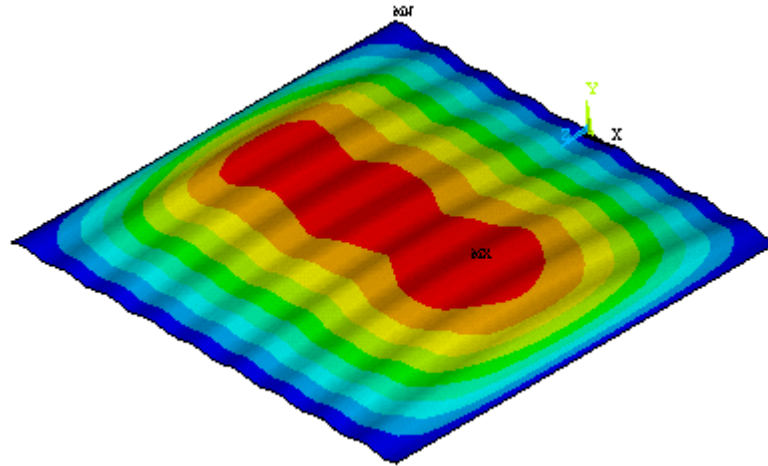




INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Departamento de Engenharia Mecânica

ISEL



Análise Estática e Dinâmica de Painéis Corrugados Construídos em Materiais Compósitos

DAVID JOSÉ GONÇALVES PINHEIRO
Licenciado em Engenharia Mecânica

Trabalho Final de Mestrado para obtenção do grau de Mestre
em Engenharia Mecânica

Orientadora:

Doutora Maria Amélia Ramos Loja

Júri:

Presidente: Doutor João Carlos Quaresma Dias

Vogais:

Doutor Aurélio Lima Araújo

Doutora Maria Amélia Ramos Loja

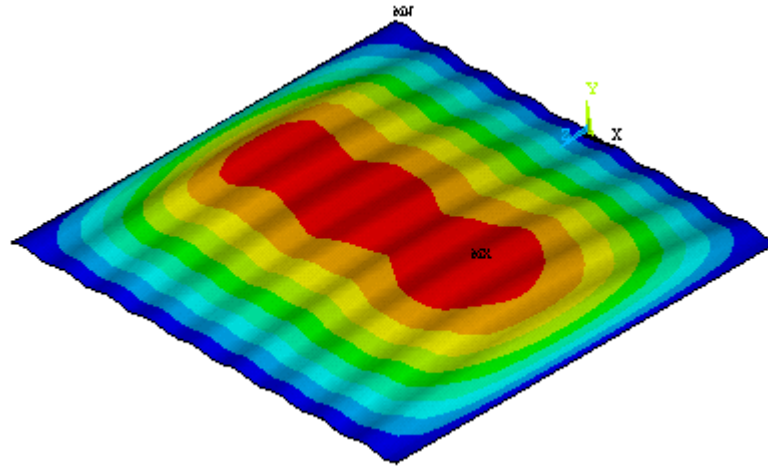
Dezembro de 2010



INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Departamento de Engenharia Mecânica

ISEL



Análise Estática e Dinâmica de Painéis Corrugados Construídos em Materiais Compósitos

DAVID JOSÉ GONÇALVES PINHEIRO
Licenciado em Engenharia Mecânica

Trabalho Final de Mestrado para obtenção do grau de Mestre
em Engenharia Mecânica

Orientadora:

Doutora Maria Amélia Ramos Loja

Júri:

Presidente: Doutor João Carlos Quaresma Dias

Vogais:

Doutor Aurélio Lima Araújo

Doutora Maria Amélia Ramos Loja

Dezembro de 2010

Índice

1	Introdução	13
1.1	Caracterização dos materiais compósitos.....	13
1.2	Tipos de materiais compósitos mais utilizados	15
1.3	Funções da matriz e das fibras	17
1.4	Vantagens dos materiais compósitos	17
1.5	Desvantagens dos materiais compósitos	21
2	Pesquisa Bibliográfica.....	22
3	Macro-Mecânica dos materiais compósitos	24
3.1	Equações constitutivas de uma lâmina.....	24
3.2	Introdução à mecânica dos materiais compósitos	27
3.2.1	Equações constitutivas da lâmina	27
3.2.2	Constantes de elásticas de materiais ortotrópicos	28
3.2.3	Caracterização de uma lâmina unidireccional	30
3.2.4	Transformação das componentes de tensão de deformação	31
3.2.5	Transformação dos coeficientes do material.....	32
3.2.6	Equações constitutivas do estado de tensão plana	33
3.3	Teoria clássica dos compósitos laminados (CLPT)	35
3.4	Teoria de deformação de corte de primeira ordem (FSDT).....	38
4	Casos de Estudo	44
4.1	Construção e validação do modelo.....	44
4.1.1	Validação da análise estática linear para um painel sinusoidal	44
4.1.2	Validação da análise de vibrações livres para um painel com corrugações sinusoidais.....	49
4.2	Influência de parâmetros geométricos e materiais no comportamento mecânico do painel com corrugações sinusoidais	50
4.2.2	Análise estática linear	54
4.2.3	Análise de vibrações livres	78
5	Conclusões e Desenvolvimentos Futuros.....	92
6	Bibliografia	93

Índice de Figuras

Figura 1 – Composição de um material compósito (adaptado de Mazumdar, 2002).	14
Figura 2 – Compósitos de fibras longas e fibras curtas (adaptado de Mazumdar, 2002).	14
Figura 3 - Propriedades de impacto de vários materiais utilizados em engenharia. Os compósitos de fibras longas apresentados possuem cerca de 60% de volume em fibra (Mazumdar, 2002).....	20
Figura 4 - Propriedades de impacto de materiais compósitos termoplásticos de fibras longas (LG) e fibras curtas (SG). A percentagem de volume de fibra encontra-se identificada no fim com 2 dígitos (Mazumdar, 2002).....	20
Figura 5 – Identificação das componentes de tensão (Reddy, 1997).....	26
Figura 6 – Sistema de coordenadas do laminado (x,y) e da lâmina (1,2) (ASM International, 2001).	31
Figura 7 – Lâmina no estado plano de tensões (Reddy, 1997).	33
Figura 8 – Geometria deformada e não deformada de um painel sob as condições da CLPT	36
Figura 9 – Resultantes das tensões e momentos (ASM International, 2001).	38
Figura 10 – Geometria deformada e não deformada da aresta de uma placa sob os pressupostos da FSDT (Reddy, 1997).....	39
Figura 11 – Painel corrugado de perfil sinusoidal (Peng, Liew e Kitipornchai, 2007).	45
Figura 12 - Representação de uma corrugação de um perfil sinusoidal	45
Figura 13 - Representação da secção transversal do painel de perfil sinusoidal	46
Figura 14 – Painel sinusoidal modelado em Ansys e com discretização efectuada (3843 nós).	47
Figura 15 - Deflexão ao longo da linha central $x=0,9m$	47
Figura 16 - Deflexão ao longo da linha central $x=0,9m$ (Peng, Liew e Kitipornchai, 2007).	48
Figura 17 - Deflexão ao longo da linha central $y=0,9m$	48
Figura 18 - Deflexão ao longo da linha central $y=0,9m$ (Peng, Liew e Kitipornchai, 2007).	49
Figura 19 – Representação do painel com os quatro bordos apoiados e seu sistema de coordenadas.	53
Figura 20 - Representação do painel com os quatro bordos encastrados e seu sistema de coordenadas.	53
Figura 21 - Representação do painel com dois bordos encastrados e dois apoiados e seu sistema de coordenadas.....	53
Figura 22 - Representação do painel com dois bordos encastrados e dois bordos livres e seu sistema de coordenadas.....	54

Figura 23 - Deflexão de um painel corrugado de perfil sinusoidal ao longo da linha média $x=0,9m$, com diferentes tamanhos de elemento.	55
Figura 24 - Distribuição das tensões da placa com orientação [0], Pa	57
Figura 25 - Distribuição das tensões da placa com orientação [15], Pa	58
Figura 26 - Distribuição das tensões da placa com orientação [30], Pa	58
Figura 27 - Distribuição das tensões da placa com orientação [45], Pa	59
Figura 28 - Distribuição das tensões da placa com orientação [60], Pa	59
Figura 29 - Distribuição das tensões da placa com orientação [75], Pa	60
Figura 30 - Distribuição das tensões da placa com orientação [90], Pa	60
Figura 31 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$ de uma placa corrugada de perfil sinusoidal de fibra de carbono com várias orientações diferentes.....	61
Figura 32 - Deflexão ao longo da linha central $y=0,9m$ de uma placa corrugada de perfil sinusoidal de fibra de carbono com várias orientações diferentes.	63
Figura 33 - Deflexão ao longo da linha central $x=0$, de um painel corrugado de perfil sinusoidal com orientações das fibras de 0 e 90°.	64
Figura 34 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$, de um painel corrugado de perfil sinusoidal com orientações das fibras de 0 e 60°.	65
Figura 35 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$, de um painel corrugado de perfil sinusoidal com orientações das fibras de 0 e 45°.	66
Figura 36 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$, de um painel corrugado de perfil sinusoidal com orientações das fibras de 0 e 15°.	67
Figura 37 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$ de uma placa corrugada de perfil sinusoidal construída em diferentes tipos de materiais.	69
Figura 38 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$ de uma placa de perfil sinusoidal de fibra de carbono, variando o tipo condição fronteira utilizado na análise.	70
Figura 39 – Identificação das variáveis numa corrugação sinusoidal.....	71
Figura 40 - Análise da deflexão ao longo da linha média $x=0m$ a uma placa corrugada de perfil sinusoidal em fibra de carbono, consoante a altura das corrugações.....	72
Figura 41 - Análise da deflexão ao longo da linha média $x=0m$ a uma placa corrugada de perfil sinusoidal em fibra de carbono, consoante o espaçamento das corrugações.....	73
Figura 42 – Identificação das variáveis numa corrugação trapezoidal	73
Figura 43 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$ de um painel corrugado com diferentes geometrias.....	74

Figura 44 - Deflexão ao longo da linha central $y=0,9m$ de um painel corrugado com diferentes geometrias.....	75
Figura 45 - Distribuição de tensões no painel de corrugação trapezoidal 30° [0], Pa	76
Figura 46 - Distribuição de tensões no painel de corrugação trapezoidal 45° [0], Pa	77
Figura 47 - Distribuição de tensões no painel de corrugação trapezoidal 60° [0], Pa	77
Figura 48 - Variação da frequência fundamental em função do número de nós.	78
Figura 49 - Comparação dos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal consoante o elemento utilizado.....	80
Figura 50 - Influência da orientação das fibras nos primeiros 10 modos de vibração livre de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.	81
Figura 51 - Influência do número de camadas com as orientações 0 e 90, nos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.	82
Figura 52 - Influência do número de camadas com as orientações 0 e 60, nos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.	83
Figura 53 - Influência do número de camadas com as orientações 0 e 45, nos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.	84
Figura 54 - Influência do número de camadas com as orientações 0 e 15, nos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.	85
Figura 55 - Comparação dos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal construída em diferentes tipos de material compósito.....	87
Figura 56 - Comparação dos primeiros 10 modos de vibração de uma placa sinusoidal de material compósito, com diferentes tipos de condições fronteira.	88
Figura 57 – Identificação das variáveis numa corrugação sinusoidal.....	88
Figura 58 - Variação da frequência fundamental, sob diferentes parâmetros geométricos.	89
Figura 59 – Identificação das variáveis de uma corrugação trapezoidal	90
Figura 60 - Variação da frequência por modo em função da geometria do painel.	91

Índice de Tabelas

Tabela 1 – Principais vantagens e desvantagens das fibras mais utilizadas.	16
Tabela 2 – Comparação dos valores obtidos na validação do modelo de análise de vibrações livres.	50
Tabela 3 – Propriedades mecânicas de três tipos de Prepegs (Material Properties Database, 2010).	52
Tabela 4 – Deflexão de um painel corrugado de perfil sinusoidal ao longo da linha média $x=0,9m$, com diferentes tamanhos de elemento.	55
Tabela 5 – Deflexão ao longo da linha central $x=0m$ de uma placa de perfil sinusoidal de fibra de carbono, variando o tipo de elemento utilizado na análise.	56
Tabela 6 – Deflexão ao longo da linha central $x=0m$ de uma placa corrugada de perfil sinusoidal de fibra de carbono com várias orientações diferentes.	61
Tabela 7 - Deflexão ao longo da linha central $y=0,9m$ de uma placa corrugada de perfil sinusoidal de fibra de carbono com várias orientações diferentes.	62
Tabela 8 – Deflexão ao longo da linha central $x=0m$, de um painel corrugado de perfil sinusoidal com orientações das fibras de 0° e 90°	64
Tabela 9 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$, de um painel corrugado de perfil sinusoidal com orientações das fibras de 0 e 60°	65
Tabela 10 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$, de um painel corrugado de perfil sinusoidal com orientações das fibras de 0 e 45°	66
Tabela 11 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$, de um painel corrugado de perfil sinusoidal com orientações das fibras de 0 e 15°	67
Tabela 12 – Deflexão ao longo da linha central $x=0m$ de uma placa corrugada de perfil sinusoidal construída em diferentes tipos de materiais.	68
Tabela 13 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$ de uma placa de perfil sinusoidal de fibra de carbono, variando o tipo condição fronteira utilizado na análise.	70
Tabela 14 – Análise da deflexão ao longo da linha média $x=0m$ a uma placa corrugada de perfil sinusoidal em fibra de carbono, consoante a altura das corrugações.	71
Tabela 15 - Análise da deflexão ao longo da linha média $x=0m$ a uma placa corrugada de perfil sinusoidal em fibra de carbono, consoante o espaçamento das corrugações.	72
Tabela 16- Deflexão ao longo da linha central $x=0m$ de um painel corrugado com diferentes geometrias.	74
Tabela 17 - Deflexão ao longo da linha central $y=0,9m$ de um painel corrugado com diferentes geometrias.	75

Tabela 18 – Variação da frequência fundamental em função do número de nós.	78
Tabela 19 – Comparação dos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal consoante o elemento utilizado.....	79
Tabela 20 - Influência da orientação das fibras nos primeiros 10 modos de vibração livre de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.	81
Tabela 21 – Influência do número de camadas com as orientações 0 e 90, nos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.	82
Tabela 22- Influência do número de camadas com as orientações 0 e 60, nos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.	83
Tabela 23 - Influência do número de camadas com as orientações 0 e 45, nos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.	84
Tabela 27 - Influência do número de camadas com as orientações 0 e 15, nos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.	85
Tabela 25 - Comparação dos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal construída em diferentes tipos de material compósito.....	86
Tabela 30 - Comparação dos primeiros 10 modos de vibração de uma placa sinusoidal de material compósito, com diferentes tipos de condições fronteira.	87
Tabela 31 - Variação da frequência fundamental, sob diferentes parâmetros geométricos.....	89
Tabela 32 – Variação da frequência por modo em função da geometria do painel.....	90

Agradecimentos

Aos meus pais pela oportunidade que me deram de frequentar um curso do ensino superior.

Aos meus colegas de curso, por todos os momentos vividos, todos os conhecimentos partilhados, todo o apoio, toda a amizade. Foram cinco anos muito bons!

À minha orientadora, por toda a ajuda que disponibilizou e pela paciência que demonstrou.

Em especial, à minha esposa pelo apoio, força e motivação que me transmitiu... sempre ao meu lado, nos bons e nos maus momentos.

Obrigado a todos!

Resumo

Os painéis corrugados têm cada vez maior aplicabilidade em engenharia. São frequentemente utilizados em estruturas *sandwich*, em telhados e têm muitas outras aplicações nas indústrias civil, mecânica, aeronáutica e naval.

Esta crescente aplicação deve-se ao facto de as suas corrugações conferirem maior rigidez ao painel devido ao aumento do rácio resistência/peso, evitando-se assim o recurso a reforços estruturais. Este facto, associado às características dos materiais compósitos laminados, que comparativamente com os materiais “tradicionais”, evidenciam uma relação rigidez/peso, bem como um comportamento mecânico; no mesmo sentido, contribui para uma potencial utilização deste tipo de solução, em variadíssimas situações na área das engenharias. Este tipo de painéis é particularmente adequado em situações de carga em que se verificam esforços de compressão e torção.

Com o presente trabalho, pretende-se efectuar um estudo de análise do comportamento mecânico, quer em termos de análise estática linear, quer de vibrações livres de um painel corrugado em material compósito, sendo analisadas várias variáveis, nomeadamente: o tipo de material, a geometria da corrugação, a sequência de empilhamento das camadas de fibra, entre outras.

Para este efeito, e após o enquadramento do tipo de problema que se possui, é utilizado o software comercial de análise por elementos finitos, *Ansys*[®].

Palavras-chave: placas corrugadas, materiais compósitos, teoria dos laminados, *Ansys*[®].

Abstract

Applications with corrugated plates are growing in the engineering field. They are frequently used in sandwich structures, roofing, and many other applications in the civil, mechanical, aeronautical and naval industries.

This increase application of corrugated plates is due to the increase of the strength/weight ratio because of the corrugations, avoiding the need of the use of structural stiffeners. This fact, in conjunction with the characteristics of the laminated composite materials, that comparatively with “traditional materials” evidence a relation stiffness/weight as well as the mechanical behavior, in the same way contributes to the potential usage of the this kind of solution in many situations of the engineering fields. This kind of panels is particularly adequate in load situations where compression and torsion loads are present.

With the present work, it is intended to perform an analysis of the mechanical behavior, in terms of static linear analysis and free vibration of the corrugated panel in composite material, being analyzed several variables such as the type material, the geometry of the corrugation, the layer sequence, among others.

To do so, and after the guidelines of the problem, it is used the commercial finite element analysis (FEA) software Ansys[®].

Keywords: corrugated panels, composite materials, laminated theory, Ansys[®].

Nomenclatura

C	Constante de rigidez
CLPT	Classic Laminated Plate Theory
E	Módulo de Elasticidade
FAA	Federal Aviation Administration
FEM	Finite Element Analysis
FSDT	First-order Shear Deformation Theory
G	Módulo de Corte
JAR	Joint Aviation Requirements
M	Metro
NVH	Noise Vibration Harshness
Pa	Pascal
S	Constante de flexibilidade
ε	Extensão
φ	Rotação
ν	Coefficiente de Poison
σ	Tensão

1 Introdução

Um material composto por dois ou mais materiais que em conjunto oferecem certas propriedades, como se de um só material se tratasse. Esta é a definição mais genérica de material compósito, que pode incluir entre outras, as ligas metálicas, os polímeros, etc.

Apesar de existirem diferentes tipos de materiais compósitos, é habitual uma associação imediata do termo *materiais compósitos*, aos chamados materiais compósitos reforçados por fibras. Estes diferem dos anteriores, a nível molecular e são mecanicamente separáveis (são imiscíveis do ponto de vista químico).

Pode-se então definir um material compósito como sendo um material constituído por dois ou mais materiais diferentes a nível molecular, mecanicamente separáveis e que quando unidos num só material se conjugam de forma a que as propriedades finais desse material sejam superiores às propriedades iniciais de cada um dos seus constituintes.

O recurso à combinação de diferentes materiais para a produção de um mais resistente, já é realizado à bastante tempo. Já no tempo dos egípcios se produziam tijolos feitos a partir de barro e reforçados com palhas no seu interior. Mais recentemente, começou-se a recorrer a barras de ferro para o reforço do cimento dos edifícios e pontes modernos, criando assim o betão armado. Actualmente, podemos encontrar compósitos de matriz reforçados por fibras na produção de estruturas das aeronaves, assim como em chassis de veículos desportivos ou mesmo em quadros de bicicletas, entre outras aplicações.

1.1 Caracterização dos materiais compósitos

Nos materiais compósitos laminados com reforço de fibra, uma matriz de resina é reforçada por fibras (ver Figura 1) ou partículas que conferem grande resistência ao conjunto. As fibras podem ser de três tipos, dependendo da aplicação pretendida e do método de fabricação: contínuas, longas ou curtas. As fibras contínuas e longas são usadas para aplicações estruturais e têm como principais métodos de fabrico a pultrusão, o enrolamento de fibras ou o assentamento de camada a camada, enquanto que as fibras curtas têm como principal método de fabrico a moldagem.

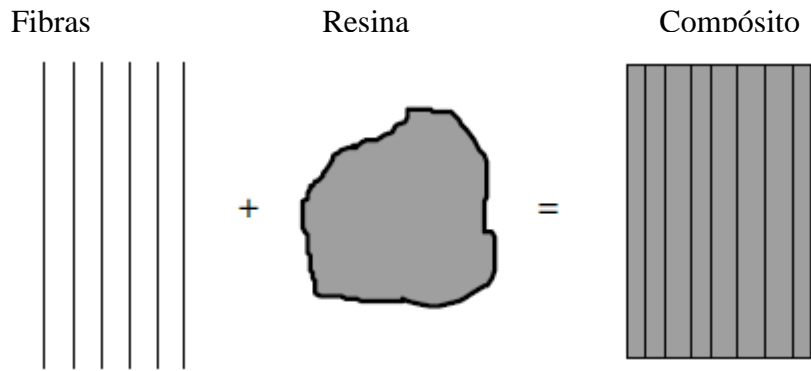


Figura 1 – Composição de um material compósito (adaptado de Mazumdar, 2002).

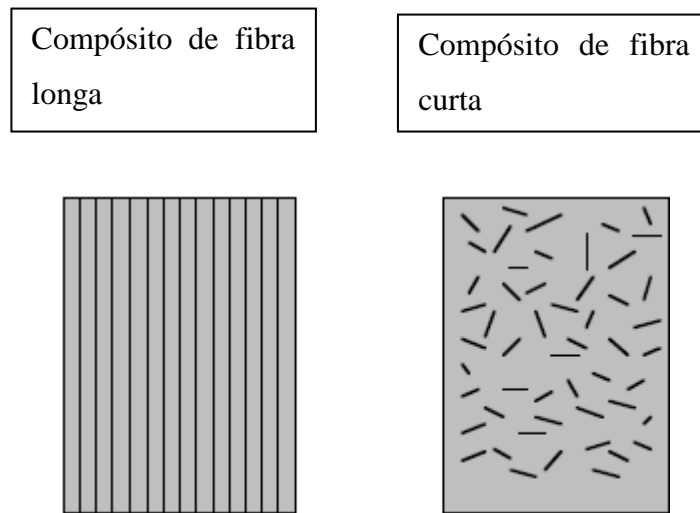


Figura 2 – Compósitos de fibras longas e fibras curtas (adaptado de Mazumdar, 2002).

As fibras de reforço podem ser de origem polimérica (fibra de carbono e vidro), cerâmica (fibras de boro e carboneto de sílica) ou metálica, ao passo que as matrizes mais utilizadas são essencialmente poliméricas, podendo ser também metálicas e cerâmicas. Apesar do presente trabalho focar-se principalmente em materiais compósitos de matrizes poliméricas, existem outros tipos de materiais compósitos como os de matrizes metálica ou cerâmica, com grande resistência mecânica e a altas temperaturas, mas pouco toleráveis quanto ao dano.

As propriedades finais do material compósito dependem bastante da forma como as fibras são depositadas. A fibra é o componente que maior percentagem do esforço carrega na sua direcção axial. Materiais compostos de fibras longas cujos esforços sejam transportados na sua direcção axial, superam largamente as propriedades da resina.

1.2 Tipos de materiais compósitos mais utilizados

A escolha do tipo de material deve ser efectuada consoante o tipo de aplicação pretendida e o método de produção. Nem todos os tipos de materiais utilizados poderão ser compatíveis com os métodos de produção necessários para obter determinada peça. Por exemplo, uma peça obtida através de moldagem por injeção, utiliza fibras curtas que não podem ser utilizados em peças manufacturadas por enrolamento ou mesmo pultrusão, métodos estes que exigem fibras contínuas.

Apesar dos vários tipos de materiais existentes e métodos de produção compatíveis, os materiais primários para a manufactura de compósitos, podem ser divididos em duas categorias: os termoendurecíveis e os termoplásticos. Os termoendurecíveis são aqueles que após a cura não podem ser refundidos. Os termoplásticos podem após a cura ser refundidos, e ser utilizados noutras formas, podendo de certo modo ser reutilizados. Cada um destes dois tipos base de materiais compósitos, terá as suas vantagens e desvantagens consoante o seu processo de fabrico, custos, reciclabilidade, armazenamento e desempenho. Apesar de tudo, e como já foi referido, a composição básica dos materiais compósitos será sempre a mesma: a matriz (resina) e os reforços (fibras).

As fibras são bastante importantes nos materiais compósitos uma vez que são eles que conferem grande parte da resistência ao composto. Consistem em pequenos filamentos de diferentes secções, semelhantes a um cabelo humano, tipicamente com diâmetros que podem variar entre 5 e 20 μm . Os reforços mais utilizados na produção de materiais compósitos são as fibras de vidro, carbono, aramídicas e de boro.

O diâmetro de uma fibra de vidro pode variar entre 5 a 25 μm , de uma fibra de carbono poderá ser entre 5 a 8 μm , de uma fibra aramídica ronda os 12,5 μm e de uma fibra de boro poderá rondar os 100 μm . Devido ao seu pequeno diâmetro, a fibra é flexível e facilmente se molda a várias formas.

Na Tabela 1 estão identificadas as principais vantagens e desvantagens das fibras mais utilizadas.

	Fibras de Vidro	Fibras de Carbono	Fibras Aramídicas	Fibras de Boro
Vantagens	<ul style="list-style-type: none"> - Resistente a fungos e humidade; - Boa resistência contra químicos; - Boa elasticidade; - Baixo custo. 	<ul style="list-style-type: none"> - Elevado módulo de elasticidade; - Baixa expansão térmica; - Resistência à fadiga e fluência; - Resistência à temperatura. 	<ul style="list-style-type: none"> - Resistência ao impacto; - Transparência ao radar e sonar; - Fácil de trabalhar. 	<ul style="list-style-type: none"> - Elevado módulo de elasticidade; - Elevada resistência à compressão; - Elevada dureza; - Resistência à temperatura.
Desvantagens	<ul style="list-style-type: none"> - Fadiga; - Baixo módulo de elasticidade. 	<ul style="list-style-type: none"> - Fraca resistência ao impacto; - Elevado custo. 	<ul style="list-style-type: none"> - Absorção de humidade; - Fraca resistência à compressão e flexão; - Difícil de cortar; - Atacado pela luz UV. 	<ul style="list-style-type: none"> - Formas de materiais limitadas; - Custo elevado; - Poucos fornecedores.

Tabela 1 – Principais vantagens e desvantagens das fibras mais utilizadas.

A matriz cobre todas as fibras protegendo as mesmas contra ataques químicos e do ambiente. Para que as fibras consigam transportar o máximo de carga possível, a matriz tem de possuir um módulo de elasticidade inferior e maior alongamento que as fibras de reforço. A selecção da matriz é feita com base nos requisitos de temperatura, químicos, eléctricos, flamabilidade, ambiente, custo, desempenho e produção. A matriz determina a temperatura máxima de serviço da peça, assim como o processo de fabrico associado à mesma. Existem dois tipos de resinas, as resinas termoendurecíveis (uma vez curadas já não podem ser refundidas) e as resinas termoplásticas (podem ser reutilizadas mesmo após a cura).

1.3 Funções da matriz e das fibras

Um material compósito é formado por uma resina (também designada por matriz) e uma fibra. Para melhor se compreender o comportamento de um material compósito, será necessária uma boa compreensão dos papéis da matriz e da fibra num material desta natureza.

As principais funções das fibras no composto são (Mazumdar, 2002):

- ✓ Suporte da carga; pode-se dizer que cerca de 70 a 90% da carga suportada por um material compósito é transportada pelas suas fibras;
- ✓ Assegurar rigidez, resistência, estabilidade térmica e outras propriedades estruturais dos materiais compósitos;
- ✓ Assegurar condutividade térmica ou isolamento consoante o tipo de fibra e aplicabilidade pretendidas.

Por outro lado, a matriz tem como funções (Mazumdar, 2002):

- ✓ Conferir a forma da estrutura;
- ✓ Transferir a carga para as fibras;
- ✓ Assegurar a coesão das fibras;
- ✓ Isolar as fibras para que cada uma possa agir separadamente. Esta característica dos materiais compósitos pode provocar o abrandamento ou mesmo a terminação da propagação de uma fractura;
- ✓ Conferir bom acabamento superficial à estrutura;
- ✓ Ajuda na produção de formas complexas;
- ✓ Protecção para as fibras contra ataques químicos ou mesmo desgastes provocados por acções mecânicas;
- ✓ Dependendo do tipo de material utilizado poderá conferir diferentes propriedades mecânicas como maior ou menor ductilidade, resiliência, etc..

1.4 Vantagens dos materiais compósitos

Cada vez mais os materiais compósitos são utilizados em estruturas onde o elevado desempenho e o baixo peso são necessários. Estes materiais oferecem várias vantagens quando comparados com os materiais tradicionalmente utilizados em aplicações de engenharia. Algumas dessas vantagens são enumeradas (Mazumdar, 2002):

- ✓ Os materiais compósitos devido aos seus processos de manufactura poderão ajudar a reduzir o número de peças soltas numa estrutura ao agrupar numa só peça, o que seriam várias peças, caso fossem manufacturadas num material tradicional (como um metal, por exemplo);
- ✓ Com a ajuda de sensores integrados na estrutura aquando da fase de produção, é possível monitorizar uma peça fabricada em material compósito em tempo real e de modo mais simples do que uma peça de um material tradicional. Esta característica é por vezes aplicada na indústria aeronáutica para monitorizar/prevenir danos provocados por fadiga no material. Estes materiais são muitas vezes apelidados de materiais inteligentes;
- ✓ Os materiais compósitos têm uma grande “rigidez específica” (razão entre a rigidez e a densidade). Os materiais compósitos conseguem oferecer a mesma rigidez de um material em aço, mas com um quinto do seu peso ou no caso do alumínio, com metade do seu peso;
- ✓ A “resistência específica” (razão entre resistência e densidade) de um material compósito é bastante elevada. Devido a isto, aeronaves e veículos automóveis podem movimentar-se mais rapidamente e com maior eficiência. Esta característica poderá ser cerca de 3 a 5 vezes superior aos materiais fabricados através de ligas de aço ou alumínio;
- ✓ A resistência à fadiga de um material compósito é superior à resistência das ligas de aço/alumínio. Estas ligas apresentam boa resistência à fadiga quando utilizadas/projectadas para trabalharem com 50% da sua tensão máxima estática. No caso dos materiais compósitos este valor sobe para cerca de 90%;
- ✓ Os materiais compósitos possuem uma grande resistência à corrosão. As ligas de aço e alumínio corroem na presença de água e ar e daí necessitarem de protecções de superfície. Como nos materiais compósitos a sua superfície exterior é de origem plástica, oferecem grande resistência à corrosão e aos ataques químicos;
- ✓ Este tipo de materiais oferece maior flexibilidade de projecto. Por exemplo, o coeficiente de expansão térmica destes materiais pode ser reduzido praticamente a zero consoante uma criteriosa escolha de materiais e sequência de empilhamento. Devido a isto, a sua estabilidade térmica é bastante superior;
- ✓ Pela sua maior flexibilidade na manufactura de peças, o tempo para produzir uma peça poderá ser bastante reduzido devido à eliminação de fases como a maquinagem de formas que poderão ser obtidas logo a partir do primeiro molde;
- ✓ Os compósitos oferecem boa resistência ao impacto como se pode verificar nas Figura 3 e Figura 4. Na Figura 3 verifica-se que os materiais compósitos de fibras longas de vidro e kevlar possuem maior resistência ao impacto que as ligas de aço e alumínio. Na Figura 4

são comparadas as propriedades ao impacto de materiais compósitos termoplásticos de fibras longas e curtas com o alumínio e o magnésio. Observa-se que os materiais de fibras longas possuem maior resistência ao impacto (três a quatro vezes superior) do que os de fibras curtas;

- ✓ As características de NVH¹ (*Noise, Vibration, Harshness*) são bastante melhores nos materiais compósitos que nos metais. Os compósitos amortecem melhor as vibrações de magnitude superior que os metais. Esta característica torna-os apetecíveis em aplicações na indústria aeronáutica e automóvel (por exemplo).
- ✓ Compósitos reforçados por fibras de vidro e aramidas, obedecem aos requisitos da FAA (*Federal Aviation Administration*) e JAR (*Joint Aviation Requirements*) no que respeita ao baixo fumo e toxicidade aquando da combustão. Por essa razão, são muito utilizadas no fabrico de painéis interiores da cabine das aeronaves;
- ✓ Os custos com as ferramentas para a produção destes tipos de materiais, pode ser mais baixo devido às baixas pressões e temperaturas utilizadas no seu fabrico. Isto oferece grande competitividade no que concerne aos custos de fazer alterações a uma peça, uma vez que, nos dias que correm o ciclo de vida do produto tende a ser cada vez menor devido às melhorias contínuas e concorrências.

¹ NVH é um termo muito utilizado na indústria automóvel e é definido pelo estudo e modificação do som e vibrações característicos de um veículo. A aspereza é uma característica mais subjectiva, estando relacionada com a percepção humana.

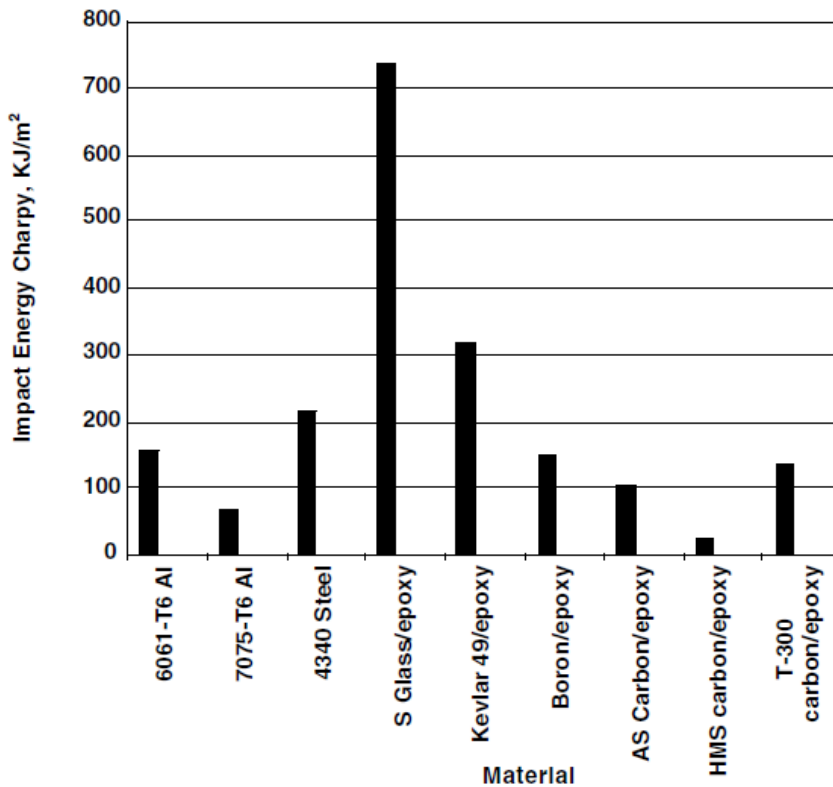


Figura 3 - Propriedades de impacto de vários materiais utilizados em engenharia. Os compósitos de fibras longas apresentados possuem cerca de 60% de volume em fibra (Mazumdar, 2002).

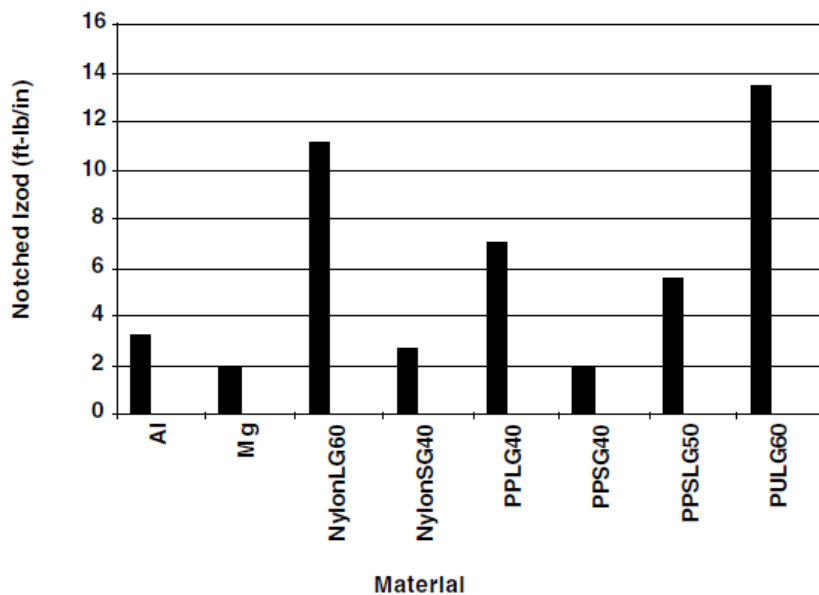


Figura 4 - Propriedades de impacto de materiais compósitos termoplásticos de fibras longas (LG) e fibras curtas (SG). A percentagem de volume de fibra encontra-se identificada no fim com 2 dígitos (Mazumdar, 2002).

1.5 Desvantagens dos materiais compósitos

Apesar do materiais compósitos oferecerem bastantes vantagens, também sofrem igualmente de algumas desvantagens como (Mazumdar, 2002):

- ✓ Os custos de um material compósito são bastante superiores aos custos das ligas de aço ou alumínio. O preço por Kg poderá ser de 5 a 20 vezes mais caro que os materiais tradicionais;
- ✓ No passado, os materiais compósitos foram utilizados na fabricação de peças de grande volume e com baixa cadência de produção. A falta de métodos de produção em grande escala dificulta a maior utilização deste tipo de materiais e conseqüentemente a diminuição do seu preço. Actualmente, já existem métodos que permitem aumentar o volume de produção como seja a pultrusão, a moldagem por injeção ou a moldagem por compressão;
- ✓ Métodos clássicos de produção de peças com metais dependem da maquinaria e do uso dos chamados livros de bolso. Grandes bases de dados de projecto estão disponíveis para os metais, enquanto que para os materiais compósitos ainda existe uma certa lacuna devido às suas próprias características;
- ✓ As temperaturas a que uma peça em material compósito resiste, dependem bastante da matriz utilizada. Devido à grande utilização de matrizes baseadas em polímeros, muitos dos materiais compósitos vêm-se limitados pelas propriedades térmicas dos plásticos;
- ✓ Alguns polímeros possuem baixa resistência ao ataque de solventes e químicos e de fracturas causadas por tensões;
- ✓ Os materiais compósitos podem ver a sua estabilidade dimensional afectada devido às suas características higroscópicas.

2 Pesquisa Bibliográfica

Luo e Suhling (1992), efectuaram um estudo analítico acerca da rigidez à flexão de um painel corrugado. São realizadas formulações para calcular os coeficientes de rigidez à flexão do painel equivalente que representa o painel corrugado, e depois comparados os resultados com outras expressões sugeridas por autores diferentes. Foram usados vários métodos para a modelação do painel corrugado incluindo modelações sinusoidais, elípticas e arco-tangente. Uma extensão da analogia de membrana foi usada para o cálculo do coeficiente de rigidez à torsão do painel corrugado.

Buannic, Cartraud e Quesnel (2003) aplicam um método de homogeneização periódica para a determinação das características de membrana e flexão pura de placas corrugadas. Este método requiere alguns desenvolvimentos na área dos elementos finitos, sendo então de mais fácil aplicação. O método estudado, permite a sua utilização em estruturas de materiais compósitos. No entanto, não permite a análise da rigidez transversal, de painéis *sandwich*, sendo usada uma aproximação alternativa baseada nos cálculos de flexão cilíndrica. Este estudo, permite a comparação de estruturas alveolares com as tradicionais estruturas reforçadas. Graças ao método apresentado, é possível determinar as características efectivas do painel recorrendo ao método Reisser-Mindlin. Permite assim a modelação de painéis alveolares, como sendo painéis homogéneos equivalentes, diminuindo com isto o tempo de cálculo necessário.

Chang *et al* (2005) desenvolveram uma análise de tensões compreensiva para painéis com núcleos corrugados. O efeito de parâmetros geométricos é analisado com várias condições fronteira, assim como são analisados os efeitos na resistência do painel. Alguns fenómenos não previstos foram observados em métodos experimentais, mas não encontrados em modelos numéricos. Com este estudo os autores concluem que as corrugações dos núcleos de painéis ensanduichados, devem ter o ângulo entre 45 e 70°, a relação entre a altura da corrugação e a espessura deverá ser cerca de 20 e a relação entre o comprimento da corrugação e a altura deverá ser entre 0,5 e 0,6.

Haldar e Sheikh (2005) fizeram uma análise de vibrações livres de um painel corrugado de materiais compósitos, utilizando um elemento triangular de grande precisão e deformável ao corte, modificado para a análise de vibrações livres de painéis corrugados. Este elemento tinha sido desenvolvido anteriormente por um dos autores. A performance do elemento foi testada com vários

problemas numéricos, que incluem diferentes condições fronteira, ângulo da corrugação, sequência de empilhamento e número de camadas. Os resultados obtidos são comparados com os resultados de diferentes fontes.

Peng, Liew e Kitipornchai (2007) estudaram a deformação elástica de placas reforçadas por corrugações e com reforços estruturais simples, recorrendo a um método sem malha Galerkin para efectuar o seu estudo. O painel corrugado foi tratado como se de um painel ortotrópico simples (sem corrugações) se tratasse, com diferentes propriedades à flexão em duas direcções perpendiculares. As propriedades à flexão equivalentes, foram estimadas através da aplicação de condições de curvatura constante, à placa corrugada. A placa corrugada é tratada como se de uma placa reforçada por vigas se tratasse. Ao impor a energia de deformação do painel ortotrópico e das vigas, assim como as condições de compatibilidade de deslocamento do painel e das vigas, obtém-se a matriz de rigidez da estrutura. Uma vez que não é necessária a discretização, não existe limite para a localização das vigas. Os autores comparam os resultados obtidos com os resultados do software *Ansys*[®] para demonstração da convergência de valores. Os mesmos autores voltam a utilizar o mesmo método para o cálculo de vibrações livres de um painel corrugado (Liew, Peng e Kitipornchai, 2009).

3 Macro-Mecânica dos materiais compósitos

Um corpo é homogéneo quando as suas propriedades são as mesmas em toda a sua extensão. Por outro lado, num corpo heterogéneo, as propriedades são função da posição.

Da mesma forma, um corpo anisotrópico possui diferentes propriedades em função da direcção em que são analisadas, ou seja, são dependentes da direcção. Não obstante, um corpo isotrópico possui as mesmas propriedades em qualquer que seja a direcção. Um material isotrópico ou anisotrópico pode ser considerado homogéneo ou não.

Um material é idealmente elástico quando o corpo recupera, em condições isotérmicas, a sua forma original quando removidas as forças que provocaram a deformação, e existe uma relação linear entre as tensões e as deformações. As relações constitutivas expostas nesta secção, não entram em conta com eventuais enrugamentos do material quando sujeitos a tensões constantes, nem relaxações das tensões quando sujeito a deformações constantes. Assim sendo, os coeficientes do material que especificam as relações constitutivas entre tensões e deformações, assumem-se constantes durante a deformação. Neste trabalho não serão tidos em conta eventuais efeitos da temperatura, ou seja, são consideradas condições isotérmicas (Reddy, 1997).

3.1 Equações constitutivas de uma lâmina

A lei de Hooke generalizada relaciona as nove componentes de tensão com as nove componentes da extensão como (Reddy, 1997):

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \quad (1)$$

Em que σ_{ij} representa as componentes de tensão de Cauchy, ε_{kl} representa as componentes de deformação infinitesimal e C_{ijkl} representa os coeficientes elásticos do material. O sistema da equação (1) contém 81 coeficientes elásticos do material. No entanto, devido à simetria entre σ_{ij} e σ_{ji} assim como ε_{kl} e ε_{lk} , tem-se que (Reddy, (1997)):

$$C_{ijkl} = C_{jikl}, C_{ijkl} = C_{ijlk} \quad (2)$$

Assim, passam a ser 36 os coeficientes elásticos. Para um material anisotrópico, o número de constantes independentes pode ser reduzida para 21. A equação (2) pode ser expressa na forma matricial apenas um índice para as componentes de tensões e deformações e dois índices para os coeficientes elásticos (Reddy, 1997):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{43} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Em que C_{ij} são os coeficientes elásticos e,

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_{11}, \sigma_2 = \sigma_{22}, \sigma_3 = \sigma_{33}, \sigma_4 = \sigma_{23}, \sigma_5 = \sigma_{13} \text{ e } \sigma_6 = \sigma_{12} \\ \varepsilon_1 &= \varepsilon_{11}, \varepsilon_2 = \varepsilon_{22}, \varepsilon_3 = \varepsilon_{33}, \varepsilon_4 = \varepsilon_{23}, \varepsilon_5 = \varepsilon_{13} \text{ e } \varepsilon_6 = \varepsilon_{12} \end{aligned}$$

Os dois índices das componentes C_{ij} derivam de C_{ijkl} através da simplificação dos índices:

$$11 \rightarrow 1; 22 \rightarrow 2; 33 \rightarrow 3; 23 \rightarrow 4; 13 \rightarrow 5; 12 \rightarrow 6$$

As resultantes C_{ij} são simétricas a C_{ji} . Assim, serão apenas 21 termos independentes, a soma das diagonais independentes da matriz $[C]$.

Quando existe simetria mútua entre três planos ortogonais, o número de coeficientes elásticos reduz-se para 9. Estes materiais dizem-se ortotrópicos. Para este tipo de materiais as relações entre tensões e extensões assumem a seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

As constantes elásticas C_{ij} , estão directamente relacionadas com as constantes de elásticas E_{ij} , ν_{ij} e G_{ij} , através de (Reddy, 1997):

$$\begin{aligned}
C_{11} &= E_1 \cdot \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{\Delta} \\
C_{12} &= E_1 \cdot \frac{\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23}}{\Delta} = E_2 \cdot \frac{\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13}}{\Delta} \\
C_{13} &= E_1 \cdot \frac{\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}}{\Delta} = E_3 \cdot \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{\Delta} \\
C_{22} &= E_2 \cdot \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{\Delta} \\
C_{23} &= E_2 \cdot \frac{\nu_{23} + \nu_{12}\nu_{31}}{\Delta} = E_3 \cdot \frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13}}{\Delta} \\
C_{33} &= E_3 \cdot \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{\Delta} \\
C_{44} &= G_{23}, C_{55} = G_{13}, C_{66} = G_{12} \\
\Delta &= 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}
\end{aligned} \tag{5}$$

Onde E_1 , E_2 e E_3 representam o módulo de elasticidade nas respectivas direcções do material 1, 2 e 3, ν_{ij} representa o coeficiente de Poisson definido como a razão da extensão transversal na j -ésima direcção para a extensão axial na i -ésima direcção, quando a solicitação se verifica na direcção i , $-\varepsilon_j/\varepsilon_i$ (para $\sigma_i = \sigma$ para o estado uniaxial) ($i, j = 1, 2, 3$). G_{12} , G_{13} e G_{23} representam os módulos de elasticidade transversal nos respectivos planos.

Adicionalmente verifica-se a seguinte relação:

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j}, i, j = 1, 2, 3 \tag{6}$$

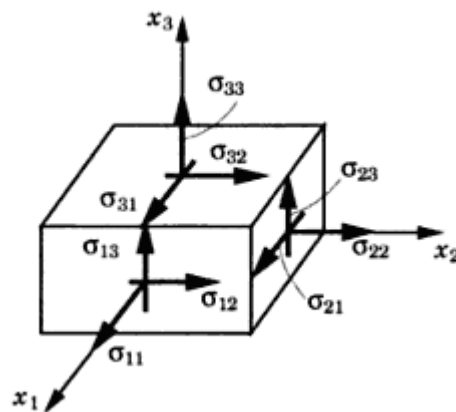


Figura 5 – Identificação das componentes de tensão (Reddy, 1997).

3.2 Introdução à mecânica dos materiais compósitos

3.2.1 Equações constitutivas da lâmina

Nesta secção o comportamento típico de uma lâmina (elemento básico do laminado) é estudado. Na formulação das equações constitutivas da lâmina é assumido que:

- ✓ A lâmina é contínua, não existindo espaços vazios no meio dela;
- ✓ A lâmina comporta-se como um material linear elástico.

O primeiro pressuposto tem em conta apenas o comportamento macromecânico da lâmina. Se fossem tidos em conta na formulação descolamentos na lâmina, assim como quebras nas fibras, por exemplo, então dever-se-ia ter uma abordagem pela micromecânica da lâmina na formulação das equações constitutivas. O segundo pressuposto, assume que a Lei de Hooke generalizada é válida. Nota que ambos os pressupostos podem ser removidos caso se estejam a considerar modelos micromecânicos com comportamentos inelásticos (Reddy, 1997).

Do ponto de vista microscópico, os materiais compósitos apresentam um comportamento heterogéneo. No entanto, quando analisados do ponto de vista macroscópico, sendo as suas propriedades derivadas da média ponderada das características dos seus constituintes resina e matriz, estes materiais são considerados homogéneos (Reddy, 1997).

Quando os materiais possuem um ou mais planos de simetria, o número de coeficientes elásticos independentes reduz-se. Frequentemente, as lâminas reforçadas por fibras apresentam três planos ortogonais de simetria, pelo que se dizem materiais ortotrópicos. Se os planos coordenados forem escolhidos paralelamente aos três planos de simetria do material, as relações tensões-extensões e extensões-tensões podem ser expressas por (Reddy, 1997):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

Onde S_{ij} representa a matriz de flexibilidade sendo $[S]=[C]^{-1}$. Estas expressões representam precisamente a Lei de Hooke generalizada.

3.2.2 Constantes de elásticas de materiais ortotrópicos

Os coeficientes de rigidez dos materiais ortotrópicos C_{ij} podem ser expressos através das constantes: módulo de elasticidade longitudinal (Young), coeficiente de Poisson e módulo de elasticidade transversal. Em muitos casos as propriedades dos materiais são determinadas em laboratório em função destas constantes. Estas são medidas através de testes simples recorrendo a ensaios uniaxiais de tracção ou corte puro. Devido ao seu significado mais directo e significado físico óbvio, estas constantes são utilizadas em vez dos coeficientes de rigidez e flexibilidade das equações (7) e (8).

No caso de um comportamento linear elástico, as deformações devido à aplicação de uma tensão uniaxial e deformações de corte podem ser sobrepostas (princípio de sobreposição). Por exemplo, a deformação ε_{11} na direcção principal 1 do material (ou da fibra), devido à componente de tensão σ_{11} na mesma direcção (Figura 5), será σ_{11}/E_1 onde E_1 representa o módulo de Young na direcção da fibra do material reforçado por esta. A deformação ε_{11} devido à componente de tensão σ_{22} na direcção 2 será $-\nu_{21}\sigma_{22}/E_2$ onde ν_{21} representa o coeficiente de Poisson (Reddy, 1997):

$$\nu_{21} = -\frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{22}} \quad (9)$$

Similarmente, σ_{33} contribui para ε_{11} com $-\nu_{31}\sigma_{33}/E_3$. Assim, a deformação total ε_{11} devido à aplicação simultânea das três componentes normais de tensão será:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\sigma_{11}}{E_1} - \frac{\sigma_{22}\nu_{21}}{E_2} - \frac{\sigma_{33}\nu_{31}}{E_3} \quad (10)$$

De igual modo:

$$\varepsilon_{22} = -\frac{\sigma_{11}\nu_{12}}{E_1} + \frac{\sigma_{22}}{E_2} - \frac{\sigma_{33}\nu_{32}}{E_3} \quad (11)$$

$$\varepsilon_{33} = -\frac{\sigma_{11}\nu_{13}}{E_1} - \frac{\sigma_{22}\nu_{23}}{E_2} + \frac{\sigma_{33}}{E_3} \quad (12)$$

Testes de corte simples demonstram que:

$$2\varepsilon_{12} = \frac{\sigma_{12}}{G_{12}}, \quad 2\varepsilon_{13} = \frac{\sigma_{13}}{G_{13}}, \quad 2\varepsilon_{23} = \frac{\sigma_{23}}{G_{23}} \quad (13)$$

Onde $2\varepsilon_{ij}$ ($i \neq j$) representa a variação do ângulo recto entre duas linhas paralelas às direcções x_i e x_j num dado ponto, σ_{ij} ($i \neq j$) representa a correspondente tensão de corte no plano $x_i - x_j$ e G_{ij} ($i \neq j$) representa o módulo de distorção nesse plano.

Estas relações podem agora ser expressas segundo a forma matricial usando a notação simplificada (Reddy, 1997):

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_3} & -\frac{\nu_{23}}{E_3} & \frac{1}{E_{31}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

Comparando a equação (14) com a equação (8), facilmente se conclui que a matriz 6x6 da equação (14) é de facto a matriz de flexibilidade [S]. Uma vez que a matriz de flexibilidade [S] é a inversa da matriz de rigidez [C], e porque a inversa de uma matriz simétrica é também simétrica, a matriz [S] será também simétrica. Isto implica que as seguintes expressões retiradas da equação (14) são válidas:

$$\frac{\nu_{21}}{E_2} = \frac{\nu_{12}}{E_1}, \quad \frac{\nu_{31}}{E_3} = \frac{\nu_{13}}{E_1}, \quad \frac{\nu_{32}}{E_3} = \frac{\nu_{23}}{E_2} \quad (15)$$

Assim sendo, verifica-se que apenas existem nove coeficientes independentes para os materiais ortotrópicos: E_1 , E_2 , E_3 , G_{23} , G_{13} , G_{12} , ν_{12} , ν_{13} , e ν_{23} (Reddy, 1997).

3.2.3 Caracterização de uma lâmina unidireccional

Uma lâmina reforçada com fibras unidireccionais é tratada como um material ortotrópico, cujos planos de simetria do material são paralelos e transversais à direcção da fibra. As propriedades (macromecânicas) ortotrópicas da lâmina podem ser obtidas por abordagens de cariz teórico e por testes laboratoriais.

A abordagem teórica assente nos seguintes pressupostos (Reddy, 1997):

- ✓ A ligação entre as fibras e a matriz é perfeita;
- ✓ As fibras são paralelas e encontram-se uniformemente distribuídas;
- ✓ A matriz encontra-se livre de “ocos” e microfissuras e inicialmente encontra-se livre de tensões;
- ✓ Tanto as fibras como a matriz são isotrópicas e obedecem à Lei de Hooke;
- ✓ As forças aplicadas são paralelas ou perpendiculares à direcção da fibra.

É possível calcular o módulo de elasticidade longitudinal e o coeficiente de Poisson da lâmina a partir da média ponderada das características individuais de cada um dos seus constituintes e da sua fracção de volume na mistura. Esta abordagem é vulgarmente conhecida pela regra das misturas.

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (16)$$

$$\nu_{12} = \nu_f V_f + \nu_m V_m \quad (17)$$

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{E_f V_m + E_m V_f} \quad (18)$$

$$G_{12} = \frac{G_f G_m}{G_f V_m + G_m V_f} \quad (19)$$

Onde os índices m e f representam respectivamente matriz e fibra, E_1 o módulo de elasticidade associado à direcção 1, E_2 o módulo de elasticidade associado à direcção 2, ν_{12} o coeficiente de Poisson principal e G_{12} o módulo de distorção e

$$G_f = \frac{E_f}{2(1 + \nu_f)} \quad (20)$$

$$G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)} \quad (21)$$

Os parâmetros E_1 , E_2 , E_3 , G_{12} , G_{13} , G_{23} , ν_{12} , ν_{13} e ν_{23} podem ser determinados experimentalmente através de provetes apropriados.

3.2.4 Transformação das componentes de tensão de deformação

Porque a orientação das fibras de reforço de uma lâmina podem possuir uma orientação arbitrária é necessário considerar normalmente dois sistemas de coordenadas: o sistema de coordenadas do laminado (x,y,z) e o sistema de coordenadas da lâmina (1,2,3), também designado de referencial do material.

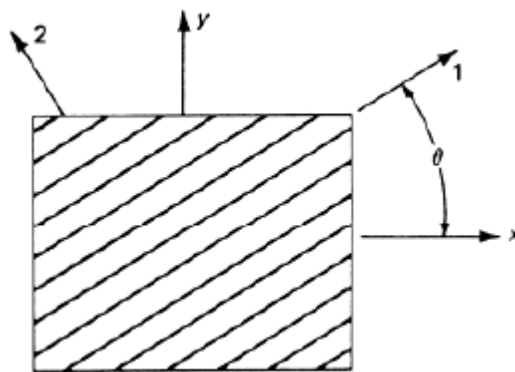


Figura 6 – Sistema de coordenadas do laminado (x,y) e da lâmina (1,2) (ASM International, 2001).

Para que seja possível proceder à análise de um laminado, é necessário utilizar sempre o mesmo sistema de eixos coordenados. Assim, é necessário proceder às necessárias transformações do referencial da lâmina (do material) para o referencial do laminado, através da rotação de θ graus medida no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio.

Assim, para obter o estado de tensão e o estado de deformação descrito no referencial do laminado, deve proceder-se às seguintes transformações das referidas componentes descritas no referencial da lâmina (ASM International, 2001):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yx} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 0 & 0 & 0 & -\sin 2\theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 0 & 0 & 0 & \sin 2\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & 0 & 0 & 0 & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (22)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{yx} \\ 2\varepsilon_{xz} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 0 & 0 & 0 & -\sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 0 & 0 & 0 & \sin \theta \cos \theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ \sin 2\theta & -\sin \theta & 0 & 0 & 0 & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (23)$$

As transformações inversas, realizam-se de modo trivial recorrendo à inversa da matriz de transformação conhecida como a sua transposta.

3.2.5 Transformação dos coeficientes do material

No ponto anterior foram apresentadas as transformações de componentes das tensões e das deformações entre sistemas de coordenadas material e do laminado. Essas transformações são também válidas para forças, deslocamentos e coordenadas.

A transformação das constantes elásticas é efectuada de modo similar. Relativamente às constantes de rigidez elásticas teremos

$$\bar{C} = T_{\sigma} C T_r^t \quad (24)$$

Se estivermos a falar de flexibilidades (complacências), teremos:

$$\bar{S} = T_{\varepsilon}^t S T_{\varepsilon} \quad (25)$$

Em que T_{σ} e T_{ε} são as matrizes de transformação apresentadas em (22) e (23).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{C}_{21} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{C}_{31} & \bar{C}_{32} & \bar{C}_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{44} & \bar{C}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{45} & \bar{C}_{55} & 0 \\ \bar{C}_{16} & \bar{C}_{26} & \bar{C}_{36} & 0 & 0 & \bar{C}_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{xz} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (26)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{xz} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{S}_{21} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{S}_{31} & \bar{S}_{32} & \bar{S}_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{S}_{44} & \bar{S}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{S}_{45} & \bar{S}_{55} & 0 \\ \bar{S}_{16} & \bar{S}_{26} & \bar{S}_{36} & 0 & 0 & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (27)$$

Em que os coeficientes elásticos transformados C_{ij} e S_{ij} são apresentados na bibliografia especializada ASM International (2001).

3.2.6 Equações constitutivas do estado de tensão plana

O estado de tensão plana caracteriza-se por todas as tensões transversais serem desprezáveis. A maioria dos laminados possuem uma espessura bastante pequena estando sujeitos ao estado de tensões plana. Para a lâmina no plano x_1x_2 as componentes de tensão transversais são σ_{33} , σ_{13} e σ_{23} .

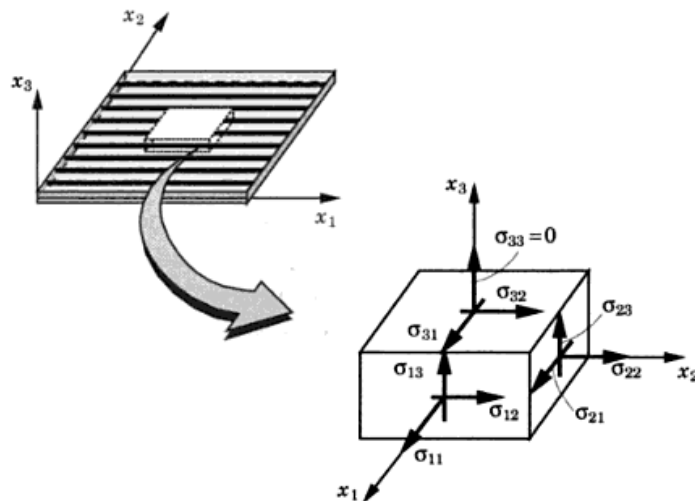


Figura 7 – Lâmina no estado plano de tensões (Reddy, 1997).

Embora estas componentes de tensão sejam bastante inferiores em comparação com σ_{11} , σ_{22} e σ_{12} , podem no entanto causar falha no material devido ao facto dos laminados reforçados por fibras serem frágeis na direcção transversal ao plano do laminado. Assim, estas componentes de tensão transversais nem sempre podem ser desprezados numa teoria de laminados. No entanto, sempre que sejam desprezados, a teoria terá de ser reformulada para as seguintes condições (ASM International, 2001):

$$\sigma_3 = 0, \sigma_4 = 0, \sigma_5 = 0 \quad (28)$$

As relações de extensão-tensão reduzem-se assim para:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (28)$$

Invertendo a equação (2) obtêm-se as relações entre tensão e extensão:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (29)$$

Em que os coeficientes Q_{ij} constituem os componentes da chamada matriz de rigidez reduzida de um estado plano de tensões, e são dados por:

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{66} &= G_{12} \end{aligned} \quad (30)$$

Quando as tensões de corte transversais são incluídas, à equação (29) juntam-se os seguintes termos:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_4 \\ \sigma_5 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{44} & 0 \\ 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \end{Bmatrix} \quad (31)$$

Onde $Q_{44}=G_{23}$ e $Q_{55}=G_{13}$.

Transformando a relação expressa na equação (29) para o sistema de coordenadas do laminado tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (32)$$

De igual modo, transformando a relação expressa em (31) teremos:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{xz} \end{Bmatrix} \quad (33)$$

3.3 Teoria clássica dos compósitos laminados (CLPT)

Um material compósito laminado é formado através do empilhamento de várias camadas com lâminas em várias orientações diferentes. Assim sendo, é possível estudar um laminado utilizando uma abordagem camada a camada (“layerwise”) ou utilizando uma abordagem de camada única equivalente (“ESL”). Neste capítulo, é apresentada a teoria clássica dos laminados, também conhecida por CLPT e a teoria de deformação de corte de primeira ordem (FSDT).

Esta última abordagem 2D, em que uma placa laminada heterogénea do ponto de vista micro é tratada como uma única lâmina estaticamente equivalente.

A teoria clássica dos laminados considera os seguintes pressupostos (Reddy, 1997):

- ✓ A espessura da placa é bastante mais pequena que as dimensões (comprimento e largura) do plano da placa;
- ✓ As deformações da placa na sua configuração deformada são bastante pequenas.

- ✓ As normais ao plano médio da placa na sua configuração não deformada permanecem normais mesmo depois da deformação da placa;
- ✓ A deformada transversal (deflexão) vertical não varia com a espessura;
- ✓ As tensões normais à superfície da placa são desprezáveis.

Nestas condições, o campo de deslocamentos u , v , w da placa, pode ser expresso por (ASM International, 2001):

$$\begin{aligned}
 w &= w_0(x, y, t) \\
 u &= u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \\
 v &= v_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial y}
 \end{aligned}
 \tag{34}$$

Em que u_0 , v_0 e w_0 são os deslocamentos da superfície média e $\frac{\partial w}{\partial y}$ são as rotações em relação aos eixos y e x respectivamente. Estando o sistema de coordenadas (x, y, z) representado na Figura 8. A coordenada z é medida a partir do plano médio.

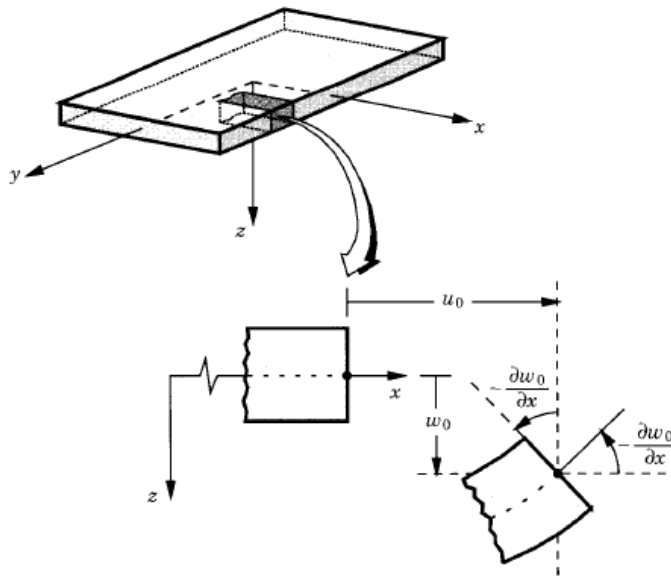


Figura 8 – Geometria deformada e não deformada de um painel sob as condições da CLPT (Reddy, 1997).

Das relações de elasticidade de deformações infinitesimais, temos que as relações entre extensão linear e deslocamento:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)\end{aligned}\tag{35}$$

Assim, tendo em consideração estas relações e o campo de deslocamentos (34):

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \varepsilon_{xx}^0 + zk_{xx} \\ \varepsilon_{yy} &= \varepsilon_{yy}^0 + zk_{yy} \\ 2\varepsilon_{xy} &= 2\varepsilon_{xy}^0 + 2zk_{xy}\end{aligned}\tag{36}$$

Onde:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix}\tag{37}$$

$$\begin{Bmatrix} k_{xx} \\ k_{yy} \\ 2k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}\tag{38}$$

Assim, a deformação em qualquer ponto da placa é definida pela soma da deformação do plano médio (ε^0) e da curvatura (k) multiplicada pela distância ao plano médio.

As resultantes da Figura 9 das tensões são dadas por (ASM International, 2001):

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h}^h \{\sigma_x\} dz \quad (39)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h}^h \{\sigma_x\} z dz \quad (40)$$

As integrações são efectuadas da espessura da placa $2h$.

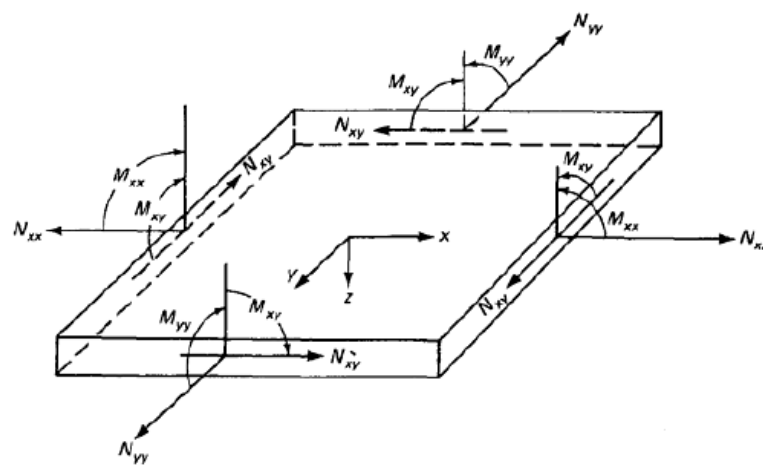


Figura 9 – Resultantes das tensões e momentos (ASM International, 2001).

3.4 Teoria de deformação de corte de primeira ordem (FSDT)

A teoria de deformação de corte de primeira ordem ou teoria de Mindlin, difere da teoria clássica na inclusão de termos de corte (γ_{xz} , γ_{yz} , τ_{xz} , τ_{yz}) nas relações tensão-deslocamento. A hipótese de Kirchhoff (CLPT) é parcialmente mantida, mas agora a linha recta, inicialmente normal à superfície média da placa não necessita de permanecer normal a essa superfície, após a deformação.

A teoria FSDT considera ainda (tal como na teoria CLPT) que o comprimento da normal ao plano médio não varia após a deformação (condição inextensível), e que as tensões transversais são desprezáveis.

O campo de deslocamentos da FSDT é dado por (Reddy, 1997):

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) \\
 v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) \\
 w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t)
 \end{aligned}
 \tag{41}$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \phi_x, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = \phi_y$$

Onde u_0 , v_0 , w_0 , ϕ_x , ϕ_y representam funções a ser determinadas. De salientar que u_0 , v_0 , w_0 representam deslocamentos de um ponto no plano $z=0$. ϕ_x , ϕ_y representam as rotações de uma normal transversal relativamente aos eixos de y e x , respectivamente.

As quantidades u_0 , v_0 , w_0 , ϕ_x , ϕ_y serão designadas de deslocamentos generalizados. Para placas finas, as funções de rotação ϕ_x , ϕ_y aproximam-se aos declives da deflexão transversal.

$$-\frac{\partial w_0}{\partial x} = \phi_x, \quad -\frac{\partial w_0}{\partial y} = \phi_y
 \tag{42}$$

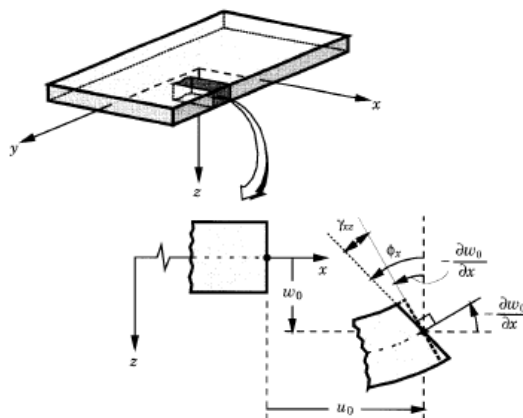


Figura 10 – Geometria deformada e não deformada da aresta de uma placa sob os pressupostos da FSDT (Reddy, 1997).

As deformações associadas ao campo de deslocamentos são obtidas através de:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\
\gamma_{xy} &= \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) + z \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial y} + \frac{\partial \phi_0}{\partial x} \right) \\
\varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\
\gamma_{xz} &= \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x, \gamma_{yz} = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y, \varepsilon_{zz} = 0
\end{aligned} \tag{43}$$

De notar que as deformações ε_{xx} , ε_{yy} , γ_{xy} são lineares ao longo da espessura do laminado, enquanto que as deformações de corte transversais γ_{xz} , γ_{yz} são constantes na FSDT. As deformações na equação (43) tomam a forma (Reddy, 1997):

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^1 \\ \varepsilon_{yy}^1 \\ \gamma_{yz}^1 \\ \gamma_{xz}^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \phi_y \\ \phi_x \\ \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \tag{44}$$

As equações do movimento que pelas quais se rege a FSDT, são derivadas usando a versão dinâmica do princípio de deslocamentos virtuais:

$$0 = \int_0^T (\delta U + \delta V - \delta K) dt \tag{45}$$

Onde δU é a energia virtual de deformação, δV a energia virtual das forças externas e δK a energia virtual produzida pelas forças de inércia e cujas expressões podem ser encontradas na bibliografia Reddy (1997):

$$\delta U = \int_{\Omega_0} \left\{ \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [\sigma_{xx} (\delta \varepsilon_{xx}^0 + z \delta \varepsilon_{xx}^1) + \sigma_{yy} (\delta \varepsilon_{yy}^0 + z \delta \varepsilon_{yy}^1) + \sigma_{xy} (\delta \gamma_{xy}^0 + z \delta \gamma_{xy}^1) + \sigma_{xz}^0 \delta \gamma_{xz}^0 + \sigma_{yz}^0 \delta \gamma_{yz}^0] dz \right\} dx dy \tag{46}$$

$$\delta V = - \int_{\Omega_0} [q_b + q_t] \delta w_0 dx dy - \int_{\Gamma_\sigma} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[\hat{\sigma}_{nn} (\delta u_n + z \delta \phi_n) + \hat{\sigma}_{ns} (\delta u_s + z \delta \phi_s) + \hat{\sigma}_{nz} \delta w_0 \right] dz ds \quad (47)$$

$$\delta K = \int_{\Omega_0} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho_0 \left[(\dot{u}_0 + z \dot{\phi}_x) (\delta \dot{u}_0 + z \delta \dot{\phi}_x) + (\dot{v}_0 + z \dot{\phi}_y) (\delta \dot{v}_0 + z \delta \dot{\phi}_y) + \dot{w}_0 \delta \dot{w}_0 \right] dz dx dy \quad (48)$$

Substituindo as equações (46), (47) e (48) na equação (45) tem-se:

$$\begin{aligned} 0 = & \int_0^T \left\{ \int_{\Omega_0} [N_{xx} \delta \varepsilon_{xx}^0 + M_{xx} \delta \varepsilon_{xx}^1 + N_{yy} \delta \varepsilon_{yy}^0 + M_{yy} \delta \varepsilon_{yy}^1 + N_{xy} \delta \gamma_{xy}^0 + M_{xy} \delta \gamma_{xy}^1 + Q_x \delta \gamma_{xz}^0 + Q_y \delta \gamma_{yz}^0 - q \delta w_0 \right. \\ & I_0 (\dot{u}_0 \delta \dot{u}_0 + \dot{v}_0 \delta \dot{v}_0 + \dot{w}_0 \delta \dot{w}_0) - I_1 (\dot{\phi}_x \delta \dot{u}_0 + \dot{\phi}_y \delta \dot{v}_0 + \delta \dot{\phi}_x \dot{u}_0 + \delta \dot{\phi}_y \dot{v}_0) - I_2 (\dot{\phi}_x \delta \dot{\phi}_x + \dot{\phi}_y \delta \dot{\phi}_y) dx dy \\ & \left. - \int_{\Gamma_\sigma} (\hat{N}_{nn} \delta u_n + \hat{N}_{ns} \delta u_s + \hat{M}_{nn} \delta \phi_n + \hat{M}_{ns} \delta \phi_s + \hat{Q}_n \delta w_0) ds \right\} dt \end{aligned} \quad (49)$$

Com $q = q_b + q_t$ e:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} dz \\ \begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} z dz \\ \begin{Bmatrix} \hat{N}_{nn} \\ \hat{N}_{ns} \end{Bmatrix} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_{nn} \\ \hat{\sigma}_{ns} \end{Bmatrix} dz \\ \begin{Bmatrix} \hat{M}_{nn} \\ \hat{M}_{ns} \end{Bmatrix} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_{nn} \\ \hat{\sigma}_{ns} \end{Bmatrix} z dz \\ \begin{Bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ z^2 \end{Bmatrix} \rho_0 dz \end{aligned} \quad (50)$$

$$\hat{Q}_n = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \hat{\sigma}_{nz}$$

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{Bmatrix} dz$$

Onde as resultantes das tensões N_{xx} , N_{yy} , N_{xy} , são designadas pelas forças resultantes no plano. M_{xx} , M_{yy} , M_{xy} as resultantes dos momentos e as inércias I_0 , I_1 , I_2 . As quantidades Q_x e Q_y são denominadas de resultantes dos esforços transversos.

Uma vez que as deformações de corte são representadas como sendo constante ao longo da espessura do laminado, as tensões de corte serão também constantes. Em vigas e placas compósitas laminadas, as tensões de corte variam pelo menos quadraticamente ao longo da espessura. Esta discrepância entre as tensões e deformações, leva a que na FSDT sejam utilizados factores de correcção de corte, multiplicando os integrais relativamente às resultantes dos esforços transversos da equação (50) por um factor K .

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = K \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{Bmatrix} dz \quad (51)$$

As equações constitutivas do laminado para a FSDT são obtidas usando a equação e constitutivas da lâmina (32) da FSDT e as seguintes (k representa a k -ésima lâmina):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix}^k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{e}_{14} & \bar{e}_{24} & 0 \\ \bar{e}_{15} & \bar{e}_{25} & 0 \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix}^k \quad (52)$$

Onde:

$$\bar{Q}_{44} = Q_{44} \cos^2 \theta + Q_{55} \sin^2 \theta$$

$$\bar{Q}_{45} = (Q_{55} - Q_{44}) \cos \theta \sin \theta \quad (53)$$

$$\bar{Q}_{55} = Q_{44} \sin^2 \theta + Q_{55} \cos^2 \theta$$

$$\bar{e}_{14} = (e_{15} - e_{24}) \sin \theta \cos \theta$$

$$\bar{e}_{24} = e_{24} \cos^2 \theta + e_{15} \sin^2 \theta$$

$$\bar{e}_{15} = e_{15} \cos^2 \theta + e_{24} \sin^2 \theta \quad (54)$$

$$\bar{e}_{25} = (e_{15} - e_{24}) \sin \theta \cos \theta$$

As equações constitutivas do laminado na CLPT são também válidas para a FSDT, com a adição das seguintes condições (desprezando os efeitos piezoelétricos):

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \sum_{k=1}^N \int_{z_k}^{z_{k+1}} \begin{Bmatrix} \sigma_{yx} \\ \sigma_{xz} \end{Bmatrix} dz \quad (55)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix}$$

Onde A_{44} , A_{45} e A_{55} são designados por coeficientes de rigidez de extensão e definidos por:

$$(A_{44}, A_{45}, A_{55}) = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{44}^k, \bar{Q}_{45}^k, \bar{Q}_{55}^k) (z_{k+1} - z_k) \quad (56)$$

Quando os efeitos térmicos e piezoelétricos não estão presentes, as resultantes das tensões N e M , estão relacionadas com os deslocamentos generalizados pelas seguintes equações:

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (57)$$

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (58)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = K \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \end{Bmatrix} \quad (59)$$

4 Casos de Estudo

Tendo em consideração que o trabalho desenvolvido nesta dissertação não foi um trabalho de desenvolvimento de modelos e correspondente implementação, mas de utilização de uma aplicação comercial de análise por elementos finitos, entendeu-se adequado e suficiente fazer referência à teoria clássica à teoria de deformação de corte de primeira ordem para placas laminadas.

Assim apesar dos elementos utilizados serem elementos casca, e portanto serem regidos pelas correspondentes teorias de cascas, cujas formulações diferem naturalmente das teorias de placas, atendendo às discretizações consideradas, será aceitável considerar que cada elemento será um elemento quase plano, orientado espacialmente (no referencial global da placa) de modo a reproduzir a configuração da secção transversal da placa.

Esta abordagem é aceitável e permite atingir os objectivos desejados no contexto deste trabalho, que se prendem no essencial com a compreensão da influência de factores diversos (tais como o efeito das deformações de corte) na cinemática da deformação.

De referir que ao longo da apresentação dos resultados obtidos, em diversas tabelas é feita a referência ao número de elementos em cada direcção do painel.

4.1 Construção e validação do modelo

Os painéis corrugados são utilizados em várias aplicações de engenharia pelo facto de as suas corrugações reforçarem os mesmos e melhorarem a sua razão resistência/peso. Devido a estas características, os painéis corrugados são bastante aplicados na indústria aeronáutica e naval (entre outras) devido à sua resistência à torção e flexão, o que evita a utilização de painéis simples reforçados.

Para a construção do modelo, foi tomado como referência o trabalho apresentado Peng, Liew e Kitipornchai (2007).

4.1.1 Validação da análise estática linear para um painel sinusoidal

No estudo apresentado por Peng, Liew e Kitipornchai (2007), é considerado um painel com corrugações sinusoidais, cuja modelação constitui o primeiro passo desta fase da análise.

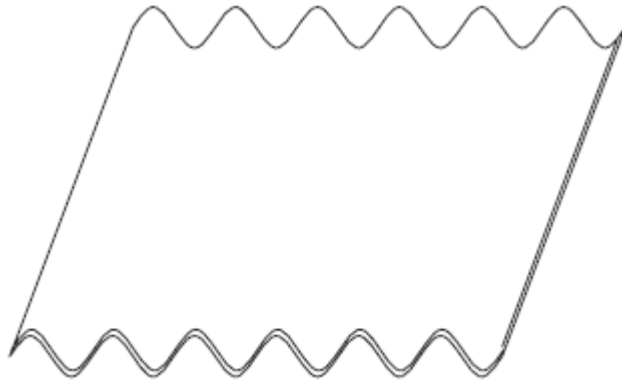


Figura 11 – Painel corrugado de perfil sinusoidal (Peng, Liew e Kitipornchai, 2007).

A Figura 11 representa um painel corrugado de perfil sinusoidal. Para se proceder à sua modelação, foram considerados alguns dados do seu perfil conforme se apresenta na Figura 12.

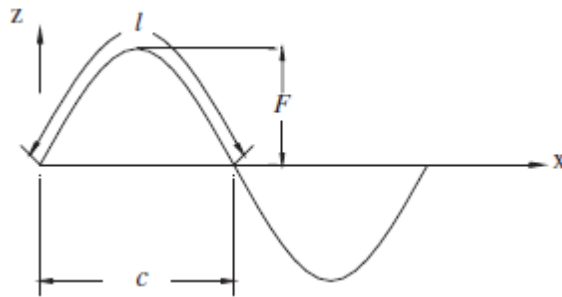


Figura 12 - Representação de uma corrução de um perfil sinusoidal
(Peng, Liew e Kitipornchai, 2007).

As características deste perfil são: $L=1,8\text{m}$ (comprimento), $W= 1,8\text{m}$ (largura), $F=0,01\text{m}$, $h=0,018\text{m}$ (espessura), $c=0,1\text{m}$.

Com base nestes parâmetros construiu-se o perfil cuja secção transversal se encontra representada pela Figura 13:

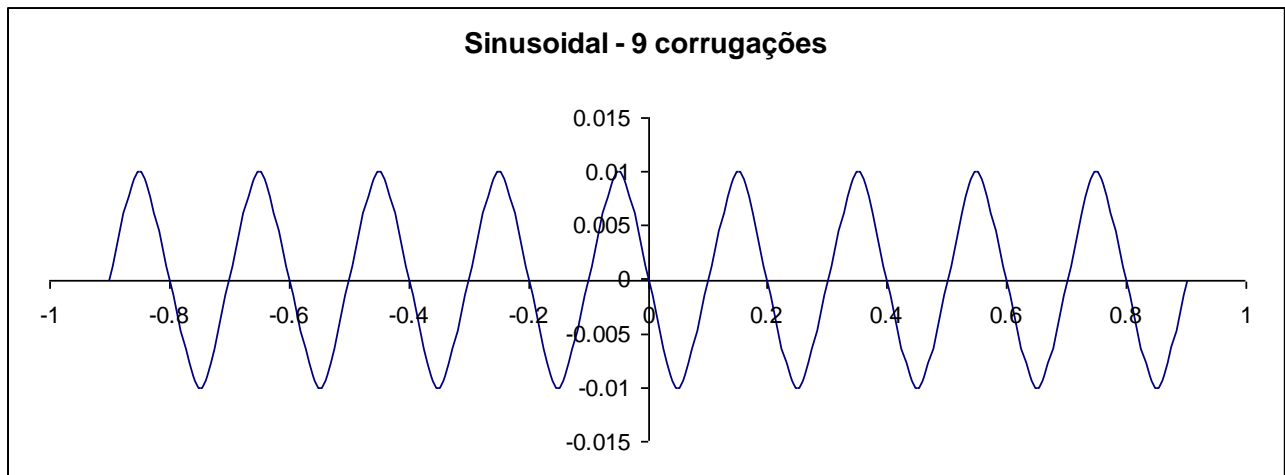


Figura 13 - Representação da secção transversal do painel de perfil sinusoidal

Após a obtenção deste contorno que é a base de modelação geométrica do painel, construiu-se o modelo em Ansys. Para esse modelo, utilizou-se um material com constantes elásticas $E=30\text{GPa}$ e $\nu=0,3$. O tipo de elemento utilizado foi o SHELL63 (que se baseia na teoria de Kirchoff-Love), e após discretização (62x60) obteve-se um total de 3843 nós (ver Figura 14). Foi aplicada uma pressão uniforme de 100Pa tendo sido obtidos os resultados cujos gráficos de deslocamentos ao longo da linha central $x=0,9$ e $y=0,9$ se apresentam nas Figura 15 e Figura 17 De referir que todos os bordos do painel modelo utilizado se encontravam apoiados.

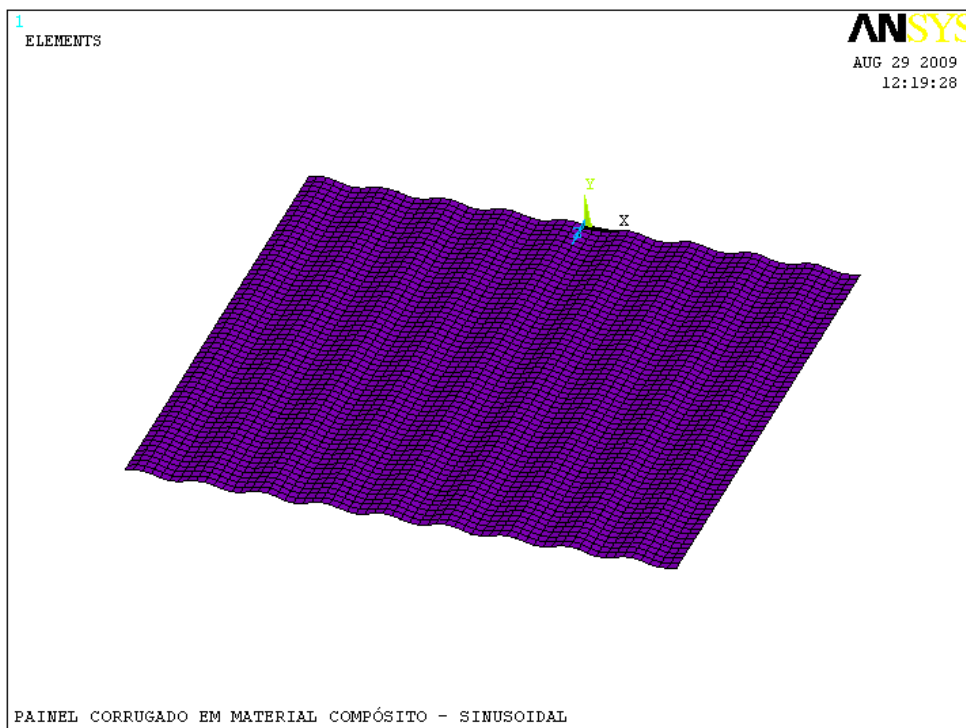


Figura 14 – Painel sinusoidal modelado em Ansys e com discretização efectuada (3843 nós).

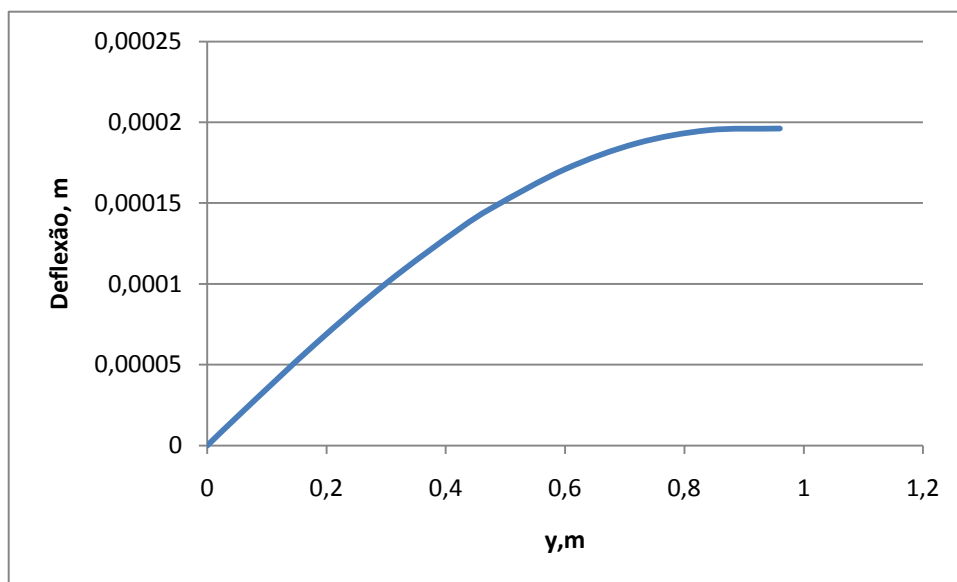


Figura 15 - Deflexão ao longo da linha central $x=0,9\text{m}$.

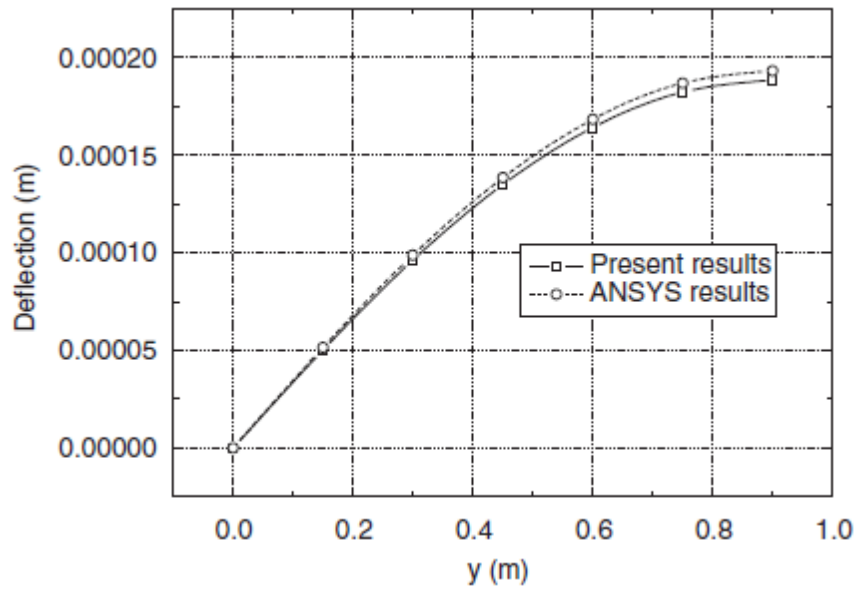


Figura 16 - Deflexão ao longo da linha central $x=0,9\text{m}$ (Peng, Liew e Kitipornchai, 2007).

Da mesma forma que foi realizado o estudo para a linha central $x=0,9\text{m}$, foi também estudada a linha $y=0,9\text{m}$, à semelhança do estudo de Peng, Liew e Kitipornchai (2007).

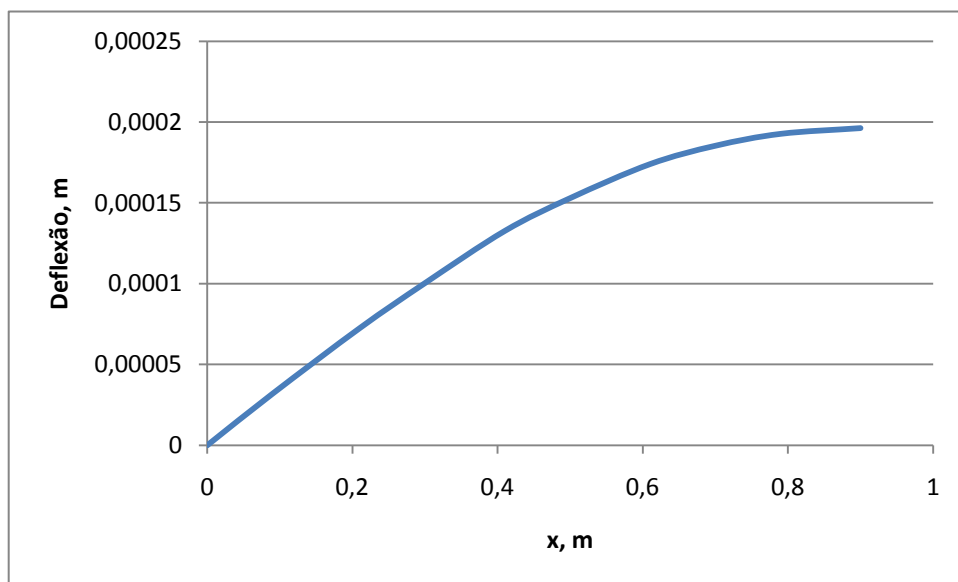


Figura 17 - Deflexão ao longo da linha central $y=0,9\text{m}$.

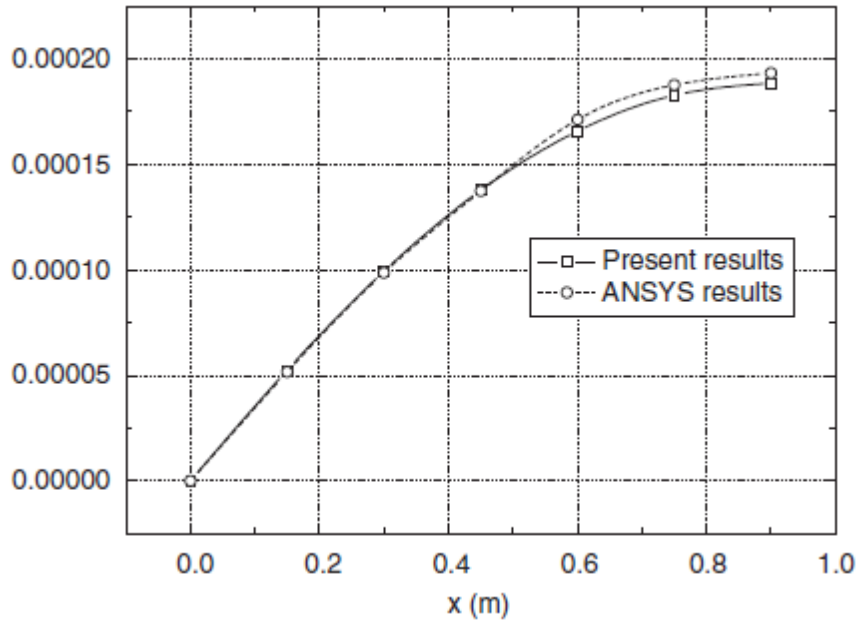


Figura 18 - Deflexão ao longo da linha central $y=0,9\text{m}$ (Peng, Liew e Kitipornchai, 2007).

Como se pode verificar por comparação das figuras, constata-se que os valores obtidos são muito semelhantes, pelo que se irá considerar o modelo construído para o estudo como sendo válido.

4.1.2 Validação da análise de vibrações livres para um painel com corrugações sinusoidais

Na sequência da análise estática linear efectuada, procedeu-se de igual modo à validação do modelo construído em análise de vibrações livres. Para esta validação, foi tomado como referência o estudo de Liew, Peng e Kitipornchai (2009), tendo o modelo neste caso 17685 nós após discretização (134x130).

Modo	Presente SHELL63 (134x130), Hz	Modelo Liew et al (2009), Hz	Erro relativo
1	23,599	23,8107	-0,90%
2	40,877	41,0081	-0,32%
3	54,593	55,2645	-1,23%
4	69,583	70,0136	-0,62%
5	69,975	70,1532	-0,25%

Modo	Presente SHELL63 (134x130), Hz	Modelo Liew et al (2009), Hz	Erro relativo
6	96,428	96,8045	-0,39%
7	101,32	102,653	-1,32%
8	109,97	109,915	0,05%
9	116,01	117,269	-1,09%
10	134,75	135,131	-0,28%
11	141,98	142,968	-0,70%
12	159,99	159,904	0,05%
13	162,08	164,234	-1,33%
14	177,41	179,539	-1,20%
15	179,09	180,331	-0,69%
16	184,27	184,577	-0,17%
17	204	205,834	-0,90%
18	220,32	220,196	0,06%
19	228,12	229,288	-0,51%
20	235,62	238,731	-1,32%

Tabela 2 – Comparação dos valores obtidos na validação do modelo de análise de vibrações livres.

Conforme podemos concluir, existe uma boa concordância entre os resultados obtidos com o presente modelo e os apresentados por Liew, Peng e Kitipornchai (2009).

4.2 Influência de parâmetros geométricos e materiais no comportamento mecânico do painel com corrugações sinusoidais

Efectuada a validação do modelo, apresentam-se de seguida os estudos realizados acerca da influência dos seguintes parâmetros:

- Número de nós;
- Tipo de elemento utilizado;
- Orientação das fibras;
- Número de camadas e sequência de empilhamento;
- Material das fibras;
- Condições fronteira;
- Geometria.

4.2.1.1 Escolha do tipo de elemento

Dado que o objecto do presente estudo trata-se de uma placa com espessura muito reduzida quando comparada com o seu comprimento e largura (placa fina), será utilizado um tipo de elemento de casca (SHELL). Com este tipo de elemento consegue-se poupar bastante tempo nos cálculos, sem se comprometer a qualidade dos resultados obtidos.

Dos vários tipos de elemento SHELL que se poderiam utilizar, escolheu-se o elemento SHELL281.

Este elemento possui 8 nós, cada um dos quais com 6 graus de liberdade. Pode ser utilizado em estruturas construídas por camadas na modelação de materiais compósitos, assim como estruturas tipo *sandwich*. Pode ser utilizado em substituição de outros elementos de aplicação em estruturas de camadas como o SHELL91, SHELL93 e SHELL99 na maioria das aplicações. A base teórica que sustenta este elemento é a FSDT (first-order shear deformation theory) também conhecida por teoria de casca de Mindlin-Reissner (Ansys Inc. s.d.).

A dada altura dos ensaios, serão comparados os resultados obtidos utilizando o elemento SHELL281 com os elementos SHELL91, SHELL99 e SHELL181.

O elemento SHELL91 possui 8 nós e com 6 graus de liberdade cada. Este elemento permite a análise não linear de estruturas por camadas utilizando materiais compósitos, sendo possíveis até 100 camadas. Permite ainda a análise de estruturas *sandwich*. Tem como base a FSDT e os seus pressupostos são que: as normais em relação ao plano central antes da deformação, mantêm-se após a deformação, normais mas não necessariamente em relação ao plano central; cada conjunto de pontos de integração através de uma camada, assumem-se como possuindo a mesma orientação do material; não existe nenhuma rigidez significativa associada à rotação em relação ao eixo normal ao plano, estando um valor nominal de rigidez presente através da aproximação efectuada. (Ansys Inc. s.d.).

O elemento SHELL99, é em tudo semelhante ao elemento SHELL91, não permitindo no entanto análises não lineares e permite até 250 camadas em análise de estruturas deste tipo. Este tipo de elemento é normalmente mais eficiente que o SHELL91 (Ansys Inc. s.d.).

O elemento SHELL181 possui 4 nós cada um dos quais com 6 graus de liberdade. Pode ser utilizado em análises de estruturas construídas por camadas e *sandwich*. Está preparado para ser utilizado em análises lineares e não lineares. Este elemento tem por base a FSDT. (Ansys Inc. s.d.).

4.2.1.2 Propriedades do material

Para se efectuar a análise escolheram-se três prepegs² com fibras de carbono, vidro e aramida sendo a matriz epoxy. A Tabela 3 apresenta as suas características mecânicas:

Prepeg	Carbono	Vidro	Aramida
Fibra	AS	S-Glass	Kevlar 149
Matriz	3501 Epoxy	Epoxy	Epoxy
Forma	UD	UD	UD
Volume de fibra V_f	0,66	0,50	0,60
Densidade ρ	1,6	2,00	1,38
Módulo Longitudinal E_1 (GPa)	138	43	87
Módulo Transverso E_2 (GPa)	8,96	8,9	5,5
Módulo de Corte G_{12} (GPa)	7,10	4,5	2,2
Coeficiente de Poisson ν_{12}	0,30	0,27	0,34
Resistência à tracção longitudinal X_T (MPa)	1447	1280	1280
Resistência à compressão longitudinal X_C (MPa)	1447	690	335
Resistência à tracção transversal Y_T (MPa)	51,7	49	30
Resistência à compressão transversal Y_C (MPa)	206	158	158
Resistência ao corte no plano S_{12} (MPa)	93	69	49

Tabela 3 – Propriedades mecânicas de três tipos de Prepegs (Material Properties Database, 2010).

4.2.1.3 Condições de fronteira do painel

Caso nada seja referido e de modo a seguir o modelo de base, nos ensaios de estática linear o painel corrugado encontra-se com os seus quatro bordos apoiados. No entanto, nos ensaios de vibrações livres os bordos do painel encontram-se totalmente encastrados. A dada altura dos ensaios, far-se-ão alterações nestas condições de modo a verificar quais as variações. As Figura 19, Figura 20, Figura 21 e Figura 22 representam essas condições.

² Prepeg é um tecido pré-impregnado de resina e fibras e armazenado de forma a poder ser utilizado mais tarde através da sobreposição de várias camadas.

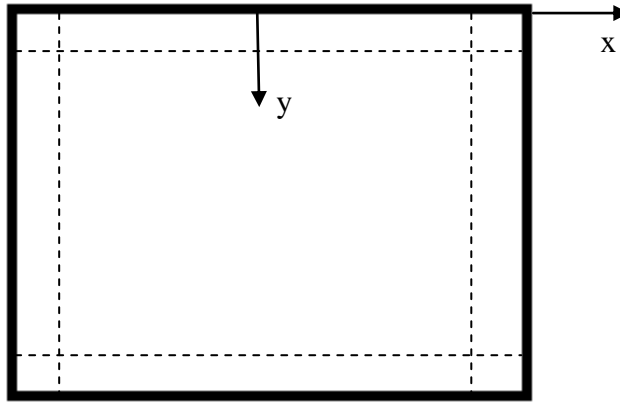


Figura 19 – Representação do painel com os quatro bordos apoiados e seu sistema de coordenadas.

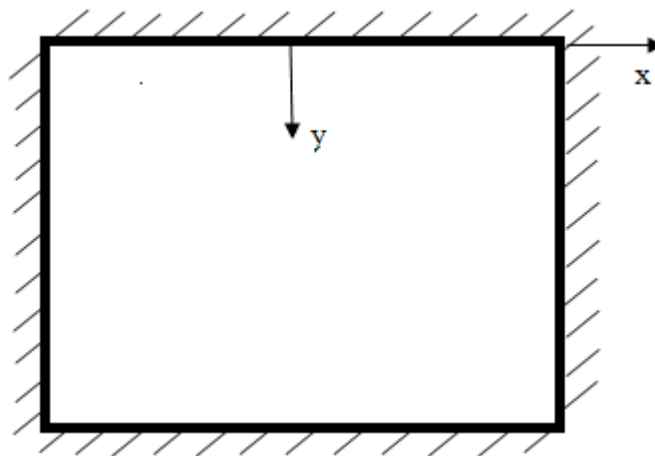


Figura 20 - Representação do painel com os quatro bordos encastrados e seu sistema de coordenadas.

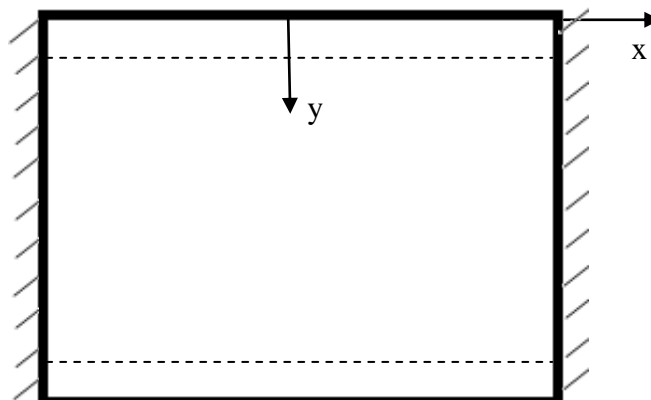


Figura 21 - Representação do painel com dois bordos encastrados e dois apoiados e seu sistema de coordenadas.

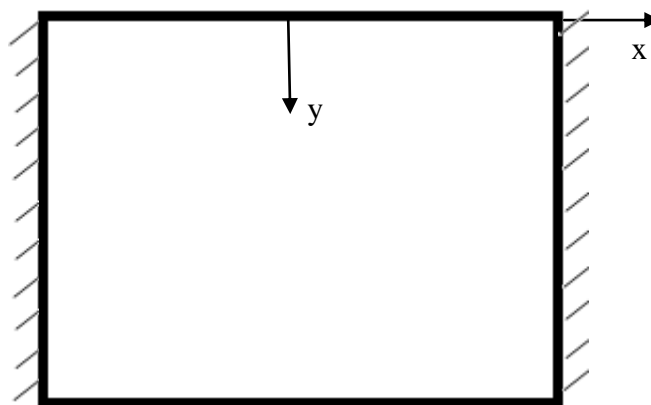


Figura 22 - Representação do painel com dois bordos encastrados e dois bordos livres e seu sistema de coordenadas.

4.2.2 Análise estática linear

4.2.2.1 Influência do número de nós

De modo a considerar a discretização mais adequada a utilizar, bem como a influência que o número de nós/tamanho de elemento poderia exercer, efectuaram-se várias análises com o painel corrugado de perfil sinusoidal, construído em fibra de carbono com uma única camada de fibras a $[0]^3$, e espessura 0,00225m. As arestas escolhidas para os elementos foram 50×10^{-3} m (37x36), 40×10^{-3} m (47x45), 25×10^{-3} m (74x72) e 15×10^{-3} m (123x120), tendo o painel sido submetido a uma pressão de 100Pa. O painel encontra-se apoiado nos seus quatro bordos.

De referir que para não sobrecarregar as tabelas e gráficos, em alguns casos justificáveis (por exemplo com a simetria de valores), apenas serão apresentados os valores para metade da placa e não de bordo a bordo.

³ A orientação das fibras é sempre medida relativamente ao eixo x.

Y, m	Dimensão da aresta do elemento, m			
	50×10^{-3}	40×10^{-3}	25×10^{-3}	15×10^{-3}
0	0	0	0	0
0,1	1,81E-04	-	1,81E-04	-
0,2	3,46E-04	3,44E-04	3,45E-04	-
0,3	4,99E-04	-	4,97E-04	4,96E-04
0,4	6,35E-04	6,32E-04	6,32E-04	-
0,5	7,52E-04	-	7,48E-04	-
0,6	8,46E-04	8,41E-04	8,42E-04	8,40E-04
0,7	9,14E-04	-	9,10E-04	-
0,8	9,56E-04	9,51E-04	9,52E-04	-
0,9	9,70E-04	-	9,66E-04	9,64E-04

Tabela 4 – Deflexão de um painel corrugado de perfil sinusoidal ao longo da linha média $x=0,9\text{m}$, com diferentes tamanhos de elemento.

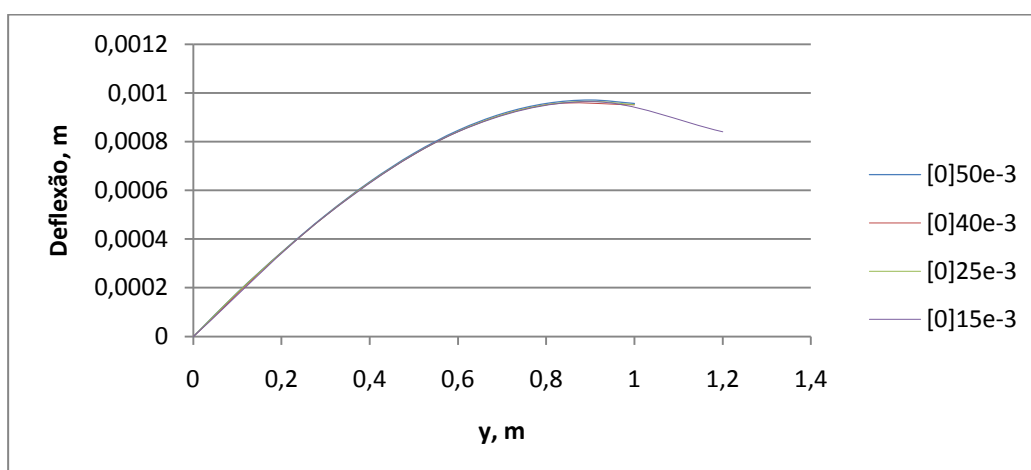


Figura 23 - Deflexão de um painel corrugado de perfil sinusoidal ao longo da linha média $x=0,9\text{m}$, com diferentes tamanhos de elemento.

Verifica-se que as variações da deflexão ao longo da linha central $X=0\text{m}$ não são significativas, sendo mesmo quase imperceptíveis graficamente.

Por uma questão de compromisso entre rapidez de cálculo assim como de convergência de valores, ao longo das análises estáticas seguintes, será sempre utilizado o tamanho de elemento $25 \times 10^{-3}\text{m}$ (74x72).

4.2.2.2 Influência do tipo de elemento

Foi também efectuada uma análise de forma a apurar se se verificavam grandes diferenças de valores consoante o tipo de elemento utilizado no software. Para esta análise a placa é de perfil sinusoidal, construída com fibras e carbono com orientação [0], encontrando-se apoiada e sujeita a uma pressão de 100 Pa. A espessura é de 0,00225m.

y, m	Elemento			
	SHELL281 (74x72)	SHELL91 (74x72)	SHELL99 (74x72)	SHELL181 (74x72)
0	0	0	0	0
0,1	1,810E-04	1,808E-04	1,808E-04	2,063E-04
0,2	3,450E-04	3,446E-04	3,446E-04	3,945E-04
0,3	4,970E-04	4,963E-04	4,963E-04	5,695E-04
0,4	6,320E-04	6,320E-04	6,320E-04	7,259E-04
0,5	7,480E-04	7,479E-04	7,479E-04	8,597E-04
0,6	8,420E-04	8,411E-04	8,411E-04	9,673E-04
0,7	9,100E-04	9,094E-04	9,094E-04	1,046E-03
0,8	9,520E-04	9,510E-04	9,510E-04	1,094E-03
0,9	9,660E-04	9,650E-04	9,650E-04	1,110E-03

Tabela 5 – Deflexão ao longo da linha central $x=0m$ de uma placa de perfil sinusoidal de fibra de carbono, variando o tipo de elemento utilizado na análise.

Verifica-se que as diferenças entre os elementos SHELL281, SHELL91 e SHELL99 são mínimas, sendo que entre estes dois últimos não existem diferenças. Quanto ao SHELL181 já apresenta diferenças significativas face aos outros.

Apesar de todos os elementos utilizados se basearem na mesma teoria (FSDT, referenciado anteriormente) as diferenças poderão ser explicadas pelas características do elemento em si, como o número de nós do elemento (o SHELL181 apenas possui 4 enquanto que os restantes possuem 8), assim como o facto serem formulados para análises lineares ou não lineares, para maiores ou menores deslocamentos.

4.2.2.3 Influência da orientação das fibras

Para ensaiar a influência que a orientação das fibras tem na deflexão de um painel de perfil sinusoidal, foram efectuadas várias simulações com painéis com orientações de [0], [15], [30], [45], [60], [75] e [90]. O ângulo das fibras é medido em relação ao eixo dos xx (uma orientação de [0],

significa que as fibras são paralelas ao eixo dos xx). Em todas as simulações o material tido como referência foi fibra de carbono, sendo a sobreposição unidireccional e com uma espessura de 0,00225m. Os painéis foram sujeitos a pressões de 100Pa encontrando-se a placa numa condição apoiada.

Da Figura 24 até à Figura 30 são apresentadas as distribuições de tensões na placa, consoante o ângulo das fibras, para que seja possível analisar a influência que a orientação das fibras provoca na distribuição de tensões da placa.

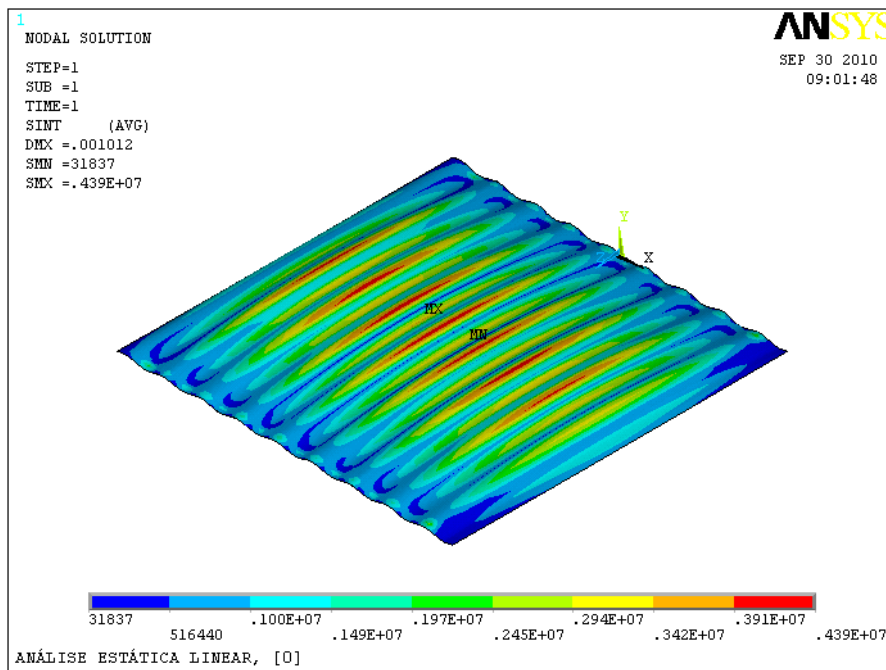


Figura 24 - Distribuição das tensões da placa com orientação [0], Pa

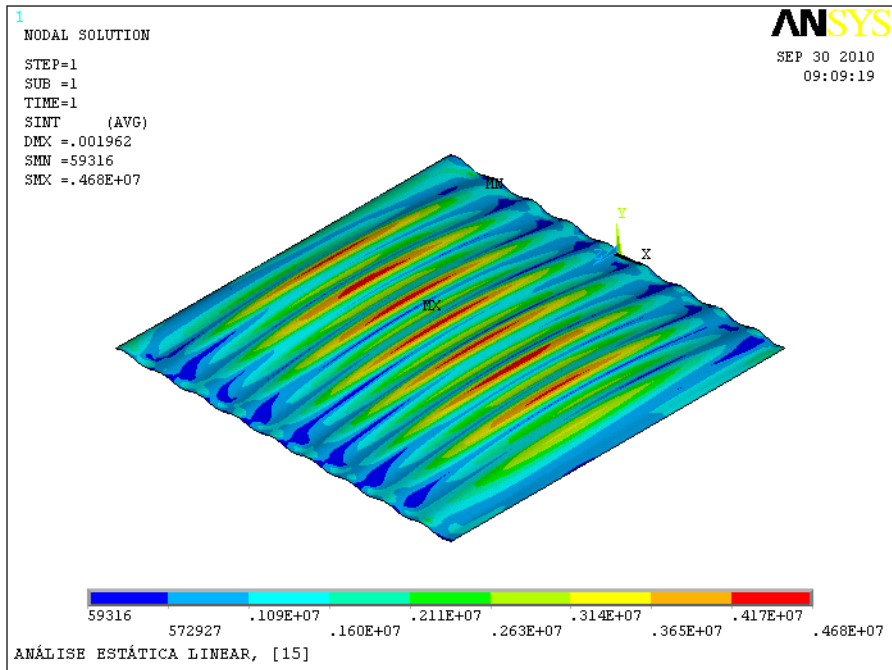


Figura 25 - Distribuição das tensões da placa com orientação [15], Pa

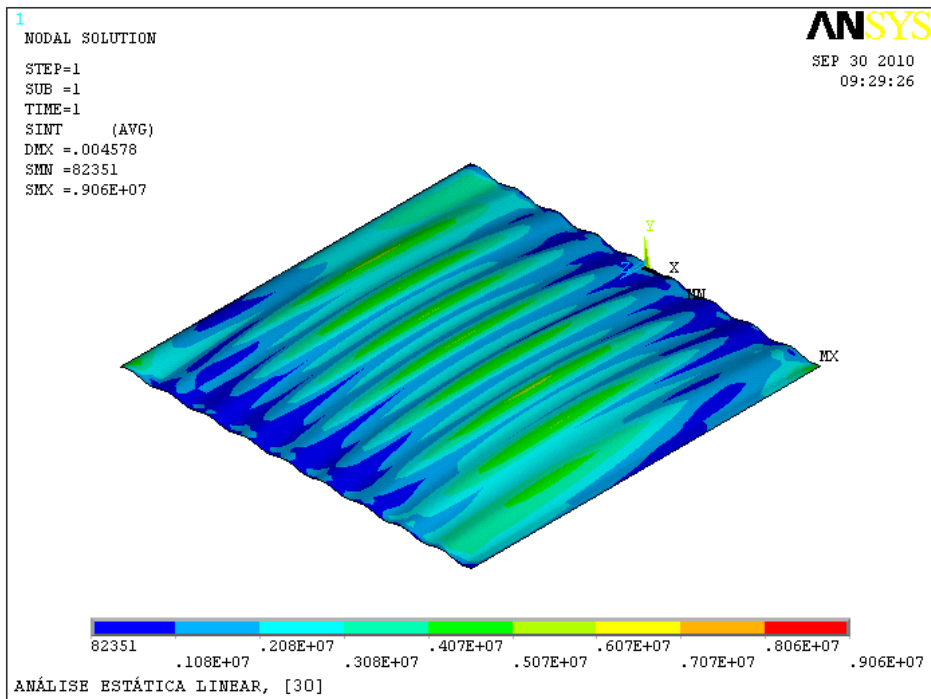


Figura 26 - Distribuição das tensões da placa com orientação [30], Pa

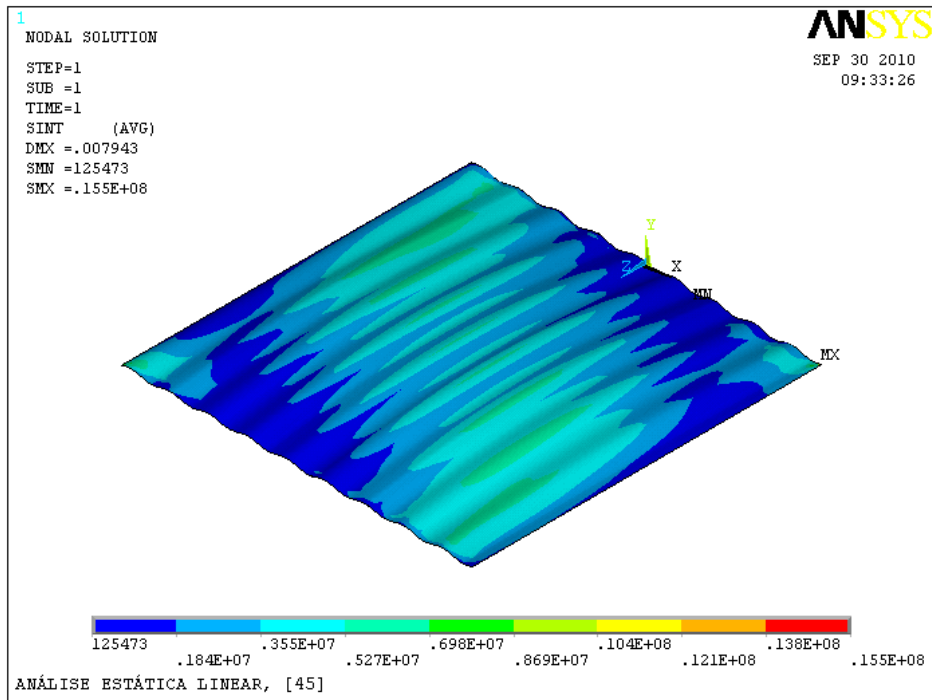


Figura 27 - Distribuição das tensões da placa com orientação [45], Pa

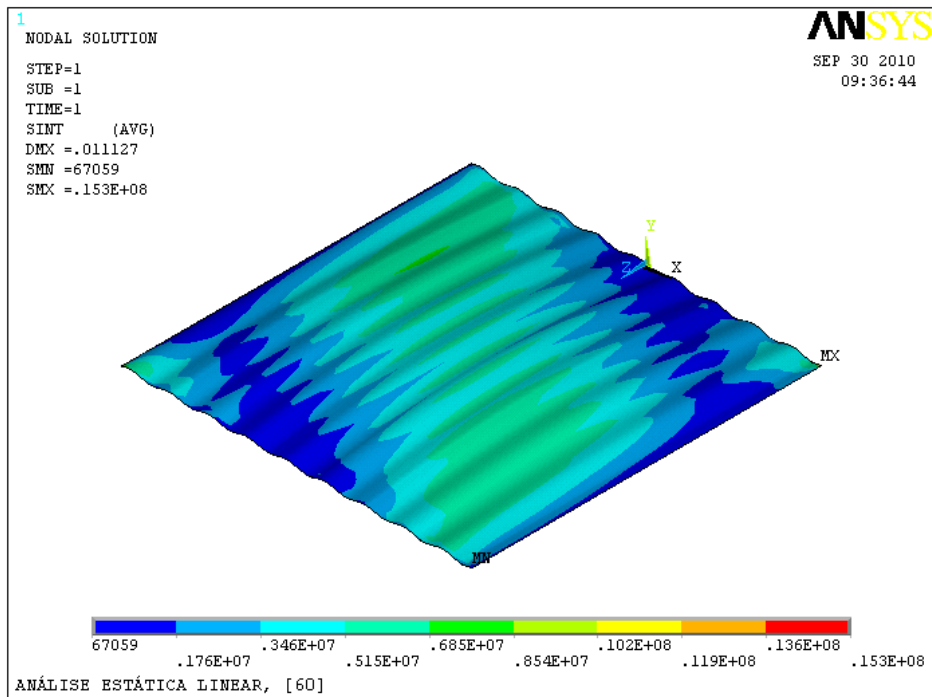


Figura 28 - Distribuição das tensões da placa com orientação [60], Pa

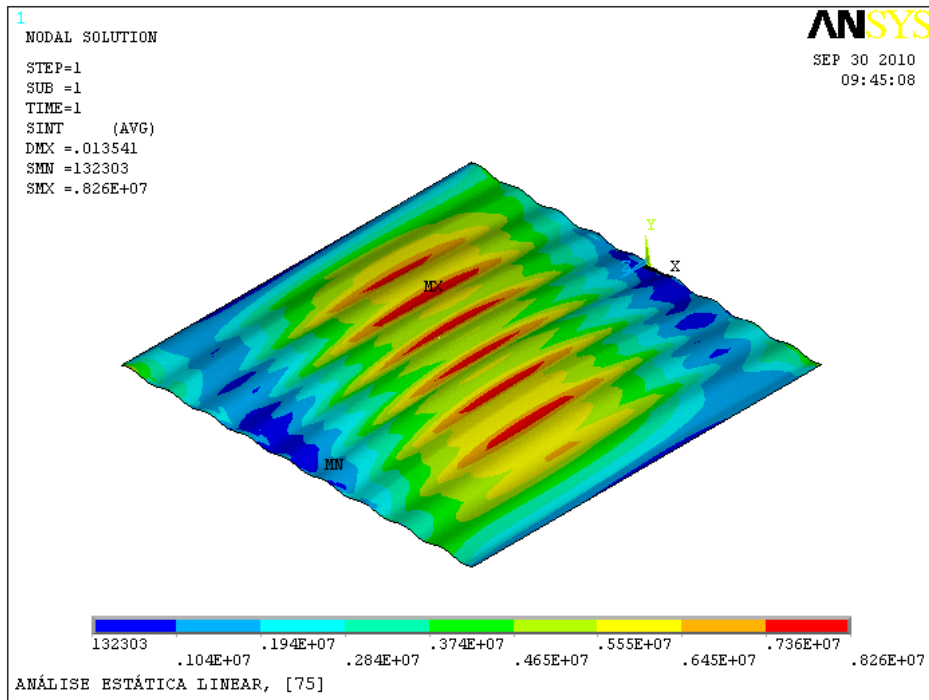


Figura 29 - Distribuição das tensões da placa com orientação [75], Pa

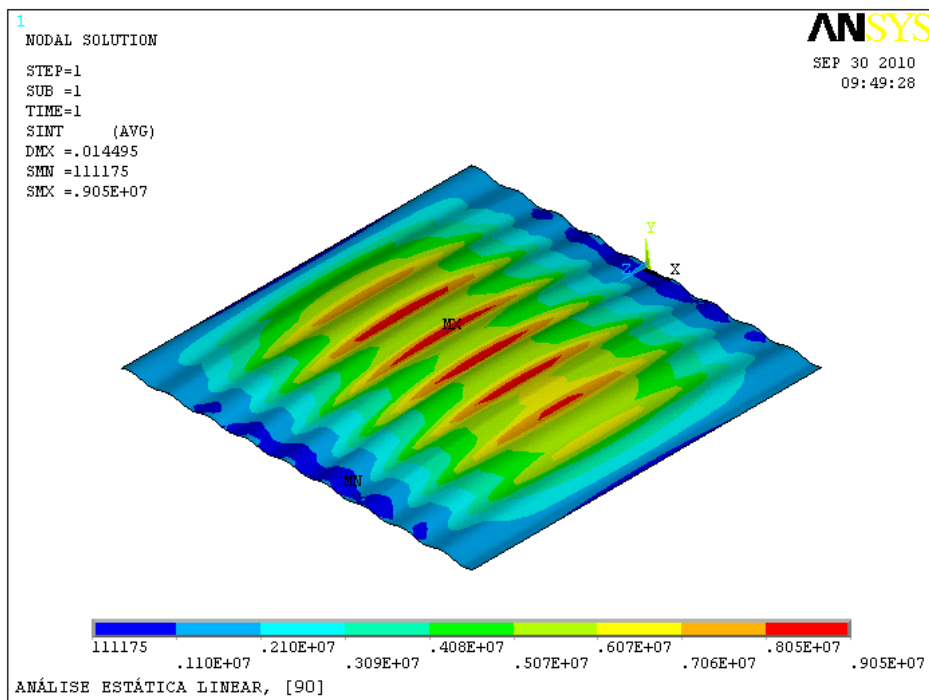


Figura 30 - Distribuição das tensões da placa com orientação [90], Pa

y, m	Orientação das fibras						
	[0]	[15]	[30]	[45]	[60]	[75]	[90]
0	0	0	0	0	0	0	0
0,1	1,81E-04	3,53E-04	8,17E-04	1,42E-03	1,98E-03	2,40E-03	2,56E-03
0,2	3,45E-04	6,77E-04	1,59E-03	2,77E-03	3,87E-03	4,71E-03	5,03E-03
0,3	4,97E-04	9,74E-04	2,30E-03	4,03E-03	5,64E-03	6,86E-03	7,33E-03
0,4	6,32E-04	1,24E-03	2,94E-03	5,16E-03	7,22E-03	8,78E-03	9,40E-03
0,5	7,48E-04	1,47E-03	3,49E-03	6,12E-03	8,58E-03	1,04E-02	1,12E-02
0,6	8,42E-04	1,65E-03	3,94E-03	6,90E-03	9,67E-03	1,18E-02	1,26E-02
0,7	9,10E-04	1,79E-03	4,26E-03	7,47E-03	1,05E-02	1,27E-02	1,36E-02
0,8	9,52E-04	1,87E-03	4,46E-03	7,82E-03	1,10E-02	1,33E-02	1,43E-02
0,9	9,66E-04	1,90E-03	4,53E-03	7,94E-03	1,11E-02	1,35E-02	1,45E-02
1,0	9,52E-04	1,87E-03	4,46E-03	7,82E-03	1,10E-02	1,33E-02	1,43E-02
1,1	9,10E-04	1,79E-03	4,26E-03	7,47E-03	1,05E-02	1,27E-02	1,36E-02
1,2	8,42E-04	1,65E-03	3,94E-03	6,90E-03	9,67E-03	1,18E-02	1,26E-02
1,3	7,48E-04	1,47E-03	3,49E-03	6,12E-03	8,58E-03	1,04E-02	1,12E-02
1,4	6,32E-04	1,24E-03	2,94E-03	5,15E-03	7,22E-03	8,78E-03	9,40E-03
1,5	4,97E-04	9,73E-04	2,30E-03	4,03E-03	5,64E-03	6,86E-03	7,33E-03
1,6	3,45E-04	6,75E-04	1,59E-03	2,77E-03	3,87E-03	4,71E-03	5,03E-03
1,7	1,81E-04	3,51E-04	8,16E-04	1,42E-03	1,98E-03	2,40E-03	2,56E-03
1,8	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 6 – Deflexão ao longo da linha central $x=0m$ de uma placa corrugada de perfil sinusoidal de fibra de carbono com várias orientações diferentes.

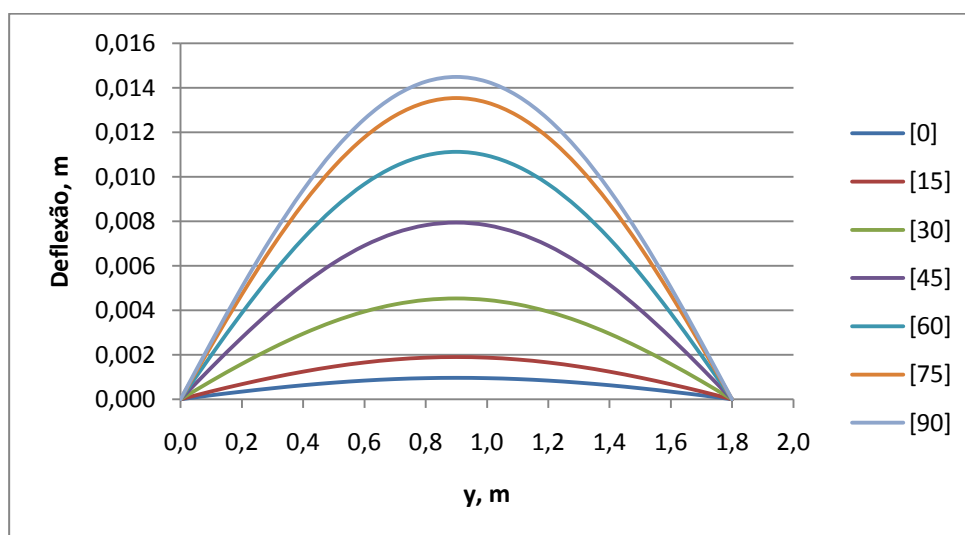


Figura 31 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$ de uma placa corrugada de perfil sinusoidal de fibra de carbono com várias orientações diferentes.

Verifica-se que à medida que o ângulo da fibra vai aumentando, a deflexão diminui, uma vez que as fibras vão tendo uma orientação que lhes permite suportar uma maior carga.

Adicionalmente, ensaiou-se o painel com as mesmas condições de anteriormente com o objectivo de determinar a deflexão ao longo da linha média transversal $y=0,9m$.

x, m	Orientação das fibras						
	[0]	[15]	[30]	[45]	[60]	[75]	[90]
-0,9	0	0	0	0	0	0	0
-0,8	5,49E-04	8,97E-04	1,54E-03	2,03E-03	2,39E-03	2,67E-03	2,79E-03
-0,7	8,25E-04	1,48E-03	2,77E-03	3,82E-03	4,60E-03	5,18E-03	5,42E-03
-0,6	9,66E-04	1,80E-03	3,60E-03	5,23E-03	6,50E-03	7,41E-03	7,78E-03
-0,5	9,62E-04	1,87E-03	4,08E-03	6,34E-03	8,18E-03	9,49E-03	1,00E-02
-0,4	9,45E-04	1,87E-03	4,31E-03	7,02E-03	9,30E-03	1,10E-02	1,16E-02
-0,3	9,68E-04	1,91E-03	4,45E-03	7,47E-03	1,01E-02	1,21E-02	1,29E-02
-0,2	1,00E-03	1,95E-03	4,55E-03	7,76E-03	1,07E-02	1,29E-02	1,38E-02
-0,1	9,93E-04	1,95E-03	4,57E-03	7,91E-03	1,10E-02	1,34E-02	1,43E-02
0	9,66E-04	1,90E-03	4,53E-03	7,94E-03	1,11E-02	1,35E-02	1,45E-02
0,1	9,40E-04	1,87E-03	4,50E-03	7,87E-03	1,10E-02	1,33E-02	1,43E-02
0,2	9,67E-04	1,90E-03	4,50E-03	7,73E-03	1,07E-02	1,29E-02	1,37E-02
0,3	1,00E-03	1,95E-03	4,49E-03	7,48E-03	1,01E-02	1,21E-02	1,29E-02
0,4	1,00E-03	1,95E-03	4,36E-03	7,03E-03	9,30E-03	1,10E-02	1,16E-02
0,5	9,61E-04	1,86E-03	4,07E-03	6,33E-03	8,16E-03	9,48E-03	1,00E-02
0,6	8,96E-04	1,70E-03	3,52E-03	5,20E-03	6,48E-03	7,40E-03	7,77E-03
0,7	7,79E-04	1,41E-03	2,71E-03	3,79E-03	4,59E-03	5,18E-03	5,42E-03
0,8	5,46E-04	8,85E-04	1,52E-03	2,02E-03	2,39E-03	2,68E-03	2,80E-03
0,9	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 7 - Deflexão ao longo da linha central $y=0,9m$ de uma placa corrugada de perfil sinusoidal de fibra de carbono com várias orientações diferentes.

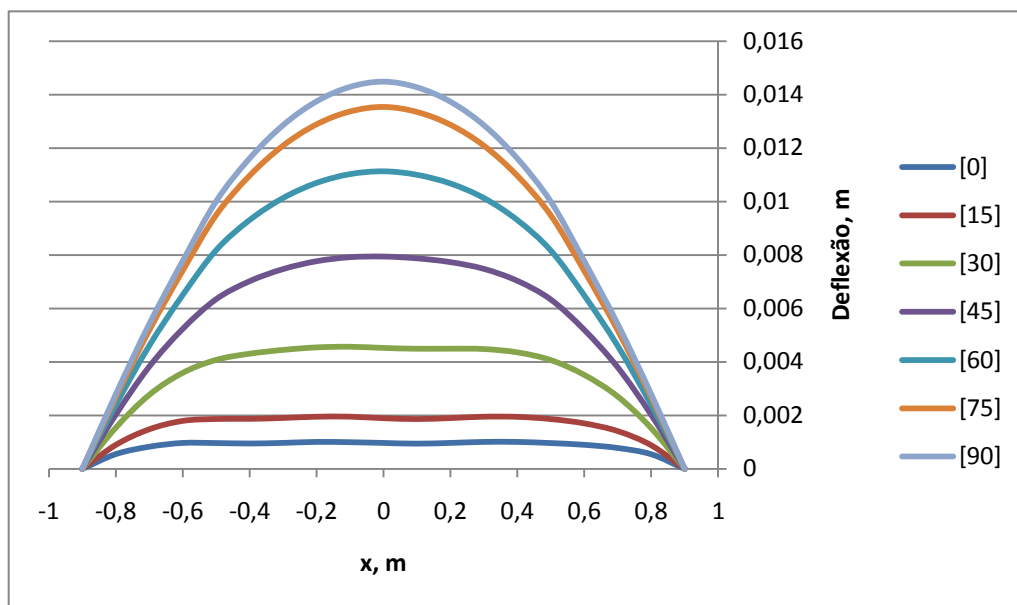


Figura 32 - Deflexão ao longo da linha central $y=0,9\text{m}$ de uma placa corrugada de perfil sinusoidal de fibra de carbono com várias orientações diferentes.

Neste caso verificou-se o oposto do caso anterior, constatando-se que à medida que o ângulo aumenta a deflexão aumenta também. Este facto é explicado por o painel ser unicamada e unidireccional, fazendo com que o aumento de rigidez numa direcção implica a diminuição da mesma na direcção perpendicular.

Embora não seja muito perceptível nos gráficos, verificou-se também que quando a orientação da fibra é baixa, não se verifica simetria na transformada da linha média $y=0,9$, situação essa que se vai dissipando até o ângulo ser de 90° , altura essa em que deixa de haver assimetria na deformada.

4.2.2.4 Influência do número de camadas e sequência de empilhamento

Nesta secção, são testadas várias sequências de empilhamento da placa. Em todas as condições a placa é assumida como sendo de fibra de carbono, e que a sua espessura é sempre de $0,00225\text{m}$ independentemente do número de camadas e orientação das fibras. Uma vez mais a placa é sujeita a uma pressão de 100Pa e simplesmente apoiada.

y, m	Empilhamento	
	[90/0/90]	[90/0/90/0/90/0/90/0/90]
0	0	0
0,1	4,77E-04	3,66E-04
0,2	9,33E-04	7,16E-04
0,3	1,36E-03	1,04E-03
0,4	1,74E-03	1,33E-03
0,5	2,06E-03	1,58E-03
0,6	2,33E-03	1,78E-03
0,7	2,52E-03	1,93E-03
0,8	2,64E-03	2,02E-03
0,9	2,68E-03	2,05E-03

Tabela 8 – Deflexão ao longo da linha central $x=0m$, de um painel corrugado de perfil sinusoidal com orientações das fibras de 0° e 90° .

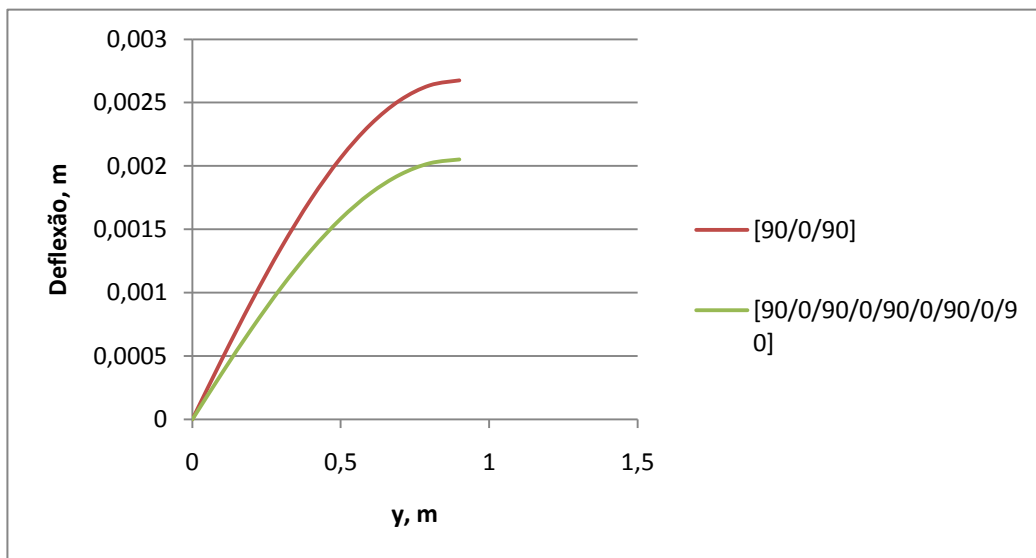


Figura 33 - Deflexão ao longo da linha central $x=0$, de um painel corrugado de perfil sinusoidal com orientações das fibras de 0 e 90° .

y, m	Empilhamento			
	[60/0/60]	[60/0/-60]	[60/0/60/0/60/0/60/0/60]	[60/0/-60/60/0/-60/60/0/-60]
0	0	0	0	0
0,1	4,46E-04	4,13E-04	3,49E-04	4,21E-04
0,2	8,17E-04	8,19E-04	6,80E-04	8,27E-04
0,3	1,26E-03	1,20E-03	9,88E-04	1,21E-03
0,4	1,62E-03	1,54E-03	1,26E-03	1,55E-03
0,5	1,92E-03	1,83E-03	1,50E-03	1,84E-03
0,6	2,16E-03	2,07E-03	1,69E-03	2,07E-03
0,7	2,34E-03	2,25E-03	1,83E-03	2,24E-03
0,8	2,45E-03	2,35E-03	1,91E-03	2,35E-03
0,9	2,49E-03	2,39E-03	1,94E-03	2,38E-03
1,0	2,45E-03	2,36E-03	1,91E-03	2,35E-03
1,1	2,34E-03	2,25E-03	1,83E-03	2,25E-03
1,2	2,16E-03	2,08E-03	1,69E-03	2,07E-03
1,3	1,92E-03	1,85E-03	1,50E-03	1,84E-03
1,4	1,62E-03	1,56E-03	1,26E-03	1,55E-03
1,5	1,26E-03	1,22E-03	9,87E-04	1,21E-03
1,6	8,68E-04	8,46E-04	6,79E-04	8,33E-04
1,7	4,45E-04	4,37E-04	3,49E-04	4,27E-04
1,8	0	0	0	0

Tabela 9 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$, de um painel corrugado de perfil sinusoidal com orientações das fibras de 0 e 60°.

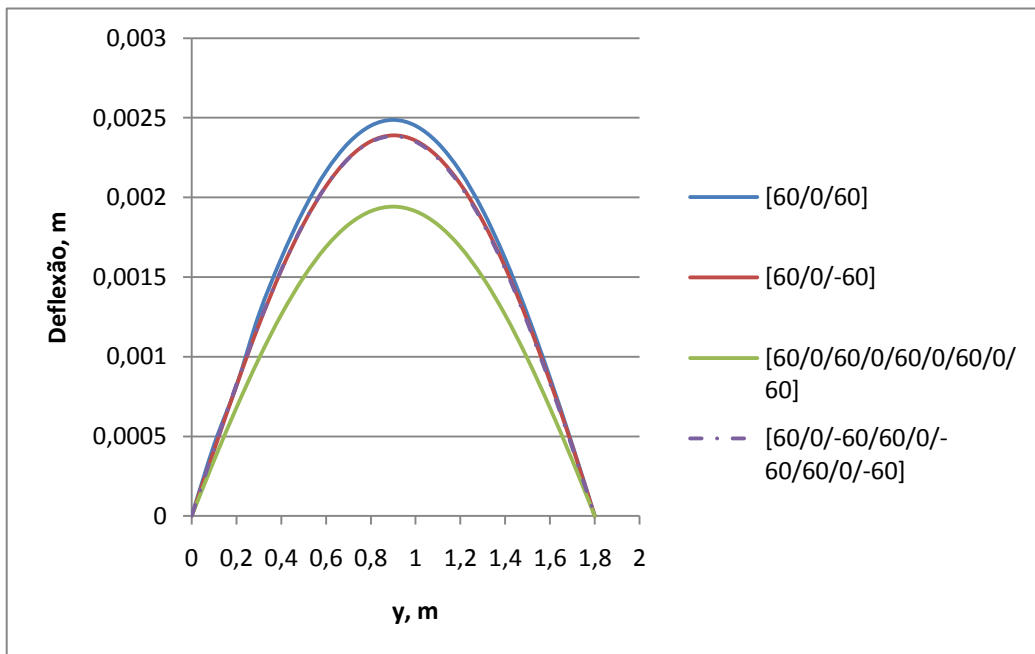


Figura 34 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$, de um painel corrugado de perfil sinusoidal com orientações das fibras de 0 e 60°.

y, m	Empilhamento			
	[45/0/45]	[45/0/-45]	[45/0/45/0/45/0/45/0/45]	[45/0/-45/45/0/-45/45/0/-45]
0	0	0	0	0
0,1	4,06E-04	3,61E-04	3,27E-04	3,64E-04
0,2	7,88E-04	7,11E-04	6,33E-04	7,11E-04
0,3	1,14E-03	1,04E-03	9,18E-04	1,04E-03
0,4	1,46E-03	1,34E-03	1,17E-03	1,33E-03
0,5	1,74E-03	1,59E-03	1,39E-03	1,58E-03
0,6	1,96E-03	1,79E-03	1,57E-03	1,78E-03
0,7	2,12E-03	1,94E-03	1,70E-03	1,92E-03
0,8	2,21E-03	2,04E-03	1,78E-03	2,01E-03
0,9	2,25E-03	2,07E-03	1,80E-03	2,05E-03
1,0	2,21E-03	2,04E-03	1,78E-03	2,02E-03
1,1	2,12E-03	1,95E-03	1,70E-03	1,93E-03
1,2	1,95E-03	1,80E-03	1,57E-03	1,78E-03
1,3	1,73E-03	1,60E-03	1,39E-03	1,58E-03
1,4	1,46E-03	1,35E-03	1,17E-03	1,33E-03
1,5	1,14E-03	1,06E-03	9,17E-04	1,04E-03
1,6	7,87E-04	7,34E-04	6,32E-04	7,16E-04
1,7	4,05E-04	3,80E-04	3,26E-04	3,67E-04
1,8	0	0	0	0

Tabela 10 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$, de um painel corrugado de perfil sinusoidal com orientações das fibras de 0 e 45°.

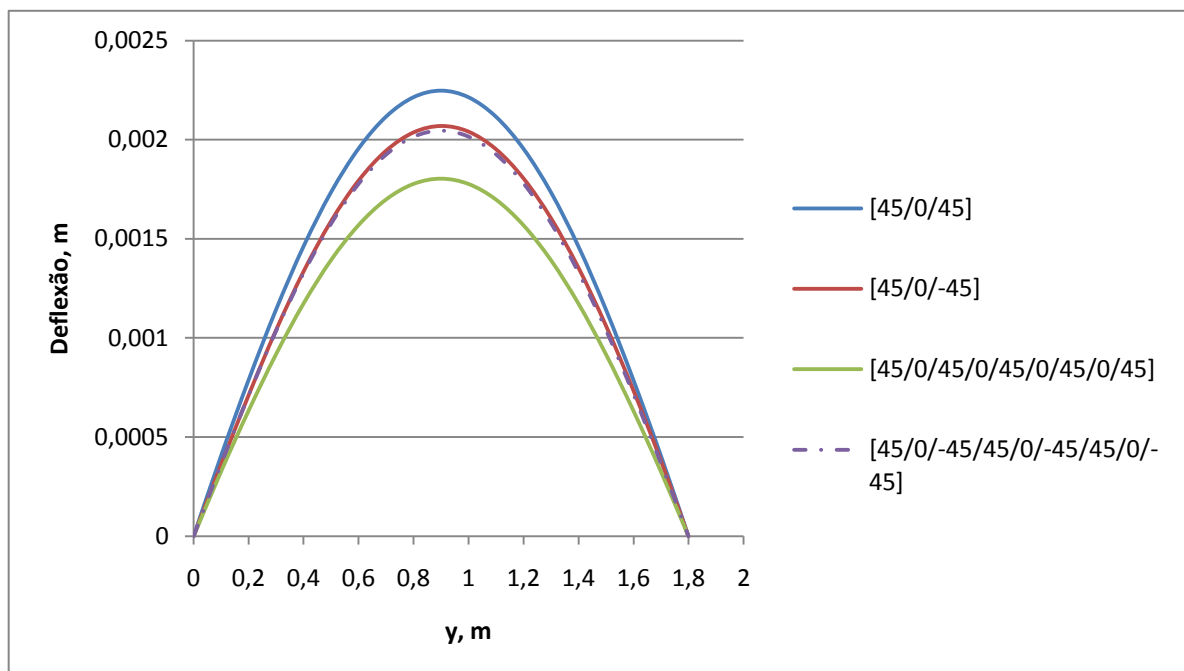


Figura 35 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$, de um painel corrugado de perfil sinusoidal com orientações das fibras de 0 e 45°.

y, m	Empilhamento			
	[15/0/15]	[15/0/-15]	[15/0/15/0/15/0/15/0/15]	[15/0/-15/15/0/-15/15/0/-15]
0	0	0	0	0
0,1	2,46E-04	1,96E-04	2,26E-04	1,95E-04
0,2	4,70E-04	3,78E-04	4,31E-04	3,74E-04
0,3	6,76E-04	5,46E-04	6,21E-04	5,40E-04
0,4	8,60E-04	6,96E-04	7,90E-04	6,89E-04
0,5	1,02E-03	8,24E-04	9,35E-04	8,16E-04
0,6	1,14E-03	9,27E-04	1,05E-03	9,18E-04
0,7	1,24E-03	1,00E-03	1,14E-03	9,93E-04
0,8	1,29E-03	1,05E-03	1,19E-03	1,04E-03
0,9	1,31E-03	1,06E-03	1,21E-03	1,05E-03
1,0	1,29E-03	1,05E-03	1,19E-03	1,04E-03
1,1	1,24E-03	1,00E-03	1,14E-03	9,93E-04
1,2	1,14E-03	9,25E-04	1,05E-03	9,17E-04
1,3	1,02E-03	8,21E-04	9,34E-04	8,15E-04
1,4	8,59E-04	6,93E-04	7,89E-04	6,88E-04
1,5	6,74E-04	5,43E-04	6,19E-04	5,39E-04
1,6	4,67E-04	3,77E-04	4,29E-04	3,73E-04
1,7	2,44E-04	1,99E-04	2,24E-04	1,95E-04
1,8	0	0	0	0

Tabela 11 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$, de um painel corrugado de perfil sinusoidal com orientações das fibras de 0 e 15° .

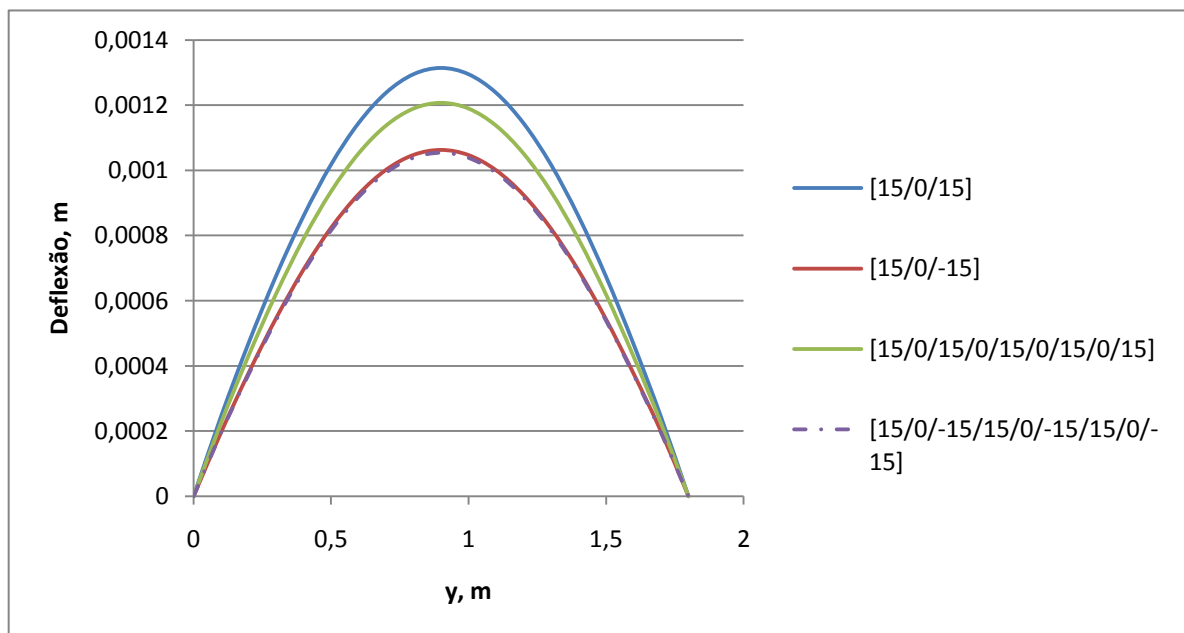


Figura 36 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$, de um painel corrugado de perfil sinusoidal com orientações das fibras de 0 e 15° .

Analisando todos os resultados, verifica-se que o empilhamento que apresenta uma maior deformada é o empilhamento [90/0/90], enquanto que o que apresenta uma menor deformação é o empilhamento [15/0/-15/15/0/-15/15/0/-15]. Verificou-se também que os empilhamentos do tipo [X/0/-X/X/0/-X/X/0/-X] apresentam valores muito semelhantes aos empilhamentos do tipo [X/0/-X], facto esse que poderá estar relacionado com a não simetria do empilhamento.

4.2.2.5 Influência do tipo de material das fibras

Nesta secção é analisada a influência que o tipo de material das fibras da placa tem na deflexão da mesma ao longo da linha central $x=0$ quando sujeita a uma pressão de 100Pa. A espessura da placa é de 0,00225m e encontra-se apoiada, sendo a orientação das fibras [0].

y, m	Empilhamento		
	CARBONO	VIDRO	ARAMÍDA
0	0	0	0
0,1	1,81E-04	5,46E-04	3,07E-04
0,2	3,45E-04	1,06E-03	5,84E-04
0,3	4,97E-04	1,53E-03	8,38E-04
0,4	6,32E-04	1,96E-03	1,07E-03
0,5	7,48E-04	2,33E-03	1,26E-03
0,6	8,42E-04	2,62E-03	1,42E-03
0,7	9,10E-04	2,83E-03	1,53E-03
0,8	9,52E-04	2,97E-03	1,60E-03
0,9	9,66E-04	3,01E-03	1,62E-03

Tabela 12 – Deflexão ao longo da linha central $x=0$ m de uma placa corrugada de perfil sinusoidal construída em diferentes tipos de materiais.

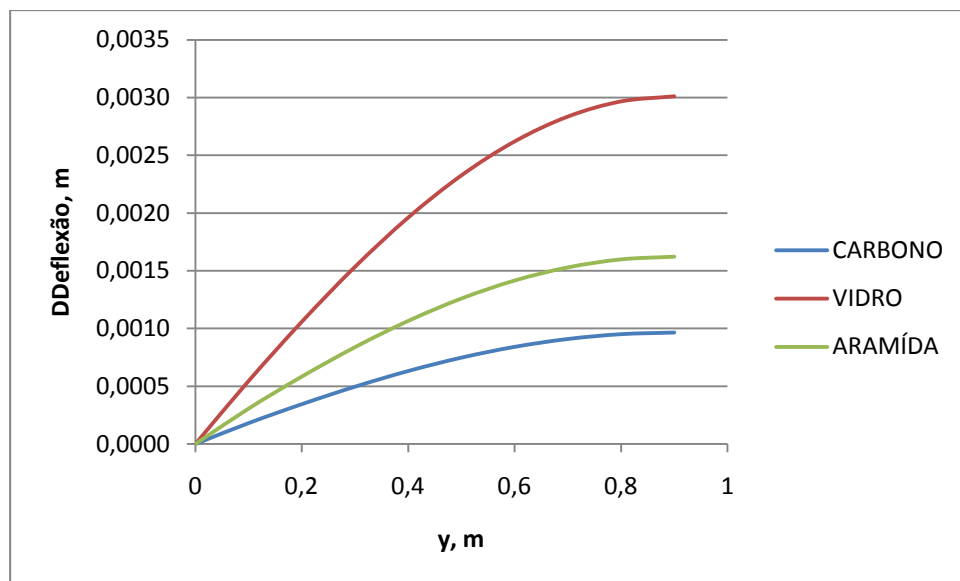


Figura 37 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$ de uma placa corrugada de perfil sinusoidal construída em diferentes tipos de materiais.

Verifica-se que os resultados obtidos são os esperados, com a placa de fibra de carbono a apresentar a menor deflexão, enquanto a placa de fibra de vidro apresenta a maior, facto explicado pelas características inerentes aos materiais.

4.2.2.6 Influência das condições fronteira

A influência das condições fronteira também foi estudada tendo sido exploradas quatro tipos, anteriormente caracterizados. Uma vez mais a placa utilizada para o efeito, foi modelada com os parâmetros de espessura $0,00225m$, fibra de carbono orientação $[0]$, pressão de $100Pa$ e perfil sinusoidal.

y, m	Condição fronteira			
	Apoiado	Encastrado	Encastrado em duas	Encastrado em duas e apoiado em duas
0	0	0	0,32712	3,53E-03
0,1	1,81E-04	1,93E-05	0,32705	3,72E-03
0,2	3,45E-04	5,06E-05	0,32704	3,88E-03
0,3	4,97E-04	8,67E-05	0,32702	4,03E-03
0,4	6,32E-04	1,24E-04	0,32701	4,17E-03
0,5	7,48E-04	1,60E-04	0,32700	4,28E-03
0,6	8,42E-04	1,91E-04	0,32699	4,38E-03

y, m	Condição fronteira			
	Apoiado	Encastrado	Encastrado em duas	Encastrado em duas e apoiado em duas
0,7	9,10E-04	2,15E-04	0,32698	4,44E-03
0,8	9,52E-04	2,30E-04	0,32698	4,49E-03
0,9	9,66E-04	2,35E-04	0,32698	4,50E-03

Tabela 13 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$ de uma placa de perfil sinusoidal de fibra de carbono, variando o tipo condição fronteira utilizado na análise.

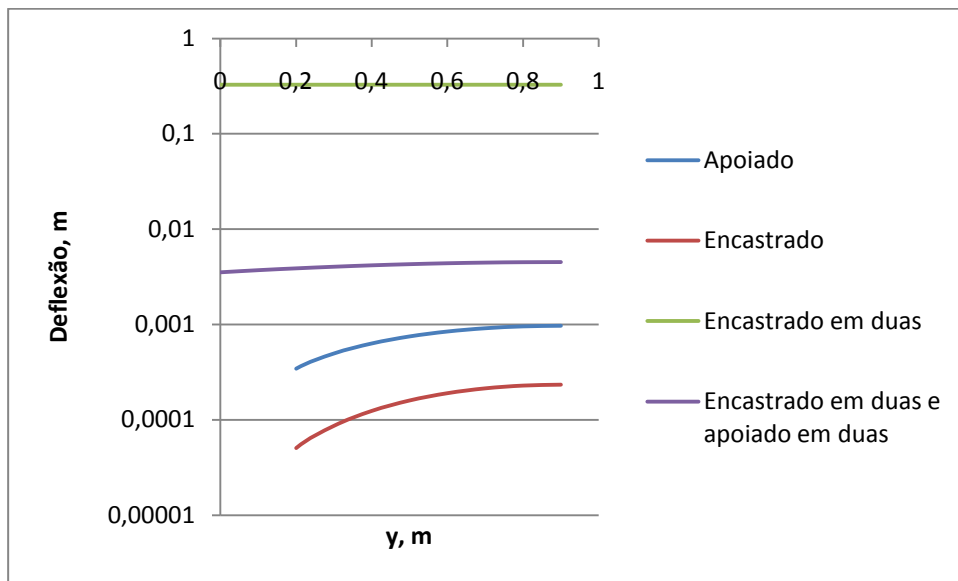


Figura 38 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$ de uma placa de perfil sinusoidal de fibra de carbono, variando o tipo condição fronteira utilizado na análise.

Como seria espectável, o painel com encastramento apenas em duas faces, apresenta a maior deflexão, sendo esta de valor aproximadamente constante. Por outro lado, a condição que faz com que o painel apresente a menor deflexão, é quando os quatro bordos se encontram totalmente encastrados.

O facto de na Figura 38 existirem duas representações que não cruzam o eixo do yy , deve-se ao terem os dois valores iniciais de deflexão nulos, valores esses não possíveis de representar na escala logarítmica do eixo.

4.2.2.7 Influência da geometria

Nesta secção são realizadas algumas variações à corrugação do perfil de modo a estudar as influências que as mesmas têm. O painel é uma vez mais de perfil sinusoidal em material compósito com orientação [0] e espessura 0,00225 e sujeito a uma pressão de 100Pa encontrando-se apoiado nos quatro bordos.

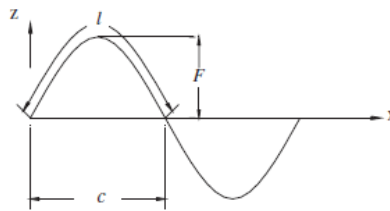


Figura 39 – Identificação das variáveis numa corrugação sinusoidal (Peng, Liew e Kitipornchai, 2007).

y, m	Características geométricas		
	C=0,1m & F=0,01m (74x72)	C=0,1m & F=0,02m (79x72)	C=0,1m & F=0,03m (86x72)
0	0	0	0
0,1	1,81E-04	4,62E-05	2,19E-05
0,2	3,45E-04	8,63E-05	3,95E-05
0,3	4,97E-04	1,23E-04	5,54E-05
0,4	6,32E-04	1,56E-04	6,96E-05
0,5	7,48E-04	1,85E-04	8,17E-05
0,6	8,42E-04	2,07E-04	9,14E-05
0,7	9,10E-04	2,24E-04	9,85E-05
0,8	9,52E-04	2,34E-04	1,03E-04
0,9	9,66E-04	2,37E-04	1,04E-04

Tabela 14 – Análise da deflexão ao longo da linha média $x=0m$ a uma placa corrugada de perfil sinusoidal em fibra de carbono, consoante a altura das corrugações.

y, m	Características geométricas		
	C=0,2m & F=0,01m (145x72)	C=0,2m & F=0,02m (148x72)	C=0,2m & F=0,03m (152x72)
0	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
0,1	2,72E-04	8,93E-05	5,17E-05
0,2	4,90E-04	1,52E-04	8,49E-05
0,3	6,72E-04	2,01E-04	1,09E-04
0,4	8,29E-04	2,42E-04	1,29E-04
0,5	9,62E-04	2,77E-04	1,45E-04
0,6	1,07E-03	3,05E-04	1,58E-04
0,7	1,15E-03	3,25E-04	1,68E-04
0,8	1,19E-03	3,37E-04	1,73E-04
0,9	1,21E-03	3,41E-04	1,75E-04

Tabela 15 - Análise da deflexão ao longo da linha média $x=0m$ a uma placa corrugada de perfil sinusoidal em fibra de carbono, consoante o espaçamento das corrugações.

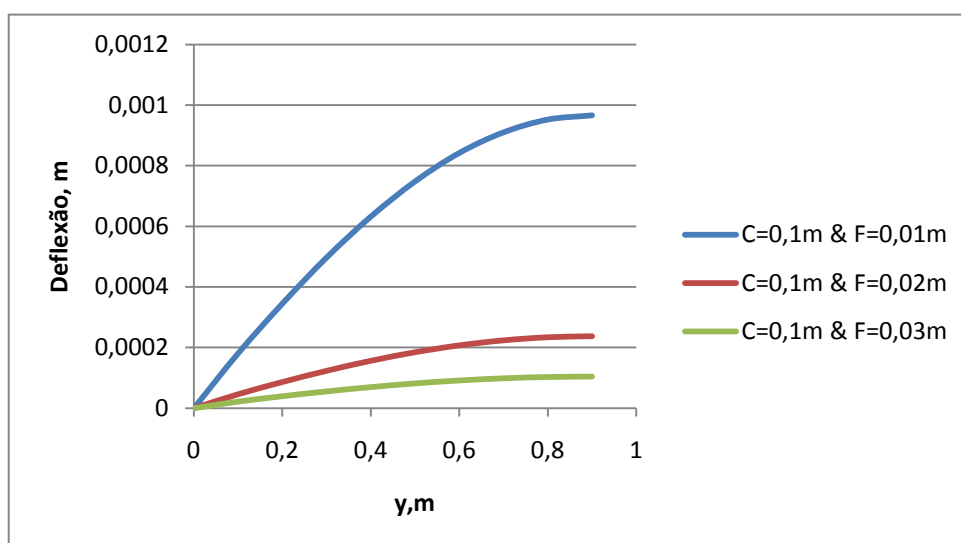


Figura 40 - Análise da deflexão ao longo da linha média $x=0m$ a uma placa corrugada de perfil sinusoidal em fibra de carbono, consoante a altura das corrugações.

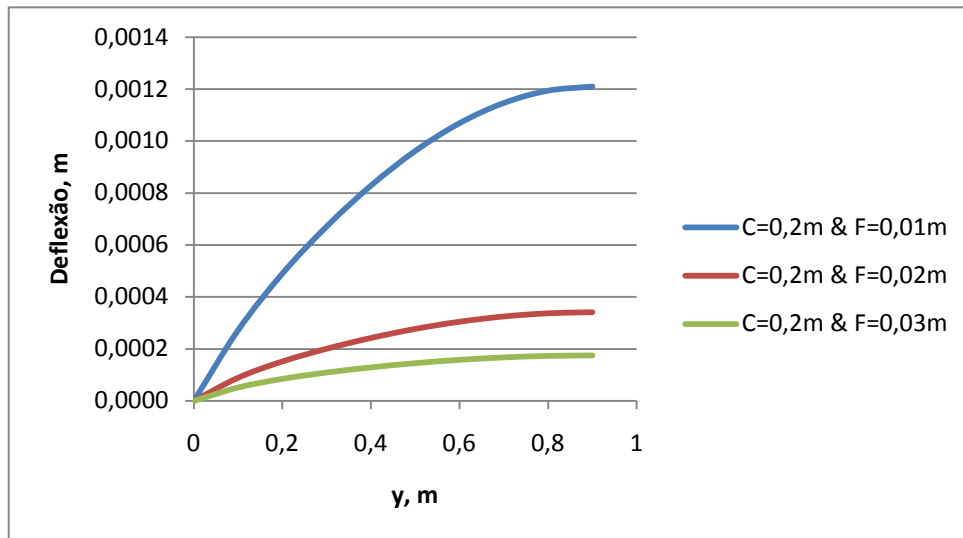


Figura 41 - Análise da deflexão ao longo da linha média $x=0m$ a uma placa corrugada de perfil sinusoidal em fibra de carbono, consoante o espaçamento das corrugações.

Os resultados obtidos são os esperados, uma vez que ao aumentar a altura da corrugação, está-se também a aumentar o segundo momento de área ponderado da placa, diminuindo assim a deflexão ao longo da linha média $x=0$.

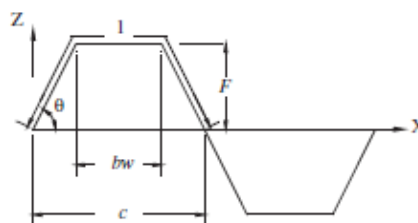


Figura 42 – Identificação das variáveis numa corrugação trapezoidal

(Peng, Liew e Kitipornchai, 2007).

Ensaiou-se também o painel corrugado mas variando o tipo de corrugação, apresentando um perfil trapezoidal. As variáveis F e C mantêm-se iguais às do perfil sinusoidal inicial, variando-se apenas o ângulo θ da corrugação.

y, m	Geometria			
	Sinusoidal (74x72)	Trapezoidal 30° (76x72)	Trapezoidal 45° (78x72)	Trapezoidal 60° (81x72)
0	0	0	0	0
0,1	1,81E-04	1,11E-04	1,01E-04	9,63E-05
0,2	3,45E-04	2,13E-04	1,95E-04	1,86E-04
0,3	4,97E-04	3,08E-04	2,81E-04	2,70E-04
0,4	6,32E-04	3,93E-04	3,59E-04	3,44E-04
0,5	7,48E-04	4,65E-04	4,25E-04	4,08E-04
0,6	8,42E-04	5,24E-04	4,78E-04	4,59E-04
0,7	9,10E-04	5,66E-04	5,17E-04	4,96E-04
0,8	9,52E-04	5,92E-04	5,41E-04	5,19E-04
0,9	9,66E-04	6,01E-04	5,49E-04	5,26E-04

Tabela 16- Deflexão ao longo da linha central $x=0m$ de um painel corrugado com diferentes geometrias.

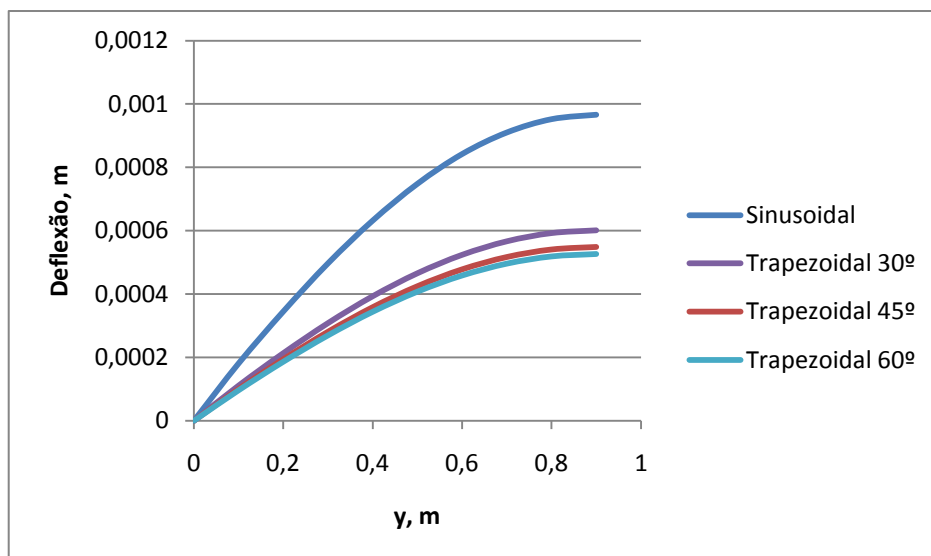


Figura 43 - Deflexão ao longo da linha central $x=0m$ de um painel corrugado com diferentes geometrias.

x, m	Geometria			
	Sinusoidal (74x72)	Trapezoidal 30° (76x72)	Trapezoidal 45° (78x72)	Trapezoidal 60° (81x72)
-0,9	0	0	0	0
-0,8	5,49E-04	3,68E-04	3,45E-04	3,18E-04
-0,7	8,25E-04	5,09E-04	4,76E-04	4,41E-04
-0,6	9,66E-04	5,83E-04	5,38E-04	5,09E-04
-0,5	9,62E-04	5,98E-04	5,47E-04	5,17E-04
-0,4	9,45E-04	6,02E-04	5,47E-04	5,21E-04
-0,3	9,68E-04	6,00E-04	5,49E-04	5,19E-04
-0,2	1,00E-03	6,00E-04	5,46E-04	5,22E-04
-0,1	9,93E-04	5,99E-04	5,45E-04	5,22E-04
0,0	9,66E-04	6,01E-04	5,49E-04	5,26E-04
0,1	9,40E-04	5,99E-04	5,54E-04	5,25E-04
0,2	9,67E-04	6,00E-04	5,55E-04	5,20E-04
0,3	1,00E-03	6,00E-04	5,53E-04	5,19E-04
0,4	1,00E-03	6,02E-04	5,48E-04	5,20E-04
0,5	9,61E-04	5,98E-04	5,47E-04	5,22E-04
0,6	8,96E-04	5,83E-04	5,38E-04	5,14E-04
0,7	7,79E-04	5,09E-04	4,66E-04	4,48E-04
0,8	5,46E-04	3,68E-04	3,45E-04	3,51E-04
0,9	0	0	0	0

Tabela 17 - Deflexão ao longo da linha central $y=0,9\text{m}$ de um painel corrugado com diferentes geometrias.

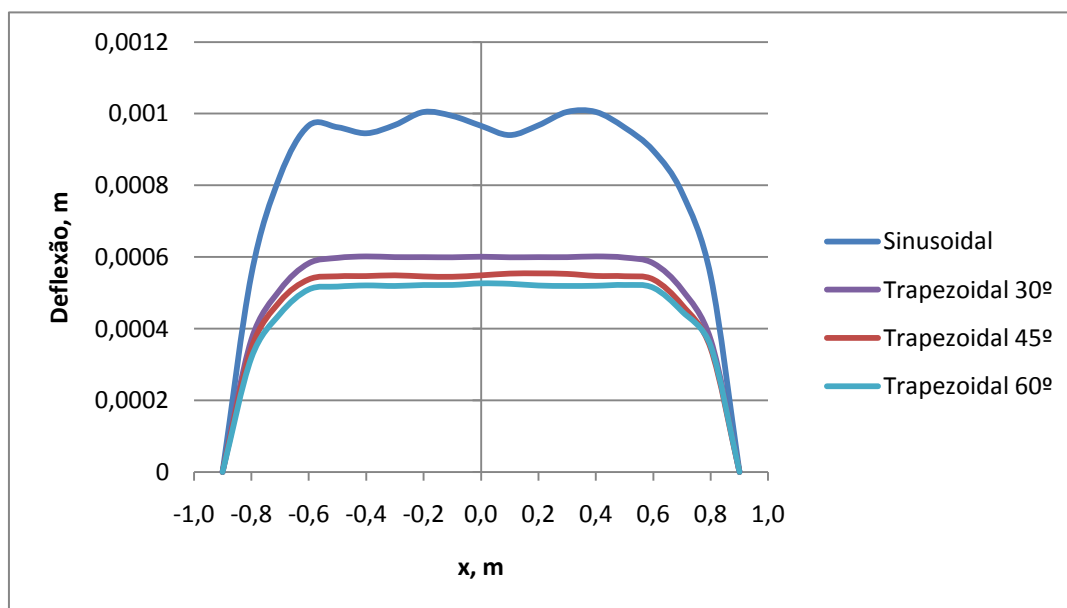


Figura 44 - Deflexão ao longo da linha central $y=0,9\text{m}$ de um painel corrugado com diferentes geometrias.

Verifica-se que em qualquer das situações, o painel com a corrugação trapezoidal possui menor deflexão, sendo que, à medida que o ângulo da corrugação aumenta, a sua deflexão diminui. No caso da linha transversal em $y=0,9$ constatou-se uma vez mais que a deformada não é simétrica.

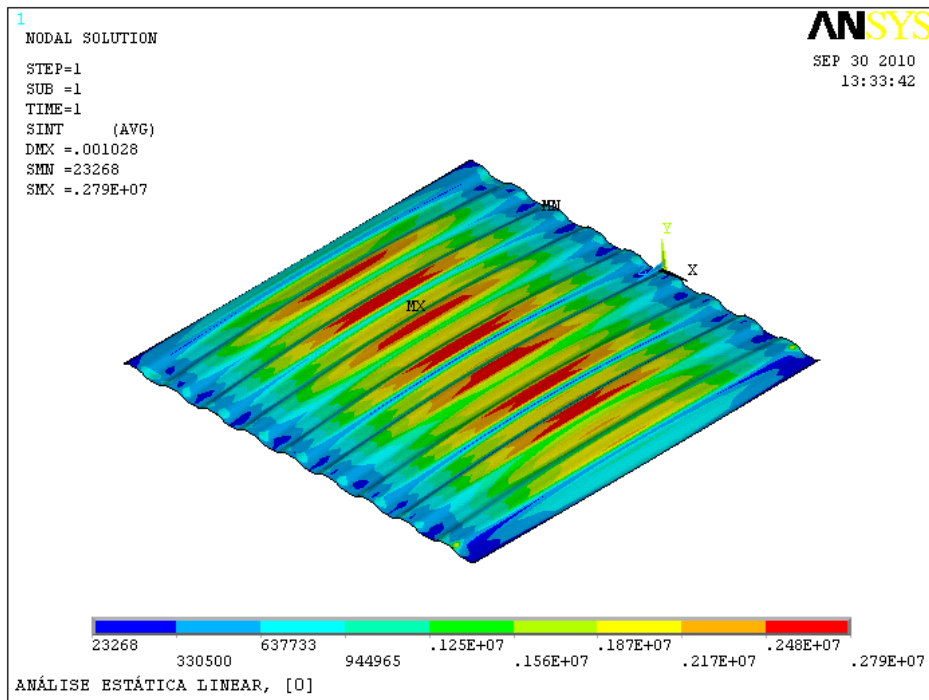


Figura 45 - Distribuição de tensões no painel de corrugação trapezoidal 30° [0], Pa

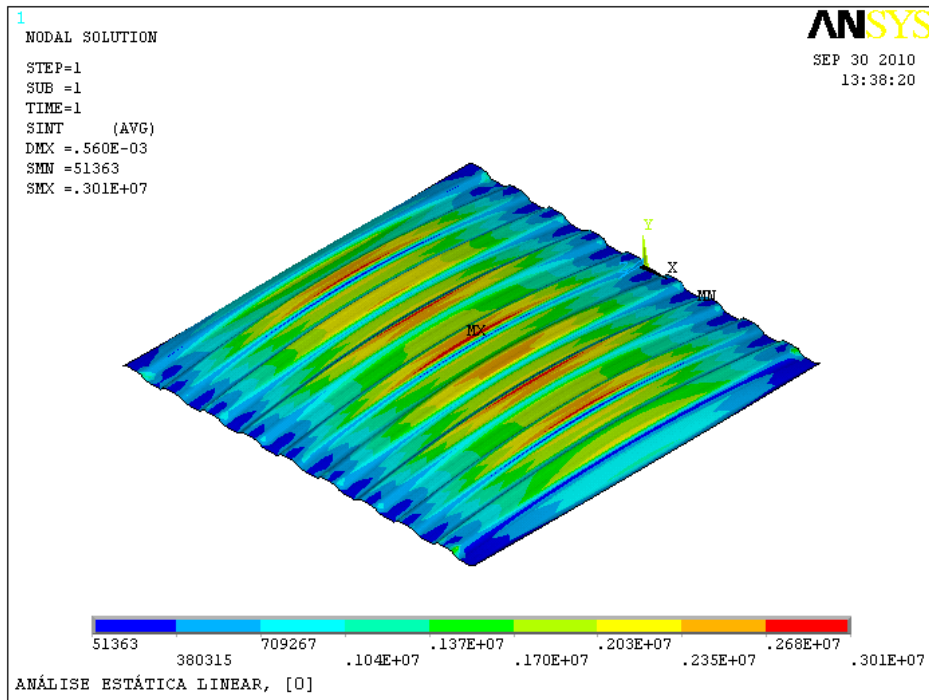


Figura 46 - Distribuição de tensões no painel de corrugação trapezoidal 45° [0], Pa

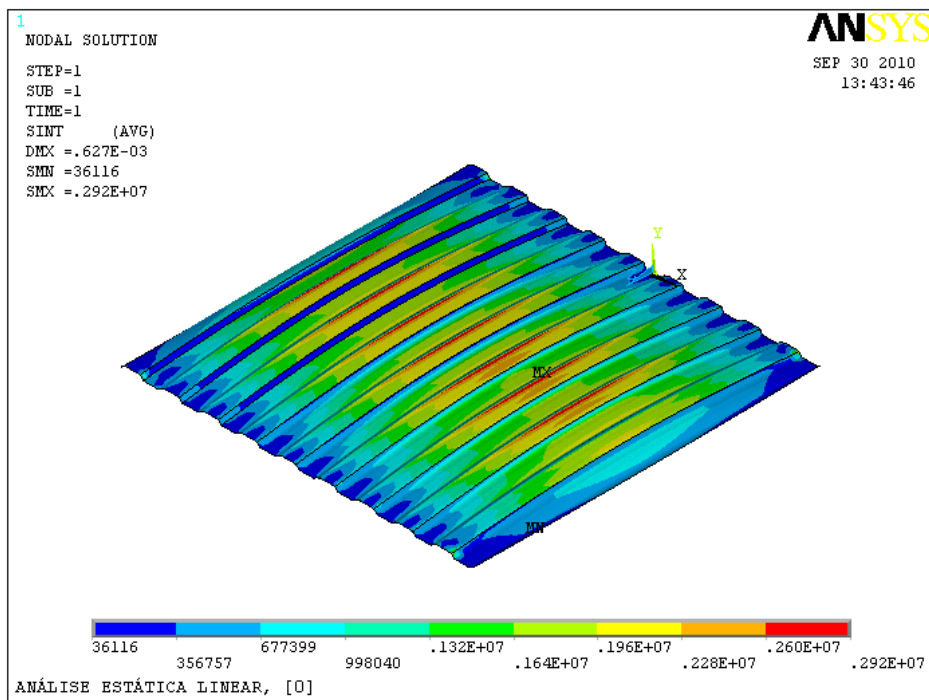


Figura 47 - Distribuição de tensões no painel de corrugação trapezoidal 60° [0], Pa

4.2.3 Análise de vibrações livres

4.2.3.1 Influência do número de nós

Para testar a influência que o número de nós utilizados durante os ensaios poderia ter nos resultados, foram efectuados vários ensaios com um painel de perfil sinusoidal em fibra de carbono com espessura de 0,00225m, orientação das fibras [0] e os quatro bordos encastrados. O objectivo destes ensaios, foi a determinação de um valor de tamanho de elemento, a partir do qual os resultados não sofressem grandes variações. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 18 e na Figura 48.

Número de nós	Frequência fundamental, Hz
100615 (185x180)	62,124
44767 (123x120)	62,114
25477 (93x90)	62,099
16277 (74x72)	62,063
11405 (62x60)	61,988
8479 (53x52)	61,887
6530 (47x45)	62,076
5083 (41x40)	61,873
4143 (37x36)	61,809

Tabela 18 – Variação da frequência fundamental em função do número de nós.

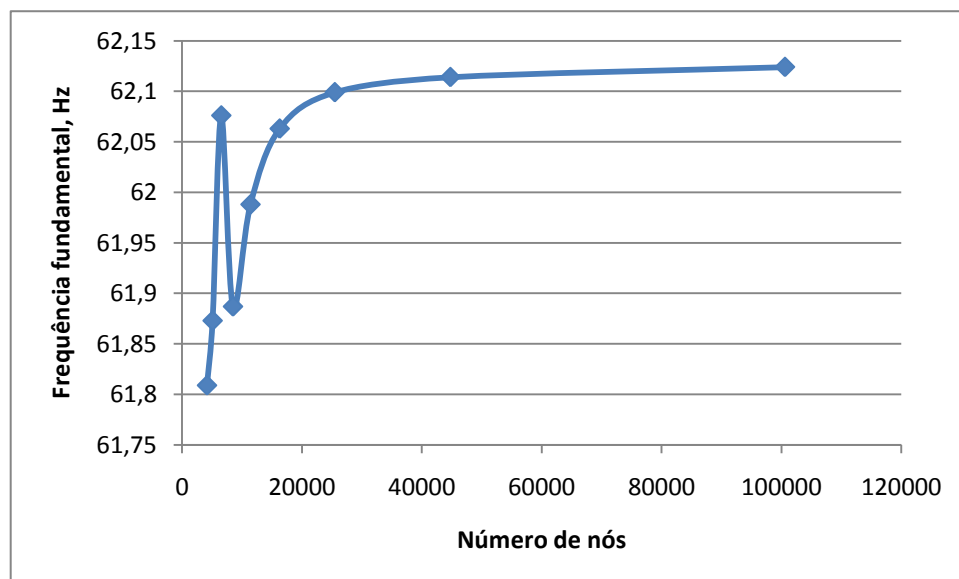


Figura 48 - Variação da frequência fundamental em função do número de nós.

Analisando os resultados obtidos, verifica-se uma alguma variação dos valores quando o número de nós é inferior a aproximadamente 20000, sendo que a partir deste valor começa-se a verificar uma certa convergência de resultados.

Para efeitos de ensaios cujos resultados são apresentados mais à frente neste texto, considerou-se um tamanho de elemento de $20 \times 10^{-3} \text{m}$ (93x90) que corresponde a 25477 nós, uma vez que se verifica que a partir deste valor os resultados apresentam uma certa convergência, não sendo assim necessário utilizar um maior número de nós, dado que não se iria obter grande melhoria na precisão de resultados e a velocidade de cálculo seria muito menor, poupando-se assim tempo e recursos.

4.2.3.2 Influência do tipo de elemento

Quanto às implicações que a escolha do tipo de elemento a utilizar na análise poderia ter, foram testadas através de ensaios de uma placa de perfil sinusoidal encastrada de fibra de carbono, com a sequência de empilhamento [0], espessura 0,00225 e bordos encastrados. Os elementos escolhidos para o efeito, foram o SHELL281 (utilizado em todos os restantes ensaios), SHELL91, SHELL99 e SHELL181.

Frequência por modo (Hz)	Elemento			
	SHELL281 (93x90)	SHELL91 (93x90)	SHELL99 (93x90)	SHELL181 (93x90)
1	62,099	62,122	62,199	59,732
2	64,698	64,72	64,72	62,33
3	69,188	69,207	69,207	67,008
4	75,937	75,956	75,956	73,634
5	84,771	84,789	84,789	82,523
6	96,194	96,21	96,209	94,044
7	109,98	109,99	109,99	108,05
8	127,18	127,2	127,2	125,43
9	146,99	147	147	144,73
10	149,22	149,27	149,27	145,6

Tabela 19 – Comparação dos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal consoante o elemento utilizado.

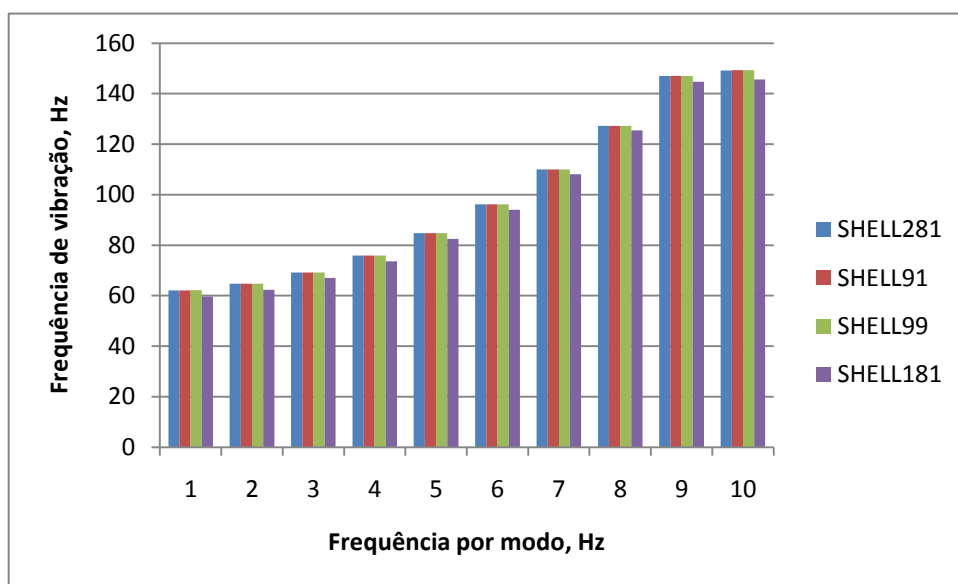


Figura 49 - Comparação dos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal consoante o elemento utilizado.

Tal como na análise estática linear, verifica-se que os elementos SHELL91, SHELL99 e SHELL281 possuem os valores bastante próximos, enquanto que o elemento SHELL181 apresenta uma ligeira diferença.

4.2.3.3 Influência da orientação das fibras

Para testar a influência que a orientação das fibras tem nos primeiros dez modos de vibração de uma placa sinusoidal, foram efectuados ensaios assumindo a placa constituída por apenas uma camada com a espessura de 0,00225 m, fibra de carbono e encastrada. O material considerado nos cálculos foi a fibra de carbono, sendo que as orientações ensaiadas foram a [0], [15], [30], [45], [60], [75] e [90].

A Tabela 20 e a Figura 50 apresentam os resultados obtidos.

Frequência por modo, (Hz)	Orientação das fibras						
	[0]	[15]	[30]	[45]	[60]	[75]	[90]
1	62,099	51,849	34,39	25,644	21,598	19,822	19,327
2	64,698	54,123	36,885	29,218	26,76	26,454	26,573
3	69,188	58,286	41,644	36,317	37,271	40,098	41,55
4	75,937	64,461	48,726	47,051	52,807	51,413	49,74
5	84,771	73,167	58,833	61,652	57,154	57,023	55,339
6	96,194	84,717	71,953	69,346	62,433	59,897	63,498
7	109,98	99,294	88,221	74,167	72,526	69,038	67,538
8	127,18	117,41	94,827	79,259	73,241	83,17	86,832
9	146,99	138,86	99,051	83,482	88,706	89,982	91,892
10	149,22	139,34	105,77	94,25	96,767	98,496	95,106

Tabela 20 - Influência da orientação das fibras nos primeiros 10 modos de vibração livre de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.

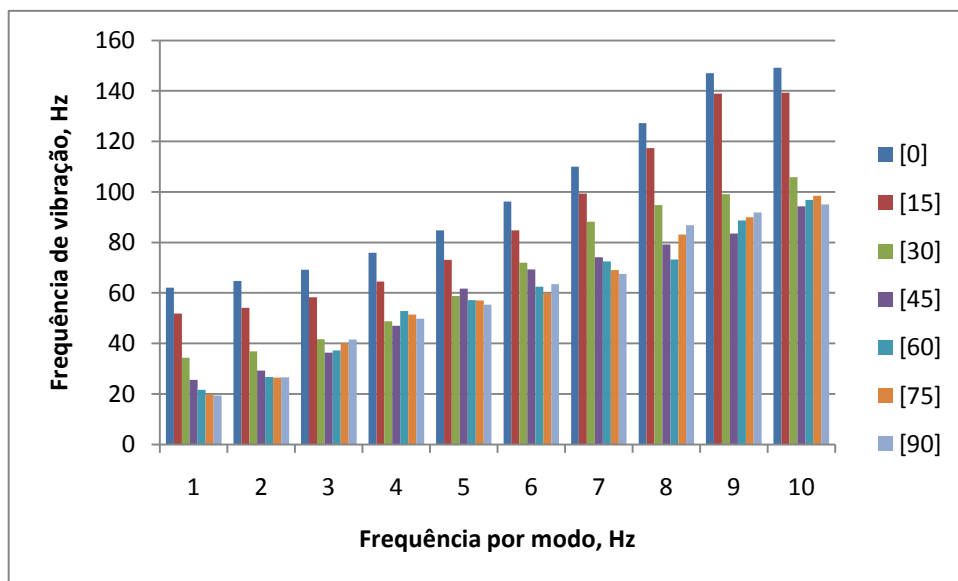


Figura 50 - Influência da orientação das fibras nos primeiros 10 modos de vibração livre de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.

Da análise dos resultados, verifica-se que as placas com menores ângulos de orientação das fibras, possuem sempre frequências de vibração livre mais altas, independentemente do modo de vibração.

4.2.3.4 Influência do número de camadas e sequência de empilhamento

Para testar a influência que o número de camadas assim como a sequência de empilhamento têm nos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal, foram realizados ensaios com as sequências de empilhamento [90/0/90], [90/0/90/0/90/0/90/0/90], [60/0/60], [60/0/-60], [60/0/60/0/60/0/60/0/60], [60/0/-60/60/0/-60/60/0/-60], [45/0/45], [45/0/-45], [45/0/45/0/45/0/45/0/45], [45/0/-45/45/0/-45/45/0/-45], e por fim [15/0/15], [15/0/-15], [15/0/15/0/15/0/15/0/15], [15/0/-15/15/0/-15/15/0/-15].

Frequência por modo, (Hz)	Empilhamento	
	[90/0/90]	[90/0/90/0/90/0/90/0/90]
1	41,976	46,583
2	47,13	50,836
3	58,858	60,262
4	77,686	75,38
5	104,14	97,211
6	107,39	118,15
7	113,34	123,78
8	125,07	125,22
9	137,47	134,37
10	142,85	150,25

Tabela 21 – Influência do número de camadas com as orientações 0 e 90, nos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.

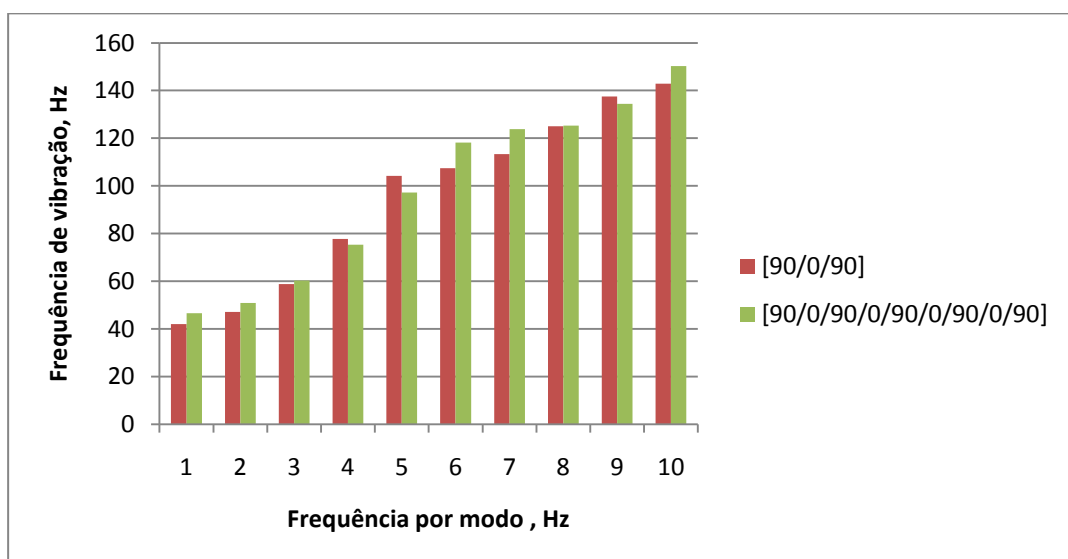


Figura 51 - Influência do número de camadas com as orientações 0 e 90, nos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.

Frequência por modo (Hz)	Empilhamento			
	[60/0/60]	[0/60/-60]	[60/0/60/0/60/0/60/0/60]	[60/0/-60/60/0/-60/60/0/-60]
1	43,337	43,613	47,944	44,583
2	47,634	47,147	51,713	48,516
3	56,687	54,106	59,432	56,562
4	70,83	64,527	71,346	68,948
5	90,945	79,395	88,569	86,744
6	112,86	98,603	110,85	109,71
7	116,5	114,65	123,8	119,08
8	119,02	121,16	129,69	125,72
9	130,19	122,27	138,21	137,48
10	145,28	132,5	140,18	137,89

Tabela 22- Influência do número de camadas com as orientações 0 e 60, nos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.

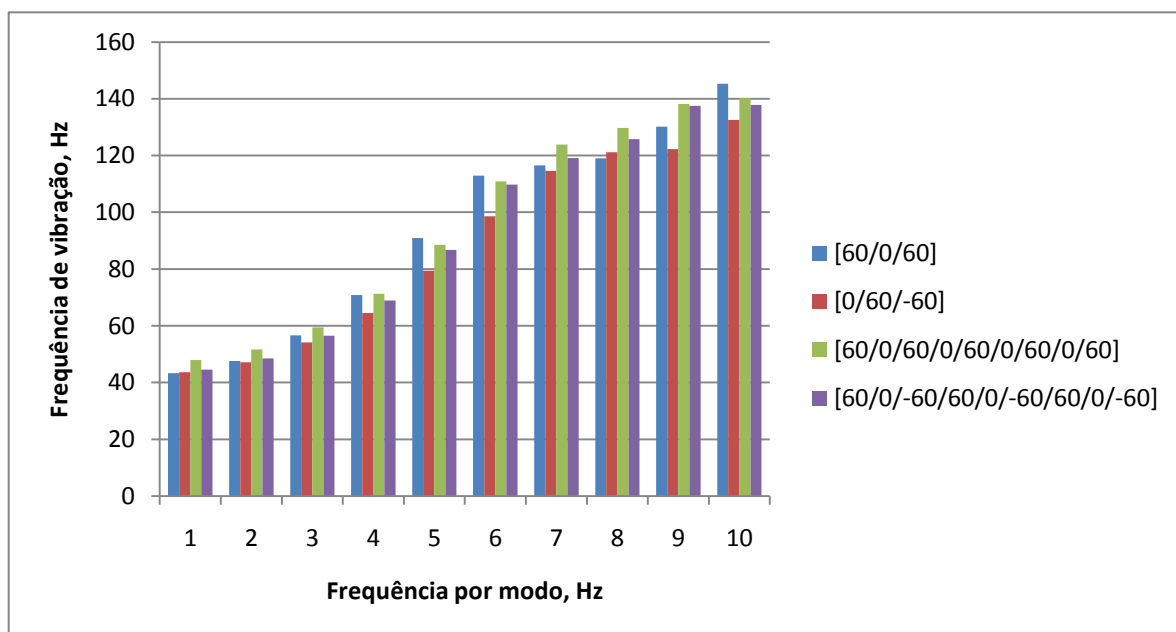


Figura 52 - Influência do número de camadas com as orientações 0 e 60, nos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.

Frequência por modo (Hz)	Empilhamento			
	[45/0/45]	[45/0/-45]	[45/0/45/0/45/0/45/0/45]	[45/0/-45/45/0/-45/45/0/-45]
1	45,628	46,812	50,032	47,767
2	49,197	49,977	53,37	51,295
3	56,164	55,853	59,737	58,019
4	66,631	64,428	69,187	67,97
5	81,595	76,574	82,71	82,184
6	100,93	92,424	100,33	100,6
7	120,59	112,21	122,21	123,71
8	124,77	124,66	131,21	128,45
9	126,86	131,2	137,04	135,26
10	136,98	136,72	146,68	146,93

Tabela 23 - Influência do número de camadas com as orientações 0 e 45, nos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.

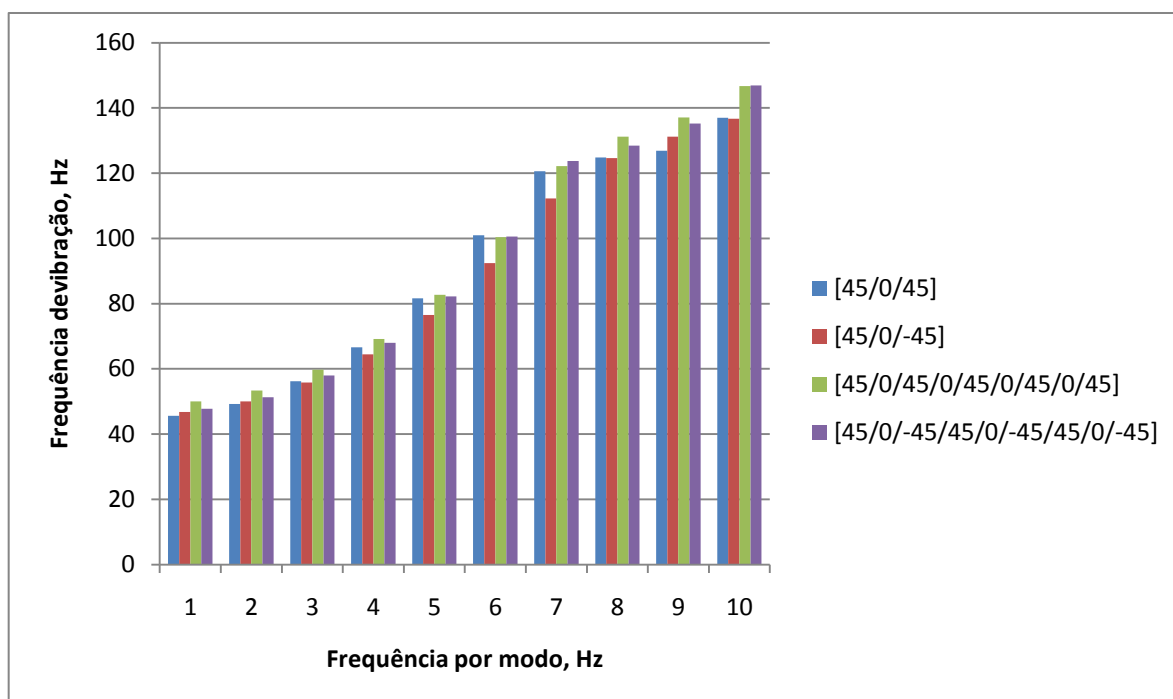


Figura 53 - Influência do número de camadas com as orientações 0 e 45, nos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.

Frequência por modo (Hz)	Empilhamento			
	[15/0/15]	[15/0/-15]	[15/0/15/0/15/0/15/0/15]	[15/0/-15/15/0/-15/15/0/-15]
1	58,581	62,121	60,015	62,412
2	61,188	65,092	62,674	65,412
3	65,826	70,261	67,367	70,626
4	72,676	77,853	74,307	78,263
5	82,062	88,004	83,725	88,498
6	94,36	101,14	96,02	101,73
7	109,6	117,14	111,16	117,84
8	128,56	137,14	130,01	137,98
9	150,7	156,67	152,04	157,49
10	151,06	160,45	152,7	161,45

Tabela 24 - Influência do número de camadas com as orientações 0 e 15, nos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.

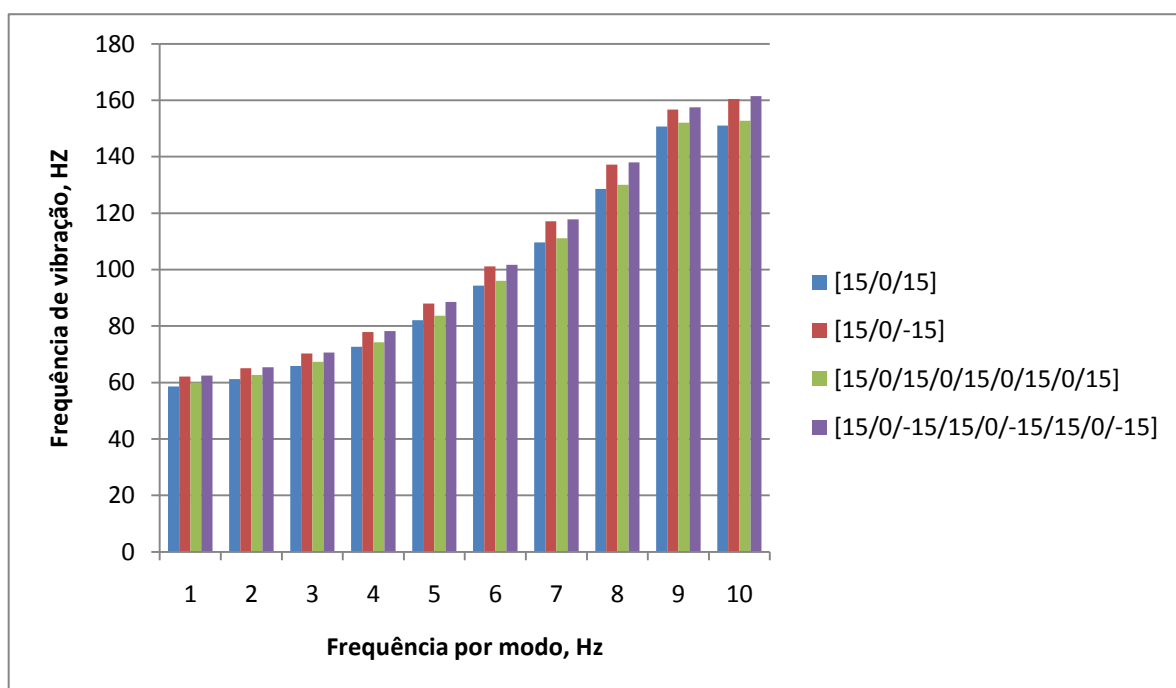


Figura 54 - Influência do número de camadas com as orientações 0 e 15, nos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal.

Verificou-se que os empilhamentos do tipo [X/0/-X/X/0/-X/X/0/-X] apresentam valores muito semelhantes aos empilhamentos do tipo [X/0/-X], facto esse que poderá estar relacionado com a não simetria do empilhamento.

4.2.3.5 Influência do tipo de material das fibras

Para testar a influência que o tipo de material da placa tem na análise de vibrações livres, escolheram-se três tipos diferentes de fibras: fibras de carbono, de vidro e aramílicas. As propriedades de cada uma destas fibras estão presentes na Tabela 3. O tipo de empilhamento escolhido para este ensaio foi [0].

Frequência por modo (Hz)	Material		
	Carbono	Aramída	Vidro
1	62,099	47,629	33,23
2	64,698	49,327	35,031
3	69,188	52,309	38,356
4	75,937	56,987	43,254
5	84,771	63,028	50,153
6	96,194	70,976	59,193
7	109,98	80,635	70,415
8	127,18	92,724	84,178
9	146,99	106,7	84,487
10	149,22	108,02	87,709

Tabela 25 - Comparação dos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal construída em diferentes tipos de material compósito.

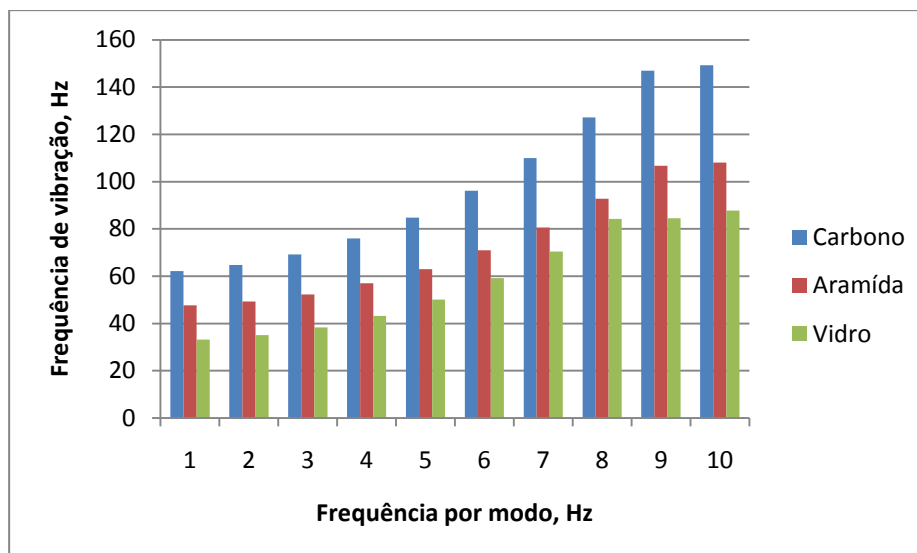


Figura 55 - Comparação dos primeiros 10 modos de vibração de uma placa corrugada de perfil sinusoidal construída em diferentes tipos de material compósito.

Como se observa, para os diferentes casos considerados, as frequências naturais aumentam à medida que o laminado apresenta uma maior rigidez equivalente. Considerando os diferentes materiais envolvidos, os resultados confirmam o que seria expectável.

4.2.3.6 Influência das condições fronteira

Nesta secção, a mesma placa de perfil sinusoidal foi colocada em dois tipos de condição fronteira, encastrada e simplesmente apoiada, de forma a estudar as diferentes reacções provocadas.

Frequência por modo (Hz)	Condição fronteira			
	Encastrado	Simplesmente apoiado	Encastrado em duas	Encastrado em duas e apoiado em duas
1	62,099	0	1,6553	14,038
2	64,698	0,0173	2,3312	23,331
3	69,188	0,0195	4,5768	25,961
4	75,937	30,354	5,5542	29,947
5	84,771	31,819	8,933	36,509
6	96,194	34,535	10,185	44,342
7	109,98	38,805	14,846	49,511
8	127,18	45,152	16,041	54,162
9	146,99	53,521	21,986	65,348
10	149,22	64,081	23,588	69,852

Tabela 26 - Comparação dos primeiros 10 modos de vibração de uma placa sinusoidal de material compósito, com diferentes tipos de condições fronteira.

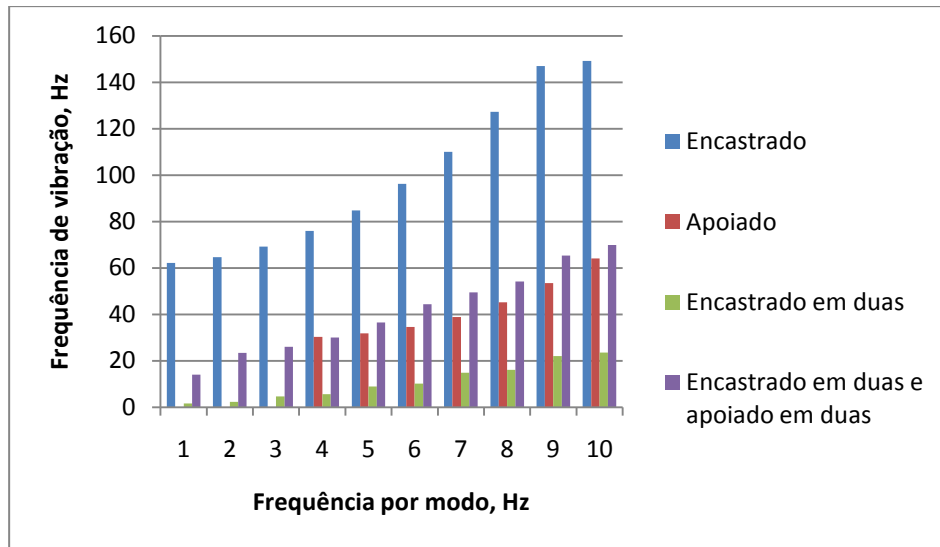


Figura 56 - Comparação dos primeiros 10 modos de vibração de uma placa sinusoidal de material compósito, com diferentes tipos de condições fronteira.

4.2.3.7 Influência da geometria

A influência da geometria foi testada através da alteração das características C e F da placa sinusoidal (ver Figura 57). É estudada apenas a influência na frequência fundamental, com a placa encastrada e orientação das fibras de carbono a $[0]$.

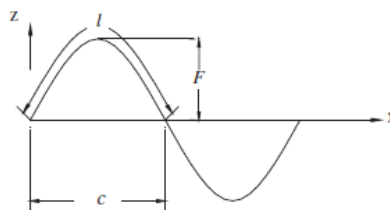


Figura 57 – Identificação das variáveis numa corrugação sinusoidal (Liew, Peng e Kitipornchai, 2009).

Geometria	Frequência Fundamental, Hz
C=0,1m & F=0,01m (93x90)	62,099
C=0,1m & F=0,02m (99x90)	118,93
C=0,1m & F=0,03m (107x90)	165,4
C=0,2m & F=0,01m (182x90)	47,151
C=0,2m & F=0,02m (185x90)	62,222
C=0,2m & F=0,03m (190x90)	61,726

Tabela 27 - Variação da frequência fundamental, sob diferentes parâmetros geométricos.

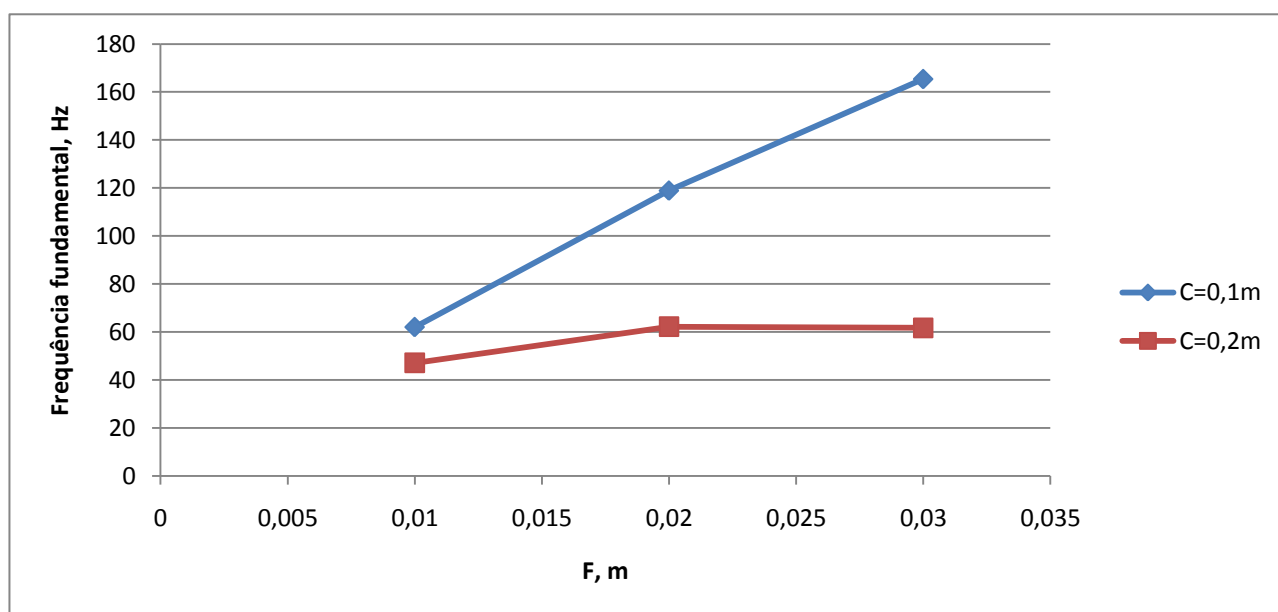


Figura 58 - Variação da frequência fundamental, sob diferentes parâmetros geométricos.

Verifica-se que à medida que se aumenta o espaçamento da corrugação, a frequência fundamental aumenta, independentemente da altura de cada corrugação.

Efectuou-se ainda um ensaio com o painel nas mesmas condições mas com corrugação trapezoidal, sendo que apenas muda o ângulo θ , mantendo-se as constantes C e F iguais às do painel trapezoidal.

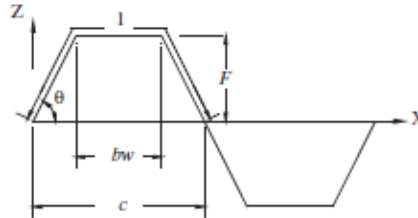


Figura 59 – Identificação das variáveis de uma corrugação trapezoidal
(Liew, Peng e Kitipornchai, 2009).

Frequência por modo (Hz)	Geometria			
	Sinusoidal (93x90)	Trapezoidal 30° (187x130)	Trapezoidal 45° (141x130)	Trapezoidal 60° (146x130)
1	62,099	78.147	79.926	80.832
2	64,698	81.058	82.613	83.395
3	69,188	85.997	87.174	87.553
4	75,937	93.111	93.728	94.044
5	84,771	102,68	103,58	102,48
6	96,194	114,71	116,17	113,36
7	109,98	129,19	130,49	126,2
8	127,18	146,46	148,17	142,76
9	146,99	166,09	169,13	161,17
10	149,22	187,57	190,43	181,65

Tabela 28 – Variação da frequência por modo em função da geometria do painel.

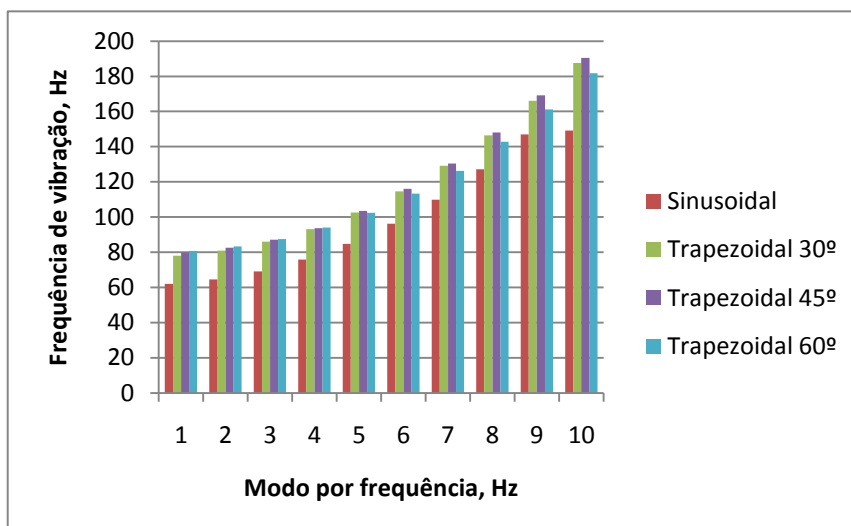


Figura 60 - Variação da frequência por modo em função da geometria do painel.

Constatou-se que o painel sinusoidal, por ser menos rígido apresenta as frequências naturais inferiores. Quanto ao painel com a corrugação trapezoidal, verifica-se que nas baixas frequências o menor ângulo de corrugação implica uma menor frequência natural que para os outros ângulos, sendo que a tendência inverte-se em maiores modos de vibração.

5 Conclusões e Desenvolvimentos Futuros

Neste trabalho são analisados painéis corrugados de materiais compósitos, do ponto de vista estático linear, assim como de vibrações livres. São ensaiadas variações de orientação das fibras de reforço, do número e tipo de sobreposição das camadas, materiais e geometria com variações no tipo de corrugação. Em termos de software, é analisada a influência que o tipo de elemento, assim como o tamanho do mesmo, têm nos resultados finais.

Como já se previa, verificou-se que a escolha da orientação das fibras de reforço é bastante importante na medida em que influencia bastante os resultados finais, como se pode analisar na Figura 31, em que as deflexões variam mais de sete vezes entre a orientação com o valor mínimo e a de valor máximo, assim como a frequência de vibração natural apresenta igualmente grandes variações.

Constatou-se ainda, que na escolha do número de camadas, tal como na sequência de empilhamento, é necessário ter especial atenção com as questões de simetria, uma vez que tal como referido, os valores da sequência [X/0/-X] e [X/0/-X/X/0/-X/X/0/-X] (em que X é o ângulo da fibra de 15, 45 e 60] são sempre muito próximos, tanto em termos de análise estática linear, como de vibrações livres.

Aspectos como as condições fronteira são normalmente variáveis de projecto, mas têm influência no capítulo de deflexões e, principalmente, de vibrações livres.

Ao longo do presente trabalho apurou-se que é possível a construção deste tipo de painéis consoante as solicitações.

Para futuros desenvolvimentos, propõe-se a realização de estudos analíticos para comparação com os presentes resultados, assim como uma análise de instabilidade linear, modos de vibração, simulação para outra situação de carga (pressão hidrostática, força variável no tempo, etc.), e a optimização deste tipo de painéis considerando diferentes funções objectivo, e tendo como variáveis de projecto, os parâmetros analisados neste trabalho.

6 Bibliografia

Ansys Inc. “Composite Analysis in Ansys.” 2005.

Ansys Inc. *Release 11 Documentation for Ansys*.

ASM International. *ASM Handbook – Volume 21 Composites*. Estados Unidos da América: ASM International, 2001.

Buannic, Natacha, Patrice Cartraud, e Tanguy Quesnel. “Homogenization of Corrugated Core Sandwich Panels.” *Composite Structures* 59, 2003: 299–312.

Chang, Wan-Shu, Edward Ventsel, Ted Krauthammer, e Joby John. “Bending behavior of corrugated-core sandwich plates.” *Composite Structures* 70, 2005: 81–89.

Haldar, S., e A. H. Sheikh. “Free vibration analysis of isotropic and composite folded plates using a shear flexible element.” *Finite Elements in Analysis and Design* 42, 2005: 208–226.

iMechanica. Agosto de 2010. Disponível em URL: <www.imechanica.org>.

Jones, Robert. *Mechanics of Composite Materials*. Estados Unidos da América: Taylor & Francis, 1998.

Liew, K. M., L. X. Peng, e S. Kitipornchai. “Buckling analysis of corrugated plates using a mesh-free Galerkin method based on the first-order shear deformation theory.” *Comput Mech (2006)* 38, 2006: 61-75.

Liew, K. M., L. X. Peng, e S. Kitipornchai. “Vibration Analysis of Corrugated Reissner–Mindlin Plates Using a Mesh-Free Galerkin Method.” *International Journal of Mechanical Sciences*, 2009: 642-652.

Luo, S., e J. C. Suhling. “The bending stiffness of corrugated board.” *Mechanics of Cellulosic Materials* 36, 1992: 15-26.

Material Properties Database. Janeiro de 2010. Disponível em URL: <<http://composite.about.com/cs/databases/l/bldata.htm>>.

Mazumdar, Sanjay. *Composites Manufacturing: Materials, Product and Process Engineering*. Estados Unidos da América: CRC Press, 2002.

Nordstrand, Tomas. “Analysis and testing of corrugated board panels into the post-buckling regime.” *Composite Structures* 63, 2004: 189–199.

Peng, L. X., K. M. Liew, e L. Kitipornchai. “Analysis of stiffened corrugated plates based on the FSDT via the mesh-free method.” *International Journal of Mechanical Sciences* 49, 2007: 364-379.

Reddy, Junuthula (1997). *Mechanics of Laminated Composite Plates, Theory and Analysis*. Estados Unidos da América: CRC Press, 1997.

Roque, Carla. *Métodos sem Malha Para a Análise de Placas e Cascas Compósitas*. Tese para obtenção do grau de doutor em Engenharia Mecânica, Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do porto, 2007.

Samanta, Asokendu, e Madhujit Mukhopadhyay. “Finite element static and dynamic analyses of folded plates.” *Engineering Structures* 21, 1999: 277-287.

Soden, P. D., M. J. Hinton, e A. S. Kaddour. “Lamina properties, Lay-up configurations and loading conditions for a range of fiber-reinforced composite laminates.” *Composites Science and Technology* 58, 1998: 1011-1022.

Sun, Hai-Hong, e Jack Spencer. “Buckling strength assessment of corrugated panels.” *Marine Structures* 18, 2005: 548–565.

Tian, Y. S., e T. J. Lu. “Optimal design of compression corrugated panels.” *Thin-Walled Structures* 43, 2005: 477–498.

Valdevit, L., Z. Wei, C. Mercer, F. W. Zok, e A. G. Evans. “Structural performance of near-optimal sandwich panels.” *International Journal of Solids and Structures* 43, 2006: 4888–4905.

Wu, C. L., e S. H. Wu. *Buckling Behaviour of Composite Laminated Corrugated Part 1: Equivalent Stiffness Terms*. China: Aircraft Strength Research Institute of China.