

INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA  
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE  
E ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA



METODOLOGIA *TWO-STAGE* DEA.  
APLICAÇÃO A EMPRESA DO RAMO DE  
SEGUROS

---

Cláudia Brás

Lisboa, Dezembro 2015



INSTITUTO POLITÉCNICO DE LISBOA  
INSTITUTO SUPERIOR DE CONTABILIDADE E  
ADMINISTRAÇÃO DE LISBOA

METODOLOGIA *TWO-STAGE* DEA.  
APLICAÇÃO A EMPRESA DO RAMO DE  
SEGUROS

---

Cláudia Brás

Dissertação submetida ao Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Contabilidade e Gestão das Instituições Financeiras, realizada sob a orientação científica do Professor Doutor José Manuel de Oliveira Pires, Professor-Coordenador da área científica de Matemática.

Constituição do Júri:

Presidente Doutora Ana Maria de Sotomayor

Vogal Doutora Ana Maria Duarte S. A. Paias

Vogal Doutor José Manuel Oliveira Pires

L i s b o a , D e z e m b r o 2 0 1 5

Declaro ser a autora desta dissertação, que constitui um trabalho original e inédito, que nunca foi submetido (no seu todo ou qualquer das suas partes) a outra instituição de ensino Superior para a obtenção de um grau académico ou outra habilitação. Atesto ainda que todas as citações estão devidamente identificadas. Mais acrescento que tenho consciência de que o plágio – a utilização de elementos alheios sem referência do autor – constitui uma grave falta de ética, que poderá resultar na anulação da presente dissertação.

“O degrau de uma escada não serve simplesmente para que alguém permaneça em cima dele, destina-se a sustentar o pé de um homem pelo tempo suficiente para que ele coloque o outro um pouco mais alto.”

Thomas Huxley

## **Agradecimentos**

No culminar de mais uma etapa de minha formação acadêmica, conquistada com enorme esforço, enriquecida de tamanhas experiências.

Em primeiro lugar quero agradecer ao Professor Doutor José Oliveira Pires, pela disponibilidade manifestada para orientar este trabalho, pela preciosa e incansável ajuda na revisão crítica do texto, cedência bibliográfica, esclarecimentos, opiniões e sugestões relevantes e oportunas;

Aos meus colegas e amigos, pela solícita colaboração, amizade e espírito de entreatajuda;

Agradeço também a todos os chefes e colegas de trabalho que me acompanharam com interesse em todas as etapas;

À minha família, em especial aos meus pais, com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até a esta etapa da minha vida;

Por último, tendo consciência que sozinha nada disto teria sido possível, dirijo um agradecimento especial ao meu marido Helder e aos meus filhos Alexandre e Dinis, por terem aceite privar-se da minha companhia, concedendo-me esta oportunidade de realização pessoal, pelo apoio incondicional.

## Resumo

A avaliação de desempenho é crucial na gestão organizacional em qualquer sector de atividade. Permite a monitorização, comparação e correção do desempenho organizacional por forma a atingir um nível de eficiência fundamental para a sobrevivência num ambiente hipercompetitivo.

Neste sentido, este trabalho procura utilizar e consolidar um critério justo de avaliação de performance através da utilização de *Data Envelopment Analysis* (DEA) combinando indicadores financeiros e de risco de uma seguradora com filiais em diversos países.

Inicialmente, observa-se a eficiência operacional através da análise dos indicadores de entrada (*inputs*) como despesas operacionais, de aquisição e sinistralidade, e indicadores de saída (*outputs*) como o prémio coletado e outros prémios. Posteriormente, procura-se a eficiência financeira através da análise dos mesmos indicadores de saída, agora considerados indicadores de entrada e o retorno financeiro e de investimento (*outputs*). Por fim, combinam-se todos os *inputs* e *outputs*.

**Palavras-chave:** Desempenho Organizacional, *Data Envelopment Analysis*, Seguradoras, programação linear, Análise da eficiência e produtividade.

## **Abstract**

The performance evaluation is crucial in the organizational management of any sector of activity. Allows the monitoring, compare and, even correct its performance, in order to achieve an efficiency ranking essential to the survival of the organization in a hypercompetitive environment.

Thus, this paper seeks to apply and consolidate a fair criterion of performance evaluation through the model Data Envelopment Analysis (DEA) combining financial indicators and risk of an Insurance Company with branch offices in several countries.

At first, it explores the operational effectiveness of each institution by analyzing the input indicators: operational and acquisition expenses and Claim Ratios and output indicators as collected premium and other premiums.

Afterwards, looking up financial efficiency by analyzing the same output indicators, now as input indicators and the financial and investments returns (outputs). Finally, the last combines all inputs and outputs.

**Keywords:** Organizational Performance, Data Envelopment Analysis, Insurance Companies, Linear Programming, Efficiency and productivity analysis.

# Índice

Agradecimentos .....	v
Resumo.....	vi
Abstract.....	vi
Índice de Figuras .....	ix
Lista das abreviaturas .....	x
<b>1. Introdução.....</b>	<b>1</b>
<b>2. Desempenho organizacional.....</b>	<b>4</b>
2.1. Introdução.....	4
2.2. Perspetivas de desempenho organizacional.....	5
2.3. Eficiência e produtividade.....	7
2.3.1. Tipos de eficiência .....	8
2.3.2. Mensuração da eficiência usando a distância, custo e funções de receita.....	9
<b>3. Metodologia DEA .....</b>	<b>16</b>
3.1. Introdução.....	16
3.2. Modelos clássicos da metodologia DEA .....	17
3.2.1. Modelos clássicos com orientação para <i>inputs</i> .....	18
3.2.2. Modelos clássicos com orientação para <i>outputs</i> .....	23
3.3. Vantagens e desvantagens dos modelos de DEA .....	27
<b>4. Metodologia <i>Network Two-Stage</i> DEA.....</b>	<b>29</b>
4.1. Introdução.....	29
4.2. Alguns conceitos e algumas aplicações .....	29
4.3. Métodos <i>Network Two-Stage</i> DEA .....	31
4.3.1. Método tradicional ou independente .....	32

4.3.2. Método multiplicativo (Kao e Hwang; 2008) .....	34
4.3.3. Método aditivo (Chen, Cook, Li e Zhu; 2009) .....	40
<b>5. Aplicação da <i>Network Two-Stage</i> DEA a uma empresa de seguros</b>	<b>48</b>
5.1. Introdução .....	48
5.2. Dados e escolha dos modelos .....	49
5.3. Resultados e respetiva análise .....	51
<b>6. Conclusões</b> .....	<b>60</b>
Referência Bibliográfica .....	62

## Índice de Figuras

Figura 2.1 Fronteiras de produção e eficiência técnica.....	9
Figura 2.2 Eficiência técnica e alocativa .....	10
Figura 2.3 Eficiência técnica e alocativa numa orientação <i>output</i> .....	12
Figura 4.1 Representação esquemática de uma DMU com dois subprocessos em série .....	32
Figura 5.1 Definição do modelo <i>Two-stage</i> DEA para a empresa do ramo de seguros a estudar	48
Figura 5.2. <i>Ranking</i> de eficiência na fase 1.....	53
Figura 5.3. <i>Ranking</i> de eficiência na fase 2.....	54
Figura 5.4. <i>Ranking</i> de eficiência global.....	55
Figura 5.5. Rácios financeiros por país .....	56
Figura 5.6. Rácio combinado por unidades.....	57

## Índice de Tabelas

Tabela 5.1 <i>Inputs</i> e <i>outputs</i> da empresa do ramo de seguros para o ano 2014 (x1000€).....	49
Tabela 5.2 Resultados aplicação dos 3 métodos DEA .....	50
Tabela 5.3 <i>Ranking</i> de eficiência aplicado a cada DMU .....	52

## **Lista das abreviaturas**

AE – Eficiência alocativa

BCC - *Banker, Charnes e Cooper*

BSC – *Balanced Scorecard*

CCR - *Charnes, Cooper e Rhodes*

CE – Eficiência de custo

CRS - *Constant Returns to Scale*

DEA – *Data Envelopment analysis*

DMU'S – *Decision Making Units*, Unidades de tomada de decisão

TE – Eficiência técnica

EUA – Estados Unidos da América

I & D – Investigação e Desenvolvimento

IFRS - *International Financial Reporting Standards*

RE – Eficiência rendimento

SST - *Swiss Solvency Test*

VRS - *Variable Return Scale*

## 1. Introdução

O negócio de seguros e resseguros vive um ambiente de constantes incertezas. Os recentes desastres naturais aumentaram a frequência e o montante de sinistros. A crise financeira também contribuiu para maiores lacunas no corrente sistema regulador da atividade seguradora. Finalmente, as novas regulamentações como a *Solvency II* para União Europeia, a *Swiss Solvency Test* (SST) para a Suíça e as alterações nas *International Financial Reporting Standards* (IFRS) requerem novos níveis de *compliance*.

A avaliação de desempenho e eficiência neste sector permite ao gestor identificar e responder às pressões competitivas sentidas que forçam mudanças estratégicas com o intuito de reduzir custos operacionais melhorando a qualidade dos serviços apresentados e aperfeiçoamento de modelos de gestão.

Yang (2006) afirma que se podem utilizar diferentes abordagens para avaliar a atividade de seguros conferindo aspetos diferentes de medida de eficiência, contudo os dois aspetos mais importantes são a avaliação da produção e a avaliação do investimento.

Neely (2002:145) define a mensuração de desempenho como um processo de quantificação da eficiência e da efetividade de ações passadas, mediante a aquisição, recolha, classificação, análise, interpretação e divulgação dos dados apropriados.

Existem várias questões relacionadas com a avaliação de criação de valor para as organizações. Em suma, cada organização tem diferentes conceitos de mensuração de resultados, como operam num ambiente multidimensional podem ter resultados positivos ou negativos dependendo da dimensão que estamos a analisar e finalmente a criação de valor fundada nas oportunidades criadas e suposições de futuro podem variar com base na perceção do observador.

Os sistemas de mensuração fornecem a informação da evolução das organizações sob análise, permitindo a prevenção e correção das ações tornando-as mais competitivas.

A seleção de indicadores críticos de desempenho organizacional é a base nos processos de mensuração do mesmo. Porém, a definição destes indicadores tem de ter como premissa que a organização tem definida a sua missão para que possa então, definir os mecanismos que farão essa missão possível.

Tradicionalmente, podemos mensurar a eficiência das companhias de seguros através da análise de índices ou rácios contabilísticos. Os rácios mais comuns são de investimento, sinistralidade, despesas e combinados. Estes rácios outorgam uma visão geral da eficiência e rentabilidade da seguradora, sendo que, a utilização destes multicritérios não gera uma visão multidimensional.

Entretanto tem-se recorrido frequentemente à utilização da técnica não-paramétrica conhecida por *Data Envelopment analysis* (DEA) devido à sua capacidade de obter resultados fidedignos, com a possibilidade de comparações entre várias unidades, fornecendo informações confiáveis sobre o seu desempenho.

É neste contexto que se insere o presente trabalho, onde é feita uma aplicação da metodologia DEA para avaliar a eficiência de produtos oferecidos por uma empresa de seguros a operar em diversos países.

A presente dissertação encontra-se estruturada em seis capítulos. No capítulo 2, apresenta-se uma introdução à avaliação de desempenho organizacional, onde é feita uma referência às diversas perspetivas da avaliação do desempenho organizacional e onde são apresentados os principais conceitos relativos a essa avaliação. É também feita uma referência à avaliação de desempenho organizacional na indústria dos seguros.

No capítulo 3, apresenta-se a metodologia DEA onde são descritos conceitos desta metodologia bem como os modelos clássicos que estão na sua origem, o modelo CCR (Charnes, Cooper e Rhodes; 1978) e o modelo BCC (Banker, Charnes e Cooper; 1984). São ainda referidas as principais características e diferenças relativas a esses modelos. Neste capítulo, são também apresentadas as principais vantagens e desvantagens desses modelos.

No capítulo 4, é apresentada uma variante da metodologia clássica DEA, a *Network* DEA, que permite colmatar algumas das desvantagens associadas àquela metodologia. São apresentados os principais conceitos relativos a esta variante da DEA e são também descritos os principais métodos utilizados por esta variante para o caso de se considerar retornos constantes de escala, o método independente, o método multiplicativo e o método aditivo.

No capítulo 5, é apresentado o estudo de um caso prático, onde são aplicados os métodos apresentados no capítulo 4, para avaliar a eficiência de quatro produtos oferecidos por uma

empresa internacional de seguros a operar em quatro países, Alemanha, Benelux (Bélgica e Holanda), França e Ibéria (Portugal e Espanha).

Por fim, no capítulo 6, apresentam-se as principais conclusões retiradas com a realização deste trabalho.

## **2. Desempenho organizacional**

### **2.1. Introdução**

Segundo Carton e Hofer (2006:2), “desempenho é um conceito contextual associado ao fenómeno que está a ser estudado”. Num contexto de desempenho financeiro organizacional, o desempenho é uma medida ou o resultado financeiro decorrente das ações e esforços dos membros decisórios da organização. Como estes retornos são contextuais poderão ser eficientes ou ineficientes. Contudo, a essência do desempenho organizacional é a criação de valor.

De um modo geral, o conceito de desempenho organizacional baseia-se na ideia de que uma organização é uma associação voluntária de bens de produção, incluindo humanos, físicos e recursos de capital, com o propósito a alcançar um objetivo em comum (Jensen e Meckling; 1976).

Carneiro (2005:169) refere que “desempenho organizacional é um fenómeno complexo e multidimensional”, que permite a criação de valor em diferentes dimensões.

Apenas os indivíduos que fornecem os bens e que se consideram satisfeitos com a sua retribuição estão comprometidos com a organização. Desde que a criação de valor seja igual ou superior ao valor esperado pelos indivíduos que contribuem com os ativos, a organização vai continuar a existir.

Para Richard, Devinney, Yip e Johnson (2009) o desempenho organizacional abrange três áreas específicas de resultados: o desempenho financeiro, o desempenho operacional e os retornos económicos.

Para reiterar esta premissa na secção 2.2 apresenta-se as várias perspetivas do desempenho organizacional. Na secção 2.3, faz-se uma pequena abordagem ao conceito de eficiência, aos tipos de eficiência e à respetiva mensuração. Por ultimo, na secção 2.4, aborda-se a avaliação do desempenho organizacional na indústria seguradora.

## **2.2. Perspetivas de desempenho organizacional**

O desempenho organizacional e a sua mensuração tem vindo a ser tema de discussão e análise por parte de vários académicos e profissionais. Os contabilistas dedicam a sua atenção a apresentar dados históricos no desempenho financeiro da organização atual e futuro. Kaplan e Norton (1992) propuseram uma combinação de quatro perspetivas complementares de desempenho, financeiras e não financeiras, que trata da sustentabilidade dos negócios designada por *Balanced scorecard* (BSC). Esta abordagem combina perspetivas contabilísticas históricas, bem como as medidas operacionais que capturam a informação do desempenho organizacional futuro esperado.

### **2.2.1. Perspetiva contabilística**

Ao mensurar o desempenho organizacional, os contabilistas focam-se em informações das demonstrações financeiras. Estas informações ao aplicar-se de forma consistente às normas e conceitos gerais contabilísticos produzem relatórios financeiros materialmente precisos, comparáveis entre organizações semelhantes e fornecem informações importantes sobre a criação de valor da organização. Contudo, estas informações apresentam o desempenho passado da organização e exclui especificamente os efeitos futuros esperados. Finalmente, uma vez que o contabilista desenvolve e providencia a informação para todos os usuários, incluindo os prestadores de capital próprio, credores e órgãos reguladores, é necessária uma visão multidimensional de desempenho.

Para que a organização concorra num mercado de globalização necessita de mensurar todos os elementos críticos que permitam análises comparativas. O ideal é ter em conta a informação contabilística pois relata-nos o desempenho histórico, contudo tem de ter em conta as expectativas do desempenho futuro, pois apesar de poderem não se materializar, são a base para as estratégias e oportunidades.

Tradicionalmente, a contabilidade e controle de gestão têm o papel principal na atribuição de dividendos às partes interessadas. Contudo, ultimamente esta abordagem revelou-se obsoleta. O controlo financeiro necessita de constantes ações corretivas com base em ações do passado. Otley (2002), refere “não existe um conjunto definitivo de rácios financeiros que meçam o desempenho de um negócio. Em vez disso, podem ser concebidos um conjunto de medidas para avaliar os diferentes aspetos financeiros a partir de diferentes perspetivas”.

### 2.2.2. Perspetiva do *Balanced Scorecard*

Numa tentativa de preencher a lacuna entre a teoria e a prática, Kaplan e Norton (1992) propõem que o desempenho organizacional eficaz deve ser medido usando o "*Balanced Scorecard*" (BSC). Os autores sugerem que a mensuração do desempenho organizacional exige medidas que não são puramente de natureza financeira, porque muitos dos indicadores financeiros são resultado de medidas críticas operacionais. Assim, o *Balanced Scorecard* é uma visão multidisciplinar do desempenho organizacional. A principal vantagem de usar medidas operacionais em conjugação com medidas de desempenho financeiro é quando estas fornecem informações sobre oportunidades que foram criadas, mas ainda não estão refletidas financeiramente.

Estas medidas de desempenho visam as perspetivas financeira, clientes, processos internos, aprendizagem e crescimento.

Segundo os autores, os indicadores seleccionados devem responder às seguintes premissas:

- Para ser bem-sucedido financeiramente, como deveria ser visto pelos seus acionistas? (perspetiva financeira);
- Para alcançar a sua visão, como deveria ser visto pelos seus clientes? (perspetiva clientes);
- Para satisfazer os acionistas e clientes, em que processos de negócios deveria alcançar a excelência? (perspetiva processos internos);
- Para alcançar a sua visão, como sustentaria a sua capacidade de mudar e melhorar? (perspetiva aprendizagem e crescimento).

O aumento da utilização de BSC em diferentes modelos de gestão pode ser confirmado em vários estudos recentes: na *Supply Chain* (Chang, 2009) em projetos de I & D ou investigação e desenvolvimento (Asosheh, Nalchigar e Jamporazmey; 2010); *E-Business* (Chang e Graham, 2010); avaliação de desempenho de universidades (Wu, Lin e Chang; 2011).

Como o desempenho é um conceito relativo e exige interpretação dos indicadores e das medidas temporais, Austin e Gittell (2002) estabeleceram os seguintes princípios:

- O desempenho deve obedecer a critérios bem definidos e estabelecidos antecipadamente;

- O desempenho deve ser medido com precisão para fornecer a máxima informação;
- Os resultados devem ser contingentes no desempenho medido.

### **2.2.3. Perspetiva *Data Envelopment Analysis* (DEA)**

Esta abordagem foi introduzida por Charles, Cooper e Rhones em 1978, e tem vindo gradualmente a fazer parte dos modelos de mensuração do desempenho organizacional.

A metodologia não paramétrica *Data Envelopment Analysis* (DEA) consiste numa abordagem realística de padrões de desempenho, interpretando múltiplos *inputs* e múltiplos *outputs*, de uma forma bastante flexível pois não necessita de suposições prévias das relações funcionais das unidades e dos indicadores a analisar.

Esta metodologia visa a comparação contínua e sistemática das diferentes unidades estimando a fronteira de eficiência com o objetivo de apurar as relações de eficiência entre *inputs* e *outputs* muitas vezes não apuradas em outras metodologias.

A metodologia DEA é um instrumento de gestão estratégica que possibilita a melhoria contínua do desempenho técnico-financeiro da organização minimizando os recursos utilizados para um determinado nível de resultados pretendidos ou maximizando os resultados obtidos através de uma determinada capacidade instalada.

## **2.3. Eficiência e produtividade**

Antes de se apresentar a metodologia DEA é importante abordar os conceitos de produtividade e eficiência, usualmente utilizados erroneamente como sinónimos.

Koopmans (1951) e Debreu (1951) foram os pioneiros no conceito de eficiência. Koopmans propôs um conceito de mensuração da eficiência enquanto que Debreu avaliou empiricamente a eficiência utilizando um coeficiente de recursos expresso pela relação *input-output*.

Coelli, Rao, O'Donnell e Battese (2005), referem que a produtividade examina a relação existente entre os *inputs* e os *outputs* num determinado processo de produção, esta relação é expressa através de uma fórmula que serve para medir as atividades de produção. Coelli *et al* (2005) expõe que não se pretende saber só o volume de produção, mas a produção obtida

com os recursos utilizados. Então, pode-se afirmar que a produtividade consegue-se definir através do quociente entre *outputs* e *inputs*, isto é:

$$\text{Produtividade} = \frac{\text{outputs}}{\text{inputs}} \quad (2.1)$$

Pode-se distinguir entre produtividade parcial quando se trata de um único fator de produção e produtividade total quando se refere a todos os fatores de produção.

O conceito de eficiência está relacionado com os objetivos do sistema produtivo sendo extremamente relevante para a avaliação de desempenho da organização. A eficiência também é definida em termos de comparação entre *inputs* e *outputs*, sendo que o mais alto nível de produtividade de cada *input* é reconhecido como situação eficiente. Coelli *et al* (2005), sugerem que a eficiência reflete a capacidade da empresa para maximizar os *outputs* a partir de um determinado conjunto de *inputs*. Segundo Rogers (1998), se uma empresa maximiza o *output* através de um conjunto de *inputs* então ela é eficiente. De qualquer forma, estes dois conceitos cooperam entre si. Contudo, as medidas de eficiência são mais precisas do que as de produtividade pois conjugam a comparação dos *inputs versus outputs* com a fronteira de eficiência.

### 2.3.1. Tipos de eficiência

Farrell (1957) diz que a eficiência inclui duas grandes componentes: a eficiência técnica que é apenas a redução proporcional dos *inputs* para um determinado nível de *outputs* com a finalidade de obter *inputs* eficientes; e a eficiência alocativa que reflete a capacidade da empresa de utilizar os *inputs* nas proporções ótimas, dados os seus respetivos preços e a produção tecnológica. Ao se combinar estas duas medidas está-se perante uma eficiência total económica.

Quando uma empresa consegue maximizar o seu *output* através de um nível particular de *input*, sendo estes *inputs* utilizados a menor custo, está-se perante uma empresa globalmente eficiente. Para melhor compreensão do conceito de produtividade e eficiência técnica considere-se a figura 2.1 onde se descreve um processo simples, envolvendo um único *output* (Y) e um único *input* (X).

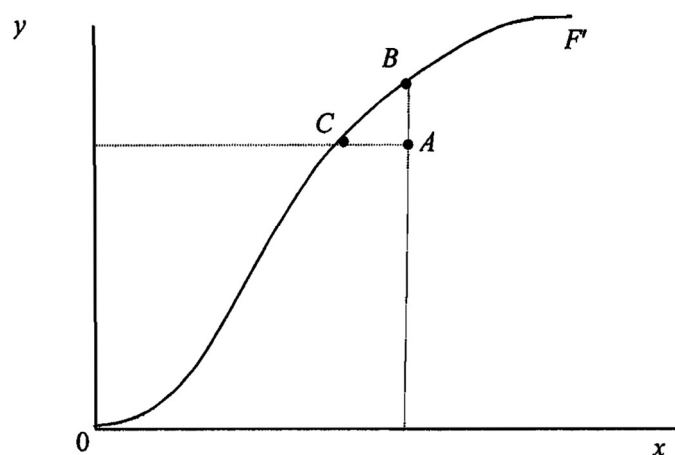


Figura 2.1 Fronteira de produção e eficiência técnica

**Fonte:** Coelli *et al* (2005:4)

Os pontos A, B e C, representados na figura 2.1, definem a relação entre o *input* e *output* de três empresas diferentes e representam o nível de produtividade de cada uma delas, respectivamente. A linha  $OF'$  representa o nível máximo de *output* que se pode obter com a utilização de cada *input*. Esta linha é reconhecida como fronteira de produção. Em suma, as empresas que operam nos pontos B e C na fronteira de produção são tecnicamente eficientes. A empresa que opera no ponto A é considerada ineficiente, pois tecnicamente poderia aumentar o seu *output* até ao nível da empresa B sem ter de aumentar o seu *input*, ou diminuir o *input* até ao nível da empresa C mantendo o *output*.

### 2.3.2. Mensuração da eficiência usando a distância, custo e funções de receita

Farrell (1957) propôs um modelo de mensuração empírico por forma a que cada unidade produtiva fosse avaliada em relação às demais unidades e que todas elas formassem um conjunto homogêneo e representativo. Para a mensuração de eficiência das unidades produtivas, o autor considerou três tipos de eficiência: eficiência técnica, eficiência alocativa e eficiência económica. A eficiência técnica corresponde à utilização de um processo produtivo que não utilize mais *inputs* do que os necessários para a obtenção de um dado nível de produção. A eficiência alocativa reflete a utilização ótima dos *inputs* dada a relação de preço existente entre eles. Por último, a eficiência económica refere-se à capacidade de produção

com a minimização de custos ou maximização de lucros, obtida pela combinação das medidas técnica e alocativa.

Numa organização totalmente eficiente no seu processo produtivo, considere-se a mensuração orientada para os *inputs* com a utilização de dois *inputs*,  $x_1$  e  $x_2$ , para produzir um só *output*  $y$ , caracterizando uma função de produção  $y=f(x_1,x_2)$  com a hipótese de retornos constantes de escala, isto é, supondo que temos o conhecimento da função da produção de eficiência e a hipótese de retornos constantes permitem apresentar uma isoquanta simples. Na figura 2.2, a isoquanta  $SS'$  representa as várias combinações de dois fatores que a empresa necessita para produzir uma unidade de *output* de modo eficiente, obtendo-se a seguinte expressão

$$1 = f\left(\frac{x_1}{y}, \frac{x_2}{y}\right).$$

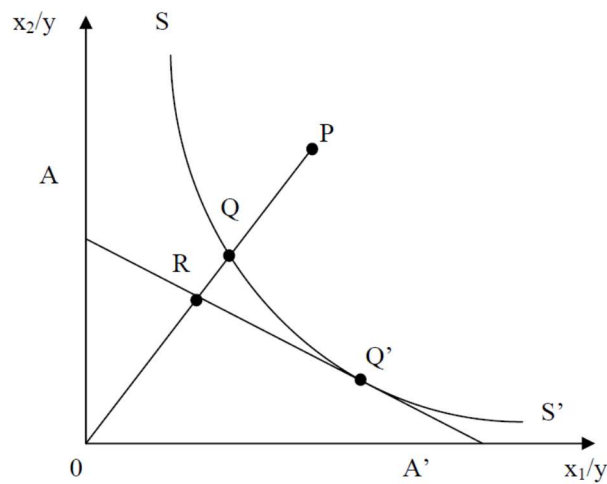


Figura 2.2 Eficiência técnica e alocativa

**Fonte:** Farrell (1957:254)

Se uma determinada empresa combinasse os *inputs*  $x_1$  e  $x_2$  na produção do *output*  $y$ , representada pelo ponto P, seria considerada ineficiente, pois estaria a utilizar maiores quantidades de *inputs* obtendo exatamente a mesma quantidade de *output* que uma empresa eficiente, representada pelo Q, que usa os dois fatores no mesmo rácio que P. A distância QP representa a ineficiência técnica, que indica a quantidade em que ambos os *inputs* podem ser

reduzidos sem que se altere o nível de produção. Em termos de rácio, a eficiência técnica correspondente à empresa representada por P é dada por:

$$TE = \frac{QP}{OP} \quad (2.2)$$

Como já foi referido, o ponto Q representa uma empresa tecnicamente eficiente, pois pertence à isoquanta de eficiência SS' como se pode observar na figura (2.2).

Coelli *et al.* (2005), refere que a mensuração da eficiência técnica (TE) da empresa pode realizar-se numa orientação de *input* - distância através da função  $d_i(x, q)$ , definida do seguinte modo:

$$TE = \frac{1}{d_i(x, q)} \quad (2.3)$$

A empresa tem eficiência técnica (TE) se estiver na fronteira técnica e neste caso,  $TE = 1$  e  $d_i(x, q) = 1$ .

Sabendo a informação de preço dos *inputs* poder-se-ia calcular a eficiência de custo. Assim, o segmento de reta AA', da figura 2.2, representa a linha de isocusto (linha representativa de qualquer combinação de *inputs* gerando o mesmo custo ao produtor), cujo declive corresponde à razão de preços entre  $x_1$  e  $x_2$ . Considerando a empresa que opera em P, tem-se que eficiência de alocação (AE) é determinada através da expressão:

$$AE = \frac{OR}{OQ} \quad (2.4)$$

Conclui-se que a distância RQ representa a redução dos custos de produção que ocorreriam no ponto de eficiência alocativa Q'. Assim, o ponto Q é tecnicamente eficiente mas alocativamente ineficiente.

Com base nessas informações, é possível afirmar que a ineficiência técnica decorre do uso superestimado de *inputs*, enquanto que a ineficiência alocativa diz respeito à utilização de quantidades de *inputs* inadequadas, dado o seu respetivo preço, por forma a que a taxa

marginal de substituição entre *inputs* não se iguala à razão dos seus preços, logo o custo não é minimizado.

A medida de eficiência de custo global (CE) pode-se expressar pelo produto das medidas de eficiência técnica e alocativa representada na fórmula seguinte:

$$TE * AE = \frac{OQ}{OP} * \frac{OR}{OQ} = \frac{OR}{OP} = CE \quad (2.5)$$

Esta última equação indica a quantidade de *inputs* que pode ser proporcionalmente reduzida sem alterar a quantidade de produto que está a ser produzido.

Numa perspetiva de mensuração orientada para *outputs*, considere-se o caso em que a produção envolve dois *outputs*,  $q_1$  e  $q_2$ , e um só *input*,  $x$ , caracterizada pela função.  $x = g(q_1, q_2)$ . Considerando retornos constantes de escala, a tecnologia é representada por uma curva de possibilidades de produção unitária, indicada na figura 2.3 pela função côncava cuja imagem geométrica é representada pela curva ZZ'.

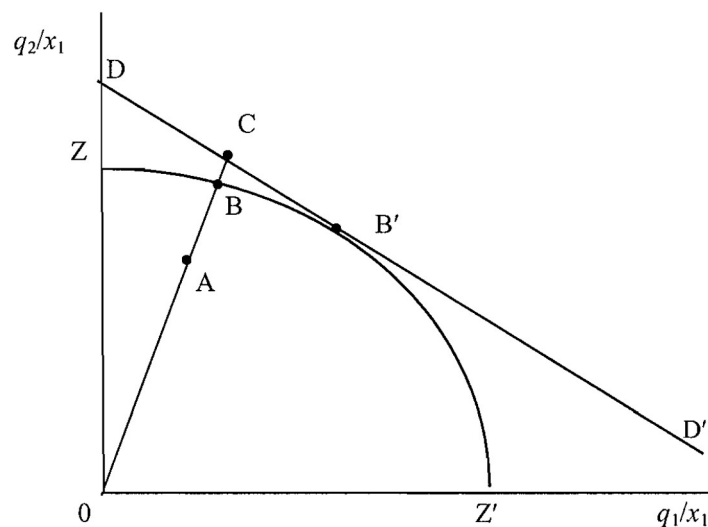


Figura 2.3 Eficiência técnica e alocativa numa orientação *output*

**Fonte:** Coelli *et al* (2005:55)

Na figura 2.3, o ponto A representa uma empresa ineficiente, que se situa abaixo da curva ZZ'. A distância AB reproduz a ineficiência técnica, ou seja, as quantidades de produto que poderiam ser aumentadas sem incremento de *inputs*.

Consequentemente, o rácio da eficiência técnica numa orientação *output* é representado pela seguinte expressão:

$$TE = \frac{OA}{OB} = d_0(x, q) \quad (2.6)$$

Sabendo-se o preço dos produtos poder-se-á traçar uma linha como a descrita pelo segmento DD'. Esta linha representa a curva isorenda (no qual se aufero o mesmo nível de receita para qualquer combinação de bens considerados), cuja inclinação é dada pela razão dos preços de  $q_1$  e  $q_2$ . Se os pontos  $p'$  e  $q^*$  representam os vetores *output* do ponto A, os vetores da eficiência técnica de produção com o ponto B e os vetores da eficiência de rendimento com o ponto B'. A eficiência de rendimento é representada pela seguinte fórmula:

$$RE = \frac{p'q}{p'q^*} = \frac{OA}{OC} \quad (2.7)$$

Detendo a informação de preço pode-se determinar a isoquanta DD' e definir as medidas de eficiência alocativa e técnica apresentadas respetivamente da forma seguinte:

$$AE = \frac{p'q'}{p'q^*} = \frac{OB}{OC} \quad (2.8)$$

$$TE = \frac{p'q}{p'q'} = \frac{OA}{OB} \quad (2.9)$$

Basicamente, pode-se definir a eficiência de rendimento global pelo produto das medidas observadas anteriormente como se apresenta de seguida:

$$RE = \frac{OA}{OC} = \frac{OA}{OB} * \frac{OB}{OC} = TE * AE \quad (2.10)$$

As medidas de eficiência perante a utilização de poucos *inputs* e *outputs* são facilmente conseguidas. Contudo, em situações em que existe uma maior quantidade de *inputs* e *outputs*, o cálculo da eficiência torna-se mais complexo. A observação destas orientações *input* e *output*, no que diz respeito à mensuração da eficiência técnica e alocativa, poder-se-á obter através da análise de fronteiras de eficiência as quais servirão de comparação entre as unidades e tornando este processo menos complexo.

A elaboração de funções de fronteira por abordagens não paramétricas vai ser analisada através da metodologia DEA.

## 2.4 Avaliação do desempenho organizacional na indústria dos seguros

A indústria de seguros tem um papel importante nos serviços financeiros de qualquer país desenvolvido, pois contribui para o seu crescimento e desenvolvimento económico, O desempenho organizacional na indústria seguradora é crucial para os diversos *stakeholders*. Dentro deste contexto como se pode avaliar o desempenho organizacional nas empresas do ramo de seguros?

Os estudos existentes nesta matéria podem ser relacionados com a análise de rácios financeiros ou avaliação de desempenho por meio de técnicas de investigação operacional. A avaliação de desempenho organizacional desenvolve-se a partir da seleção de indicadores específicos para cada organização com o intuito de definir as melhores práticas e desempenho superior que permitam a organização competir num mercado global e hipercompetitivo. O desempenho organizacional não poderá ser baseado num único indicador, é necessário que todos os elementos relevantes à organização contribuam para a mensuração do desempenho e permitam análises comparativas entre si.

Estes indicadores ou rácios são instrumentos de medida úteis, que permitem isolar potenciais problemas antecipando situações de crise. É oportuno sublinhar alguns rácios da atividade técnica de seguros, como a análise de despesas de gestão que mede os custos operacionais necessários para o funcionamento da organização, particularmente as despesas gerais e comissões. É claro que quanto menor for este rácio maior será a eficiência da gestão de despesas. Salienta-se também a análise do rácio de sinistralidade (custo com sinistros/prémio bruto emitido) e o rácio combinado sendo este a soma dos rácios da atividade técnica de seguros e sinistralidade. Este é um indicador de desenvolvimento da atividade seguradora. Por último, enfatiza-se a utilização do rácio de retorno de ativos (ROA), que mostra quão capazes são os ativos da empresa em gerar resultados. Todavia o cálculo de rácios por si só, não é suficiente para assegurar o controlo financeiro adequado.

Yang (2006) referiu que a técnica mais utilizada para avaliar o desempenho tem sido a análise de relação em que se utiliza o índice de sinistralidade e o rácio das despesas como indicadores de rentabilidade global de subscrição, assim como o rácio do investimento líquido por forma a

avaliar o desempenho de investimento. Porém, esta análise não considera os efeitos das economias de escala ou as políticas de *benchmarking* adotadas pelas organizações, existindo uma necessidade crescente para a utilização de métodos mais eficazes na avaliação global das seguradoras. De acordo com o autor, a metodologia *two-stage* DEA propõe avaliar a relação existente entre os recursos e produção, ou seja, *inputs* e *outputs*, envolvidos na avaliação de desempenho das unidades organizacionais, com o propósito da identificação de um conjunto de unidades de referência que poderão ser usadas como *benchmarking* na melhoria de desempenho das unidades menos eficientes.

Brockett *et al.* (2004) estudou a eficiência de 1524 companhias de seguros norte-americanas, com dados de 1989, usando a solvência, a liquidez e a rentabilidade, como *outputs*, e os recursos investidos, como *inputs*. Os resultados do estudo mostraram que as seguradoras com maiores desempenhos são aquelas que melhor utilizam os recursos disponíveis para obtenção de condições mais favoráveis de solvência, liquidez e rentabilidade

Barros, Borges e Barroso (2005) estudaram a eficiência e a produtividade do mercado Português de seguros entre 1995 e 2001, utilizando o índice *Malmquist*. Os autores concluíram existir um crescimento de produtividade anual de 11.3 % na indústria seguradora em Portugal, contudo argumentam que num número significativo de empresas ainda poderá haver melhorias, o que traduziria um aumento da eficiência técnica.

Kao e Hwang (2008) mediram o desempenho organizacional de 24 companhias de seguros não-vida em Taiwan utilizando a metodologia *two-stage* DEA. A primeira fase utiliza *inputs* para gerar *outputs* que se tornam os *inputs* para a segunda fase. Os primeiros *outputs* são referidos como medidas intermédias. A segunda fase usa essas medidas intermédias para produzir *outputs*. No método proposto por Kao e Hwang (2008), conhecido por método multiplicativo, a eficiência do processo global é obtida através do produto das eficiências das duas fases.

Chen *et al* (2009) desenvolveram uma abordagem idêntica à de Kao e Hwang (2008), mas onde a eficiência global é decomposta numa soma ponderada das eficiências de cada fase. Este método é conhecido por método aditivo e foi também aplicado caso das 24 companhias de seguros não vida de Taiwan. Contrariamente ao método multiplicativo, que apenas pode ser utilizado sob a hipótese de retornos constantes de escala, o método pode também ser aplicado a hipótese de retornos variáveis de escala.

### 3. Metodologia DEA

#### 3.1. Introdução

A análise e mensuração da eficiência das empresas tem adquirido uma crescente importância a partir dos anos 70, com base os trabalhos desenvolvidos por Koopmans (1951), Debreu (1951) e Farrell (1957).

Os estudos de avaliação da eficiência produtiva tiveram origem nos trabalhos de Koopmans e Debreu. Koopmans (1951) definiu que um vetor de *input-output* é tecnicamente eficiente se, e somente se, aumentando um *output* ou diminuindo um *input* só é possível através da diminuição de um outro *output* ou o aumento de um outro *input*, ou seja, uma unidade é pareto-eficiente quando uma tentativa de melhorar qualquer dos seus *outputs* ou *inputs* irá afetar negativamente outros *inputs* ou *outputs*. Debreu (1951), por sua vez, orientou o indicador de eficiência para a minimização do consumo de recursos.

No seu trabalho “*The Measurement of Productive Efficiency*” in the *Journal of the Royal Statistical Society* (1957), Farrell propõe medir a eficiência de firmas similares produzindo 1 unidade de saída (*output*) utilizando 2 unidades de entrada (*inputs*). Farrell foi o primeiro a avançar com o conceito de fronteira não paramétrica para avaliar a eficiência técnica através da curva envelope. Para o autor só as combinações de *inputs* e *outputs* que se encontrassem na fronteira de produção seriam eficientes. Definiu também, que a eficiência económica assumia-se pela combinação da eficiência técnica e eficiência alocativa (alocação perfeita dos *inputs* dadas as restrições de preço e tecnologia), conseguindo-se a minimização dos *inputs* e maximização dos *outputs*.

*Charnes, Cooper e Rhodes* (1978) generalizaram o estudo de *Farrell* no sentido de trabalharem com múltiplos recursos (*inputs*) e múltiplos produtos (*outputs*) e procurarem um indicador que fosse de encontro ao conceito de eficiência de *Koopmans*.

Estes autores propuseram então um novo modelo não paramétrico, baseado na programação matemática, mais precisamente na programação linear, para calcular a eficiência de entidades independentes e similares, normalmente referidas como unidades tomadoras de decisão (*Decision Making Units – DMUs*). Este modelo permite também identificar a fronteira de “*best practise*”, isto é, a fronteira de eficiência determinadas pelas unidades eficientes e, entre estas, identificar as que são referência para as unidades ineficientes.

O desenvolvimento deste modelo remonta à tese de doutoramento do próprio *Edward Rhodes*, apresentada na *Carnegie Mellon University's School of Urban & Public Affairs*, sob a supervisão de *W.W. Cooper*. Esta tese destinava-se à avaliação de programas educacionais de estudantes desfavorecidos (principalmente negros ou hispânicos) tendo em conta uma série de estudos de grande escala realizados em escolas públicas dos Estados Unidos, com o apoio do Governo. O seu estudo foi centrado no Programa *Follow Through* - uma enorme tentativa do Escritório (agora Departamento) da Educação dos EUA para aplicar os princípios do planeamento estatístico para um conjunto de escolas num estudo de âmbito nacional. O desempenho dos alunos era medido em termos de *outputs* como o “aumento da autoestima em crianças carentes” (medida por testes psicológicos) e *inputs* como o “tempo gasto pela mãe em exercícios de leitura com sua criança”.

Com o trabalho desenvolvido por Charnes, Cooper e Rhodes (1978) deu-se assim o início formal de uma nova metodologia para avaliação do desempenho organizacional, a *Data Envelopment Analysis* (DEA).

### **3.2. Modelos clássicos da metodologia DEA**

Como se referiu anteriormente, a metodologia DEA teve a sua origem com o modelo proposto por Charnes, Cooper e Rhodes (1978), designado por modelo CCR, também conhecido por modelo CRS (*Constant Returns to Scale*), por considerar retornos constantes de escala. A limitação a este tipo de retorno de escala motivou o desenvolvimento de um outro modelo que considera retornos variáveis de escala, proposto por Banker, Charnes e Cooper (1984) e, por isso designado por modelo BCC ou VRS (*returns variables to scale*). Estes dois modelos são normalmente conhecidos como modelos clássicos, ou modelos básicos, ou, ainda, modelos tradicionais, da metodologia DEA.

Para cada um dos modelos existem duas versões correspondentes a dois tipos de orientação. Assim, têm-se os modelos orientados para *inputs*, quando o objetivo é minimizar os *inputs* garantindo um determinado nível de *outputs*, e os modelos orientados para *outputs*, quando o objetivo é maximizar os *outputs* sem qualquer acréscimo de *inputs*. A escolha do tipo de orientação do modelo a utilizar depende, em geral, do contexto económico, dos objetivos da organização e da capacidade de intervenção e controlo sobre os *inputs* e os *outputs*, por parte do gestor. Nas subsecções seguintes são descritos esses modelos para cada uma das referidas orientações.

### 3.2.1. Modelos clássicos com orientação para *inputs*

Nos modelos clássicos orientados para *inputs* pretende-se, como se referiu anteriormente, minimizar os *inputs* mantendo um determinado nível de *outputs*. No modelo CCR orientado para *inputs*, a eficiência é obtida através da determinação dos pesos associados aos *inputs* e aos *outputs* que maximizam o quociente entre a soma ponderada dos *outputs* e a soma ponderada dos *inputs* da DMU em avaliação, de modo que esses pesos, quando aplicados a cada uma das DMUs em estudo, não permitam obter um tal quociente superior a 1.

Para descrever matematicamente esta situação, assume-se que existem  $n$  DMU's homogéneas a serem avaliadas e que cada DMU usa  $m$  *inputs* e  $r$  *outputs*. Mais concretamente, cada DMU <sub>$j$</sub> , com  $j=1, \dots, n$ , consome a quantidade  $X_{ij}$  do *input*  $i$ , com  $i=1, \dots, m$ , e produz a quantidade  $Y_{rj}$  do *output*  $r$ , com  $r=1, \dots, s$ ;  $X_{ij}$  e  $Y_{rj}$  são, respetivamente, as quantidades de *input* e de *output* da DMU <sub>$k$</sub> , a DMU em avaliação. Assume-se, igualmente, que  $X_{ij} \geq 0$ ,  $Y_{rj} \geq 0$  e que cada DMU tem pelo menos um *input* e um *output* com valores positivos. Considerem-se as variáveis de decisão, não negativas,  $v_i$ , com  $i=1, \dots, m$ , e  $u_r$ , com  $r=1, \dots, s$ , que representam os pesos associados aos *inputs* e aos *outputs*, respetivamente. Tem-se então o seguinte modelo de programação fracionária:

$$E_k = \max \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i} \quad (3.1)$$

$$s. a. \quad \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r}{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.2)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.3)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.4)$$

O modelo (3.1) - (3.4) constitui a forma fracionária do modelo CCR orientado para *inputs*. A função objetivo (3.1) permite obter o valor da eficiência,  $E_k$ , dado pela maximização do quociente entre a soma ponderada dos *outputs* e a soma ponderada dos *inputs* para a DMU<sub>k</sub>, isto é, para a DMU em avaliação. As restrições (3.2) indicam que esse quociente é não inferior a 1 para cada uma das DMUs. As restrições (3.16) e (3.17) indicam a natureza, não negativa, das variáveis de decisão.

Do modelo anterior resulta que  $E_k \leq 1$ . Se  $E_k = 1$ , a DMU<sub>k</sub> diz-se eficiente quando comparada com as restantes DMUs; caso contrário, isto é, se  $E_k < 1$ , a DMU<sub>k</sub> diz-se ineficiente. É claro que quanto menor for o valor de  $E_k$ , menos eficiente será a referida DMU.

Como se refere em Cook, Wade e Zho, Joe (2005), o modelo (3.1) - (3.4) permite obter um número infinito de soluções ótimas, uma vez que se  $(u^*, v^*)$  é solução ótima então  $(\alpha u^*, \alpha v^*)$ , para  $\alpha > 0$ , é também solução ótima. Contudo, através da transformação de Charnes e Cooper (1962), é possível selecionar uma dessas soluções e assim obter um modelo de programação linear.

Assim, igualando a 1 o denominador da função objetivo do modelo (3.1) – (3.4), este modelo é equivalente ao seguinte modelo de programação linear:

$$E_k = \max \sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r \quad (3.5)$$

$$s. a. \sum_{i=1}^m X_{ik} v_i = 1 \quad (3.6)$$

$$-\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i + \sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.7)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.8)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.9)$$

O modelo (3.5) - (3.9) é denominado por modelo CCR orientado para *inputs*, na forma dos multiplicadores. Associando uma variável real  $\theta_t$  à restrição (3.6) e as variáveis não negativas  $\lambda_k$  às restrições (3.7) obtém-se o dual deste modelo, conhecido por modelo CCR orientado para *inputs*, na forma do envelope, e dado por:

$$\theta_t^* = \min \theta_t \quad (3.10)$$

$$s. a. \quad X_{it}\theta_t - \sum_{k=1}^n X_{ik}\lambda_k \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.11)$$

$$-Y_{rt} + \sum_{k=1}^n Y_{rk}\lambda_k \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.12)$$

$$\lambda_k \geq 0 \quad k = 1, \dots, n \quad (3.13)$$

$$\theta_t \in \mathbb{R} \quad (3.14)$$

Da teoria da dualidade sabe-se que  $\theta_t^* = E_k$  e, portanto,  $\theta_t$  é o índice de eficiência da DMU<sub>k</sub> e indica o valor pelo qual devem ser multiplicados os *inputs* de uma DMU ineficiente por forma a obter valores que a colocam na fronteira eficiente, reduzindo assim o valor dos *inputs*. Este modelo permite assim uma melhor compreensão quanto à sua orientação. As restrições (3.11) garantem que essa redução, em cada um dos *inputs*, não ultrapassa a fronteira definida pelas DMU's eficientes. Por sua vez, as restrições (3.12) garantem que a redução nos *inputs* não altera o nível atual dos *outputs* da DMU em avaliação.

Note-se que, como se refere em Cooper, Seiford e Tone (2007), o modelo anterior tem uma solução admissível,  $\lambda_j = 1$  e  $\lambda_k = 0$ , para  $j \neq k$ , de valor  $\theta_t = 1$ . Deste modo tem-se  $\theta_t^* \leq 1$ . Por outro lado, se os *inputs* e *outputs* são positivos, resulta de (3.12) que  $\lambda_k > 0$  e por (3.11) tem-se que  $\theta_t > 0$ . Consequentemente, tem-se  $0 < \theta_t^* \leq 1$ .

Como se referiu anteriormente se  $\theta_t^* < 1$ , ou equivalentemente  $E_k < 1$ , a DMU<sub>k</sub> diz-se ineficiente. Se  $\theta_t^* = 1$ , ou equivalentemente  $E_k = 1$ , diz-se que a DMU<sub>k</sub> é eficiente. De um modo mais rigoroso, neste último caso, diz-se que a DMU<sub>k</sub> está na fronteira de eficiência,

podendo ser fortemente eficiente ou fracamente eficiente. Assim, se  $\theta_t^* = 1$  e as restrições (3.11) e (3.12) são verificadas na igualdade, isto é, as variáveis de desvio são iguais a zero, então a DMU<sub>k</sub> diz-se fortemente eficiente ou Pareto eficiente. Note-se que tal é equivalente a afirmar que, na forma dos multiplicadores, a DMU<sub>k</sub> é fortemente eficiente se  $E_k = 1$  e os pesos associados aos *inputs* e *outputs* são positivos. Se  $\theta_t^* = 1$  e existem variáveis de desvios diferentes de zero, ou equivalentemente  $E_k = 1$  e existem pesos iguais a zero, a DMU<sub>k</sub> diz-se fracamente eficiente. Este tipo de eficiência é ainda referido na literatura como eficiência técnica, eficiência de Farrell ou eficiência radial.

Para verificar se uma DMU é Pareto eficiente alguns autores (ver, por exemplo, Cooper *et al.*;2007) sugerem um procedimento que inclui duas fases: na primeira fase é identificada a fronteira de eficiência e, na segunda fase, é resolvido um problema de PL que maximiza a somas dos desvios para cada uma da DMUs na fronteira de eficiência.

Os valores fornecidos pelas variáveis  $\lambda_k$  ( $k = 1, \dots, n$ ) na solução ótima permitem identificar o conjunto das DMUs que são referência (*benchmarks*) para uma determinada DMU<sub>k</sub> que seja ineficiente. Esse conjunto é constituído pelas DMUs cujo valor de  $\lambda_k$  é positivo. Se esse conjunto for constituído por mais do que uma DMU, a importância dessas DMUs para tornar a DMU<sub>k</sub> eficiente é determinada pelo correspondente valor de  $\lambda_k$  e será tanto maior quanto maior for esse valor. Um valor de  $\lambda_k$  igual a zero significa que a correspondente DMU não é referência para a DMU<sub>k</sub> em análise. É evidente que se uma DMU<sub>k</sub> é eficiente então é referência de si própria, isto é,  $\lambda_j = 1$ , os restantes valores de  $\lambda_k$  são iguais a zero.

Como foi referido anteriormente, o modelo CCR apenas contempla retornos constantes de escala. Uma generalização deste modelo, que contempla retornos variáveis de escala, foi proposta por Banker, Charnes e Cooper (1984), designado por modelo BCC. Na forma do envelope, o modelo BCC obtêm-se do modelo CCR, através da inclusão neste último da restrição

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k = 1 \tag{3.15}$$

que conjuntamente com as restrições (3.13) definem a condição de convexidade. Assim, na forma do envelope, o modelo BCC orientado para *inputs* é definido por (3.10) - (3.15), onde  $\theta_t$  e  $\theta_t^*$  são substituídos por  $\theta_{tB}$  e  $\theta_{tB}^*$ , respetivamente, para facilitar a distinção entre os dois modelos. O dual deste modelo permite obter o modelo BCC orientado para *inputs*, na forma dos multiplicadores. Nesta forma, o modelo BCC difere do modelo CCR orientado para *inputs*, pelo facto de adicionar a variável real  $u_0$ , que é a variável dual associada à restrição

(3.15), ao termo  $\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r$  da função objetivo (3.5) e ao termo da  $\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r$  das restrições

(3.6). Mais especificamente, o modelo BCC orientado para *inputs*, na forma dos multiplicadores, é obtido da correspondente forma do modelo CCR orientado para *inputs* substituindo a função objetivo (3.5) por

$$E_{kB} = \max \sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r + u_0 \quad (3.5a)$$

e as restrições (3.6) por

$$-\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i + \sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r + u_0 \leq 0 \quad (3.6a)$$

Consequentemente, o modelo BCC orientado para *inputs*, na forma fracionária, é obtido da correspondente forma, do modelo CCR com a mesma orientação, substituindo a função objetivo (3.1) por

$$E_{kB} = \max \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r + u_0}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i} \quad (3.1a)$$

e as restrições (3.2) por

$$\frac{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r + u_0}{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.2a)$$

O valor da variável real  $u_0$  indica o tipo de retorno de escala. Assim, um valor positivo indica um retorno crescente de escala; um valor negativo indica um retorno decrescente e um valor nulo indica um retorno constante de escala.

Note-se que, na forma do envelope, o conjunto das soluções admissíveis do modelo BCC é um subconjunto do conjunto das soluções admissíveis do modelo CCR, pelo que se verifica que  $\theta_k^* \leq \theta_{kB}^*$ . Podemos então afirmar que, na versão orientada para *inputs*, o valor da eficiência fornecido pelo modelo BCC é sempre não inferior ao valor da eficiência fornecido pelo modelo CCR.

### 3.2.2. Modelos clássicos com orientação para *outputs*

Nos modelos com orientação para *outputs*, pretende-se maximizar os *outputs* sem qualquer incremento de *inputs*. Nesta versão do modelo CCR, a eficiência é obtida através da determinação dos pesos associados aos *inputs* e aos *outputs* que minimizam o quociente entre a soma ponderada dos *inputs* e a soma ponderada dos *outputs* da DMU em avaliação, de modo que esses pesos, quando aplicados a cada DMU, não permitam obter um tal quociente inferior a 1. Então, o modelo CCR com orientação para *outputs*, na forma fracionária, é obtido da correspondente forma do modelo CCR orientado para *inputs* trocando o numerador pelo denominador e, conseqüentemente, minimizando a função objetivo. Assim, recorrendo à notação usada na subsecção anterior para os modelos orientados para *inputs*, relativamente aos parâmetros e às variáveis de decisão, e designando por  $F_k$  o valor ótimo da função objetivo, a forma fracionária do modelo CCR com orientação para *outputs* é dada por:

$$F_k = \min \frac{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i}{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r} \quad (3.16)$$

$$s. a. \quad \frac{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i}{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r} \geq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.17)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.18)$$

$$y_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.19)$$

A função objetivo (3.16) indica a minimização do quociente entre a soma ponderada dos *inputs* e a soma ponderada dos *outputs* para a DMU<sub>k</sub>, isto é, para a DMU em avaliação. As restrições (3.17) indicam que tal quociente, relativo a cada DMU, é não inferior a 1. As restrições (3.18) e (3.19) indicam a natureza das variáveis de decisão. A forma como o modelo anterior foi construído indica que o valor da eficiência obtido com este modelo é dado por  $1 / F_k$ .

Tal como no caso do modelo CCR orientado para *inputs*, o modelo anterior pode igualmente ser transformado num modelo de programação linear. Assim, igualando a 1 o denominador da função objetivo (3.16) obtém-se o seguinte modelo de programação linear:

$$F_k = \min \sum_{i=1}^m X_{ik} v_i \quad (3.20)$$

$$s. a. \quad \sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r = 1 \quad (3.21)$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i - \sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.22)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.18)$$

$$y_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.19)$$

O modelo (3.20) – (3.24) constitui a forma dos multiplicadores do modelo CCR orientado para *outputs*. Associando uma variável real  $\rho_t$  à restrição (3.21) e as variáveis não negativas  $\mu_j$  às restrições (3.22) obtém-se o dual deste modelo, dado por:

$$\rho_t^* = \max \rho t \quad (3.25)$$

$$s. a. \quad -X_{it} + \sum_{j=1}^n X_{ij} \mu_j \leq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (3.26)$$

$$Y_{rt} \rho_t - \sum_{j=1}^n Y_{rj} \mu_j \leq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (3.27)$$

$$\mu_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.28)$$

$$\rho_t \in \mathbb{R} \quad (3.29)$$

O modelo (3.25) – (3.29) é a forma do envelope do modelo CCR orientado para *outputs*. Neste modelo,  $\rho_t^*$  indica o valor pelo qual os *outputs* devem ser multiplicados, mantendo constantes os *inputs*, de modo que a DMU<sub>k</sub> se torne eficiente. Então  $\rho_t^* \geq 1$ , pelo que o valor da eficiência da DMU<sub>k</sub> é, em correspondência com o que foi referido anteriormente, dado por  $1 / \rho_t^*$ .

Como se mostra em Cooper *et al.* (2007), as duas versões do modelo CCR (a orientada para *inputs* e a orientada para *outputs*) permitem obter o mesmo valor de eficiência, embora com diferentes valores para os pesos e *benchmarks*. Mais, estes autores mostram que tanto na forma do envelope como na forma dos multiplicadores, a solução ótima da versão orientada para *outputs* do modelo CCR pode ser obtida diretamente da solução ótima da versão orientada para *inputs* daquele modelo e vice-versa.

Adicionando ao modelo anterior a restrição

$$\sum_{j=1}^n \mu_j = 1 \quad (3.30)$$

obtem-se a forma do envelope do modelo BCC orientado para *outputs*, definido por (3.25) - (3.30), onde  $\rho_t$  e  $\rho_t^*$  são substituídos por  $\rho_{tB}$  e  $\rho_{tB}^*$ , respetivamente, para facilitar a distinção do modelo CCR. O dual deste modelo permite obter o modelo BCC orientado para *outputs*, na forma dos multiplicadores. Este modelo difere do modelo CCR orientado para *outputs* na forma dos multiplicadores pelo facto de adicionar a variável real  $v_0$ , que é a variável dual associada à restrição (3.30), ao termo  $\sum_{i=1}^m X_{it} v_i$  da função objetivo (3.20) e ao termo da

$\sum_{i=1}^m X_{ij}v_i$  das restrições (3.22). Mais especificamente, o modelo BCC orientado para *input,s* na

forma dos multiplicadores, é obtido do correspondente modelo CCR substituindo a função objetivo (3.20) por

$$F_{tB} = \min \sum_{i=1}^m X_{it}v_i + v_0 \quad (3.20a)$$

e as restrições (3.22) por

$$-\sum_{r=1}^s Y_{rj}u_r + \sum_{i=1}^m X_{ij}v_i + v_0 \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.22a)$$

Consequentemente, na forma fracionária, o modelo BCC orientado para *outputs* é obtido do modelo CCR com a mesma orientação, substituindo a função objetivo (3.16) por

$$F_{tB} = \min \frac{\sum_{i=1}^m X_{it}v_i + v_0}{\sum_{r=1}^s Y_{rt}u_r} \quad (3.16a)$$

e as restrições (3.17) por

$$\frac{\sum_{i=1}^m X_{ij}v_i + v_0}{\sum_{r=1}^s Y_{rj}u_r} \geq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (3.17a)$$

Portanto, quer na forma dos multiplicadores quer na forma fracionária, a versão orientada para *outputs* do modelo BCC difere da correspondente versão do modelo CCR pelo facto de incluir uma variável real  $v_0$  que indica o tipo de retorno de escala para a  $DMU_k$ . Neste caso, um valor positivo de  $v_0$  indica que a  $DMU_k$  opera com retorno decrescente de escala; um valor negativo de  $v_0$  indica que a  $DMU_k$  opera com retorno crescente de escala e um valor igual a zero indica que a  $DMU_k$  opera com retorno constante de escala.

Similarmente ao que acontece com a versão orientada para *inputs* dos modelos CCR e BCC, tem-se que, na forma do envelope, o conjunto das soluções admissíveis do modelo BCC é um subconjunto do conjunto das soluções admissíveis do modelo CCR, pelo que se verifica que  $\rho_i^* \geq \rho_{iB}^*$ . Atendendo a que o valor da eficiência, em ambos os casos, é dado pelo inverso de cada um daqueles valores, podemos também afirmar que, na versão orientada para *outputs*, o valor da eficiência fornecido pelo modelo BCC é sempre não inferior ao valor da eficiência fornecido pelo modelo CCR. Este resultado conjuntamente com o resultado idêntico que se verifica na versão orientada para *inputs*, referido na subsecção anterior, permite afirmar que o valor da eficiência obtido por DMUs que operam com retornos variáveis de escala é sempre maior ou igual aos obtidos por DMUs que operam com retornos constantes de escala.

Note-se que a comparação feita antes para as versões orientadas para *inputs* e para *outputs* do modelo CCR não é válida para o caso do modelo BCC, isto é, o valor obtido pela versão orientada para *outputs* do modelo BCC é em geral diferente do valor obtido pela versão orientada para *inputs* do mesmo modelo.

### 3.3. Vantagens e desvantagens dos modelos de DEA

Na sua forma clássica, a metodologia DEA, à semelhança do que acontece com outras metodologias, apresenta vantagens e desvantagens. De seguida, referem-se algumas dessas vantagens e desvantagens.

Como vantagens salientam-se as seguintes: permite realizar uma avaliação relativa de DMUs que utilizam múltiplos *inputs* para produzir múltiplos *outputs* sem necessidade de definir uma função de produção *a priori*; os *inputs* e *outputs* podem ser da mais diversa natureza, não sendo obrigatório serem de natureza financeira ou convertíveis a dados financeiros; flexibilidade na determinação dos pesos associados aos *inputs* e aos *outputs*, pois cada DMU escolhe o conjunto de pesos que são mais favoráveis; permite definir uma fronteira de eficiência através das DMUs consideradas eficientes; permite, para cada DMU ineficiente, identificar um conjunto de DMUs eficientes que são referência (*benchmarks*) e desta forma fornecer indicadores, ao gestor, de como melhorar o desempenho das DMUs ineficientes; grande versatilidade na sua aplicação, pois pode ser aplicada a qualquer tipo de organização, empresarial, governamental ou de caráter social e nas mais diversas áreas.

A DEA exige poucos pressupostos aplicando-se a casos em que seria difícil a aplicação de outras metodologias, nomeadamente em situações onde a relação entre os *inputs* e os *outputs* é complexa. Esta metodologia não requer dados sobre preços para a construção da fronteira de produção. Assim sendo, permite-nos analisar relações entre DMU's que, noutras metodologias, seriam impossíveis de identificar.

Apesar dos *inputs* e *outputs* poderem ser definidos em diferentes unidades de medida, por vezes misturar-se dados em rácio/percentagens com medidas de volume é imprudente. Como estamos perante uma ferramenta é impossível assegurar que os pesos atribuídos aos *inputs* e *outputs* refletem a realidade tangível, a DEA apenas fornece aos gestores informação para auxílio da sua tomada de decisão.

Relativamente às desvantagens há a salientar as seguintes: fraco poder de discriminação entre as DMUs eficientes, que ocorre quando o número de DMUs não é suficientemente grande em relação ao número total de *inputs* e *outputs*; distribuição irrealista dos pesos, que ocorre quando a eficiência é atingida à custa de valores muito elevados para pesos associados aos *outputs* e de valores muito baixos para pesos associados a *inputs*; cada DMU é tratada como uma *black box*, ou seja, entram *inputs* e saem *outputs* sem ter em consideração outros processos intervenientes. Deste modo, torna-se difícil conhecer as fontes de ineficiência de cada uma das DMU's ineficientes. Neste trabalho aborda-se uma variante da metodologia DEA clássica, a *Network DEA*, que permite colmatar esta última desvantagem, e que é apresentada no capítulo seguinte.

## 4. Metodologia *Network Two-Stage* DEA

### 4.1. Introdução

Como se refere, por exemplo, em Kao (2008), a metodologia DEA foi originalmente concebida para medir a eficiência relativa de DMUs que operam num único nível ou numa única fase. Os modelos tradicionais desta metodologia, referidos no capítulo anterior, permitem medir a eficiência de uma DMU sem considerar a sua estrutura interna, isto é, uma DMU é vista como uma “*black box*”, onde *inputs* são transformados em *outputs*. Consequentemente, tais modelos não permitem identificar as origens da ineficiência, nomeadamente quando as DMUs operam com processos complexos. Existem muitas aplicações onde é importante decompor esses processos complexos em dois ou mais processos mais simples, usualmente designados de subprocessos, permitindo assim considerar vários níveis ou várias fases de produção na estrutura interna de uma DMU.

Na secção 4.2, apresentam-se alguns conceitos básicos sobre a variante da metodologia DEA que considera o processo de uma DMU decomposto em subprocessos bem como algumas aplicações desta variante. Na secção 4.3, apresentam-se alguns métodos que permitem calcular a eficiência global de uma DMU assim como a eficiência em cada subprocesso. Mais precisamente são apresentados o método tradicional ou independente, o método multiplicativo e o método aditivo, que constituem os métodos mais referidos na literatura.

### 4.2. Alguns conceitos e algumas aplicações

A decomposição de um processo complexo, inerente a uma DMU, em subprocessos ou fases de produção conduz a que estes possam ter uma estrutura em série ou em paralelo, ou uma mistura de ambas, usualmente designadas de estruturas em rede. A técnica da DEA que utiliza este tipo de estrutura é usualmente designada por *network* DEA ou *multi-stage* DEA, onde cada DMU integra múltiplos subprocessos ou fases de produção. Assim, uma rede é utilizada para desenhar as relações entre esses subprocessos.

Os subprocessos dizem-se estruturados em série quando estão ligados em sequência e os *outputs* de cada subprocesso são, total ou parcialmente, *inputs* do subprocesso subsequente. Nesta estrutura, podem ou não existir *inputs* exógenos nos subprocessos subsequentes ao

primeiro subprocesso e/ou *outputs* exógenos nos subprocessos que antecedem o último subprocesso. Estes *inputs* e *outputs* são normalmente referidos como medidas intermédias.

Ebrahimnejada, Tavana, Farhad Lotfi, Shahverdi e Yousefpour (2014) classificaram os modelos com estrutura em série em duas categorias: a dos modelos de sistemas fechados e a dos modelos de sistemas abertos. A primeira refere-se aos sistemas onde não existem *inputs* nem *outputs* exógenos relativamente às medidas intermédias, isto é, apenas existem *inputs* e *outputs* exógenos no primeiro e último subprocesso, respetivamente. Em contrapartida, a segunda refere-se ao caso em que existem *inputs* e/ou *outputs* exógenos nos subprocessos intermédios.

Os subprocessos dizem-se estruturados em paralelo se os *inputs* e os *outputs* são independentes em cada subprocesso.

É claro que na metodologia *Network* DEA pode considerar-se um qualquer número finito de subprocessos ou fases de produção. Contudo, a maior parte de trabalho que tem sido desenvolvido nesta área, quer em termos teóricos quer em termos de aplicações práticas, considera o caso em que o processo de produção em cada DMU é decomposto em dois subprocessos estruturados em série e onde os *outputs* do primeiro subprocesso são, na sua totalidade, os *inputs* do segundo processo. Este constitui o caso mais simples da metodologia *Network* DEA e é usualmente designado por *Network Two-stage* DEA ou, simplesmente, *Two-stage* DEA e será objeto de estudo neste trabalho.

Seiford e Zhu (1999) utilizaram a técnica *Two-stage* DEA para medir a rentabilidade e a liquidez de 55 bancos comerciais dos Estados Unidos da América. Numa primeira fase, utilizaram como *inputs* o número de funcionários, ativos e património líquido e, como *outputs*, as receitas e os lucros obtidos para avaliar a rentabilidade. Na segunda fase, usaram como *inputs*, as receitas e os lucros e, como *outputs*, o valor de mercado, o retorno total para os investidores e o lucro por ação, para avaliar a negociabilidade.

Zhu (2000) utilizou a mesma técnica para analisar a eficiência financeira das 500 melhores empresas listadas na revista *Fortune*. Este estudo mostra que as empresas do topo do *ranking* por receita não têm necessariamente o melhor desempenho, apenas 3% das empresas estavam a operar na fronteira de eficiência.

Kao e Hwang (2008) usaram também esta técnica para avaliar a eficiência de 24 companhias de seguros do ramo não vida em Taiwan em que os *inputs* da primeira fase são as despesas de aquisição e as despesas de seguros e os *outputs* são os prêmios diretos e os prêmios de resseguro. Estes *outputs* da primeira fase são usados como *inputs* da segunda fase para gerar como *outputs* o lucro operacional e lucro de investimento.

Outras aplicações desta variante da metodologia DEA têm surgido na literatura. Como exemplos referem-se a avaliação do impacto das tecnologias de informação sobre a performance de agências bancárias (Chen e Zhu; 2004), a avaliação da performance da *American Major League Baseball* (Sexton and Lewis; 2003), a avaliação da performance do sector da educação (Lovell *et al.*, 1994) e a avaliação de programas de cuidados de saúde (Schinnar *et al.*, 1990; Chilingerian e Sherman 2004).

### 4.3. Métodos *Network Two-Stage* DEA

Considere-se que existem  $n$  DMU's a serem avaliadas e que cada DMU <sub>$j$</sub> , com  $j = 1, \dots, n$ , consome a quantidade  $X_{ij}$  do *input*  $i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , e produz a quantidade  $Y_{rj}$  do *output*  $r$ ,  $r = 1, \dots, s$ . Suponha-se ainda que o processo de produção em cada DMU é composto de dois subprocessos estruturados em série, como se representa na figura 4.1 para o caso de uma DMU genérica  $j$ . Para além dos  $m$  *inputs* e  $s$  *outputs* exógenos, existem  $Z_{dj}$  produtos intermédios,  $d = 1, \dots, D$ , que são simultaneamente *outputs* do primeiro processo e *inputs* do segundo processo. Estes  $d$  *outputs/inputs* são usualmente referidos como medidas intermédias, como mencionado anteriormente.

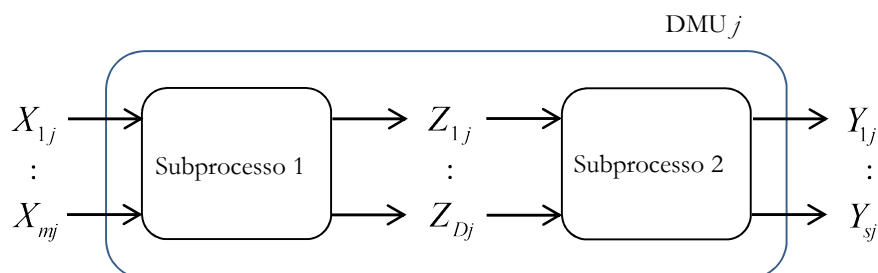


Figura 4.1 – Representação esquemática de uma DMU com dois subprocessos em série.

**Fonte:** Adaptado de Kao e Hwang (2008).

Vários métodos têm sido propostos para calcular o índice de eficiência de cada subprocesso bem como o índice global para cada DMU. Seiford e Zhu (1999) utilizaram o método onde os índices de eficiência de cada subprocesso e da eficiência global são calculadas de forma independente, designado de método tradicional ou independente. Kao e Hwang (2008) e (2009) propuseram um método relacional em que o índice de eficiência global é dado pelo produto dos índices de cada subprocesso, designado por método multiplicativo. Chen, Cook, Li e Zhu (2009) propuseram também um método relacional mas em que o índice de eficiência global é dado pela soma ponderada dos índices de cada subprocesso, designado por método aditivo. Estes métodos são apresentados nas subsecções seguintes.

### 4.3.1. Método tradicional ou independente

Para além dos parâmetros descritos no início desta secção, considerem-se as variáveis de decisão, não negativas,  $v_i$ , com  $i = 1, \dots, m$ , e  $w_d$ , com  $d = 1, \dots, D$ , que representam os pesos associados aos *inputs* e *outputs*, respetivamente, da subprocesso 1. Na sequência do que foi referido no capítulo anterior, o modelo tradicional CCR, orientado para *inputs*, proposto por Charnes et al. (1978) para medir a eficiência da DMU<sub>k</sub> na fase 1,  $E_k^1$ , é dado, na forma fracionária, por:

$$E_k^1 = \max \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i} \quad (4.1)$$

$$s. a. \quad \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d}{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.2)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.3)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.4)$$

De modo idêntico, considerando agora as variáveis não negativas,  $\tilde{w}_d$ , com  $d = 1, \dots, D$ , e  $u_r$ , com  $r = 1, \dots, s$ , para representar os pesos associados aos *inputs* e *outputs* do subprocesso 2, respetivamente, a forma fracionária do mesmo modelo para a determinação do índice de eficiência neste subprocesso da DMU<sub>k</sub>,  $E_k^2$ , é dado por:

$$E_k^2 = \max \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} \tilde{w}_d} \quad (4.5)$$

$$s. a. \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r}{\sum_{d=1}^D Z_{dj} \tilde{w}_d} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.6)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.7)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.8)$$

A eficiência global da DMU<sub>k</sub> é obviamente dada, na forma fracionária, pelo seguinte modelo:

$$E_k = \max \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i} \quad (4.9)$$

$$s. a. \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_j}{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.10)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.11)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.12)$$

Os modelos (4.1) - (4.4), (4.5) - (4.8) e (4.9) - (4.12) podem, como se viu no capítulo 3, ser linearizados, permitindo deste modo obter, de forma independente, o índice de eficiência de cada um dos subprocessos 1 e 2 bem como o índice da eficiência global, respetivamente. Contudo, uma tal abordagem não trata as medidas intermédias de eficiência de forma coordenada, como se refere, por exemplo, em Cook e Zhu (2014). Suponha-se que uma DMU é eficiente no primeiro subprocesso e ineficiente no segundo. A melhoria de eficiência no segundo subprocesso implica uma redução da quantidade de *input* nesse subprocesso e, conseqüentemente provocar ineficiência no primeiro subprocesso. Nas subsecções seguintes são apresentados dois métodos que tratam as medidas intermédias de forma coordenada. É óbvio que o método tradicional ou independente não se confina apenas ao modelo CCR orientado para *inputs*, podendo usar qualquer um dos modelos clássicos apresentados no capítulo 3.

#### 4.3.2. Método multiplicativo (Kao e Hwang; 2008)

De forma a incorporar a interação entre os dois subprocessos, Kao e Hwang (2008) incluíram no modelo (4.9) – (4.12), isto é, no modelo que permite obter a eficiência global, as restrições de rácios dos modelos relativos aos subprocessos 1 e 2 e assumiram que os pesos associados aos *inputs* do subprocesso 2 são iguais aos pesos associados aos *outputs* do subprocesso 1, isto é,  $w_d = \tilde{w}_d$ . Deste modo, com base no modelo CCR orientado para *inputs*, aqueles autores obtiveram o seguinte modelo fracionário para medir a eficiência global da DMU<sub>k</sub>:

$$E_k = \max \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i} \quad (4.13)$$

$$s. a. \quad \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_j}{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.14)$$

$$\frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d}{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.15)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r}{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.16)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.17)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.18)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.19)$$

O modelo (4.13) – (4.19) é um modelo de programação fracionária que, como já foi referido anteriormente, pode facilmente ser transformado num modelo de programação linear (ver, por exemplo, Kao e Hwang (2008)). Assim, igualando a 1 o denominador de (4.13), obtém-se o seguinte modelo de programação linear:

$$E_k = \max \sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r \quad (4.20)$$

$$s. a. \quad \sum_{i=1}^m X_{ij} v_i = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.21)$$

$$\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r - \sum_{i=1}^m X_{ij} v_i \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.22)$$

$$\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d - \sum_{i=1}^m X_{ij} v_i \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.23)$$

$$\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r - \sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.24)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.25)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.26)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.27)$$

De referir que adicionando as restrições (4.23) e (4.24) obtêm-se as restrições (4.22) pelo que estas últimas são redundantes e por isso são desnecessárias no modelo anterior.

Denotando por  $v^*$ ,  $w^*$  e  $u^*$  os pesos ótimos fornecidos pelo modelo definido por (4.20), (4.21), (4.23) – (4.27) que permitem obter os índices de eficiência  $E_k$ ,  $E_k^1$  e  $E_k^2$ , tem-se que

$$E_k = \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r^*}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i^*} \leq 1$$

$$E_k^1 = \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d^*}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i^*} \leq 1$$

$$E_k^2 = \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r^*}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d^*} \leq 1$$

Note-se que

$$\frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r^*}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i^*} = \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d^*}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i^*} \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r^*}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d^*}$$

e, conseqüentemente, verifica-se  $E_k = E_k^1 \times E_k^2$ . Portanto, no modelo multiplicativo, o índice de eficiência global é igual ao produto dos índices de eficiência de cada subprocesso ou, dito de outro modo, é igual ao quadrado da média geométrica desses índices.

Os pesos ótimos referidos anteriormente podem não ser únicos e, conseqüentemente, a decomposição da eficiência  $E_k = E_k^1 \times E_k^2$  pode igualmente não ser única. Para resolver este problema, Kao e Hwang (2008) propuseram determinar o conjunto de multiplicadores que permite obter o maior valor de  $E_k^1$ , denotado por  $E_k^{1+}$ , enquanto mantêm o índice de eficiência global, calculado através do modelo (4.20), (4.21), (4.23) – (4.27). Para o efeito, estes autores propuseram o seguinte modelo:

$$E_k^{1+} = \max \sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d \quad (4.28)$$

$$s. a. \sum_{i=1}^m X_{ik} v_i = 1 \quad (4.29)$$

$$\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r - E_k \sum_{i=1}^m X_{ik} v_i = 0 \quad (4.30)$$

$$\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d - \sum_{i=1}^m X_{ij} v_i \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.31)$$

$$\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r - \sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.32)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.33)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.34)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.35)$$

Note-se que atendendo a (4.29), a restrição (4.30) pode ser reescrita do seguinte modo:

$$\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r = E_k \quad (4.30^*)$$

Depois de calculado o valor  $E_k^{1+}$ , o índice de eficiência do subprocesso 2 é calculado através da expressão

$$E_k^{2-} = \frac{E_k}{E_k^{1+}} \quad (4.36)$$

O procedimento anterior pressupõe que o decisor revela mais interesse na eficiência do primeiro subprocesso. Alternativamente, se o decisor revelar mais interesse na eficiência do segundo subprocesso então calcula-se primeiro o conjunto de multiplicadores que produz o maior valor de  $E_k^2$ , igualmente denotado por  $E_k^{2+}$ , mantendo o índice de eficiência global  $E_k$ . Tal é conseguido usando o modelo que se segue, que resulta do modelo anterior modificando adequadamente a função objetivo (4.28) e as restrições (4.29).

$$E_k^{2+} = \max \sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r \quad (4.37)$$

$$s. a. \quad \sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.38)$$

$$\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r - E_k \sum_{i=1}^m X_{ik} v_i = 0 \quad (4.39)$$

$$\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d - \sum_{i=1}^m X_{ij} v_i \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.40)$$

$$\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r - \sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.41)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.42)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.43)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.44)$$

De seguida, à semelhança do que foi feito caso anterior, calcula-se o valor de  $E_k^{2-}$  através da expressão

$$E_k^{1-} = \frac{E_k}{E_k^{2+}} \quad (4.45)$$

As relações (4.36) e (4.45) permitem concluir que  $E_k^{1-} = E_k^{1+}$  se, e só se,  $E_k^{2-} = E_k^{2+}$ . Note-se ainda que se  $E_k^{1-} = E_k^{1+}$  ou  $E_k^{2-} = E_k^{2+}$ , a decomposição é única, isto é, a solução ótima do modelo (4.20), (4.21), (4.23) – (4.27) é única.

Note-se que, neste método, o valor da eficiência global de uma DMU<sub>k</sub>,  $E_k$ , é sempre menor ou igual do que o menor dos valores da eficiência dos subprocessos,  $E_k^1$  e  $E_k^2$ . Este facto foi usado por Kao e Hwang (2008) para justificar a análise realizada em termos de *raking*, em vez dos valores de eficiência, aos resultados obtidos na aplicação do método à avaliação a eficiência de 24 companhias de seguros do ramo não vida em Taiwan. Nessa análise, os autores concluem que a maioria das companhias apresentam *rankings* similares quer relativamente à eficiência global quer à eficiência em cada subprocesso, o que implica que a performance do processo global é atribuída à performance de cada subprocesso. No entanto, identificam também que existem companhias que têm uma larga diferença entre esses *rankings*, o que permite identificar a origem da ineficiência. Concluem ainda que, para cerca de metade das companhias, os *rankings* estão entre os *rankings* de primeiro e segundo subprocessos e que para as restantes estão numa vizinhança de dois do *ranking* da eficiência do primeiro ou do segundo subprocesso.

Kao e Hwang (2008) compararam ainda os resultados obtidos pelo seu método com os obtidos pelo método independente. Note-se que no método independente o valor da eficiência global de cada DMU não é necessariamente inferior ao de cada um dos subprocessos. Também pelo facto de os modelos no método multiplicativo incluírem mais dois conjuntos de restrições do que os modelos no método independente o valor da eficiência no primeiro é sempre não superior ao do segundo. Por isso os autores consideraram ser mais apropriado fazer a comparação em termos de *rankings*, concluindo que os *rankings* fornecidos

pelos dois métodos são similares, sendo a diferença inferior a dois para 87,5% das companhias.

O método multiplicativo, acabado de descrever, foi desenvolvido com base no modelo CCR com orientação para *inputs*. De forma semelhante, este modelo pode também ser desenvolvido com base no mesmo modelo com orientação para *outputs*.

O método multiplicativo para a *Network two-stage* DEA proposto em Kao e Hwang (2008) foi construído sobre o modelo CCR, isto é, considera retornos constantes de escala. Na realidade este modelo não pode ser utilizado quando se consideram retornos variáveis de escala, como se refere em Chen, *et al.* (2009). Na subsecção seguinte apresenta-se um método que considera também retornos variáveis de escala.

#### 4.3.3. Método aditivo (Chen, Cook, Li e Zhu; 2009)

Como foi referido anteriormente, o método multiplicativo, proposto por Kao e Hwang (2008) para a metodologia *Network two-stage* DEA, agrega os índices de eficiência de cada subprocesso na forma multiplicativa, isto é, o índice de eficiência global do processo é obtido pelo produto dos índices de cada subprocesso. Chen, *et al.* (2009) propuseram uma outra maneira de agregar esses índices, em que o índice de eficiência global do processo é obtido através da soma ponderada dos índices de eficiência de cada subprocesso através da relação

$$\frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i} = t_1 \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i} + t_2 \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d}, \quad (4.46)$$

onde  $t_1$  e  $t_2$  são ponderadores tais que  $t_1 + t_2 = 1$ .

A eficiência global da DMU<sub>k</sub> seria obtida através do seguinte modelo de programação facionária:

$$E_k = \max \left( t_1 \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i} + t_2 \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d} \right) \quad (4.47)$$

$$s. a. \quad \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d}{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.48)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r}{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.49)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.50)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.51)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.52)$$

Como se mostra em Chen, *et al.* (2009), o modelo (4.47) - (4.52) não pode ser transformado num modelo de programação linear usando a transformação de Charnes e Cooper (1962). No entanto, considerando que  $t_1$  e  $t_2$  podem ser vistos como representando a importância relativa da performance dos subprocessos 1 e 2 para obter a performance da DMU, aqueles autores propuseram uma escolha adequada de  $t_1$  e  $t_2$  para converter o modelo anterior num modelo de programação linear.

Assim, Chen, *et al.* (2009) definiram

$$t_1 = \frac{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i + \sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d} \quad (4.53)$$

$$e \quad t_2 = \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i + \sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d} \quad (4.54)$$

Mediante as relações anteriores, o modelo (4.47) - (4.52) transforma-se no seguinte modelo:

$$E_k = \max \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d + \sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i + \sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d} \quad (4.55)$$

$$s. a. \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d}{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.56)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r}{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.57)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.58)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.59)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.60)$$

Usando agora a transformação de Charnes e Cooper (1962), o modelo anterior pode ser transformado num modelo de programação linear. De facto, fazendo

$$q = \frac{1}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i + \sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d} \quad , \quad \pi_d = q w_d \quad , \quad \mu_r = q u_r \quad , \quad e \quad \omega_i = q v_i$$

o modelo (4.55) - (4.60) é equivalente ao seguinte modelo de programação linear:

$$E_k = \max \left( \sum_{r=1}^s Y_{rk} \mu_r + \sum_{d=1}^D Z_{dk} \pi_d \right) \quad (4.61)$$

$$s. a. \quad \sum_{i=1}^m X_{ik} \omega_i + \sum_{r=1}^s Z_{dk} \pi_d = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.62)$$

$$\sum_{d=1}^D Z_{dj} \pi_d - \sum_{i=1}^m X_{ij} \omega_i \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.63)$$

$$\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r - \sum_{d=1}^D Z_{dj} \pi_d \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.64)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.65)$$

$$\omega_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.66)$$

$$\pi_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.67)$$

Tal como no caso do método multiplicativo, o modelo (4.61) - (4.67) pode ter soluções ótimas alternativas e, deste modo, a decomposição da eficiência global de uma DMU pode não ser única. Para resolver este problema, os autores utilizaram um procedimento idêntico ao utilizado por Kao e Hwang (2008) e referido anteriormente na subsecção 4.3.1. Assim, depois de obtido o valor da eficiência global  $E_k$  através do modelo (4.61) - (4.67), aqueles autores propõem, num primeiro passo, resolver o seguinte modelo:

$$E_k^{1+} = \max \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i} \quad (4.68)$$

$$s. a. \quad \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d}{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.69)$$

$$\frac{\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r}{\sum_{d=1}^D Z_{dj} w_d} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.70)$$

$$\frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d + \sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i + \sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d} = E_k \quad (4.71)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.72)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.73)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.74)$$

ou, equivalentemente,

$$E_k^{1+} = \max \sum_{d=1}^D Z_{dk} \pi_d \quad (4.75)$$

$$s. a. \sum_{d=1}^D Z_{dj} \pi_d - \sum_{i=1}^m X_{ij} \omega_i \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.76)$$

$$\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r - \sum_{d=1}^D Z_{dj} \pi_d \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.77)$$

$$(1 - E_k) \sum_{d=1}^D Z_{dk} \pi_d + \sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r = E_k \quad (4.78)$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ik} \omega_i = 1 \quad (4.79)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.80)$$

$$\omega_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.81)$$

$$\pi_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.82)$$

Depois de calculado o valor  $E_k^{1+}$ , o índice de eficiência do subprocesso 2 é calculado, num segundo passo, através da expressão

$$E_k^{2-} = \frac{E_k - t_1^* E_k^{1+}}{t_2^*} \quad (4.83)$$

onde  $t_1^*$  e  $t_2^*$  representam os ponderadores ótimos obtidos do modelo (4.61) - (4.67) através de (4.53) e (4.54).

O procedimento anterior pressupõe que o decisor estabelece como prioritário a eficiência do primeiro subprocesso. Alternativamente, se o decisor estabelecer como prioritário a eficiência do segundo subprocesso então calcula-se primeiro o conjunto de multiplicadores que produz o maior valor de  $E_k^{2-}$ , na seqüência designado por  $E_k^{2+}$ , mantendo o índice de eficiência global  $E_k$ . Tal é conseguido usando o modelo que se segue, que resulta do modelo anterior modificando adequadamente a função objetivo (4.68) e as restrições (4.70).

$$E_k^{2+} = \max \frac{\sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r}{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d} \quad (4.84)$$

$$s. a. \quad \frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d}{\sum_{i=1}^m X_{ij} v_i} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.85)$$

$$\frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i} \quad j = 1, \dots, n \quad (4.86)$$

$$\frac{\sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d + \sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r}{\sum_{i=1}^m X_{ik} v_i + \sum_{d=1}^D Z_{dk} w_d} = E_k$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.87)$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.88)$$

$$w_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.89)$$

ou, equivalentemente,

$$E_k^{2+} = \max \sum_{r=1}^s Y_{rk} \mu_r \quad (4.90)$$

$$s. a. \quad \sum_{d=1}^D Z_{dj} \pi_d - \sum_{i=1}^m X_{ij} \omega_i \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.91)$$

$$\sum_{r=1}^s Y_{rj} u_r - \sum_{d=1}^D Z_{dj} \pi_d \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (4.92)$$

$$\sum_{d=1}^D Z_{dk} \pi_d + \sum_{r=1}^s Y_{rk} u_r - E_k \sum_{i=1}^m X_{ik} \omega_i = E_k \quad (4.93)$$

$$\sum_{d=1}^D Z_{dk} \pi_d = 1 \quad (4.94)$$

$$u_r \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (4.95)$$

$$\omega_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (4.96)$$

$$\pi_d \geq 0 \quad d = 1, \dots, D \quad (4.97)$$

De seguida, à semelhança do que foi feito no caso anterior, calcula-se o valor de  $E_k^{1-}$  através da expressão

$$E_k^{1-} = \frac{E_k - t_2^* E_k^{2+}}{t_1^*} \quad (4.98)$$

À semelhança do que acontece com o método multiplicativo, se  $E_k^{1-} = E_k^{1+}$  ou  $E_k^{2-} = E_k^{2+}$ , então a decomposição da eficiência é única, isto é, a solução ótima do modelo (4.61) – (4.67) é única.

Como se refere ainda em Chen, *et al.* (2009), os métodos multiplicativo e aditivo podem ser vistos como mecanismos de agregar, de forma diferente, os índices de eficiência dos subprocessos que compõem o processo inerente a uma DMU.

Como no método multiplicativo, o método aditivo pode também ser desenvolvido sobre o modelo CCR orientado para *outputs*. Mais, este método, contrariamente ao método multiplicativo, pode considerar retornos variáveis de escala, isto, é pode ser desenvolvido com base no modelo BCC com as duas orientações, sendo por isso mais geral do que o método multiplicativo. Contudo, neste trabalho, apenas se abordam métodos que utilizam os modelos sob a hipótese de retornos constantes de escala.

Chen *et al.* (2009) aplicaram o seu método ao caso das 24 companhias de seguro utilizadas no estudo de Kao e Hwang (2008) e compararam os *rankings* fornecidos pelos métodos multiplicativo e aditivo, uma vez que uma comparação direta dos valores de eficiência não pode ser feita devido à forma como a eficiência global é obtida em cada método. Dessa comparação resultou que, para a maioria dos casos, os *rankings* fornecidos pelos dois métodos são similares.

## 5. Aplicação da *Network Two-Stage* DEA a uma empresa de seguros

### 5.1. Introdução

A organização seguradora é um empreendimento coletivo, logo é condição *sine qua non* a existência de um equilíbrio entre os custos e benefícios da mesma.

As métricas contabilísticas ajudam-nos a recolher informações uteis que visam medir a eficiência e o desempenho organizacional. Contudo, os modelos de avaliação de desempenho podem ser questionados na medida em que utilizam variáveis muito subjetivas não traduzindo a excelência de desempenho.

Assim sendo, uma avaliação de desempenho deve incluir todos os elementos críticos ao sucesso da organização. Logo, todos os elementos relevantes necessitam de ser mensurados para se realizar uma análise comparativa.

Este capítulo destina-se a apresentar a aplicação dos métodos da metodologia *Network Two-Stage* DEA, referidos no capítulo anterior, para avaliação de eficiência dos produtos *Fine art*, *Household* e *Motor* de ora em diante designado por APC; *Professional indemnity*, *Specialty commercial* e *Technology media and telecoms* designado por PSC; *Specialty products company* (SPC) e *Direct* (DIR) em diversos países como a Alemanha (A), Bélgica e Holanda (B), França (F), Portugal e Espanha (I); assim como a eficiência total de cada um dos países, incluindo todos os produtos comercializados. É de referir que nem todos os países têm a mesma carteira de produtos e esta foi evoluindo ao longo dos anos conforme estratégia de gestão da empresa. Nomeadamente, o produto *Direct* foi lançado como piloto no país F em 2011 e só em 2013 é que foi estendido ao país A. Nos países que sobejam ainda se encontram numa fase de estudo de mercado para a implementação do produto pré-citado. A avaliação a eficiência reporta ao ano 2014 e, para o efeito, utilizaram-se as informações contabilísticas existentes, nomeadamente as demonstrações de resultados anuais da empresa.

Assim, na secção 5.2, descreve-se a forma como obtidos os dados relativos aos *inputs e outputs* e referem-se os modelos utilizados. Na secção 5.3, são apresentados os resultados obtidos e respetiva análise.

## 5.2. Dados e escolha dos modelos

Da ótica operacional, esta empresa do ramo de seguros é uma instituição que detém vários produtos e presta vários serviços aos seus clientes visando a redução do risco através da partilha do mesmo. A seguradora coleta o prémio e redistribui os fundos aos “*policyholders*” que suportam as perdas. Em todo este processo a seguradora incorre em despesas operacionais assim como custos de gestão de risco e sinistralidade. Assim sendo, a eficiência da primeira fase avalia a performance do serviço produtivo. Em seguida, numa segunda fase, avalia-se a criação de rendimento, isto numa ótica de investimento, sendo a empresa uma intermediária financeira com a função de subscrever dívida contingente e usar os rendimentos para comprar uma carteira de ativos. O produto da eficiência destes dois subprocessos caracteriza a eficiência global da empresa.

Deste modo, e considerando trabalhos realizados por diversos pesquisadores no âmbito da indústria seguradora, com a devida adaptação e contextualização ao objetivo desta pesquisa, justifica-se a escolha da metodologia *Network Two-Stage* DEA onde os *outputs* da primeira fase são *inputs* da segunda fase. Mais especificamente, na primeira fase consideram-se como *inputs*, a sinistralidade, as despesas de aquisição e as despesas operacionais e como *outputs*, o prémio coletado e outros prémios. Na segunda fase, os *inputs* são os *outputs* da primeira fase e os *outputs* são o retorno financeiro e o retorno do investimento. Estes *inputs* e *outputs* são apresentados esquematicamente na figura 5.1.

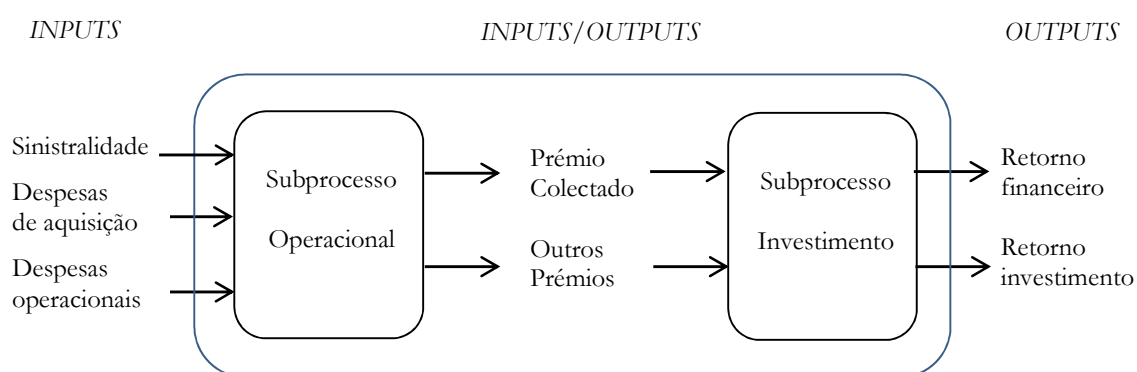


Figura 5.1 Definição do modelo *Two-stage* DEA para a empresa do ramo de seguros a estudar

**Fonte:** Adaptação própria

Um problema associado aos modelos utilizados nos métodos da *Network Two-Stage* DEA é a impossibilidade de trabalhar com *inputs* e *outputs* negativos. Contudo, o *output* retorno financeiro, podem assumir valores negativos aquando a empresa obtiver prejuízo operacional, financeiro ou ambos. Por forma a considerar estes dados na análise e porque todas as unidades estão interligadas, adicionou-se o montante de 3100 a todos os *inputs* e *outputs* analisados. Este montante representa o valor de prejuízo mais elevado de todo o modelo. A informação relativa aos *inputs* e *outputs* no ano 2014 encontra-se na tabela 5.1.

Tabela 5.2 *Inputs e outputs* da empresa do ramo de seguros para o ano 2014 (x1000€)

2014	Sinistralidade (X1)	Despesas de aquisição (X2)	Despesas operacionais (X3)	Prémio Coletado (Z1)	Outros prémios (Z2)	Retorno financeiro (Y1)	Retorno investimento (Y2)
01-FAPC	22862	10527	12069	37863	3352	1705	3779
02-FPSC	17733	9727	15206	39032	3383	5666	4332
03-FSPC	3156	2331	3471	3638	3121	3981	3106
04-FDIR	3563	3146	9003,00	6427	3231	15	3272
<b>05-Ftotal</b>	<b>38014</b>	<b>16431</b>	<b>30449</b>	<b>77660</b>	<b>3787</b>	<b>4134</b>	<b>5190</b>
06-AAPC	10333	6538	8574	18848	3108	2434	3397
07-APSC	11425	10033	12386	35422	3111	10877	4207
08-ASPC	3141	2390	3604	3877	3102	4040	3105
09-ADIR	3105	3100	5519	3294	3100	869	3112
<b>10-Atotal</b>	<b>18704</b>	<b>12761</b>	<b>20785</b>	<b>51871</b>	<b>3122</b>	<b>8921</b>	<b>4521</b>
11-BAPC	18297	9407	10206	31050	3189	2441	3598
12-BPSC	4753	4309	4952	9294	3120	4581	3298
<b>13-Btotal</b>	<b>19950</b>	<b>10616</b>	<b>12057</b>	<b>37245</b>	<b>3209</b>	<b>3921</b>	<b>3798</b>
14-IAPC	4808	4830	4819	9875	3114	4717	3244
15-IPSC	6114	5903	5999	14180	3124	5465	3401
<b>16-Itotal</b>	<b>7822</b>	<b>7632</b>	<b>7719</b>	<b>20955</b>	<b>3138</b>	<b>7082</b>	<b>3546</b>

Fonte: Elaboração própria

Para calcular a eficiência em cada subprocesso e global para cada um dos produtos em cada país recorreu-se à metodologia *Network Two-Stage* DEA, apresentada no capítulo 4. Para o efeito utilizaram-se os métodos aí descritos usando o modelo CCR com orientação para *inputs*. Esta orientação foi escolhida seguindo as diretrizes da estratégia delineada pela empresa para os próximos 20 anos.

### 5.3. Resultados e respectiva análise

Nesta secção, apresentam-se os resultados obtidos pelos três métodos, independente, multiplicativo e aditivo, usando o modelo CCR com orientação para *inputs*. Para a obtenção dos resultados foi utilizado o *software* DEAFrontier desenvolvido pelo Professor Joe Zhu. Esses resultados constam da tabela 5.2, onde nas primeiras três colunas se apresentam os resultados obtidos pelo método independente, nas três colunas seguintes os resultados obtidos pelo multiplicativo e nas três últimas colunas os resultados obtidos pelo método aditivo. Para cada um dos métodos são apresentados os resultados obtidos em cada fase do método bem como o resultado global.

Tabela 5.2 Resultados da aplicação dos 3 métodos DEA

	<b>Método Independente</b>			<b>Método Multiplicativo</b>			<b>Método Aditivo</b>		
	Fase 1	Fase 2	Global	Fase 1	Fase 2	Global	Fase 1	Fase 2	Global
<b>01-FAPC</b>	1,000	0,675	0,350	0,423	0,819	0,346	1,000	0,280	0,640
<b>02-FPSC</b>	1,000	0,818	0,341	0,930	0,367	0,341	1,000	0,641	0,820
<b>03-FSPC</b>	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
<b>04-FDIR</b>	1,000	0,898	0,922	0,939	0,978	0,918	1,000	0,006	0,503
<b>05-FTOTAL</b>	1,000	0,820	0,237	0,293	0,802	0,235	1,000	0,392	0,696
<b>06-AAPC</b>	0,896	1,000	0,443	0,475	0,925	0,439	0,856	0,484	0,670
<b>07-APSC</b>	1,000	1,000	0,766	0,837	0,911	0,762	1,000	1,000	1,000
<b>08-ASPC</b>	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
<b>09-ADIR</b>	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
<b>10-ATOTAL</b>	1,000	1,000	0,409	0,885	0,463	0,409	1,000	1,000	1,000
<b>11-BAPC</b>	1,000	0,676	0,393	0,456	0,857	0,391	1,000	0,403	0,701
<b>12-BPSC</b>	0,978	0,943	0,807	0,949	0,846	0,803	0,960	0,923	0,942
<b>13-BTOTAL</b>	0,775	0,731	0,352	0,520	0,674	0,351	1,000	0,521	0,760
<b>14-IAPC</b>	1,000	0,934	0,853	1,000	0,850	0,850	1,000	0,870	0,935
<b>15-IPSC</b>	0,993	0,925	0,794	0,961	0,823	0,791	0,984	0,891	0,937
<b>16-ITOTAL</b>	1,000	0,930	0,800	0,939	0,848	0,796	1,000	0,914	0,957

Fonte: Elaboração própria

Como já foi referido, a eficiência obtida na primeira fase reporta à eficiência operacional enquanto que a obtida na segunda fase reporta à eficiência de investimento. Tradicionalmente, a eficiência de cada unidade é como uma *black box* em que apenas os *inputs* e *outputs* da referida *black box* são considerados para medir a eficiência sem considerar a sua estrutura interna.

Contudo, em casos da existência de vários subprocessos torna-se relevante considerarmos as medidas (*inputs* e *outputs*) intermédias. Deste modo, pode-se verificar que em qualquer um dos métodos a eficiência global é diferente, apesar dos valores serem muito idênticos nos métodos independente e multiplicativo.

Numa primeira análise, verificou-se que na fase 1 existem mais unidades que laboram eficientemente. Esta informação torna-se relevante aquando da análise da eficiência global pois, indica que a ineficiência global deve-se sobretudo à ineficiência na fase 2, ou seja, no subprocesso de investimento. O método aditivo apresenta de uma maneira geral valores globais de eficiência superiores visto que este método permite a inclusão de pesos que visam minimizar o consumo abusivo de *inputs* e a produção deficiente de *outputs*.

Notavelmente, para cada um dos métodos, o número de unidades eficientes na fase 1 é maior do que na fase 2, sendo o método aditivo o que apresenta o maior número de unidades eficientes. Ressalve-se a existência de 3 unidades eficientes em todos os métodos, sendo essas as unidades 03-FSCP, 08-ASPC e 09-ADIR.

Note-se que o valor da eficiência global fornecido por cada método é, em geral, inferior ao valor da eficiência fornecido em cada uma das correspondentes fases do método. Atendendo ainda às diferentes formas como a eficiência global foi obtida, optou-se por realizar o mesmo tipo de análise feita por Kao e Hwang (2008) e Chen *et al* (2009), isto é, uma análise sobre os *rankings* em vez do valor de eficiência. Assim na tabela 5.3, apresta-se os *rankings* obtidos para cada fase e para cada método, afetando-se o valor 1 às unidades eficientes e 16 à unidade mais ineficiente.

A empresa poderá identificar as unidades que apresentam uma eficiência superior verificando o *ranking* global em cada uma das fases. Para qualquer dos modelos estudados as unidades 03-FSCP; 08-ASPC e 09-ADIR apresentam o melhor *ranking* em qualquer dos métodos utilizados.

As unidades que revelam um *ranking* inferior são 01-FAPC e 05-Ftotal. Pode-se também considerar que a empresa terá de ter especial atenção às unidades 02-FPSC, 06-AAPC, 11-BAPC e 13-Btotal visto que se encontram bastante próximas do valor das DMU's de *ranking* inferior.

Tabela 5.3 *Ranking* de eficiência aplicado a cada DMU

	<u>Método Independente</u>			<u>Método Multiplicativo</u>			<u>Método Aditivo</u>		
	Fase 1	Fase 2	Global	Fase 1	Fase 2	Global	Fase 1	Fase 2	Global
<b>01-FAPC</b>	1	16	14	15	12	14	1	15	15
<b>02-FPSC</b>	1	13	15	9	16	15	1	10	10
<b>03-FSPC</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>04-FDIR</b>	1	11	4	7	4	4	1	16	16
<b>05-FTOTAL</b>	1	12	16	16	13	16	1	14	13
<b>06-AAPC</b>	15	1	10	13	5	10	16	12	14
<b>07-APSC</b>	1	1	9	11	6	9	1	1	1
<b>08-ASPC</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>09-ADIR</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>10-ATOTAL</b>	1	1	11	10	15	11	1	1	1
<b>11-BAPC</b>	1	15	12	14	7	12	1	13	12
<b>12-BPSC</b>	14	7	6	6	10	6	15	6	7
<b>13-BTOTAL</b>	16	14	13	12	14	13	1	11	11
<b>14-IAPC</b>	1	8	5	1	8	5	1	9	9
<b>15-IPSC</b>	13	10	8	5	11	8	14	8	8
<b>16-ITOTAL</b>	1	9	7	8	9	7	1	7	6

**Fonte:** Elaboração própria

As unidades que revelam um *ranking* inferior são 01-FAPC e 05-Ftotal. Pode-se também considerar que a empresa terá de ter especial atenção às unidades 02-FPSC, 06-AAPC, 11-BAPC e 13-Btotal visto que se encontram bastante próximas do valor das DMU's de *ranking* inferior.

A maioria das unidades apresenta um *ranking* similar na eficiência global, sendo na sua maioria o subprocesso de investimento a apresentar piores *rankings* de eficiência. Contudo, existem várias unidades com uma disparidade grande de *ranking*. Esta grande diferença revela a fonte do problema de ineficiência de todo o processo. Por exemplo, a unidade 04-FDIR apresenta um *ranking* superior no subprocesso de produção contudo o problema revela-se no subprocesso de investimento. Como se referiu anteriormente, este produto é recente e ainda necessita uma grande injeção de capital apresentando despesas de *marketing* bastante elevadas para o retorno que a empresa obtém. A proposta de gestão é a apresentação de um produto

diferenciado com menor necessidade de investimento, chegando ao cliente a um custo reduzido.

De uma maneira geral o país F (05-Ftotal) apresenta um *ranking* inferior de eficiência. Este valor é justificado pela alta sinistralidade a que o país tem vindo a ser alvo *versus* subscrição deficitária. Contudo, se o fator sinistralidade não pode ser colmatado visto ser a base do risco em que a empresa labora, o fator subscrição necessita de atenção redobrada pois ao se observar o *ranking* na fase 2 o país em epígrafe que enfrenta o pior resultado.

O país a apresentar um *ranking* superior na sua análise global é 16-Itotal, muito embora tenha de ter especial atenção ao produto 15-IPSC sendo este um dos produtos com *ranking* inferior no subprocesso operacional.

Salienta-se o facto de que o *ranking* global de cada unidade deve estar na vizinhança da eficiência do subprocesso operacional e de investimento pois a eficiência global deriva da eficiência de todo o processo agregando a eficiência de cada subprocesso.

Para uma análise mais exaustiva de cada subprocesso apresentam-se na figura 5.2 o *ranking* de eficiência de cada uma das unidades na fase 1, isto é, no subprocesso operacional.

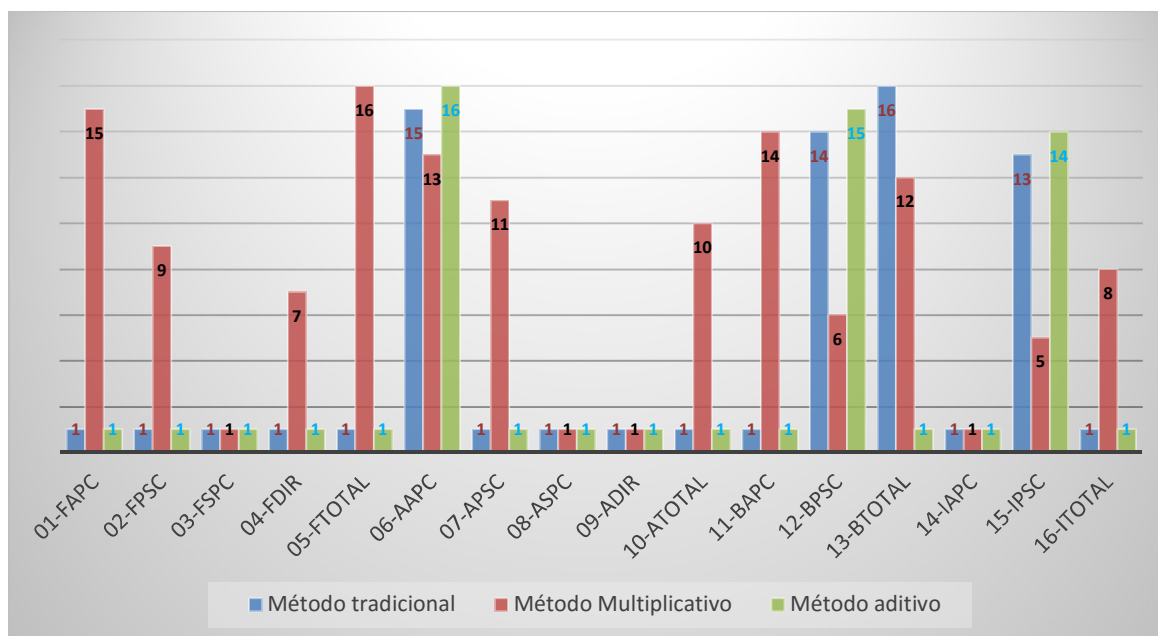


Figura 5.2. *Ranking* de eficiência na fase 1

Fonte: Elaboração própria

Numa primeira abordagem, verifica-se que as unidades 03-FSCP, 08-APSC, 09-ADIR e 14-IAPC apresentam um ranking 1 em qualquer dos métodos utilizados na fase 1.

Realça-se também que o método que apresenta *ranking* inferior e diversidade de valor é o modelo multiplicativo, pois tem em conta os *inputs/outputs* intermédios. As unidades que apresentam maior *ranking* nesta fase e, de uma maneira geral, em qualquer um dos métodos utilizados são a unidade 06-AAPC, 12-BPSC e 15-IPSC. Estes produtos têm despesas operacionais excessivas em relação ao retorno financeiro apresentado.

Tem-se de realçar o facto de a unidade 13-BTotal apresentar resultados problemáticos, pois é um país com uma diversidade de produtos menor e que apresenta já alguma tensão nesta primeira fase.

Facto interessante, e porque está de acordo com a realidade da empresa, é o país F apresentar *rankings* inferiores na análise multiplicativa, isto porque este método tem em conta todas as unidades intermédias e a relação entre si, não fazendo uma abordagem isolada de eficiência. Estando à alerta sobre este fator importante a empresa já realizou um programa de contenção de custos operacionais que visa a automatização e padronização de processos, replicando as unidades eficientes nas unidades ineficientes.

No gráfico da figura 5.3 apresenta-se os *rankings* de eficiência da fase dois. Analisando a eficiência nesta fase dois conclui-se que as unidades 03-FSCP, 08-APSC, 09-ADIR são eficientes em qualquer um dos modelos estudados.

Comparando o *ranking* de eficiência nos três métodos conclui-se que as disparidades existentes na fase 1 não são tão relevantes nesta segunda fase. A maior disparidade prende-se ao facto de o país A, muito embora opere com duas unidades eficientes apresenta um *ranking* inferior na análise do método multiplicativo, devido a um *ranking* inferior das unidades 06-AAPC e 07-APSC que também apresentavam um valor inferior de *ranking* já na primeira fase.

As unidades que apresentam um ranking inferior nesta fase são as unidades do país F com exceção da unidade 03-FSPC e as unidades do país B.

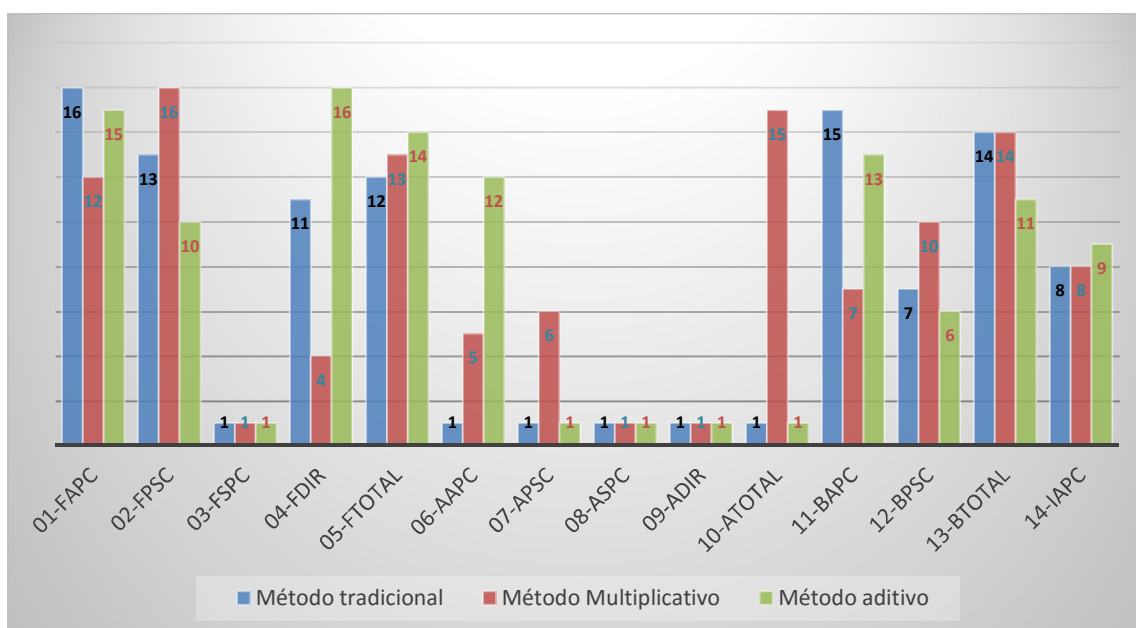


Figura 5.3. *Ranking* de eficiência na fase 2

**Fonte:** Elaboração própria

A análise do subprocesso investimento revela que a empresa tem de repensar a sua estratégia de investimento pois as medidas utilizadas no momento não estão a ser efetivas. O fator subscrição e controlo de crédito são cruciais para que a empresa apresente valores de eficiência superiores nesta fase. Se não existe um retorno financeiro avultado para que o mesmo possa ser investido, os esforços no processo operacional não são recompensados numa segunda instancia. De facto os países F e B têm apresentado alguns valores deficitários no seu *debt overview* o que implica a apresentação de *rankings* bastante inferiores.

Na figura 5.4 apresenta-se o gráfico relativo à eficiência global. Em semelhança aos gráficos analisados anteriormente, verifica-se a existência de 3 unidades globalmente eficientes sendo estas 03-FSPC, 08-ASPC e 09-ADIR.

Não existe grande disparidade nos valores de *ranking* apresentados nos três métodos, à exceção de 04-FDIR, 07-APSC e 10-ATOTAL, contudo esta dissemelhança já vinha a acontecer nas fases um e dois.

Como podemos observar o país com menor eficiência e apresentando um *ranking* inferior é o país F., ou seja o *ranking* obtido pela unidade 05-FTOTAL reflete a ineficiência das unidades 01-FAPC, 02-FPSC e 04-FDIR.

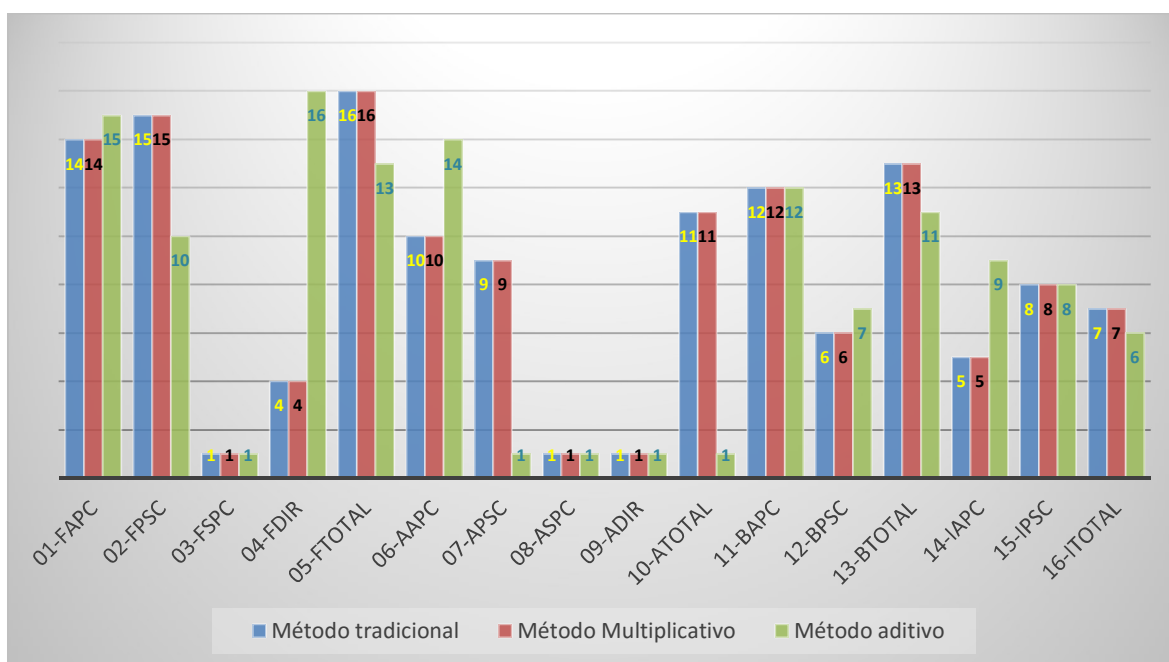


Figura 5.4. *Ranking* de eficiência global

**Fonte:** Elaboração própria

À semelhança do país F, o país A também revela algumas características negativas advindas dos produtos 06-AAPC e 07-APSC.

Ao se analisar a unidade 16-ITOTAL concluí-se que o país que apresenta um *ranking* superior de eficiência global é o país I.

Para complementar a análise da eficiência global apresenta-se também os rácios financeiros da empresa por país na figura 5.5. e o rácio combinado por unidades na figura 5.6.

Para melhor compreensão passa-se a explicar cada um dos rácios analisados, sendo o rácio da sinistralidade a razão do montante global de sinistro incorridos e o total de prémio subscrito; o rácio das comissões é a razão do montante total das comissões e o montante do prémio total; o rácio das despesas de *marketing* e despesas operacionais obtém-se através da razão das respectivas despesas de *marketing* e operacionais pelo valor total do prémio subscrito, por fim, o rácio combinado é a soma de todos os rácios descritos anteriormente, sendo que quanto menor for o valor deste ultimo rácio maior será a eficiência. O rácio combinado revela uma análise de eficiência global.

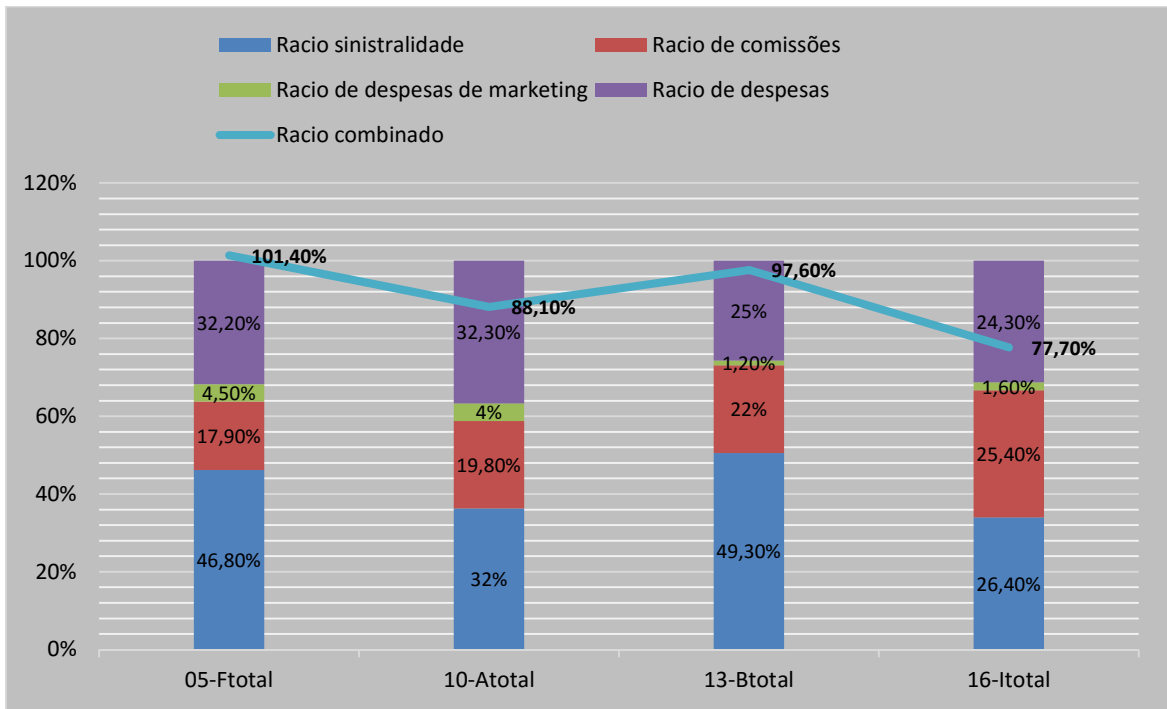


Figura 5.5. Rácios financeiros por país

Fonte: Elaboração própria

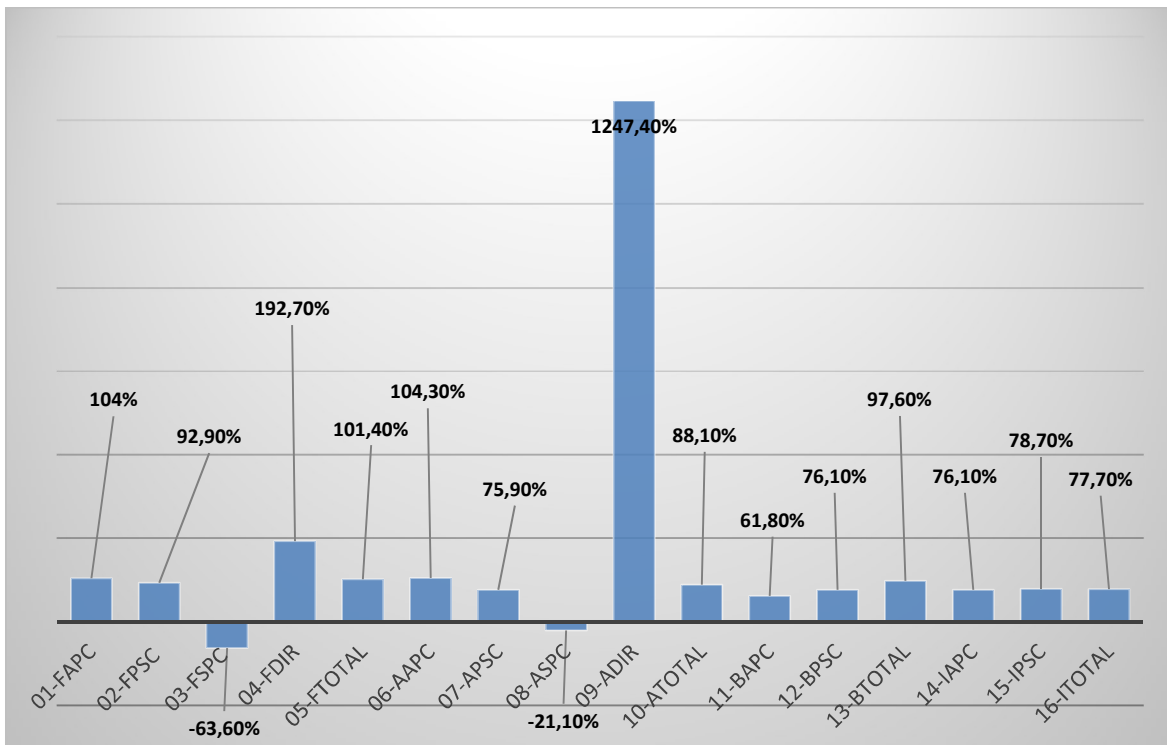


Figura 5.6. Rácio combinado por unidades

Fonte: Elaboração própria

Como já descrito anteriormente, o país com maior eficiência é o país I e o país a laborar com ineficiência é o país F, contudo o país B necessita uma especial atenção pois já se aproxima dos 100% e este indicador deveria ser o menor possível.

Então conclui-se que a análise do rácio combinado por unidade apresenta uma análise semelhante de eficiência à descrita através dos métodos estudados anteriormente. As unidades mais eficientes são 03-FSPC, 08-ASPC, contrariamente ao exposto anteriormente a unidade 09-ADIR apresenta um rácio combinado bastante deficitário, contudo isto deve-se ao investimento inicial deste novo produto em despesas de *marketing*. Esta unidade torna-se eficiente pois apesar deste grande investimento os rácios de sinistralidade e comissões são praticamente nulos. As unidades menos eficientes são precisamente 01-FAPC, 04-FDIR, 05-FTOTAL e 06-AAPC que apresentam valores acima dos 100%.

## 6. Conclusões

A avaliação do desempenho organizacional revela-se um importante ato de gestão em qualquer organização ou atividade onde a atividade seguradora não é exceção. À semelhança de outras atividades, também a atividade seguradora tem sido objeto de aplicação de diversas metodologias para avaliação do desempenho organizacional. Tradicionalmente essa avaliação era feita através de diversos tipos de rácios. Mais recentemente tem-se recorrido à utilização da metodologia DEA.

Na sua variante clássica, a metodologia DEA permite calcular o índice de eficiência relativa de unidades homogêneas que convertem múltiplos *inputs* em múltiplos *outputs* e, deste modo, permite identificar as unidades consideradas eficientes e as consideradas ineficientes. Para estas últimas permite ainda determinar o conjunto de unidades eficientes que lhes serve de referência, fornecendo, ao gestor, pistas para melhorar a eficiência dessas unidades, baseadas na redução de *inputs* ou no aumento de *outputs*.

Não obstante, os modelos clássicos da metodologia DEA não permitem identificar as causas de ineficiência, pois uma unidade é vista como uma *Black box*, isto é, um todo que ignora a performance nos processos intermédios. O objetivo da mensuração da eficiência é medir a performance incluindo todas as componentes do sistema, detetando os pontos fracos que contribuem para a ineficiência das unidades e, conseqüentemente, desenvolver esforços apropriados para melhorar a sua performance.

Quando o processo produtivo inerente a uma unidade pode ser decomposto em dois ou mais subprocessos mais facilmente se poderá identificar a origem da ineficiência desse mesmo processo. Esta ideia originou uma nova variante da metodologia DEA, designada por *Network DEA* onde cada processo inerente a uma DMU é decomposto em dois ou mais subprocessos estruturados em série em paralelo ou combinado os dois. Neste trabalho abordou-se o caso em que o processo é decomposto em dois subprocessos estruturados em série em que os *outputs* do primeiro subprocesso são na sua totalidade os *inputs* do segundo subprocesso, designado por *Network Two-Stage DEA*. Para tal, foram apresentados os principais métodos para esta variante da metodologia DEA, sob a hipótese de retornos constantes de escala.

Para se ter uma ideia das diferenças entre esses métodos usados, os mesmos foram aplicados para a avaliar a eficiência de quatro produtos fornecidos por uma empresa seguradora a operar

em quatro países, mais precisamente em dois países e em dois grupos de dois países. Cada processo inerente a uma unidade foi decomposto em dois subprocessos, o operacional e o de investimento.

Neste estudo, mediu-se a eficiência de várias unidades de cada país e para cada produto em duas diferentes fases ou subprocessos, onde se conclui que existem diferenças nos valores de eficiência obtidos em cada uma das fases independentemente do método utilizado. Contudo, verifica-se que nos três métodos a fase de investimento/financiamento é a que apresenta valores mais baixos, isto é, a que mais contribui para a ineficiência da unidade.

Concluiu-se que o valor da eficiência global assume valores diferentes atendendo à metodologia usada no seu cálculo e tende a ser inferior ao valor da eficiência fornecido em cada uma das correspondentes fases do método. Para solucionar estas diferenças optou-se pela realização de uma análise sobre os *rankings* em vez do valor da eficiência.

Finalmente, compararam-se os *rankings* obtidos com os valores dos rácios financeiros da empresa. De salientar que os resultados obtidos estão em linha com as expectativas da empresa quer quanto à performance quer quanto às causas da ineficiência.

## Referência Bibliográfica

- Asosheh, A.; Nalchigar, S.; Jamporzmev, M. - **Information technology project evaluation: An integrated data envelopment analysis and balanced scorecard approach** - Expert Systems with Applications, 37, 2010, pp. 5931-5938. Disponível em: <http://bada.hb.se/bitstream/2320/7976/1/2010MI09.pdf>
- Austin, R.; Gittell, K. - **When it should not work but does: anomolies of high performance** - in A Neely (ed.) **Business performance measurement : theory and practice**; Cambridge University Press, Cambridge, 2002, 80-106; ISBN 0 521 80342 X
- Barros, Carlos; Barroso, Nazaré; Borges, Maria - **Evaluating the Efficiency and Productivity of Insurance Companies with a Malmquist Index: A Case Study for Portugal** – The Geneva papers 30, 2005, pp. 244-267; ISSN 1018-5895, disponível em: <http://www.palgrave-journals.com/gpp/journal/v30/n2/full/2510029a.html>
- Barros, Carlos; Obijiaku, Echika - **Technical Efficiency of Nigerian Insurance Companies** – Instituto Superior de Economia e Gestão de Lisboa, working papers, 2007, ISSN 0874-4548, Disponível em: <http://www.iseg.utl.pt/departamentos/economia/wp/wp0182007deuce.pdf>
- Brockett, P. L.; Cooper, W. W.; Golden, L. L.; Rousseau, J. J.; Wang, Y. - **Evaluating Solvency versus Efficiency Performance and Different Forms of Organization and Marketing in US Property-Liability Insurance Companies.**- European Journal of Operational Research. paper. 154, 2004, 492-514. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/223363188\\_Evaluating\\_Solvency\\_Versus\\_Efficiency\\_Performance\\_and\\_Different\\_Forms\\_of\\_Organization\\_and\\_Marketing\\_in\\_US\\_Property-Liability\\_Insurance\\_Companies](https://www.researchgate.net/publication/223363188_Evaluating_Solvency_Versus_Efficiency_Performance_and_Different_Forms_of_Organization_and_Marketing_in_US_Property-Liability_Insurance_Companies)
- Kao, C; Hwang, S. – **Efficiency decomposition in two – stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan.** – European Journal Operational Research paper 185, 2008, pp 418-429. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221707000112>
- Carton, Robert; Hofer, Charles - **Measuring Organizational Performance: Metrics for entrepreneurship and strategic management research** – UK: Edward Elgar Publishing Limited, pp. 2, 2006, ISBN-13: 978 1 84542 620 0
- Carneiro, Jorge – **Estudos em Negócios IV: Mensuração do desempenho organizacional, questões conceituais e metodológicas** – Rio de Janeiro: Margarida

Gutierrez e Hélène Bertrand (Org.), 2005, WP 018/2007/DE/UECE, ISBN 85-7478-170-3. Disponível em:

[https://www.repository.utl.pt/handle/10400.5/2588?mode=full&submit\\_simple=Most+rar+registo+em+formato+completo](https://www.repository.utl.pt/handle/10400.5/2588?mode=full&submit_simple=Most+rar+registo+em+formato+completo)

Chang, H. H. - **An empirical study of evaluating supply chain management integration using the balanced scorecard in Taiwan** - Service Industries Journal, 29, 2009, pp. 185-202.

Chang, K. P.; Graham, G. - **E-business strategy for supply chain integration: The balanced scorecard perspectives** - 2010 International Symposium on Computer, Communication, Control and Automation, pp. 480-483, Disponível em: <http://www.chanthaburi.buu.ac.th/~worawit/290491-2554-1/Rujira%20Unjareon%20-%20E-Business%20Strategy%20for%20Supply%20Chain%20Integration%20The%20Balanced%20Scorecard%20Perspectives.pdf>

Charnes, Abraham; Cooper, William; Lewin, Arie; Seiford, Lawrence – **Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications** – EUA, Kluwer Academic Publishers, 1994. ISBN-0-7923-9479-8.

Charnes, A.; Cooper, William; Rhodes, E. – **Measuring the efficiency of decision-making units** – European Journal of Operational Research vol.2, 1978, pp. 429-444; Disponível em: <http://www.utdallas.edu/~ryoung/phdseminar/CCR1978.pdf>

Chen, Yao; Cook, D. Wade; Li, Ning; Zhu, Joe – **Additive efficiency decomposition in two-stage DEA** - European Journal of Operational Research vol.196, 2009, pp. 1170-1175; Disponível em: <http://www.deafrontier.net/papers/EJORAddDecomp.pdf>

Coelli, Timothy; Rao, D.S.; O'Donnell, Christopher; Battese, George - **An Introduction to efficiency and productivity Analysis** – 2ª ed., London, Springer Science Business Media, Inc, 2005. ISBN-10:0-387-24266-X. Disponível em:

[http://facweb.knowlton.ohio-state.edu/pvinton/courses/crp394/coelli\\_Intro\\_effic.pdf](http://facweb.knowlton.ohio-state.edu/pvinton/courses/crp394/coelli_Intro_effic.pdf)

Cooper, William; Seiford, Lawrence; Tone, Kaoru – **Data envelopment analysis: A comprehensive text with models, applications, references and DEA-Solver software** – 2ª ed. New York: Springer Science+Business Media, LLC, 2007. ISBN 978-0387-45281-4

Cooper, William; Seiford, Lawrence; Zhu, Joe – **Handbook on data envelopment analysis** – Boston: Kluwer Academic Publishers, 2004. eBook ISBN: 1-4020-7798-X; Print ISBN: 1-4020-7797-1

Cummins, J.D.; Giuseppe, T.; Weiss, M.A. - **Productivity and Technical Efficiency in Italian Insurance Industry** - The Wharton School, University of Pennsylvania, Working Paper Series -10, Presented at Georgia Productivity Seminar, Nov. 1-3, 1996, pp. 1-41 Disponível em: <http://fic.wharton.upenn.edu/fic/papers/96/9610.pdf>

Cummins, J.D.; Weiss, M. A. - **Analyzing Firm Performance in the Insurance Industry Using Frontier Efficiency Methods** - The Wharton School, University of Pennsylvania, 1998, pp. 1-45. Disponível em: [http://www.google.pt/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CCoQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.researchgate.net%2Fpublication%2F2596063\\_Analyzing\\_Firm\\_Performance\\_in\\_the\\_Insurance\\_Industry\\_Using\\_Frontier\\_Efficiency\\_Methods%2Ffile%2F9c9605270e065f28a1.pdf&ei=lvMYU-ijPO7A7AaomYGICQ&usq=AFQjCNHKO-zJcD1he3Li86GG0G7L7uPwtA&bvm=bv.62577051,d.ZGU](http://www.google.pt/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CCoQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.researchgate.net%2Fpublication%2F2596063_Analyzing_Firm_Performance_in_the_Insurance_Industry_Using_Frontier_Efficiency_Methods%2Ffile%2F9c9605270e065f28a1.pdf&ei=lvMYU-ijPO7A7AaomYGICQ&usq=AFQjCNHKO-zJcD1he3Li86GG0G7L7uPwtA&bvm=bv.62577051,d.ZGU)

Cummins, J.D.; Weiss, M. A.; Zi, H. - **Organisation Form and Efficiency: Na Analysis of Stock and Mutual Property-liability Insurers** – Forthcoming in Management Science, April 26 1999, pp. 1254-1269. Disponível em: <http://www.huebnergeneva.org/documents/CumminsWeissZi.pdf>

Debreu, Gerard – **The coeficiente of resource utilization** – Journal of the Econometric Society, Vol. 19, nº 3, 1951, 273-292; Disponível em: <http://cowles.econ.yale.edu/P/cp/p00a/p0045.pdf>

Diacon, Stephen - **The Efficiency of U.K. General Insurance Companies** - University of Nottingham, Centre for Risk and Insurance Studies, CRIS Discussion Paper Series-2001.111, 24 October 2001, Disponível em: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.195.385&rep=rep1&type=pdf>

Diacon, Stephan; Starkey, K.; Brien, C. - **Size and Efficiency in European Long-term Insurance Companies: An International Comparison** - The Geneva Papers on Risk and Insurance, Vol.27, Nnº3, 2002, pp.444-466. Disponível em: [https://www.genevaassociation.org/media/238919/ga2002\\_gp27\(3\)\\_diacon\\_starkey\\_brien.pdf](https://www.genevaassociation.org/media/238919/ga2002_gp27(3)_diacon_starkey_brien.pdf)

Diboky, Franz; Ubl, Eva - **Ownership and Efficiency in the German Life Insurance Market: A DEA Bootstrap Approach** – 2007, working paper disponível em:

<http://www.google.pt/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CC8QFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.aria.org%2Fmeetings%2F2007papers%2FVIB%2520-%25202%2520-%2520Diboky.pdf&ei=BEgWU8fFCIbJtAb2iYG4DQ&usg=AFQjCNF550GUu0gSu-bt9so93EsMAf-sIw>

Dionne, Georges; Gagné, Robert; Noura, Abdelhakim; Cummins, J. David - **Determinants of Insurers' Performance in Risk Pooling, Risk Management, and Financial Intermediation Activities** – HEC Montréal, working paper, September 2007, Disponível em: [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=988991](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=988991)

Ebrahimnejad, Ali; Tavana, Madjid; Lotfi; Farhad Hosseinzadeh; Shahverdi, Reza;

Yousefpour, Mohamad – **A Three-Stage Data Envelopment Analysis Model with Application to Banking Industry** – Elsevier Paper, 2014, pp. 308-319; Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/259512536\\_A\\_Three-Stage\\_Data\\_Envelopment\\_Analysis\\_Model\\_with\\_Application\\_to\\_Banking\\_Industry](https://www.researchgate.net/publication/259512536_A_Three-Stage_Data_Envelopment_Analysis_Model_with_Application_to_Banking_Industry)

Eling, Martin; Luhn Michel – **Frontier Efficiency methodologies to measure performance in the insurance industry: overview, systematization, and recente developments** – The Geneva Papers, 2010, 35, pp. 217-265; Disponível em: [https://www.genevaassociation.org/media/620731/ga2010\\_gp35-2-elingluhnen.pdf](https://www.genevaassociation.org/media/620731/ga2010_gp35-2-elingluhnen.pdf)

Farrell, M. J. – **The measurement of productive efficiency** – Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General), Vol. 120, nº3, 1957, pp. 253-290, Disponível em: <http://www.jstor.org/discover/10.2307/2343100?uid=3738880&uid=2&uid=4&sid=21103545984773>

Goran, S. - **Returns to Scale in the Swedish Property-Liability Insurance Industry** - The Journal of Risk and Insurance, Vol. 49, nº 2, 1982, pp. 218-228. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/252595>

Hammond, J. D.; Melander, E.R. e Shilling, N. - **Economies of Scale in the Property and Liability Insurance Industry** - The Journal of Risk and Insurance, Vol. 38, nº 2, 1971, pp. 181-191. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/251490>

Jensen, M.; Meckling, W. - **Theory of the firm: Managerial behavior, agency costs, and ownership structure.** - Journal of Financial Economics, 1976, pp. 305-360, Disponível em: <http://www.sfu.ca/~wainwrig/Econ400/jensen-meckling.pdf>

- Kaplan, Robert S.; Norton, David P. – **The Balanced Scorecard-Measures that drive performance** – Harvard Business Review, 1992; Disponível em: [ftp://docenti.ing.units.it/arc\\_stud/Centrone/Corso\\_Tecniche%20di%20Gestione%20Aziendale/Dispense%20&%20Books/Kaplan%20&%20Norton/Kaplan%20&%20Norton%20-%20The%20Balanced%20Scorecard%20-%20Measures%20That%20Drive%20Performance.pdf](ftp://docenti.ing.units.it/arc_stud/Centrone/Corso_Tecniche%20di%20Gestione%20Aziendale/Dispense%20&%20Books/Kaplan%20&%20Norton/Kaplan%20&%20Norton%20-%20The%20Balanced%20Scorecard%20-%20Measures%20That%20Drive%20Performance.pdf)
- Koopmans, Tjalling – **Analysis of production as an eficiente combination of activities: chapter 3** – New York: J. Wiley, 1951, pp. 33-97; Disponível em: <http://www.policonomics.com/wp-content/uploads/Analysis-of-Production-as-an-Efficient-Combination-of-Activities.pdf>
- Kumples, Paul - **Consolidation and efficiency in the European insurance industry** – Imperial College, Londres, 2008. Disponível em: <http://neumann.hec.ca/gestiondesrisques/dim/Papers/Klumpes.pdf>
- Leverly, J.; Grace, Martin - **Issues in measuring the efficiency of property-liability insurers** – 2008 working paper. Disponível em: <http://www.google.pt/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CCoQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww3.imperial.ac.uk%2Fpls%2Fportallive%2Fdocs%2F1%2F48217697.PDF&ei=ZEsWU631GIfNsgbRooCoCw&usq=AFQjCNGYt5EU1SypeHqx5r4b2LeXbWgwoQ>
- Ma, Yu-Luen; Pope, Nat; Xie, Xiaoying – **Insurer Performance and Intermediary Remuneration: The Impact of Abandonment of Contingent Commissions** – The Geneva Papers, 2013, pp. 1-16. Disponível em: <http://www.palgrave-journals.com/gpp/journal/vaop/ncurrent/pdf/gpp201312a.pdf>
- Mansor, S. A.; Radam, A. - **Productivity and Efficiency Performance of the Malaysian Life Insurance Industry** - Journal Economy Malaysia, Vol.34, 2000, pp. 93-105. Disponível em: <http://myais.fsktm.um.edu.my/2584/1/jem34-06.pdf>
- McIntosh, James - **Scale Efficiency in a Dynamic Model of Canadian Insurance Companies** - The Journal of Risk and Insurance, Vol. 65, n<sup>o</sup>2, June 1998, pp. 303- 317. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/253538>
- Neely, Andy - **Business Performance Measurement: Theory and Practice** – United Kingdom, Cambridge University Press, 2002; ISBN 052180342X; Disponível em: <http://books.google.pt/books?id=1KIEoQYx5ewC&pg=PA145&lpq=PA145&dq=neely+1998+performance+measurement&source=bl&ots=fBgSPcT4qk&sig=U-vyeAR1v9wOmy0iqXgs3QheKmY&hl=pt-PT&sa=X&ei=MLYHU6CBBYKM7AajLYHABw&ved=0CC8Q6AEwAA#v=onepage&q=neely%201998%20performance%20measurement&f=false>

- Neely, Andy; Richards, H.; Mills, J.; Platts, K.; Bourne, M. – **Designing performance measures: a structured approach** - International Journal of Operations & Production Management, Vol. 17, 1997, p. 1131-1152; Disponível em: <http://www.som.cranfield.ac.uk/som/dinamic-content/research/cbp/vol17.pdf>
- Neil, A.D. - **The Measurement of Output and Economies of Scale in Property-Liability Insurance** - The Journal of Risk and Insurance, Vol. 48, n° 3, 1981, pp. 390-402, Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/252719>
- Onusic, Luciana M.; Kassai, Silvia; Viana, Adriana B. N. – **Comparação dos resultados de utilização de análise por envoltória de dados e regressão logica em modelos de previsão de insolvência: um estudo aplicado a empresas brasileiras** – FACEF Pesquisa, Vol. 7, n° 1, 2004, p. 23; Disponível em: [https://www.academia.edu/5719102/COMPARACAO\\_DOS\\_RESULTADOS\\_DE\\_UTILIZACAO\\_DE\\_ANALISE\\_POR\\_ENVOLTORIA\\_DE\\_DADOS\\_E\\_REGRES\\_SAO\\_LOGISTICA\\_EM\\_MODELOS\\_DE\\_PREVISAO\\_DE\\_INSOLVENCIA](https://www.academia.edu/5719102/COMPARACAO_DOS_RESULTADOS_DE_UTILIZACAO_DE_ANALISE_POR_ENVOLTORIA_DE_DADOS_E_REGRES_SAO_LOGISTICA_EM_MODELOS_DE_PREVISAO_DE_INSOLVENCIA)
- Otley, D. T. 2002– **The measurement of organization performance** – in Manzonina, A.; Islam, S. (ed) - **Performance measurement in corporate governance: DEA modellinf and implications for organisational behavior and supply chain management** – Heidelberg: Springer, 2009; ISBN 978-3-7908-2169-7
- Porter, M. E. - **From competitive advantage to corporate strategy**. - Harvard Business Review, 1987, vol. 45 (3), pp. 46-59. Disponível em: [http://people.tamu.edu/~v-buenger/466/Comp\\_Adv\\_to\\_corp\\_strat.pdf](http://people.tamu.edu/~v-buenger/466/Comp_Adv_to_corp_strat.pdf)
- Richard, P., Devinney, T., Yip, G., & Johnson, G. – **Measuring Organizational Performance: Towards Methodological Best Practice** - Journal of Management, 35, 2009, pp. 718-804; Disponível em: [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=814285](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=814285)
- Rogers, Mark - **The definition and measurement of productivity** - The university of Melbourne, Australia, Melbourne Institute of Applied Economics and Social Research. Working paper 9/98, May 1998. ISSN 1328-4991. Disponível em: [http://melbourneinstitute.com/downloads/working\\_paper\\_series/wp1998n09.pdf](http://melbourneinstitute.com/downloads/working_paper_series/wp1998n09.pdf)
- Saad, Norma Md.; Majid, M. Shabri Abd.; Yusof, Rosylin Mohd.; Duasa, Jarita; Rahman, Abdul - **Measuring Efficiency of Insurance and Takaful Companies in Malaysia Using Data Envelopment Analysis (DEA)** – Review of Islamic Economics, vol. 10, n° 2, 2006, pp. 5-26. Disponível em: <http://www.mbri.ac.ir/userfiles/file/Islamic%20Banking/%D8%A8%D8%A7%D9>

[%86%DA%A9%20%D9%85%D9%82%D8%A7%D9%84%D8%A7%D8%AA/Takaful/Measuring%20Ef%EF%AC%81ciency%20of%20Insurance%20and%20Takaful.pdf](#)

Seiford, Lawrence; Thrall, Robert – **Recent developments in DEA: The Mathematical Programming approach to frontier analysis** – Journal of Econometrics 46, 1990, pp. 7-38; Disponível em:

[https://www.academia.edu/901422/Recent\\_developments\\_in\\_DEA\\_The\\_mathematical\\_programming\\_approach\\_to\\_frontier\\_analysis](https://www.academia.edu/901422/Recent_developments_in_DEA_The_mathematical_programming_approach_to_frontier_analysis)

Wu, H.Y.; Lin, Y.K.; Chang, C.H. - **Performance evaluation of extension education centres in universities based on the balanced scorecard** - Journal of Evaluation and Program Planning 34, 2011, pp. 37-50.

Yang, Z. - **A two-stage DEA model to evaluate the overall performance of Canadian life and health insurance companies.**- Mathematical and Computer Modelling. v. 43, 2006, pp. 910-919, Disponível em:

<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0895717705005388>

Xie, Xiaoying - **Are Publicly Held Firms Less Efficient? Evidence from the U.S. Property-Liability Insurance Industry** - For Conference “Performance Measurement in the Financial Services Sector: Frontier Efficiency Methodologies and Other Innovative Techniques”, 2008, London. Disponível em:

[http://www.google.pt/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CC8QFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww3.imperial.ac.uk%2Fpls%2Fportallive%2Fdocs%2F1%2F48187711.PDF&ei=jE0WU4fbMMrGtQbZuIDoBw&usq=AFQjCNFeACI37xsrAn1Bo2DfCpDk\\_T2MKQ&bvm=bv.62286460,d.ZG4](http://www.google.pt/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CC8QFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww3.imperial.ac.uk%2Fpls%2Fportallive%2Fdocs%2F1%2F48187711.PDF&ei=jE0WU4fbMMrGtQbZuIDoBw&usq=AFQjCNFeACI37xsrAn1Bo2DfCpDk_T2MKQ&bvm=bv.62286460,d.ZG4)