

Avaliação da resolução de problemas, mais um problema?

LINA BRUNHEIRA

Ouvimos frequentemente que o mundo atual está em rápida transformação, que existem mudanças sociais e tecnológicas que exigem novos conhecimentos e capacidades, nomeadamente a de resolução de problemas. Esta ideia foi por mim assinalada em setembro de 2019 quando propus, com base no interessante artigo de Nélia Amado e Susana Carreira (2019) sobre os problemas de Fermi, o seguinte problema aos meus alunos de 1.º ano da Licenciatura em Educação Básica: quantas pessoas poderiam ficar abrigadas nas instalações da ESE de Lisboa em caso de catástrofe? Esta situação levou-os a formularem várias questões e hipóteses matemáticas, usar ferramentas que desconheciam (como um odómetro), decidirem qual seria o espaço aceitável entre pessoas acolhidas... Mal eu sabia que, alguns meses mais tarde, estaríamos em Portugal e por todo o mundo a construir hospitais de campanha, albergar doentes em centros de congressos ou calcular quantos alunos cabem numa sala de modo a respeitar a distância de segurança. Talvez nunca como hoje, ou pelo menos no meu tempo de vida, as ideias com que abri este artigo fizeram mais sentido. Contudo, elas não são novas.

A valorização da resolução de problemas no ensino da matemática tornou-se, praticamente, um lugar comum. Como afirmou Pólya, já em 1967, no seu artigo *O ensino por meio de problemas*, “a resolução de problemas tem sido a espinha dorsal do ensino da matemática desde a época do papiro de Rhind” (2014, p. 48). Porém, acerca da atual presença da resolução de problemas na sala de aula, possivelmente Pólya repetiria hoje a frase usada nesse mesmo texto: “e sinto-me incomodado que uma coisa tão evidente tenha de ser sublinhada” (p. 48).

A resolução de problemas tem tido uma presença quase permanente nos currículos (prescritos) de matemática de vários países, embora nem sempre com conceções similares ou consistentes, tal como aconteceu no contexto português (basta tomar como exemplos os programas de matemática do ensino básico de 2007 e de 2013). Apesar disso, e como referiu Jeremy Kilpatrick (2014) numa entrevista ao número temático desta publicação, dedicado à resolução de problemas, apesar da atenção crescente que a resolução de problemas mereceu nos currículos de vários países, o mesmo parece não ter acontecido no currículo implementado.

Talvez não seja de estranhar que, apesar da valorização de várias capacidades, a organização dos currículos em torno de temas e

conteúdos matemáticos seja acompanhada de uma avaliação que recorre quase exclusivamente aos mesmos instrumentos que, como referem Herman e Linn (2013, citados em NCTM, 2017), incidem num “conjunto de capacidades básicas relacionadas com procedimentos que não avaliam a compreensão matemática e as capacidades de resolução de problemas” (p. 92). Podemos conjecturar que se a resolução de problemas não é efetivamente valorizada na prática de sala de aula, a falta de atenção sobre a avaliação dessa capacidade seja uma consequência natural. Porém, talvez a questão não seja assim tão simples. Na verdade, a atividade de resolver problemas é complexa, tal como é o seu ensino – poder-se-á até discutir se é ensinável¹ – pelo que a sua avaliação não poderá deixar de o ser também. Significa isto que a dificuldade em avaliar a resolução de problemas pode ser mais um obstáculo à sua realização na sala de aula. Um sinal disso é afirmação de Mason (1996) a propósito da experiência no Reino Unido com a alteração do sistema de exames no ensino secundário, no final dos anos 80²: “para se conseguir que ocorra verdadeiramente um processo de resolução de problemas, é necessária mais do que uma mera fixação nas questões de avaliação!” (p. 76).

Acreditando que a avaliação não deve ser um obstáculo à resolução de problemas, mas deve sim contribuir para a evolução dos alunos no desenvolvimento dessa capacidade, apresentamos e discutimos neste artigo uma ferramenta para apoiar a avaliação da resolução de problemas que aplicaremos a alguns exemplos. Não temos a pretensão de apresentar um modelo perfeito ou acabado, mas apenas contribuir para avançar na valorização da resolução de problemas de matemática e na melhoria da sua aprendizagem.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E AVALIAÇÃO, ALGUMA CLARIFICAÇÃO DE CONCEITOS

Antes de avançarmos, estabeleceremos a forma como encaramos os dois conceitos envolvidos, sem nos alongarmos demasiado no seu aprofundamento, o que extravasaria o objetivo deste texto. Começemos pelo primeiro. Uma das minhas definições

¹ Sobre esta questão, poderá ler a entrevista a J. Kilpatrick, anteriormente referida.

² Em 1988, o Reino Unido instituiu uma reforma no sistema de exames que passaram a incluir uma percentagem significativa de questões exploratórias e investigações. Essas alterações tiveram vários efeitos positivos, mas também alguns negativos, como a propensão, por parte dos professores, para procurar estratégias e rotinas em que os alunos pudessem ser treinados para registar um bom desempenho.

preferidas de problema foi apresentada por Leonor Moreira (2008) num artigo da EM n.º 100, dedicada ao raciocínio: “Toda a gente sabe o que é resolver um problema: é o que se tem de fazer quando não se sabe o que se tem de fazer” (p. 11). Nesta frase simples, um pouco brincando com as palavras, assinala um aspeto marcante que se tem constituído como elemento diferenciador entre problema e outras tarefas mais simples – o desconhecimento de um método de resolução que permita aceder à sua solução. Esta ideia tem sido assinalada, como refere Fonseca (2014), por vários autores que se debruçaram sobre a resolução de problemas, tais como Lester, Mason ou Pólya. Não obstante, encontramos na literatura várias referências à distinção entre *problemas rotineiros* e *problemas não rotineiros*, uma terminologia utilizada por Pólya (2014) para explicitar o seu entendimento sobre estes tipos de tarefas e o seu lugar no ensino. Nos primeiros, o aluno aplica diretamente uma “regra que é colocada debaixo do seu nariz pelo professor ou pelo manual” (p. 48) e não requer qualquer invenção ou desafio. Podem ser úteis como prática de aplicação da regra, se utilizados no momento certo e na dose apropriada (p. 48). No caso dos segundos, exige-se alguma criação e originalidade por parte do aluno, podendo contribuir para o seu desenvolvimento intelectual. Exige esforço e, por isso, motivação. Naturalmente, esta distinção proposta por Pólya tem como propósito enfatizar a importância dos problemas não rotineiros, em protesto pelo “abuso dos problemas rotineiros, cujo único resultado é fazer com que os alunos inteligentes ganhem aversão à matéria que lhe é apresentada sob a etiqueta de *matemáticas*” (p. 48). Desta forma, a obra de Pólya dedicada à resolução de problemas é, obviamente, sobre problemas não rotineiros, tal como o que acontece genericamente na literatura em educação matemática dedicada ao assunto. Em consonância, doravante utilizamos o termo *problema* com o significado de problema não rotineiro. Do anteriormente exposto, resulta que a atribuição da classificação de problema fica dependente do indivíduo que a vai resolver – os seus conhecimentos, capacidades e até motivação para se envolver, em determinado momento, na resolução – uma relação que pode dificultar algumas distinções. Já dentro da classe dos problemas, há ainda outros aspetos que podem ser relevantes no envolvimento dos alunos na sua resolução que justificam subclassificações. Por exemplo, podemos analisar se o contexto do problema é estritamente matemático ou se tem alguma relação com a realidade. É o caso dos estudos PISA em que existe uma preocupação em apresentar contextos autênticos e interessantes para alunos de 15 anos considerando duas dimensões: o cenário (tecnológico ou não) e o foco (pessoal ou social) (OCDE, 2013). No relatório do PISA 2018 (Lourenço, 2019), identificamos ainda a consideração de contextos ocupacionais e científicos. Outro aspeto relevante diz respeito à informação apresentada no problema que merece, naqueles estudos, uma classificação: problemas estáticos (toda a informação relevante é apresentada) ou interativos (alguma informação tem de ser descoberta, explorando a situação). Vale a

pena referir ainda que surgem na literatura outras classificações, como problemas fechados ou abertos (Mason, 1996), assinalando a possibilidade da existência de uma única solução ou várias soluções, respetivamente. Atendendo a estas subclassificações, o problema que apresentei inicialmente tem um contexto social, é interativo e aberto.

A avaliação é aqui encarada como “o processo que inclui a recolha de evidência sobre o conhecimento matemático de um aluno, a sua aptidão para o usar, e a sua predisposição para a matemática, e também o estabelecimento de inferências, a partir dessa evidência, para propósitos variados” (NCTM, 1995, p. 3). Estes propósitos podem ser, segundo o NCTM, de quatro tipos, havendo três que se ligam mais diretamente com o trabalho diário do professor: monitorizar o progresso dos alunos e tomar medidas para modificar o ensino de modo a promover as aprendizagens, numa lógica de avaliação formativa ou, numa aceção mais atual, *avaliação para as aprendizagens* (Santos, 2018); e avaliar os resultados dos alunos para sumarizar e relatar a compreensão que os alunos revelam num dado momento, a função da avaliação sumativa, também encarada como a *avaliação das aprendizagens* (Santos, 2018). Em qualquer dos casos, Santos (2016) realça que todo o ato de avaliação compreende as seguintes ações: (i) uma tomada de decisão sobre o que é relevante fazer para determinado fim definido; (ii) uma recolha de informação; (iii) a interpretação da informação recolhida; e (iv) o desenvolvimento de uma ação fundamentada dela decorrente. Neste artigo daremos maior atenção ao primeiro e terceiro pontos, com algumas referências relativas ainda ao último.

AValiação DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, UMA GRELHA DE ANÁLISE

Para além do significado e funções da avaliação, ao orientar o foco para a resolução de problemas, somos chamados a atender a alguns princípios sobre avaliação. Atendamos ao princípio da coerência. Só por si, este princípio envolve vários aspetos, mas vamos deter-nos no seguinte: a avaliação deve corresponder ao propósito para que foi feita. Nesse caso, se queremos avaliar a capacidade de resolver problemas, devemos identificar quais os aspetos centrais que esta atividade envolve e sobre os quais queremos recolher informação. Uma hipótese a considerar é ter em conta a famosa heurística de Pólya sobre as etapas a percorrer: 1.ª compreender o problema; 2.ª estabelecer um plano; 3.ª executar o plano; e 4.ª refletir sobre a resolução, revê-la ou discuti-la. De certa forma, estas etapas podem apoiar o nosso propósito, embora nem sempre o professor consiga aceder-lhes, sobretudo em situações em que apenas contacta com o registo escrito da resolução. Por exemplo, compreender o problema é um processo eminentemente mental, do qual apenas temos alguns indicadores. Também, o estabelecimento de um plano é uma etapa que frequentemente não é explicitada e apenas acedemos à estratégia posta em prática, ignorando outras hipóteses que tenham sido consideradas. Finalmente, a reflexão sobre a solução

é também fundamental, mas por vezes só nos apercebemos que o aluno ignorou essa etapa quando apresenta uma solução que, apesar de decorrer de um método correto, não se adequa à situação (como apresentar valores não inteiros para um contexto em que não estes não fazem sentido).

A preocupação em tornar a avaliação coerente com o seu propósito é própria da primeira etapa, referida por Santos (2016), em que tomamos decisões sobre o que é necessário fazer para o fim que desejamos. É nesse momento que decidimos sobre a forma como vamos olhar para a resolução de problemas, ou seja, quais os aspetos que apoiarão a nossa compreensão sobre o que o aluno foi capaz ou não de fazer para resolver o problema. Estes aspetos constituem os critérios de avaliação. É neste sentido que apresentamos uma grelha de análise (tabela 1) que procura refletir as ideias centrais que consideramos necessário valorizar na resolução de problemas, também consideradas na heurística de Pólya, mas tendo em conta os elementos a que o professor poderá ter acesso. Trata-se de uma grelha ligeiramente adaptada de outra que me foi apresentada numa sessão de trabalho para Professores Acompanhantes do Plano da Matemática II e do NPMEB³, moderada por Leonor Santos e Elvira Santos. Posteriormente, o instrumento foi discutido em sessões de trabalho com professores do ensino básico e, desde então, foi utilizado por mim para avaliar a resolução de problemas de estudantes da Licenciatura em Educação Básica e, paralelamente, em aulas de Didática da Matemática com futuros professores.

Tabela 1. Grelha de avaliação da resolução de problemas

Critérios de avaliação	Indicadores	Descritores		
		Nível 1	Nível 2	Nível 3
Apropriação (relativa à compreensão)	Interpretação	Interpreta de forma completamente errada	Interpreta de forma parcialmente correta	Interpreta corretamente
	Seleção pertinente de dados	Não seleciona os dados pertinentes	Seleciona parcialmente os dados pertinentes ou seleciona dados irrelevantes	Seleciona todos os dados pertinentes
Eficiência (relativo ao processo - estratégia)	Adequação da estratégia	Estratégia inexistente ou inadequada	Estratégia adequada	Estratégia adequada e poderosa (generalizável)
	Execução da estratégia	Comete erros e não conclui	Comete erros ou não conclui	Executa até ao fim de forma correta
Eficácia (relativo ao produto - solução)	Correção e completude da solução	Solução incorreta ou sem solução	Solução incorreta, mas coerente com a estratégia e com o problema ou Solução incompleta	Solução correta e completa

Os critérios contemplam três ideias centrais na resolução de problemas – a compreensão (*apropriação*), a estratégia de

resolução (*eficiência*) e a solução proposta (*eficácia*) – ideias que, como referi anteriormente, têm ligações à heurística de Pólya.

O principal propósito da grelha é a *avaliação para as aprendizagens*. Usamos esta terminologia para sublinhar que, independentemente de a grelha ser usada numa aula comum ou num momento de avaliação sumativa, a informação que dela retiramos deve servir os alunos na sua aprendizagem, um aspeto a que voltaremos adiante. Se nos restringirmos a uma situação de avaliação sumativa, é possível resumir o desempenho do aluno a partir dos níveis obtidos em cada critério ou até converter o resultado numa escala quantitativa, pontuando cada critério/nível atribuído. Para que a informação a transmitir aos alunos seja produtiva, é fundamental que se apropriem da grelha, pelo que o professor deve discuti-la previamente com os alunos. Naturalmente, para alunos mais novos, há necessidade de adaptar alguma terminologia que não é familiar às crianças. Para uma clarificação sobre a utilização dos critérios, indicadores e descritores da grelha, consideremos o problema que apresentamos de seguida e algumas respostas. Quer o problema, quer as respostas, têm sido elementos de análise em aulas de Didática da Matemática com futuros professores do 1.º ciclo. Num primeiro momento, os estudantes propõem critérios que são discutidos na turma. Posteriormente, é proposta a grelha que é utilizada para avaliar as resoluções e orientar a produção de *feedback* aos alunos autores das respostas. Farei algumas referências a esta experiência na próxima secção.

À LUZ DE EXEMPLOS

O problema que aqui apresentamos foi retirado da prova de aferição de matemática de 1.º ciclo, aplicada no ano letivo de 2006/2007. Em consonância com o que foi dito anteriormente, esta tarefa poderá já não constituir um problema para muitas crianças, se já tiverem realizado algo semelhante. Para o efeito que pretendemos, admitamos que, para as crianças que apresentaram as seguintes resoluções, a tarefa constitui-se efetivamente como um problema. Analisemos, pois, cada uma das resoluções.

Na gelataria, há quatro ingredientes diferentes para colocar por cima do gelado:

- raspa de chocolate;
- amêndoa;
- chantili;
- gomas.

O Nuno escolheu um gelado e decorou-o colocando por cima raspa de chocolate e amêndoa. A Clara também queria decorar o seu gelado com dois dos ingredientes.

De quantas maneiras diferentes poderia a Clara decorar o seu gelado?

Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos ou contas.

Figura 1. Problema retirado da prova de aferição de matemática do 1.º ciclo de 2006/2007

Comecemos propositadamente por uma resolução que nos conduz a uma solução incorreta (11 em vez de 6 gelados diferentes). Contrariando uma cultura sobre avaliação que

tem persistido em educação, interessa-nos ir além da dicotomia *certo vs errado*, que é muito limitada na informação que nos transmite. Pelo contrário, precisamos de obter elementos que informem o *feedback* a dar ao aluno e sugiram formas de apoiar a sua aprendizagem, eventualmente através de abordagens diferenciadoras. No caso desta resolução, essa análise exige uma grande atenção ao detalhe.

A resolução A tem vários gelados desenhados que não são meras ilustrações, já que os desenhos contêm dados. O primeiro gelado tem o valor 4, correspondendo a 4 gelados, cada um com apenas 1 ingrediente (gommas, chantili, amêndoas e chocolate). O segundo tem o valor 1, correspondendo a um gelado que tem “todos” os ingredientes. O terceiro gelado representa 3 casos, correspondendo às combinações de gommas com cada um dos outros 3 ingredientes. O quarto gelado representa apenas 1 caso, combinando chocolate com amêndoas e, por último, o quinto gelado, correspondente a 2 casos, ilustra as combinações de chantili com chocolate e com amêndoas (a combinação com gommas já tinha sido considerada no terceiro gelado).

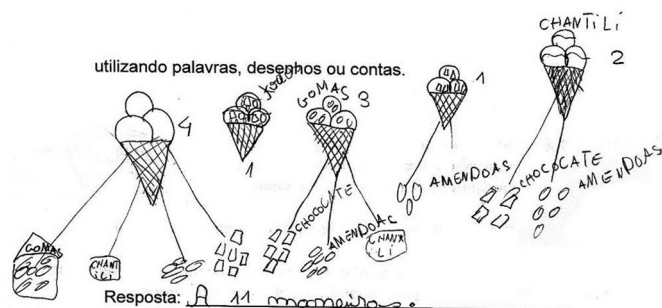


Figura 2. Resolução A

Avaliemos, agora, a resolução com base na grelha proposta. No que respeita à *apropriação*, a criança mobilizou alguns dados relevantes do enunciado, nomeadamente a existência de 4 ingredientes e a possibilidade de os combinar 2 a 2, mas sem identificar este dado como uma condição. Assim, além dessas combinações, considerou ainda gelados com um único ingrediente ou todos os ingredientes, pelo que não houve uma apropriação integral do problema (neste caso, propomos a atribuição de nível 2 nos dois indicadores, relativos respetivamente à interpretação e seleção pertinente de dados). Note-se, porém, que a interpretação que a criança fez do enunciado torna o problema diferente e ainda mais complexo, pelo que devemos olhar para a restante resolução tendo este aspeto em conta. Relativamente à *eficiência*, olhemos para a adequação da estratégia e sua execução. A estratégia assenta essencialmente numa representação que combina o desenho com a organização de um diagrama. Esta estratégia poderia conduzir a uma resposta correta, mas a sua desorganização constitui um obstáculo, pois não há uma ordenação que permita elencar todos os casos – se não existisse a condição de combinar exatamente dois ingredientes, teriam de ser considerados ainda 3 ingredientes combinados – pelo que consideramos a estratégia

adequada, mas a sua execução está incompleta (nível 2 em ambos os indicadores). Finalmente, relativamente à *eficácia*, a resposta é incorreta (nível 1) o que resulta de a estratégia não ter sido executada até ao fim (para o problema tal como foi interpretado).

Muito mais do que a atribuição de níveis, concentremo-nos no que esta resolução nos revela sobre o que esta criança foi capaz de fazer e quais as dificuldades que revelou. Trata-se de um exemplo que nos parece bastante revelador do quanto nos pode mostrar uma resposta errada. Se notarmos bem, todas as 6 combinações que deveriam ser consideradas estão na resposta, pelo que é evidente que a maior fragilidade revelada aqui por esta criança não está na conceção de uma estratégia de combinação de casos, mas na leitura e/ou interpretação do problema. Fica assim identificado o aspeto mais sensível a trabalhar com a esta criança que tem sido reconhecido pelos futuros professores. Depois de algumas reações iniciais de apreciação significativamente negativa, identificam a interpretação do problema como o foco do *feedback*, propondo comentários como “quantos ingredientes devem ter os gelados do Nuno e da Clara?”; “Quantos têm os gelados que desenhas?”.

As resoluções B e C serão discutidas em conjunto porque não são muito distintas, mas têm um elemento diferenciador que merece reflexão. Relativamente à *apropriação*, a correção das duas resoluções e a clara evidência de que se estão a combinar os quatro ingredientes 2 a 2, deixa-nos convencidos que o problema foi bem compreendido, pelo que atribuímos nível 3 neste parâmetro sem hesitação. Da mesma forma, a *eficácia* merece nível 3. Analisemos agora *eficiência*, em particular, o nível de adequação das estratégias. Também será consensual que ambas são úteis na resolução, mas valerá a pena distingui-las? A resposta B elenca todos os casos, embora repetindo-os, o que não foi obstáculo para a criança responder bem, uma vez que só considerou metade dos casos. A resposta C já não contempla essa duplicação, mas há outro aspeto que consideramos significativo: os diferentes casos são exibidos através das ligações no diagrama e não da sua descrição, sendo por isso uma representação mais abstrata. Pode não parecer assim tão diferente, mas é esta compreensão que permite, por exemplo, usar grafos para a resolução de vários tipos de problemas. Podemos ainda pensar de outra forma: se tivéssemos 10 ingredientes em vez de 4, o que seria mais eficiente – fazer uma listagem exaustiva das combinações ou um diagrama (que poderá ser um decágono com todas as diagonais)?

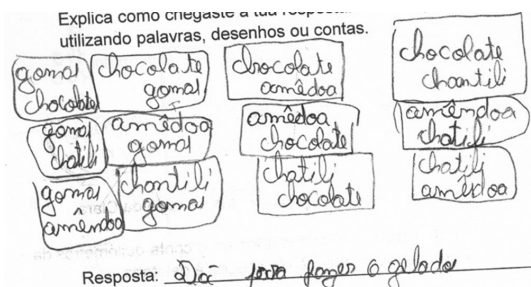


Figura 3. Resolução B

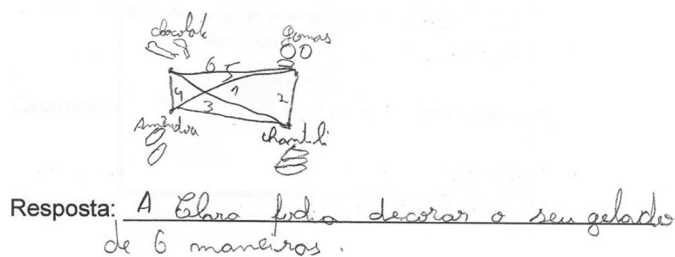


Figura 4. Resolução C

Estas duas resoluções ilustram uma ideia que nem sempre é consensual – distinguir duas resoluções estando ambas corretas. Esta falta de consenso que identifiquei em muitas discussões com professores e futuros professores tem subjacente, na maioria dos casos, a perspetiva da avaliação sumativa e de que os alunos são livres de escolher o processo que entenderem. É essa a perspetiva subjacente a comentários como “não podemos prejudicar os alunos que usam uma estratégia correta mas menos sofisticada”. Contudo, concentremo-nos na aprendizagem, sem perder de vista que o nosso objetivo é que os alunos desenvolvam, progressivamente, a sua capacidade de resolução de problemas. Tomando este exemplo, queremos mesmo que os alunos recorram a uma listagem exhaustiva de casos ou queremos que usem ferramentas matemáticas mais poderosas para resolver problemas? Se optou pela segunda hipótese, como esperamos, então é necessário distinguir estas resoluções e apoiar os alunos a avançarem na sofisticação das suas estratégias, sem prejuízo de reconhecer o que já fizeram bem. A diferenciação dos níveis que atribuímos deve servir exatamente para isso. Que possibilidades podemos então considerar para este propósito? Alguns exemplos úteis de *feedback* individual foram apresentados por futuros professores para a resolução C: “Por que apresentas 12 gelados se só consideras 6?” ou “Procura propor um esquema mais prático para não repetires casos”. Contudo, podemos ainda considerar situações em que o *feedback* é fornecido num momento de trabalho coletivo, pelo professor mas também pelos alunos, enquanto discutem quais as estratégias que parecem ser mais potentes. Para tal, o professor pode propor pequenas reformulações do problema (com valores diferentes ou mudando o contexto), salientando que as melhores estratégias são aquelas que nos são úteis em diferentes problemas do género.

A questão das ferramentas matemáticas mais poderosas e mais abstratas leva-nos à última resolução que apresentamos, a resolução D.

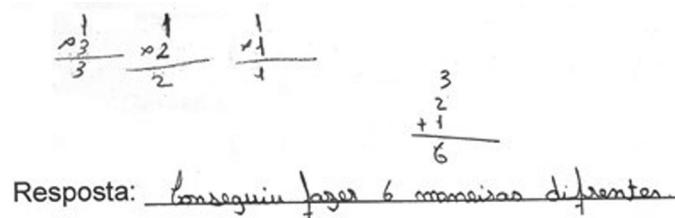


Figura 5. Resolução D

Ao contrário das duas anteriores, ficamos algum tempo a tentar interpretar o que foi feito, já que apenas são usados cálculos sem a apresentação do seu significado no contexto do problema. Na verdade, esta resolução levanta-nos um problema comum quando apenas temos acesso a um registo escrito pouquíssimo descritivo, e não sabemos mais nada sobre o processo de resolução: damos por nós a tentar adivinhar o que o aluno pensou. Trata-se de um exercício difícil e, frequentemente, especulativo. Claro que, numa situação diferente desta em que nada sabemos sobre os autores das resoluções, podemos questionar os nossos alunos e esclarecer as dúvidas (este aspeto fica dependente da etapa ii) recolha de informação, a que não damos atenção neste texto). Sem esta possibilidade, procuremos interpretar a resolução sem perder objetividade. A resolução consiste em cálculos sucessivos, primeiro realizando três produtos e depois a soma dos resultados obtidos que corresponde à resposta – serão, portanto, todas as combinações de gelados. Assim sendo, o produto 3×1 (que em rigor deveria ser 1×3) serão todas as combinações de um certo ingrediente com os restantes 3; 2×1 serão as combinações de outro ingrediente com os dois restantes; e 1×1 a combinação dos ingredientes que faltam. Neste caso, damos esta interpretação aos cálculos apresentados pois é a única que nos parece plausível – um trabalho que é facilitado pela correção da resposta.

Voltando aos critérios de avaliação da resolução, tal como nas resoluções B e C, atribuímos nível 3 à *apropriação e eficácia*. No que respeita à eficiência, consideramos esta a estratégia mais poderosa, não só porque é aquela que é potencialmente mais rápida, menos suscetível de cometer erros e mais facilmente generalizável (de novo, imagine-se o problema com valores maiores). Possivelmente, poderemos sentir que há algo a ser melhorado, já que despendemos algum tempo a interpretar a resolução, mas aí entramos noutra dimensão: a comunicação. De facto, consideramos relevante associar a avaliação da resolução de problemas à comunicação, uma capacidade que deve ser desenvolvida em paralelo. Seria nesta dimensão que poderíamos considerar a clareza da resolução, o domínio da linguagem matemática ou a utilização de outras representações. São apenas sugestões que não aprofundamos neste artigo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste texto focámo-nos na avaliação da resolução de problemas, assumindo essencialmente uma perspetiva formativa. Damos atenção particular à utilização de uma grelha de avaliação que, naturalmente, pode ter limitações, algumas incontornáveis, e ser suscetível de melhoramentos. Porém, sublinhamos a perspetiva de que a avaliação deve ser parte integrante do processo de ensino e deve ser realizada com os alunos e para os alunos (NCTM, 2007). Isto significa que, por um lado, a utilização desta grelha pode ocorrer em qualquer momento em que se resolvam problemas, sem ser necessário um cenário especial ou implicar a interrupção do curso normal das atividades. Por outro lado, a sua utilização deve ser apropriada pelos alunos que devem conhecer a apreciação do professor em cada problema,

podendo até ser os próprios a mobilizá-la em momentos de auto e coavaliação (pelo que não deve ser demasiadamente complexa). A apresentação e discussão de resoluções de problemas durante as aulas são ocasiões particularmente profícuas para este propósito pois, não só os alunos poderão compreender e apreciar a diferenciação entre estratégias mais ou menos eficientes, como poderão aprender a melhorar as suas produções a partir do *feedback* de colegas e professor. Desta forma, encaramos a grelha como um instrumento do professor, mas também dos alunos, podendo ser utilizado para regular o ensino e as aprendizagens a partir do conhecimento que ambos vão construindo sobre o desenvolvimento, a cada momento e por cada aluno, da sua capacidade de resolução de problemas.

Referências

- Amado, N. & Carreira, S. (2019). Os problemas de Fermi: uma oportunidade para a interdisciplinaridade na aula de matemática. *Educação e Matemática*, 151, 3-7.
- Lourenço, V. (2019). PISA 2018. *Portugal. Relatório nacional*. IAVE.
- Guimarães, H. & Kilpatrick, J. (2014). Como vamos de resolução de problemas? Uma entrevista escrita com Jeremy Kilpatrick. *Educação e Matemática*, 130, 3-9.
- Mason, J. (1996). Resolução de problemas matemáticos no Reino Unido: problemas abertos, fechados e exploratórios. In P. Abrantes, L. C. Leal & J. P. Ponte, *Investigar para aprender matemática – textos selecionados* (pp. 73-88). APM e Projeto Matemática para Todos.
- National Council of Teachers of Mathematics (1995). *Assessment standards for school mathematics*. NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar: APM. (Tradução portuguesa da edição original de 2000)*.
- OECD (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. OECD Publishing. http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/PISA%202012%20framework%20e-book_final.pdf
- Pólya, G. (2014). O ensino por meio de problemas. *Educação e Matemática*, 130, 44-50.
- Santos, L. (2016). A articulação entre a avaliação somativa e a formativa, na prática pedagógica: Uma impossibilidade ou um desafio? *Revista Ensaio*, 24(92), 637-669.
- Santos, L. (2018). O que nos diz a investigação sobre os contributos da avaliação para a aprendizagem: algumas notas. *Educação e Matemática*, 144-145, 53-58.

LINA BRUNHEIRA

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE LISBOA

PUBLICAÇÕES APM

Arte e Geometria no Renascimento, Eduardo Veloso

O **Grupo de Trabalho da Geometria**, na sequência de várias publicações e recursos que tem disponibilizado ao longo da sua existência, oferece mais uma aliciante publicação (inteiramente digital e aberta) da autoria de Eduardo Veloso; é uma publicação em construção que vai sendo atualizada e com o apoio de vídeos com construções de apoio.

Disponível na página da APM, no separador *Recursos - GTG*

Arte e Geometria no Renascimento

Eduardo Veloso

Textos para professores



Giotto. *Confirmação da regra de S. Francisco*.

Associação de Professores de Matemática