

DESENVOLVIMENTO DO SISTEMA DE SUSPENSÃO PARA O CARRO IFS03EE

João Eduardo Palma Carpinteiro
(Licenciado em Engenharia Mecânica)

Trabalho Final de Mestrado para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica

Orientadores:

Doutor Ricardo José Fontes Portal

Mestre Afonso Manuel da Costa de Sousa Leite

Júri:

Presidente: Doutor Silvério João Crespo Marques

Vogais:

Doutor Luís Alberto Gonçalves De Sousa

Doutor Ricardo José Fontes Portal

Dezembro de 2019



INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA
ÁREA DEPARTAMENTAL DE ENGENHARIA MECÂNICA

DESENVOLVIMENTO DO SISTEMA DE SUSPENSÃO PARA O CARRO IFS03EE

João Eduardo Palma Carpinteiro
(Licenciado em Engenharia Mecânica)

Trabalho Final de Mestrado para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica

Orientadores:

Doutor Ricardo José Fontes Portal

Mestre Afonso Manuel da Costa de Sousa Leite

Dezembro de 2019

Resumo

O trabalho que se apresenta tem como objetivo o desenvolvimento do sistema de suspensão para um veículo de competição. O veículo em questão será utilizado pela equipa do Instituto Superior de Engenharia de Lisboa (ISEL Formula Student) para participar em provas da competição Formula Student na época 2020/21.

O projeto tem início com o desenvolvimento da geometria do sistema de suspensão que define a cinemática da mesma. As decisões tomadas ao longo do processo são suportadas por uma pesquisa bibliográfica centrada na dinâmica automóvel. São utilizados os dados de ensaios a pneumáticos realizados pelo Tire Test Consortium e, cedidos gentilmente pela equipa do ISEL para auxiliar ao desenvolvimento deste trabalho. Também foi usado software concebido para este fim.

O comportamento do conjunto mola-amortecedor é alvo de um estudo que permite otimizar as suas características para a aplicação em questão. A curva que define o coeficiente de amortecimento em função da velocidade é obtida através de uma análise do modelo simplificado do veículo. Os valores do módulo de rigidez das molas utilizadas são estudados através de métodos encontrados na bibliografia pesquisada.

Numa última fase, foi desenvolvido um modelo de veículo através do software MATLAB, para analisar a cinemática e dinâmica do sistema de suspensão desenvolvido. São utilizados três exemplos distintos que permitem demonstrar o potencial da utilização deste modelo. Foi realizada uma simulação onde se avaliou a dinâmica longitudinal do veículo num caso onde, partindo do repouso, o veículo acelerou até aos 27,7 m/s e, travou de seguida até ficar imobilizado. Por último, foi realizada uma simulação onde o veículo foi obrigado a descrever uma curva, sendo a análise dinâmica complementada com a introdução no modelo de novos componentes, como uma barra estabilizadora.

Abstract

The objective of this work focuses on the development of the suspension system for a race car. This race car will be further developed by ISEL formula student team and will be racing in Formula Student Events from season 2020 to 2021.

The project starts with the development of the suspension geometry. All decision making is supported by the research of vehicle dynamics and fundamentals. Tire data from Tire Test Consortium (TTC), courtesy of ISEL FS team, will be used to help defining the geometry characteristics. Specifically conceived suspension design software was also used in the present study.

The behaviour of the spring and damper is study in order to optimise their characteristics to a racing car. The damping ratio is studied using the simplified vehicle model and the springs elastic coefficient is defined using sever methods found in racing vehicle dynamics research.

The last stage of this work is the development of a vehicle model using Matlab, which was used to study the cinematic and dynamic characteristics of the car. Two different simulations are used in order to show the potential uses of this kind of model. The first simulation studies the vehicle dynamic behaviour of accelerating from a standstill position to 27,7 m/s and then braking to a stop. The second study analysed the lateral dynamics of a car performing a turn, and an anti-roll bar system is introduced in the model in order to see its effects on the dynamic of the car.

Palavras Chave

Geometria de Suspensão

Dados de ensaio dos pneumáticos

Competição Automóvel

Formula Estudante

Curva de amortecimento

Modelo de veículo

Dinâmica de veículo

Matlab Simulink

Modelo Computacional

Keywords

Suspension Geometry

Tire Test Data

Motorsport

Formula Student

Shock Absorber curve

Vehicle Model

Vehicle Dynamics

Matlab Simulink

Computational Model

Lista de abreviaturas

CAL - Cornell Aeronautical Laboratories

CIR - Centro Instantâneo de rotação

DCL - Diagrama de corpo livre

Dee - Distância entre eixos

FA - Fator de Amortecimento

FS - Formula Student

Gdl - Grau de Liberdade

IA - Ângulo de Camber

IR - Rácio de instalação

K ρ - Ângulo do cavilhão

Lv - Largura de via

TTC - Tire Test Consortium

RC - Centro de Rolamento

SA - Ângulo de escorregamento lateral

Agradecimentos

Em primeiro lugar quero agradecer a todos aqueles que tornaram possível a realização deste trabalho.

Quero agradecer ao Instituto Superior de Engenharia de Lisboa por me ter dado a possibilidade de adquirir novos e imprescindíveis conhecimentos.

Ao Professor Afonso Leite e ao Professor Ricardo Portal, meus orientadores de tese, agradeço a simpatia e disponibilidade com que me apoiaram no desenvolvimento deste trabalho.

Um grande agradecimento à equipa ISEL Formula Student por me terem tão prontamente integrado nesta grande família. Obrigado por todo o material que disponibilizaram para tornar possível a realização deste trabalho. Considero que todos os membros da equipa são grandes campeões pelo esforço que desenvolvem para levar o nome do ISEL por esse mundo fora. Espero que este trabalho torne mais fácil a difícil tarefa que vos espera no desenvolvimento do novo veículo.

Quero agradecer a toda a minha família pelo apoio, incentivo e, fé que depositaram nas minhas decisões, por terem possibilitado a minha frequência no ensino superior, a eles ficarei eternamente grato.

Um especial agradecimento à Maria, a minha companheira de vida, a ti te dedico este trabalho.

Índice

<i>Resumo</i>	v
<i>Abstract</i>	vii
<i>Palavras Chave</i>	ix
<i>Keywords</i>	ix
<i>Lista de abreviaturas</i>	xi
<i>Agradecimentos</i>	xiii
<i>Lista de Figuras</i>	xix
<i>Lista de Tabelas</i>	xxiii
1. Introdução	1
1.1. Motivação	1
1.2. Formula Student	1
1.3. Objetivos e etapas	2
2. Fundamentos teóricos	3
2.1. Função de um sistema de suspensão	3
2.1. Componentes do sistema de suspensão	3
2.1.1. Constituição do Sistema.....	4
2.1.2. Molas	5
2.1.3. Amortecedor	7
2.2. Geometria de suspensão	9
2.2.1. Distância entre eixos e Largura de via	10
2.2.2. Altura ao solo.....	11
2.2.3. Posicionamento da roda	11
2.2.4. Geometria da manga de eixo.....	13
2.2.5. Tipos de Suspensão.....	14
2.3. Pneu	15
2.3.1. Ângulo de escorregamento lateral e longitudinal.....	16
2.3.2. Forças laterais e longitudinais.....	18

2.3.3.	Momento de auto alinhamento	19
2.3.4.	Efeitos do Ângulo de Camber (γ).....	21
2.3.5.	TTC- Tire Test Consortium	22
2.4.	Modelo Simplificado.....	25
3.	<i>Desenvolvimento da geometria de suspensão</i>	31
3.1.	Pneumáticos e Jantes.....	31
3.1.1.	Análise e tratamento dos dados TTC	33
3.2.	Distância entre eixos e Largura de via	36
3.3.	Massa e Altura do Centro de Gravidade.....	39
3.4.	Geometria da Suspensão.....	44
3.4.1.	Vista frontal.....	45
3.4.1.1.	Eixo de rolamento (Roll Axis) e Centro de rolamento (Roll Center)	45
3.4.1.2.	Ângulo de cavilhão e Raio de arrastamento	49
3.4.1.3.	Dimensionamento dos triângulos da suspensão	51
3.4.2.	Vista Lateral.....	53
3.4.2.1.	Ângulo de Caster e Mechanical Trail	53
3.4.2.2.	Controlo do efeito de afundamento e do “levantamento”	54
3.4.3.	Modelação da geometria de suspensão	57
3.4.3.1.	Variação do Ângulo de Camber	58
3.4.3.2.	Variação do Ângulo de Convergência	59
3.4.4.	Geometria da direção	61
3.5.	Cálculo da rigidez do modelo simplificado	63
3.5.1.	Rigidez da massa suspensa (Wheel Center Rate).....	63
3.5.2.	Rigidez da mola (Spring Rate)	64
3.5.3.	Ride Rate e Tire Rate	68
3.5.4.	Rigidez ao rolamento (Roll Stiffness).....	69
4.	<i>Determinação da curva de amortecimento</i>	71
4.1.	Ensaio aos amortecedores.....	71
4.2.	Fator de Amortecimento.....	72
4.3.	Operação dos amortecedores.....	74
4.4.	Transmissibilidade	75
4.5.	Regime de Baixa velocidade	77
4.6.	Regime de Alta Velocidade	80

4.7.	Curva Força vs Velocidade de amortecimento.....	83
5.	<i>Modelo de Corpos Múltiplos</i>	86
5.1.	Elementos da dinâmica de corpos rígidos	86
5.1.1.	Elementos Sólidos.....	86
5.1.2.	Articulações	87
5.2.	Construção do modelo	88
5.2.1.	Compromissos do modelo.....	88
5.2.2.	Amortecedor	89
5.2.3.	Triângulos da suspensão	91
5.2.4.	Chassis e ligações	92
5.3.	Simulações	93
5.3.1.	Teste de capotamento.....	93
5.3.2.	Aceleração e Travagem.....	94
5.3.3.	Curva de 90 graus	96
	<i>Conclusões</i>	99
6.	<i>Desenvolvimentos Futuros</i>	100
7.	<i>Anexo A</i>	102
8.	<i>Anexo B</i>	104
9.	<i>Anexo C</i>	108
10.	<i>Anexo D</i>	114
11.	<i>Anexo E</i>	115
12.	<i>Anexo F</i>	116
	<i>Referências</i>	121

Lista de Figuras

Figura 1: Principais componentes de uma suspensão.....	4
Figura 2: Tipos de Molas utilizadas em veículos. Fonte: Rill, George. Vehicle Dynamics	5
Figura 3: Mola de torção. Fonte: f1technical, 2009	6
Figura 4: Amortecedor-mola, marca: Fox Float X2. Fonte: Ridefox,2019	6
Figura 5: Amortecedor de fricção tipo tesoura. Fonte: Dixon, 2011	7
Figura 6: Tipos de Amortecedor, (a) Bitubo, (b) Monotubo. Adaptado: M.Abe,2009	8
Figura 7: Curva da força de amortecimento em função da velocidade.	9
Figura 8: Distância entre eixos (Dee).	10
Figura 9: Largura de via (Lv) do eixo traseiro.	11
Figura 10: Ângulo de Camber, no caso figura é negativo. Adaptado: J. Reza,2014	12
Figura 11: Ângulo de Convergência (Toe) positivo e negativo. J.Reza,2014.....	12
Figura 12: Geometria da manga de eixo.....	13
Figura 13: Sistema de eixo rígido. Fonte: J.Reza, 2014.....	14
Figura 14: Suspensão de Triângulos Sobrepostos. Adaptado: J. Reza, 2014	15
Figura 15: Sistema de eixos SAE do pneu. Fonte: J. Reza 2014.....	16
Figura 16: Deformação lateral do pneu em vista frontal. Fonte: Reza J., 2014	17
Figura 17: Forças de tração no contacto entre pneu e o solo. Fonte: Milliken,1995.....	17
Figura 18: Força Lateral Vs Ângulo de escorregamento, fonte: Miliken,2005	19
Figura 19: Momento de alinhamento Vs Ângulo de escorregamento lateral, fonte: Milliken, 1995	20
Figura 20: Pneumatic trail. Fonte: Reza J. 2014	20
Figura 21: Área de contacto de um pneu com e sem camber. Fonte: Reza J. 2014	21
Figura 22 Estrutura de um pneu radial (a) e diagonal (b)	22
Figura 23: Ensaio de pneumáticos nas instalações de Calspan Tire Research Facility.	23
Figura 24: Modelo Simplificado. Fonte: Gillespie , 1992	25
Figura 25: Diagrama de Corpo Livre das massas.....	26
Figura 26: Efeito da rigidez da suspensão na transmissibilidade à massa suspensa (a) e, à massa não suspensa(b), adaptado: Happian-Smith(2002)	28
Figura 27: Efeito do fator de amortecimento na transmissibilidade à massa suspensa (a) e, à massa não suspensa(b). adaptado: Happian-Smith(2002)	28
Figura 28: Frequência em função da deformação estática.	30
Figura 29: Jante O.Z. Racing 10".	32
Figura 30: Dados da Run21 do TTC Round5.	33
Figura 31: Pressure,Inclination Angle,FZ Vs Time(TTC RUN 21).	34
Figura 32: Mapeamento dos tempos.	35
Figura 33: Seleção dos intervalos de tempo (TTC RUN 21).....	35

Figura 34 Transferência de carga em curva.....	37
Figura 35: Ensaio de capotamento (<i>Tilt Test</i>).	41
Figura 36: Transferência de cargas longitudinal.	42
Figura 37: Localização dos centros de gravidade.....	44
Figura 38: Determinação do Roll Center.	46
Figura 39: Eixo de rolamento (Roll Axis).....	46
Figura 40: Vista frontal do braço oscilante.....	48
Figura 41: Força lateral (FY) Vs Ângulo de escorregamento (SA).	49
Figura 42: Localização da Rotula Inferior.	50
Figura 43: <i>Kingpin</i> e <i>Raio de arrastamento</i> da suspensão frontal (a) e, traseira (b).....	51
Figura 44: Dimensões do Gabarito. Fonte: FSG Regulations, 2019	51
Figura 45: Comprimento máximo dos triângulos Frontais.	52
Figura 46: Ângulo de caster e <i>Mechanical Trail</i>	53
Figura 47: Ângulo de caster e <i>mechanical trail</i>	54
Figura 48: Rolamento resultante de acelerações longitudinais.	54
Figura 49: Determinação das propriedades "Antis".....	55
Figura 50: Geometria da suspensão frontal em vista lateral.....	56
Figura 51: Geometria da suspensão traseira em vista lateral.	57
Figura 52: Modelação da geometria da suspensão.	57
Figura 53: Geometria da suspensão em Lotus Suspension Analysis.	58
Figura 54: Variação de Camber traseira em Compressão (a) e em Rolamento (b).....	58
Figura 55: Variação de Camber frontal em Compressão (a) e em Rolamento (b).	59
Figura 56: Variação de Camber frontal corrigido, em Compressão (a) e em Rolamento (b).....	59
Figura 57: Variação da Convergência Frontal (Azul) e traseira (Vermelho).	60
Figura 58: Variação da Convergência Frontal (Azul) e traseira (Vermelho) Corrigida.	60
Figura 59: Geometria de direção, adaptado de Reza N,J.	61
Figura 60: Força Lateral Vs Ângulo de escorregamento para várias cargas.	62
Figura 61: Rácio de instalação.	65
Figura 62: Força de amortecimento na roda (N) vs velocidade da roda (m/s).....	67
Figura 63: Bancada de ensaios de amortecedores.	71
Figura 64: Força de amortecimento(N) em função de velocidade(mm/s).	72
Figura 65: Efeito do fator de amortecimento no modelo.....	73
Figura 66: Curva típica de um amortecedor Força Vs Velocidade.	74
Figura 67: Frequência natural de vibração.	77
Figura 68: Deslocamento e transmissibilidade da massa suspensa.	78
Figura 69: Valor RMS em função do fator de amortecimento (Suspensão Frontal).....	81
Figura 70: Aceleração da massa suspensa Frontal.....	82

Figura 71: Valor RMS em função do fator de amortecimento (Suspensão Traseira).....	82
Figura 72: Aceleração da massa suspensa Traseira.....	83
Figura 73: Gráfico da força de amortecimento em função da velocidade.	85
Figura 74: Articulações mais utilizadas.(Adaptado de(Portal, 2013))	88
Figura 75: Modelo do amortecedor em Simulink Multibody.....	89
Figura 76: Propriedades da junta prismática.	89
Figura 77: Resposta da massa suspensa sem amortecimento.....	90
Figura 78 Resposta do modelo de amortecedor a um deslocamento.	91
Figura 79: Modelo dos Triângulos da suspensão.	92
Figura 80: Modelo do chassis.	92
Figura 81: Visualização do Tilt Test a 60°.....	93
Figura 82: Teste de capotamento: a) ângulo de inclinação da plataforma b) Carga normal.....	94
Figura 83: Binário (Nm) e velocidade (m/s).....	95
Figura 84: Aceleração (m/s ²) e Carga vertical (N) no eixo frontal e traseiro.	95
Figura 85: Força produzida pelo conjunto Amortecedor-mola Traseiro.	96
Figura 86: Rolamento lateral (Graus) e Carga Vertical (N) por roda.	97
Figura 87: Veículo a descrever a curva com a roda traseira esquerda no ar.....	97
Figura 88: Rolamento lateral (Graus) e Carga Vertical (N) por roda com Barra estabilizadora.....	98

Lista de Tabelas

Tabela 1: Canais dos dados TTC.....	24
Tabela 2: Parâmetros utilizados para demonstração do modelo.....	27
Tabela 3: Principais dimensões do veículo	39
Tabela 4: Massas não suspensas	40
Tabela 5: Localização do centro de gravidade	43
Tabela 6: Localização dos centros de gravidade	44
Tabela 7: Posicionamento do RC e, do Fvsa	49
Tabela 8: Comprimento horizontal máxima dos triângulos	53
Tabela 9: Wheel Center Rate e Frequência.....	64
Tabela 10: Spring Rate frontal e traseiro	68
Tabela 11: Roll Gradients, adaptado de Milliken, 1995	69
Tabela 12 Fatores de amortecimento.....	75
Tabela 13: Deslocamento e tempo para atingir o equilíbrio em função do fator de amortecimento	79
Tabela 14: Fator e coeficiente de amortecimento a baixa velocidade.....	80
Tabela 15: Fator e coeficiente de amortecimento a alta velocidade	83

1. Introdução

1.1. Motivação

A equipa Formula Student do Instituto Superior de Engenharia de Lisboa pretende desenvolver um novo veículo para participar em provas do campeonato de Formula Student (FS) na época 2020/2021. O desenvolvimento de um novo veículo é um processo complexo devido à quantidade de sistemas presentes no veículo, assim como a profundidade com que os sistemas devem ser estudados para atingir os resultados pretendidos.

Foi neste contexto que a equipa ISEL FS, à qual tive o prazer de pertencer durante o decorrer do mestrado, propôs um conjunto de temas a serem desenvolvidos como trabalhos finais de curso de mestrado.

O tema tratado ao longo deste trabalho foi selecionado por pertencer a uma área do meu interesse e, por dar continuidade ao trabalho que desenvolvi enquanto membro da equipa como diretor do departamento de dinâmica.

1.2. Formula Student

O evento Formula Student (FS) foi criado pela *Society of Automotive Engineers (SAE)* em 1980 e, verificou um grande crescimento nas últimas duas décadas, sendo que hoje participam mais de 400 Universidades, com eventos oficiais a decorrerem em 14 países.

Atualmente a Formula Student é uma competição internacional de estudantes de engenharia que tem como objetivo projetar, construir e competir com um veículo de corrida (FSG, 2019).

A equipa ISEL Formula Student participa em competições desde 2013, iniciando o seu percurso com um veículo a combustão. Desde 2018 passou a competir com um veículo elétrico.

A avaliação da prestação da equipa é pontuada num conjunto de provas estáticas e dinâmicas. As provas estáticas são compostas pela apresentação de um *Business Plan, Cost and Manufacturing e Engineering Design Event*. As provas dinâmicas são compostas por um evento de aceleração, *Skidpad, Autocross e Endurance*. A participação em provas dinâmicas só é autorizada após a realização da inspeção técnica, onde os sistemas do veículo sofrem uma inspeção minuciosa para garantir a conformidade com o regulamento.

1.3. Objetivos e etapas

- Desenvolvimento da geometria do sistema de suspensão, recorrendo a metodologias encontradas na pesquisa bibliográfica. Análise e retificação da mesma utilizando software específico para o efeito.
 - Tratamento e análise dos dados TTC do pneumático para ser utilizado como forma de auxílio às decisões a tomar ao longo do desenvolvimento da geometria da suspensão.
 - Determinação dos coeficientes de elasticidade das molas do eixo frontal e traseiro
 - Análise e desenvolvimento de uma nova curva de amortecimento ótima para utilizar no conjunto mola-amortecedor.
 - Desenvolvimento e análise de um modelo de veículo recorrendo ao software Matlab.
-

2. Fundamentos teóricos

2.1. Função de um sistema de suspensão

O relevo do piso sobre o qual o veículo se desloca transmite um conjunto de forças que, caso não fosse dotado de suspensão, seriam transmitidas integralmente para o chassis do veículo. Se assim fosse, a aceleração vertical do chassis resultaria em uma perda de contacto entre o piso e o pneu. É comum fazer a afirmação de que as principais forças a que um veículo que se desloca a alta velocidade está sujeito são transmitidas através de quatro contactos cuja área é semelhante a palma da mão (Gillespie, 1992). A suspensão deve então garantir as condições necessárias para que o contacto entre o pneu e o solo seja mantido.

Um veículo em andamento não está apenas sujeito às irregularidades do solo, as ações por parte do piloto ao manobrar o veículo causam um conjunto de situações como acelerações, travagens e rolamento do chassis, cujas forças resultantes são passadas do contacto do pneu com o solo aos elementos da suspensão. Segundo M. Abe, 2009 as principais funções da suspensão são:

- Isolar o chassis das irregularidades do piso.
- Garantir o posicionamento dos pneumáticos em relação ao piso.
- Controlar as forças longitudinais (aceleração e travagem), forças laterais (manobras), e binários causados pela travagem, aceleração e condução do piloto.
- Resistir ao rolamento do chassis.
- Manter os pneus em contacto com o solo minimizando a variação de forças.

2.1. Componentes do sistema de suspensão

O sistema de suspensão é constituído por um conjunto de órgãos mecânicos que permitem um movimento relativo entre as rodas e o chassis do veículo. Estes componentes têm como função controlar o posicionamento do pneumático (tirantes de ligação) e suportar e controlar as variações de carga (mola e amortecedor). Os principais componentes são apresentados nos próximos subcapítulos.

2.1.1. Constituição do Sistema

A Figura 1 ilustra um sistema de suspensão típico de um veículo Formula Student, trata-se de uma suspensão de triângulos sobrepostos que pode ser utilizada em ambos os eixos do veículo.

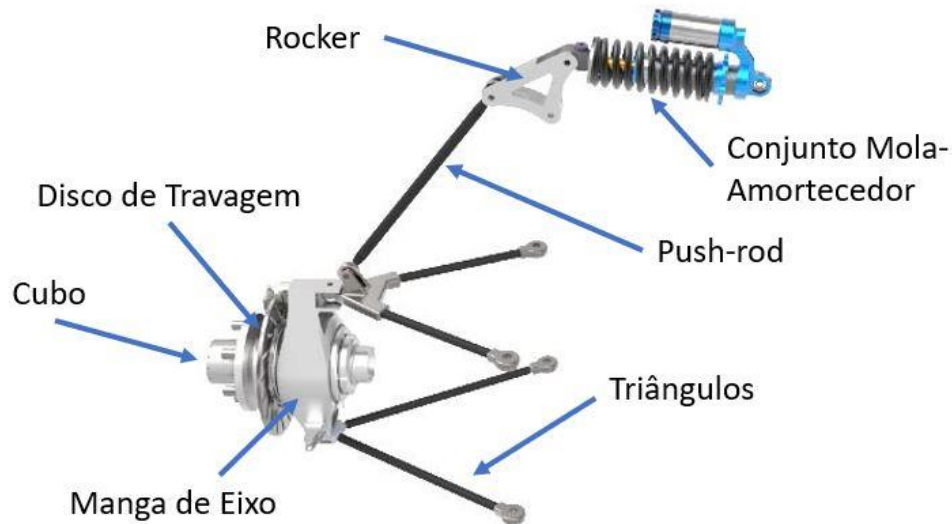


Figura 1: Principais componentes de uma suspensão.

O conjunto destes elementos têm por objetivo controlar o movimento do pneu relativamente ao chassis do veículo.

O cubo permite a rotação do pneu em relação à manga de eixo recorrendo à montagem de rolamentos, a ele estão acoplados os pneumáticos, jantes e discos de travagem. O binário motor ou de travagem é transmitido à jante através do cubo.

A cinemática da manga de eixo é controlada pelos triângulos superior e inferior, assim como, pelos tirantes da direção.

A utilização de um sistema do tipo *Push-rod*, muito comum em FS, utiliza um *rocker* que converte o movimento de translação do *Push-rod* em rotação. A utilização do *rocker* é conveniente pois permite definir facilmente o rácio entre o deslocamento da roda e a compressão/extensão do conjunto mola-amortecedor. A sua utilização permite colocar o sistema numa zona onde a sua presença tenha um impacto mínimo na aerodinâmica do veículo, reduzindo a resistência aerodinâmica. Este sistema permite ainda que o conjunto mola-amortecedor seja montado na zona inferior do chassis reduzindo a altura do centro de gravidade do veículo.

2.1.2. Molas

As molas suportam o peso do veículo, massa suspensa. São utilizadas molas do tipo helicoidal, mola de lamina, mola de torção e, mola pneumática(Course, 2011).

As molas de lamina, torção e helicoidais mais utilizadas têm um comportamento linear, ou seja, a força que a mola produz é diretamente proporcional com a sua deformação elástica, Figura 2.

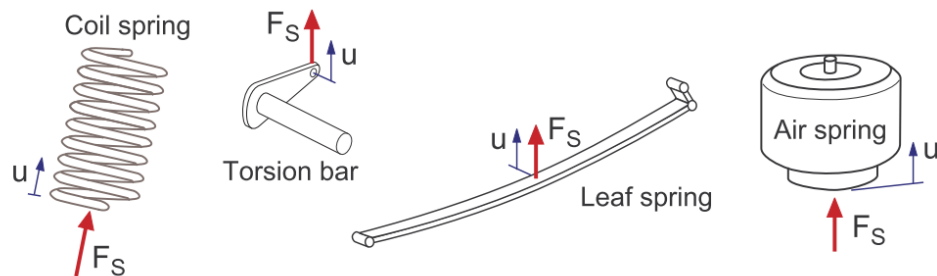


Figura 2: Tipos de Molas utilizadas em veículos. Fonte: Rill, George. Vehicle Dynamics

A lei de Hooke relaciona a deformação elástica de um corpo com a força que nele é exercida (Eq.2.1). A força da mola (F_s) é obtida através do produto entre a deformação da mola (Δx) e o coeficiente de rigidez elástico (K_s).

$$F_s = K_s \times \Delta x \quad (2.1)$$

Na competição Formula Student são utilizadas geralmente molas helicoidais, de torção ou pneumáticas. A mola de torção é simples de fabricar, é ajustável e, é normalmente integrada no rocker de suspensões do tipo *pull/push rod* (Figura 3).



Figura 3: Mola de torção. Fonte: f1technical, 2009

As molas helicoidais ou pneumáticas são utilizadas em unidades que incluem um amortecedor, estes conjuntos mola-amortecedor são adotados do mercado de bicicletas. O coeficiente de rigidez elástico da mola helicoidal não é ajustável o que implica a existência de múltiplas molas para fazer os ajustes necessários. No caso dos conjuntos amortecedor mola pneumáticos, o ajuste do coeficiente de elasticidade é feito através da pressão de ar no interior do cilindro, o que o torna numa opção apelativa por não necessitar de múltiplos componentes.

No veículo a desenvolver serão utilizados 4 conjuntos amortecedor-mola pneumático (Figura 4), cedidos pelo patrocinador da equipa.



Figura 4: Amortecedor-mola, marca: Fox Float X2. Fonte: Ridefox,2019

2.1.3. Amortecedor

O propósito dos amortecedores é dissipar a energia criada pelo movimento relativo entre as rodas e o chassis causada pelo perfil da superfície assim como pelos *inputs* do condutor(Dixon, 2011). Os primeiros amortecedores utilizados contavam com a fricção entre duas superfícies para converter a energia em calor. Este tipo de amortecedor apresentava uma série de desvantagens, o desgaste entre as embraiagens utilizadas e o facto a força produzida pelo amortecedor a mesma em compressão e em extensão(Dixon, 2011).

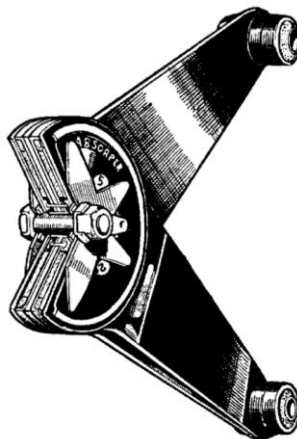


Figura 5: Amortecedor de fricção tipo tesoura. Fonte: Dixon, 2011

Na década de 50 foram introduzidos no mercado os primeiros amortecedores hidráulicos telescópicos, os quais foram largamente adotados pela indústria automóvel. Os amortecedores hidráulicos contam com a resistência criada por um conjunto de orifícios através dos quais o fluido hidráulico é obrigado a passar devido à diferença de pressão entre as duas câmaras. A Figura 6 mostra dois tipos de amortecedores telescópicos, o amortecedor bitubo (a) e um amortecedor monotubo (b). A principal diferença entre eles está na separação entre o fluido hidráulico e o gás pressurizado. No amortecedor bitubo, o tubo exterior serve como reservatório para o óleo que resulta da diferença entre os volumes em cada lado do pistão, este oferece uma melhor proteção aos elementos exteriores, mas dificulta a dissipação do calor gerado em relação

à construção do tipo monotubo.

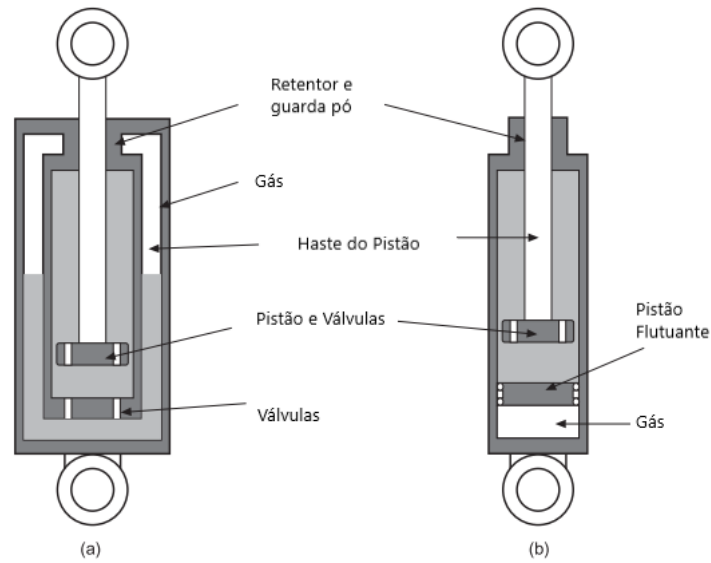


Figura 6: Tipos de Amortecedor, (a) Bitubo, (b) Monotubo. Adaptado: M.Abe,2009

O gás pressurizado é utilizado de maneira a evitar o fenômeno de cavitação. O teorema de Bernoulli mostra que um fluido ao ser acelerado sofre uma diminuição de pressão, esta aceleração é imposta pelo movimento do pistão. A queda de pressão causa a vaporização do fluido criando bolsas de gás, assim que a pressão do fluido aumenta ligeiramente o gás é rapidamente liquefeito. Este fenômeno diminui a performance do amortecedor e pode causar danos internos, este fenômeno é evitado utilizando um gás que garante que a pressão é sempre superior à pressão de vaporização.

A Figura 7 ilustra que a força de amortecimento em compressão (velocidade positiva) é menor que em extensão (velocidade negativa). Isto acontece porque o amortecedor em extensão tem de lidar com a energia potencial elástica armazenada na mola da suspensão. Assim sendo, o comportamento da força de amortecimento ao longo do curso de suspensão é assimétrico em

relação ao ponto neutro.

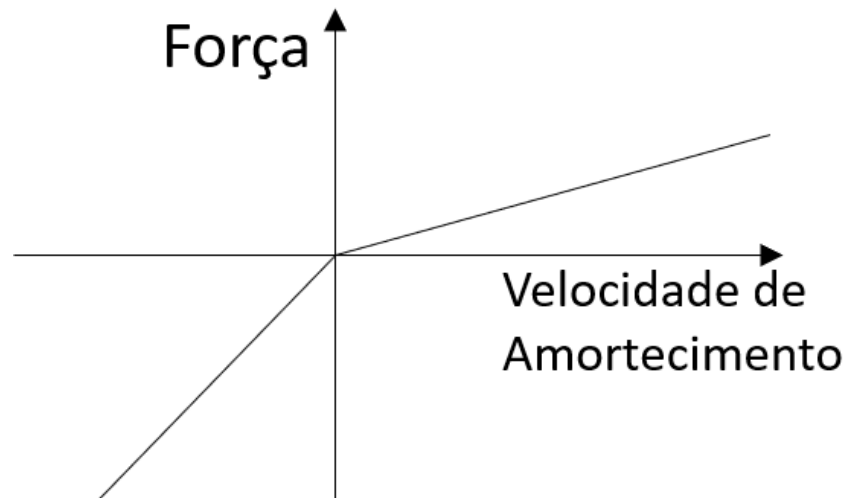


Figura 7: Curva da força de amortecimento em função da velocidade.

A restrição que as válvulas dos orifícios apresentam à passagem do fluido hidráulico é o que cria a força de amortecimento. Para uma determinada velocidade do deslocamento do pistão, o fluido escoar por uma válvula com um caudal volumétrico Q . A resistência da válvula ao caudal do fluido requer que exista uma diferença de pressão, a pressão que atua na área de secção do cilindro produz uma força que resiste ao movimento do mesmo. Assim, a força $F(v)$ está relacionada com a pressão $P(Q)$ causada pela restrição da válvula (Dixon, 2011).

As características do amortecedor são então definidas por uma combinação de orifícios e válvulas que permitem ajustar o amortecedor ao comportamento pretendido. A alteração das características de amortecimento é feita substituindo as válvulas para aumentar ou diminuir a resistência ao movimento, esta alteração é normalmente conhecida como “*Shimming*”. Alguns amortecedores permitem a regulação externa das válvulas, permitindo ajustar as válvulas de baixa e alta velocidade quer para compressão como para extensão.

2.2. Geometria de suspensão

A geometria da suspensão é definida pelas dimensões e posicionamento dos vários elementos que a constituem. A geometria tem uma influência global nas características dinâmicas do veículo, sendo prioritária no desenvolvimento do veículo. A tarefa do sistema de suspensão é algo complexa e como tal, são apresentadas um conjunto de definições que convém clarificar.

2.2.1. Distância entre eixos e Largura de via

As dimensões de um veículo que mais influenciam as suas características dinâmicas são a distância entre eixos (dee) e, a largura de via (Lv).

A dee é definida pela distância horizontal entre o eixo frontal e traseiro (Figura 8).

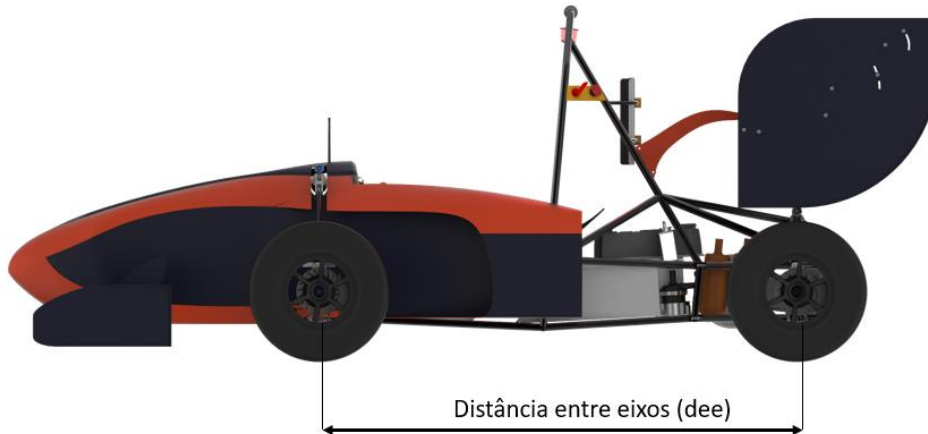


Figura 8: Distância entre eixos (Dee).

O regulamento impõe que a dee tenha um valor mínimo de 1525 mm. Os componentes com maior massa devem estar localizados entre os eixos de maneira a reduzir o momento de inércia necessário para a mudança de direção do veículo.

T2.7.1 The vehicle must have a wheelbase of at least 1525 mm.

A largura de via (Lv) é a distância que separa o centro do pneu esquerdo do pneu direito quando vista de frente (Figura 9) em cada eixo. As dimensões do chassi e dos componentes da suspensão devem ser postas em consideração ao selecionar a Lv desejada. Os regulamentos exigem a Lv de um eixo não seja menor do que 75% da Lv maior e, que a Lv seja tal que proporcione uma estabilidade adequada para combater a tendência ao capotamento de veículo.

T2.8.1 The smaller track of the vehicle (front or rear) must be no less than 75% of the larger track.

T2.8.2 The track and center of gravity of the vehicle must combine to provide adequate rollover stability.

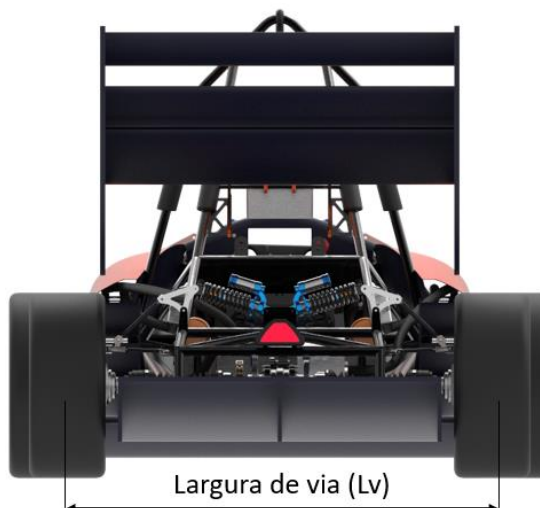


Figura 9: Largura de via (Lv) do eixo traseiro.

A d_{ee} e a L_v variam de acordo com a cinemática da suspensão do veículo. Esta variação deve ser minimizada de modo a reduzir a sua influência no comportamento do veículo.

2.2.2. *Altura ao solo*

A altura do chassi ao solo deve ser tal que em situação de total compressão da suspensão, não ocorra contacto com o solo. O contacto do chassi com o solo pode danificar a sua estrutura e, no pior dos casos, reduzir bruscamente a carga vertical nos pneus pondo em perigo o piloto numa situação de travagem ou em curva.

Os regulamentos da competição não permitem que qualquer componente do veículo esteja a menos de 30 mm do solo.

T2.3.2 The minimum static ground clearance of any portion of the vehicle, other than the tires, including a driver, must be a minimum of 30 mm.

Conforme o tipo de suspensão utilizada, a altura ao solo é um parâmetro que pode ser regulado.

2.2.3. *Posicionamento da roda*

O posicionamento da roda de um veículo é caracterizado por duas inclinações, convergência e *sopé*, também conhecido por *camber* na sua sigla inglesa, a qual se optou por usar no presente texto.

O *camber* é definido pelo ângulo formado pelo plano central da roda com o plano vertical,

tem um valor negativo caso o topo do pneumático estiver mais próximo do veículo (Figura 10).

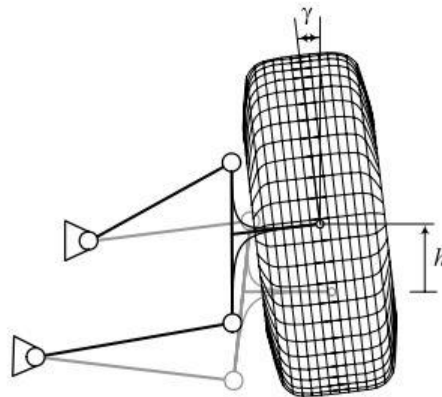


Figura 10: Ângulo de Camber, no caso da figura é negativo. Adaptado: J. Reza,2014

O camber tem uma grande influência no desempenho do pneumático, é afetado pelo rolamento do chassis, o curso da suspensão e o ângulo da direção. É necessário ter em conta que estes três parâmetros afetam o camber de diferentes maneiras e, podem ocorrer em simultâneo. Numa suspensão típica, o rolamento da carroçaria aumenta o camber no sentido positivo, caso a suspensão comprima, a cinemática da suspensão tende a aumentar o seu valor no sentido negativo.

A convergência (Figura 11) é definida pelo ângulo entre o plano central do pneumático e o plano central do veículo em vista de topo. Caso a frente dos pneumáticos esteja mais próxima que a traseira, o valor da convergência é negativo (Toe-in).

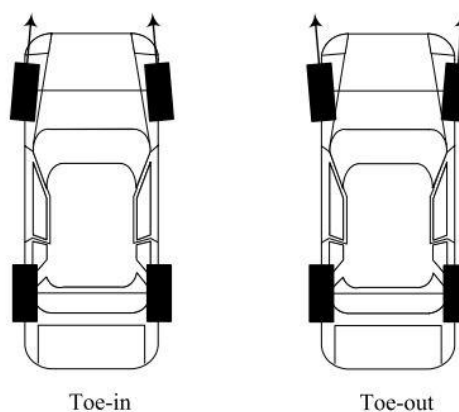


Figura 11: Ângulo de Convergência (Toe) positivo e negativo. J.Reza,2014

A convergência é um parâmetro que afeta a estabilidade do veículo em reta e, o comportamento em curva. Este parâmetro pode ser normalmente ajustado em ambos os eixos do

veículo, alterando o comprimento dos braços da direção (*steering arms*).

2.2.4. Geometria da manga de eixo

O ângulo do eixo do Cavilhão (*Kingpin Inclination*) é definido pelo ângulo entre um eixo vertical e o eixo do cavilhão em vista frontal. O eixo do cavilhão (Kp) numa suspensão do tipo McPherson é composto pela manga de eixo e o conjunto mola amortecedor. No caso de uma suspensão de triângulos sobrepostos, o Kp é definido pela inclinação das rótulas que unem os triângulos à manga de eixo. À distância entre o ponto de contacto da projeção do eixo do cavilhão com o solo e o centro do pneumático dá-se o nome de raio de arrastamento (*Scrub Radius*). O comprimento do cubo (*Spindle Length*) define a distância entre o centro da roda e o ponto mais próximo da manga de eixo.

O ângulo do Kp é positivo quando o topo do eixo está mais próximo do centro do veículo. O raio de arrastamento é positivo se o prolongamento do eixo do cavilhão intercepta o solo entre o centro do pneumático e o centro do veículo.

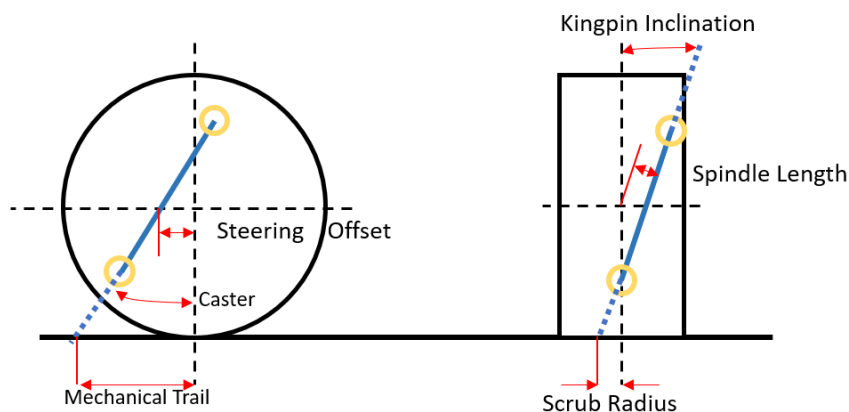


Figura 12: Geometria da manga de eixo.

A vista lateral da Figura 12 mostra o ângulo de Caster, definido pelo ângulo que a manga de eixo faz com um plano vertical. O ângulo de caster representado na Figura 12 é positivo, a manga de eixo está inclinada no sentido contrário ao movimento do veículo. O *mechanical trail* é definido pela distância entre o centro da roda e o ponto de interseção entre a projeção da manga de eixo e o solo.

2.2.5. Tipos de Suspensão

Os sistemas de suspensão podem ser categorizados em dois tipos: dependente e independente. Os sistemas de suspensão dependentes são caracterizados pelo movimento das rodas de cada eixo ser acoplado, ou seja, o movimento vertical de uma roda afeta o movimento da outra roda do mesmo eixo. Este efeito apresenta um conjunto de problemas para a dinâmica do veículo e, é uma solução raramente utilizada em veículos de competição. Sistemas dependentes como o eixo rígido, são normalmente utilizados em veículos de transporte de mercadorias devido à sua capacidade de suportar grandes cargas verticais (Figura 13).

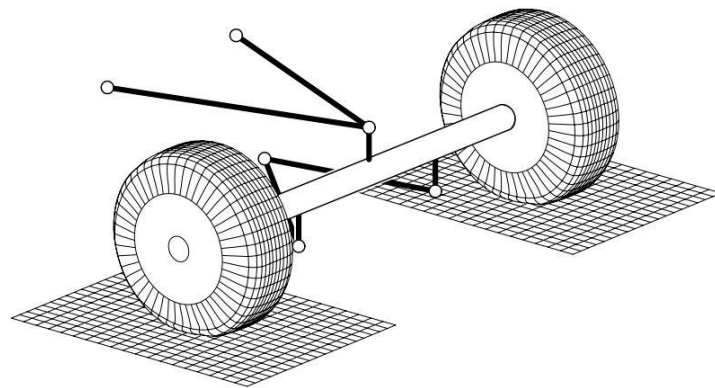


Figura 13: Sistema de eixo rígido. Fonte: J.Reza, 2014

Os sistemas de suspensão independentes permitem o movimento e controlo independente de todas as rodas, a sua utilização apresenta um conjunto de vantagens em relação a suspensões dependentes (Reimpell, Stoll, & Betzler, 2001):

- Dimensões reduzidas
- Maior controlo direcional do veículo
- Menor massa
- Movimento independente das rodas do veículo

Existe uma grande variedade de sistemas de suspensão independentes, os sistemas mais comuns são:

- Triângulos Sobrepostos
- McPherson
- Multi-Link
- Trailing Arm

De todos os sistemas acima referidos, salvo raras exceções, todos os veículos FS utilizam um

sistema de triângulos sobrepostos. Este sistema apresenta as seguintes vantagens:

- Bom suporte das forças longitudinais e transversais
- Baixa massa do sistema
- Construção simples
- Excelente controlo do movimento da roda

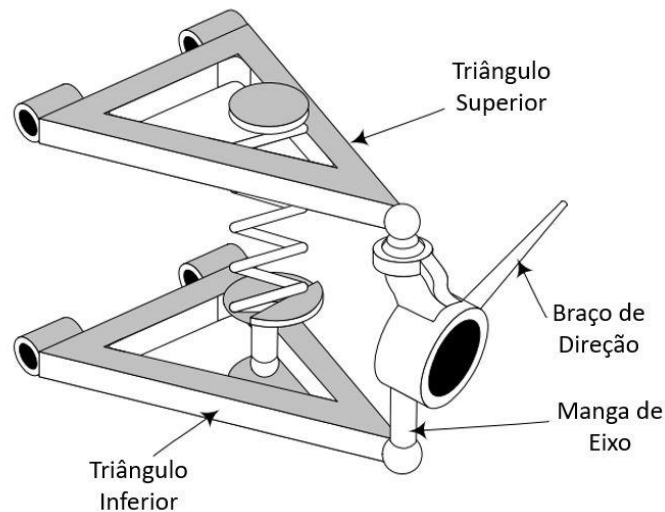


Figura 14: Suspensão de Triângulos Sobrepostos. Adaptado: J. Reza, 2014

Este sistema é caracterizado pela utilização de dois braços de ligação (*A-arms*) entre o chassis e a manga de eixo (

Figura 14). Os dois braços estão montados transversalmente e, a sua rotação relativamente ao chassis permite a compressão/extensão da suspensão. Os braços apresentam um formato triangular, apoiados em dois pontos ao chassis e num ponto à manga de eixo.

2.3. Pneu

O pneu é o elemento através do qual o veículo interage com o solo, as forças geradas na zona de contacto permitem ao pneu ter tração para acelerar, travar e manobrar o veículo. O pneu serve ainda para filtrar as irregularidades do piso enquanto tem de suportar o peso do veículo.

A Figura 15 mostra o sistema de eixos utilizado para representar as forças e momentos do pneu utilizado neste trabalho. O sistema de eixos assume que o solo é plano e, que a origem do sistema de coordenadas se encontra no centro do contacto entre o pneu e o solo. O eixo do x intercepta o plano central do pneu e o solo, o seu sentido é positivo na direção que o pneu se desloca. O eixo Z é perpendicular ao solo com sentido positivo para cima e, o eixo Y é ortogonal ao

plano XZ.

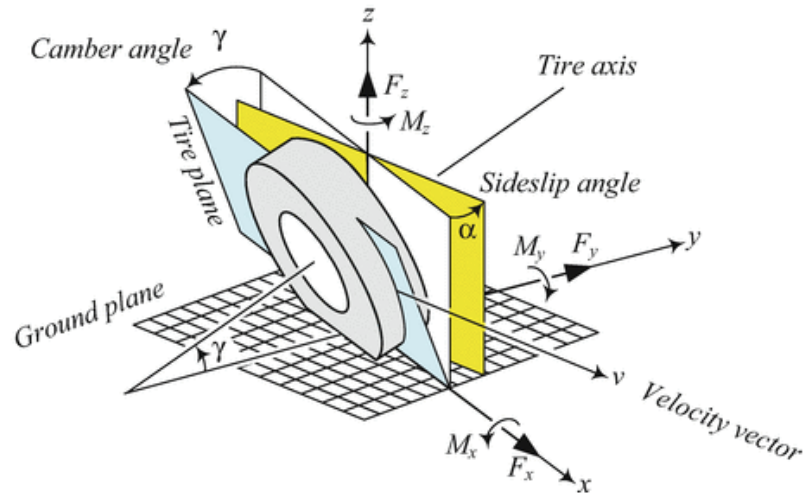


Figura 15: Sistema de eixos SAE do pneu. Fonte: J. Reza 2014

A orientação do pneu em relação ao seu movimento é feita através de dois ângulos, o camber (γ) e o ângulo de escorregamento (*Sideslip angle*). O ângulo de escorregamento (α) é a projeção do ângulo entre o vetor da velocidade do pneu e o eixo X no plano do solo.

A resultante das forças que o pneu recebe do solo é localizado na origem, no centro do contacto do pneu com o solo. A força longitudinal F_x atua ao longo do eixo X e, é positiva quando o carro se encontra a acelerar e negativa quando trava. A força lateral F_y atua ao longo do eixo Y e, a força normal F_z é uma força normal ao plano do solo.

O momento de rolamento (*Roll Moment*) M_x atua em torno do eixo X e, é também conhecido como *tilting torque*.

2.3.1. Ângulo de escorregamento lateral e longitudinal

Quando aplicada uma força lateral ao pneu sem que esta ultrapasse o limite da adesão, ocorre uma deformação lateral do pneu onde contacta com o solo. Ao rolar o pneu sem alterar a sua direção, verifica-se que o caminho traçado pelo mesmo faz um ângulo (α) em relação ao plano longitudinal do pneu (Figura 15). É importante perceber que não ocorre deslizamento na área de contacto com o solo, mas que é a deformação elástica que causa o escorregamento. Ou seja, um ponto do pneu que esteja prestes a contactar o solo, está desfasado transversalmente em relação a um ponto em contacto com o solo (Figura 16).

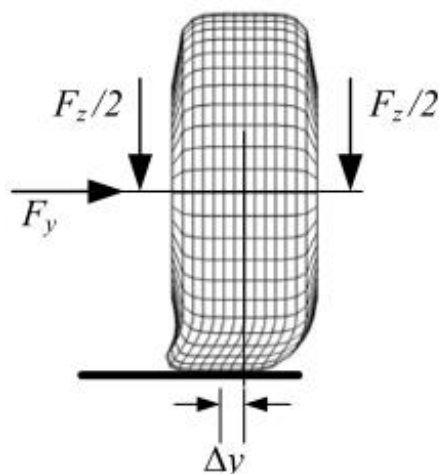


Figura 16: Deformação lateral do pneu em vista frontal. Fonte: Reza J., 2014

Assim, a deformação do pneu vai aumentando até que a carga vertical diminui ao ponto de atingir o limite de adesão e, o pneu deixa de conseguir manter a sua deformação (Miliken & Miliken, 1995).

Como será verificado nos próximos capítulos, o ângulo de escorregamento tem uma grande importância no comportamento do pneu.

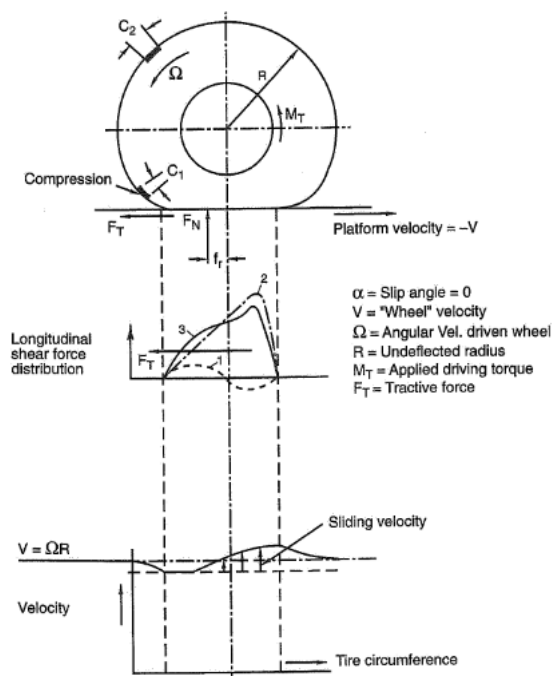


Figura 17: Forças de tração no contacto entre pneu e o solo. Fonte: Milliken, 1995

Quando é aplicado um binário de travagem ou aceleração, o pneu reage de maneira a criar

uma força de tração. Na Figura 17 pode-se observar os efeitos causados ao pneu quando lhe é aplicado um momento (M_Y). A zona de contacto entre o pneu e o solo é deslocada para a frente em relação ao eixo, onde ocorre uma compressão C_1 da borracha e uma descompressão na zona traseira. Em consequência, a aderência entre o pneu e o solo causa uma força de corte longitudinal que aumenta com o aumento do momento (M_Y). A força de corte diminui na zona traseira onde ocorre um deslizamento entre o pneu e a superfície. O deslizamento causa uma diferença na velocidade entre a rotação do pneu em relação e o piso, assim, ocorre um escorregamento longitudinal ou *slip ratio*, que é definido pela norma SAE J670 como:

$$SR = \frac{\Omega \times R_e}{V \times \cos \alpha} - 1 \quad (2.2)$$

SR- Slip Ratio

Ω - Velocidade angular do pneu

R_e - Raio efetivo de rolamento do pneu

V- Velocidade do eixo em relação ao piso

α -Ângulo de escorregamento

2.3.2. Forças laterais e longitudinais

As forças e momentos gerados nos pneus, como a força lateral (F_Y) e força longitudinal (F_X), são geralmente apresentadas em função do seu ângulo de escorregamento lateral (α), ângulo de escorregamento longitudinal (K) e carregamentos verticais (F_Z). Segundo Miliken, 2005 existem três estados que compreendem todo o regime de operação do pneu, o regime linear ou elástico, a fase de transição e, a fase de atrito. A Figura 18 mostra um gráfico típico de um pneu de corrida, onde podem ser observadas as três fases mencionadas em função do ângulo de escorregamento lateral (α).

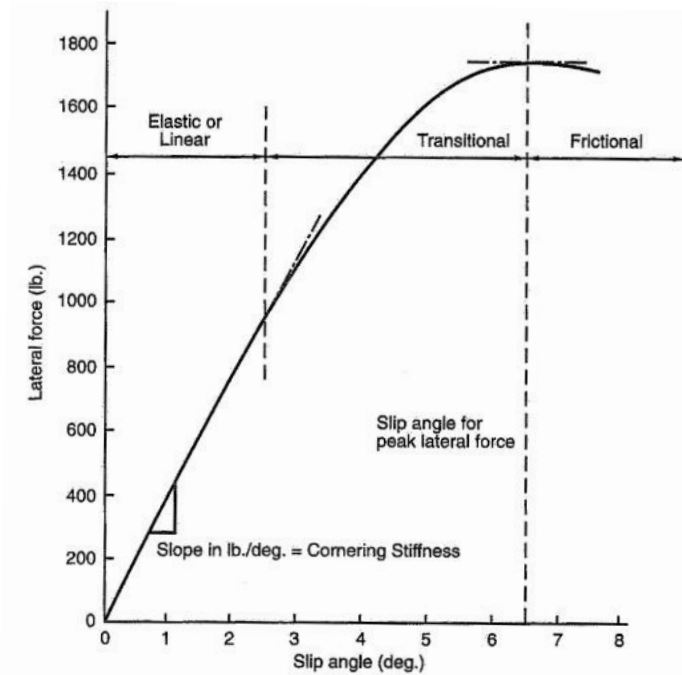


Figura 18: Força Lateral Vs Ângulo de escorregamento, fonte: Miliken,2005

Pode ser observado que a força lateral produzida pelo pneu tem o seu pico para valores do ângulo de escorregamento entre 6 e 7° numa superfície seca. Quando a superfície se encontra molhada, o pico da força lateral encontra-se em ângulos de escorregamento menores. O regime linear caracteriza um parâmetro importante do pneu, *cornering stiffness*, cujo valor é o do declive do gráfico nesta fase linear.

2.3.3. Momento de auto alinhamento

O momento de auto alinhamento (M_z) descreve a tendência do pneu rodar sobre o eixo vertical. O momento é causado pela distorção da área de contacto do pneu com o solo, a área assume um formato triangular assimétrico em relação ao eixo transversal do pneu, que gera uma distribuição não uniforme das forças causando o momento de auto alinhamento (Miliken & Miliken, 1995). À distância do centro do pneu ao ponto onde as forças são aplicadas, dá-se o nome de *pneumatic trail*.

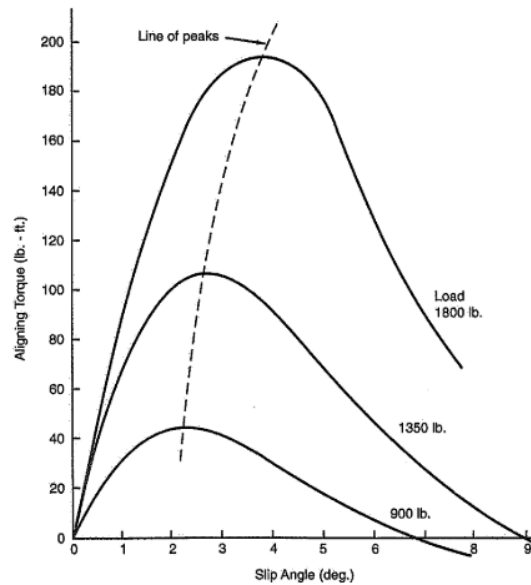


Figura 19: Momento de alinhamento Vs Ângulo de escorregamento lateral, fonte: Milliken, 1995

A Figura 19 permite verificar que o momento de alinhamento tem o seu pico para ângulos de escorregamento menores do que aqueles que geram forças laterais máximas. Pode-se ainda verificar que o aumento da carga vertical no pneu, transporta o valor máximo momento de alinhamento para maiores valores de ângulo de escorregamento lateral. Como o pico do valor do momento de alinhamento ocorre antes de atingir o máximo de força lateral possível, corre-se o risco de que o piloto tenha a sensação de que o pneu atingiu o seu limite demasiado cedo. Elementos da geometria da suspensão podem ser utilizados para contornar este problema.

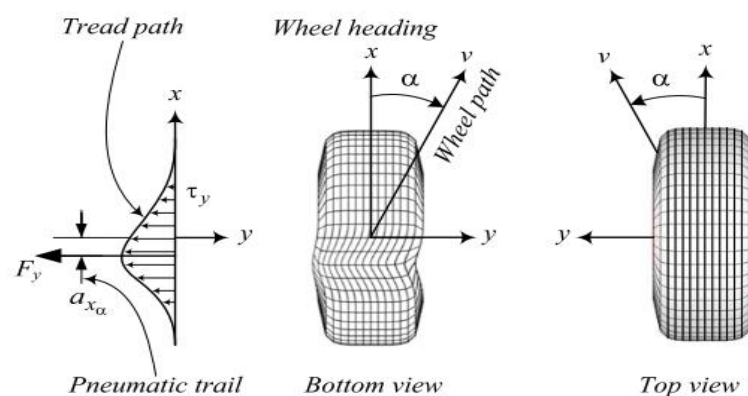


Figura 20: Pneumatic trail. Fonte: Reza J. 2014

Convém frisar que o *pneumatic trail* (Figura 17) e o *mechanical trail* são parâmetros distintos, mas, que devem ser avaliados em conjunto para promover uma transmissão de forças ao piloto que sejam benéficas.

2.3.4. Efeitos do Ângulo de Camber (γ)

Um pneu com um ângulo de camber (γ) gera uma força lateral (F_y) chamada de *camber thrust*. Quando um pneu é carregado com uma força vertical constante e lhe é aplicado um ângulo de camber, a área de contacto com o solo é maior no lado para o qual o pneu se inclina e menor no lado oposto (Figura 21). Por causa do formato da área de contacto, a banda de rodagem do lado interior quando entra na zona de contacto com o solo, tem mais tempo de serem deformados lateralmente. Uma vez que a tensão lateral é proporcional à deformação lateral, é gerada uma área assimétrica de tensões que é mais concentrada no lado interior, causando o *camber thrust*. O *camber thrust* é proporcional ao ângulo de camber para pequenos valores.

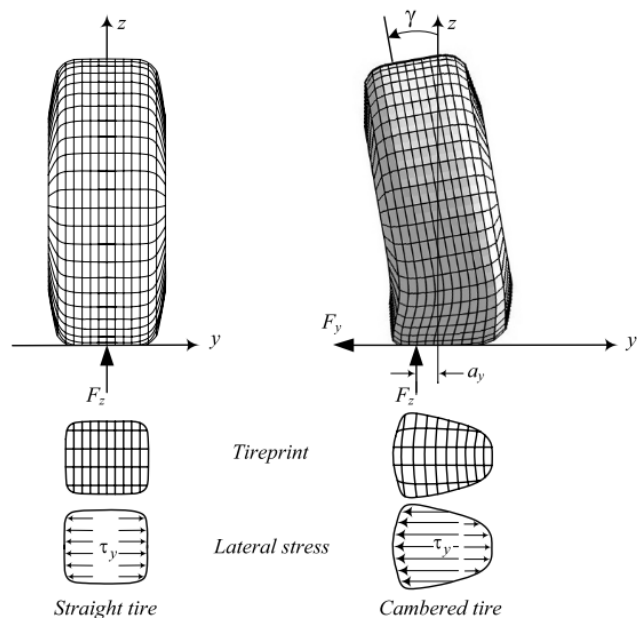


Figura 21: Área de contacto de um pneu com e sem camber. Fonte: Reza J. 2014

O tipo de construção do pneu tem uma grande influência na capacidade de gerar esta força. Existem dois tipos de pneus, o pneu radial apresenta uma construção onde as cintas da carcaça se encontram numa posição ortogonal à sua circunferência. O pneu do tipo diagonal apresenta uma construção onde as cintas são dispostas diagonalmente com ângulos entre 30-45° em relação à circunferência do pneu.

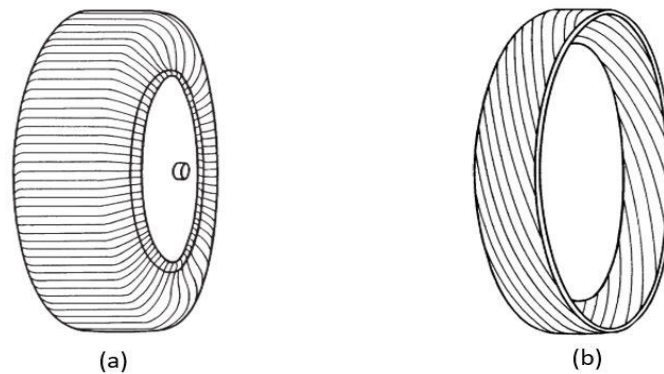


Figura 22 Estrutura de um pneu radial (a) e diagonal (b)

Regra geral, o pneu diagonal consegue criar maiores valores de *camber thrust* do que o pneu radial. Isto acontece devido à maior flexibilidade das paredes laterais do pneu diagonal, que permite uma maior área de contacto com o solo, esta propriedade é chamada de *camber stiffness*.

2.3.5. TTC- Tire Test Consortium

O TTC é uma organização composta por voluntários académicos que reúnem os recursos económicos necessários para ensaiar pneumáticos utilizados nas competições Formula Student. As equipas que desejarem acesso à informação têm de fazer um donativo monetário de 500 US\$, um valor que quando comparado com o financiamento necessário para a criação de instalações de testes de pneumáticos, é bastante acessível. Foram até à data feitos 8 ensaios a diversos modelos de pneumáticos, sendo que o primeiro foi feito em 2005 e o mais recente em 2018.

Os ensaios são desenvolvidos nas instalações de Calspan Tire Research Facility, onde existe uma máquina produzida pela Cornell Aeronautical Laboratories (CAL) capaz de gerar cargas que são relevantes para ensaiar este tipo de pneus (Figura 23).



Figura 23: Ensaio de pneumáticos nas instalações de Calspan Tire Research Facility.

A lista abaixo contém as capacidades máximas de operação da máquina utilizada para os ensaios:

- Taxa de carregamento vertical: 8900 N/s
- Controle do deslocamento vertical do pneu: 170 mm/s
- Velocidade da pista de testes: 320 km/h
- Ângulos de deriva de 90° com uso de adaptadores, 30° em condição normal de operação
- Taxa de variação do ângulo de deriva: 10 °/s
- Ângulo de inclinação de 50° com uso de adaptadores e, 30° em condição normal.
- Taxa de variação do ângulo de inclinação: 7 °/s
- Pressão do pneu controlada e regulável durante os testes
- A pista de testes pode ser trocada para outras condições de atrito e, inclusive, aplicação de água até uma camada de 10.2 mm.
- Realiza testes em pneus com diâmetro máximo de 47" e, 610 mm de espessura.

São realizados dois tipos de ensaios, um tem como objetivo estudar o comportamento longitudinal dos pneus, denominado drive/brake e, o segundo visa estudar o comportamento dos pneus em curva (Cornering Test).

As características de operação da máquina de ensaios foram adaptadas à realidade de operação de um pneu em FS. O pneu é submetido a um carregamento vertical que corresponde às transferências de carga médias de veículos FS, assim como, a velocidade da pista e a temperatura de operação são baseadas em valores médios.

Os resultados do ensaio são registados com uma frequência de 50 Hz e, os canais utilizados como *Outputs* são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Canais dos dados TTC

<i>Canal</i>	<i>Unidades</i>	<i>Descrição</i>
<i>AMBTMP</i>	°C	Temperatura Ambiente
<i>ET</i>	Seg	Tempo do ensaio
<i>FX</i>	N	Força Longitudinal
<i>FY</i>	N	Força Lateral
<i>FZ</i>	N	Força vertical
<i>IA</i>	Deg	Ângulo de inclinação
<i>MX</i>	N-m	Momento de rotação
<i>MZ</i>	N-m	Momento de alinhamento
<i>N</i>	RPM	Velocidade de rotação da roda
<i>NFX</i>	Adimensional	Força Longitudinal Normalizada (FX/FZ)
<i>NFY</i>	Adimensional	Força Lateral Normalizada (FY/FZ)
<i>P</i>	KPa	Pressão do pneumático
<i>RE</i>	Cm	Raio Efetivo
<i>RL</i>	Cm	Raio de carregamento
<i>RST</i>	°C	Temperatura do piso
<i>SA</i>	Deg	Ângulo de escorregamento
<i>SL</i>	Adimensional	Rácio de escorregamento baseado em RE
<i>SR</i>	Adimensional	Rácio de escorregamento baseado em RL
<i>TSTC</i>	°C	Temperatura central do pneu
<i>TSTI</i>	°C	Temperatura lateral do pneu
<i>TSTO</i>	°C	Temperatura lateral do pneu

V | Km/h | Velocidade da pista

2.4. Modelo Simplificado

A vibração do veículo é a resposta dinâmica de uma determinada excitação do relevo do terreno, da transmissão ou até do motor (Gillespie, 1992).

O *Quarter car Model* ou, modelo simplificado permite fazer uma análise da dinâmica do veículo separando as suas quatro extremidades. Este modelo permite fazer uma avaliação dos conflitos entre os parâmetros associados à seleção das características das molas e amortecedores do sistema.

Este modelo é composto por duas massas que representam a massa suspensa (M) e massa não suspensa (m). As massas são separadas por uma mola de rigidez K_s e, um amortecedor com coeficiente de amortecimento C_s numa montagem paralela. A interação entre a massa não suspensa e o solo é feita através de uma mola K_t que representa a rigidez do pneu. O modelo simplificado é ilustrado na Figura 24.

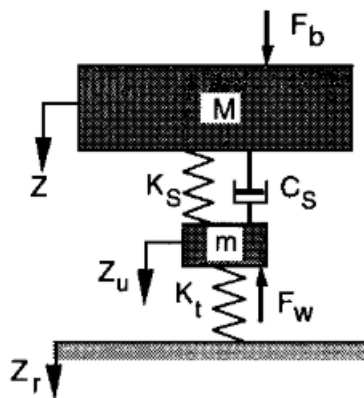


Figura 24: Modelo Simplificado. Fonte: Gillespie , 1992

De seguida são apresentadas algumas definições dos vários parâmetros que compõem o *Quarter Car Model*.

- Rigidez da mola ou *Spring Rate* (K_{Spring}) – é a força por unidade de deslocamento da mola (N/m). No caso de molas helicoidais o deslocamento é medido em relação ao eixo vertical da mola.
- *Rigidez equivalente da massa não suspensa ou Wheel Center Rate* (K_s) – É a força vertical por unidade de deslocamento do eixo da roda medido em

relação ao chassis. Este parâmetro é geralmente inferior ao *Spring Rate* devido ao *Instalation Rácio* ou *Motion Ratio*.

- Rigidez vertical do pneu ou *Tire Rate* (K_t) – É a força vertical por unidade de deslocamento do pneu em relação ao solo.
- *Rigidez equivalente da massa suspensa* ou *Ride Rate* ($K_{R,F,R}$) – É a força vertical por unidade de deslocamento aplicada no centro do contacto entre o pneu e o solo relativamente ao deslocamento do chassis.

O sistema apresenta dois graus de liberdade, como tal o sistema tem duas frequências naturais de vibração. Um veículo de passageiros apresenta tipicamente frequências entre 1 e 2 Hz no primeiro modo de vibração e, entre 10 a 12 Hz para a segunda frequência natural (J. Happian-Smith, 2001). A primeira frequência está associada ao valor da frequência em que a massa suspensa atinge o estado de ressonância., afetando o desempenho do chassis. A segunda frequência está associada à massa não suspensa, onde o seu comportamento afeta o desempenho do pneu por causar variações na carga vertical (*wheel-hop*). O desenvolvimento analítico deste modelo assume uma aproximação linear às características da mola e do amortecedor, assim como, o pressuposto de que o pneu está em constante contacto com o solo.

As equações de equilíbrio dinâmico são obtidas aplicando a segunda Lei de Newton a cada uma das massas utilizando diagramas de corpo livre (DCL).

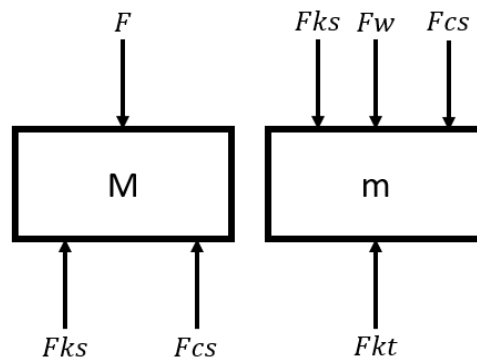


Figura 25: Diagrama de Corpo Livre das massas.

Sabendo que as forças que representam a mola e o amortecedor são função do movimento e velocidade relativa entre as duas massas, temos:

$$F_{ks} = K_s \times (Z_u - Z) \quad (2.2)$$

$$F_{cs} = C_s \times (\dot{Z}u - \dot{Z}) \quad (2.3)$$

$$F_{kt} = K_t \times Z_u \quad (2.4)$$

Assim, as equações de equilíbrio dinâmico são:

$$M \times \ddot{Z} + C_s \times (\dot{Z}u - \dot{Z}) + K_s \times (Z_u - Z) = F \quad (2.5)$$

$$m \times \ddot{Z}u - C_s \times (\dot{Z}u - \dot{Z}) - K_s \times (Z_u - Z) + K_t \times Z_u = F_w \quad (2.6)$$

A principal ferramenta utilizada neste modelo é a análise da resposta do veículo a um estímulo externo ao longo de um espectro de frequências. O sistema é sujeito a uma vibração forçada em que o piso é representado por uma função sinusoidal cuja amplitude representa a altura da irregularidade. A resposta do veículo resulta numa variação de posição da massa suspensa e não suspensa com determinada amplitude. A transmissibilidade (T_s) é definida como a razão entre a amplitude do corpo e a amplitude da força imposta.

Como caso de estudo, o autor Happian-Smith(2002) desenvolve o modelo simplificado para fazer uma análise à dinâmica do sistema. O autor define o rácio entre a rigidez da mola e do pneu como $r_s = K_t/K_s$ e, faz variar o valor de K_s . Os restantes parâmetros são definidos como apresentados na Tabela 2.

Tabela 2: Parâmetros utilizados para demonstração do modelo

m_s (Massa Suspensa)	40	kg
m_u (Massa Não Suspensa)	260	Kg
K_t (Rigidez do pneu)	130	KN/m
C_s (Coeficiente de amortecimento)	1200	Ns/m
r_s (Rácio K_t/K_s)	[5,8,12]	

A Figura 26 apresenta as curvas obtidas para transmissibilidade da massa suspensa (a) e da massa não suspensa (b). Para uma correta interpretação dos resultados é necessário ter em conta

que valores altos de r_s correspondem a uma suspensão de menor rigidez e vice-versa.

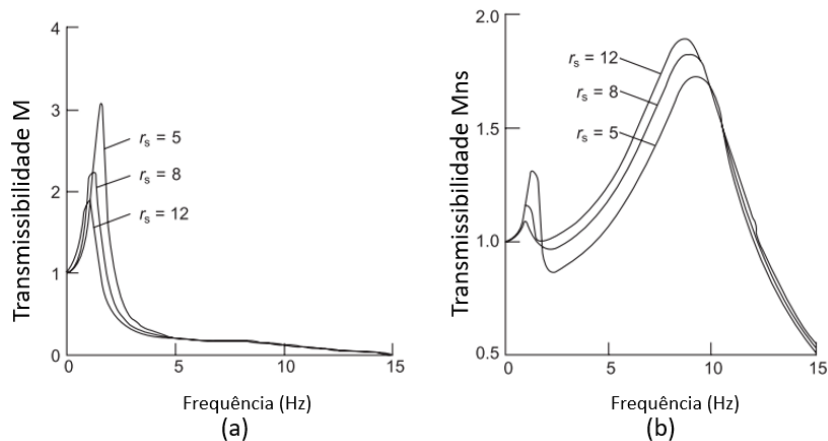


Figura 26: Efeito da rigidez da suspensão na transmissibilidade à massa suspensa (a) e, à massa não suspensa (b), adaptado: Happian-Smith(2002)

A Figura 26(a) evidencia que o valor da transmissibilidade para a massa suspensa é mínimo quando se utilizam suspensões com baixa rigidez, já o valor mínimo de transmissibilidade à massa não suspensa é atingido utilizando uma suspensão mais rígida. De notar que a Figura 26(b) se refere à segunda frequência natural que se encontra diretamente relacionada com a massa não suspensa.

O autor prossegue com a sua análise investigando o efeito que diferentes níveis de amortecimento têm no sistema. Para isso fixa o valor de r_s em 10, o que resulta num $K_S = 13 \text{ kN/m}$, assim, a variação é feita através do fator de amortecimento (ζ) que assume os valores de 0.1, 0.25, 0.5 e 1.

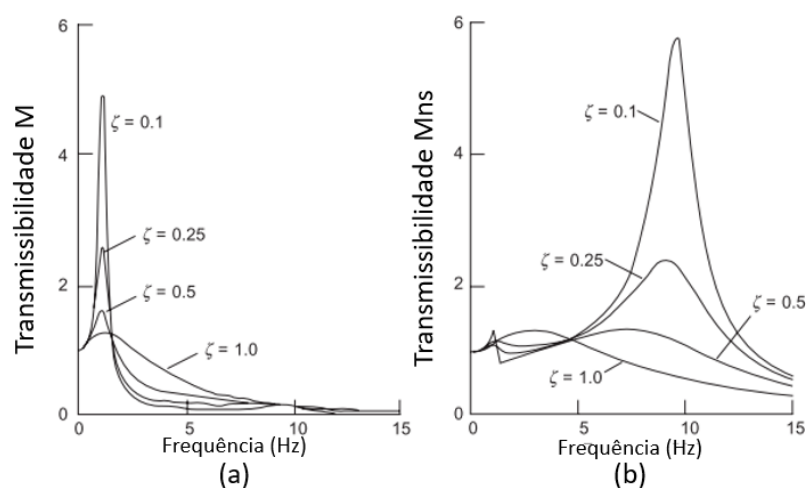


Figura 27: Efeito do fator de amortecimento na transmissibilidade à massa suspensa (a) e, à massa não suspensa (b). adaptado: Happian-Smith(2002)

A Figura 27 (a) mostra que um fator de amortecimento alto reduz a transmissibilidade a baixas frequências, mas perde a capacidade de isolar a massa suspensa a frequências médias. No entanto, um fator de amortecimento alto é necessário para evitar o *Wheel-hop* nas frequências mais altas.

Os carros de passageiros apresentam normalmente um fator de amortecimento de 0.25 com o intuito de aumentar o conforto dos passageiros. Em aplicações desportivas um fator na gama de 0.6 a 0.75 é utilizado como base de desenvolvimento (Miliken & Miliken, 1995).

A abordagem anterior não tem em conta a relação entre a frequência da mola da suspensão com a sua deformação. O regulamento da competição impõe condições mínimas para a operação da suspensão na secção T2.3.1.

T2.3.1

The vehicle must be equipped with fully operational front and rear suspension systems including shock absorbers and a usable wheel travel of at least 50 mm with driver seated (25mm jounce and 25mm rebound).

O regulamento obriga a utilização de um sistema de suspensão que garanta um curso mínimo da roda de 50 mm, sendo que deve ter no mínimo 25 mm em compressão e em extensão.

De maneira a garantir o cumprimento dos regulamentos e, ainda assim, ter em conta a frequência da suspensão, é necessário relacionar a última com a deformação da mola (Δx) causada pelo peso do veículo em posição estática. Assumindo que se pretende que a deformação estática seja metade do curso da roda, temos

$$F_{ks} = K_S \times \Delta x \quad (2.7)$$

Sendo que a força sobre a mola equivale ao peso da massa suspensa,

$$P = m_S \times g \quad (2.8)$$

Igualando a Eq. (2.7) à Eq(2.8) temos,

$$P = F_{ks} \Leftrightarrow K_S = \frac{m_S \times g}{\Delta x} \quad (2.9)$$

Estamos agora em condições de definir a frequência da mola em função do curso da roda,

$$f = \frac{1}{2 \times \pi} \sqrt{\frac{g}{\Delta x}} \text{ (Hz)} \quad (2.10)$$

Analisando a figura podemos concluir que a frequência de vibração natural da massa suspensa será necessariamente inferior a 3,1 Hz para garantir o curso de suspensão obrigatório de 50 mm.

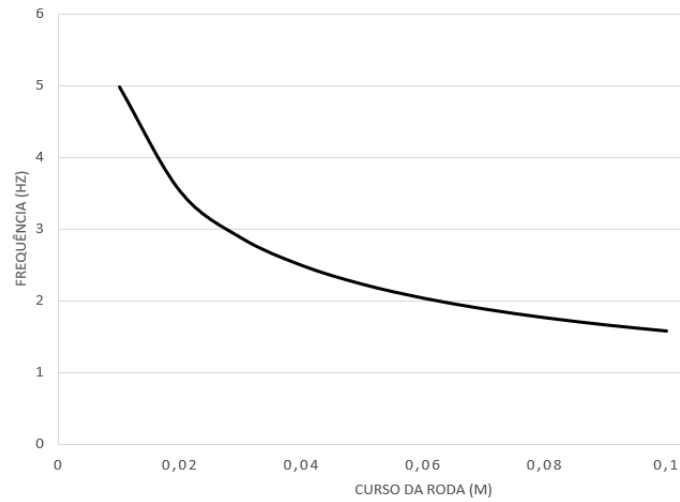


Figura 28: Frequência em função da deformação estática.

É necessário ter em atenção que esta frequência não pode ser diretamente comparada com a frequência obtida através do modelo simplificado, uma vez que, esta última abordagem pressupõe um sistema desacoplado.

3. Desenvolvimento da geometria de suspensão

3.1. Pneumáticos e Jantes

O pneumático é um dos componentes principais de um veículo, é onde têm origem as forças e momentos que promovem o controlo e a estabilidade do veículo. Os pneus afetam o comportamento, a tração, o conforto e o consumo de energia. Os benefícios gerados são acompanhados com o custo da resistência de rolamento que atua como uma resistência ao sentido de deslocação do veículo. O seu papel é tão fundamental que a sua seleção é inequivocamente a primeira etapa no desenvolvimento de um carro de corrida (Miliken & Miliken, 1995).

O mercado apresenta uma vasta gama de pneumáticos desenvolvidos especificamente para corridas automóveis. Os regulamentos em vigor, não apresentam quaisquer restrições no que toca às suas dimensões assim como, às dimensões da jante. O regulamento (FSG, 2019) refere no artigo T2.5 que são necessários dois conjuntos de pneus, um conjunto para condições de pista seca e outro para pista molhada. O mesmo artigo refere ainda que não podem ser montados no mesmo eixo, pneus de marcas, tamanho e compostos diferentes.

Qualquer processo que envolva fricção produz um aumento da temperatura. Durante a sua rotação, o pneumático sofre constantes deformações no seu perfil causadas pela carga vertical que lhe é aplicada, uma parte da energia que causa estas deformações é convertida em calor. Caso as condições sejam as corretas, a temperatura do pneu irá subir até atingir um balanço energético que deverá coincidir com a temperatura associada ao seu pico de desempenho (Smith, 1978). O diâmetro do pneumático é um facto chave na sua capacidade de gerar a temperatura necessária para atingir o seu pico de performance, a frequência com que a deformação ocorre é inversamente proporcional ao seu diâmetro e, aumenta com a velocidade de rotação.

Nas provas dinâmicas de FS, os veículos atingem velocidades consideradas baixas quando comparadas com outras categorias. A utilização de um pneu de menor diâmetro promove temperaturas de operação mais altas. A temperatura de operação dos pneus é causada pela rápida sucessão de compressão e extensão das paredes laterais quando sujeitas ao peso do veículo.

A utilização de pneumáticos de diâmetro reduzido é acompanhada com um custo, a jante utilizada também terá um diâmetro pequeno. O espaço disponível no interior da jante é

extremamente valioso, todos os componentes associados à manga de eixo geralmente encontram-se nesse local por razões relacionadas com a eficiência aerodinâmica e com a massa do sistema.

O conjunto do pneu e jante fazem parte dos elementos da massa não suspensa que se encontram em rotação durante o deslocamento do veículo. As provas dinâmicas de FS são caracterizadas por constantes acelerações e travagens onde a inércia dos elementos rotativos apresenta efeitos altamente penalizadores. Por definição, o momento de inércia de uma partícula de massa (m_i) que gira em torno de um eixo, a uma distância (r_i) dele é:

$$I = \sum_{i=0}^n m_i \times r_i^2 \quad (3.1)$$

Se um corpo é constituído por n massas pontuais, o seu momento de inércia total é igual à soma dos momentos de inércia de cada massa.

Um conjunto jante-pneu com maior diâmetro é tendencialmente mais pesado, o que aumenta o grau de dificuldade de mudança de estado do corpo.

Assim torna-se necessário balancear as dimensões do pneumático para que se possa atingir um compromisso onde o foco no seu desempenho tenha em conta todas as propriedades que o define.



Figura 29: Jante O.Z. Racing 10".

Os pneus selecionados são produzidos pela marca Hoosier e têm 18" de diâmetro e 6" de largura. Irão ser utilizadas jantes semelhantes às utilizadas no veículo anterior, as jantes utilizam um sistema de "center lock" que utiliza apenas uma porca central para apertar a jante, o binário é transmitido através de pinos que são montados no cubo e ligam à jante. A jante selecionada (Figura 29) tem uma construção em Magnésio, 10" de diâmetro e 7" de largura e, as suas dimensões são representadas no Anexo E. O Offset (ET) é a distância entre o centro da jante e a face que encosta

no cubo, estas jantes apresentam um ET de 22 mm.

3.1.1. Análise e tratamento dos dados TTC

A combinação de pneu e jante selecionados no capítulo anterior foi ensaiada pelo TTC na Round 5 em 2012, os parâmetros testados são armazenados em canais no formato .MAT¹. No ensaio podemos encontrar 24 parâmetros com 55667 linhas de dados (Figura 30).

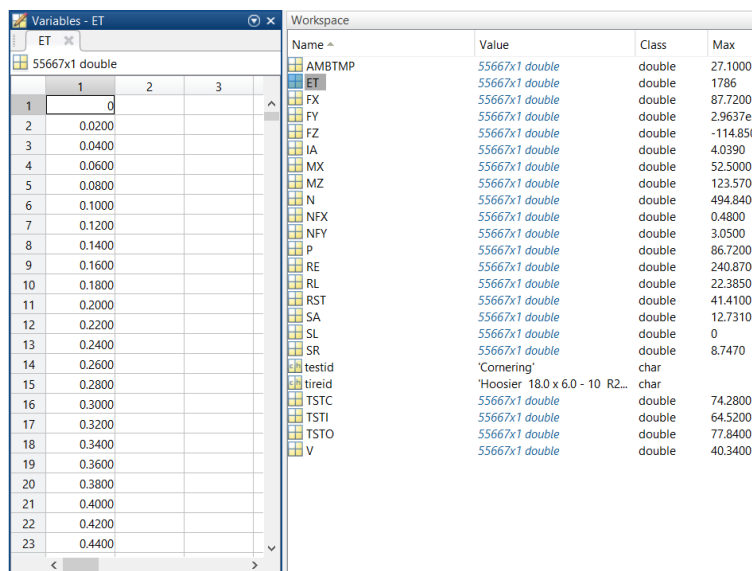


Figura 30: Dados da Run21 do TTC Round5.

O processo utilizado para os ensaios, como descrito no capítulo 2.3.5, gera um volume de dados que necessitam de tratamento para ser possível isolar as várias operações realizadas. Na Figura 31 podem-se observar as sequências com que são variados os três principais parâmetros, a pressão interna do pneu (*Pressure*), o ângulo de camber (*Inclination Angle*) e a carga vertical aplicada ao pneu (*Fz*).

¹ MAT-Files (.mat) é uma das extensões de arquivo do software MATLAB®

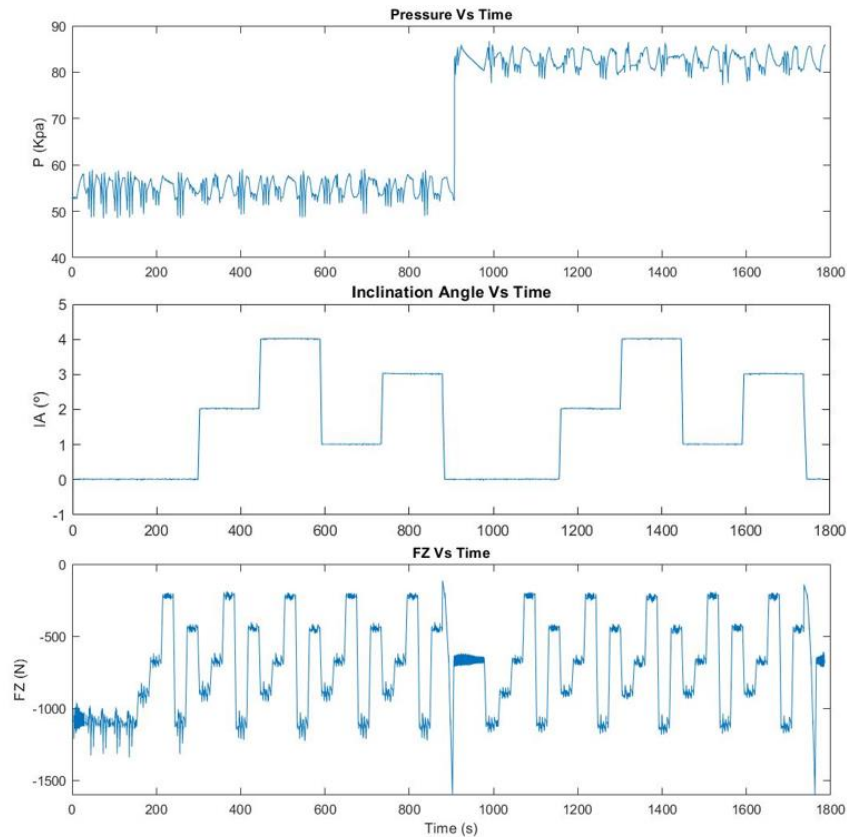


Figura 31: Pressure, Inclination Angle, FZ Vs Time (TTC RUN 21).

O tratamento dos dados exige que se faça uma segmentação temporal para isolar cada ensaio realizado de maneira a obter facilmente os dados pretendidos. Sabendo quais as combinações possíveis entre pressão, ângulo de escorregamento e carga vertical, optou-se por identificar o índice das células que marcam o início e o fim de cada combinação.

Inicialmente foram identificadas as células associadas à alteração do ângulo de camber. Desta forma, foram definidos os intervalos de tempo associados a cada valor. O parâmetro da pressão varia uma única vez, a célula associada ao tempo em que ocorre esta alteração foi identificada. De seguida foram identificados os intervalos temporais associados aos valores da carga vertical aplicada no pneu.

Pressão = 8 PSI = 55,15 Kpa										
FZ (Pounds)	50		100		150		200		250	
Y	T.Inicio	T.Final	T.Inicio	T.Final	T.Inicio	T.Final	T.Inicio	T.Final	T.Inicio	T.Final
0	215,24	240,14	273,26	298,14	186,2	210,98	157,26	182,14	0	153,14
1	650,25	675,13	708,25	733,13	621,25	646,13	592,25	617,13	679,25	704,13
2	360,26	385,14	418,26	443	331	356	302	327	389	414
3	795	820	853	878	766	791	737	762	824	849
4	505	530	563	588	476	501	447	472	534	559

Pressão = 12 PSI = 82,73 Kpa										
FZ (Pounds)	50		100		150		200		250	
Y	T.Inicio	T.Final	T.Inicio	T.Final	T.Inicio	T.Final	T.Inicio	T.Final	T.Inicio	T.Final
0	1073	1098	1131	1156	1044	1069	1015	1040	1102	1127
1	1508	1533	1566	1591	1479	1504	1450	1475	1537	1562
2	1218	1243	1276	1301	1189	1214	1160	1185	1247	1272
3	1653	1678	1711	1736	1624	1649	1595	1620	1682	1707
4	1363	1388	1421	1446	1334	1359	1305	1330	1392	1417

Figura 32: Mapeamento dos tempos.

Utilizando o mapeamento dos tempos da Figura 32, é possível obter-se os dados desejados, bastando para isso selecionar quais os parâmetros que se querem estudar. Foram utilizados gráficos, como a Figura 33 exemplifica, onde é possível identificar os pontos de mudança de estado para os parâmetros acima referidos.

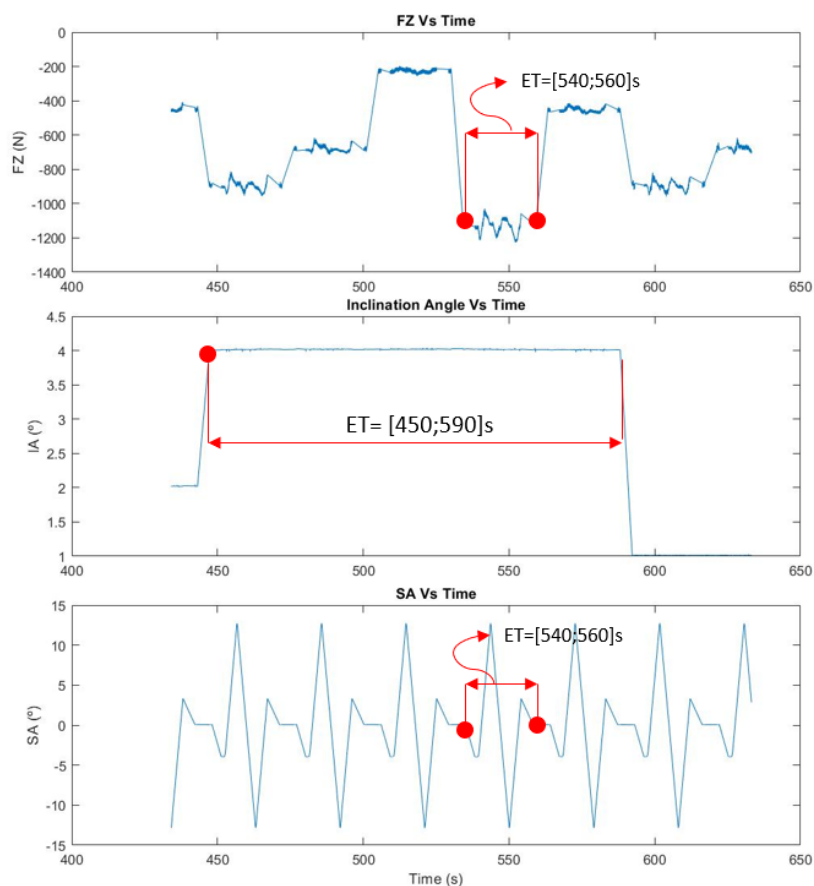


Figura 33: Seleção dos intervalos de tempo (TTC RUN 21).

O exemplo na Figura 33 permite garantir que no intervalo de tempo $ET = [540;560]$ segundos, o ângulo de camber utilizado é $\gamma = 4^\circ$ e a carga vertical aplicada ao pneumático é de aproximadamente -1200 N. Uma vez que o ângulo de escorregamento apenas é contínua e uniforme na fase decrescente, convém refinar o intervalo de tempo apenas para essa fase. Foi criado um script² em Matlab (Anexo B), que obtém os tempos associados aos valores máximos e mínimos de SA do intervalo de tempo anterior, reduzindo assim os dados para o intervalo de tempo correspondente à fase decrescente de SA.

Os dados dos ensaios longitudinais foram tratados com o mesmo método, alterando os procedimentos necessários para utilizar os parâmetros longitudinais.

3.2. Distância entre eixos e Largura de via

A distância entre eixos (Dee) e a largura de via (Lv) de um veículo são os dois fatores mais determinantes no desenvolvimento do projeto. Os dois parâmetros influenciam a transferência de cargas assim como o raio de curvatura (Gaffney III & Salinas, 2007). As suas dimensões devem ser devidamente enquadradas no contexto em que o veículo irá competir. As provas dinâmicas que compõem a competição, com exceção à prova de aceleração, exigem que a agilidade do veículo seja elevada sem comprometer a capacidade de aceleração e travagem.

Como referido anteriormente, a distância entre eixos mínima permitida pelo regulamento é de 1525 mm. A Dee do veículo tem um papel importante na sua estabilidade, regra geral, quanto menor for a Dee maior é a sua agilidade e, menor a sua estabilidade. O eixo motriz do veículo é o traseiro, uma distância entre eixos pequena causaria uma transferência de carga maior para o eixo traseiro o que por sua vez aumentaria a capacidade de aceleração do veículo. Segundo Lamers (2008) o tempo para percorrer um percurso em slalom aumenta com uma Dee maior.

Do trabalho de pesquisa realizado pela equipa no desenvolvimento do IFS02e pode concluir-se que a Dee média entre uma amostra de veículos FS era 1562 mm e, optou por utilizar uma Dee de 1550mm. A diferença foi justificada devido ao desejo da equipa desenvolver um veículo tão compacto quanto possível.

A agilidade do carro não deve ser separada da capacidade de o piloto tirar partido da mesma. Sendo a competição FS uma competição entre alunos universitários onde a maioria dos pilotos

² Um Script é um ficheiro que contém múltiplas linhas sequenciais de comandos, a sua extensão é .m

participam pela primeira vez, a falta de experiência deve ser combatida com a utilização de um veículo tão estável quanto possível sem nunca esquecer o treino do piloto. Assim, a distância entre eixos para o novo veículo será fixada em 1560 mm, um aumento relativamente ao último carro com o objetivo de ganhar estabilidade direcional.

Quando um veículo se encontra a descrever uma curva, a aceleração centrípeta (a_c) gerada no CG do veículo cria uma transferência de cargas entre as rodas interiores e exteriores em resposta à força de atrito gerada pelos pneus.

A equação 3.2 mostra a variação da carga (ΔW) na roda esquerda em resposta à aceleração centrípeta. A transferência de peso é inversamente proporcional à largura de via, o que indica que um veículo com uma L_v alta será capaz de gerar maiores acelerações laterais.

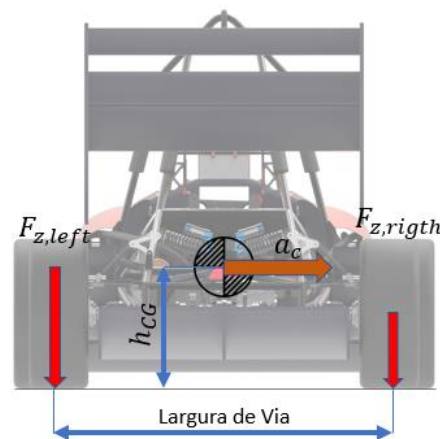


Figura 34 Transferência de carga em curva.

$$\Delta W = \frac{m g a_c h_{cg}}{L_v} \quad (3.2)$$

É comum considerar-se o rácio entre a L_v e a D_{ee} designada de “*wheelbase track ratio*”, ou WTR (Eq.3.3). Os carros FS têm normalmente um WTR = 0.75, o que oferece um bom compromisso entre performance e estabilidade. Outros exemplos como os “*Shifter Karts*” que competem em traçados que se assemelham aos encontrados nas competições de FS, apresentam um WTR que pode chegar a 0,8. um valor alto de WTR implica uma maior largura de via o que resulta num aumento do peso não suspenso, são necessários utilizar maiores triângulos de suspensão, push-rods, braços de direção e transmissões.

$$WTR = \frac{t_f + t_r}{2Dee} \quad (3.3)$$

Segundo Lamers,2008 a utilização de uma largura de via no eixo frontal (t_f) superior ao eixo traseiro (t_r) aumenta a velocidade com que o veículo é capaz de completar um slalom. Muitas equipas optam por esta solução uma vez que um eixo traseiro menor ajuda a transpor os cones que definem a curva sem os derrubar.

Assim, considerando que existe um aumento na Dee em relação ao último veículo, optou-se por se utilizar um $WTR = 0.75$ que garante um bom equilíbrio entre performance e estabilidade.

O último parâmetro a definir neste capítulo, é a altura mínima do chassis ao chão. Os regulamentos fazem menção à altura mínima do veículo no artigo T.2.3.2. A altura mínima de qualquer componente do veículo, com exceção aos pneus, deve ser em situação estática 30 mm. O IFS02e foi projetado para ter uma altura ao solo de 140 mm.

A altura do chassis ao solo é determinante no posicionamento do CG, logo deverá existir uma tentativa de manter esta dimensão tão pequena quanto possível. São necessárias garantir duas situações, em momento algum o chassis pode tocar no chão e, existe espaço suficiente para adicionar componentes aerodinâmicos no fundo do chassis.

O artigo D.2.3.1 proíbe que qualquer componente aerodinâmico do veículo entre em contacto com o solo no decorrer das provas dinâmicas. A violação desta regra é penalizada com uma bandeira preta que obriga o piloto a suspender a sua prova até que situação seja revista com os oficiais de pista. Assim, deve ser garantido que nenhum componente toca no solo mesmo na situação mais extrema, total compressão do curso de suspensão. A altura do chassis ao solo foi reduzida em relação ao veículo anterior, estabelecendo-se nos 100 mm.

Tendo em conta todos os aspetos acima discutidos, a Tabela 3 apresenta as dimensões seleccionadas.

Tabela 3: Principais dimensões do veículo

Dee (Distância entre eixos)	1560 mm
WRT (Wheelbase track ratio)	0,75
tf (Largura de Via Frontal)	1180 mm
tr (Largura de Via Traseira)	1160 mm
Ride Height (Distância ao solo)	100 mm

3.3. Massa e Altura do Centro de Gravidade

A performance de um veículo de competição está diretamente relacionada com o seu peso, a segunda Lei de Newton relaciona a massa com a aceleração e, para obter o máximo de aceleração sem alterar a força de impulso a massa do veículo tem de ser o menor possível.

O desenvolvimento do modelo do veículo implica a necessidade de fazer estimativas quanto à massa dos vários componentes. O último carro desenvolvido pela equipa IFS02e tinha como objetivo uma massa de 240 Kg sem piloto, no entanto a massa final foi de 252 Kg (representando um erro de 5%). A diferença no peso estimado e do peso real do veículo deve-se sobre tudo à inexperiência da equipa, pois, o IFS02e foi o seu primeiro veículo de propulsão elétrica. Equipas que utilizam chassis do tipo monocoque construídas com base em compósitos em fibra de carbono conseguem reduzir a massa do veículo abaixo dos 180 Kg. Tendo em consideração que a equipa irá continuar a utilizar um chassis de construção tubular no IFS03e, o chassis e componentes do veículo deverão ser otimizados de maneira a reduzir o seu peso.

A equipa estipulou como objetivo uma massa de 230 Kg para o IFS03Ee. Adicionando o valor de um piloto médio, 68 Kg, temos uma massa total de 298 Kg.

A massa não suspensa estimada para o IFS02e em cada extremidade era à frente de 10 Kg e atrás 12 Kg, também estes valores foram ultrapassados. A massa não suspensa é de extrema importância para o funcionamento da suspensão, esta está associada à resposta a perturbações externas como o relevo do piso. Incluída na massa não suspensa estão componentes como os pneumáticos, jante, o cubo e, discos de travão, que se tratam de elementos rotativos, cuja inércia é bastante penalizadora. A Tabela 4 apresenta uma caracterização das massas dos principais componentes da massa não suspensa.

Tabela 4: Massas não suspensas

<i>Componentes</i>	<i>Massa Frontal (Kg)</i>	<i>Massa Traseira (Kg)</i>
<i>Triângulos</i>	0,87	0,86
<i>Push-rod</i>	0,13	0,10
<i>Manga de eixo + cubo</i>	2,14	2,17
<i>Sistema de travagem + Tração</i>	0,61	1,61
<i>Conjunto Amortecedor Mola</i>	0,49	0,49
<i>Pneu e jante</i>	11,11	11,11
Σ	15,35	16,34

Embora o desenvolvimento do novo veículo tenha por princípio fazer uma otimização dos componentes utilizados no anterior, foram observados um conjunto de aspetos que devem ser melhorados em componentes como a manga de eixo. Assim, o valor das massas não suspensas utilizadas no desenvolvimento do novo veículo serão idênticas às apresentadas na Tabela 4.

A localização do centro de gravidade num carro de corrida é o parâmetro mais fundamental para a performance do veículo, pois a capacidade dos pneumáticos gerarem forças de atrito está diretamente relacionado com a carga vertical que lhes é aplicada. Em fase de projeto, deve ser feito o esforço de manter a altura e posicionamento do centro de gravidade dentro dos objetivos estipulados (Miliken & Miliken, 1995).

Quando a falta de informação não permite estimar a altura do centro de gravidade, deve-se pelo menos garantir a estabilidade do veículo em curva contra o capotamento. O regulamento faz menção no Artigo 7 (IN7.1) ao ensaio de capotamento (*Tilt Test*) que é feito antes do carro ser autorizado a competir. Sabendo que a plataforma onde se encontra o veículo é inclinada a um ângulo de 60°, podendo ser calculada a altura máxima do centro de gravidade de maneira a passar o teste (Figura 35).

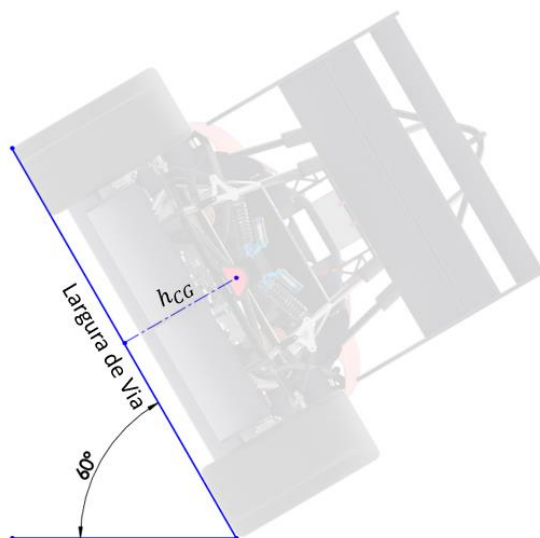


Figura 35: Ensaio de capotamento (*Tilt Test*).

Os cálculos que se seguem não têm em consideração os efeitos do sistema de suspensão e dos pneus no teste uma vez que ainda não se conhecem as suas características. Pode-se então calcular a altura máxima do centro de gravidade (h_{CG}), recorrendo a relações trigonométricas, vem que:

$$\tan 60 = \frac{Lv}{2 h_{CG}} \quad (3.4)$$

$$h_{CG} = \frac{1,570}{2 \tan 60} = 0,453 \text{ m} \quad (3.5)$$

Segundo a experiência da equipa ISEL FS e, através de canais de partilha de conhecimento especializados em veículos FS, determinou-se que uma altura do CG de $h_{CG} = 0,3 \text{ m}$ seria um objetivo realista para o IFS03Ee.

A localização longitudinal do CG determina a distribuição de peso do veículo pelos seus dois eixos. Uma análise estática permite calcular o resultado da carga nos eixos para um veículo de acordo com a Figura 36. Esta repartição é fundamental no equilíbrio dinâmico do veículo e, pode ser obtida através das seguintes equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_z = 0 \\ \sum M_{front} = 0 \end{array} \right. \quad (3.6)$$

$$\begin{cases} F_{front} + F_{rear} = m g \\ F_{rear} Dee - a m g = 0 \end{cases} = \begin{cases} F_{front} + F_{rear} = m g \\ F_{rear} = m g \frac{a}{Dee} \end{cases} \quad (3.7)$$

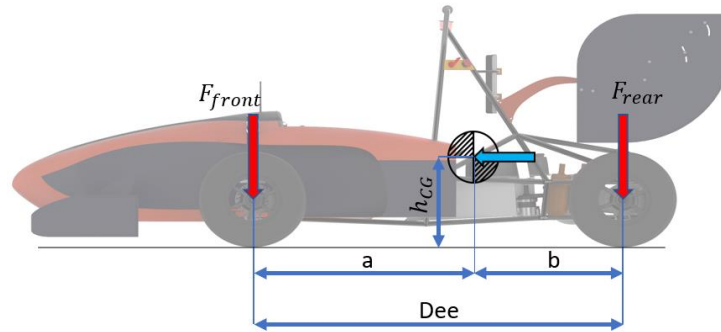


Figura 36: Transferência de cargas longitudinal.

Quando o veículo é sujeito a uma aceleração longitudinal pode-se observar uma variação na carga vertical nos eixos frontal e traseiro. Através da Eq.3.8 verifica-se que dada uma aceleração longitudinal, a transferência de carga é função da altura do centro de gravidade (h_{CG}). As resultantes F_{front} e F_{rear} são obtidas somando a transferência de carga ao valor calculado na Eq.3.7.

$$\text{Transferência de carga longitudinal} = \text{aceleração} \frac{m g h_{CG}}{Dee} \quad (3.8)$$

O caso mais extremo de aceleração longitudinal verifica-se quando ocorre uma travagem forte, neste caso, os efeitos da transferência de carga são todos penalizadores. A diminuição de carga dos pneus traseiros, a quantidade de energia de travagem que estes são capazes de transmitir para o piso reduz, o que resulta numa capacidade de travagem mais reduzida. Ao mesmo tempo, a compressão da suspensão frontal, causa um aumento do camber das rodas o que diminui a área de contacto com o piso. A transferência de carga pode ser tal que os pneus traseiros bloqueiem causando uma grande instabilidade no veículo. Uma vez que o IFS03Ee estará dotado de travagem regenerativa, a falta de tração no eixo traseiro, o eixo motriz, implica uma diminuição na capacidade de regenerar energia.

Em aceleração os efeitos são o oposto, os carregamentos das rodas traseiras aumentam,

aumentando a sua capacidade de gerar tração, no entanto, a diminuição de carga no eixo frontal pode causar problemas no que toca à manobrabilidade do veículo.

As utilizações de sistemas de assistência à condução ajudam a minorar alguns destes problemas. Se os sistemas de controlo de tração são comuns nos veículos de FS, já a utilização de sistemas que previnem o bloqueio das rodas são raros devido ao peso do sistema. Assim, a situação de travagem mantém-se com a mais penalizadora na capacidade de tração dos pneumáticos em aceleração longitudinal.

Assim, optou-se por utilizar uma distribuição de peso de 45/55, ou seja, com o veículo estático temos 45% do seu peso sobre a roda frontal e, 55% sobre a roda traseira. A Tabela 5 apresenta os valores referentes ao CG e a carga em cada eixo.

Tabela 5: Localização do centro de gravidade

	<i>Eixo Frontal</i>	<i>Eixo Traseiro</i>	<i>Unidades</i>
<i>Distribuição de peso</i>	45	55	%
<i>Carga por eixo</i>	1315,5	1607,9	N
<i>Distância ao CG</i>	0,858	0,702	m

Para o desenvolvimento do modelo é necessário saber a localização do centro de gravidade da massa suspensa (CG_S) e, das massas não suspensas (CG_U). Sabendo a Dee e os valores das massas não suspensas por eixo, recorrendo à Eq.3.4, obtém-se uma distância de $a_u = 0.804 m$ do CG_U ao eixo frontal.

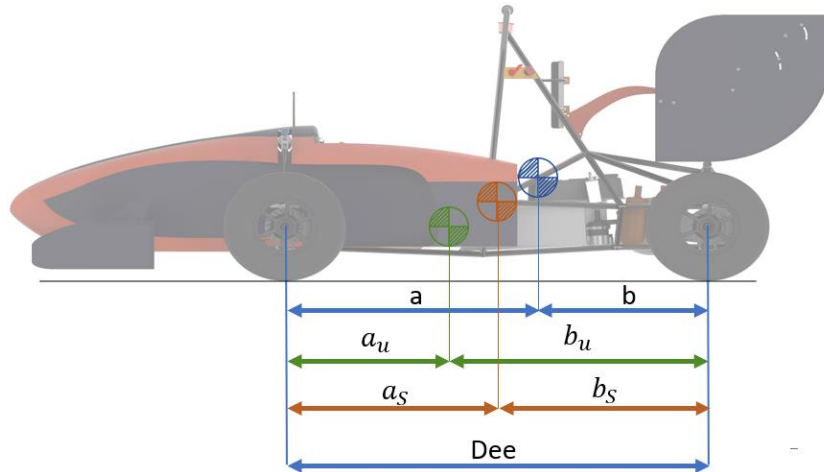


Figura 37: Localização dos centros de gravidade.

Sabendo a localização do CG e do CG_U podemos calcular a localização do CG_S , a Tabela 6 apresenta todas as dimensões representadas na Figura 37. A localização do CG_S permite obter a massa suspensa por eixo.

Tabela 6: Localização dos centros de gravidade

Dee (Distância entre eixos)	1560 mm	
CG (a,b)	858 mm	702 mm
$CG_U(a_u, b_u)$	804 mm	755 mm
$CG_S(a_s, b_s)$	872 mm	687 mm
Carga suspensa por eixo	1014,4 N	1287,3 N

3.4. Geometria da Suspensão

A construção da geometria de suspensão é feita em duas partes, inicialmente serão estabelecidos os parâmetros associados à vista frontal da suspensão e, de seguida em vista lateral.

3.4.1. Vista frontal

3.4.1.1. Eixo de rolamento (Roll Axis) e Centro de rolamento (Roll Center)

O centro de rolamento e o eixo de rolamento são dois parâmetros importantes que auxiliam o estudo do comportamento dinâmico do veículo. Ambos os parâmetros influenciam o movimento da massa suspensa e, portanto, influenciam o desempenho em curva (Gillespie, 1992) O centro de rolamento (*Roll center*) pode ser definido de duas maneiras diferentes, cinética ou cinemática. A primeira, como definido pela SAE, afirma: *O roll center é um ponto num plano transversal a um par de rodas onde a aplicação de uma força transversal não causa o rolamento do chassis.* A segunda definição: *O roll center é um ponto sobre o qual o chassis pode rolar sem que ocorra um movimento lateral em qualquer uma das áreas de contacto do pneu com o solo* (J. Happian-Smith, 2001).

O centro de rolamento é função dos centros instantâneos de rotação (CIR) de um par de rodas, como tal, quando ocorre rolamento do chassis, a geometria de suspensão altera-se, a simetria da suspensão deixa de existir e, o *Roll Center* desloca-se. Assim, existem algumas limitações na análise do *Roll Center*:

- É relacionado com um veículo sem rolamento e como tal só pode ser utilizado para pequenos ângulos de rolamento.
- Assume que não ocorrem variações na largura de via pois são assumidos ângulos pequenos.

Utilizando a definição cinemática, pode recorrer-se ao teorema de *Aronhold-Kennedy* que afirma: *Quando três corpos se deslocam com movimento relativo, cada um tem um centro instantâneo de rotação, os três centros instantâneos de rotação encontram-se na mesma linha reta.*

A Figura 38 mostra como é determinado o *Roll Center* (RC) no caso de uma suspensão de triângulos sobreposto.

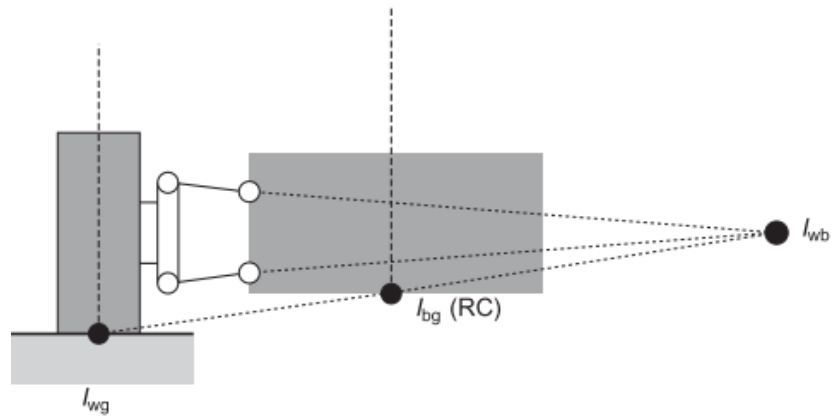


Figura 38: Determinação do Roll Center.

Definido o *Roll Center* da suspensão frontal e traseira, o eixo de rolamento (*Roll Axis*) é definido pela linha que intercepta o *Roll Center* frontal e traseiro (Figura 39). Este, é o eixo instantâneo sobre o qual o chassi rola em relação ao chão (Gillespie, 1992).

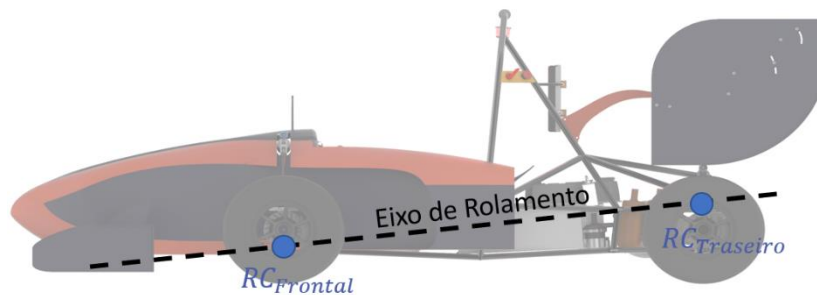


Figura 39: Eixo de rolamento (Roll Axis).

Segundo (Reimpell *et al.*, 2001), a altura do *Roll Center* e a sua deslocação é um compromisso entre os seguintes parâmetros:

- Nível da rigidez de rolamento
- Variação de camber desejada
- Forças que atuam diretamente no chassi
- Posição do eixo de rolamento
- Variação de largura de via ao longo do curso
- Variação das forças verticais que atuam sobre o pneu

Os mesmos autores afirmam que a altura do eixo de rolamento deve aumentar de frente para trás para tirar partido do amortecimento causado nos movimentos de rotação segundo o eixo

vertical do veículo (Yaw movement). O autor também sugere a altura do *roll center* a ser utilizada em cada eixo:

- $h = [30:100]$ mm no eixo frontal
- $h = [60:130]$ mm no eixo traseiro

Quanto mais próximo for o RC do centro de gravidade, menor o momento criado pela força centrípeta que atua sobre o CG durante uma curva. Assumindo que o RA é paralelo ao solo, a Eq.3.9 permite calcular o momento de rolamento (*Roll Torque*):

$$M_X = \frac{m v^2}{R} h_r \quad (3.9)$$

Um veículo a descrever uma curva de raio R a uma velocidade constante v é submetido a uma força centrípeta $f_y = mv^2$ que atua no CG gera um momento de rolamento M_X sobre o eixo de rolamento. O momento de rolamento e, conseqüentemente, o ângulo de rolamento, são diretamente proporcionais à distância (h_r) entre o RC e o CG. Assim, quanto maior h_r maior o valor da rigidez ao rolamento necessária para contraditar o efeito. Sendo que as molas da suspensão normalmente não são capazes de garantir, torna-se necessário utilizar componentes como a barra estabilizadora que, têm como desvantagem, reduzir a independência entre as duas suspensões do mesmo eixo.

Um *Roll Center* onde h_r é positivo gera um momento positivo, levando o chassi a rolar em direção ao exterior da curva, que é o comportamento natural de um veículo (Van Berkum, 2006). Caso o RC se encontre acima do CG, o rolamento do chassi será no sentido do interior da curva, como acontece com as motos.

Tendo em conta todas as considerações anteriores, estipulou-se a altura do RC frontal em $h_{RC,frontal} = 35$ mm e o traseiro 25 % mais alto, $h_{RC,Traseiro} = 44$ mm. Esta diferença irá garantir que o veículo tem um comportamento com uma tendência subvirador.

A posição do CIR (I_{WB}) pode ser alterada mudando o ângulo dos triângulos da suspensão para diferentes posições e, conseqüentemente alterando as cargas transferidas entre a roda interior e exterior durante uma curva. O comprimento do triângulo de suspensão superior em relação ao inferior pode ser alterado para ajustar o formato da curva de camber. Caso sejam do mesmo tamanho, a roda irá subir enquanto o camber se mantém constante. Um triângulo superior

menor do que o inferior vai aumentar progressivamente o camber no sentido negativo ao comprimir a suspensão. A curva ideal de camber tem um comportamento progressivamente negativo em compressão com uma variação de camber significativamente menor em extensão (Miliken & Miliken, 1995).

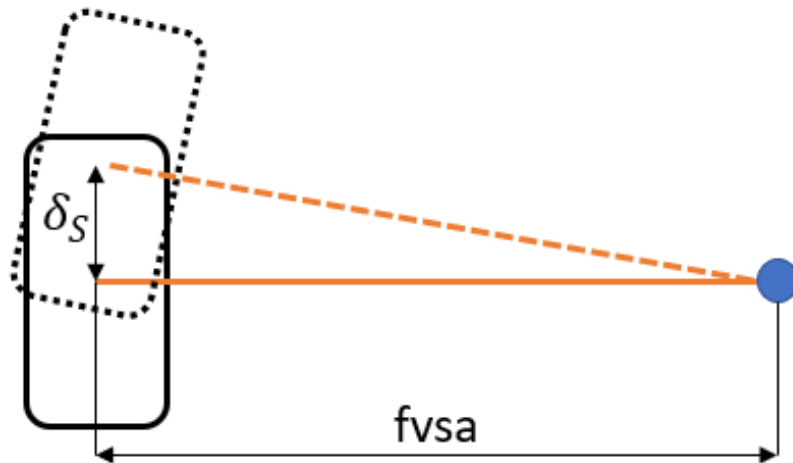


Figura 40: Vista frontal do braço oscilante

À distância horizontal entre o centro da roda e o CIR dá-se o nome de *front swing arm* (*f_vsa*) ou braço oscilante (Figura 40). A determinação do seu comprimento pode ser feita, para pequenos ângulos, através da função tangente.

$$\tan \alpha = \frac{\delta_s}{f_{vsa}} \quad (3.10)$$

Recorrendo aos dados provenientes do TTC, foram criados gráficos como o da Figura 41 com objetivo de avaliar para que ângulos de camber o pneumático gera maiores valores de força lateral. Ao contrário do que seria de esperar, tendo em conta as afirmações feitas no capítulo 2.3.4, foi verificado que, regra geral, quanto menor o ângulo de camber, maior a força lateral que o pneu é capaz de gerar.

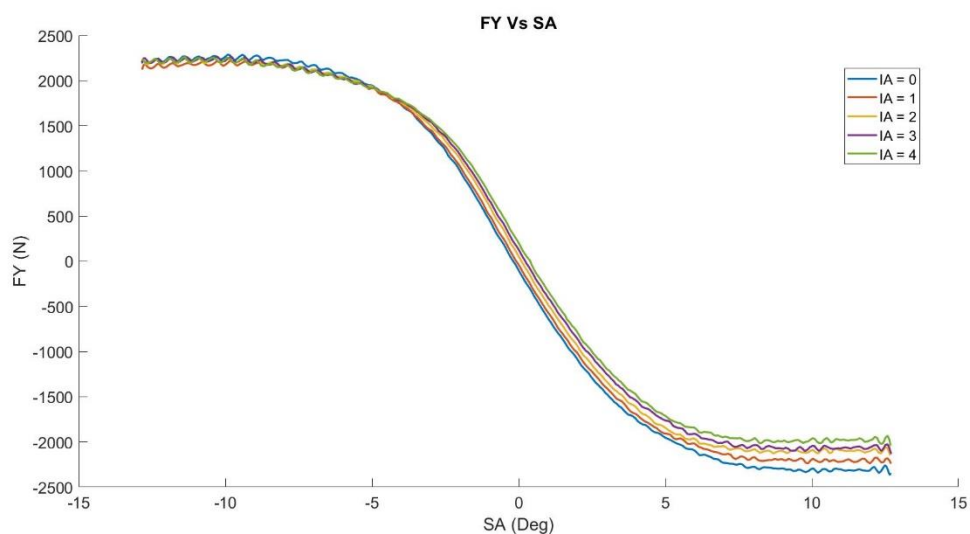


Figura 41: Força lateral (FY) Vs Ângulo de escorregamento (SA).

Assim, será utilizado um ângulo de camber estático $\gamma = -1^\circ$. Sabendo que o rolamento do chassis em curva, tende a reduzir o ângulo de camber no sentido positivo e, tendo em consideração o curso da suspensão em compressão, definiu-se a variação de camber desejada em 2°

Recorrendo à Eq.3.10 calculou-se o comprimento do Fvsa para a suspensão traseira e frontal. A Tabela 7 apresenta os dados utilizados para criar a suspensão.

Tabela 7: Posicionamento do RC e, do Fvsa

	Eixo Frontal	Eixo Traseiro
<i>Variação de Camber desejada ($\Delta\alpha$)</i>	2°	2°
<i>Curso em compressão (δ_s)</i>	36,4 mm	30,0 mm
<i>Altura do RC (h_{RC})</i>	35 mm	43,8 mm
<i>Fvsa</i>	1042 mm	862 mm

3.4.1.2. Ângulo de cavilhão e Raio de arrastamento

O conceito de ângulo do cavilhão (*Kingpin*) e de raio de arrastamento (*Scrub Radius*) foi apresentado no capítulo 2.2.4, agora que estão selecionadas as jantes e pneus a utilizar já é possível definir os dois parâmetros.

Segundo (Miliken & Miliken, 1995), primeira tarefa no desenvolvimento da manga de eixo é

estabelecer os componentes que a compõem. Por motivos relacionados com as características aerodinâmicas do veículo, a manga de eixo e os seus componentes devem estar montados no interior da jante. O primeiro passo é verificar a localização das pinças de travagem, tendo em conta o ET da jante e, garantido que não ocorre contacto com a mesma. Definida a localização das pinças, automaticamente se sabe onde serão montados os discos de travagem no cubo. Através da localização do disco, podemos inferir a posição extrema a que as rótulas da manga de eixo se podem montar. Para minimizar as cargas transferidas através dos rolamentos, estes devem estar montados a uma distância simétrica em relação ao centro do pneu. Desta maneira torna-se possível definir a localização da rotula inferior da manga de eixo.

As pinças de travão utilizadas no IFS02e, Wildow PS1, serão utilizadas como referência e, a sua largura é de 66,8 mm. Tendo em conta as suas dimensões e, para garantir que não ocorre contacto entre a jante e a pinça, é então possível definir a localização da posição lateral máxima da rotula inferior (Figura 42).

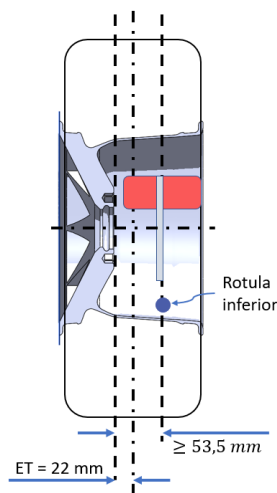


Figura 42: Localização da Rotula Inferior.

O ângulo de KP afeta a performance do veículo sempre que a direção é atuada. Miliken, 2005 aconselha à utilização de ângulos de KP menores do que 8° em veículos com tração traseira. Um ângulo de KP excessivo causa uma variação de camber no sentido positivo quando a direção do carro é atuada, alterando a altura ao chão (Gaffney III & Salinas, 2007).

O *raio de arrastamento* causa um binário na direção quando a roda atinge um obstáculo. A dimensão do *raio de arrastamento* deve ser minimizada pois é causadora de forças excessivas no sistema de direção, contudo, um *raio de arrastamento* com valor positivo é desejável de maneira a transmitir informação do relevo do piso ao piloto (Gaffney III & Salinas, 2007).

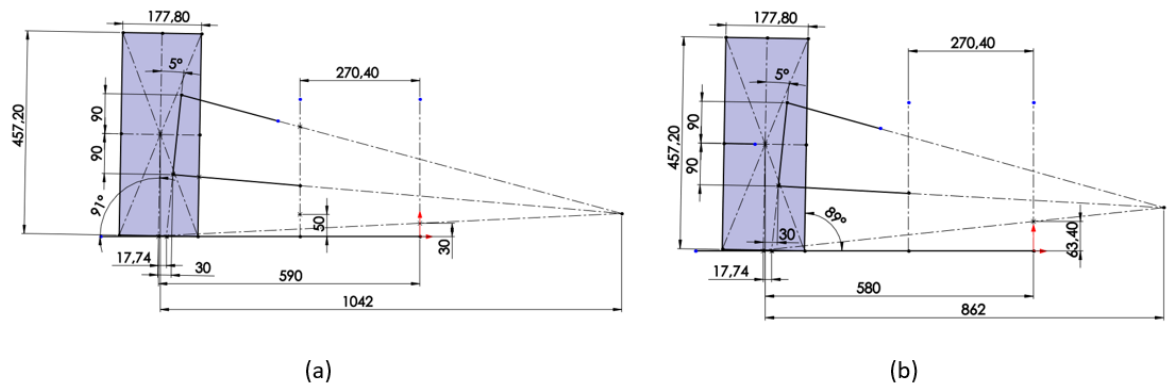


Figura 43: Kingpin e Raio de arrastamento da suspensão frontal (a) e, traseira (b).

Optou-se por utilizar um ângulo de KP de 5° em ambos os eixos, que permite obter um *raio de arrastamento* de 17,4 mm. A Figura 43 representa o KP e o *raio de arrastamento* da suspensão frontal e traseira.

3.4.1.3. Dimensionamento dos triângulos da suspensão

Para finalizar a geometria da suspensão em vista frontal, resta agora analisar quais são as dimensões possíveis dos triângulos da suspensão de maneira a que exista espaço suficiente para que o chassis cumpra os regulamentos. As dimensões mínimas regulamentadas na zona frontal do chassis estão relacionadas com o espaço mínimo obrigatório na zona do cockpit. O gabarito definido no artigo T4.2, “*Cockpit Internal Cross Section*”, é utilizado durante as inspeções técnicas para verificar se o chassis cumpre o regulamento. O espaço interno do cockpit deve ser tal que permita a passagem do *gabarito*, sempre em posição vertical, até uma distância de 100 mm do pedal mais avançado. As dimensões do *gabarito* são apresentadas na Figura 44.

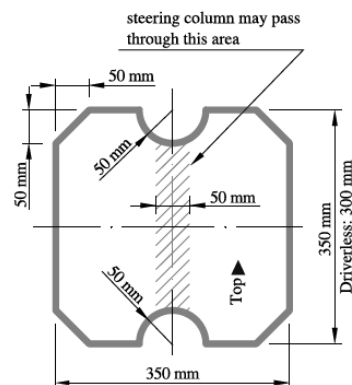


Figura 44: Dimensões do Gabarito. Fonte: FSG Regulations, 2019

A construção do chassi será do tipo tubular ou *Space Frame*, que origina uma estrutura leve, resistente e, versátil. Por experiência adquirida a equipa utiliza tubos de diâmetro exterior de 25 mm, a espessura do tubo é adaptada à zona a que está destinado, varia conforme as cargas a que está sujeito.

Atendendo às dimensões do *gabarito*, ao diâmetro do tubo, à distância necessária para os apoios dos triângulos e, a localização da rotula inferior definida no capítulo 3.4.1.2, foi calculada qual a distância máxima horizontal ($L_{máximo}$) dos apoios do chassi à manga de eixo. O cálculo da distância $L_{máximo}$ é também utilizado para o eixo traseiro, este garante o espaço necessário para montar todos os componentes do *powertrain* como o motor, o diferencial e, os eixos de transmissão.

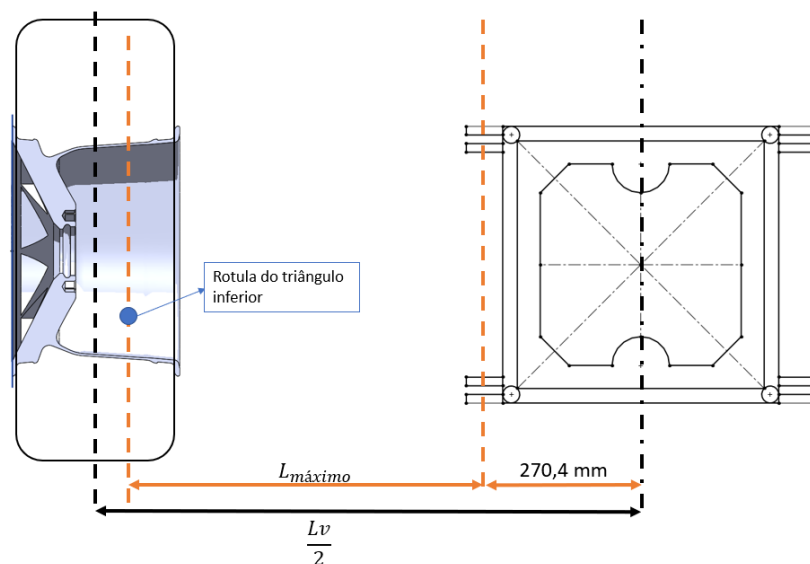


Figura 45: Comprimento máximo dos triângulos Frontais.

O comprimento do triângulo superior em relação ao triângulo inferior ajusta a curva de *camber*. Para que o ângulo de *camber* diminua quando a suspensão comprime, o triângulo superior terá de ser menor que o inferior. Na referência (Adams, 1993), o autor afirma que o braço superior da suspensão deve ser entre 50% e 80% do comprimento do braço inferior. Será utilizado inicialmente um valor de 70% que poderá vir a ser alterado para ajustar a curva de *camber* ao desejado. Os valores finais são apresentados na Tabela 8:

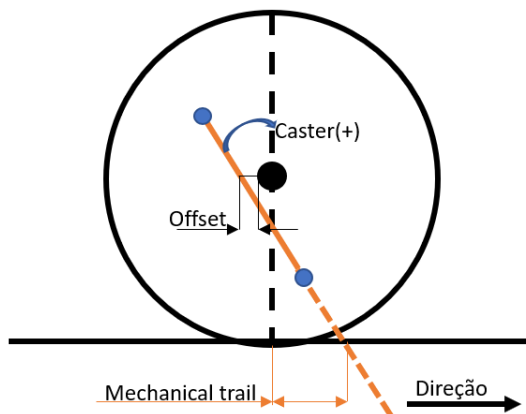
Tabela 8: Comprimento horizontal máxima dos triângulos

	<i>Eixo Frontal</i>	<i>Eixo Traseiro</i>
<i>Largura de Via (L_v)</i>	1180 mm	1160 mm
$L_{máximo}$	288 mm	281 mm

3.4.2. Vista Lateral

3.4.2.1. Ângulo de Caster e Mechanical Trail

Na Figura 46 é representado o ângulo de caster com valor positivo, a sua inclinação influencia a dimensão do *mechanical trail*. O *mechanical trail* é utilizado para conferir estabilidade direcional ao veículo, o efeito é idêntico ao que se encontra nas rodas de carrinhos de compras. A força lateral criada no contacto entre o pneu e o solo atua sobre o ponto definido pelo *mechanical trail* gerando um momento sobre o eixo de direção.

**Figura 46:** Ângulo de caster e Mechanical Trail.

O ângulo de caster influencia a distância do centro do eixo ao solo quando a direção é atuada, quanto maior o seu valor, maior a variação da altura. Isto implica que, para um ângulo de caster diferente de zero, a carga vertical na roda varia com o ângulo de direção. O aumento da carga vertical é transmitido ao piloto pelo sistema de direção, logo, não deve ser utilizado um ângulo de caster excessivamente elevado.

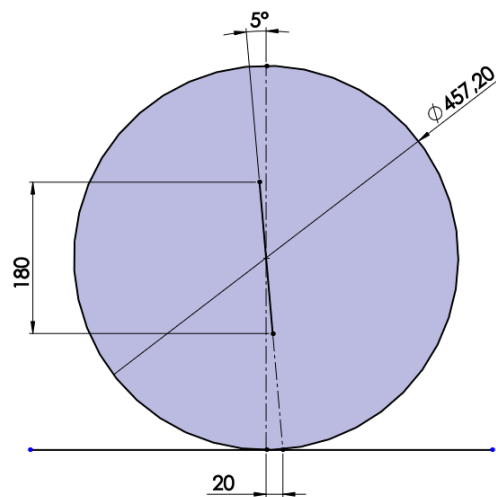


Figura 47: Ângulo de caster e *mechanical trail*.

Utilizou-se um ângulo de caster em posição estática de 5° com um offset nulo, o que resulta num *mechanical trail* de 20 mm (Figura 47).

3.4.2.2. Controlo do efeito de afundamento e do “levantamento”

Lateralmente a configuração da suspensão tem uma influência substancial sobre as transferências de cargas em aceleração e travagem. As acelerações longitudinais resultantes, induzem um rolamento do chassis sobre o seu eixo transversal (Eixo Y).

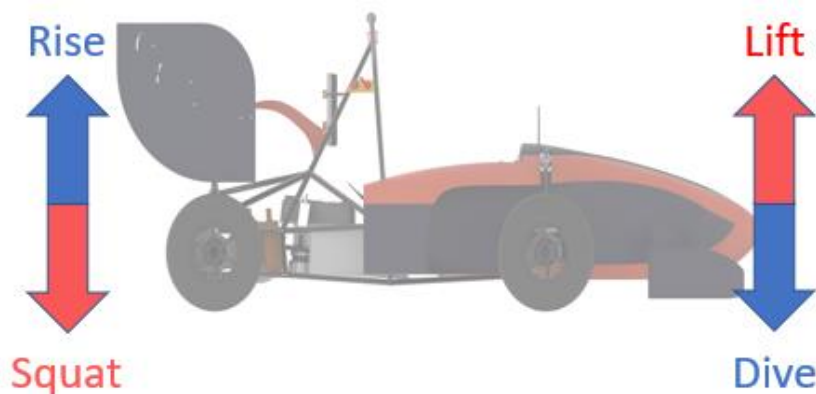


Figura 48: Rolamento resultante de acelerações longitudinais.

As setas a laranja na Figura 48 mostram os efeitos que resultam na aceleração do veículo e, a azul os efeitos da travagem. Estes movimentos são causados pela compressão e extensão das molas da suspensão, quando sujeitas a uma variação de carga derivada da aceleração longitudinal.

As forças transmitidas do chassis às molas da suspensão são intituladas de forças elásticas. As forças que são transmitidas através dos restantes elementos da suspensão são forças diretas, uma vez que não passam pelo conjunto mola amortecedor. Os parâmetros “Anti” definem a razão entre as forças elásticas e as forças diretas.

O Anti-levantamento (*Anti-Lift*) e o Anti-agachamento (*Anti-Squat*) controla a transferência de carga em aceleração para o eixo frontal e traseiro respetivamente. Em situação de travagem temos o Anti-Afundamento (*Anti-Dive*) para o eixo frontal e, o Anti-levantamento (*Anti-Rise*) para o eixo traseiro.

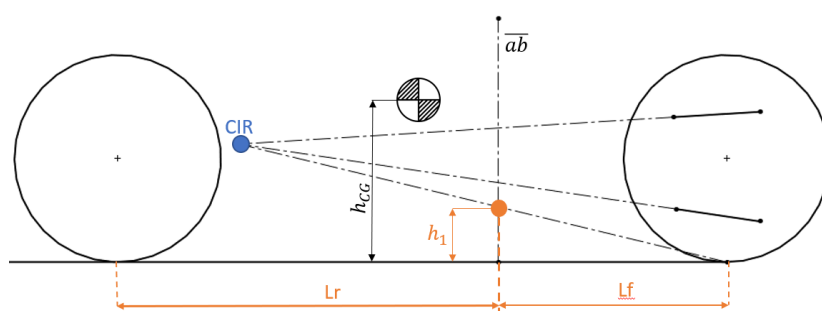


Figura 49: Determinação das propriedades "Antis".

Todas as propriedades “Anti” referidas utilizam o CIR da suspensão em vista lateral para serem determinadas. A altura h_1 é obtida através de uma linha \overline{ab} que une o CIR com o ponto de contacto entre o pneu e o solo. A linha vertical \overline{ab} é definida por L_r e L_f e, a sua posição depende de qual dos “antis” está a ser estudado.

No caso do *Anti-Dive* e *Anti-Rise*, a linha \overline{ab} é dependente do tipo de travões que é utilizado e, da divisão de travagem entre o eixo frontal e traseiro. A Figura 49 é utilizada para sistemas de travagem nas rodas, em alternativa são também utilizados travões embarcados, onde os travões se encontram no chassis.

Os regulamentos referem no artigo T6 a obrigatoriedade de utilização de dois circuitos de travagem independentes. Esta regra leva a que seja normalmente utilizado um circuito para o eixo frontal e outro para o eixo traseiro. Este facto dá a possibilidade de utilizar uma “Balance bar” no pedal de travão que permite afinar a repartição de travagem. Para tirar partido da maior capacidade de travagem do eixo frontal devido à transferência de carga, utiliza-se 60% do poder de travagem nesse eixo. Para a necessidade de se alterar esta repartição, afina-se a *balance bar* como desejado.

O posicionamento longitudinal da linha \overline{ab} é feita multiplicando a percentagem de travagem no eixo pela Dee. Convém destacar o facto de que qualquer afinação feita à repartição de travagem

irá alterar o *Anti-Dive* e *Anti-Rise* do veículo.

Em aceleração podemos calcular o *Anti-Lift* do veículo colocando a linha \overline{ab} no centro do eixo motriz, no caso, o eixo traseiro.

Em ambos os casos as forças transmitidas do chassis às rodas são repartidas entre forças diretas e elásticas. Para baixos valores de *Anti-Dive*, a transferência de carga é maioritariamente transmitida através da mola, isto obriga a utilização de uma mola de maior rigidez que reduz a capacidade do pneu gerar tração. Por outro lado, um valor alto de *Anti-Dive* tem como consequência um aumento na transferência de cargas através dos triângulos de suspensão, o que pode obrigar à utilização de componentes mais robustos e, conseqüentemente, com maior massa.

A localização do CIR em vista lateral influencia o percurso da roda quando a suspensão é comprimida. O CIR deve estar localizado de maneira a que a roda recue longitudinalmente durante a compressão da suspensão ao atingir um obstáculo. Para garantir que tal aconteça, o CIR deve estar localizado a uma altura inferior à altura do centro do eixo ao solo.

De maneira a facilitar o posterior desenho do chassis, assim como a sua construção, convém que os apoios do triângulo inferior sejam paralelos com o plano do solo.

Optou-se por se utilizar um valor de *Anti-Dive* = 15%, a geometria está representada na Figura 50.

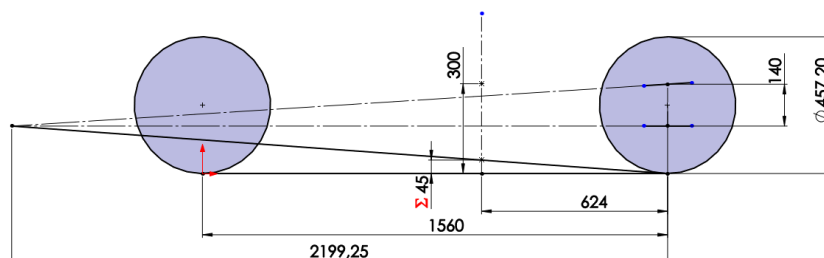


Figura 50: Geometria da suspensão frontal em vista lateral.

O *anti-squat* tem um efeito semelhante ao *anti-dive* mas aplica-se em caso de aceleração. Como a transferência de carga em aceleração é menor que em travagem, as forças transferidas através dos triângulos traseiros são menores. O problema que se verifica no eixo traseiro em aceleração é de que a inércia causa a compressão da suspensão traseira e, conseqüentemente, eleva o ângulo de camber para valores negativos. Quanto maior for o rácio entre potência e a massa, menor deve ser o valor do *Anti-Squat*, Smith,C (1978) afirma que 20% seria um valor limite para um carro de corrida. A geometria da suspensão traseira é apresentada na Figura 51.

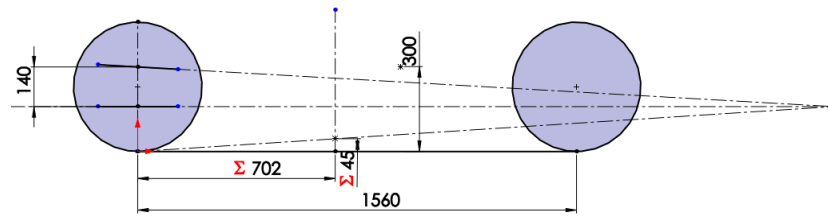


Figura 51: Geometria da suspensão traseira em vista lateral.

3.4.3. Modelação da geometria de suspensão

Foram modeladas as geometrias da suspensão traseira e frontal recorrendo ao software Solidworks. A construção deste modelo em CAD permite obter as coordenadas dos pontos que definem a geometria da suspensão. As coordenadas obtidas serão utilizadas para a construção do modelo em Lotus Suspension Analysis.

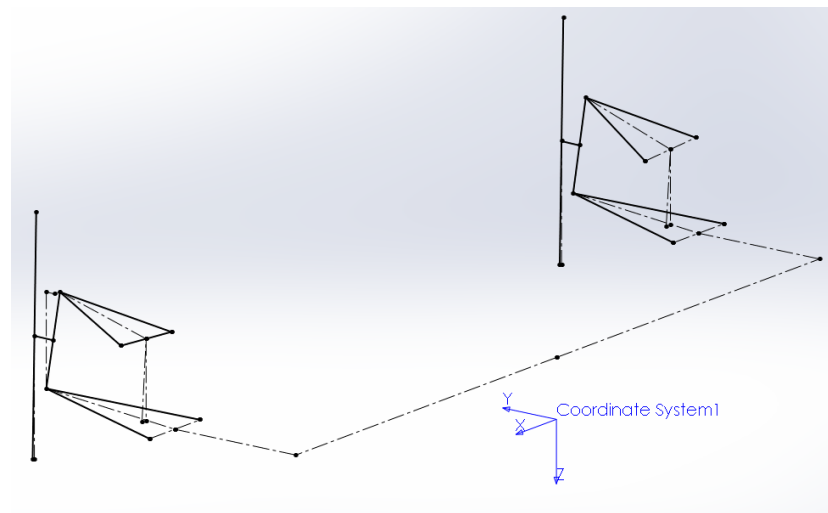


Figura 52: Modelação da geometria da suspensão.

As coordenadas dos pontos que definem a suspensão foram introduzidas no software Lotus Suspension Analysis, que permite avaliar os vários parâmetros de suspensão previamente visados. O software permite avaliar a variação dos parâmetros, introduzindo três diferentes ações na suspensão:

- Compressão/Extensão da suspensão
- Rolamento do chassis
- Variação do ângulo de direção

A Figura 53 ilustra o sistema de suspensão definido no software Lotus:

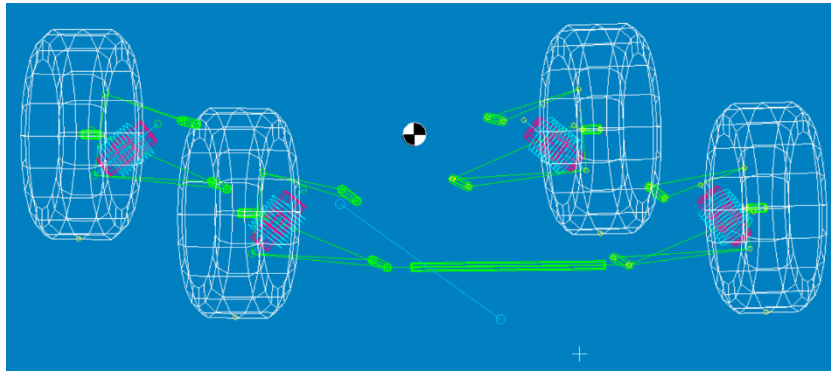


Figura 53: Geometria da suspensão em Lotus Suspension Analysis.

Serão avaliadas a variação do ângulo de camber e de convergência. As alterações aplicadas terão em conta as modificações que provocam em outros parâmetros.

O Anexo C replica um relatório produzido pelo software Lotus, que descreve todas as características da geometria obtida.

3.4.3.1. Variação do Ângulo de Camber

Como referido anteriormente, os pneumáticos ensaiados apresentaram forças máximas laterais para um ângulo de camber de 1° . Valores superiores de camber reduzem a força lateral produzida pelo pneu. Assim convém garantir que a variação de ângulo de camber não ultrapasse a janela de operação ideal.

A variação de camber da suspensão traseira tem importância em duas situações, no rolamento do chassis durante uma curva e, na compressão em aceleração. A Figura 54 apresenta a variação do camber da suspensão traseira em compressão/extensão e rolamento.

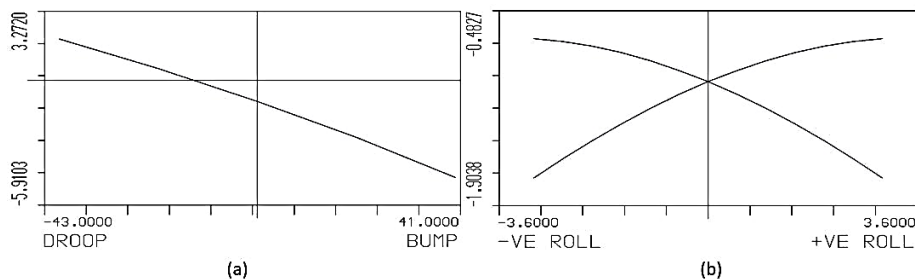


Figura 54: Variação de Camber traseira em Compressão (a) e em Rolamento (b).

Pode verificar-se que o ângulo de camber aumenta no sentido negativo com a compressão

da suspensão e, em rolamento, o seu valor tende para zero na roda exterior à curva. Neste caso a geometria da suspensão é um compromisso entre a variação de camber nas duas situações. Sabendo que queremos garantir a máxima performance do pneu numa situação de curva, pode-se concluir que a geometria de suspensão definida se adequa aos objetivos. Quando ocorre rolamento máximo do chassis, 3 graus, o ângulo de camber mantém-se menor do que zero.

A geometria da suspensão frontal causa uma redução do camber no sentido positivo em rolamento, ultrapassando os zero graus.

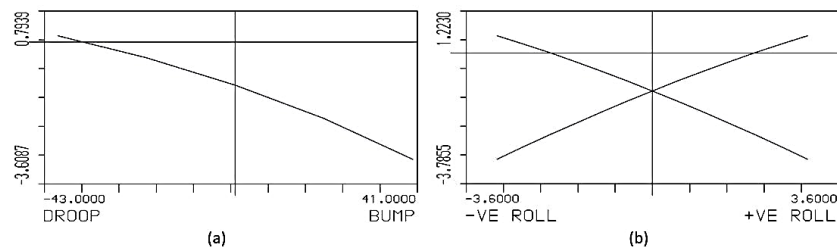


Figura 55: Variação de Camber frontal em Compressão (a) e em Rolamento (b).

Esta situação foi corrigida reduzindo o comprimento do triângulo superior, diminuindo a cota dos apoios ao chassis em 20 mm e, estabelecendo o valor de camber estático em $\gamma = -1,5^\circ$. As curvas apresentadas na Figura 56, demonstram que o camber se mantém em valores negativos para um rolamento de 3° do chassis.

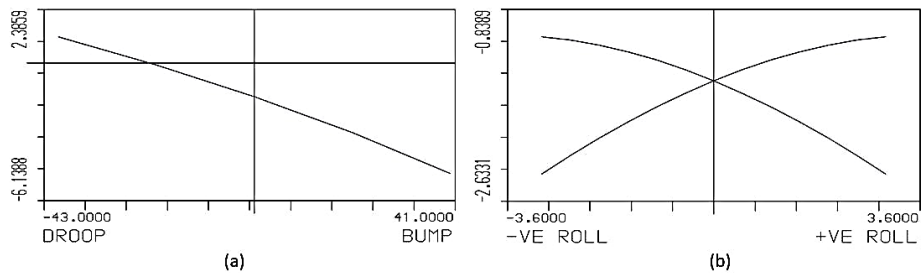


Figura 56: Variação de Camber frontal corrigido, em Compressão (a) e em Rolamento (b).

3.4.3.2. Variação do Ângulo de Convergência

Regra geral, qualquer variação do ângulo de convergência em compressão/extensão ou rolamento é indesejável, a sua variação deve ser minimizada. Quando a suspensão atinge um obstáculo ou ocorre o rolamento do chassis, a variação de convergência causa um desvio no percurso desejado pelo piloto.

Como discutido anteriormente, o CIR da suspensão representa o ponto sobre o qual a suspensão roda. Caso os braços da direção (Tie Rods) não estejam alinhados com o CIR, irá ocorrer variação na convergência (Miliken & Miliken, 1995).

A geometria da suspensão definida apresenta uma grande variação da convergência frontal (Azul) e traseira (vermelho), como ilustra a Figura 57.

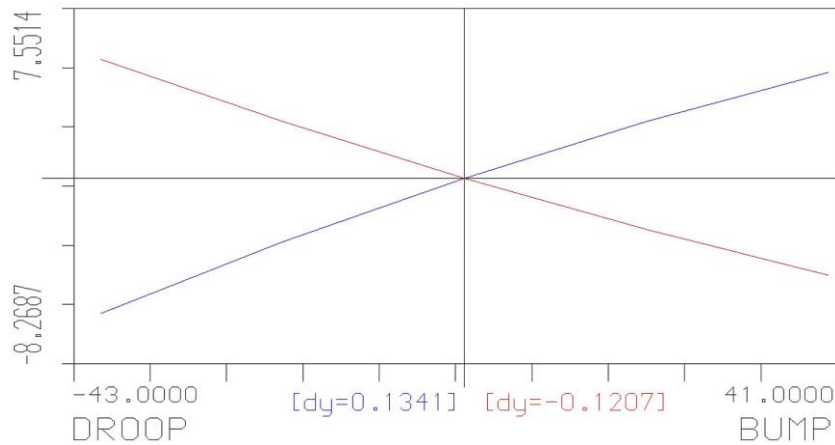


Figura 57: Variação da Convergência Frontal (Azul) e traseira (Vermelho).

No eixo frontal, a caixa de direção (*Rack*) foi deslocada verticalmente para uma posição onde a sua montagem é possível. O apoio do *Tie rod* na manga de eixo foi ajustado de maneira a que o mesmo esteja alinhado com o apoio no chassis e no CIR da suspensão. Estas alterações resultaram numa diminuição substancial da variação da convergência. Os resultados podem ser observados na Figura 58.

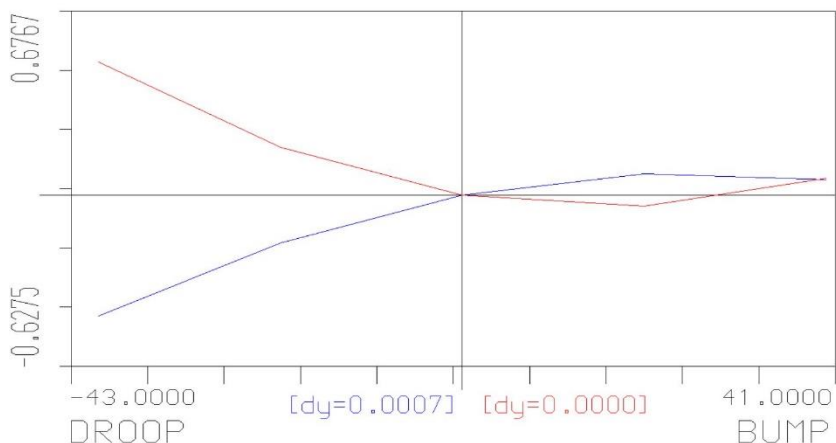


Figura 58: Variação da Convergência Frontal (Azul) e traseira (Vermelho) Corrigida.

No eixo traseiro foi utilizado o processo inverso, onde primeiro foi alterado o apoio do *Tie*

rod na manga de eixo para coincidir com a localização do eixo frontal. Isto garante que se pode utilizar uma manga de eixo idêntica no eixo frontal e traseiro. De seguida foi alterado o apoio do *tie rod* no chassis de maneira a que o mesmo fique alinhado com o CIR da suspensão.

3.4.4. Geometria da direção

Quando um veículo descreve uma curva, as rodas exteriores à curva descrevem um percurso com uma distância superior às rodas interiores à curva. Desprezando o ângulo de escorregamento lateral e, assumindo que os veículos dispõem apenas de direção frontal, o ponto sobre o qual o veículo descreve a curva, encontra-se na reta definida pelo eixo traseiro. A intersecção entre as linhas perpendiculares às rodas frontais, define o raio da curva.

Quando a força centrípeta aumenta, o ângulo de escorregamento lateral aumenta necessariamente. A diferença entre o ângulo de escorregamento da roda exterior e interior à curva é definido pela geometria da direção. A Figura 59 mostra o ponto “O” sobre o qual o veículo curva com um ângulo de direção da roda interior (δ_i) e, exterior (δ_o). A relação entre estes ângulos e as dimensões do veículo é chamada de condição de *Ackerman*:

$$\cot(\delta_i) - \cot(\delta_o) = \frac{w}{l} \quad (3.10)$$

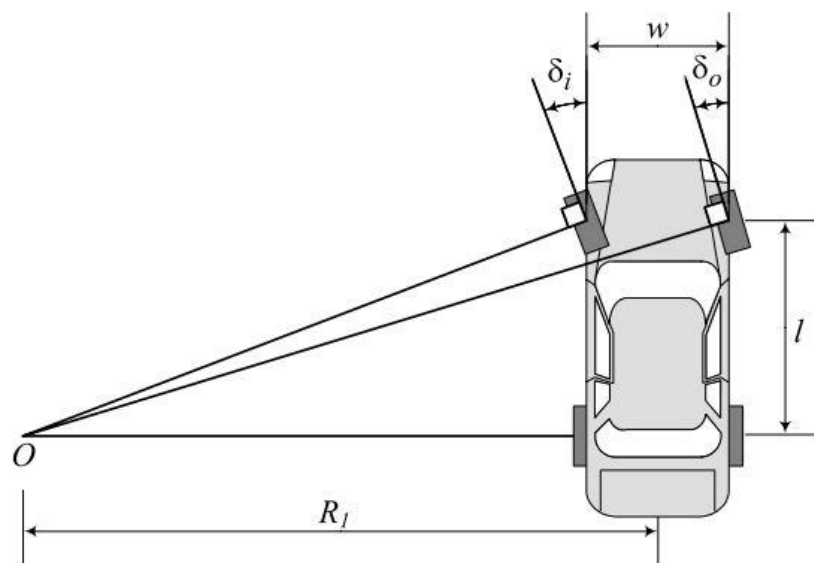


Figura 59: Geometria de direção, adaptado de Reza N.J.

Essencialmente existem três configurações possíveis:

- *Ackermann* Paralelo: $\delta_i = \delta_o$
- *Ackermann* Invertido: $\delta_i > \delta_o$
- *Ackerman*: $\delta_i < \delta_o$

A geometria representada a Figura 59 é do tipo *Ackermann*, é utilizado quando se apresentam situações de baixas forças centrípetas. Esta geometria garante que todas as rodas têm um ponto em comum sobre o qual o veículo curva, os ângulos de arrastamento lateral são mínimos.

Numa situação onde a aceleração lateral é alta o caso muda drasticamente. Os pneumáticos operam com ângulos de escorregamento lateral significativamente maiores e, a carga vertical é muito superior na roda exterior à curva (Miliken & Miliken, 1995).

A Figura 60 mostra a força lateral gerada pelo pneu em função do ângulo de escorregamento, para várias cargas verticais. Pode ser observado que quanto menor for a carga vertical, menor o ângulo de arrastamento lateral necessário para o pneu atingir a máxima força lateral.

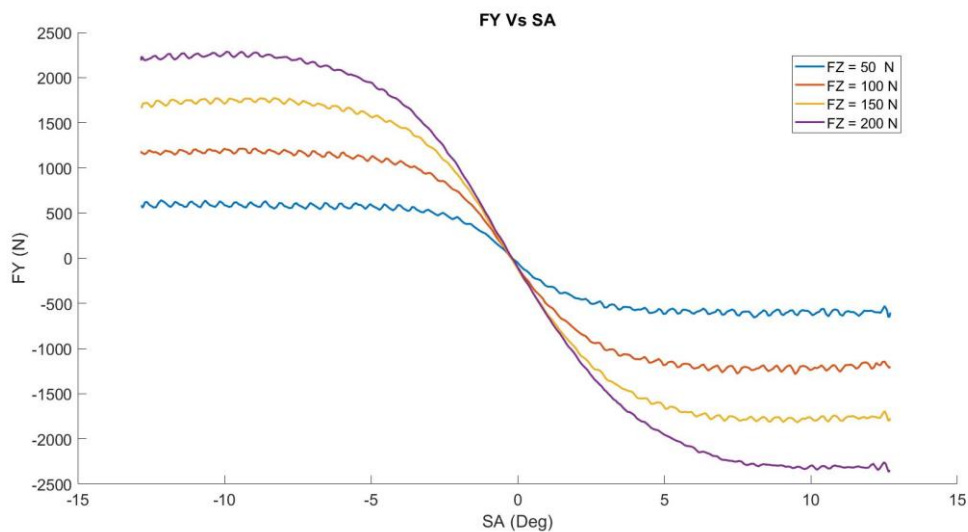


Figura 60: Força Lateral Vs Ângulo de escorregamento para várias cargas.

Assim, a utilização de uma geometria do tipo *Ackermann* não deve ser utilizada para veículos de corrida. A roda interior à curva ultrapassa o ângulo para o qual gera força lateral máxima e, a partir desse ponto, aumenta a resistência devido ao seu arrastamento.

Por esta razão, os veículos de corrida utilizam geometria de *Ackermann* Paralelo ou Inverso.

A geometria de direção não será calculada neste trabalho, a manga de eixo deve ser projetada para permitir variar a geometria. No seguimento do trabalho será utilizada uma

geometria de direção do tipo *Ackermann* Paralelo.

3.5. Cálculo da rigidez do modelo simplificado

3.5.1. Rigidez da massa suspensa (*Wheel Center Rate*)

Como abordado no capítulo 2, o sistema de suspensão deve ser capaz não só de suportar o peso do veículo como também comportar as cargas resultantes do seu comportamento dinâmico. As cargas em cada roda variam de acordo com a aceleração imposta no CG. Entre as várias situações dinâmicas que se apresentam durante a competição, as duas situações que causam maior transferência de carga entre as rodas são a travagem e as curvas. Enquanto o rolamento do chassis em curva é suportado pelas molas e pela barra estabilizadora, numa situação de travagem, apenas as molas têm de suportar a transferência de carga resultante. O cálculo da rigidez será feito assumindo que toda a transferência de carga é suportada pela mola (forças elásticas) e, que as forças diretas são nulas.

Através da Eq.3.11 consegue-se calcular a transferência de carga para o eixo traseiro numa situação de travagem. Nos veículos FS é comum que o valor da aceleração em caso de travagem atinja os 1,5G's, valor que vai ser utilizado para o cálculo da transferência de carga.

$$F_{Z,f} = \frac{m_s (g b_s + a_x h_{CG})}{Dee} \quad (3.11)$$

Sabendo que os regulamentos impõem um curso mínimo de 50 mm e, que são obrigatórios que existam pelo menos 25 mm em extensão e compressão, o curso da roda foi estabelecido em 70 mm. Estamos assim em condições de calcular o *Wheel Center Rate* através da *Lei de Hooke*:

$$K_s = \frac{F_{Z,f}}{\text{curso}} \quad (3.12)$$

Para garantir pelo menos 25 mm de curso em extensão, foi calculado o deslocamento estático (δ_s) utilizando o valor de K_s previamente calculado, para o efeito foi utilizada a massa suspensa frontal (m_s).

A referência (Miliken & Miliken, 1995), assim como Giaraffa (2017), apresentam uma gama de valores sugeridos para veículos com e sem influencia de componentes aerodinâmicos. Frequências naturais entre 1,5-2 Hz são utilizados em veículos sem apoio aerodinâmico e, carros com grande apoio aerodinâmico utilizam frequências na gama dos 3,0-5,0 Hz.

Geralmente as *Ride Frequencies* à frente e atrás são diferentes, existem diversas razões para tal, e a sua relação pode ser estudada utilizando o Modelo de Bicicleta. Segundo (Giaraffa & Brisson, n.d.) utilizar uma frequência 10-20 % superior na traseira, produz um efeito de *flat ride* onde a inclinação do chassis induzida por relevos do piso é reduzida. Quando o veículo se desloca a determinada velocidade e, o eixo frontal atinge uma lombada, o tempo que demora ao eixo traseiro a ultrapassar a lombada, cria uma variação no ângulo do chassis (*Pitch*), os eixos estão em fases diferentes. Um aumento da frequência do eixo posterior permite que este “apanhe” o eixo frontal mais rapidamente.

Assim, o *Wheel Center Rate* do eixo frontal foi calculado tendo em conta a situação de travagem e, para o eixo traseiro, a rigidez foi obtida através de uma frequência natural 10% superior ao eixo frontal. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9: Wheel Center Rate e Frequência

	<i>Eixo Frontal</i>	<i>Eixo Traseiro</i>
<i>Carga no eixo frontal (Travagem)</i>	1951,2 N	350 N
<i>Wheel Center Rate (K_S)</i>	13 937,1 N/m	21 401,2 N/m
<i>Curso disponível em extensão (δ_S)</i>	36,4 mm	30,0 mm
<i>Frequência Natural (Ride Frequency)</i>	2,6 Hz	2,8 Hz

3.5.2. Rigidez da mola (*Spring Rate*)

Depois de obtidos os valores da rigidez da massa suspensa, podemos agora calcular a rigidez das molas a utilizar. A relação entre os dois valores está associada à razão entre o deslocamento da roda Vs mola, para a obter é preciso entender o conceito de rácio de instalação ou *Installation Ratio (IR)*.

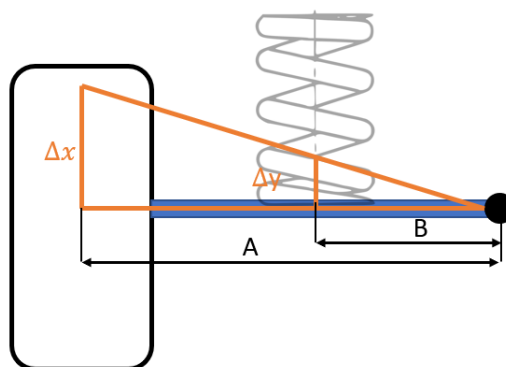


Figura 61: Rácio de instalação.

O IR é um conceito geométrico que relaciona a mudança do comprimento de um elemento de força (mola) com a mudança vertical do movimento da roda ou $\Delta y/\Delta x$. Caso a mudança na compressão da mola por unidade seja igual à mudança de posição da roda, o IR é constante, contudo isto raramente acontece.

O primeiro termo da equação 3.13, chamado rácio geométrico, apenas é possível apurar após uma análise cinemática da suspensão (Miliken & Miliken, 1995). No caso de carros de corrida, devido à grande rigidez da mola, pode-se considerar nulo o rácio geométrico.

$$K_w = F_s \left(\frac{\Delta IR}{\Delta \delta} \right) + K_{Spring} IR^2 \quad (3.13)$$

K_w - Wheel Center Rate (N/m)

F_s - Força da mola (N)

K_{Spring} - Spring Rate (N/m)

IR- Installation Ratio

$\frac{\Delta IR}{\Delta \delta}$ - Mudança do IR em relação à posição da roda

Simplificando a Eq.3.13, temos:

$$K_w = K_{Spring} IR^2 \quad (3.14)$$

Segundo a Eq.3.14 quanto maior o valor de IR, menor será K_s para um determinado K_w . A consequência de existir a necessidade de aumentar a rigidez da mola advém no aumento da sua massa. Este aumento é normalmente desprezável quando comparado com o impacto de IR no

amortecedor.

No caso do amortecedor, a velocidade de amortecimento é função da velocidade de deslocamento vertical da roda e , do IR . Segundo Dixo, J 2001, um amortecedor com um comportamento não linear pode ser representado pela Eq.3.15 onde, a força de amortecimento (F_D) é função da sua velocidade (V_D^n). O expoente n assume um valor de 1 para representar um amortecedor linear, mas pode variar de zero (amortecimento de Coulomb), até um valor de $n=2$ que representa um amortecimento viscoso.

$$F_D = C_1 V_D^n \quad (3.15)$$

A Eq.3.16 pode ser utilizada para relacionar as velocidades de amortecimento da roda e do amortecedor. Escrevendo a força de amortecimento em função da velocidade da roda temos:

$$IR = \frac{V_S}{V_D} \quad (3.16)$$

$$F_D = C_1 \frac{V_S^n}{IR} \quad (3.17)$$

Dando uso novamente à equação 3.16, podemos relacionar a força de amortecimento do amortecedor (F_D) com a força de amortecimento na roda (F_W). Pondo a equação em função da força de amortecimento na roda, temos:

$$F_W = C_1 \frac{V_S^n}{IR^{n+1}} \quad (3.18)$$

A Figura 62 mostra um gráfico onde está representada a força de amortecimento na roda em função da sua velocidade para vários IR . Foi utilizado um $n=1$ para representar um amortecimento linear e, valores de $IR = [1 \ 1,5 \ 2]$.

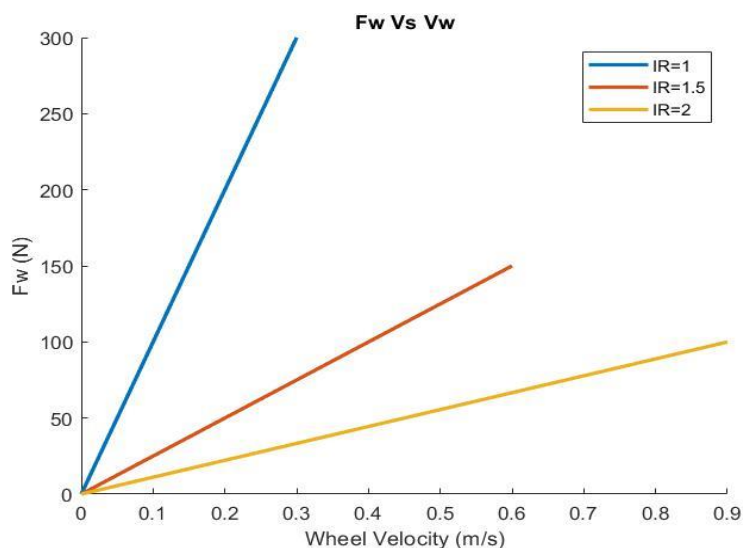


Figura 62: Força de amortecimento na roda (N) vs velocidade da roda (m/s).

Pode-se observar o impacto que o IR tem na força de amortecimento na roda. Uma suspensão com um IR = 2 precisa de um amortecedor 4 vezes superior para igualar o mesmo amortecedor com um IR = 1.

Embora seja possível modificar os amortecedores para se adaptar a valores de IR grandes, deve-se ter em conta que as forças por ele produzidas iram aumentar substancialmente. As forças criadas no amortecedor são transmitidas ao chassis e elementos da suspensão, o que obriga ao seu reforço e, logo, aumento significativo da sua massa.

Assim, o IR deve ser tão pequeno quanto possível. A geometria de triângulos sobrepostos torna difícil a aplicação de um amortecedor com um IR baixo. Para contornar este problema, são utilizados *rockers*, que podem ser montados no chassis na posição que for mais conveniente.

Aproveitando o facto de que o curso da roda pretendido é ligeiramente superior ao curso do amortecedor selecionado neste trabalho, será utilizada a sua razão para definir o IR.

$$IR = \frac{\text{Curso da roda}}{\text{Curso do amortecedor}} = \frac{70}{60} \approx 1,2 \quad (3.19)$$

Tendo as condições necessárias calculou-se o *Spring Rate* frontal e traseiro, os valores são apresentados na Tabela 10:

Tabela 10: Spring Rate frontal e traseiro

	Eixo Frontal	Eixo Traseiro
<i>Wheel Center Rate</i>	13 937,1 (N/m)	21 401,2 (N/m)
<i>Installation Ratio</i>	1,2	1,2
<i>Spring Rate</i>	9 679 (N/m)	14 862 (N/m)

3.5.3. Ride Rate e Tire Rate

Como mencionado no capítulo 2.4, o Ride Rate é a força vertical por unidade de deslocamento aplicada no centro do contacto entre o pneu e o solo relativamente ao deslocamento do chassis. Isto significa que incluído no Ride Rate está o Wheel Center Rate e o Tire Rate, numa montagem em série como no modelo simplificado.

O Tire Rate é a força vertical por unidade de deslocamento do pneu em relação ao solo, pode ser obtida através de análise estática do pneu ou através de dados fornecidos pelo fabricante. Uma aproximação pode ser feita relacionando a força vertical (F_z) como função linear da deformação vertical do pneu (Δz).

$$F_z = K_z \Delta z \quad (3.20)$$

Foi realizada uma tentativa para obter K_z através dos dados do TTC, dando uso à Eq.3.20 foi considerada a deformação vertical Δz como a diferença entre o raio da roda carregada e não carregada. Os resultados obtidos são próximos dos valores publicados pelo fabricante, mas não são idênticos. A diferença nos resultados deve-se ao método com que o ensaio é realizado. Durante o ensaio, o pneu é submetido a uma variação contínua do ângulo de escorregamento (SA) e, a Eq.3.20 assume que o pneu se encontra estático. A deformação Δz causada pela carga vertical é, durante o ensaio, acompanhada por uma deformação lateral Δy e longitudinal Δx . Sendo que o raio do pneu é função das deformações a que é submetido, a sua utilização para obter K_z torna-se demasiado complexa. Assim, foi assumido o valor fornecido pelo fabricante de $K_z = 113\,000$ Nm.

Considerando uma associação em série do Wheel Center Rate com o Tire Rate, obtém-se os valores do Ride Rate de 12 406,87N/m na roda frontal e 17 993,41 N/m na roda traseira.

3.5.4. Rigidez ao rolamento (*Roll Stiffness*)

Ao descrever uma curva, o veículo fica sujeito a uma força centrípeta que causa um rolamento do chassis (massa suspensa) em torno do seu eixo de rolamento. Considerando que a força centrípeta está aplicada no centro gravítico da massa suspensa, a distância do eixo de rolamento ao CG causa um binário de torção. A resistência a este rolamento, denominada *Roll Stiffness*, é proporcionada pelas molas da suspensão e, pela barra estabilizadora.

O momento de resistência ao rolamento (M_x) é função do Roll Stiffness (K_φ) e do ângulo de rolamento (φ), como mostra a Eq.3.21.

$$M_x = K_\varphi * \varphi \quad (3.21)$$

O rolamento da massa suspensa causa diversos problemas, entre os quais está a redução do ângulo de camber na roda exterior à curva, no entanto, é necessário ter algum rolamento para transmitir ao piloto um comportamento natural ao curvar (Van Berkum, 2006).

Os carros de passageiros têm tipicamente rolamentos de 5° enquanto, carros de corrida apresentam rolamentos bastante inferiores. A forma mais prática de avaliar o rolamento do veículo é colocá-lo em função da aceleração lateral (*Roll Gradient*). A Tabela 11 apresenta valores de *Roll Gradient* sugeridos pela referência (Miliken & Miliken, 1995).

Tabela 11: Roll Gradients, adaptado de Milliken, 1995

Suspensão muito suave- Carro de família	8,5 deg/g
Suspensão firme- Carro desportivo	4,2 deg/g
Suspensão rígida – Carros de corrida	≤1,5 deg/g

O valor de *Roll Stiffness* que as molas da suspensão não conseguem proporcionar para atingir o *Roll Gradient* desejado, é compensado pela utilização de uma barra estabilizadora. A sua utilização é comum em carros comerciais ou de corrida, mas a sua montagem implica uma perda de independência entre a suspensão da roda exterior e interior à curva, assim, a sua rigidez deve ser a menor possível.

O cálculo do Roll Stiffness é feito para uma situação estática, o ponto utilizado para calcular o somatório dos momentos é o Roll Center. Sabemos que o Roll Center é um ponto geométrico definido pela posição relativa entre os triângulos de suspensão. Durante uma curva, a compressão da suspensão exterior é curva e, a extensão da suspensão interior, alteram o posicionamento lateral do Roll Center. Para certas geometrias, a posição lateral do Roll Center pode variar drasticamente, no caso de triângulos sobrepostos paralelos, a sua posição varia entre mais e menos infinito.

Assim, será utilizado o modelo construído em Matlab para avaliar a variação do ângulo de rolamento em função da aceleração lateral e, caso necessário, serão introduzidas no modelo barras estabilizadoras por forma a atingir o Roll Gradient desejado.

4. Determinação da curva de amortecimento

4.1. Ensaio aos amortecedores

O amortecedor a ser utilizado foi testado numa bancada de ensaios (Figura 63) nas instalações do patrocinador da equipa. A bancada de ensaios permite sujeitar o amortecedor a um movimento cíclico de compressão e extensão ao longo de todo o seu curso, a frequência do movimento é aumentada de maneira a prever as suas características para qualquer velocidade de amortecimento, uma célula de carga regista a força de amortecimento. Uma vez que o amortecedor utiliza ar pressurizado para fazer a função de mola, o mesmo foi despressurizado de maneira a obter apenas a força de resistência de amortecimento.



Figura 63: Bancada de ensaios de amortecedores.

Foram realizados três ensaios onde se testou toda a gama de afinação de amortecimento que o amortecedor permite. Existem quatro afinadores disponíveis para ajustar a força de amortecimento em função da velocidade, dois em compressão e dois em extensão, em baixa e alta velocidade. Os afinadores apresentam uma escala que numera a posição selecionada, a força de amortecimento aumenta com o aumento da posição. Os resultados são apresentados sobre forma gráfica, e mostram a força de amortecimento em função da velocidade (Figura 64).

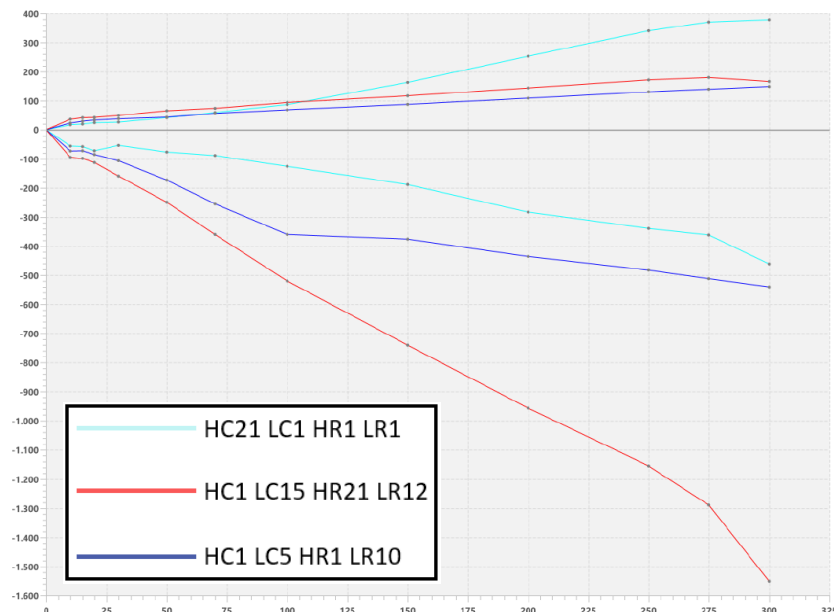


Figura 64: Força de amortecimento(N) em função de velocidade(mm/s).

As curvas obtidas demonstram um comportamento típico de amortecedores de bicicletas. A força de amortecimento em extensão, é significativamente maior do que em compressão. Isto é o resultado de uma tentativa dos construtores evitarem que o amortecedor comprima quando o ciclista pedala. Um valor grande de amortecimento em extensão, faz com que o amortecedor retorne rapidamente à posição original depois de comprimido.

Este efeito é penalizador num veículo automóvel, uma força de amortecimento tão grande em extensão, causa um efeito denominado de “*Rebound Jacking*” (Caldas, 2013). O amortecedor tende a estender o seu curso quando atuado.

Assim, torna-se necessário desenvolver analiticamente uma nova curva de amortecimento que se adapte à utilização num veículo FS.

4.2. Fator de Amortecimento

É necessário selecionar o fator de amortecimento que melhor se adapte às características do veículo. O seu valor é um compromisso entre a amplitude da resposta do sistema e o tempo que o sistema demora a atingir a condição de equilíbrio.

Foi desenvolvido um *script* em Matlab (Anexo F) para analisar o impacto do fator de amortecimento (FA) na transmissibilidade do sistema (Figura 65). A Figura 65 (a) ilustra a transmissibilidade à massa suspensa e, a Figura 65 (b) a transmissibilidade passada à massa não

suspensa.

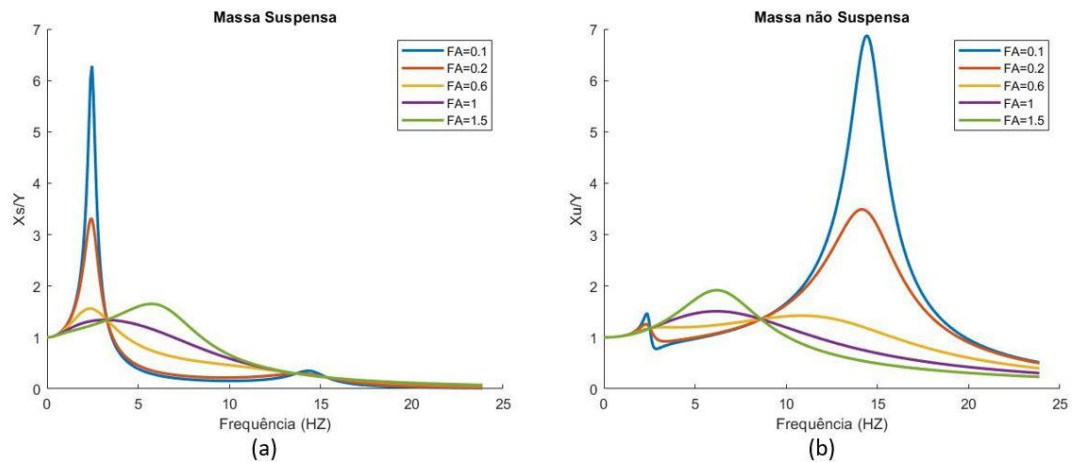


Figura 65: Efeito do fator de amortecimento no modelo.

Pode ser observado que um fator de amortecimento entre 0,1 e 0,6 reduz substancialmente a amplitude da resposta da massa suspensa. A intersecção das linhas do gráfico denomina-se *Crossover point*, ocorrendo para um valor de frequência de $w_n \cdot \sqrt{2}$. A partir deste ponto, um fator de amortecimento elevado aumenta a amplitude da resposta do sistema quando comparada com um sistema não amortecido.

Para a massa não suspensa, a amplitude da resposta em altas frequências necessita de um elevado valor de amortecimento para mitigar o *wheel hop*, um movimento cíclico que ocorre quando o binário motor causa um escorregamento longitudinal do pneumático, isto é normalmente alcançado com a utilização de rótulas da suspensão de borracha. Os elastómeros conseguem amortecer as vibrações de alta frequência e baixa amplitude. No caso de um veículo de competição, a utilização deste tipo de rótulas é evitada.

A redução da transmissibilidade é fulcral para a performance do veículo, para redução da amplitude a baixas frequências da massa suspensa, assim como para a massa não suspensa a frequências altas; exigindo um tratamento diferenciado do valor do fator de amortecimento para cada situação.

Segundo Wong, 2001 a avaliação do comportamento de um sistema de suspensão pode-se basear em três parâmetros distintos:

- **Isolamento de vibrações:** Pode ser avaliado através da resposta da massa suspensa (*Output*) a um estímulo produzido pelas irregularidades do piso (*Input*). A fórmula da transmissibilidade é utilizada para avaliar as características de isolamento de uma

suspensão linear.

- **Curso da suspensão:** É avaliado o curso da suspensão necessária para garantir que o sistema de suspensão comporta os movimentos de compressão e extensão a que está sujeito.
- **Roadholding:** Quando o sistema de suspensão do veículo vibra, a força vertical que atua entre o pneu e o solo varia. Uma vez que as forças de tração longitudinais e laterais variam proporcionalmente com a força vertical, a vibração da massa suspensa afeta o comportamento e performance do veículo. Este método avalia o deslocamento da massa não suspensa em relação ao solo para verificar a performance do veículo.

Ainda segundo o autor Reza et al. (2014) a determinação de um sistema de suspensão ótimo passa por garantir que se reduzem ao máximo as acelerações da massa suspensa. Para isso procede-se à minimização do valor eficaz (RMS- *Root Mean Square*) da aceleração da massa suspensa.

4.3. Operação dos amortecedores

A frequência de vibração da suspensão está associada à velocidade do pistão do amortecedor. Os amortecedores utilizados na FS têm dois regimes distintos, alta velocidade e baixa velocidade.

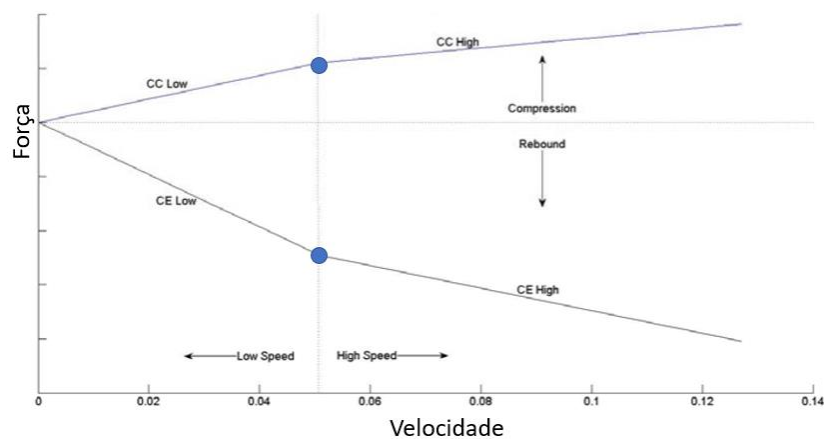


Figura 66: Curva típica de um amortecedor Força Vs Velocidade.

A Figura 66 ilustra uma curva típica de operação de um amortecedor utilizado nas competições FS. O eixo vertical representa a força de amortecimento. Quando o seu valor é positivo, o amortecedor encontra-se em compressão; quando negativo, encontra-se em extensão. O eixo

horizontal representa a velocidade do pistão do amortecedor. Pode ser observado que existem dois regimes diferentes, um regime a alta velocidade e outro a baixa velocidade. Estes regimes ocorrem em compressão e extensão e, cada um apresenta um fator de amortecimento diferente. à velocidade a que ocorre a alteração dos regimes, dá-se o nome de “*Knee Speed*”.

Assim se podem criar quatro fatores de amortecimento distintos:

Tabela 12 Fatores de amortecimento

	Baixa Velocidade	Alta Velocidade
<i>Compressão</i>	ξ_{cl}	ξ_{CH}
<i>Extensão</i>	ξ_{EL}	ξ_{eH}

4.4. Transmissibilidade

As equações que representam o movimento do modelo simplificado (Eq.2.5 e Eq.2.6) podem ser expressas na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_s \\ \ddot{x}_u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_s & -C_s \\ -C_s & C_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_s \\ \dot{x}_u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & -K_s \\ -K_s & K_s + K_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ x_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ K_u y \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Para fazer uma análise da resposta do sistema, considera-se uma excitação produzida por uma força harmónica, aplicada no ponto de contacto entre o pneu e o solo, neste caso, aplicada no apoio da mola K_u :

$$y = Y \sin w t \quad (4.2)$$

Cuja a solução:

$$z_s = Z_s \sin(w t - \varphi_s) \quad (4.3)$$

$$z_u = Z_u \sin(w t - \varphi_u) \quad (4.4)$$

Introduzindo os seguintes parâmetros,

$$\varepsilon = \frac{m_s}{m_u} \quad (4.5)$$

$$w_s = \sqrt{\frac{K_s}{m_s}} \quad (4.6)$$

$$w_u = \sqrt{\frac{K_u}{m_u}} \quad (4.7)$$

$$\alpha = \frac{w_s}{w_u} \quad (4.8)$$

$$r = \frac{w}{w_s} \quad (4.9)$$

$$\xi = \frac{c_s}{2 m_s w_s} \quad (4.10)$$

Obtém-se assim, as respostas do sistema:

$$\mu = \left| \frac{Z_s}{Y} \right| \quad (4.11)$$

$$\tau = \left| \frac{Z_u}{Y} \right| \quad (4.12)$$

Onde,

$$\mu^2 = \frac{4 \xi^2 r^2 + 1}{Z_1^2 + Z_2^2} \quad (4.13)$$

$$\tau^2 = \mu^2 + \frac{r^2(r^2 - 2)}{Z_1^2 + Z_2^2} \quad (4.14)$$

$$Z_1 = [r^2(r^2 \alpha^2 - 1) + (1 - (1 + \varepsilon)r^2 \alpha^2)] \quad (4.15)$$

$$Z_2 = 2 \xi r (1 - (1 + \varepsilon)r^2 \alpha^2) \quad (4.16)$$

Utilizando os valores das massas e rigidez das molas previamente definidos, pode-se obter os gráficos da resposta da massa suspensa (μ) e não suspensa (τ) em função da frequência.

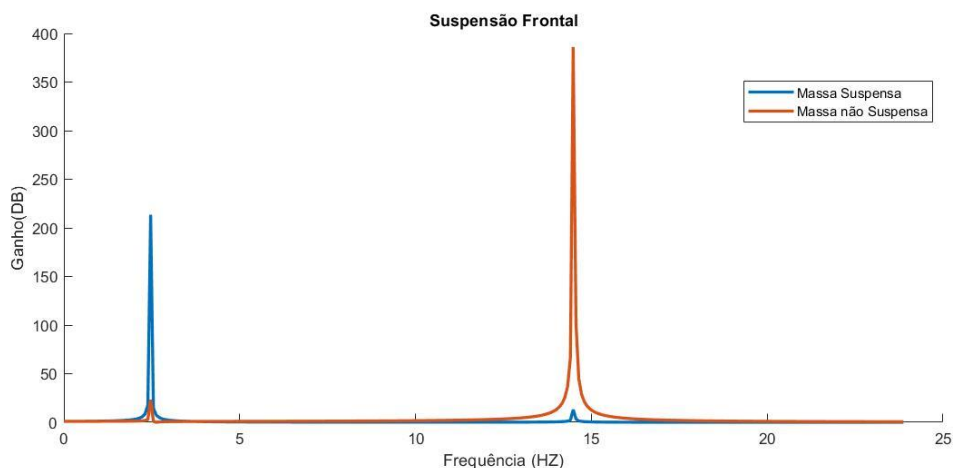


Figura 67: Frequência natural de vibração.

A Eq. 4.11 e a Eq.4.12 são utilizadas para construir o gráfico apresentado na Figura 67, onde se pode observar o ganho do sistema em função da frequência de vibração. Em conformidade com o que foi discutido no capítulo 2.3.5, o ganho da massa suspensa é substancialmente superior à massa não suspensa na primeira frequência natural de vibração, que ocorre aos 2,46 Hz. Verifica-se o efeito oposto na segunda frequência natural de vibração, que ocorre aos 14,48 Hz.

4.5. Regime de Baixa velocidade

O regime de baixa velocidade dos amortecedores está associado aos movimentos da massa suspensa induzidos pelas ações do piloto. Estes movimentos incluem a aceleração e travagem que provocam o rolamento do chassis segundo o eixo Y, chamado *Pitch*, assim como, o rolamento lateral causado por acelerações laterais.

O controlo dos movimentos do chassis é fundamental para uma boa prestação dinâmica, sendo que as variações de carga que ocorrem nas rodas são penalizadoras para a sua capacidade de gerar tração.

Para um bom controlo do veículo, é necessário que o movimento da massa suspensa seja minimizado para evitar variações de carga no pneumático. Para avaliar o comportamento da massa suspensa em função do fator de amortecimento, irá ser utilizada a metodologia de isolamento de vibrações sugerida por Wong, 2001.

Para complementar o isolamento de vibrações, é utilizado um modelo de 1/8 de veículo (1 gdl), onde a massa não suspensa é desprezada. O sistema é sujeito a uma força constante (F)

aplicada na massa suspensa e, o tempo de duração do regime transiente é analisado. O regime transiente ocorre enquanto a suspensão se ajusta às condições de aceleração do veículo, e a sua duração deve ser a menor possível.

A redução do tempo transiente é feita através do aumento do fator de amortecimento, no entanto, o fator pode tornar-se tão alto que a vibração passa a ser sobre amortecida e, nesse caso, o tempo que o sistema demora a atingir o equilíbrio aumenta.

As seguintes equações (Reza N., 2014), são utilizadas para descrever o deslocamento da massa suspensa:

$$z(t) = e^{-\xi w_s t} (A \cos(w_d t) + B \sin(w_d t)) + \frac{F}{k_s} \quad (4.17)$$

$$A = -\frac{F}{k_s} \quad (4.18)$$

$$B = -\frac{F}{k_s} \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (4.19)$$

Foram utilizados os valores das massas suspensas por eixo da Tabela 6 e os *wheel center rates* definidos na Tabela 9. A suspensão frontal foi submetida a uma força equivalente à variação de carga na travagem.

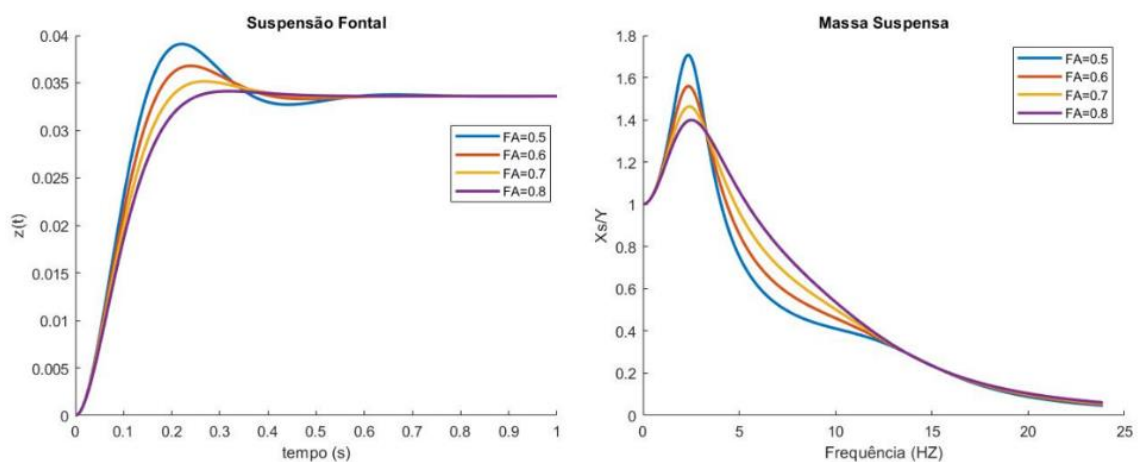


Figura 68: Deslocamento e transmissibilidade da massa suspensa.

Na Figura 68 pode-se observar que o fator de amortecimento reduz significativamente o deslocamento da massa suspensa, o mesmo efeito é observado quanto à transmissibilidade.

Foram retirados os valores de deslocamento máximo ($Z_{Máx}$) para todos os fatores de amortecimento. Foram também retirados os tempos que o sistema demora a atingir o estado de equilíbrio. Foi considerado que o estado de equilíbrio é atingido quando a variação da posição é inferior a 2% da posição no final da simulação.

Tabela 13: Deslocamento e tempo para atingir o equilíbrio em função do fator de amortecimento

ξ	$Z_{Máx}(mm)$	Tempo até equilíbrio (s)
0,5	39,1	0,4913
0,6	36,8	0,3621
0,7	35,2	0,3641
0,8	34,1	0,2288

Na Tabela 13 estão representados os fatores de amortecimento e os respectivos tempos que demora o sistema até atingir o equilíbrio. Uma análise da tabela permite concluir que um fator de amortecimento de 0.8 garante que o tempo que o sistema demora a atingir o equilíbrio é mínimo, isto seria previsível visto que, o menor tempo até ao equilíbrio é atingido quando o fator de amortecimento é crítico. O mesmo fator garante também que a transmissibilidade da massa suspensa é mínima no valo em que atinge a ressonância.

Geralmente os veículos de passageiros apresentam fatores de amortecimento na ordem dos 0,25 para maximizar o conforto. Num veículo de competição, onde o controlo do veículo depende do tempo que o sistema demora a atingir o equilíbrio e da amplitude do deslocamento, utilizam-se fatores de amortecimento entre 0,65 e 0,7 (Giaraffa & Brisson, 2017b).

Tendo em conta os resultados obtidos, e os valores sugeridos pelo autor acima mencionado, optou-se por usar um fator de amortecimento de 0,7. Este valor serve de base para a construção da curva Força Vs Velocidade do amortecedor.

As equações 3.18 e 4.10 são utilizadas para calcular o coeficiente de amortecimento da suspensão frontal e traseira, respetivamente apresentados na Tabela 14.

Tabela 14: Fator e coeficiente de amortecimento a baixa velocidade

	<i>Suspensão Frontal</i>	<i>Suspensão Traseira</i>
<i>Fator de amortecimento (ξ)</i>	0,7	0,7
<i>Coeficiente de amortecimento (C_s)</i>	990,3 Ns/m	1382,5 Ns/m

4.6. Regime de Alta Velocidade

Como referido anteriormente, o regime de alta velocidade dos amortecedores está associado à gama de frequências de vibração mais elevadas. A gama de frequências alta está também ela associada a distúrbios de baixa amplitude. Isto significa que dentro desta gama de frequências, o curso de suspensão não será ultrapassado.

Como ilustrado na Figura 68, o ganho da transmissibilidade dos distúrbios, causados pelo relevo à massa suspensa em altas frequências, é muito reduzido, não introduzindo assim qualquer penalização ao desempenho do veículo.

Segundo o autor Reza N, a performance da suspensão depende da aceleração da massa suspensa em relação ao solo. Assim, será procurado o valor do fator de amortecimento que minimiza a aceleração da massa suspensa para altas frequências.

O valor absoluto da aceleração da massa suspensa é definido pela seguinte equação:

$$u = \left| \frac{\ddot{Z}_s}{Y w_u^2} \right| = r^2 \alpha^2 \mu \quad (4.20)$$

O valor eficaz da aceleração da massa suspensa é obtido através da seguinte equação:

$$RMS_{(u)} = \sqrt{\frac{1}{w_2 - w_1} \int_{w_1}^{w_2} u_{(\alpha, \xi, \varepsilon, w)}^2 dw} \quad (4.21)$$

As variáveis α e ε são o rácio entre as frequências naturais de vibração e as massas suspensas e não suspensas, já definidas anteriormente. O intervalo de frequências a ser estudado é definido pela subtração de w_2 por w_1 .

Para verificar quando é atingido o nível ótimo de amortecimento, foi desenvolvido um script em Matlab que calcula a função *Root Mean Square*(RMS), para determinar a aceleração da massa não suspensa, num intervalo entre 0-20 Hz, para uma gama de fatores de amortecimento entre 0 e 1.

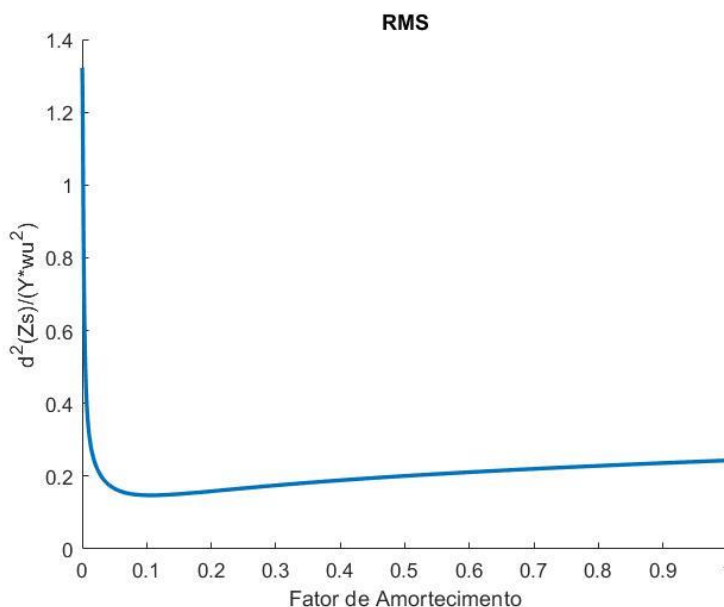


Figura 69: Valor RMS em função do fator de amortecimento (Suspensão Frontal).

Através da Figura 69 pode-se verificar que o valor de $RMS_{(u)}$ tem um mínimo em $\xi = 0,108$. Valores inferiores de amortecimento aumentam a aceleração da massa suspensa, uma vez que esta tende para o infinito.

Para comprovar que o valor de FA obtido minimiza a aceleração da massa suspensa, a Figura 70 ilustra a sua transmissibilidade em função da frequência para vários valores de FA para a massa suspensa frontal.

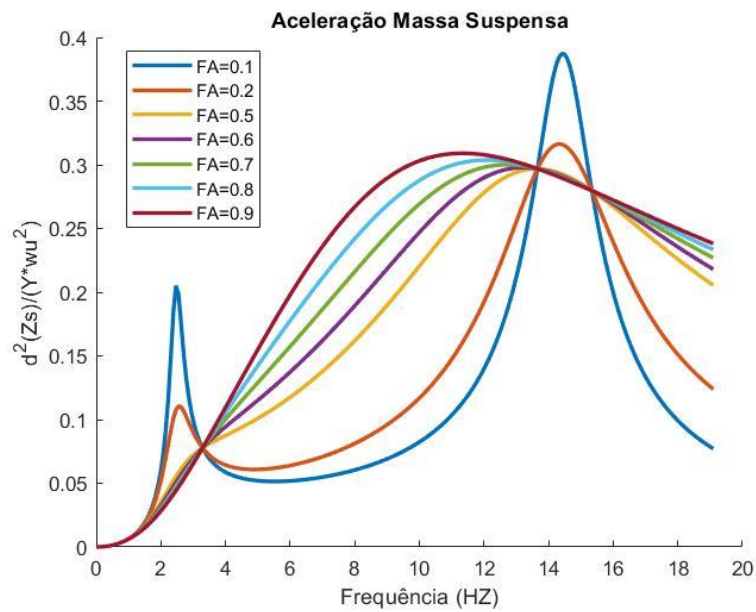


Figura 70: Aceleração da massa suspensa Frontal.

Pode ser observado que valores mais altos de FA reduzem a aceleração máxima na segunda frequência de ressonância. No entanto, quanto menor o valor de FA, menor a aceleração na gama de frequências que se encontra entre estas frequências.

A mesma abordagem foi utilizada para a suspensão traseira e, o valor de $RMS_{(u)}$ e aceleração está representado na Figura 71 e Figura 72, respetivamente.

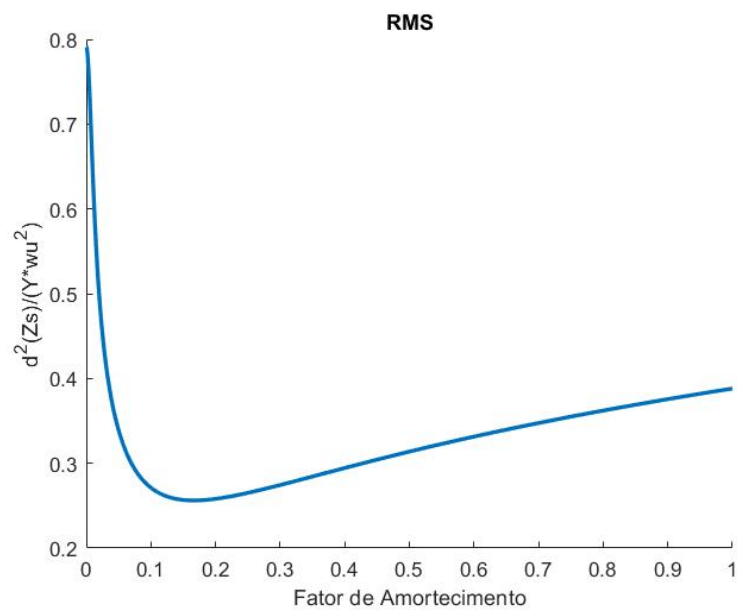


Figura 71: Valor RMS em função do fator de amortecimento (Suspensão Traseira).

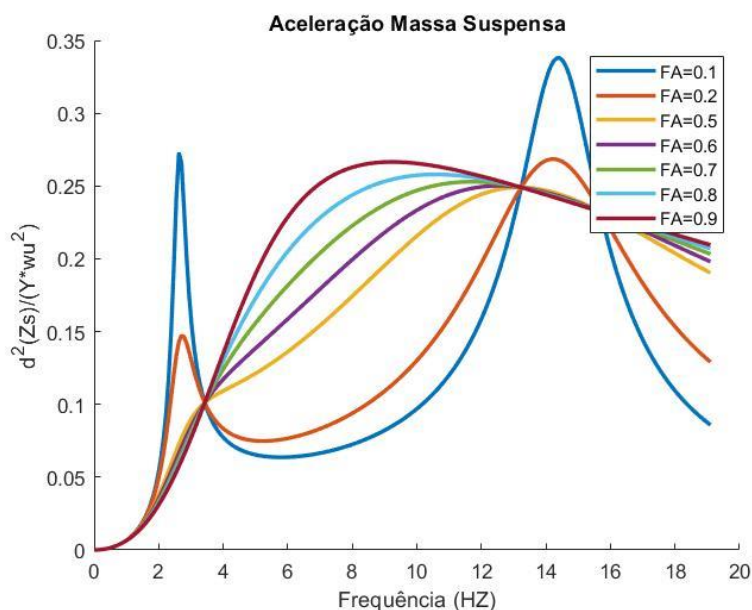


Figura 72: Aceleração da massa suspensa Traseira.

Os valores de FA frontal e traseiro são apresentados na Tabela 15 e, são utilizados para calcular o coeficiente de amortecimento utilizando a Eq.4.10. O valor do *Installation Ratio* (IR) selecionado foi tido em conta para obter o coeficiente de amortecimento.

Tabela 15: Fator e coeficiente de amortecimento a alta velocidade

	<i>Suspensão Frontal</i>	<i>Suspensão Traseira</i>
<i>Fator de amortecimento (ξ)</i>	0,11	0,17
<i>Coeficiente de amortecimento (C_s)</i>	155,62 Ns/m	335,74 Ns/m

4.7. Curva Força vs Velocidade de amortecimento

Sabendo os valores do coeficiente de amortecimento para os dois regimes pode-se passar à determinação da curva Força de amortecimento em função da velocidade.

A Eq.4.21 mostra o fator de transferência de amortecimento para uma determinada velocidade entre a compressão (F_C) e a extensão (F_E) em relação a um valor médio (F_m).

$$e_D = \frac{F_E - F_C}{2F_m} \quad (4.21)$$

O valor de e_D causa uma assimetria no gráfico Força Vs Velocidade, o tema é discutido por diversos autores, no entanto, não existe um consenso sobre o valor ideal. O autor John Dixon em afirma que os veículos de passageiros têm normalmente uma força de amortecimento em extensão de 3 a 4 vezes superior à força em compressão, mas que os veículos de corrida apresentam normalmente um gráfico mais simétrico.

Em (Giaraffa & Brisson, 2017a), o autor sugere que se utilize um coeficiente de amortecimento em compressão igual a 2/3 do valor inicial e, em extensão 3/2 do valor inicial. O autor suporta esta decisão ao afirmar que a suspensão ao comprimir, adquire energia potencial elástica que deve ser absorvida quando em extensão pelo amortecedor.

O autor de (Shihady, 2006) afirma que o rácio entre compressão e extensão deve ser de 45%, justifica-se afirmando que uma menor força de amortecimento em compressão traduz-se em menor transmissibilidade e, conseqüentemente, menor variação de carga no pneu.

Por fim, e contrariando os autores acima mencionados, em (Kasprazak, n.d.), o autor afirma que a força de compressão deve ser superior à extensão.

O autor de (Rijk & Raaijmakers, 2010), chega à conclusão que os melhores resultados dinâmicos são obtidos para valores entre $e_d = [0,2; 0,6]$.

Sabendo que os amortecedores utilizados possibilitam ajustar as suas características ao desejado, será utilizado um valor de $e_d = 0,3$ para desenvolver a nova curva.

Introduzindo o fator da Eq.4.21 na Eq.3.15, obtém-se as funções que caracterizam as forças de amortecimento a baixa e alta velocidade para compressão e extensão.

$$F_{C,L} = C_{c,Low}(1 - e_D)v^\lambda \quad 0 < v < l \quad (4.22)$$

$$F_{C,H} = C_{c,High}(v^\lambda - l) + F_{C,L}(l) \quad v > l \quad (4.23)$$

$$F_{E,L} = C_{E,Low}(1 + e_D)v^\lambda \quad 0 < v < l \quad (4.24)$$

$$F_{E,H} = C_{E,High}(v^\lambda - l) + F_{E,L}(l) \quad v > l \quad (4.25)$$

Onde:

l - "Knee Speed"

v - Velocidade de amortecimento

A Figura 73 ilustra o gráfico obtido para a curva Força Vs Velocidade do amortecedor:

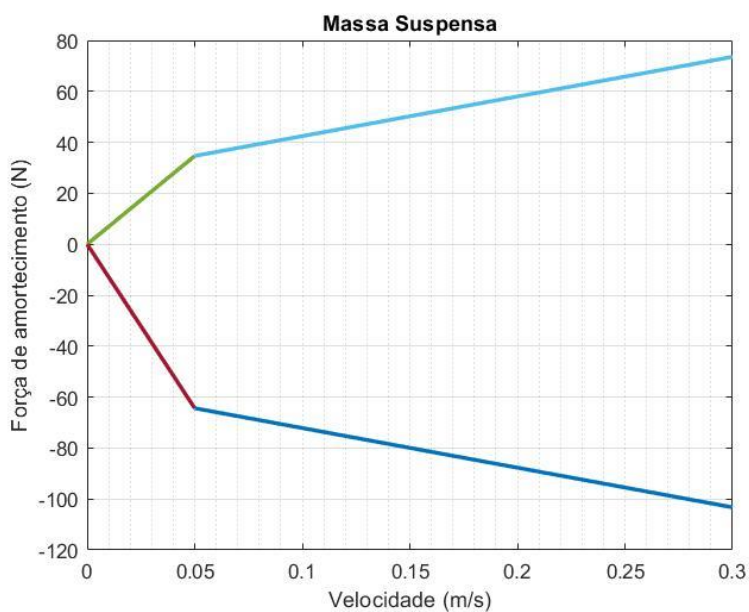


Figura 73: Gráfico da força de amortecimento em função da velocidade.

Pode-se observar a assimetria do gráfico segundo o eixo horizontal causada pelo valor de e_D . As forças de amortecimento resultantes são significativamente menores que as apresentadas na Figura 64. Para atingir os resultados obtidos, deve-se proceder à modificação do sistema de válvulas do amortecedor num processo conhecido como "Shimming".

5. Modelo de Corpos Múltiplos

O desenvolvimento de um veículo para a participação na competição de Formula Student passa não só pela necessidade de encontrar soluções técnicas, como também por uma gestão eficaz do tempo, dos recursos disponíveis e, da capacidade de detecção de erros no seu desenvolvimento.

Neste trabalho foi desenvolvido um modelo de veículo em Matlab que permite fazer simulações dinâmicas. Estas simulações podem ser utilizadas para prever o comportamento do veículo e, utilizadas para desenvolver os diversos sistemas que compõem o veículo. Este modelo será apenas composto pelo sistema de suspensão e direção previamente estudado. Outros sistemas poderão ser adicionados em trabalhos futuros.

5.1. Elementos da dinâmica de corpos rígidos

5.1.1. Elementos Sólidos

O software disponibiliza um bloco de elemento sólido que permite adicionar ao sistema um corpo rígido onde podem ser atribuídas propriedades associadas à sua geometria, massa, inércia, visualização e, eixos de coordenadas de referência. Vários elementos sólidos podem ser associados utilizando *articulações* que definem os graus de liberdade (gdl) entre eles, os corpos podem também ser separados no espaço utilizando transformações do referencial.

O software permite a definição geométrica do sólido de três maneiras diferentes, formatos pré-definidos, métodos de extrusão e, utilização de ficheiros externos.

O software disponibiliza quatro formatos pré-definidos: Cilindro, esfera, cubo e, elipsóide. Para cada geometria é possível alterar as dimensões que a definem (raio e aresta) assim como as unidades dimensionais a utilizar.

O método de extrusão regular permite a criação de polígonos regulares onde podem ser definidos o número de faces, a altura ou raio da superfície esférica que circunscreve o sólido.

A extrusão geral permite a criação um sólido partir de uma secção 2D composta por um conjunto contínuo de pontos que estabelece o perfil do sólido.

Por fim, o software permite importar um ficheiro do tipo STL³ ou STEP⁴, estes ficheiros contêm a informação de um sólido criado através de um software de CAD⁵.

As propriedades mássicas podem ser calculadas através da geometria do componente, onde o utilizador define a massa do sólido ou a densidade do material. Os momentos de inércia e o centro de gravidade é então derivado da geometria do sólido e da sua massa todas as propriedades podem ser alteradas pelo utilizador.

Todas as propriedades dos sólidos podem ser parametrizadas criando variáveis que são definidas através de um script.

5.1.2. Articulações

A biblioteca de *Simscape Multibody* inclui um conjunto de *articulações* que permitem definir a interação entre dois sólidos. As *articulações* impõem as relações cinemáticas entre dois sólidos e restringem o movimento de um corpo em relação a outro e, representam ligações mecânicas ou virtuais.

As *Articulações* mais utilizadas no modelo são apresentadas na Figura 74, onde se podem ver os graus de liberdade associados a cada uma.

As *articulações* são ligações ideais, ou seja, não têm inércia. Cada grau de liberdade de uma *articulação* pode ser atuado através de definições internas ou externas.

³ STL - *Stereolithography*

⁴ STEP - *Standard for the Exchange of Product model data*

⁵ CAD - *Computer-aided design*






		Translação (gdl)	Rotação (gdl)
	Weld Joint	0	0
	Prismatic Joint	1	0
	Spherical Joint	0	3
	6 DOF Joint	3	3
	Revolute Joint	0	1

Figura 74: Articulações mais utilizadas. (Adaptado de (Portal, 2013))

5.2. Construção do modelo

5.2.1. Compromissos do modelo

A construção do modelo de veículo tem um conjunto de fatores que são um compromisso entre o realismo e o tempo de simulação. Para além do sistema de suspensão, não foram integrados outros sistemas no modelo, as simulações são realizadas utilizando parâmetros ideais para a propulsão. Os principais compromissos feitos neste modelo são:

- Todas as *articulações* e componentes, com exceção à mola e pneu, são assumidas como rígidos.
- A fricção das juntas é desprezada
- A mola que é utilizada tem um comportamento linear. Na realidade, um conjunto amortecedor-mola pneumático tem um comportamento não linear e altamente dependente da temperatura.
- O coeficiente de atrito entre o pneu e o solo é constante, as forças produzidas pelos pneus são proporcionais à sua carga vertical
- As forças opostas ao movimento como a resistência aerodinâmica não são consideradas no modelo.

5.2.2. Amortecedor

A Figura 75 mostra a construção do modelo Simulink Multibody do amortecedor, os principais constituintes são os dois sólidos que representam o veio e o corpo do amortecedor. Entre os dois sólidos foi utilizada uma junta prismática, esta permite um grau de liberdade de translação entre os dois corpos.

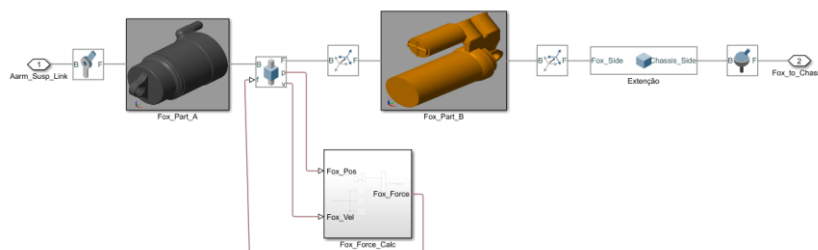


Figura 75: Modelo do amortecedor em Simulink Multibody.

As propriedades da junta podem ser editadas conforme mostra a Figura 76. Foram definidos o limite superior e inferior que correspondem ao curso total do amortecedor.

Z Prismatic Primitive (Pz)	
State Targets	
Internal Mechanics	
Limits	
Specify Lower Limit	<input checked="" type="checkbox"/>
Specify Upper Limit	<input checked="" type="checkbox"/>
Actuation	
Force	Provided by Input
Motion	Automatically Computed
Sensing	
Position	<input checked="" type="checkbox"/>
Velocity	<input checked="" type="checkbox"/>
Acceleration	<input type="checkbox"/>
Actuator Force	<input type="checkbox"/>
Lower-Limit Force	<input type="checkbox"/>
Upper-Limit Force	<input type="checkbox"/>
Composite Force/Torque Sensing	

Figura 76: Propriedades da junta prismática.

A junta atua sobre os dois corpos através de uma força que é calculada num módulo externo, a força é o resultado da soma entre a força de amortecimento e a força da mola.

$$F_{Amortecedor} = C_n \frac{dx}{dt} + K_{Spring} x \quad (5.1)$$

A deformação do amortecedor e a sua velocidade de operação é fornecida pela junta prismática. A força elástica utiliza as constantes elásticas calculadas no capítulo 3.5. O coeficiente de amortecimento é determinado pelo sentido e intensidade da velocidade de operação do amortecedor. O valor da velocidade é utilizado para determinar, através de uma tabela, qual a força de amortecimento.

A validação do modelo é feita recorrendo a uma ferramenta disponível no software que permite fazer uma análise linear. Na Figura 77 pode-se observar a resposta da massa suspensa sem amortecimento, as frequências naturais de vibração vão ao encontro do que foi obtido na secção 4.4, indicando que os graus de liberdade e as propriedades do sistema estão corretamente definidas.

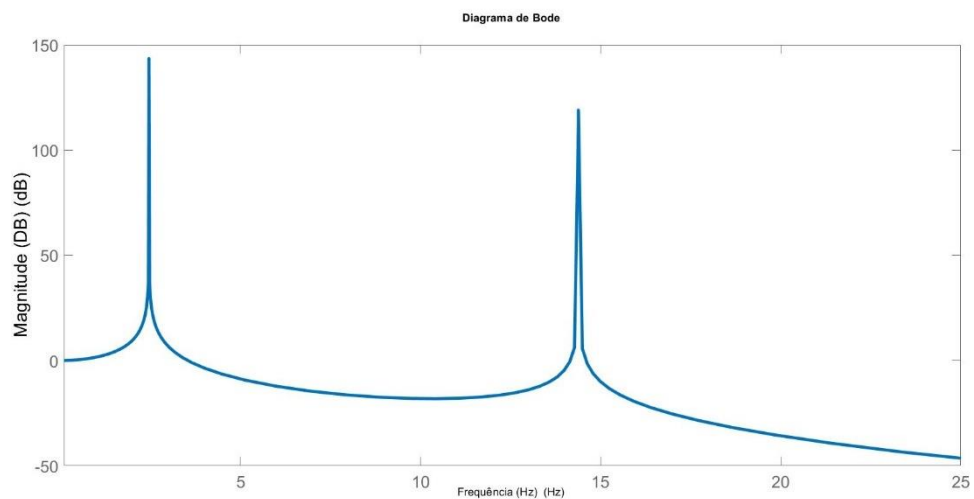


Figura 77: Resposta da massa suspensa sem amortecimento.

A curva de amortecimento definida na secção 4.7 foi introduzida no modelo e foi feita uma análise à resposta do sistema quando sujeito a um deslocamento.

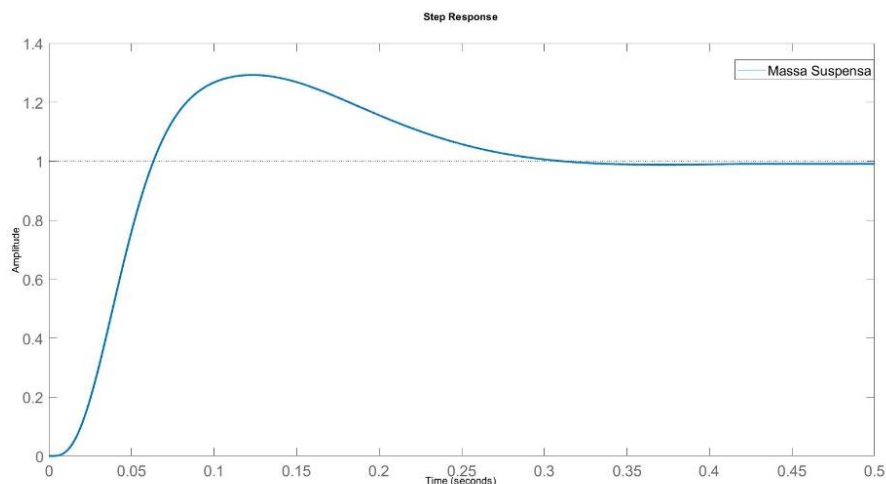


Figura 78 Resposta do modelo de amortecedor a um deslocamento.

A Figura 78 mostra a resposta do modelo obtida com o coeficiente de amortecimento desejado. O tempo transiente de 0,35 segundos está de acordo com o que pode ser observado na Tabela 13 para um coeficiente de amortecimento de 0,7.

5.2.3. Triângulos da suspensão

A modelação dos diversos componentes da suspensão tem de ter em conta o peso que cada corpo e articulação adiciona ao sistema.

Os triângulos da suspensão são corpos cujas características, como a massa e dimensões, são introduzidas através do script dos parâmetros do veículo. Cada triângulo está ligado à manga de eixo através de uma junta esférica. Esta junta necessita de 3 gdl de rotação para permitir que a manga de eixo se mova livremente quando a suspensão é comprimida e a direção é atuada.

O tempo de simulação é especialmente afetado pelo número de graus de liberdade do sistema. Os triângulos da suspensão estão normalmente ligados ao chassis através de dois apoios, para reduzir o tempo de simulação foi aplicado apenas um apoio utilizando uma junta de revolução. Esta junta permite a rotação apenas sobre um eixo e permite definir as características de anti afundamento.

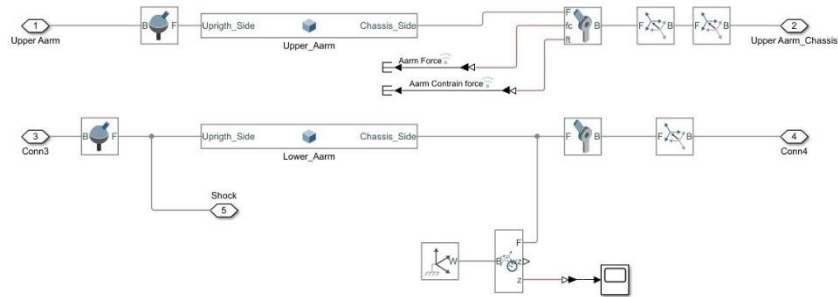


Figura 79: Modelo dos Triângulos da suspensão.

A juntas que unem os triângulos ao chassis estão dotadas de sensores que permitem analisar as cargas que por elas passam durante as simulações.

5.2.4. *Chassis e ligações*

A Figura 80 mostra o chassis na posição central, onde os componentes do sistema de suspensão são ligados.

O bloco central é composto por blocos de transformação que localizam os componentes a ele associados. Estes blocos utilizam o eixo de coordenadas SAE como base para, através de translações tridimensionais, localizarem os pontos de apoio do chassis à suspensão.

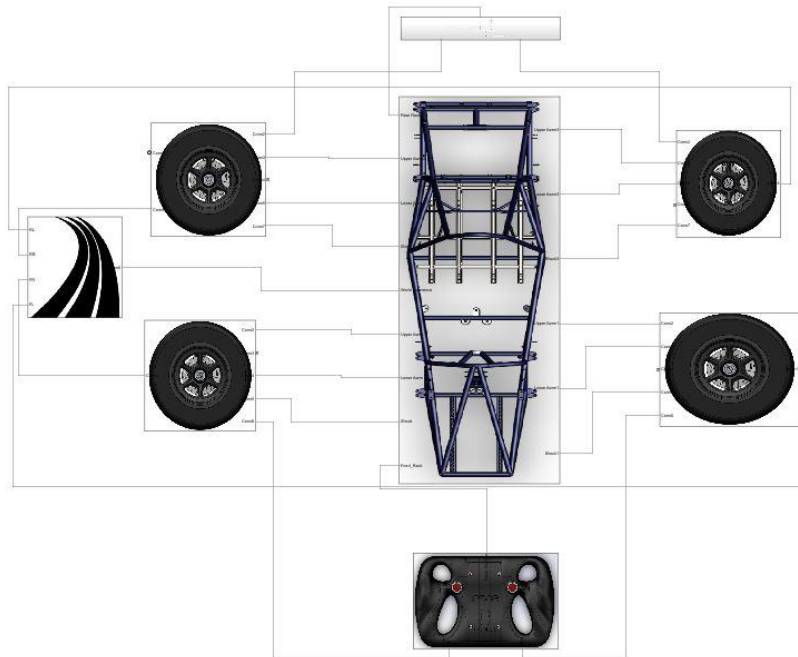


Figura 80: Modelo do chassis.

Este bloco contém os sensores que permitem analisar as acelerações que atuam no centro de gravidade, assim como, o rolamento do chassis sobre os três eixos.

O chassis utilizado foi cedido pela equipa ISEL Formula Student e a sua utilização é meramente gráfica. As características da massa suspensa como a localização do centro de gravidade e massa, foram introduzidas de maneira a coincidirem com o definido nos capítulos anteriores.

5.3. Simulações

5.3.1. Teste de capotamento

Foi realizada uma simulação onde se replica uma das provas realizadas durante as inspeções técnicas, o teste de capotamento ou *Tilt Test*. Este teste consiste na utilização de uma plataforma cuja inclinação lateral é aumentada até se atingir um ângulo de 60° que corresponde a uma aceleração lateral de $1,7 G's$. O veículo que se encontra nessa plataforma deve manter o contacto com os quatro pneumáticos (FSG, 2019).

Para simular este evento, o solo sobre o qual o veículo se encontra irá sofrer uma rotação sobre o seu eixo longitudinal com uma velocidade de $11,5^\circ/s$. A rotação só se inicia $0,8$ segundos após o início da simulação, para permitir que o veículo encontre o equilíbrio estático.

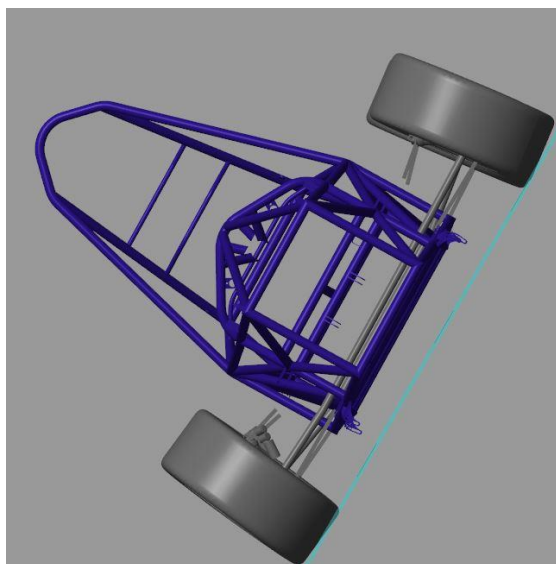


Figura 81: Visualização do Tilt Test a 60° .

Para verificar se o veículo completa o teste, tem de se garantir que ambas as rodas se mantêm em contacto com a plataforma.

A Figura 82 mostra o aumento do ângulo de inclinação da plataforma ao longo do tempo de simulação, os 60° são atingidos quando $t = 6,24$ s, do lado esquerdo pode ser observada a carga normal à plataforma.

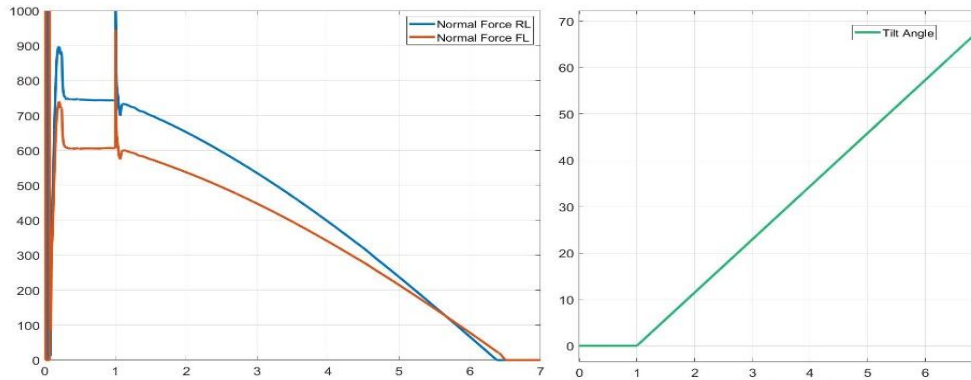


Figura 82: Teste de capotamento: a) ângulo de inclinação da plataforma b) Carga normal.

A carga vertical no pneu traseiro (*Normal Force RL*) começa por ser superior ao pneu frontal (*Normal Force FL*), à medida que o ângulo da plataforma aumenta, ocorre uma diminuição da carga em ambos os pneus. A variação da carga do pneu traseiro é superior e, atinge um valor nulo antes do pneu frontal. Esta situação seria de esperar, o centro gravítico do veículo encontra-se mais perto do eixo traseiro, daí a diferença inicial. A maior variação de carga no eixo traseiro é justificada por ter uma menor largura de via.

Ambos os pneus se mantêm em contacto com o chão quando o ângulo final de 60° é atingido, o que indica que o veículo conseguiria passar este teste. De notar que o eixo traseiro deixa de estar em contacto com o solo quando o ângulo da plataforma é igual a $61,76^\circ$, isto indica que existe uma margem de manobra muito reduzida neste ensaio. A altura do CG deve inferior àquela que foi projetada de maneira a garantir que este veículo possa competir nas provas dinâmicas.

5.3.2. Aceleração e Travagem

Foi realizada uma simulação onde se ensaia uma aceleração partindo do repouso até atingir os $27,7$ m/s (≈ 100 Km/h), seguido de uma travagem até o veículo ficar imobilizado.

A aceleração do veículo é provocada por um binário de 350 Nm imposta às rodas do eixo traseiro. O binário é controlado por um bloco do tipo PID, disponibilizado numa biblioteca do Simulink, que aplica um binário às rodas do eixo traseiro para que se atinga a velocidade de

referência definida. O mesmo controlador, aplica um binário de travagem após ser atingida a velocidade de referência até que o veículo se imobilize.

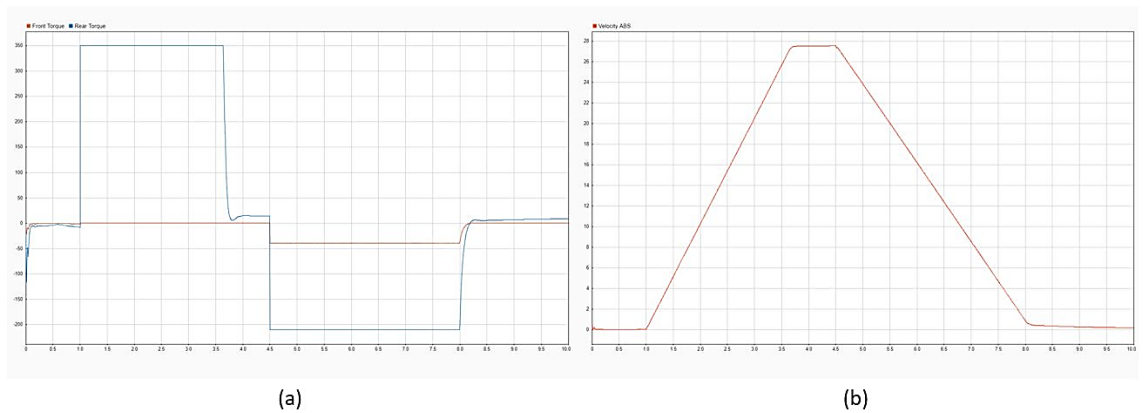


Figura 83: Binário (Nm) e velocidade (m/s).

A simulação tem uma duração de 10 segundos, nesse período, o veículo atinge uma velocidade de 27,7 m/s e volta a parar. A Figura 83 ilustra o binário aplicado ao eixo frontal e traseiro (a) em aceleração e travagem, assim como, a variação da velocidade longitudinal (b) ao longo do tempo.

O modelo demora 0,3 segundo a atingir o estado de equilíbrio, assim, o binário só é aplicado ao fim de 1 segundo de simulação resultando numa aceleração média de $10,3 \text{ m/s}^2$.

A aceleração longitudinal, ilustrada na Figura 84 (a), provoca uma transferência de carga para o eixo traseiro em aceleração e para o eixo frontal em travagem como se pode verificar na Figura 84 b).

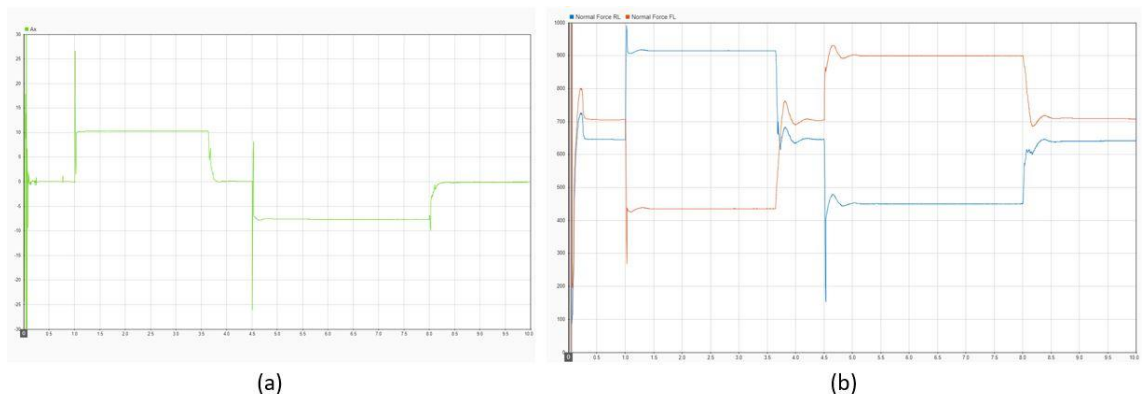


Figura 84: Aceleração (m/s^2) e Carga vertical (N) no eixo frontal e traseiro.

No momento em que o veículo se encontra a acelerar, a carga do eixo traseiro aumentou 270

Newtons em cada roda. A Figura 85 ilustra a variação da força produzida pelo conjunto amortecedor-mola traseiro, onde se pode observar uma variação de 105 N.

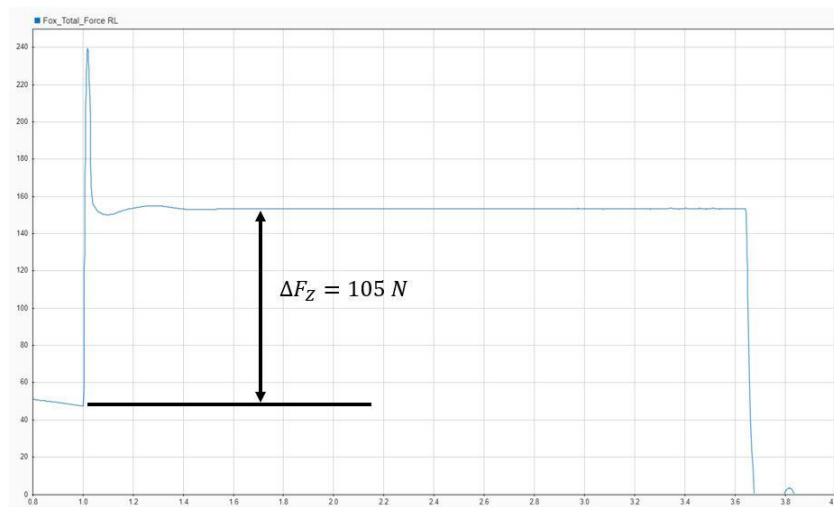


Figura 85: Força produzida pelo conjunto Amortecedor-mola Traseiro.

Como se pode verificar, a variação da carga vertical na roda traseira é superior à força produzida pelo conjunto amortecedor mola. Este facto mostra que os métodos utilizados no capítulo 3.5 para calcular a constante de rigidez da mola desejada, são apenas uma aproximação que não tem em conta as forças transmitidas através dos elementos da suspensão (forças diretas). A simulação permite concluir que o coeficiente de elasticidade calculada teoricamente é excessivamente alto, qualquer alteração implica a construção de uma nova curva de amortecimento.

5.3.3. Curva de 90 graus

Para avaliar a dinâmica lateral do veículo foi feita uma simulação onde o veículo descreve uma curva de 90 graus. A simulação tem início com o veículo a uma velocidade inicial de 15 m/s (≈ 55 Km/h) e, ao fim de 1 segundo, é aplicado uma variação no ângulo de direção. A simulação termina quando o veículo acaba de descrever uma curva de 90 graus.

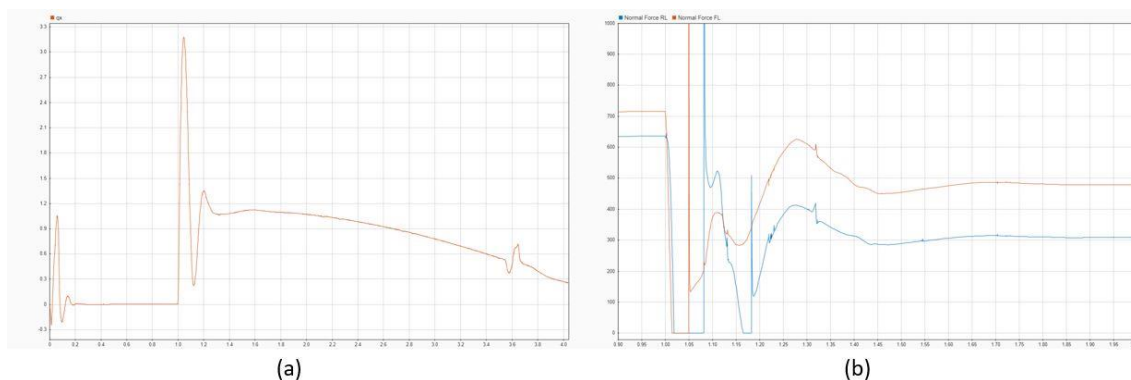


Figura 86: Rolamento lateral (Graus) e Carga Vertical (N) por roda.

Pode-se observar na Figura 86 (a), que ao iniciar a curva o veículo sofre um rolamento da massa suspensa significativo, com um valor máximo de 3,16 graus. O rolamento é acompanhado de uma variação substancial da carga vertical nas rodas. Por um breve momento, a carga vertical da roda frontal esquerda (FL) é nulo. Um valor de carga nulo implica que o pneu do veículo não está em contacto com o solo e, portanto, produz qualquer força lateral durante esse período.

Nestas situações, a confirmação visual do problema pode ser feita através do Mechanics Explorer, um módulo do Matlab que apresenta uma interface gráfica onde o movimento do modelo físico é representado. A Figura 87 mostra que de facto, neste momento da simulação, a roda traseira interior à curva não se encontra em contacto com o solo.

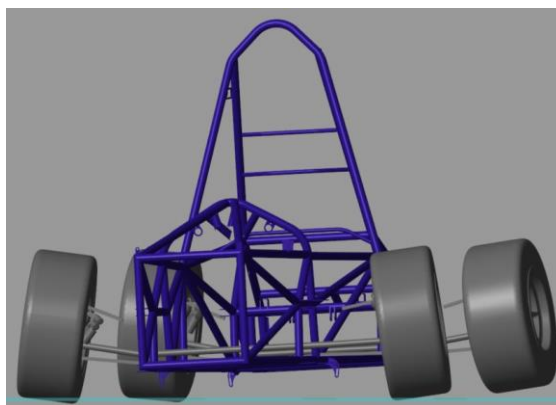


Figura 87: Veículo a descrever a curva com a roda traseira esquerda no ar.

Todos os fatores analisados indicam que a rigidez de rolamento do veículo é insuficiente. Para aumentar o seu valor, serão introduzidas barras estabilizadoras no modelo em ambos os eixos.

As barras estabilizadoras estão ligadas num ponto ao chassis através de uma junta de revolução e, aos triângulos superiores da roda esquerda e direita. Uma segunda junta de revolução

inserida no mecanismo da barra, permite definir o binário da mesma. Neste exemplo, a barra frontal oferece um binário de resistência ao rolamento de 20 Nm/° e a traseira 10 Nm/°.

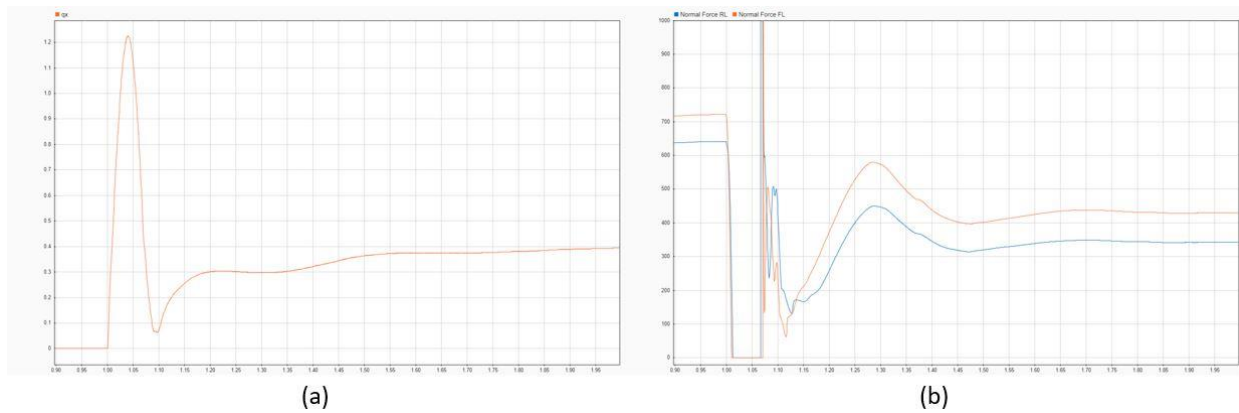


Figura 88: Rolamento lateral (Graus) e Carga Vertical (N) por roda com Barra estabilizadora.

Os resultados da introdução de barras estabilizadoras no modelo são ilustrados na Figura 88, onde se pode observar que o rolamento do chassis diminuiu para menos de metade (1,22°). Pode-se também verificar que a carga vertical na roda interior à curva aumentou, desta feita o seu valor nunca chega a ser nulo como era desejado.

Conclusões

O trabalho que se apresenta tem como objetivo o desenvolvimento do sistema de suspensão de um veículo de competição. O veículo em questão será utilizado pela equipa do Instituto Superior de Engenharia de Lisboa (ISEL Formula Student) para participar em provas Formula Student (FS) na época 2020/21.

O desenvolvimento do sistema de suspensão teve o objetivo de otimizar o comportamento dinâmico do veículo. Os resultados de ensaios dos pneumáticos, provenientes do *Tire Test Consortium*, foram processados no software Matlab para auxiliar às tomadas de decisão. A sequência do desenvolvimento da geometria da suspensão foi feita de acordo com as metodologias apresentadas na literatura especializada.

A cinemática da suspensão foi verificada utilizando o software Lotus Shark. A geometria da suspensão desenvolvida garante que a posição do pneumático se mantém dentro dos seus parâmetros ótimos. Foram estudados os efeitos que o rolamento do chassis e a compressão da suspensão têm no posicionamento do pneu. Constatou-se que um rolamento de 3 graus do chassis causa uma variação menor a 1 grau do ângulo de camber dos pneumáticos em ambos os eixos. A variação da convergência das rodas é inferior a 1 grau em rolamento, o que promove a estabilidade direcional e o controlo do veículo. A geometria da direção foi abordada neste trabalho, a informação recolhida não permitiu desenvolver uma configuração ótima, optando-se por utilizar uma geometria do tipo Ackermann Paralelo.

O conjunto mola-amortecedor cedido por um patrocinador da equipa foi testado num banco de ensaio com o objetivo de obter as curvas de força de amortecimento em função da velocidade de amortecimento. Os resultados mostram que as forças de amortecimento geradas não correspondem às necessidades de um veículo FS. Esta conclusão levou ao desenvolvimento analítico de uma nova curva de amortecimento. Foram analisados os regimes de baixa e alta velocidade de amortecimento em compressão e extensão. Um modelo de 1/8 de veículo foi desenvolvido analiticamente para estudar o regime de baixa velocidade. Foi obtido um fator de amortecimento que reduz a transmissibilidade da massa suspensa, promovendo uma melhor dinâmica ao veículo. O valor eficaz da aceleração da massa suspensa foi minimizado, obtendo-se assim o fator de amortecimento para o regime de alta velocidade. O amortecedor poderá no futuro ser modificado para que o seu amortecimento corresponda à curva obtida neste trabalho.

Foi desenvolvido um modelo de corpos múltiplos, recorrendo ao software Matlab, para

analisar a dinâmica do veículo. Os elementos que constituem a suspensão foram colocados de forma a respeitar as relações cinemáticas estabelecidas no capítulo anterior. A curva de amortecimento e os coeficientes de rigidez obtidos nos capítulos anteriores foram implementados no modelo do conjunto mola-amortecedor.

Foram utilizados três exemplos distintos que permitem demonstrar o potencial da utilização deste modelo. O primeiro consistiu numa simulação do ensaio de capotamento, idêntico ao que é realizado nas competições durante as inspeções técnicas. Os resultados mostram que o veículo não capota quando sujeito a uma inclinação lateral de 60 graus. Os resultados da simulação da dinâmica longitudinal do veículo, mostram que a utilização do modelo simplificado na obtenção da rigidez das molas deve ser feita com cautela. O modelo simplificado assume por omissão que as forças são exclusivamente elásticas e, não tem em consideração as forças transmitidas através dos elementos de ligação da suspensão (forças diretas). Por último, foi realizada uma simulação onde o veículo descreve uma curva a velocidade constante. Os dados da simulação permitiram verificar que, em paralelo com o que acontece no ensaio de capotamento, o pneumático do eixo traseiro é o primeiro a perder o contacto com o solo. Isto acontece porque a largura de via é menor no eixo traseiro. Foram adicionadas ao modelo duas barras estabilizadoras que reduziram o ângulo de rolamento da massa suspensa para metade.

6. Desenvolvimentos Futuros

Para desenvolvimentos futuros, propõe-se a realização de um estudo focado no sistema de direção, por forma a otimizar a sua geometria para as provas dinâmicas que se realizam nas competições.

O modelo de veículo criado neste trabalho, deve ser complementado com a adição de diferentes sistemas que compõem o veículo, tornando assim as simulações tão próximas quanto possível da realidade. Uma atenção especial deve ser dada ao desenvolvimento de um modelo de pneu que permita avaliar as prestações dinâmicas do veículo para diferentes seleções de pneumáticos.

7. Anexo A

O seguinte *Script* é utilizado para inserir todas as propriedades geométricas que iram definir a cinemática da suspensão do modelo de veículo utilizado para realizar as simulações demonstradas no capítulo 5.3.

```
% Script of Vehicle model
%All units must be in SI
%SAE coordinate system is used with Z positive upwards
% Location of coordinate system origin: [x y z]
%Z=0 Ground reference
%x=0 Wheel_Base/2
%y=0 Vehicle center plane

%load
load('vehicle Data.mat');           %Tire data
load('Forca_Amortecimento.mat');    %Shock Absorber Data

%Wheel Base
Wheel_Base = 1.56 ;

%_____Front Suspension_____//

%Uprigth
Joints_Distance = 0.18;             %Distance between rod ends
Wheel_Offset = 0.022;               %Wheel Offset
Spindle_To_Lower_Joint = 0.07;      %Distance of spindle axis to lower joint
Spindle_Length = 0.0535- Wheel_Offset; %Spindle Length

%Front Shock Absorber
K_Fox_Front = 12406.89;             %Spring Coefficient (N/m)
Wheel_Center_Rate_Front = 13937.1;

%Front A-arms Position
Front_Aarm_Up_Location = [-0.7342 0.3438 -0.2469];
Front_Aarm_Up_Location_Right = [-0.7342 -0.3438 -0.2469];
Front_Aarm_Low_Location = [-0.7464 0.2704 -0.110];
Front_Aarm_Low_Location_Right = [-0.7464 -0.2704 -0.1100];

%Front Upper A-arm Geometry
Front_Aarm_Up_Inclination = 0;      %A-arm Lateral View Inclination
Front_Aarm_Up_Length = 0.1983;     %A-arm Length

%Front Lower A-arm Geometry
Front_Aarm_Low_Inclination = 0;     %A-arm Lateral View Inclination
Front_Aarm_Low_Length = 0.2887;    %A-arm Length

%Shock Absorber Position
Front_Shock_Position =[-0.7464 0.4456 -0.2805];
Front_Shock_Position_Right =[-0.7464 -0.4456 -0.2805];

%-----Front Steering-----

%Uprigth Steering
Steering_Arm_to_Uprigth = 0.0466;  %Heigth from lower Uprigth ball to steering arm
Steering_Arm_Length = 0.0538;      %Steering Arm Length
Ackarman_Angle = 0;                 %Ackarman Angle (deg)

%Steering Arm and Steering Box
Rack_Length = 0.287*2;              %Rack Length
TieRod_Length = 0.2665;             %Tie Rod Length
Rack_Position = [0.6887 0 0.140];   %Rack Central Position

%Anti-Roll Bar
ARB_Length_Front = 1.1;             %ARB Length
ARB_Arm_Length_Front = 0.050;      %ARB Lever Length
ARB_Pushrod_Length_Front = 0.20;   %ARB Push Rod Length
```

```

ARB_Position_Front = [+0.7342+ARB_Arm_Length_Front 0 0.1069];

%-----Rear Suspension-----//

%Rear Shock Absorber
K_Fox_Rear = 17993.41;           %Spring Coefficient (N/m)

%Front A-arms Position
Rear_Aarm_Up_Location = [0.8293 0.3427 -0.2551];
Rear_Aarm_Up_Location_Right = [0.8293 -0.3427 -0.2551];
Rear_Aarm_Low_Location = [0.8168 0.2701 -0.116];
Rear_Aarm_Low_Location_Right = [0.8168 -0.2701 -0.116];

%Rear Upper A-arm Geometry
Rear_Aarm_Up_Inclination = 3.2;   %A-arm Lateral View Inclination
Rear_Aarm_Up_Length = 0.1971;    %A-arm Length

%Rear Lower A-arm Geometry
Rear_Aarm_Low_Inclination = 0;    %A-arm Lateral View Inclination
Rear_Aarm_Low_Length = 0.2815;   %A-arm Length

%Shock Absorber Position
Rear_Shock_Position =[0.8168 0.45 -0.315];
Rear_Shock_Position_Right =[0.8168 -0.45 -0.315];

%-----Rear Steering-----

%Uprighth Steering
Rear_Steering_Arm_to_Uprighth = Steering_Arm_to_Uprighth; %Heigth from lower Uprighth ball
to steering arm
Rear_Steering_Arm_Length = Steering_Arm_Length;           %Steering Arm Length
Ackarmman_Angle_Rear = 0;                                  %Ackermann Angle

%Steering Arm and Steering Box
Rear_Steering_Arm = 47.9;           %Comprimento do tirante da direção(mm)

Rear_Arm_Longitudinal_Position = Rear_Wheel_Base - Steering_Arm_Length *
cos(Ackarmman_Angle);
Rear_Arm_Width = Rear_Pickup_Width/2;
Rear_Arm_Heigth = 0;

Rack_Length_Rear = 0.266*2;
TieRod_Length_Rear = 0.2818;
Rack_Position_Rear = [-0.7713 0 0.140];

% _____ ARB _____
ARB_Length_Rear = 1;           %ARB Length
ARB_Arm_Length_Rear = 0.050;  %ARB Lever Length
ARB_Pushrod_Length_Rear = 0.20; %ARB Push Rod Length

ARB_Position_Rear = [-0.8293-ARB_Arm_Length_Rear 0 0.1069];

% _____ Wheels _____ -
WheelRadius = 0.2286;
Tire_Stiffness = 10000;

```

8. Anexo B

O seguinte *Script* foi utilizado para tratar os dados referentes aos ensaios do pneumático selecionado. O principal objetivo deste *script* é a criação de gráficos utilizando a informação de cada ciclo de testes. Os ciclos de testes são obtidos através dos intervalos de tempo previamente criados num ficheiro Excel e, é utilizado um filtro para analisar apenas a informação que corresponde à variação negativa do ângulo de escorregamento lateral (*Slip Angle*)

```
%This Script uses the time table defined in excel of the tire data test to
% produce graphical information about the tire test performe by Calspan

clear all
load('TTC_Tratamento_V3.mat');
P_t = [8 12];
IA_t = [0 1 2 3 4];
FZ_t = [50 100 150 200 250];
n = length(P_t);
m = length(IA_t);
l = length(FZ_t);
Index_Order = 0;

%Conversions
Pound2Newton = 4.44822162;
Lbft2Nm = 1.35582;

hold on
for i = 1:n
    for o = 1:m
        for u = 1:l
            %Looks for the index of excel variables i,o or u
            ET_t_Index = find(P_Time == P_t(i) & IA_Time == IA_t(o) & FZ_Time ==
FZ_t(u));

            %Looks for the initial and final time of each test cycle
            ET_Start = ETInicial(ET_t_Index,:);
            ET_Finish = ETFinal(ET_t_Index,:);

            %Looks for the Time index of the corresponding test cycle

            ET_Start_TTC_Index = find(round(ET(:,1)) == round(ET_Start),1);
            ET_Finish_TTC_Index = find(round(ET(:,1)) == round(ET_Finish),1);

            %defines the time in seconds of the test cycle
            ET_Time_Start = ET(ET_Start_TTC_Index,1);
            ET_Time_Finish = ET(ET_Finish_TTC_Index,1);

            %Counter
            Index_Order = Index_Order + 1;

            %Creates a list with the values of pressure, camber angle and
            %force of each test cycle

            Index_List(Index_Order,:) = [P_t(i) IA_t(o) FZ_t(u)
            ET_Start_TTC_Index ET_Finish_TTC_Index];

        end
    end
end
```

```

%      %Runs every single camber angle data for a defined pressure and
%      Normal Force
%
%      P_Desejada = P_t(2);           %Pressão = 12
%      FZ_Desejada = FZ_t(5);        %FZ = 200
%      IA_Desejada = IA_t(2);
%
%      Run_Index = find( Index_List(:,1) == P_Desejada & Index_List(:,2) ==
IA_Desejada & Index_List(:,3) == FZ_Desejada);
%
%plot(ET(Index_List(Run_Index,4):Index_List(Run_Index,5)),SA(Index_List(Run_Index
,4):Index_List(Run_Index,5)));
%
%      SA_Max = max(SA(Index_List(Run_Index,4):Index_List(Run_Index,5)));
%      SA_Min = min(SA(Index_List(Run_Index,4):Index_List(Run_Index,5)));
%      aa =Index_List(Run_Index,4);
%      bb =Index_List(Run_Index,5);
%      start = find(SA(aa:bb) == SA_Max)+aa;
%      finish =find(SA(aa:bb) == SA_Min)+aa;
%
%      figure(1);
%      %plot(ET(start:finish),SA(start:finish))
%      num2str(Index_List(Run_Index,3)*Pound2Newton)
%      title('Deformação do Pneu');
%      xlabel('SA (Deg)');
%      ylabel('Deformação ao carregamento (cm)');
%      hold on
%      Index_List(Run_Index,2)
%      %txt = ['IA=',num2str(Index_List(Run_Index,2))];
%      %plot(SA(start:finish),FY(start:finish)*Pound2Newton,'DisplayName',
txt,'LineWidth',2)
%      plot(SA(start:finish),RL(start:finish))
%      %plot(SA(start:finish),MZ(start:finish))
%      %      pneumatic_trail =
(MZ(start:finish)*Lbft2Nm)./(FY(start:finish)*Pound2Newton);
%      %      plot(SA(start:finish),pneumatic_trail)
%      %      raio_medio = mean(pneumatic_trail)
%
%
%      hold off
%      legend show
%
% end

%-----
%-----

%This is used to try to calculate the vertical tire rate stiffness

%
% %Corer todos os valore de IA para uma determinada pressão e FX desejada
% for o = 1:l
%
%      Rg = (18*25.4/2)*0.001           %Raio do pneu(m)
%      P_Desejada = P_t(2);           %Pressão = 12
%      FZ_Desejada = FZ_t(5);        %FZ = 200
%      IA_Desejada = IA_t(1);
%
%      %Procura na Index_List, o index que corresponde à run desejada
%      Run_Index = find( Index_List(:,1) == P_Desejada & Index_List(:,2) ==
IA_Desejada & Index_List(:,3) == FZ_Desejada);
%
%plot(ET(Index_List(Run_Index,4):Index_List(Run_Index,5)),SA(Index_List(Run_Index
,4):Index_List(Run_Index,5)));
%
%      %Filtrar SA
%      %procura o valor maximo e minimo do SA da run desejada

```

```

% SA_Max = max(SA(Index_List(Run_Index,4):Index_List(Run_Index,5)));
% SA_Min = min(SA(Index_List(Run_Index,4):Index_List(Run_Index,5)));
%
% aa =Index_List(Run_Index,4);
% bb =Index_List(Run_Index,5);
% %Define o index de inicio e fim da run
% start = find(SA(aa:bb) == SA_Max)+aa;
% finish =find(SA(aa:bb) == SA_Min)+aa;
%
% SA_Linear_Min = find(round(SA(start:finish),1) == 1)+start;
% SA_Linear_Max = find(round(SA(start:finish),1) == -1)+start;
% SA_Zero = find(round(SA(start:finish),1) == 0)+start;
%
% Rl_SA_Zero = RL(SA_Zero)*0.01
% FZ_SA_Zero = -FZ_Desejada*Pound2Newton
%
% Ktire = FZ_SA_Zero./(Rg-Rl_SA_Zero)
%
% % figure(1);
% % plot(ET(start:finish),SA(start:finish))
% % num2str(Index_List(Run_Index,3)*Pound2Newton);
% % title('Deformação do Pneu');
% % xlabel('SA (Deg)');
% % ylabel('Deformação ao carregamento (cm)');
% % hold on
% % Index_List(Run_Index,2);
% % txt = ['IA=',num2str(Index_List(Run_Index,2))];
% %plot(FZ(SA_Zero:finish),RL(SA_Zero:finish)*Pound2Newton,'DisplayName',
txt,'LineWidth',2);
% %plot(RL(SA_Linear_Min:SA_Linear_Max),FZ(SA_Linear_Min:SA_Linear_Max))
%
% %plot(SA(start:finish),FZ(start:finish))
% % pneumatic_trail =
(MZ(start:finish)*Lbft2Nm)./(FY(start:finish)*Pound2Newton);
% % plot(SA(start:finish),pneumatic_trail)
% % raio_medio = mean(pneumatic_trail)
%
%
% hold off
% legend show
%
% end

%-----
%-----
%Produces graphical information of FyVsSA from every run
hold on
for i = 1:1
    for o = 1:1
        for u = 1:1
            %Selecionar os parametros a serem estudados
            %i=2;
            %o=1;
            %u=4;
            ET_t_Index =find(P_Time == P_t(i) & IA_Time == IA_t(o) & FZ_Time ==
FZ_t(u));
            %Procura o tempo de inicio e fim do ciclo pretendido da linha
selecionada
            ET_Start = ETInicial(ET_t_Index);
            ET_Finish = ETFinal(ET_t_Index,:);
            %Procura o intervalo de INDEX do TTC correspondente ao tempo do
ciclo desejado
            Index_Range = find(ET>ET_Start & ET<ET_Finish);

            %Indexa o valor de inicio e fim do ciclo

```

```

Index_Start = min(Index_Range);
Index_Finish = max(Index_Range);

Index_Order = Index_Order + 1
Index_List(Index_Order,:) = [i o u Index_Start Index_Finish]

% %Vai buscar o maximo e minimo do SA para obter apenas a fase linear
(fase
% %descendente)
a = max(SA(Index_Start:Index_Finish));
b = min(SA(Index_Start:Index_Finish));

% %Procura o nr de index do máximo e do minimo de SA

c =find(SA(Index_Start:Index_Finish) == a);
d =find(SA(Index_Start:Index_Finish) == b);

%Faz o grafico no intrevalo de SA pretendido
figure(1);

txt =
['IA=',num2str(Index_List(ET_t_Index,2)), 'FZ=',num2str(Index_List(ET_t_Index,3))]
;

plot(SA(c+Index_Start:d+Index_Start),FY(c+Index_Start:d+Index_Start), 'DisplayNAm
e', txt, 'linewidth',2)
title('FY Vs SA')
xlabel('SA (Deg)')
ylabel('FY (N)')
%legend({'IA = 0', 'IA = 1', 'IA = 2', 'IA = 3', 'IA =
4'}, 'location', 'southwest')
legend({'FZ = 50', 'FZ = 100', 'FZ = 150', 'FZ =
200'}, 'location', 'southwest')

%plot(SA(c+Index_Start:d+Index_Start),MZ(c+Index_Start:d+Index_Start))

%plot(ET(c+Index_Start:d+Index_Start),SA(c+Index_Start:d+Index_Start))
%set(gca, 'linewidth',2)
ax = gca;
ax.FontSize = 16;

end

end

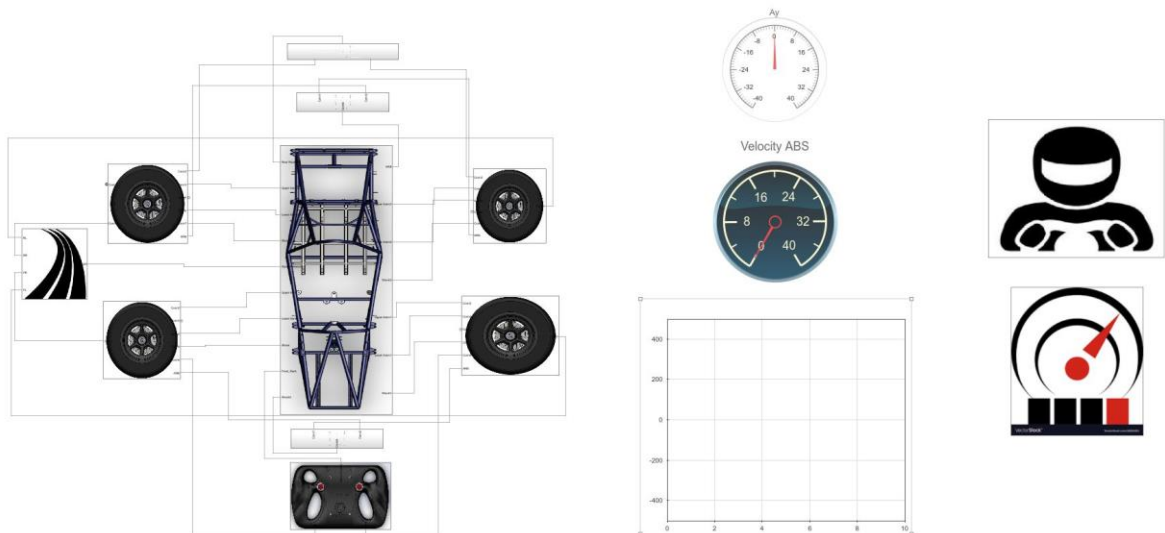
end
end

```

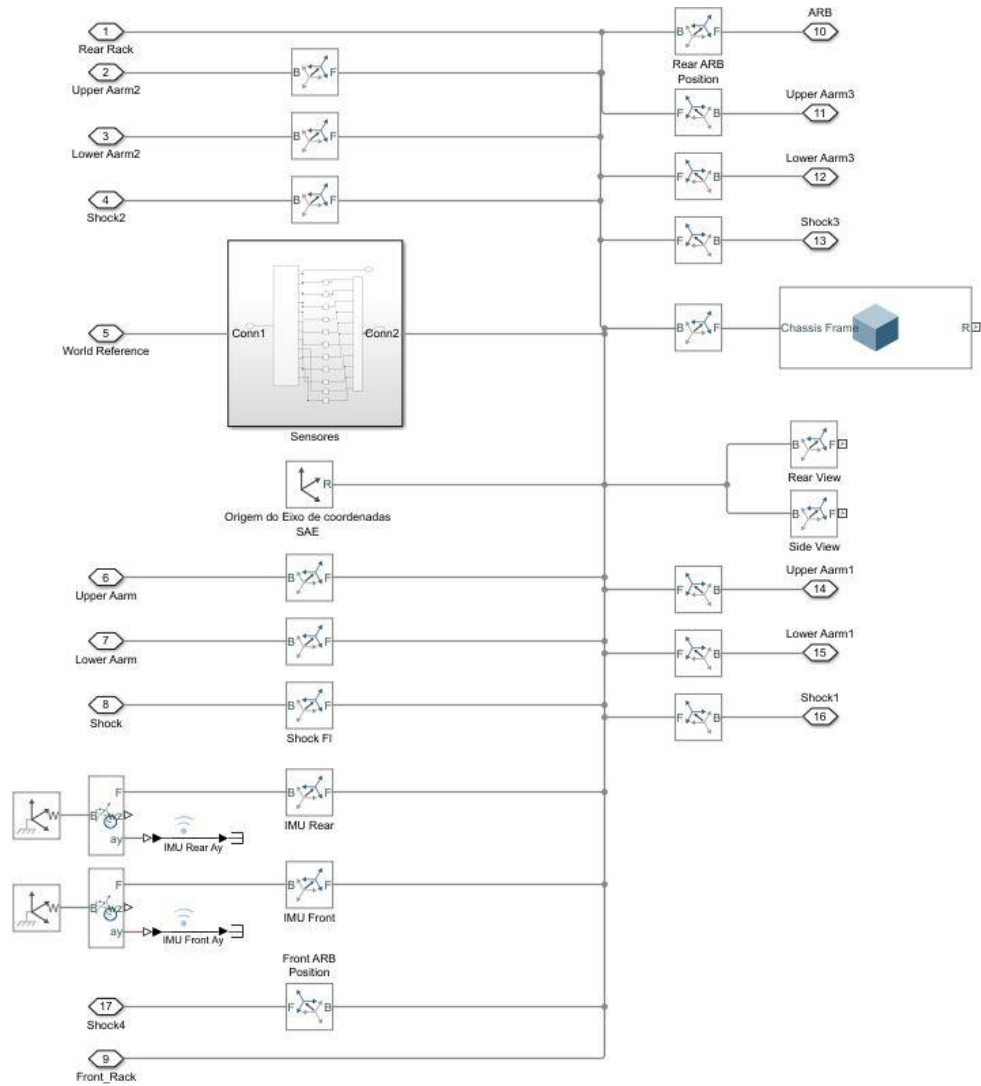
9. Anexo C

Na secção 5.2 foram expostos os componentes principais que constituem o modelo de veículo construído em Matlab Simulink. De seguida serão apresentadas figuras de todos os restantes sistemas.

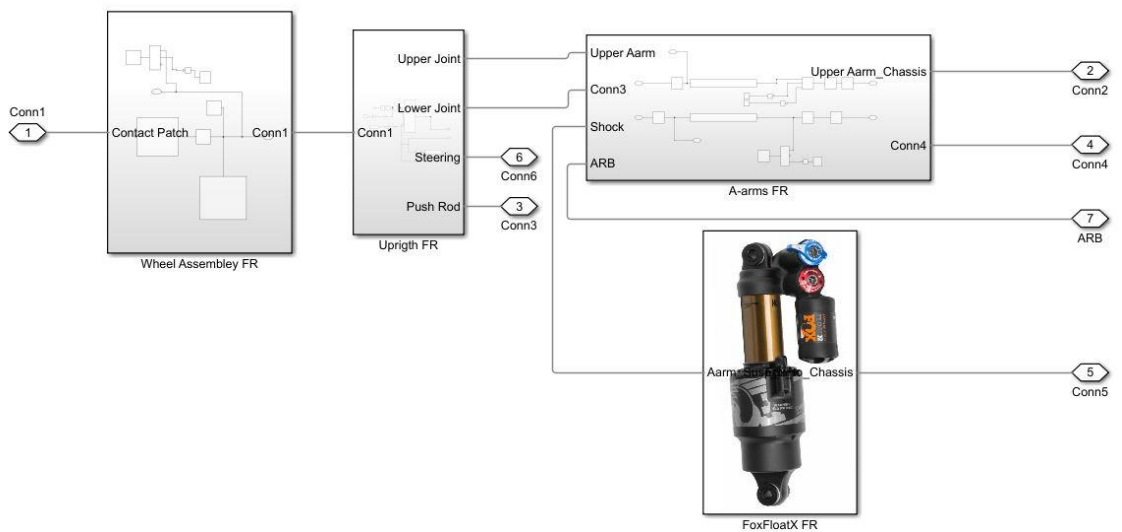
A seguinte figura mostra a página principal do modelo de veículo. Do lado esquerdo temos acesso a todos os componentes que compõem o veículo, chassis, suspensão, direção e, ao bloco onde o veículo interage com o solo. Do lado direito são apresentados dois blocos, o bloco superior é utilizado para inserir as manobras que o veículo deve fazer, o bloco inferior é onde todos os sensores do modelo são organizados. Os dois blocos centrais mostram informação gráfica de alguns sensores do veículo enquanto a simulação ocorre.



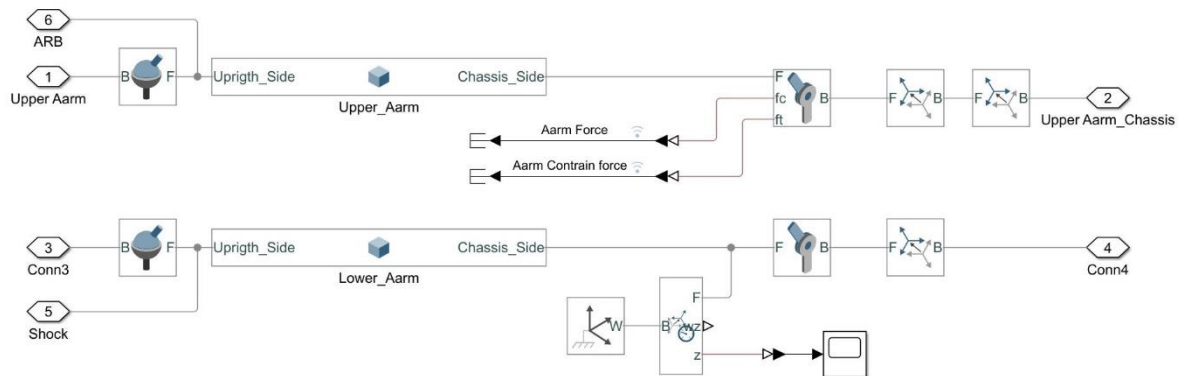
A seguinte figura mostra o bloco do chassis em detalhe, pode ser observado que é apenas constituído por um sólido que representa grande parte da massa suspensa do sistema. Existem um grande conjunto de blocos *Rigid Transform*, cujo objetivo é definir a localização espacial dos vários componentes da suspensão, direção, etc. Estes blocos estão associados às variáveis definidas no Anexo A.



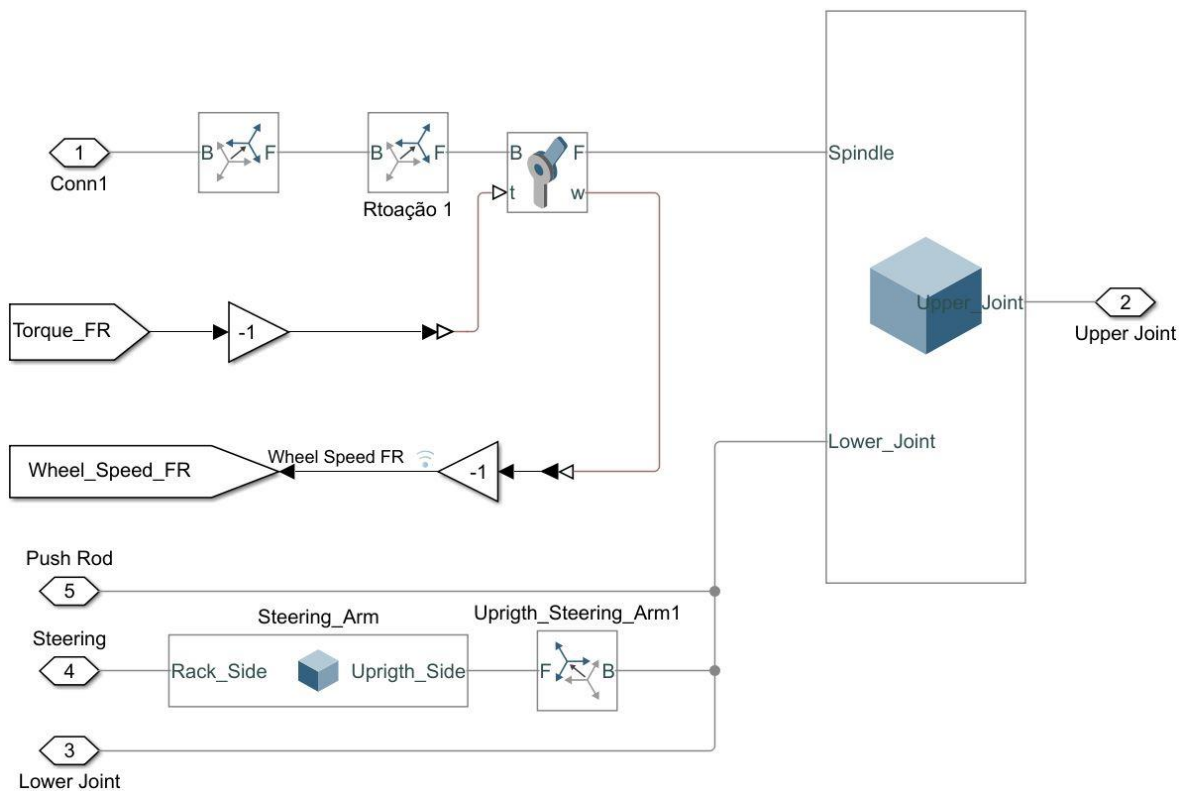
A próxima figura mostra o bloco da suspensão, nele estão contidos o amortecedor, os triângulos da suspensão, a manga de eixo e, a roda.



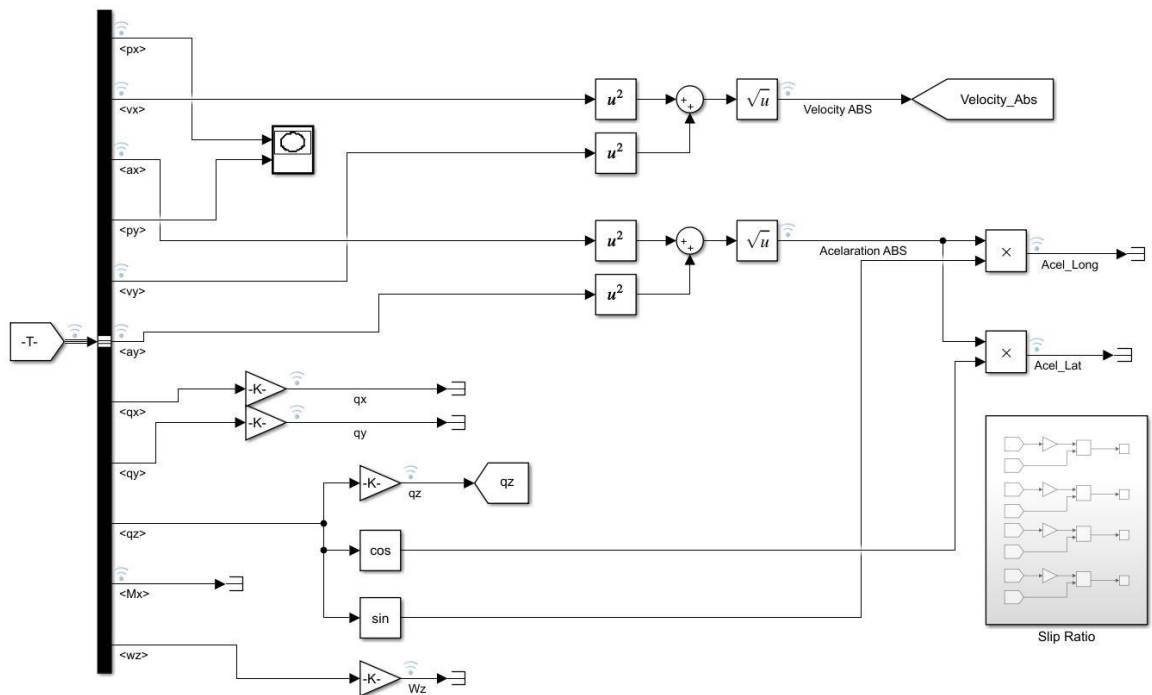
Os braços de suspensão são constituídos por dois sólidos e quatro articulações, duas para cada triângulo de suspensão. A articulação do lado do chassis (*Revolute Joint*) tem apenas um grau de liberdade (gdl) e, a sua posição é definida por blocos que permitem a sua rotação para garantir que os efeitos das propriedades “Antis” são parte do modelo. As duas restantes articulações têm 3 gdl de rotação para permitir que a manga de eixo se mova livremente quando a suspensão é comprimida e/ou a direção actuada.



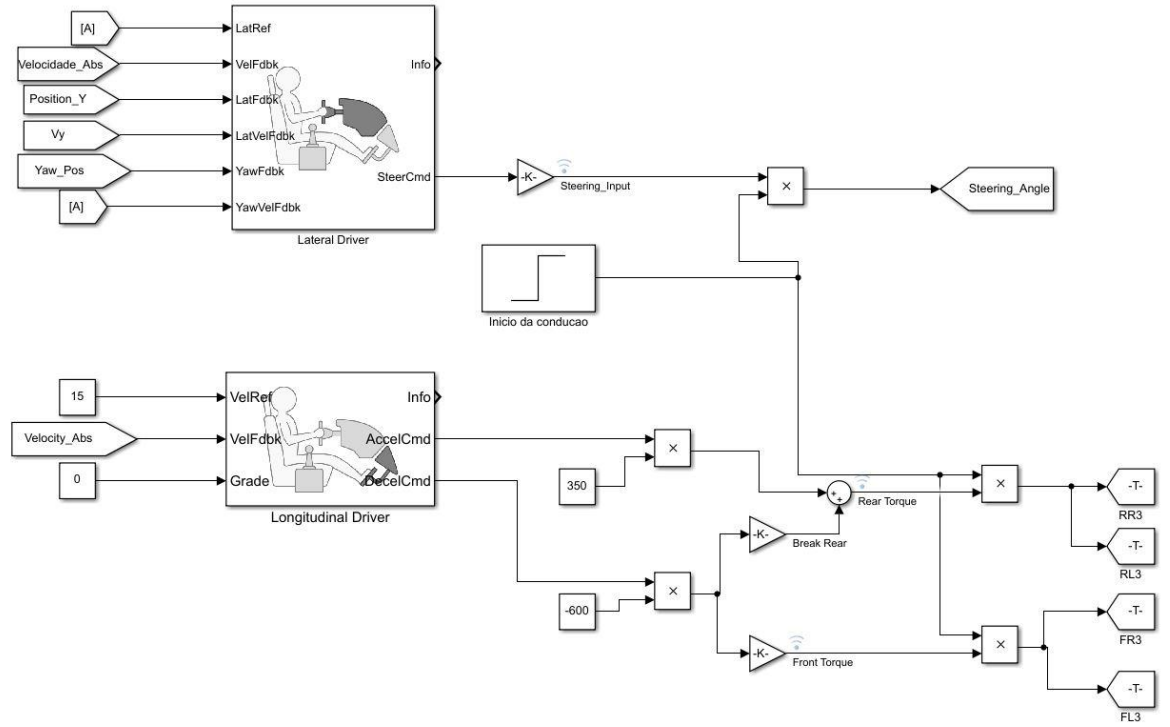
A manga de eixo é articulada com os triângulos da suspensão como previamente explicado e, utiliza uma articulação para permitir a rotação do pneumático. Esta articulação é utilizada como sensor para obter a velocidade de rotação da roda e, no eixo traseiro, é actuada por um binário com origem no controlador longitudinal do bloco de manobras. A manga de eixo é constituída por dois sólidos, a manga de eixo e, o tirante da direção. O último está associado à manga de eixo através de um bloco que permite a sua rotação para que a geometria de Ackarmman possa ser alterada através do script do Anexo A.



A figura seguinte mostra em detalhe o bloco onde os sensores são organizados. Os sensores chegam a este bloco através de uma linha BUS que os permite organizar e gerir da maneira mais eficiente. Todos os sensores são utilizados para avaliar o comportamento do veículo enquanto a simulação ocorre. Existe ainda um bloco que calcula o rácio do de escorregamento longitudinal de cada roda, para isso, a velocidade de rotação da roda é dividida pela sua velocidade de translação, tendo em conta o raio da roda, obtendo assim o rácio de escorregamento.



A figura seguinte mostra como as manobras do veículo são controladas. São utilizados dois blocos disponibilizados pelo Matlab, um controla a translação longitudinal (Longitudinal Driver) e o outro, a translação lateral (Lateral Driver). Os outputs destes blocos são utilizados para definir o ângulo de direção e, o binário transmitido às rodas. Quando o binário é positivo, este é apenas transmitido às rodas do eixo traseiro, quando é negativo, é utilizada a repartição de travagem anteriormente definida para calcular qual o valor do binário transmitido a cada roda.



10. Anexo D

O seguinte documento é um relatório automaticamente criado pelo software Lotus Shark, onde são discriminados todos os detalhes associados à geometria de suspensão obtida neste trabalho.

```

*****
10/08/19                               15:09:34
LOTUS SUSPENSION ANALYSIS v4.03
*****

FRONT SUSPENSION      FILENAME: ifs03a_Full_V4.shk

TYPE 1 Double Wishbone, damper to lower wishbone

      X           Y           Z
      (mm)        (mm)        (mm)
0.00      270.40      110.00  POINT ( 1) = Lower wishbone front pivot
150.00     270.40      110.00  POINT ( 2) = Lower wishbone rear pivot
75.00      557.60      139.60  POINT ( 3) = Lower wishbone outer ball joint
12.30      343.80      251.60  POINT ( 5) = Upper wishbone front pivot
162.10     343.80      242.20  POINT ( 6) = Upper wishbone rear pivot
90.50      528.70      318.60  POINT ( 7) = Upper wishbone outer ball joint
75.00      557.60      139.60  POINT ( 8) = Damper wishbone end
75.00      445.10      280.10  POINT ( 9) = Damper body end
132.70     548.20      185.42  POINT (11) = Outer track rod ball joint
132.70     285.57      139.98  POINT (12) = Inner track rod ball joint
75.00      445.10      280.10  POINT (16) = Upper spring pivot point
75.00      557.60      139.60  POINT (17) = Lower spring pivot point
82.70      548.20      229.10  POINT (18) = Wheel spindle point
82.70      590.00      230.20  POINT (19) = Wheel centre point
4030.00    440.00      195.00  POINT (20) = Part 1 C of G
4170.00    520.00      450.00  POINT (21) = Part 2 C of G
4230.00    525.00      220.00  POINT (22) = Part 3 C of G
4130.00    720.00      275.00  POINT (23) = Part 4 C of G

      STATIC VALUES
      CAMBER ANGLE (deg):      -1.51
TOE ANGLE (SAE) (+ve TOE IN) (deg):  0.00
TOE ANGLE (PLANE OF WHEEL) (deg):  0.00
      CASTOR ANGLE (deg):      4.95
      CASTOR TRAIL (HUB TRAIL) (mm):  0.15
      CASTOR OFFSET (mm):      19.64
      KINGPIN ANGLE (deg):      9.17
      KINGPIN OFFSET (AT WHEEL) (mm):  47.03
      KINGPIN OFFSET (AT GROUND) (mm): 16.15
      MECHANICAL TRAIL (mm):     19.57
      ROLL CENTRE HEIGHT (mm):   58.88

      GENERAL DATA VALUES
      TYRE ROLLING RADIUS (mm):   228.60
      WHEELBASE (mm):           1560.00
      C OF G HEIGHT (mm):       300.00
      BREAKING ON FRONT AXLE (%) : 60.00
      DRIVE ON FRONT AXLE (%)  :  0.00
      WEIGHT ON FRONT AXLE (%)  : 45.00
      OUTBOARD FRONT BRAKES:
      OUTBOARD REAR BRAKES:
      INDEPENDENT FRONT SUSPENSION:
      INDEPENDENT REAR SUSPENSION:
      RACK TYPE STEERING ARTICULATION:

      RUN DETAILS
      FULL MODEL:
      BUMP TRAVEL (mm):          34.00      INCREMENT (mm):      20.00
      REBOUND TRAVEL (mm):       36.00      INCREMENT (mm):      20.00
      ROLL ANGLE (deg):           3.00      ROLL INCREMENT (deg): 0.50
      STEERING TRAVEL (mm):      30.00      STEERING INCREMENT (mm): 5.00

*****
10/08/19                               15:09:34
LOTUS SUSPENSION ANALYSIS v4.03
*****

REAR SUSPENSION      FILENAME: ifs03a_Full_V4.shk

TYPE 6 Double Wishbone, damper to upper wishbone

      X           Y           Z
      (mm)        (mm)        (mm)
1563.20    270.10      116.00  POINT ( 1) = Lower wishbone front pivot
1713.20    270.10      116.00  POINT ( 2) = Lower wishbone rear pivot
1638.20    550.60      139.94  POINT ( 3) = Lower wishbone outer ball joint
1575.80    342.70      250.94  POINT ( 5) = Upper wishbone front pivot
1725.60    342.70      259.34  POINT ( 6) = Upper wishbone rear pivot
1647.10    529.10      319.14  POINT ( 7) = Upper wishbone outer ball joint
1639.20    550.60      139.94  POINT ( 8) = Damper wishbone end
1638.20    409.40      251.54  POINT ( 9) = Damper body end
1592.70    548.20      185.42  POINT (11) = Outer track rod ball joint
1592.70    270.10      140.00  POINT (12) = Inner track rod ball joint
1638.20    409.40      251.54  POINT (16) = Upper spring pivot point
1638.20    550.60      139.94  POINT (17) = Lower spring pivot point
1642.70    539.90      229.54  POINT (18) = Wheel spindle point
1642.70    580.00      230.24  POINT (19) = Wheel centre point
10051.00   440.00      112.19  POINT (20) = Part 1 C of G

```


12. Anexo F

O Script que se segue foi utilizado para fazer a análise do modelo simplificado em frequência e, posteriormente foi utilizado para encontrar o fator de amortecimento no regime de alta velocidade.

```

clear all;
clc;

Optimiser = 1; %Fazer a otimização (1) não fazer (0)
Graficos = 1; %Fazer Gráficos (1) não fazer(0)
Graficos_Suspensao = 2; %Fazer graficos da suspensao frontal(1)
traseira(2)

Ms = [51.7 65.61];
Mu = [15.35 16.34];%15.35

%cs = [100 500 1000 1698] ;
%epsilon = [0.7];
epsilon = 0.1:0.1:0.9; %Sistema com/sem amortecimento
%epsilon = 0;
n =length(epsilon);

Ks = [13937.1 21401.2];
Ku = [113000 113000];

W = 0:0.5:120

% Suspensão Frontal
hold on
for m = 1:2
for i = 1:n

e = Ms(m)/Mu(m);
Ws = sqrt(Ks(m)/Ms(m));
Wu = sqrt(Ku(m)/Mu(m));
Alpha = Ws/Wu;
r = W/Ws;

Epsilon = epsilon(i);
Z1 =(r.^2.*(r.^2.*Alpha.^2-1)+(1-(1+e).*r.^2.*Alpha.^2));
Z2 = 2*Epsilon.*r.*(1-(1+e).*r.^2.*Alpha.^2);

y2 = (4*Epsilon.^2.*r.^2+1)./(Z1.^2+Z2.^2); %Deslocamento
Massa Suspensa
T2 = (4*Epsilon.^2.*r.^2+1+r.^2.*(r.^2-2))./(Z1.^2+Z2.^2); %Deslocamento
Massa não suspensa
N2 = r.^4./(Z1.^2+Z2.^2); %Deslocamento
diferença massa suspensa e nao suspesa

y1 = sqrt(y2); %Xs
T1 = sqrt(T2); %Xu
N1 = sqrt(N2); %Xs-Xu
U1 = r.^2.*Alpha.^2.*y1; %Absolute acceleration of sprung mass
V1 = r.^2.*Alpha.^2.*T1;

```

```

Whz = (1/(2*pi()))* W; %Conversão de radianos para Hz
Whz_Initial = (1/(2*pi()))* min(W);
Whz_Final = (1/(2*pi()))* max(W);
Whz_Intreval = round(Whz_Final-Whz_Initial,0);
Cross = Ws*sqrt(2);

    if Optimiser == 1 & m ==1

        Z35 = Alpha.^2.*(1+e)+1;
        Z36 = 4.*Alpha.*sqrt(1+e);
        Z37 = 2.*Alpha.^2.*(1+e)+1;

        Epsilon_Desejado = (sqrt(Z35)./Z36)*sqrt(sqrt(Z37.^2-
8.*Alpha.^2)+Z37-((8.*Alpha.^2)./Z35))

    end

    if m ==1 & Graficos == 1 & Graficos_Suspensao == 1
figure(1)
title('Massa Suspensa');
xlabel('Frequência (HZ)');
ylabel('Xs/Y');
hold on
epsilon;
txt = ['FA=', num2str(Epsilon)];
plot(Whz, y1, 'DisplayName', txt, 'LineWidth', 2);
legend Show

figure(2)
title('Massa não Suspensa');
xlabel('Frequência (HZ)');
ylabel('Xu/Y');
hold on
epsilon;
txt = ['FA=', num2str(Epsilon)];
plot(Whz, T1, 'DisplayName', txt, 'LineWidth', 2);
legend Show

figure(3)
title('Aceleração Massa Suspensa');
xlabel('Frequência (HZ)');
ylabel('d^2(Zs)/(Y*wu^2)');
hold on
epsilon;
txt = ['FA=', num2str(Epsilon)];
plot(Whz, U1, 'DisplayName', txt, 'LineWidth', 2);
legend Show

figure(4)
title('Aceleração Massa Não Suspensa');
xlabel('Frequência (HZ)');
ylabel('d^2(Xu)/(Y*wu^2)');
hold on
epsilon;

```

```
txt = ['FA=', num2str(Epsilon)];
plot(Whz, V1, 'DisplayName', txt, 'LineWidth', 2);
legend Show

figure(6)
title('Desplacement betwen sprung mass and unsprung mass');
xlabel('Frequência (HZ)');
ylabel('Z/Y');
hold on
epsilon;
txt = ['FA=', num2str(Epsilon)];
plot(Whz, N1, 'DisplayName', txt, 'LineWidth', 2);
legend Show

display('Gráficos da suspensão Traseira');

elseif m == 2 & Graficos == 1 & Graficos_Suspensao ==2
figure(7)
title('Massa Suspensa');
xlabel('Frequência (HZ)');
ylabel('Xs/Y');
hold on
epsilon;
txt = ['FA=', num2str(Epsilon)];
plot(Whz, y1, 'DisplayName', txt, 'LineWidth', 2);
legend Show

figure(8)
title('Massa não Suspensa');
xlabel('Frequência (HZ)');
ylabel('Xu/Y');
hold on
epsilon;
txt = ['FA=', num2str(Epsilon)];
plot(Whz, T1, 'DisplayName', txt, 'LineWidth', 2);
legend Show

figure(9)
title('Aceleração Massa Suspensa');
xlabel('Frequência (HZ)');
ylabel('d^2(Zs) / (Y*wu^2)');
hold on
epsilon;
txt = ['FA=', num2str(Epsilon)];
plot(Whz, U1, 'DisplayName', txt, 'LineWidth', 2);
legend Show

figure(10)
title('Aceleração Massa Não Suspensa');
xlabel('Frequência (HZ)');
ylabel('d^2(Xu) / (Y*wu^2)');
hold on
epsilon;
txt = ['FA=', num2str(Epsilon)];
plot(Whz, V1, 'DisplayName', txt, 'LineWidth', 2);
legend Show

figure(11)
title('Desplacement betwen sprung mass and unsprung mass');
```

```

xlabel('Frequência (HZ)');
ylabel('Z/Y');
hold on
epsilon;
txt = ['FA=', num2str(Epsilon)];
plot(Whz,N1, 'DisplayName',txt, 'LineWidth',2);
legend Show
display('Gráficos da suspensão Traseira');

else
    display('error');
end

end
end
%
% m = 1;
%
% syms W;
% %W = 0:120;
% e = Ms(m)/Mu(m)
% Ws = sqrt(Ks(m)/Ms(m))
% Wu = sqrt(Ku(m)/Mu(m))
% Alpha = Ws/Wu
% r = W/Ws
% Epsilon = epsilon(i);
% Z1 = (r.^2.*(r.^2.*Alpha.^2-1)+(1-(1+e).*r.^2.*Alpha.^2))
% Z2 = 2*Epsilon.*r.*(1-(1+e).*r.^2.*Alpha.^2)
%
% y2 = (4*Epsilon.^2.*r.^2+1)./(Z1.^2+Z2.^2);
%Deslocamento Massa Suspensa
% T2 = (4*Epsilon.^2.*r.^2+1+r.^2.*(r.^2-2))./(Z1.^2+Z2.^2);
%Deslocamento Massa não suspensa
% N2 = r.^4./(Z1.^2+Z2.^2);
%Deslocamento diferença massa suspensa e nao suspesa
%
% y1 = sqrt(y2); %Xs
% T1 = sqrt(T2); %Xu
% N1 = sqrt(N2); %Xs-Xu
% U1 = r.^2.*Alpha.^2.*y1 %Absolute acceleration of sprung mass
% V1 = r.^2.*Alpha.^2.*T1;
%
% Whz = (1/(2*pi()))* W; %Conversão de radianos para Hz
%
%
% Su = rms(U1)
% Sn =rms(N1)

```

Referências

- Adams, H. (1993). *Chassis engineering*. New York.
- Caldas, F. (2013). *Projecto Suspensão Formula Student*. Instituto Superior de Engenharia de Lisboa.
- Course, S. (2011). Fundamental Vehicle Dynamics, (August), 1–12.
- Dixon, J. (2011). *The Shock Absorber Handbook*. *The Shock Absorber Handbook*.
<https://doi.org/10.4271/r-176>
- FSG. (2019). Formula Student Regulations. Retrieved from
<https://www.formulastudent.de/pr/news/details/article/rules-2019-v11-published/>
- Gaffney III, E. F., & Salinas, A. R. (2007). Introduction to Formula SAE[®] Suspension and Frame Design. *SAE International - Technical Papers*, (Paper Number: 971584).
<https://doi.org/10.4271/971584>
- Giaraffa, M., & Brisson, S. (n.d.). *Tech Tip: Springs & Dampers, Part One The Phantom Knowledge*. *Optimum G* (Vol. 6). Retrieved from
http://www.optimumg.com/docs/Springs&Dampers_Tech_Tip_1.pdf
- Giaraffa, M., & Brisson, S. (2017a). *Tech Tip: Spring & Dampers , Episode Four A New Understanding*. *OptimumG Technical Papers*. Retrieved from
http://www.optimumg.com/docs/Springs%26Dampers_Tech_Tip_4.pdf
- Giaraffa, M., & Brisson, S. (2017b). *Tech Tip: Springs & Dampers, Part Three*. *OptimumG Technical Papers*. Retrieved from
http://www.optimumg.com/docs/Springs%26Dampers_Tech_Tip_3.pdf
- Gillespie, T. D. (1992). *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. SAE International.
<https://doi.org/10.1016/b978-1-85617-749-8.00003-9>
- Happian-Smith, J. (2001). *An introduction to Modern Vehicle Design*. (Julian Happian-Smith, Ed.).
- Kasprzak, J. (n.d.). Understanding your Dampers, 1–25.
- Miliken, W. F., & Miliken, D. L. (1995). *Milliken & Milliken - Race Car Vehicle Dynamics* (First edit). Society of Automotive Engineers.
- Portal, R. (2013). *DEVELOPMENT OF VEHICLE COLLISION METHODOLOGIES*. Universidade Técnica

de Lisboa.

Reimpell, J., Stoll, H., & Betzler, J. (2001). *The Automotive Chassis: Engineering Principles* (Second Edi). Butterworth-Heinemann.

Reza N., J. (2014). *Vehicle Dynamics Theory an Aplication* (Second Edi). London: Springer.
<https://doi.org/10.1007/978-1-4614-8544-5>

Rijk, S. Van, & Raaijmakers, M. (2010). Optimization of the damper settings of the URE05e.

Shihady, D. (2006). *FSAE Damper Project*.

Smith, C. (1978). *Tune To Win by Carroll Smith* (First Edit). California: Aero Publishers, Inc.

Van Berkum, A. (2006). *Chassis and suspension design FS RTE02*. Technische Universiteit Eindhoven.
