucedem-se entre si, ou seja, um período de variação elevada de rendimentos tende a ser seguido por um período de amplitude identificável, mas no sentido contrário. Por conseguinte o risco está relacionado ao longo do tempo.

O modelo ARMA pode ser obtido por uma combinação do modelo AR mais o modelo MA.

#### ➤ *Modelo MA – Moving Averages Model*

Seja  $\mu_t$  ( $t = 1, 2, \dots$ ) uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, com:

$$E(\mu_t) = 0 \text{ e } \text{var}(\mu_t) = \sigma^2,$$

então

$$Y_t = \mu + \mu_t + \theta_1\mu_{t-1} + \theta_2\mu_{t-2} + \dots + \theta_q\mu_{t-q} \quad (2.3)$$

representa o modelo de médias móveis de ordem  $q$ ,  $MA(q)$ , que pode ser reescrito como

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^q \theta_i \mu_{t-i} + \mu_t \quad (2.4)$$

Tendo por base no operador de lags,  $L$ , tal que  $L^i y_t = y_{t-i}$ , obtém-se

$$Y_t = \mu + \sum_{i=1}^q \theta_i L^i \mu_t + \mu_t \quad (2.5)$$

ou de forma sucinta,

$$y_t = \mu + \theta(L) \mu_t \quad (2.6)$$

$$\text{onde } \theta(L) = 1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2 + \dots + \theta_q L^q$$

Este modelo resulta, dum combinação linear dum processo ruído branco de forma que  $y_t$  dependa unicamente dos valores passados e presentes do resíduo  $\mu_t$ , que também segue um processo ruído branco.

Este modelo possui as seguintes propriedades:

- 1)  $E(y_t) = \mu$ ;
- 2)  $\text{var}(y_t) = \gamma_0 = (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2) \sigma^2$ ;
- 3)  $\text{cov}(\mu_t, \mu_s) = 0$

O modelo MA, possui uma função de autocorrelação parcial decrescente, sendo que a ordem  $q$  do modelo corresponde precisamente ao número de pontos não nulos da função de autocorrelação.

➤ **Modelo AR – Autoregressive Model**

O modelo AR – Autoregressive Model de ordem  $p$ ,  $AR(p)$ , considera que o valor actual da variável  $y_t$  depende dos seus valores anteriores acrescidos da componente do resíduo e que assume a seguinte formulação:

$$Y_t = \mu + \mu_t + \Phi_1 y_{t-1} + \Phi_2 y_{t-2} + \dots + \Phi_p y_{t-p} \quad (2.7)$$

onde, o resíduo  $\mu_t$  é ruído branco.

ou então,

$$Y_t = \mu + \sum_{i=1}^p \Phi_i Y_{t-i} + \mu_t$$

ou usando o operador de lags,  $L$

$$Y_t = \mu + \sum_{i=1}^p \Phi_i L^i Y_t + \mu_t \quad (2.8)$$

que se reduz a

$$\Phi L (Y_t) = \mu + \mu_t \quad (2.9)$$

onde,  $\Phi L (Y_t) = (1 - \Phi_1 L - \Phi_2 L^2 - \dots - \Phi_p L^p)$

Combinando os modelos AR ( $p$ ) e MA ( $q$ ) obtém-se o modelo ARMA ( $p, q$ ). De acordo com este modelo o valor corrente duma sucessão cronológica  $y_t$  é função linear tanto

dos seus valores passados como da combinação dos valores presentes e passados dum processo de ruído branco.

A estrutura do processo ARMA ( $p, q$ ) tem  $p$  termos auto-regressivos, que representam a ordem de defasagens do termo auto-regressivo, e  $q$  termos de médias móveis, que representa a ordem de defasagens do termo de médias móveis.

Matematicamente, temos

$$\Phi(L) Y_t = \mu_t \theta(L) \mu_t \quad (2.10)$$

onde

$$\Phi(L) Y_t = (1 - \Phi_1 L - \Phi_2 L^2 - \dots - \Phi_p L^p) \quad (2.11)$$

e

$$\theta(L) = 1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2 + \dots + \theta_q L^q$$

ou

$$Y_t = \mu + \Phi_1 Y_{t-1} + \Phi_2 Y_{t-2} + \dots + \Phi_p Y_{t-p} + \theta_1 \mu_{t-1} + \theta_2 \mu_{t-2} + \dots + \theta_q \mu_{t-q} + \mu_t \quad (2.12)$$

com

$$E(\mu_t) = 0; E(\mu_t^2) = \sigma^2; E(\mu_t, \mu_s) = 0; t \neq s$$

No modelo ARMA ( $p, q$ ), a função de autocorrelação e a função parcial de autocorrelação são geometricamente decrescentes.

Box e Jenkins (1976) definiram a seguinte metodologia para a estimação deste modelo:

- Identificação da ordem do modelo que capta as características dos dados. Uma técnica habitualmente utilizada consiste na construção dos gráficos da função de

autocorrelação e da função parcial de autocorrelação para determinar a especificação mais apropriada. Outra forma muito popular na literatura, baseia-se na utilização dos critérios de informação nomeadamente, o critério de Akaike (1974) e o critério de Schwarz (1978).

- Estimação dos parâmetros especificados no ponto acima. Aqui podem ser utilizados vários métodos. Os mais vulgarmente usados, são o método dos mínimos quadrados e o método da máxima verosimilhança.
- Validação do modelo que consiste basicamente em averiguar se o modelo anteriormente estimado é ou não adequado para descrever os dados. Box e Jenkins (1976) sugeriram duas técnicas para o efeito: sobre ajustamento do modelo e teste aos resíduos. A primeira consiste, em deliberadamente, ajustar um modelo maior que o necessário para captar a dinâmica dos dados. Se o modelo inicial for adequado então, qualquer termo extra que seja adicionado revelar-se-á insignificante. Através do teste aos resíduos é possível apurar se existe evidência de dependência linear que constitui um indicador da inadequação do modelo.

Uma das vantagens deste modelo, diz respeito à possibilidade de efectuar previsões a partir dos dados observados, sendo assim muito importante para o estudo da volatilidade.

Seja  $f_{t,s}$  a previsão do modelo *ARMA* ( $p, q$ ) no momento  $t$  para os períodos seguintes relativamente a uma certa sucessão cronológica  $y$ , então a função de previsão será dada por:

$$f_{t,s} = \sum_{i=1}^p a_i f_{t-s-i} + \sum_{j=1}^q b_j \mu_{t-s-j} + s - j \quad (2.13)$$

onde  $f_{t,s} = Y_{t+s}$ ,  $S \leq 0$ ,  $\mu_{t+s} = 0, S > 0$ ,  $\mu_{t+s}$ ,  $S \leq 0$ , e  $a$  e  $b$ , correspondem, respectivamente, aos coeficientes do modelo autoregressivo e de médias móveis.

No entanto, este modelo apresenta algumas limitações e vantagens:

### **Vantagens do modelo ARMA**

- Simplicidade de procedimentos estatísticos e computacionais, (Tong, 1990), pelo que encontrou um vasto leque de aplicações no domínio da teoria financeira.
- É um modelo que funciona bem como primeira aproximação;

Porém, quando as sucessões cronológicas evidenciam comportamentos anómalos resultantes da existência de assimetrias, explosões rápidas, intervalos temporais irregulares, períodos de alta volatilidade seguidos por períodos de baixa volatilidade, fenómenos de ciclicidade ou de irreversibilidade temporal, apresentam algumas limitações.

### **Desvantagens do modelo ARMA**

- Parte do pressuposto de que as séries temporais analisadas são estacionárias, ou seja, com média zero, variância constante e que a co-variância não varia com o tempo. Porém, grandes partes das séries económicas não são estacionárias. Desta forma, estas séries precisam ser desfasadas para atingir a condição de estacionariedade.
- Segundo Tong (1990), se for definido um resíduo constante qualquer que seja  $t$ , a equação (2.13) transforma-se numa equação de diferenças lineares determinística em  $f_{t,s}$ , pois terá um ponto limite estável à medida que  $q$  tende para uma constante finita única, independentemente do seu valor inicial.

- O pressuposto da normalidade também é outro factor que limita a aplicação destes modelos que, por este motivo, não se adequam a dados que evidenciem assimetrias ou cujos intervalos temporais sejam irregulares.

Inicialmente estes modelos foram bem aceites, porém posteriormente foram identificados algumas limitações contribuindo assim para o aparecimento de novos modelos mais aperfeiçoados que, embora tenham na sua essência o mesmo enquadramento não assumiram o pressuposto da normalidade e homocedasticidade do ruído branco nem da linearidade das observações.

### 2.2.3 - Modelos ARCH

Os modelos ARCH (Autoregressive Conditionally Heteroscedasticity) foi desenvolvida em 1982 por Engle, que considerou ser possível modelar simultaneamente a média e a variância de uma série, surgindo assim o conceito de variância condicional, que pode ser modelada como um termo autoregressivo (AR). O termo autoregressivo diz respeito ao elemento de persistência da volatilidade enquanto, que, a referência heteroscedasticidade condicional descreve a dependência presumida da volatilidade corrente em relação ao nível de volatilidade efectiva do passado.

A sua fórmula de base é dada pela seguinte expressão:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u_{t-1}^2 \quad (2.14)$$

onde,

$$u_t = \varepsilon_t \sigma_t, E[\varepsilon_t] = 0,$$

$$\text{Var} [\varepsilon_t] = 1,$$

$$\text{Cov} [\varepsilon_t; u_{t-i}] = 0$$

com,  $\varepsilon_t$ : i.i.d.<sup>2</sup> e independente de  $u_{t-1}$  ( $i \in \mathbb{Z}$ )

$\sigma_t^2$  é a variância do erro de previsão condicionada pela informação passada e representa um processo ARCH ( $q$ ). De acordo com Bera-Higgins (1993), quanto maior for o valor de  $q$ , mais longos são os episódios de volatilidade.

A ordem do processo ( $q$ ) determina que a volatilidade de uma serie é uma variável aleatória condicionada pela variabilidade verificada nos momentos passados. É um modelo que, no entanto, apresenta algumas limitações como a imposição de não negatividade nos seus parâmetros e a necessidade de incluir um número elevado de termos desfasados, no sentido de captar a volatilidade do processo.

O modelo só serve para dados de alta frequência, sendo que a frequência mais usada é de fechos diários. Esse tipo de formulação precisa que as observações sejam equidistantes no tempo, o que impede seu uso para modelagem de dados de ultra frequência, como por exemplo observações intradiárias.

Este modelo de variância condicional possui algumas propriedades desejáveis: nomeadamente, através da técnica de decomposição de erros de previsão, é possível construir a função de verossimilhança, pela estimação dos parâmetros pelo método da máxima verossimilhança. Além disso, este modelo implica uma distribuição não condicional com “caudas pesadas” para os retornos.

---

<sup>2</sup> i.i.d. – independent and identical distribution

### 2.2.1.1 - Limitações do Modelo

- O modelo assume que quer os choques positivos, quer os choques negativos têm igual impacto sobre a volatilidade, visto que esta depende dos choques quadráticos passados  $\varepsilon_{t-j}^2$ . Na realidade, verifica-se que, o preço dos activos financeiros responde de forma assimétrica à ocorrência de choques, ou seja, a volatilidade regista um maior incremento com a descida dos preços do que com uma subida de igual montante. Assim, um modelo do tipo simétrico, como é o caso do modelo ARCH, não consegue acomodar eficazmente o denominado efeito assimétrico (*leverage effect*);
- Uma outra limitação do modelo ARCH reside, na necessidade de existir um elevado número de desfasamentos na equação da variância condicionada, para que a dependência temporal exibida pela volatilidade seja capturada eficazmente. Esta limitação traduz-se na estimação de um modelo pouco parcimonioso, com um elevado número de parâmetros a estimar.

Essas limitações do modelo foram ultrapassadas devido a desenvolvimentos teóricos e empíricos ocorridos e aplicados posteriormente nomeadamente pela introdução do modelo GARCH e EGARCH.

### 2.2.4- Modelos GARCH

GARCH constitui uma extensão do modelo ARCH e foi proposto por Bollerslev (1986). Baseia-se no pressuposto de que as previsões nas variações da variância no tempo dependem da variância passada dos activos financeiros. Esse tipo de

procedimento sugere que a introdução de uma variável de média móvel seria desejável, para além de que, permite a introdução de processos com memória longa na estrutura modelar.

O modelo GARCH ou GARCH  $(p,q)$ , na sua formulação, a variância condicional é parametrizada como uma função linear dos quadrados dos erros passados e das variâncias condicionais passadas.

A variância condicionada do processo GARCH  $(p, q)$  é dada por:

$$\sigma^2_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i u^2_{t-i} + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma^2_{t-j} \quad (2.15)$$

onde,

$\sum \alpha_i u^2_{t-i}$  é a componente ARCH de ordem  $q$

$\sum \beta_j \sigma^2_{t-j}$  a componente GARCH de ordem  $p$ .

Se  $p = 0$ , então o modelo GARCH  $(0, q)$  é equivalente ao modelo ARCH  $(q)$ .

Para que o modelo GARCH seja estacionário em variância e covariância é preciso que se verifique as seguintes condições:

$$\alpha_0 > 0,$$

$$\alpha_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, q),$$

$$\beta_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, p) \text{ e}$$

$$\sum \alpha_i + \sum \beta_i < 1$$

Ao determinar os graus  $p,q$ , ou seja, identificando o modelo, está-se a fazer uso do facto de que o modelo GARCH é baseada, do ponto de vista metodológico, nos mesmos

princípios do processo ARMA (Box-Jenkins, 1970), enquanto que as ordens  $p, q$  são identificados através da função de autocorrelação e da função de autocorrelação parcial do quadrado dos erros.

O Modelo GARCH (1,1) é a versão mais simples e mais utilizada em series de finanças. Supondo que os erros são normalmente distribuídos, a variança é dada por:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (2.16)$$

O coeficiente  $\alpha_1$  mede a extensão em que um choque no retorno verificado hoje afecta a volatilidade do retorno do dia seguinte. A soma  $(\alpha_1 + \beta_1)$  revela a medida de persistencia da volatilidade, ou seja, a taxa que reflete como o impacto de um choque no retorno verificado hoje se propaga ao longo do tempo, sobre a volatilidade dos retornos futuros. Isso mostra que a alta persistencia do choque enfreqüecerá lentamente.

O modelo ARCH acrescenta muitos lags ( $q$ ), os modelos GARCH estendem a formulação ARCH no sentido de que permite uma memória mais longa, e uma estrutura de defasagens para a variança mais flexível. Assim, o modelo é descrito por:

$$\varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} = \alpha_0 + A(L) \varepsilon_t^2 + B(L) h_t \quad (2.17)$$

$$\varepsilon_t = \mathbf{R}_t - \mathbf{x}'_t \mathbf{b}$$

Onde as restrições são dadas por:

$q > 0, p \geq 0, \alpha_0 > 0, \alpha_i > 0, (i = 1, 2, \dots, q),$  e  $\beta \geq 0, (i = 1, 2, \dots, p)$ . Se  $p = 0$ , o modelo se reduz a um ARCH ( $q$ ) e se  $p = q = 0$ , então  $\varepsilon_t$  é um ruído branco. Para isso é preciso que  $h_t = \alpha(L) \varepsilon_t^2 + 1 - \beta(L)$  seja não negativa, e que as raízes do polinómio  $\beta(L) = 1$  estejam fora do círculo unitário.

Um modelo GARCH  $(p,q)$  é um modelo ARCH  $(\infty)$

onde,

$$\sigma_t^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^p \beta_i} + \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i u_{t-i}^2 \rightarrow \text{ARCH}(\infty) \quad (2.18)$$

Apesar do modelo GARCH  $(p,q)$  captar correctamente diversas características observadas nas séries históricas de finanças, tais como a leptocurse e o agrupamento de volatilidade, não capta o efeito de alavancagem, uma vez que a variância condicional é função apenas da magnitude das inovações e não dos seus sinais (Brooks, 2002).

### 2.2.2.1 – Limitações do Modelo

À semelhança do modelo ARCH, o modelo GARCH, também assume que quer os choques positivos quer os choques negativos têm igual impacto sobre a volatilidade, visto que esta, depende dos choques quadráticos passados  $\epsilon_{t-j}^2$  dos valores passados assumidos pela volatilidade  $\sigma_{t-i}^2$  constitui uma limitação do modelo.

Assim, os modelos do tipo simétrico, como ARCH e GARCH, não conseguem de forma eficaz, acomodar o denominado *leverage effect*. Limitação essa que foi ultrapassada pela introdução do modelo EGARCH.

### 2.2.5 – Estimação dos Modelos ARCH e GARCH

Um modelo de regressão com termos de erro que apresentam as características apontadas pelos modelos do tipo ARCH pode ser estimado pelo Método dos Mínimos

Quadrados (MMQ). E os estimadores ( $\beta$ ) resultantes desse processo serão os estimadores lineares.

Contudo, existe um estimador não linear que é mais eficiente e, conseqüentemente, mais desejável, do ponto de vista estatístico, uma vez que é mais eficiente para o universo de grandes amostras, sendo que permite estimar conjuntamente os parâmetros  $\delta, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q$ . Esse estimador é dado pelo Método da Máxima Verossimilhança (MMV).

### 2.2.5.1 – Método dos mínimos quadrados (MMQ)

Seja,

$$Y_t = c + \Phi_1 Y_{t-1} + \Phi_2 Y_{t-2} + \dots + \Phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.19)$$

Para testar a hipótese de ausência de efeitos ARCH deve-se efectuar a regressão dos quadrados dos resíduos  $\varepsilon_t^2$  sobre os seus  $q$  valores passados  $\varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2, \dots, \varepsilon_{t-q}^2$  (e com termo independente),

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 \quad (2.20)$$

Sobre a hipótese nula  $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_q = 0$  de ausência de efeitos ARCH, o teste estatístico é dado por:

$$TR^2 \cap \chi^2_q$$

onde,

T é o número de resíduos calculados,

$R^2$  é o coeficiente de determinação.

Se o valor de estatística  $TR^2$  for manifestamente superior ao limite de 5% de uma distribuição do qui-quadrado com  $q$  graus de liberdade, deve-se rejeitar a hipótese nula em favor da alternativa de que os erros sofrem de heteroscedasticidade condicionada.

#### 2.2.5.2 – Método da Máxima Verosimilhança (MMV)

Os estimadores de MMV podem ser obtidos partindo-se de uma equação de regressão com resíduos apresentando um comportamento dado no modelo ARCH, do tipo:

$$Y_t = \delta X_t + \varepsilon_t \quad (2.21)$$

em que  $\delta t$  representa um vector de variáveis explicativas predeterminadas, que podem incluir termos desfasados de  $Y$ .

Tem-se como pressuposto que o termo de erro  $\varepsilon_t$ , possui as seguintes características:

$$\varepsilon_t = \sqrt{\sigma^2 t} \cdot V_t \quad (2.22)$$

em que  $\{v_t\}$  é uma sequência distribuída estatisticamente de maneira independente e identicamente (i.i.d.) com média zero e variância unitária, ou seja,  $\{v_t\}$  apresenta as seguintes características:

$$\mathbf{E}(v_t) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{E}(v_t^2) = \mathbf{1}$$

## 2.3 – Factos Estilizados no Comportamento da Volatilidade

Estudos relativamente sobre a caracterização da componente estocástica da volatilidade dos diversos activos financeiros determinaram a existência de padrões de comportamento comuns aos diferentes mercados que constituem propriedades universais, habitualmente designadas, como factos estilizados.

As séries temporais de finanças apresentam características próprias que tendem a aparecer como padrão para o retorno dos mais variados activos. Acções, títulos, opções, futuros, outros derivados, todos se encaixam em alguns fatos estilizados, [Rydberg (2000), Taylor (1994)].

Os mais estudados na literatura são, as fat tails na distribuição das rendibilidades, os *clusters de volatilidade*, o efeito alavanca ou de assimetria, a memória longa das sucessões cronológicas financeiras, os movimentos conjuntos (*co-movements*) e a evidência de caos.

Outro facto também, muito estudado é o efeito-calendário. Segunda-feira é um dia especial para a bolsa, na medida em que mercados passam sábado e domingo sem operar, mas continuam recebendo informações nesse período. Para as séries intradiárias existem diferenças significativas no volume de transações entre os dias da semana. Para as séries diárias, o comportamento dos retornos no fecho de segunda-feira pode ser diferente (é comum a existência de maior variância e médias menores). Também, há evidências de que os meses do ano apresentam características diferentes.

Muitas séries financeiras também apresentam distribuições assimétricas. Existe evidência de que séries de ações americanas apresentam leve assimetria negativa. Além disso, as distribuições têm caudas mais pesadas que de uma distribuição normal. Essa característica é consequência da existência de muitos *outliers*, muitas observações afastadas da média.

### 2.3.1 – O fenómeno dos Clusters na Volatilidade

O fenómeno de clusters de volatilidade é do conhecimento das finanças desde que Mandelbrot (1963) afirmou que “... grandes mudanças tendem a ser seguidas por grandes mudanças, qualquer que seja o sinal, e pequenas mudanças tendem a ser seguidas por pequenas mudanças...”. Ou seja caracteriza-se pelo facto de períodos de grande volatilidade serem seguidos por outros períodos de igualmente grandes oscilações, do mesmo modo que se espera que pequenas alterações nos preços sejam consecutivamente seguidas por modificações de reduzida dimensão nos mesmos (Campbell *et al.*, 1997). A presença deste fenómeno em uma série é um sinal inequívoco de heteroscedasticidade. Brock et al. (1992) afirmam que esta constatação levou ao desenvolvimento dos modelos ARCH e GARCH.

Brooks, 2002 considera que o nível de volatilidade actual tende a estar positivamente correlacionado com o nível de volatilidade dos períodos imediatamente anteriores. Existe na literatura diversos autores que estudaram de forma exaustiva o fenómeno dos Clusters, conforme o citado no estudo de Bentes S.(2007):

“ Priestley (2001) encontrou evidência de persistência na volatilidade do índice *S&P 500* tendo concluído que as alterações nas rendibilidades são induzidas por modificações no prémio de risco. Uma abordagem interessante é apresentada por Rossi e Gallo (2006) que tentam modelar este fenómeno com base nas cadeias de Markov.

Também foi encontrada evidência por den Haan e Spear (1998) e Siklos e Skoczylas (2002) de *clusters* na volatilidade de taxas de juro reais. Idêntico fenómeno foi registado por Li e Gao (2007) em relação ao índice *DJIA* já que se verificou existir um decréscimo lento na correlação temporal com persistência até vários meses. Santis e Imrohroglu (1997) identificaram igualmente *clusters* nos índices bolsistas de mercados emergentes pertencentes à Europa/Médio Oriente (Grécia, Turquia), Ásia (Índia, Coreia, Malásia, Filipinas, China e Tailândia) e América Latina (Argentina, Brasil, Chile, Colômbia, México e Venezuela), um fenómeno tradicionalmente associado aos

mercados desenvolvidos. Verificou-se, no entanto, que o grau de volatilidade nos países estudados é consideravelmente superior quando comparado com os mercados maduros”.

Granger e Machina (2006) consideram que os *clusters* na volatilidade., podem surgir de duas formas:

1) Interação multiplicativa descrita como

$$y_t = Z_t \varepsilon_t \quad (2.23)$$

em que  $Z_t$ , é uma *drift Variable* qualquer, estacionária ou não, com resíduo homocedástico  $\check{n}_t$  tal que

$$Z_t = \sum_{t=1}^t \check{n}_t \text{ ou } Z_t = \rho Z_{t-1} + \check{n}_t \text{ ou } Z_t = \check{n}_t + \gamma \check{n}_{t-1} \quad (2.24)$$

ou, resultante da combinação das expressões descritas anteriormente. Assume-se que nesta formulação os valores passados da variável dependente  $Y_t$  e da variável  $Z_t$  são directamente observáveis e integram o conjunto de informação  $I_t$ , ao contrário dos valores passados de  $\varepsilon_t$  e  $\check{n}_t$  que não são directamente observáveis apesar de, nalguns casos, poderem ser estimados ou inferidos pelos dados da amostra. Ao processo definido por  $Y_t$  designa-se por *drifting coefficient process* no qual a média e a variância condicionada do conjunto de informação  $I_t$  são dadas, respectivamente, por

$$E [y_t | I_t] = E [Z_t \varepsilon_t | I_t] = E [Z_t | I_t] E [\varepsilon_t | I_t] = 0, \quad (2.25)$$

$$\text{Var} [y_t | I_t] = E [Z_t^2 \varepsilon_t^2 | I_t] = E [Z_t^2 | I_t] E [\varepsilon_t^2 | I_t] = [(Z_t | I_t)^2 + \sigma^2 \check{n}] \sigma_\varepsilon^2 \quad (2.26)$$

2) Influência não linear da variável  $Z_t$  na variável dependente  $Y_t$ , proveniente da relação estrutural

$$Y_t = g ( Z_t ) \text{ ou } h ( Y_t ) = Z_t \quad (2.27)$$

O qual é designado por *drifting input* ou *drifting implicit input process*. Para pequenos valores de  $\sigma^2_{\eta}$ , a média e variância condicionadas de  $Y_t$  da função  $Y_t = g ( Z_t )$  podem ser aproximadamente obtidas por:

$$E [y_t | I_t] \approx g ( E[Z_t | I_t] ), \quad (2.28)$$

$$\text{Var} [y_t | I_t] \approx g' ( E [Z_t | I_t] )^2 \sigma^2 \quad (2.29)$$

Os *clusters* de volatilidade podem resultar da ocorrência conjunta de interações multiplicativas e efeitos não lineares, em que:

$$Y_t = f(Z_t, \varepsilon_t) \quad (2.30)$$

Para valores reduzidos de  $\sigma^2$  e  $\varepsilon_t^2$  a média e variâncias condicionadas de  $Y$  podem ser aproximadas pelas expressões:

$$E[y_t | I_t] \approx f(E[ Z_t | I_t], E [ \varepsilon_t | I_t ]) = f(E[Z_t | I_t], 0 ), \quad (2.31)$$

$$\text{var} [y_t | I_t] \approx f_z ( E[ Z_t | I_t ], 0 )^2 \sigma^2 + f_\delta ( E[Z_t | I_t], 0 )^2 \sigma^2 \quad (2.32)$$

## 2.4 - Influência dos aspectos subjectivos na previsão da volatilidade

Para além de aspectos de natureza objectiva, perfeitamente identificáveis e individualizados no mercado, existem ainda outros factores que deverão ser considerados no estudo da volatilidade e que, normalmente, estão associados a aspectos de ordem subjectiva.

Normalmente, são identificados dois factores: um refere-se ao impacto das características psicológicas individuais dos investidores na formação dos preços, e outro está relacionado com o sentimento do mercado.

- Relativamente ao primeiro factor, destaca-se a contribuição de Cross *et al.* (2005) que construíram um modelo baseado nas características de personalidade dos agentes económicos. Estes autores estudaram o impacto de dois tipos de tensões no comportamento dos investidores: “cobardia” e “inacção”. Enquanto, que, a cobardia se caracteriza pelo desconforto em resultado duma posição negocial minoritária, a inacção manifesta-se pela necessidade aumentada de modificar ou reavaliar um investimento. Há evidência empírica de que estas tensões de ordem psicológica podem contribuir para a existência de *fat tails* e de *clusters* de volatilidade. Eliminando o efeito de cobardia, esses desaparecem.
- Relativamente ao sentimento de mercado, este conceito tem sido amplamente debatido na literatura por diversos autores. O cerne da questão é a relação entre sentimento e volatilidade e o eventual sentido dessa causalidade.

Citando Bentes (2007) “Nesse contexto, surgiram duas correntes perfeitamente distintas. A primeira defende que existe uma relação de causa-efeito entre sentimento e volatilidade, podendo este ser utilizado para prever as rendibilidades futuras. De Long *et al.* (1990) encontram-se entre os principais defensores desta teoria. Estes autores construíram um modelo para tentar explicar o modo como o risco é percebido pelos

investidores tendo concluído que é o sentimento de incerteza que influencia as tendências evolutivas do mercado e não o contrário. Contudo, não foi possível identificar à partida de forma explícita o modo exacto como o sentimento afecta a volatilidade, podendo ocorrer várias situações. Por um lado, podem existir no mercado investidores muito sensitivos em relação a alterações do seu sentimento que, em consequência, reagem de forma imediata. Por outro, podemos ter investidores menos sensitivos que só actuem em caso de um forte sentimento, ou *feeling*, quanto à evolução do mercado.

Outros autores encontraram, igualmente, evidência de que o sentimento do mercado pode ser utilizado na previsão da volatilidade. Neal e Wheatley (1998) descobriram que factores como a venda a desconto ou o resgate de unidades de participação em fundos de investimento, tradicionalmente associados ao sentimento do mercado, influenciam de forma decisiva a volatilidade do mesmo. Wang (2001) utilizou as posições abertas por grandes investidores no mercado de futuros como *proxy* do nível de sentimento, tendo concluído pela utilidade destas na previsão das rendibilidades do período imediatamente seguinte. Esta ideia é corroborada pelo trabalho de Simon e Wiggins (2001).

Contudo, nem todos os estudos permitiram chegar a idênticas conclusões. Brown e Cliff (2004) encontraram evidência precisamente do fenómeno contrário. Iguais resultados foram obtidos por Solt e Statman (1988) e Wang *et al.* (2006). Esta corrente surgiu da interrogação sobre a forma como o sentimento seria gerado. A explicação natural, mais óbvia, seria que este fosse causado pelo comportamento da volatilidade dos mercados financeiros. Numa perspectiva mais abrangente Fisher e Statman (2000) encontraram evidência de que a causalidade entre sentimento e volatilidade pode ser significativa nos dois sentidos”.

Apesar do carácter subjectivo que caracteriza o sentimento de mercado e a dificuldade na sua quantificação torna-se necessário encontrar uma medida que permita determinar o seu valor. Vários são os indicadores propostos para essa classificação, entre os quais os seguintes:

- Índice de volatilidade implícita,
- Rácio *put/call* e,
- Rácio *bull/bear*.”

O índice de volatilidade implícita (*VI*) tem como objectivo principal avaliar, num dado momento, o sentimento e o nível de confiança no mercado. Basicamente, este método consiste em agrupar em intervalos os valores da volatilidade implícita previamente calculados para, de seguida, fazer corresponder a cada um deles níveis de sentimento que vão desde a inexistência de ansiedade até ao pânico extremo. A grande vantagem deste indicador reside precisamente nessa graduação pois fornece uma classificação dos diferentes graus do sentimento do mercado de acordo com a sua intensidade.

Segundo Ferreira (2005), pode-se identificar os seguintes tipos de sentimentos de mercado em relação aos níveis de volatilidade implícita:

Tabela 2.1 – índice de sentimentos de mercado

<b>Níveis de Volatilidade Implícita</b>	<b>Sentimentos no mercado</b>
05-10	Não existe ansiedade; satisfação extrema
10-15	Alguma ansiedade, mas muito pouca; grande satisfação ainda
15-20	Pouca ansiedade; satisfação moderada
20-25	Ansiedade moderada; pouca satisfação
25-30	Ansiedade moderada mas em crescimento
30-35	Ansiedade elevada
35-40	Ansiedade muito elevada
40-45	Ansiedade extrema
45-50	Início de pânico
50-55	Pânico moderado
55-60	Pânico instalado
60-65	Pânico intenso
+ 65	Pânico extremo

Fonte: Ferreira (2005)

Existe evidência empírica de que a relação que se estabelece entre os níveis de volatilidade implícita e a evolução do mercado é de ordem inversa uma vez que acréscimos nos níveis de volatilidade estão associados a descidas nas cotações, enquanto os decréscimos se verificam sempre que as expectativas dos investidores sejam positivas. De acordo com Ferreira (2009) os valores mais comuns para a média do índice situam-se entre 20 e 30.

Igualmente, pode-se avaliar o sentimento do mercado através do rácio Putt/Call, sendo a sua expressão dada pelo quociente entre:

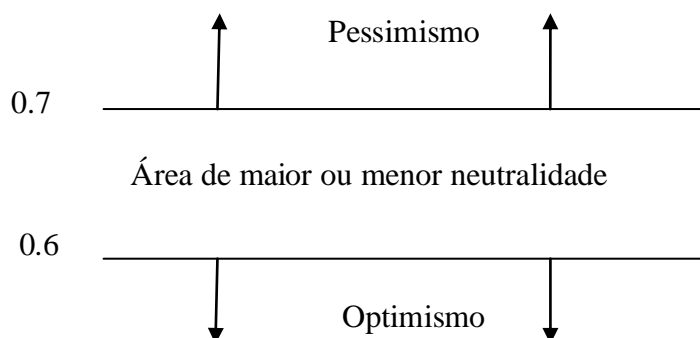
$$\frac{\textit{Volume de transação de Putt}}{\textit{Volume de transação de Call}}$$

Quando a expectativa dominante no mercado é de descida, verifica-se um aumento de procura de puts, cujo objectivo é protecção de posições longas ou especulação negativa das cotações. Contrariamente, se a expectativa é de subida a tendência é a aquisição de calls, procurando proteger posições curtas ou especular com o aumento das cotações.

Sempre que o volume de puts exceder com alguma intensidade o volume de calls, estaremos perante um sentimento de mercado pessimista, o rácio put/call tenderá a apresentar valores elevados. Neste cenário, a tendência é de abandono do mercado de acções e a procura de refúgio em mercados alternativos. Porém, se o volume de calls for superior ao volume de puts as expectativas do mercado são optimistas pelo que o rácio put/call tenderá a diminuir. Caso o quociente entre a put e a call for o valor unitário, significa que as expectativas positivas são exactamente iguais às negativas.

Existem dois níveis que são considerados como referência de base para este indicador: 0,60 e 0,70. Abaixo de 0,60 o sentimento é optimista enquanto, que acima de 0,70 o sentimento é pessimista. Embora, expectativas negativas estão associadas a valores superiores a 1, para este indicador 0,70 é tida como o limite a partir do qual o sentimento começa a ter uma conotação negativa. Porém, alguns autores só consideram a situação de pessimismo para valores superiores à unidade.

Figura 2.1: Níveis de optimismo e de pessimismo



Relativamente ao rácio bull/bear, basicamente se traduz numa consulta semanal a uma amostra de investidores com o objectivo de apurar a orientação do mercado - optimista, neutra ou pessimista, foi introduzido Investor's Intelligence – New Rochelle, New York no dia 1 de Dezembro de 2003. É vantajoso a compra de títulos quando o mercado está bearish, se está bullish deve-se vender, aproveitando assim o máximo diferencial entre o preço de aquisição e o de venda. O mercado está bullish se verificar uma subida generalizada das cotações ou então o mercado está bearish no caso de descida.

Este indicador surgiu em 1963, obtêm-se pelo quociente entre o número de investidores optimistas (bullish) e o número de investidores pessimistas (bearish). Quando o rácio é 1, significa que o número de investidores que acreditam na subida dos mercados é igual ao número dos investidores que apostam na sua descida. Se o rácio for acima do valor unitário, as expectativas do mercado são optimistas, caso se verifica um valor inferior a um as expectativas são pessimistas.

Os indicadores acima apresentados não deverão ser analisados de per si mas em comparação uns com os outros, com o objectivo de confirmação de resultados obtidos.

## **2.6 Síntese do capítulo**

Neste capítulo pretendeu-se apresentar, de forma exaustiva, as principais questões ligadas à volatilidade. Começando por definir conceitos, falou-se da volatilidade e como ela pode ser classificada. É importante também que se conheça os aspectos relevantes na sua estimação bem como os mecanismos para tal. Efectuou-se um estudo teórico, relativamente aos modelos básicos de modelação da volatilidade, como os modelos ARMA, ARCH e GARCH, em que se apresentou as vantagens e desvantagens de cada um deles. Existem outros modelos, porém não são objecto dessa dissertação. Vimos que não existe um único modelo que seja tido como o ideal para a modelação da volatilidade, existindo assim um leque muito vasto de modelos que podemos aplicar dependendo do objectivo do estudo. Questões como a identificação de alguns fatos estilizados presentes na volatilidade, como é o caso dos Clusters, também foram abordados neste capítulo.

## **CAPITULO III – DESCRIÇÃO DOS DADOS E EVIDÊNCIAS EMPÍRICAS**

### **3.1 – Índice de Acções**

Um índice de acções define-se como um cabaz de emissões de acções admitidas à cotação num ou em vários mercados, ponderadas segundo um determinado critério, que serve de indicador de referência da valorização média do mercado. São índices curtos que englobam o valor médio em moeda corrente de um determinado grupo de acções, consideradas mais representativas no movimento total do mercado ou de empresas actuantes em determinados sectores da economia. Existem índices gerais e sectoriais de acordo com os mercados alvos a analisar ou transaccionar. A variação dos índices espelha a tendência dos activos subjacentes associados – de alta ou de baixa - em um determinado momento da divulgação, ou no final dele, comparando-se com o índice do dia anterior.

Um índice de acções reveste-se de grande importância para a análise da volatilidade dos mercados financeiros, sendo-lhe normalmente, atribuídas as seguintes funcionalidades (Sónia, 2007):

- Possibilidade de comparação histórica entre as rendibilidades dos diferentes mercados (commodities, acções, obrigações, etc).
- Referencial de mercado útil, nomeadamente, para comparar a *performance* dos fundos de investimento.
- Indicador do nível de actividade económica uma vez que as cotações são normalmente entendidas como o reflexo das expectativas do mercado quanto à sua evolução.

- Barómetro das oscilações do mercado, em particular, no que respeita a crashes e bolhas especulativas.

Tendo em conta a sua finalidade e forma de construção os índices podem ser:

- **Índices gerais** – que englobam a totalidade das emissões admitidas à negociação num dado mercado ou segmento de mercado e que são geralmente de carácter informativo;
- **Índices de selecção ou amostrais** – que incluem apenas partes de segmentos de mercado, reflectindo a evolução dos preços e rendibilidades dum número fixo de títulos.

Com o objectivo de manter a neutralidade na avaliação do comportamento do mercado, a construção de um índice deve observar alguns critérios:

- **Representatividade** – para que um índice seja representativo, ela deve incorporar o maior número possível de empresas do mercado-alvo. Porém, esta representatividade está, limitada às empresas cotadas na bolsa visto que as outras não são consideradas na sua construção;
- **Ponderação** – após a selecção das empresas é necessário determinar a sua ponderação no valor global do índice. Existem várias formas de o fazer, sendo as mais frequentes, no caso de índices de acções:
  - **Capitalização bolsista** – em que o peso de cada empresa é calculado em função da sua capitalização bolsista. Assim, quanto maior for o seu valor de mercado maior a ponderação atribuída.  
Como em alguns casos se pode verificar a existência duma forte concentração de capital a tendência, actualmente, vai no sentido de

considerar apenas, para efeitos de cálculo, os títulos que circulam livremente no mercado e que se costumam designar por *free-float*.

- **Cotação** - De acordo com este critério, os pesos relativos resulta directamente da cotação individual de cada acção.
  
- **Momento de referência** – é também importante delimitar uma data para o início da contagem do índice. Normalmente, faz-se corresponder à data de começo um determinado número de pontos – vulgarmente designado por base do índice – para depois se irem apurando as alterações que posteriormente se venham a verificar.

*Os índices podem ainda ser classificados segundo dois tipos de critérios:*

- Pelo sistema de ponderação:
  - Do valor de mercado ou dos valores de capitalização bolsita;
  - Do preço;
  - De proporção igual;
  
- Pela média:
  - Aritmética
  - Geométrica

### **1ª Critério - Sistema de Ponderação**

Numa primeira fase para se construir um índice usando o preço da acção não se toma em consideração o seu peso, o que origina com que os movimentos das acções das empresas com acções de elevado valor fossem dominadoras pois tendiam a variar por elevados valores.

Outra possibilidade será, a de, a cada preço de acção do índice ser dado um peso igual no cálculo do respectivo índice. Assim, empresas com preços elevado de acções não provocam um efeito desproporcional no efeito do índice, mas este método não reflecte as diferenças no tamanho das várias empresas.

Este critério da ponderação, obriga a que se dê maior importância ao preço de determinadas acções, e menos importância ao preço de outras acções.

## **2ª Critério – Média**

Os preços individuais das acções têm que estar agregados para transmitir um único número, o valor do índice, sendo isto feito utilizando a média aritmética ou a média geométrica.

O primeiro índice sobre acções foi introduzido por Charles Dow a 3 de Julho de 1884, que incluía originalmente 11 títulos. O objectivo era criar um instrumento capaz de determinar a tendência global do mercado accionista americano, que se encontrava num período de enorme crescimento e complexificação.

Em 1987 o índice foi dividido em dois, de forma a retratar separadamente, dois sectores com características diferentes – o sector industrial e o sector caminhos-de-ferro.

Foi assim criado o índice Dow Jones Railroad Average com 20 acções do sector de caminhos-de-ferro, e o Dow Jones Industrial Average (DJIA), construído a partir de 12 acções industriais. Actualmente o DJIA é composto por 30 empresas industriais, cujas acções são transaccionadas na NYSE. O índice Dow Jones constitui objecto deste estudo, pela sua importância enquanto índice internacional, pois já foi demonstrado que o mesmo exerce influência sobre os outros índices.

Anteriormente os principais índices de referência do mercado português eram o Portuguese Stock Index-20 (PSI-20) e o Portuguese Stock Index-30 (PSI-30). O PSI 20 é neste momento o único índice do mercado Português.

Neste momento são publicados pela *Euronext Lisbon*, três índices não sectoriais: o índice PSI20, o índice PSI Geral e o índice PSI20 TR (*Total Return*). Relativamente à metodologia de construção, trata-se de índices de preços de *Laspeyres* nos quais os preços são ponderados pela quantidade de acções admitidas à negociação. No que respeita às rendibilidades, os índices PSI Geral e PSI20 TR são designados de índices de rendimento total, o que significa que os mesmos expressam a evolução de uma carteira, cuja composição é idêntica à do índice, assumindo-se que os rendimentos provenientes da distribuição de dividendos são reinvestidos na carteira do índice (Serra, 2003). O índice PSI20 é simplesmente um índice de preços, não sendo ajustado quando ocorre a distribuição de dividendos.

### **3.1.1 - PSI-20 - Portuguese Stock Index**

PSI 20, é o principal índice de referência português para a evolução do mercado de acções em Portugal, reflectindo a evolução dos preços das 20 empresas de acções de maior dimensão e liquidez seleccionadas do universo das empresas admitidas à negociação na Euronext Lisboa.

O PSI-20 foi criado a 31 de Dezembro de 1992, com um valor base de 3.000 pontos, com a finalidade de servir de indicador da evolução do mercado accionista português e servir de suporte à negociação de contratos de futuros e opções.

Para corrigir os efeitos da concentração de capital os pesos dos constituintes do índice PSI 20 são ajustados de acordo com o Free –Float<sup>3</sup> e limitados a 20% para efeitos de revisão periódica. A carteira de acções que compõe este índice é sujeita a revisões anuais em Março, sendo conhecida em Janeiro, conjugando a necessidade da estabilidade da amostra com a necessidade da respectiva composição se mostrar suficientemente flexível.

---

<sup>3</sup> Free – Float é a percentagem do capital social que se encontra disperso em bolsa (na mão dos accionistas minoritários), relativo a uma determinada empresa admitida à cotação nesse mercado.

## **Regras de selecção da amostra**

São consideradas elegíveis as acções que cumprem cumulativamente os seguintes requisitos:

1. Estejam admitidas à negociação no Mercado de Cotações Oficiais e sejam negociados no sistema de negociação em contínuo há pelo menos vinte sessões de bolsa;
2. A entidade emitente tenha sede principal e efectiva da sua administração em território nacional, ou alternativamente tratando-se de uma entidade com sede no estrangeiro, tenha no Mercado de cotações Oficiais gerido pela Euronext Lisbon a sua listagem principal atenda para esse efeito, pelo peso do volume transaccionado em todos os mercados regulamentados em que a mesma se encontre admitida à negociação, o qual não poderá ser inferior a 66,7%;
3. A entidade emitente apresente adequada dispersão accionista de modo a permitir uma adequada liquidez às acções e a viabilizar a regular formação dos respectivos preços;
4. Não se anteveja a supremacia da exígua liquidez, profundidade regularidade ou continuidade na formação dos preços de mercado.

Durante o ano e com base nos dados obtidos pela revisão periódica é elaborado um novo ranking, sendo:

1. As empresas em carteira substituídas se:
  - a. Obtiverem uma classificação inferior ao vigésimo segundo lugar, ou;

- b. Obterem uma classificação na vigésima primeira ou vigésima segunda, mas uma empresa não pertencente ao índice ficar na 18ª posição ou acima.
2. Em contrapartida, uma empresa que ainda não pertença ao índice será admitida se:
- a. Ficar classificada em decimo oitavo lugar ou acima;
  - b. Ficar classificada em décimo mono ou vigésimo lugar, e uma empresa pertencente ao índice ficar na vigésima segunda posição ou abaixo.

Para além das revisões periódicas, pode-se proceder a revisões extraordinárias as quais implicam a substituição automática de qualquer elemento da amostra pelo elemento melhor classificado na lista de espera, sempre que se verifique uma das seguintes situações:

- a. Exclusão ou suspensão de negociação por um período de tempo considerado excessivo;
- b. Abertura de uma ou mais vagas na amostra, por fusão de duas ou mais sociedades cujas acções são delas integrantes;
- c. Cisão de uma sociedade integrante da amostra em duas ou mais sociedades, sendo que nenhuma das emissões representativas do capital social das sociedades resultantes da cisão, preenche as condições necessárias para continuar a integrar a amostra;
- d. Ocorrência de circunstância que provoquem, tenham provocado, previsivelmente venham a provocar, uma grave diminuição de liquidez, dispersão ou capitalização bolsista da emissão integrante da amostra, bem como qualquer outra circunstância que, ter-se verificado anteriormente, teria provocado a pré-exclusão da emissão em causa.

A comissão poderá também determinar a inclusão extraordinária na amostra de uma emissão recente admitida á negociação sempre que, atendendo á capitalização e liquidez previsível da mesma, a sua omissão seja susceptível de afectar negativamente a qualidade do índice enquanto indicador de mercado.

### **Metodologia de cálculo**

A metodologia de cálculo tem por base o Free-Float, ou seja a proporção do número de acções dispersas e disponíveis para negociação no mercado face á totalidade do capital social admitido a negociação em bolsa. Assim a sua fórmula de cálculo é dada pela seguinte expressão:

$$\text{Índice}_t = \frac{\sum_{i=1}^n P_i t q_i t}{d_t} \times \text{Base} \quad (3.1)$$

onde,

n representa o número de emissões integrantes da carteira no momento t,

P<sub>i</sub> a última cotação da i-ésima emissão,

q<sub>i</sub>, o número de acções e

d<sub>t</sub> o divisor vigente no momento t, definido como

$$d_t = \frac{\text{Cap. Bols. to}}{\text{índice to}} \times \text{Base} \quad (3.2)$$

Simbolizando  $t_0$  a data do último ajustamento da base de cálculo do índice. Este divisor apresenta como principal característica o facto de se manter constante até ao momento em que se verifique novo ajustamento.

## Composição da Carteira

Listagem das 20 empresas constituintes do PSI 20, a 24 de Julho de 2010.

**Figura 3.1: Composição da Carteira do PSI 20**

Designação	Código	Última	Variação	Peso	Capitalização	Hora
ALTRI SGPS	<a href="#">ALTR</a>	4.010	-0.91%	0.91%	411,289,002	23/07/10 17:35
B.COM.PORTUGUES	<a href="#">BCP</a>	0.630	-2.16%	10.62%	2,971,681,800	23/07/10 17:39
B.ESPIRITO SANTO	<a href="#">BES</a>	3.470	-2.47%	8.16%	4,049,499,998	23/07/10 17:35
BANCO BPI	<a href="#">BPI</a>	1.620	0.75%	2.21%	1,458,000,000	23/07/10 17:35
BRISA	<a href="#">BRI</a>	5.050	2.41%	5.17%	3,029,400,000	23/07/10 17:36
CIMPOR, SGPS	<a href="#">CPR</a>	4.780	-0.48%	3.52%	3,210,144,000	23/07/10 17:35
EDP	<a href="#">EDP</a>	2.510	0.08%	14.03%	8,776,309,665	23/07/10 17:37
EDP RENOVAVEIS	<a href="#">EDPR</a>	4.830	-0.49%	4.62%	4,209,759,190	23/07/10 17:35
GALP ENERGIA-NOM	<a href="#">GALP</a>	12.560	0.12%	13.64%	9,685,909,280	23/07/10 17:36
INAPA-INV.P.GESTAO	<a href="#">INA</a>	0.480	-0.83%	0.16%	71,400,000	23/07/10 17:35
J.MARTINS, SGPS	<a href="#">JMT</a>	8.350	0.35%	8.01%	5,254,598,387	23/07/10 17:35
MOTA ENGIL	<a href="#">EGL</a>	2.180	0.00%	0.58%	445,082,637	23/07/10 17:35
P.TELECOM	<a href="#">PTC</a>	8.100	-0.37%	16.59%	7,261,747,200	23/07/10 17:35
PORTUCEL	<a href="#">PTI</a>	2.120	-2.16%	1.82%	1,140,581,750	23/07/10 17:35
REN	<a href="#">RENE</a>	2.590	-0.27%	1.52%	677,961,060	23/07/10 17:35
SEMAPA	<a href="#">SEM</a>	7.560	-1.16%	1.38%	894,711,617	23/07/10 17:35
SONAE	<a href="#">SON</a>	0.800	-1.24%	2.83%	1,598,000,000	23/07/10 17:35
SONAE IND.SGPS	<a href="#">SONI</a>	2.350	0.30%	0.64%	328,720,000	23/07/10 17:35
SONAECOM, SGPS	<a href="#">SNC</a>	1.400	-0.99%	0.68%	512,745,615	23/07/10 17:35
ZON MULTIMEDIA	<a href="#">ZON</a>	3.240	-1.88%	2.89%	999,928,239	23/07/10 17:35

Fonte: www.euronext.pt

## Lista de Espera da Carteira

A lista de Espera – tem como objectivo identificar as emissões com maior probabilidade de serem incluídas no índice, aquando da necessidade de substituição de emissões da amostra. A lista de espera é constituída pelas dez emissões, que pela aplicação dos critérios de selecção se encontram melhores posicionadas de entre as emissões não incluídas na amostra. A divulgação da lista de espera é feita mensalmente no primeiro dia útil.

**Tabela 3.1: Lista de 5 empresas melhores posicionadas em espera do PSI 20**

<b>Posição</b>	<b>Designação</b>	<b>Acções</b>
<b>1</b>	E.SANTO FINANCIAL GROUP	45.223.707
<b>2</b>	BANIF – SGPS NOM	350.000.000
<b>3</b>	SONAE CAPITAL	250.000.000
<b>4</b>	GR.SOARES COSTA SGPS	133.000.000
<b>5</b>	MARTIFER – SGPS, SA	100.000.000

**Fonte: euronext – Listagens de Junho de 2009**

Para determinar eventuais entradas ou saídas de títulos do índice é tida em conta:

- A Liquidez, medida pelo volume de transacção em Bolsa durante o período até à próxima revisão, e a
- Capitalização Bolsista ajustada por um factor de Free Float.

Os valores do Factor de Correção do Free Float (FCFF), são dados pela seguinte tabela:

**Tabela 3.2: Factor de Correção do PSI 20**

<b>Free Float</b>	<b>Factor de Correção</b>
Menor ou igual a 10%	10%
Maior que 10% e menor ou igual a 20%	25%
Maior que 20% e menor ou igual a 30%	40%
Maior que 30% e menor ou igual a 40%	60%
Maior que 40% e menor ou igual a 50%	80%
Maior do que 50%	100%

### **Índices sectoriais**

O PSI 20 é o PSI Global, que pretende retratar em termos médios a evolução do mercado accionista Português. Porém para determinar a evolução de determinados sectores económicos de importância particular foram criados os índices sectoriais, tais como o PSI Intermediação Financeira, PSI Industrial e o PSI TMT (Tecnologia, Média e Telecomunicações).

### **Índice de rendibilidade total PSI 20 TR**

O objectivo foi criar um termo de comparação de performance mais refinado para as carteiras de acções, já que a sua rentabilidade é também função da distribuição de dividendos.

Para o seu cálculo baseia-se na metodologia do cálculo do PSI 20, acrescentando-lhe um ajuste pela distribuição de dividendos, ilíquidos de impostos, reflectindo, assim o reinvestimento, na carteira teórica que lhe esta subjacente, dos montantes distribuídos a titulo de dividendos pelas acções que a compõem.

### **3.1.2 - Dow Jones Industrial Average (DJIA)**

O Índice Dow Jones Industrial Average (DJIA) foi criado por Charles Dow, editor do The Wall Street Journal e fundador do Dow Jones & Company, constitui o principal índice da Bolsa de Nova Iorque e o índice mais antigo do mundo. O Dow Jones foi criado em 1884 e representava a evolução média de 11 empresas, dos quais 9 eram empresas ferroviárias. A publicação periódica do índice começou em 1896 com a integração da General Electric. O seu valor inicial foi de 40,94 pontos. Em 1916 o número de empresas que constituíam este índice aumentou para vinte e em 1928 para trinta, altura em que as acções estavam quase a atingir o seu valor máximo, antes da crise de 1929. A par de outros índices, tais como Nasdaq Composite e Standard & Poor's 500, constitui um dos principais indicadores dos movimentos do mercado americano. Actualmente, o Índice Dow Jones Industrial Average representa o valor médio de trinta acções (blue chips) das maiores empresas industriais americanas, cujos negócios passam pela Bolsa de Nova Iorque. Grandes empresas como General Motors, Goodyear, IBM, Exxon, American Express, Boeing, Citigroup, Coca-Cola, IBM, o McDonald's, Wal-Mart e Walt Disney Company são exemplos de empresas que fazem parte da composição deste índice. Em 1999 Intel e Microsoft passaram a integrar este índice e tornaram-se as primeiras duas empresas negociadas na NASDAQ a participarem na composição do DJIA. Todas as outras empresas têm as suas acções negociadas na Bolsa de Valores de Nova Iorque (New York Stock Exchange).

A lista de empresas constituintes do índice DJIA é sistematicamente revista de forma a reflectir as mudanças que possam ocorrer no mercado, pelo que algumas dessas empresas poderão ser substituídas. Quando tal acontece, é usado um factor para ajustar os valores do índice para que os mesmos não sejam directamente afectados por tais mudanças. De todas as empresas que compunham o índice DJIA inicial, somente a General Electric permanece actualmente na composição do mesmo.

No cálculo do índice DJIA, a soma dos preços das acções das trinta empresas é dividida por um divisor, o divisor Dow. Esse divisor é ajustado no caso de splits, spin-offs ou outras mudanças estruturais com o objectivo de assegurar que essas mudanças não vão alterar o valor do índice.

O divisor inicialmente usado foi o número de empresas, pelo que o índice DJIA era a média aritmética simples dos preços das acções. Hoje em dia, após muitos ajustes, o divisor assume um valor menor que um, e é tido em conta no seu cálculo atrás referido o factor de ajustamento, sendo a sua expressão de cálculo dada por:

$$DJIA = \frac{\sum p}{d} \quad (3.3)$$

onde  $\sum^P$  representa o somatório dos preços das acções das empresas que compõe o índice e  $d$  é o divisor Dow.

Eventos como Splits ou mudanças na lista das empresas incluídas alteram o valor da soma das acções das empresas que compõem o índice. Nesses casos, para evitar descontinuidade no índice, o divisor Dow é actualizado para que sejam coincidentes os valores do índice DJIA, antes e depois do evento.

$$DJIA = \frac{\sum Pold}{dold} = \frac{\sum Pnew}{dnew} \quad (3.4)$$

O Índice Dow Jones foi criado em 1896, tendo a sua carteira a seguinte composição:

**Tabela 3.3: Composição do Dow Jones em 1896 (início do índice)**

<b>Composição do Dow Jones em 1896</b>
American Cotton Oil
American Sugar
American Tobacco
Chicago Gas
Distilling & Cattle Feeding
General Electric
Laclede Gas
National Lead
North American
Tennessee Coal & Iron
U.S Leather
U.S Rubber

Actualmente, as empresas constituintes do DJIA são as seguintes (tabela 3.4):

**Tabela 3.4: Composição actual do Índice Dow Jones**

3M	Du Pont	Mc Donald's
Alcoa	Exxon Mobil	Merck
American Express	General Electric	Microsoft
AT&T	Hewlett-Packard	Pfizer
Bank of America	Home Depot	Procter & Gamble
Boeing	IBM	The Travelers Companies
Caterpillar	Intel	United Technologies
Chevron	Johnson & Johnson	Verizon
Cisco Systems	JP Morgan Chase	Wal-Mart Stores
Coca-Cola	Kraft Foods	Walt Disney

### **3.2 – Recolha e tratamento de dados**

Tendo em vista o estudo dos factos estilizados (em particular a observação de clusters de volatilidade) que caracterizam a volatilidade e com o objectivo de proceder a comparações internacionais foram considerados no âmbito deste estudo, 2 índices bolsistas internacionais representativos do mercado Português e Norte-Americano. Foram obtidas cotações a partir da base de dados de Bolsa Pt para o índice PSI 20 e o Dow Jones. A escolha destes índices deve-se sobretudo à forte influência do mercado norte-americano na economia e nos mercados europeus e por conseguinte no mercado Português. O PSI 20 é o índice de referência de Portugal daí o interesse pelo estudo do mesmo.

Assim foram consideradas duas amostras correspondentes aos índices acima citados dentro do período de 01/01/2005 a 31/12/2009, num total de 1288 observações para o PSI 20 e 1254 observações para o Dow Jones.

#### **3.2.1 – Evolução dos índices bolsistas internacionais**

Nas figuras abaixo estão apresentadas a evolução da cotação diária, a rendibilidade e os níveis de volatilidade desde 03 de Janeiro de 2005 até 31 de Dezembro de 2009 dos índices bolsistas PSI20 e Dow Jones.

Figura 3.2 - Rendibilidade do índice accionista DJIA de 29/03/05 a 31/12/2009

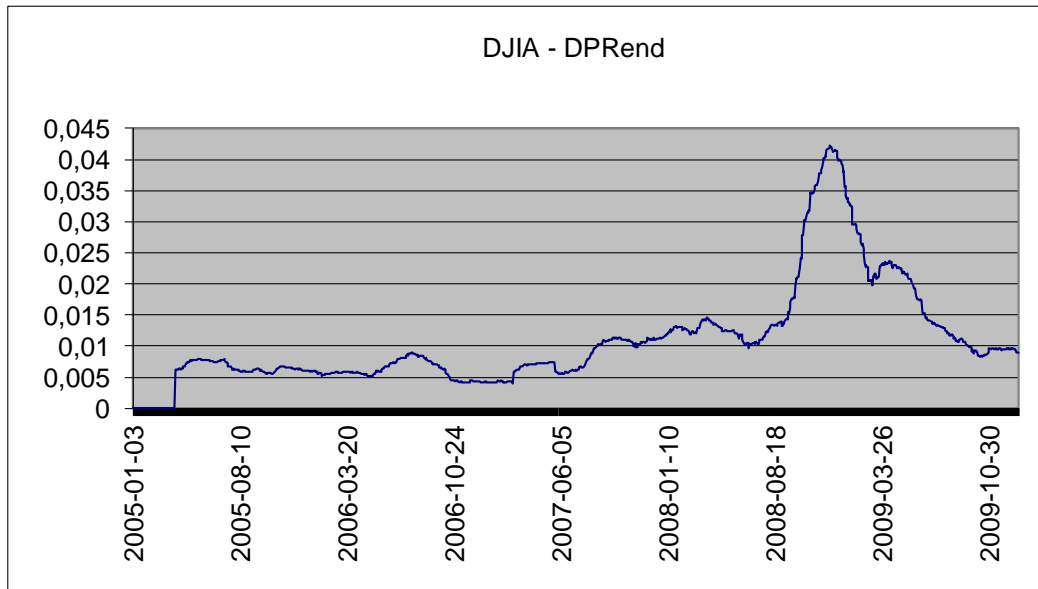


Figura 3.3 – Cotação do índice DJIA de 03/01/05 a 31/12/2009

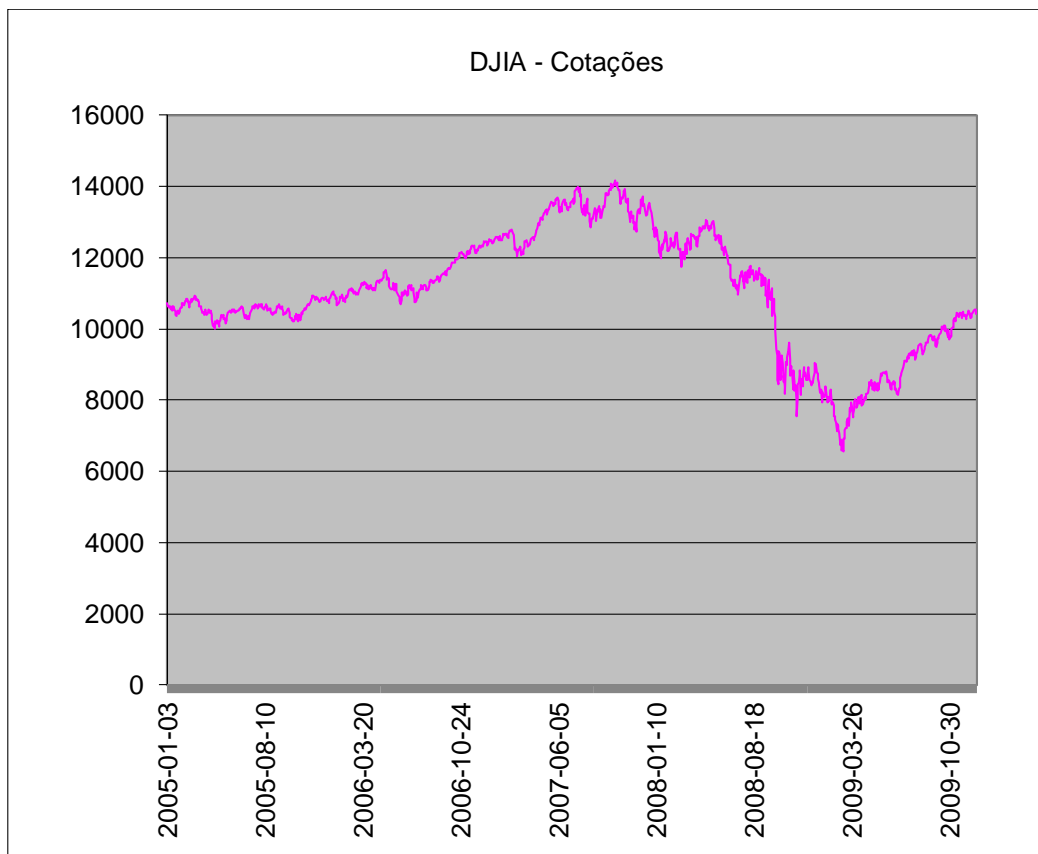


Figura 3.4 – Volatilidade do DJIA compreendida entre o período de 03/01/05 a 31/12/05

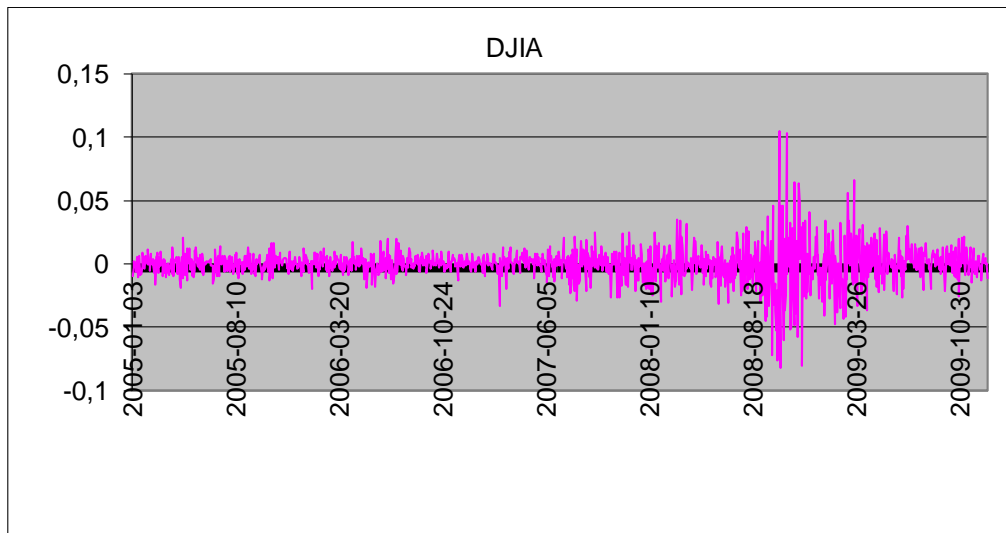


Figura 3.5 - Rendibilidade do índice accionista PSI20 de 29/03/05 a 31/12/2009

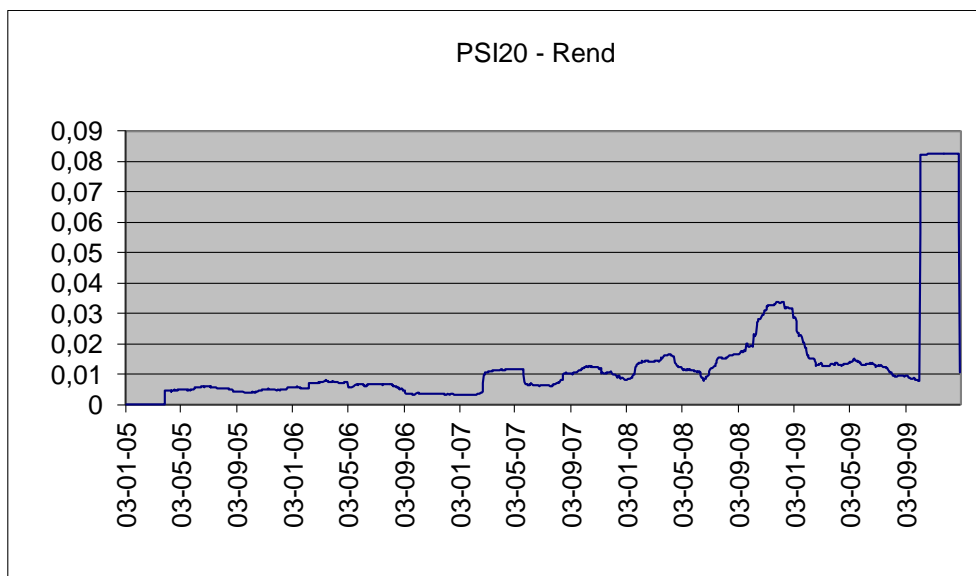


Figura 3.6 – Cotação do índice PSI20 de 03/01/05 a 31/12/2009

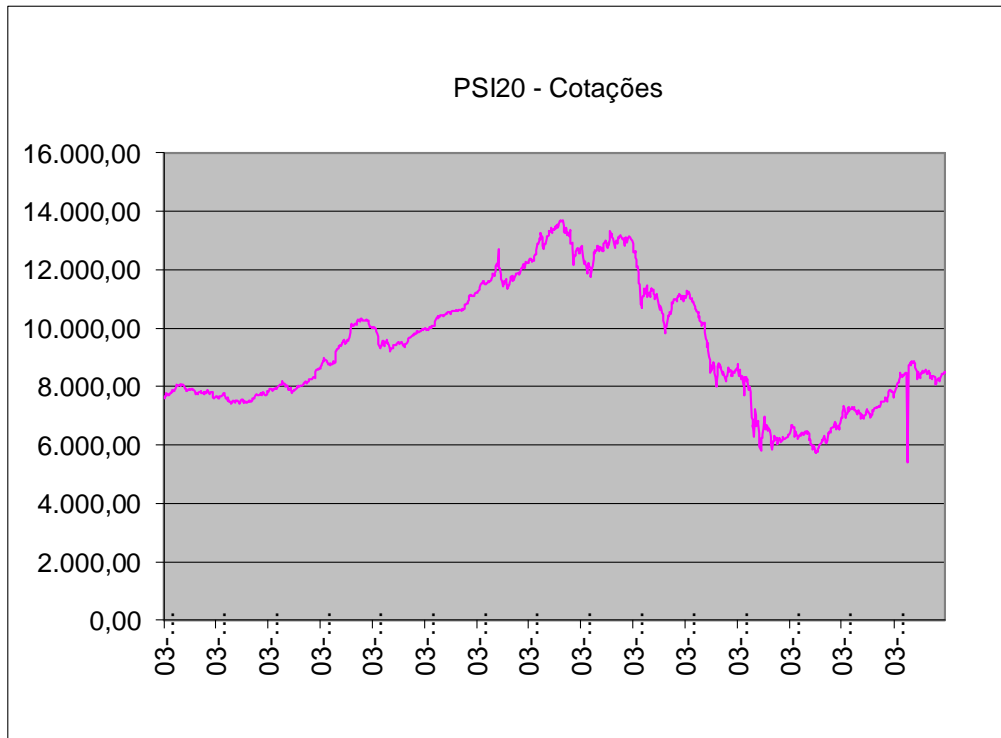
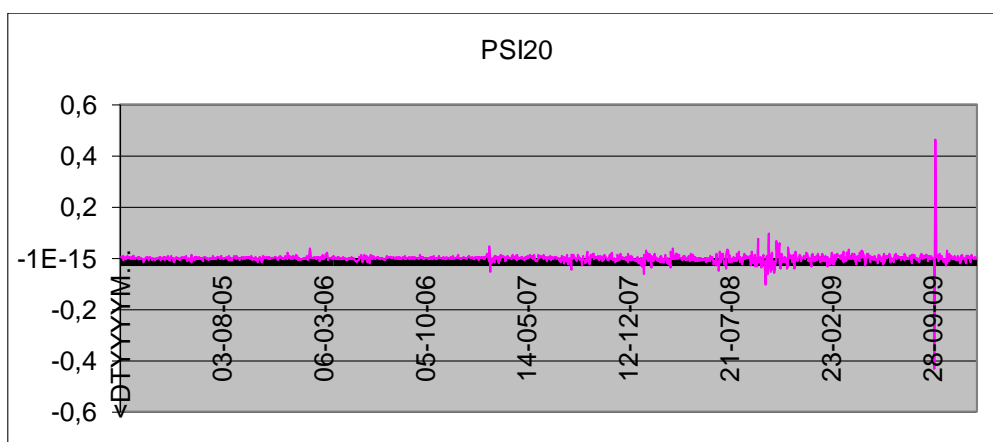


Figura 3.7 – Volatilidade do PSI20 compreendida entre o período de 03/01/05 a 31/12/05



Da análise dos gráficos, é possível identificar um comportamento semelhante entre estes dois índices, consubstanciada pela existência de 3 períodos distintos: um primeiro período de Dezembro de 2006 a Novembro de 2007 em que se verificou uma ligeira subida dos índices, um segundo período, com início em Novembro de 2007 a início de 2009, em que se verifica uma descida significativa dos índices, o 3º período com início a princípio de 2009 até 2010 em que se começa um novo ciclo de expansão.

O ano de 2005, foi um ano em que se verificou a consolidação da recuperação dos mercados financeiros, iniciada em 2003. A economia mundial registou um crescimento de 4.3%, originária do excelente desempenho da economia americana e das economias asiáticas (nomeadamente a China, Índia e Japão), o que conduziu a uma redução da volatilidade bolsista. A capitalização bolsista da Euronext Lisboa aumentou, e o índice PSI-20 cresceu 13,4%<sup>4</sup> face ao ano anterior.

Em 2006, os mercados financeiros internacionais mantiveram a tendência ascendente. A economia mundial registou um crescimento de 5,1%<sup>5</sup>), estando na origem deste crescimento, o excesso de liquidez disponível por parte dos países produtores de commodities, os excelentes indicadores económico-financeiros apresentados pelas empresas e a abertura das economias ao sistema de mercado.

A volatilidade dos índices bolsistas, em especial os europeus, foi instável durante o ano de 2006, principalmente no período compreendido entre Abril e Julho. No mês de Maio, os índices *Euro Stoxx 50* e *FTSE 100* atingiram uma volatilidade anualizada de 24. A forte integração dos mercados mundiais, auxiliada pela incerteza em relação à evolução das taxas de juro norte-americanas, bem como os receios sobre novos aumentos das taxas de juro por parte do Banco Central Europeu, explicam o comportamento dos mercados accionistas europeus nesse período. Relativamente aos índices norte-

---

<sup>4</sup> Dados do relatório e contas de 2005 publicado pela CMVM

<sup>5</sup> Dados do relatório e contas de 2006 publicado pela CMVM

americanos, o índice *Nasdaq* apresentou, em 2006 e em termos médios, uma volatilidade superior em quatro pontos percentuais ao índice *Dow Jones*, correspondendo ao perfil de risco das empresas admitidas à negociação em cada um desses mercados.

Ao longo do ano de 2008, as cotações dos mercados accionistas registaram, uma descida acentuada generalizada, tendo os principais índices accionistas atingido, ao longo do mês de Novembro, os níveis mais baixos dos últimos 11 anos. O PSI20 acentuou a desvalorizou-se 51,3%<sup>6</sup> (com maior intensidade no último trimestre do ano, onde perdeu 21,1%). O PSI20 TR, caiu 49,6%, sendo que a diferença face ao PSI20 resulta do facto deste não ser corrigido do efeito da distribuição de dividendos. A volatilidade dos índices, acentuou-se para níveis superiores a 30%, no entanto, no final do ano assistiu-se a uma ligeira estabilização dos índices de mercado, com a consequente redução da volatilidade.

O início de 2009 foi marcado pelos efeitos da grave crise económica e financeira iniciada em meados de 2007 e que se desenvolveu em 2008. O crescimento real do PIB das economias desenvolvidas recuou 3,2%, a economia norte-americana regrediu 2,4%, a Zona Euro 4,1% e o Japão 5,3%. As novas economias industrializadas asiáticas apresentaram uma quebra menos acentuada de 0,9% e, no final do último trimestre, evidenciavam já um crescimento vigoroso. A China atingiu um crescimento de 8,7%.

Segundo dados da CMVM, nos primeiros três meses do ano os mercados registaram perdas significativas e mantiveram os elevados níveis de volatilidade que caracterizaram o ano de 2008, tendo alguns dos principais índices mundiais, como o S&P 500, o MSCI *Europe* e o *Footsie* 100 acumulado perdas de, respectivamente, 14,4%, 12,2% e 13,9%. A volatilidade destes índices, ainda que ligeiramente inferior à verificada em 2008, permaneceu elevada nos primeiros três meses do ano, situando-se em torno dos 35-40%.

---

<sup>6</sup> Dados do relatório e contas de 2008 publicado pela CMVM

A recuperação dos mercados financeiros internacionais, em particular a partir de finais de Março de 2009, traduziu-se em retornos anuais fortemente positivos, porém mostraram-se insuficientes para compensar as quebras ocorridas em 2008.

O comportamento destes índices não foi estável ao longo do ano. Até ao final do primeiro trimestre os índices registaram quedas que oscilaram entre os -17,8% (Zona Euro) e os -10,6% (índice mundial). A partir daí, e ao longo dos últimos 9 meses do ano, o índice da Zona Euro foi o que apresentou maior valorização (54,5%<sup>7</sup>), enquanto o índice representativo dos mercados do Extremo Oriente (31,3%) foi o que, apesar da forte subida registada, apresentou menor desempenho relativo.

A descida do preço do petróleo, iniciada no verão de 2008, inverteu-se a partir do primeiro trimestre do ano, acompanhando a recuperação do mercado accionista e as flutuações da procura. Até ao final do primeiro trimestre de 2009, ainda num quadro de profundo ambiente económico recessivo, a concomitante redução da procura forçou a descida dos preços do petróleo.

Apesar da subida generalizada no mercado financeira, os diversos índices apresentaram níveis significativamente negativos face ao final de 2006. Os mercados de acções voltaram a cair em 2009, seguindo a tendência de queda verificada em 2008. Porém no final do 1º trimestre os mercados apresentaram uma recuperação assinalável, mas resultaram insuficientes para compensar as perdas ocorridas em períodos anteriores. O índice MSCI apresentou um aumento de 23.8%, o índice S&P 500 de 20.40% e o índice Dow Jones Euro Stoxx 50 de 20% e o índice PSI 20 33.50%.

---

<sup>7</sup> Dados do relatório e contas de 2009 publicado pela CMVM

### 3.2.2 – Análise estatística dos índices bolsistas internacionais

De acordo com a definição de Taylor (1986), uma série financeira é uma qualquer série numérica obtida através de preços financeiros. Diversos estudos empíricos têm evidenciado um conjunto de propriedades estatísticas comuns às séries financeiras, sobretudo, quando estas exibem uma elevada frequência das observações.

A amostra utilizada neste estudo é constituída pelas cotações diárias de fecho do índice PSI 20 e pelas cotações diárias de fecho do índice Dow Jones compreendidos no período de 01/01/2005 a 31/12/2009, para os dois índices (**1288 e 1254 observações diárias**).

A análise das principais propriedades estatísticas das séries de cotações do índice PSI20 e do índice DJIA, inicia-se, com o cálculo das taxas de rendibilidade instantâneas, de acordo com a metodologia proposta por Taylor (1986).

A taxa de rendibilidade dum índice bolsista num certo período  $t$ . é dada por:

$$R_t = \ln \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \quad (3.5)$$

onde,

$R_t$ , representa a taxa de rendibilidade do índice no período  $t$  e  $P_t$  e  $P_{t-1}$  as cotações de fecho das sucessões cronológicas ajustadas, respectivamente para os momentos  $t$  e  $t-1$ .

A expressão anterior conduz-nos a

$$R_t = \ln P_t - \ln P_{t-1} \quad (3.6)$$

Na tabela 3.5, encontram-se apresentadas as principais estatísticas descritivas das taxas de rendibilidade diária do índice PSI20 e do índice DJIA.

Tabela 3.5: Estatísticas descritivas das taxas de rendibilidade diária dos índices PSI 20 e Dow Jones.

<b>Estatísticas</b>	<b>PSI 20</b>	<b>Dow Jones</b>
<b>Média</b>	0.00077639	0.00079744
<b>Mediana</b>	0.00072825	0.00076799
<b>Máximo</b>	0.00113739	0.00134881
<b>Mínimo</b>	0.00047672	0.00046963
<b>Desvio-padrão</b>	0.00017352	0.00018246
<b>Assimetria</b>	-0.001176	-0.00928
<b>Curtose</b>	4.97732	3.71168
<b>Jarque-Bera</b>	280.62	26.427
<b>Probabilidade</b>	0.000000	0.000000

Para os dois índices, as medidas de localização (média e mediana) apresentam valores positivos e muito próximos de zero. O Índice Dow Jones evidencia maior dispersão, pois o desvio padrão é ligeiramente superior ao verificado no PSI 20. A característica estilizada de “caudas pesadas e pico elevado (leptocurtose)” está bastante presente nos dados, destacando-se um ligeiro enviesamento (assimetria), observável directamente

pelo coeficiente de assimetria, negativo, no índice PSI 20 e Dow Jones. Isto significa que, comparativamente à distribuição normal, se verifica uma maior concentração das observações na cauda esquerda da distribuição (cauda esquerda mais longa). Ambas as séries apresentam caudas pesadas e um forte desvio face aos parâmetros de referência da distribuição normal.

A curtose apresenta valores, sempre superiores a 3, indicando que as taxas diárias de rentabilidade seguem um comportamento leptocúrtico pelo que, comparativamente à distribuição normal, as mesmas evidenciam excesso de curtose. Sendo o PSI 20, o índice onde o excesso de curtose se manifesta de forma mais significativa.

Adicionalmente, e tendo por base uma análise combinada dos parâmetros de forma (assimetria e curtose) é ainda possível concluir que as distribuições apresentam uma tendência de afastamento em relação à normal<sup>8</sup>. Da aplicação do teste de normalidade de Jarque-Bera<sup>9</sup>, pode-se concluir da forte evidência para a hipótese de que a série temporal de rentabilidade diária não corresponde à distribuição normal, tendo os resultados obtidos apontado no sentido da rejeição da hipótese nula, reforçando as conclusões anteriormente salientadas. Conclui-se assim, que as distribuições das taxas de rentabilidade do índice PSI20 e do índice Dow Jones, evidenciam *clusters* de volatilidade, são leptocúrticas e apresentam assimetria negativa.

---

<sup>8</sup> Na distribuição *normal* o coeficiente de curtose é igual a 3 e o coeficiente de assimetria é igual a 1.

<sup>9</sup> A estatística do teste de *Jarque-Bera* é dada por  $Z_1^2 + Z_2^2 = n \left( \frac{(K-3)^2}{24} + \frac{(sK)^2}{6} \right)$ .  $\chi^2(2)$ , onde,  $n$  representa o nº de observações,  $K$  representa o coeficiente de curtose estimado e  $sk$  representa o coeficiente de assimetria estimado.

### **3.3 – Síntese do Capítulo**

Neste capítulo abordou-se a questão dos índices bolsistas, começando pela definição do conceito, os critérios a ter em conta na construção dum índice bolsista. Abordamos dois índices internacionais - o PSI 20 e Dow Jones, explicando a metodologia de cálculo, a selecção da amostra e a composição da carteira para cada um dos desses índices . Falou-se da situação económica financeira mundial e em particular Portugal relativamente ao período que compõe a amostra. Para cada um dos índices estudados, analisou-se uma amostra no período de 01/01/2005 a 31/12/2009, onde foram obtidos algumas medidas estatísticas, como medidas de localização e dispersão. Foi efectuado o teste de Jarque-Bera que veio confirmar os dados obtidos. As distribuições de rendibilidade diária dos dois índices não seguem uma distribuição normal, apresentando ambos uma assimetria negativa.

## CAPITULO IV - CONCLUSÃO

Em termos gerais, pretendeu-se, neste trabalho de pesquisa, uma revisão bibliográfica dos principais aspectos relacionados com índices de acções e volatilidade de índices de acções. Especificamente procurou-se detectar e analisar a existência de *Clusters de Volatilidade* na série temporal das rendibilidades diárias em dois índices internacionais, o PSI 20 e o Dow Jones.

Optou-se pelo estudo dos clusters, pois esta constitui um dos factos estilizados da volatilidade e desperta muito interesse na área das finanças. Optou-se também pela análise dos índices PSI 20 e Dow Jones, pois o primeiro diz respeito à nossa realidade e o segundo sendo um dos índices mais antigos é um dos mais estudados, nomeadamente pela influência que exerce sobre o desempenho dos outros índices.

Da análise, dos principais factos empíricos estilizados, aplicada às duas séries financeiras em estudo, o índice DJIA e o índice PSI20, no período compreendido entre 01 de Janeiro de 2005 e 31 de Dezembro de 2009, permite-nos concluir que, ambas as séries são leptocúrticas, assimétricas negativas, evidenciam *clusters* de volatilidade e exibem uma forte dependência temporal da volatilidade. Ambas as séries apresentam caudas pesadas e um forte desvio face aos parâmetros de referência da distribuição normal, pelo que a hipótese de normalidade é rejeitada.

## BIBLIOGRAFIA

1. ALEXANDER, C., *Market Models: A Guide to Financial Data Analysis*, West Sussex: John Wiley, 2002.
2. AMARAL, M.C., R. CARVALHO e L. SAIAS, *Instrumentos Fundamentais de Gestão Financeira*, 3ª edição, Lisboa, Universidade Católica Editora, 1998.
3. AKAIKE, H., *A New Look at the Statistical Model Identification*, *IEEE Transactions on Automatic Control* AC 19, 6, 716-723, 1974.
4. BARRETO, I., *Manual de Finanças – A moderna teoria de A a Z*, Biblioteca de Gestão, 1996.
5. BACHELIER, L., 1964, Theory of Speculation, em Cootner ed.: *The Random Character of Stock Prices* (Cambridge, MIT Press, originalmente publicado em 1900).
6. BENTES, SÓNIA, *Ensaio sobre Volatilidade das rentabilidades dos Índices Bolsistas: Análise comparativa do PSI20, Dow Jones, EuroStock50, SP500 e Nasdaq*, ISCAL, 2007.
7. BERA, A., e M. HIGGINS, *ARCH Models: properties, estimation and testing*, *Journal of Economic Surveys* 7, 1993, 305-366.

8. BOLLERSLEV, T., *Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*. *Journal of Econometrics* 31, No 3, 1986, pp 307 – 327.
9. BOLLERSLV, T., R. Y. Chou And K. F. Kroner, *ARCH Modelling In Finance - A review of the theory and empirical evidence*. *Journal of Econometrics* 52, 1992, No 1/2, pp 5-59.
10. BOWERMAN, B.L, O´CONNEL, R.T, (*Time series and forecasting*, California, Duxbury,, 1979).
11. BROOKS, C. *Introductory econometrics for Finance*, The ISMA Centre, University of Reading, Cambridge Press, 2002.
12. BOX, G.E.P. e G.M. Jenkins, 1976. *Time Series Analysis: Forecasting and Control* (Holden Day, 2nd ed., San Francisco).
13. BROWN, G.W., e M.T. Cliff, Investor sentiment and the near-term stock market, *Journal of Empirical Finance* 11, 2004, 1-27
14. CAIADO, A.C, J., *Gestão das Instituições Financeiras*, Edições Sílabo, 2005, pp 547-555.
15. CAMPBELL, J. Y., *Stock Returns and the Term Structure*. *Journal As Financial Economics* 18, 1987, pp 373-39.

16. CAMPBELL, J.Y., A. Lo, e C. MacKinlay, 1997. *The Econometrics of Financial Markets* (Princeton University Press, New Jersey).
17. COSTA, ANA SOFIA, *Análise comparativa de mercados de acções, risco, rendibilidade e normalidade* - Tese de Licenciatura — Orientador Domingos Ferreira, Março de 2007.
18. CROSS, R., M. Grinfield, H. Lamba, e T. Seaman, *A threshold model of investor psychology*, *Physica A* 354, 2005, 463-478.
19. CURTO, J. J. DIAS., REIS, E., ESPERANÇA, J. P. “*Modeling the Volatility of the Portuguese Stock Market - A Comparative Study with German and US Markets*”, *Cadernos do Mercado de Valores Mobiliários* nº 19 – CMVM, 2004.
20. DE LONG, J.B., A. Shleifer, L.H. Summers e R.J. Waldmann, *Noise trader risk in financial markets*, *Journal of Political Economy* 98, 1990, 703-738.
21. DUARTE, E. F., FONSECA, J. A. *A Análise da Volatilidade do Índice PSI20 Baseada em Modelos ARCH e GARCH*, *Revista Estudos de Gestão*, 3, 1, 2003, p.p 87 – 103.
22. ENGLE, R. F., *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation*. *Econometric* 50, No 4, pp. 987-1007, July, 1982.

23. FERREIRA, D., *Opções Financeiras – Gestão de Risco, Especulação e Arbitragem*, 2ª Edição, Edições Sílabo, Lisboa, 2005, pp 351-438.
24. FISCHER, K.L., e M. STATMAN, *Investor sentiment and stock returns*, *Financial Analysts Journal* 56, 2000, 16-23.
25. GRANGER, C., e M.J. MACHINA, *Structural attribution of observed volatility clustering*, *Journal of Econometrics* 135, 2006, 15-29.
26. HAAN, W.J., e S.A. SPEARr, *Volatility clustering in real interest rates: Theory and evidence*, *Journal of Monetary Economics* 41, 1998, 431-453.
27. ISSLER, J. V., *Estimating And Forecasting The Volatility of Brazilian Finance Series Using ARCH Models*. *Brazilian Review of Econometrics* 19, No 1, 1999, pp 5-56.
28. LI, H., e Y. GAO, *Statistical distribution and time correlation of stock returns runs*, *Physica A* 377, 2007, 193-198.
29. MARCELO, J.L.M. e QUIRÓS, J.L.M., *Efeito das Observações Extremas e Anomalias Bolsistas na Análise da Volatilidade do PSI 20*, *Revista de Gestão e Economia*, Nº 8, 2004, pp 2-13.
30. MOORE, D., *A estatística básica e sua prática*, LTC – Livros técnico e científicos editora S.A, Rio de Janeiro, 1995.

31. NEAL, R, e S.M. WHEATLEY, *Do measures of sentiment predict returns?* Journal of Financial and Quantitative Analysis 33 (4), 1998, 523-547.
32. NELSON, D. B., *ARCH models as diffusion approximations.* Journal of Econometrics 45, N. 1/2, pp 7-38, July/August 1990.
33. NELSON, D. B., *Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach,* Econometric 59, No 2, pp 347 – 370, March, 1991.
34. PRISTLEY, R., *Time-varying persistence in expected returns,* Journal of Banking & Finance 25, 2001, 1271-1286.
35. Relatório Anual 2005, CMVM, 2005, <http://www.cmvm.pt> (consultado a 20/09/10)
36. Relatório Anual 2006, CMVM, 2006, <http://www.cmvm.pt> (consultado a 20/09/10)
37. Relatório Anual 2007, CMVM, 2007, <http://www.cmvm.pt> (consultado a 20/09/10)
38. Relatório Anual 2008, CMVM, 2008, <http://www.cmvm.pt> (consultado a 20/09/10)

39. Relatório Anual 2009, CMVM, 2009, <http://www.cmvm.pt> (consultado a 20/09/10)
40. RIDBERG, T. H., *Realistic Statistical Modelling of Financial Data*, International Statistical Review 68, 2000, pp 233 – 258.
41. ROSI, A., e G.M. Gallo, *Volatility estimation via hidden Markov models*, Journal of Empirical Finance 13, 2006, 203-230
42. SANTIS, G., e S. IMOROHOROGLU, *Stock returns and volatility in emerging financial markets*, Journal of International Money and Finance 16 (4),1997, 561-579.
43. SCHEINKMAN, J.A. e B. LEBARON, *Nonlinear dynamics and stock returns*, Journal of Business, 62, 1989, 311-337.
44. SERRA, R., *A volatilidade dos índices accionistas portugueses e índices accionistas internacionais – A importância da correlação*, Cadernos do Mercado de Valores Mobiliários nº 17 – CMVM.
45. SIKLOS, P.L., e L.F. SKOCZYLAS, *Volatility clustering in real interest rates: international evidence*, Journal of Macroeconomics 24, 2002, 193-209.
46. SIMON, D.P, e R.A.III WIGGINS, *S&P futures markets and contrary sentiment indicators*, Journal of Futures Markets 21, 2001, 447-462.

47. SOLT, M.E., e M. STATMAN, *How useful is the sentiment index?* Financial Analysts Journal 44, 1988, 45-55.
48. TAYLOR, S. J., *Modelling Financial Time Series*. Chichester: John Wiley & Sons, 1994.
49. TAYLOR, S.J., *Forecasting the volatility of currency exchange rates*, International Journal of Forecasting 3, 1986, 15-170.
50. TONG, H., *Non-Linear Time Series* (Oxford University Press, Oxford), 1990
51. VAZA, ANA, Junho de 2009, *A Volatilidade e os Mercados de Acções* – Tese de Mestrado, Orientador – Domingos Ferreira.
52. WANG, Y-H, A. KESWANI, e S.J. TAYLOR, *The relationships between sentiment, returns and volatility*, International Journal of Forecasting 22, 2006, 109-123.
53. WANG, C., *Investor sentiment and return predictability in agricultural future a markets*, Journal of Futures Markets 21, 2001, 929-952.